

**POLITECHNIKA OPOLSKA**

WYDZIAŁ MECHANICZNY



**Wpływ nierównoległości charakterystyk zmęczeniowych  
na prognozowaną trwałość zmęczeniową materiałów  
przy zginaniu ze skręcaniem**

ROZPRAWA DOKTORSKA

Opracowała: mgr inż. Marta Kurek

Promotor: prof. dr hab. inż. Tadeusz Łagoda

Projekt został sfinansowany ze środków Narodowego Centrum Nauki przyznanych  
na podstawie decyzji numer DEC-2011/01/N/ST8/06900

Opole 2013

*Składam serdeczne podziękowania mojemu promotorowi  
**prof. dr hab. inż. Tadeuszowi Łagodzie**  
za cenne uwagi, opiekę naukową oraz pomoc w trakcie realizacji pracy doktorskiej.*

*Dziękuję Rodzinie za wiarę i wsparcie w dążeniu do celu.*

## STRESZCZENIE

Niniejsza praca dotyczy szacowania trwałości zmęczeniowej materiałów, które charakteryzują się brakiem równoległości charakterystyk zmęczeniowych dla zginania wahadłowego i skręcania obustronnego w warunkach obciążeń cyklicznych, blokowych i eksploatacyjnych. W pracy dokonano przeglądu kryteriów wieloosiowego zmęczenia, które uwzględniają wartość stosunku naprężeń normalnych i stycznych. Przedstawiono również charakterystyki zmęczeniowe dla zginania i skręcania dla wybranych materiałów konstrukcyjnych i wyodrębniono te, które wyróżniają się nierównoległością wzajemnych charakterystyk zmęczeniowych.

Prezentowany model przewidywania trwałości zmęczeniowej opiera się na metodzie iteracji, a zastosowane kryterium zmęczeniowe jest funkcją stosunku naprężeń normalnych i stycznych pochodzących odpowiednio od zginania i skręcania. Przy zastosowaniu obciążeń blokowych i losowych model obliczeniowy uzupełniono o obliczenia z wykorzystaniem amplitudy modyfikowanej, której celem było zredukowanie charakteru obciążeń losowych do obciążeń cyklicznych. Obliczenia z wykorzystaniem amplitudy modyfikowanej posłużyły do analizy zmienności stosunku naprężeń normalnych do stycznych.

Celem analizy badań eksperymentalnych jest sprawdzenie efektywności proponowanego sposobu szacowania trwałości zmęczeniowej w warunkach zastosowanych obciążeń przy zginaniu, skręcaniu oraz kombinacji zginania ze skręcaniem. Do weryfikacji wykorzystano wyniki badań eksperymentalnych własnych i literaturowych materiałów: mosiądzu CuZn40Pb2, stali średniostopowej 30CrNiMo8 oraz stali wysokostopowej 35NCD16.

<b>Spis treści</b>	<b>str.</b>
SPIS WAŻNIEJSZYCH OZNACZEŃ I INDEKSÓW .....	6
1. WPROWADZENIE .....	8
2. PRZEGLĄD KRYTERIÓW WIELOOSIOWEGO ZMĘCZENIA UWZGLĘDNIAJĄCYCH STOSUNEK GRANIC ZMĘCZENIA DLA PROSTYCH STANÓW OBCIĄŻENIA .....	11
3. PORÓWNANIE CHARAKTERYSTYK ZMĘCZENIOWYCH NA ZGINANIE I SKRĘCANIE WYBRANYCH MATERIAŁÓW KONSTRUKCYJNYCH.....	20
3.1. Stopy metali nieżelaznych.....	22
3.2. Stale węglowe .....	25
3.3. Stale stopowe .....	29
3.3.1. Stale niskostopowe .....	30
3.3.2. Stale średniostopowe .....	32
3.3.3. Stale wysokostopowe.....	36
3.4. Żeliwa.....	39
3.5. Analiza nierównoległości.....	43
4. CEL, ZAKRES I TEZA PRACY .....	49
5. ALGORYTM OCENY TRWAŁOŚCI ZMĘCZENIOWEJ UWZGLĘDNIAJĄCY NIERÓWNOLEGŁOŚĆ CHARAKTERYSTYK ZMĘCZENIOWYCH DLA ZGINANIA I SKRĘCANIA.....	50
5.1. Pomiar, generacja lub obliczenie tensorów naprężenia i odkształcenia .....	51
5.2. Wyznaczanie kierunku położenia płaszczyzny krytycznej .....	53
5.3. Obliczanie przebiegu ekwiwalentnego .....	54
5.4. Obliczanie amplitud cykli .....	55
5.5. Kumulacja uszkodzeń zmęczeniowych.....	55
5.6. Obliczanie trwałości zmęczeniowej.....	56
6. BADANIA EKSPERYMENTALNE STOPU MIEDZI CuZn40Pb2.....	58

---

6.1.	Stanowiska zmęczeniowe.....	58
6.1.1	Stanowisko do badań cyklicznych.....	58
6.1.2.	Stanowisko do badań losowych.....	61
6.2.	Materiał i próbki.....	63
6.3.	Badania cykliczne stopu miedzi CuZn40Pb2 .....	65
6.4.	Badania blokowe stopu miedzi CuZn40Pb2.....	68
6.5.	Badania losowe stopu miedzi CuZn40Pb2 .....	73
7.	BADANIA SYMULACYJNE.....	76
8.	BADANIA LITERATUROWE .....	81
8.1.	Badania zmęczeniowe stali 30CrNiMo8.....	81
8.2.	Badania zmęczeniowe stali 35NCD16.....	83
8.3.	Badania losowe stopu miedzi CuZn40Pb2 .....	85
9.	WERYFIKACJA ZAPROPONOWANEGO MODELU .....	87
9.1.	Badania stopu miedzi CuZn40Pb2.....	87
9.1.1.	Badania cykliczne .....	87
9.1.2.	Badania blokowe.....	92
9.1.3.	Badania losowe .....	97
9.2.	Badania stali wysokostopowej 35NCD16.....	100
9.3.	Badania stali średniostopowej 30CrNiMo8 .....	105
10.	PODSUMOWANIE I WNIOSKI.....	112
11.	LITERATURA .....	114
	ZAŁĄCZNIKI .....	125

## SPIS WAŻNIEJSZYCH OZNACZEŃ I INDEKSÓW

### Stałe materiałowe, parametry, współczynniki

$b$		wykładnik wytrzymałości zmęczeniowej
$c$		wykładnik zmęczeniowego odkształcenia plastycznego
$E$	GPa	moduł sprężystości podłużnej, moduł Younga
$G$	GPa	moduł sprężystości poprzecznej, moduł Kirchoffa
$K'$	MPa	współczynnik odkształceniowego umocnienia cyklicznego
$n'$		wykładnik cyklicznego umocnienia
$N$	cykle	bieżąca liczba cykli
$N_f$	cykle	liczba cykli do zniszczenia
$R$		współczynnik asymetrii cyklu
$R_{e_s}$	MPa	granica plastyczności
$R_{0,2}$		
$R_m$	MPa	wytrzymałość na rozciąganie
$S(T_0)$		stopień uszkodzenia w czasie obserwacji $T_0$
$t$	s	czas
$T_0$	s	czas obserwacji
$\alpha$	°	kąt pomiędzy wektorem normalnym do płaszczyzny krytycznej $\bar{\eta}$ a osią $x$
$\beta, \kappa$		stałe materiałowe do wyboru szczególnej postaci kryterium
$\varepsilon$		odkształcenie
$\varepsilon'_f$		współczynnik zmęczeniowego odkształcenia plastycznego
$\gamma$		odkształcenie postaciowe

$\gamma'_f$		współczynnik zmęczeniowego odkształcenia plastycznego dla ścinania
$\sigma$	MPa	naprężenie normalne
$\sigma'_f$	MPa	współczynnik wytrzymałości zmęczeniowej
$\sigma_{af}$	MPa	granica zmęczenia dla rozciągania - ściskania lub zginania wahadłowego
$\psi$		współczynnik wpływu wartości średniej
$\nu$		współczynnik Poissona
$\tau$	MPa	naprężenie styczne
$\tau_{af}$	MPa	granica zmęczenia dla skręcania lub ścinania
$\tau'_f$	MPa	współczynnik wytrzymałości zmęczeniowej dla ścinania

### Oznaczenia indeksów

a	amplituda
cal	obliczeniowy
eq	ekwiwalentny
exp	eksperymentalny
m	wartość średnia
s	styczny
$\eta$	normalny

## 1. WPROWADZENIE

Pierwsza praca na temat zmęczenia materiałów ukazała się ponad 170 lat temu. Jej autorem był Wilhelm Albert, a praca dotyczyła korelacji pomiędzy obciążeniem a trwałością zmęczeniową. Dwa lata później, w 1839 roku, Jean-Victor Poncelet już oficjalnie używał terminu „zmęczenie” w książce o mechanice. Od tamtego czasu można zaobserwować stały wzrost prac i publikacji, które poruszają wiele zagadnień dotyczących zjawiska zmęczenia. Pomimo tego, do dziś naukowcom nie udało się opracować efektywnej metody szacowania trwałości zmęczeniowej, która uwzględniałaby wszystkie rozpatrywane przez naukowców aspekty.

Zjawisko zmęczenia materiałów i konstrukcji jest istotnym problemem naszych czasów. Występuje w wielu gałęziach przemysłu tj. lotniczym [19], maszynowym, górniczym [64] czy transportu [36], [37] a jest widoczny szczególnie wtedy, gdy w wyniku awarii lub katastrofy giną ludzie. Zjawisko zmęczenia można rozpatrywać pod wieloma aspektami tj. materiał, rodzaj obciążenia, stan naprężenia czy kształt i geometria analizowanego elementu.

Każdy materiał charakteryzuje się określoną wytrzymałością zmęczeniową, którą możemy otrzymać z podstawowych badań zmęczeniowych. Jest to zależność pomiędzy wartością naprężeń niszczących próbkę danego materiału i liczbą cykli zmian obciążenia tej próbki. Zwykle w literaturze mamy do czynienia z charakterystykami dla rozciągania – ściskania lub zginania oraz skręcania. Są to podstawowe stany naprężeń, z którymi najczęściej możemy się spotkać przy badaniach zmęczeniowych i w konstrukcjach narażonych na obciążenia zmienne.

Głównym celem większości prac badawczych dotyczących przewidywania trwałości zmęczeniowej jest znalezienie metody, która umożliwi szacowanie trwałości zmęczeniowej już na etapie projektowania i konstruowania elementów maszyn i urządzeń. W literaturze istnieje wiele hipotez zmęczeniowych umożliwiających redukcję złożonego (przestrzennego) stanu naprężenia do ekwiwalentnego (jednoosiowego) jednakże żadna z nich nie uwzględnia wszystkich czynników warunkujących powstawanie pęknięć zmęczeniowych. Ze względu na parametr decydującego o zniszczeniu kryteria wieloosiowego zmęczenia można podzielić na: naprężeniowe, odkształceniowe i energetyczne (naprężeniowo-odkształceniowe). W pracy oparto się na zapisie naprężeniowym, który stosowany jest w zakresie dużej liczby cykli. W rozdziale 2 przedstawiono grupę naprężeniowych kryteriów



wieloosiowego zmęczenia, które w swoich wyrażeniach na naprężenie ekwiwalentne uwzględniają wartość stosunku granic zmęczenia dla zginania i skręcania. Kryteria opisane w rozdziale 2 zostały wyselekcjonowane z licznej grupy kryteriów naprężeniowych, ponieważ uwzględniają zależność pomiędzy wytrzymałością zmęczeniową na zginanie i skręcanie, co jest szczególnie istotne przy materiałach, które są głównym celem analizy niniejszej pracy.

Jak przedstawiono w rozdziale 3 rodzaj materiału, z którego wykonany jest element ma istotny wpływ na próbę estymowania trwałości zmęczeniowej. Podobnymi zagadnieniami zajmowali się również [22], [86]. W rozdziale 3 zaprezentowano charakterystyki zmęczeniowe dla kilku grup materiałów między innymi metali nieżelaznych, stali węglowych, stali stopowych i żeliw. Znaczna grupa materiałów charakteryzuje się równoległością charakterystyk zmęczeniowych dla rozciągania – ściskania lub zginania i skręcania. Wtedy przy szacowaniu trwałości zmęczeniowej dla takich materiałów za wartość stosunku naprężeń normalnych do stycznych przyjmowano stosunek granic dla zginania i skręcania. Istnieją jednak materiały, które charakteryzują się brakiem równoległości charakterystyk zmęczeniowych dla rozciągania – ściskania lub zginania i skręcania. W takim przypadku model postępowania przy szacowaniu trwałości tych materiałów nie jest spójny, ponieważ należy uwzględnić zmienność stosunku naprężeń normalnych do stycznych.

Na bazie informacji zawartych w rozdziałach 2 i 3, w rozdziale 4 sformułowano cel, tezę i zakres pracy. W kolejnym rozdziale zaprezentowano model obliczeniowy do szacowania trwałości zmęczeniowej materiałów, które charakteryzują się brakiem równoległości wzajemnych charakterystyk zmęczeniowych. Algorytm ten został podzielony na bloki, które można zmieniać w zależności od rodzaju obciążenia. Na szczególną uwagę zasługują obciążenia blokowe, z którymi możemy mieć do czynienia w przypadku wałów, które mogą być narażone na kombinację obciążeń zginających i skręcających. Przy zastosowaniu obciążeń blokowych i losowych model obliczeniowy uzupełniono o obliczenia z wykorzystaniem amplitudy modyfikowanej, której celem było zredukowanie charakteru obciążeń losowych do obciążeń cyklicznych. Obliczenia z wykorzystaniem amplitudy modyfikowanej posłużyły do analizy zmienności stosunku naprężeń normalnych do stycznych. Sposób wykonania badań eksperymentalnych w warunkach obciążeń cyklicznych, blokowych i losowych mosiądzu ołowianego CuZn40Pb2 opisano w rozdziale 6. W kolejnych podrozdziałach zaprezentowano

stanowiska badawcze oraz zakresy badań poszczególnych obciążeń. W rozdziale 7 zawarto badania symulacyjne wybranych materiałów, które potwierdzają, że w przypadku materiałów o nierównoległych charakterystykach należy uwzględniać zmienność stosunku naprężeń normalnych do stycznych w zależności od liczby cykli do zniszczenia. Kolejny rozdział dotyczył wyników badań zaczerpniętych z literatury dwóch stali stopowych 35NCD16 oraz 30CrNiMo8 w warunkach obciążeń cyklicznych i losowych.

Wyniki badań eksperymentalnych analizowanych materiałów posłużyły do sprawdzenia efektywności modelu obliczeniowego opisanego w rozdziale 5. Weryfikacja zaproponowanego kryterium i modelu obliczeniowego została zaprezentowana w rozdziale 9. Na podstawie przeprowadzonej analizy sformułowano wnioski końcowe, które zawarto w rozdziale 10. Na końcu pracy zestawiono cytowaną literaturę oraz załączniki dotyczące własnych wyników badań eksperymentalnych.

## 2. PRZEGLĄD KRYTERIÓW WIELOOSIOWEGO ZMĘCZENIA UWZGLĘDNIĄCYCH STOSUNEK GRANIC ZMĘCZENIA DLA PROSTYCH STANÓW OBCIĄŻENIA

Kryterium zmęczenia przy obciążeniu wieloosiowym opiera się na określeniu takiej wielkości zastępczej, która umożliwiałaby porównanie obciążenia wieloosiowego z obciążeniem jednoosiowym. Można w ten sposób ocenić wpływ różnych złożonych obciążeń na trwałość zmęczeniową. Znajomość cyklicznego zachowania się materiału przy prostych obciążeniach, pozwala na ocenę wpływu złożonych obciążeń na trwałość zmęczeniową. Dzięki temu powstało wiele zależności w ogólnej postaci [32]

$$\sigma_{red} = KN_f^c, \quad (1)$$

gdzie:

$\sigma_{red}$  - wielkość zastępcza naprężenia,

K, C – stałe lub parametry zależne od stanu naprężenia lub odkształcenia.

Celem hipotez wyęźeniowych jest określenie miary wyęźenia, która decyduje o zniszczeniu materiału, a jej wartość w stanie niebezpiecznym musi być zdefiniowana i możliwa do doświadczalnego wyznaczenia [6].

W literaturze specjalistycznej można znaleźć wiele prac, w których autorzy [4], [21], [57], [97] dokonują przeglądu kryteriów wieloosiowego zmęczenia. Istnieje liczna grupa kryteriów związanych z kumulacją uszkodzenia w obciążonym elemencie, a wśród nich możemy wyodrębnić kryteria naprężeniowe [65], [90], [107] odkształceniowe [68], [87] i energetyczne [11], [61]. Możemy wyróżnić również kryteria, które uwzględniają wartości średnie [12], [52], [74]. Kolejna grupa to kryteria, które mogą być wykorzystane przy spiętrzeniu naprężeń [77], [81], [82] oraz te oparte na koncepcji płaszczyzny krytycznej [28], [71], [103], [108].

Literatura podaje, że pierwszymi w historii kryteriami wieloosiowego obciążenia są: kryterium maksymalnego naprężenia głównego (Galileusz) [13], kryterium maksymalnego naprężenia stycznego (Coulomb-Tresca-Guest) [96] i kryterium maksymalnego naprężenia oktaedrycznego (Huber-Mises-Hencky) [13]. Są to propozycje bazujące na naprężeniach głównych  $\sigma_1$ ,  $\sigma_2$  i  $\sigma_3$ , przy czym zachodzi porządkowanie według reguły:

$$\sigma_1 > \sigma_2 > \sigma_3 \quad (2)$$

lub na składowych tensora naprężenia  $\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z, \tau_{xy}, \tau_{xz}, \tau_{yz}$ .

Hipoteza największego naprężenia głównego to hipoteza opracowana przez Galileusza, następnie modyfikowana przez Lamego i Rankine'a, która zakłada, że o wytrzymałości materiału decyduje maksymalna wartość naprężenia głównego

$$\sigma_{red} = \sigma_1 \quad (3)$$

Autorzy nie wzięli pod uwagę sytuacji, w której naprężenia styczne przyjmują wartość maksymalną, co jest wadą omawianej hipotezy. Problem ten kontynuowali Coulomb i Treska, według których o zniszczeniu materiału decyduje przekroczenie wytrzymałości materiału przez naprężenia styczne

$$\sigma_{red} = \sigma_1 - \sigma_3 \quad (4)$$

Ostatnia z tej grupy hipotez (Hubera-Misesa-Hencky'ego) mówi, że o wytrzymałości materiału decyduje ilość zgromadzonej w nim energii odkształcenia postaciowego niezależnie od złożoności stanu naprężenia

$$\sigma_{red} = \sqrt{\frac{(\sigma_x - \sigma_y)^2 + (\sigma_x - \sigma_z)^2 + (\sigma_z - \sigma_y)^2 + 6(\tau_{xy}^2 + \tau_{xz}^2 + \tau_{yz}^2)}{2}} \quad (5)$$

Już najstarsze kryteria wyznaczania trwałości zmęczeniowej uwzględniają w swoich zależnościach wartość stosunku  $k$ , którą wyrażamy wzorem:

$$k = \frac{\sigma_{af}}{\tau_{af}} \quad (6)$$

gdzie:

$\sigma_{af}$  – granica zmęczenia dla zginania lub rozciągania – ściskania,

$\tau_{af}$  – granica zmęczenia dla skręcania.

W niniejszym rozdziale opisano kryteria wieloosiowego zmęczenia, które w swoich wyrażeniach uwzględniają wartość stosunku naprężeń normlnych do stycznych, a ich autorzy w obliczeniach przyjmują stałość tego stosunku zgodnie ze wzorem (6). Zaprezentowane wyrażenia na naprężenia ekwiwalentne przedstawiono jak to już podano wcześniej w zapisie naprężeniowym, który jest stosowany w obszarze wytrzymałości wysokocyklowej.

Jako pierwsi zależność taką opracowali Gough i Pollard [22], których badania zapoczątkowały obszerne prace nad zginaniem i skręcaniem. Kryterium dla materiałów sprężysto – plastycznych przyjmuje postać:

$$\sigma_{aeq} = \sqrt{\sigma_a^2 + (k \cdot \tau_a)^2}, \quad (7)$$

gdzie:

$\sigma_a$  – amplituda naprężenia od zginania,

$\tau_a$  – amplituda naprężenia od skręcania.

Równanie (7) jest również znane jako kryterium ćwiartki elipsy, ma to związek z graficzną zależnością między amplitudami naprężeń  $\sigma_a$  oraz  $\tau_a$ , która przyjmuje właśnie taki kształt.

Dla materiałów kruchych i elementów z korbami spotyka się bardziej uogólnioną postać kryterium zapisaną jako:

$$\left(\frac{\tau_a}{\tau_{af}}\right)^2 + (k-1)\left(\frac{\sigma_a}{\sigma_{af}}\right)^2 + (2-k)\left(\frac{\sigma_a}{\sigma_{af}}\right) = 1. \quad (8)$$

Zależności (7) i (8) zostały zmodyfikowane przez Nisihare i Kawamoto [86] w 1941 roku. Otrzymali oni identyczną zależność jak zależność (7) dla materiałów plastycznych ( $k \leq \sqrt{3}$ ) oraz nową zależność dla materiałów w stanie kruchym ( $k > \sqrt{3}$ ), gdzie zapis kryterium jest nieliniową funkcją naprężeń normalnych i stycznych:

$$2\left(\frac{\tau_a}{\tau_{af}}\right)^2 + [1-(k)^2]\left(\frac{\sigma_a}{\sigma_{af}}\right)^2 + [3-(k)^2]\left(\frac{\sigma_a}{\sigma_{af}}\right) = 2. \quad (9)$$

Nisihara i Kawamoto [86] przedstawili również propozycję kryterium dla obciążeń z przesunięciem fazy dla materiałów plastycznych, zgodnie z wyrażeniem:

$$\sigma_{aeq} = \sigma_a \sqrt{\frac{h_1 + (1+h_2) \cdot k}{1+k}}, \quad (10)$$

gdzie:

$h_1, h_2$  – parametry będące funkcją przesunięcia fazy oraz stosunku amplitudy naprężenia od zginania do amplitudy naprężenia od skręcania.

Propozycja (7) może być stosowane jedynie do obciążeń zgodnych z fazie. Późniejsza modyfikacja Lee [55] uwzględnia przesunięcia fazowe:

$$\sigma_{aeq} = \sigma_a \left[ 1 + \left( k \cdot \frac{\tau_a}{\sigma_a} \right)^\alpha \right]^{\frac{1}{\alpha}}, \quad (11)$$

gdzie:

$\alpha$  – stała zależna od kąta przesunięcia fazy oraz rodzaju materiału zgodnie z zależnością:

$$\alpha = 2(1 + \beta \sin \varphi), \quad (12)$$

przy czym:

$\beta$ - stała materiałowa,

$\varphi$ - kąt przesunięcia fazy.

McDiarmid w swoich pracach [69], [70], [72] zajmował się wpływem naprężeń normalnych i stycznych działających w płaszczyźnie prostopadłej do płaszczyzny maksymalnych naprężeń stycznych na trwałość zmęczeniową. Dalsza analiza [73], [75] zaowocowała nową propozycją wyrażenia na naprężenie ekwiwalentne w zależności od sposobu pękania materiału. Kryterium oparto na założeniu, że uszkodzenie zmęczeniowe jest spowodowane liniową kombinacją naprężeń normalnych i stycznych w płaszczyźnie krytycznej definiowanej przez maksymalną wartość naprężeń stycznych

$$\tau_{aeq} = k_1 \sigma_{n,max} + \tau_{max}, \quad (13)$$

gdzie:

$\sigma_{n,max}$  - maksymalne naprężenie normalne w płaszczyźnie maksymalnych naprężeń stycznych,

$\tau_{max}$  - naprężenie styczne w płaszczyźnie maksymalnych naprężeń stycznych,

$k_1$  – stała materiałowa określająca udział naprężeń normalnych.

Różni autorzy prezentują inne wartości stałej  $k_1$ . Na przykład według McDiarmida:

$$k_1 = \frac{\tau_{afA,B}}{2R_m}, \quad (14)$$

gdzie:

$\tau_{afA,B}$  – granica zmęczenia przy skręcaniu obustronnym dla odpowiedniego typu pękania (typ A – pęknięcie wzdłuż powierzchni, typ B – pęknięcie do wnętrza materiału),

$R_m$  – wytrzymałość na rozciąganie.

Według Mataka:

$$k_1 = \frac{2}{k} - 1 \quad (15)$$

Natomiast Findley [20] zaproponował kryterium, oparte na obserwacji płaszczyzn inicjacji pęknięć zmęczeniowych w stalach i stopach aluminium:

$$\sigma_{aeq} = n(k_2 \sigma_{n,max} + \tau_{max}), \quad (16)$$

gdzie:

$$k_2 = \frac{2-k}{2\sqrt{k-1}}. \quad (17)$$

Współczynnik  $n$  we wzorze (16) jest funkcją  $k_2$  i osiąga wartość 2 dla  $k_2=0$ .

Zjawisko średnich naprężeń normalnych było tematem rozważań Lassere'a i Frousteya w 1992 roku, co zaowocowało otrzymaniem zależności na podstawie badań doświadczalnych, która przybiera postać i uwzględnia stosunek granic zmęczenia dla zginania i skręcania [32]:

$$\sigma_a^2 + (k)^2 \tau_a^2 = (\sigma_{af} - \alpha_F \sigma_m)^2, \quad (18)$$

gdzie:

$\sigma_m$  – średnie naprężenie normalne.

W pracy [110] Zenner i Liu zaprezentowali kryterium, w którym naprężenie ekwiwalentne były wyznaczone na podstawie kombinacji średnich naprężeń normalnych  $\sigma_a$  i stycznych  $\tau_a$  zgodnie z równaniem:

$$\sigma_{aeq} = \sqrt{a\sigma_a^2 + b\tau_a^2}, \quad (19)$$

gdzie:

$$a = \frac{1}{5} [3(k)^2 - 4], \quad (20)$$

$$b = \frac{1}{5} [6 - 2(k)^2] \quad (21)$$

Przy założeniu, że  $a > 0$  i  $b > 0$  można określić zakres stosowalności kryterium jako

$$\frac{2\sqrt{3}}{3} < k < \sqrt{3}.$$

Carpinteri i Spagnoli w pracy [8] przedstawili propozycje opartą na eksperymentalnym kryterium Gougha (7) w postaci:

$$\sigma_{aeq} = \sqrt{\sigma_{\max}^2 + k^2 \tau_a^2}, \quad (22)$$

gdzie:

$\sigma_{\max} = \sigma_a + \sigma_m$  - maksymalne naprężenie normalne.

Achtelik [100] zaproponował kryterium do opisu wytrzymałości zmęczeniowej przy obciążeniu synchronicznie zmiennymi momentami skręcającymi i zginającymi:

$$\sigma_{1a} + \Psi \sigma_{am} \leq f(\sigma_{af}, \tau_{af}), \quad (23)$$

przy czym:

$\sigma_{1a}$  - amplituda naprężenia głównego,

$\sigma_{am}$  - wartość średnia naprężenia głównego,

$\Psi$  - współczynnik wrażliwości materiału na skręcanie,

$f(\sigma_{af}, \tau_{af})$  - funkcja wyężenia zmęczeniowego zależna od granicy zmęczenia przy wahadłowym zginaniu i skręcaniu.

Opierając się na zależności (7) określono postać poszukiwanej funkcji (23), w której skład wchodzi granice wahadłowego zmęczenia na zginanie i obustronne skręcanie:

$$f(\sigma_{af}, \tau_{af}) = \frac{p \sigma_{af}}{\sqrt{1 + [(pk)^2 - 1] \sin^2 \alpha}}, \quad (24)$$

gdzie:

$\alpha$  - kąt wyrażający miarę kombinacji zginania ze skręcaniem,

$p$  - współczynnik wyznaczony doświadczalnie.

Macha [65], [66] sformułował kryterium maksymalnych naprężeń normalnych i stycznych w płaszczyźnie złomu, będące uogólnieniem na zakres obciążeń losowych wielu kryteriów. Postać ogólną funkcji można zapisać jako:

$$\max_t \{ B \tau_{\eta_s}(t) + K \sigma_{\eta}(t) \} = F, \quad (25)$$

przy czym:



$B, K, F$  – stałe służące do wyboru szczególnej postaci kryterium.

Wartość ekwiwalentną naprężenia według kryterium (25) można zapisać jako

$$\sigma_{eq}(t) = B\tau_{\eta_s}(t) + K\sigma_{\eta}(t). \quad (26)$$

W zależności od wartości stałych  $B$  i  $K$ , Ogonowski zaproponował kilka postaci wyrażenia (26) analizowanych w pracach [5], [23].

Jedną z nich wykorzystano w niniejszej pracy do obliczenia trwałości zmęczeniowej.

Jest to wyrażenie dla materiałów w stanie sprężysto-plastycznym [56]:

$$\sigma_{eg}(t) = k \max_t \{\tau_{\eta_s}(t)\} + (2 - k)\sigma_{\eta}(t). \quad (27)$$

Kryterium to zastosowano, gdy o płaszczyźnie krytycznej decydują naprężenia styczne, co zapisać można jako  $\max_t \{\tau_{\eta_s}(t)\}$ .

Walat [108] zaproponowała kryterium dla materiałów charakteryzujących się własnościami pośrednimi pomiędzy materiałami sprężysto - kruchymi i sprężysto-plastycznymi:

$$\sigma_{eg}(t) = \frac{4\sqrt{3} + 3\sqrt{2}k}{3(\sqrt{3} \pm 1)} \sigma_{\eta}(t) + \frac{\sqrt{3}(3\sqrt{2}k - 4)}{3(\sqrt{3} \pm 1)} \tau_{\eta_s}(t), \quad (28)$$

gdzie mamy do czynienia z taką definicją płaszczyzny krytycznej, w której występują elementy kowariancji naprężeń normalnych i stycznych, czyli jest to płaszczyzna w której występuje maksymalna kowariancja naprężeń stycznych i normalnych.

## Podsumowanie

W rozdziale 2 zaprezentowano najważniejsze kryteria wieloosiowego zmęczenia, które w swoich równaniach uwzględniają wartość stosunku naprężeń normalnych do stycznych pochodzących odpowiednio od zginania wahadłowego lub rozciągania – scinania i skręcania obustronnego. Dla niektórych materiałów współczynnik  $k$  wyróżnia się stałością, a materiały te charakteryzują się równoległością charakterystyk. W przypadku, gdy

$$k(N_f) \neq \frac{\sigma_{af}}{\tau_{af}} \quad (29)$$

nie znaleziono rozwiązania algorytmu oceny trwałości zmęczeniowej. W związku z tym istotne jest poszukiwanie dla jakich materiałów można przyjąć stałość zależności (6) a dla jakich nie.

W tabeli 1 zestawiono wszystkie opisane przeze mnie propozycje. Należy zauważyć, że liczba takich propozycji jest stosunkowo mała, co może świadczyć o potrzebie poszerzenia i dokładniejszej analizy tematu.

Tabela 1. Kryteria wieloosiowego zmęczenia, które w swoich równaniach uwzględniają wartość stosunku naprężeń normalnych do stycznych

Autor	Kryterium
Gough and Pollard	$\sigma_{aeq} = \sqrt{\sigma_a^2 + (k \cdot \tau_a)^2}$
Nisihara and Kawamoto	$2 \left( \frac{\tau_a}{\tau_{af}} \right)^2 + [1 - k^2] \left( \frac{\sigma_a}{\sigma_{af}} \right)^2 + [3 - k^2] \left( \frac{\sigma_a}{\sigma_{af}} \right) = 2$
Findley	$\sigma_{aeq} = n(k_2 \sigma_{n,max} + \tau_{max}), \quad k_2 = \frac{2 - k}{2\sqrt{k - 1}}$
Lee	$\sigma_{aeq} = \sigma_{ab} \left[ 1 + \left( k \cdot \frac{\tau_a}{\sigma_a} \right)^\alpha \right]^{\frac{1}{\alpha}}$
Lassere i Froustey	$\sigma_a^2 + k^2 \tau_a^2 = (\sigma_{af} - \alpha_F \sigma_m)^2$
Stulen i Cummings	$\sigma_{aeq} = \sigma_{1a} - (k - 1)\sigma_{3a}$
Carpinteri i Spagnoli	$\sigma_{aeq} = \sqrt{\sigma_{max}^2 + k^2 \tau_a^2}$
Zenner i Liu	$\sigma_{aeq} = \sqrt{a\sigma_a^2 + b\tau_a^2}$ $a = \frac{1}{5}[3k^2 - 4], \quad b = \frac{1}{5}[6 - 2k^2]$
Ogonowski	$\sigma_{eg}(t) = k \max_t \{\tau_{\eta_s}(t)\} + (2 - k)\sigma_{\eta}(t)$
Walat	$\sigma_{eg}(t) = \frac{4\sqrt{3} + 3\sqrt{2}k}{3(\sqrt{3} \pm 1)} \sigma_{\eta}(t) + \frac{\sqrt{3}(3\sqrt{2}k - 4)}{3(\sqrt{3} \pm 1)} \tau_{\eta_s}(t)$

### 3. PORÓWNANIE CHARAKTERYSTYK ZMĘCZENIOWYCH NA ZGINANIE I SKRĘCANIE WYBRANYCH MATERIAŁÓW KONSTRUKCYJNYCH

W niniejszym rozdziale przedstawiono zależność pomiędzy wytrzymałością zmęczeniową na zginanie wahadłowe lub rozciąganie - ściskanie i skręcanie obustronne wybranych materiałów konstrukcyjnych, co sprowadza się do wyznaczania wartości stosunku naprężeń normalnych do naprężeń stycznych. Większość kryteriów wieloosiowego zmęczenia podczas redukcji złożonego stanu obciążenia do ekwiwalentnego jednoosiowego w swoich formułach wykorzystuje stosunek granic zmęczenia na naprężenia normalne i styczne. W przypadku równoległości charakterystyk stosunek naprężeń normalnych do stycznych wyróżnia się stałością zgodnie ze wzorem (6). Problem pojawia się w przypadku nierównoległości charakterystyk zmęczeniowych odpowiednio dla zginania wahadłowego lub rozciągania - ściskania i skręcania obustronnego. W tym momencie nie można przyjmować stosunku granic zmęczenia.

W poniżej metodyce [3], trwałość zmęczeniowa jest wielkością zależną od amplitudy naprężenia lub odkształcenia. Zakłada się, że rozkład trwałości próbek uzyskany w badaniach jest rozkładem logarytmiczno-normalnym, o stałej wariancji. Przyjęto model regresji

$$Y = A + mX, \quad (30)$$

gdzie:

$Y = \log N_f$  - logarytm trwałości,

$X = \log \sigma_a$  - logarytm naprężenia normalnego lub

$X = \log \tau_a$  - logarytm naprężenia stycznego.

Estymatory współczynników  $A$  i  $m$  przyjęto w postaci:

$$\hat{A} = \bar{Y} - \hat{m}\bar{X}, \quad (31)$$

$$\hat{m} = \frac{\sum_{i=1}^k (X_i - \bar{X})(Y_i - \bar{Y})}{\sum_{i=1}^k (X_i - \bar{X})^2}, \quad (32)$$

gdzie:

$$\bar{Y} = \frac{1}{k} \sum Y_i,$$

$$\bar{X} = \frac{1}{k} \sum X_i,$$

$p$  – całkowita liczba zniszczonych próbek.

Estymator wariancji rozkładu normalnego dla  $\log N_f$  jest równy:

$$\hat{\delta}^2 = \frac{\sum_{i=1}^k (Y_i - \hat{Y}_i)^2}{p-2}, \quad (33)$$

przy czym:

$$\hat{Y}_i = \hat{A} + \hat{m}X_i.$$

Jako podstawę metody opracowania wyników przyjęto zalecenia z normy [3].

Przedziały ufności estymatorów zostały określone z następujących zależności:

$$\hat{A} \pm t_{\alpha} \hat{\delta} \left[ \frac{1}{p} + \frac{\bar{X}^2}{\sum_{i=1}^k (X_i - \bar{X})^2} \right]^{0.5}, \quad (34)$$

$$\hat{m} \pm t_{\alpha} \hat{\delta} \left[ \sum_{i=1}^k (X_i - \bar{X})^2 \right]^{0.5}. \quad (35)$$

gdzie:

$t_{\alpha}$  jest współczynnikiem rozkładu t-Studenta dla poziomu ufności  $(1-\alpha)$  i  $n=p-2$  stopni swobody.

Wyniki badań eksperymentalnych w zakresie dużej liczby cykli aproksymowano równaniem regresji według wzoru (30) dla zginania wahadłowego lub rozciągania – ściskania zgodnie z zaleceniami ASTM [3] w postaci:

$$\log N_f = A_{\sigma} + m_{\sigma} \log \sigma_a. \quad (36)$$

Dla skręcania obustronnego lub ścinania równanie regresji przyjmuje postać:

$$\log N_f = A_{\tau} + m_{\tau} \log \tau_a, \quad (37)$$

gdzie:

$A_{\sigma}$ ,  $m_{\sigma}$ ,  $A_{\tau}$ ,  $m_{\tau}$  - współczynniki równania regresji odpowiednio dla zginania wahadłowego lub rozciągania – ściskania i dla skręcania obustronnego.

Wyznaczono zależności pomiędzy trwałością zmęczeniową na zginanie wahadłowe lub rozciąganie – ściskanie i skręcanie obustronne wybranych materiałów konstrukcyjnych bazując na wynikach badań eksperymentalnych. W pracy wyznaczono wartość stosunku zgodnie ze wzorem (29):

$$k(N_f) = \frac{\sigma_a(N_f)}{\tau_a(N_f)}, \quad (38)$$

który po przekształceniu wzorów (36) i (37) przyjmuje postać:

$$k(N_f) = 10^{\left( \frac{1-A_\sigma}{m_\sigma} - \frac{1-A_\tau}{m_\tau} \right) \log N_f} \quad (39)$$

W pracy wykorzystano wyniki badań eksperymentalnych dla zginania wahadłowego i skręcania obustronnego wybranych materiałów konstrukcyjnych. Wyjątek stanowi stal stopowa 35NCD16, której wyniki badań eksperymentalnych dotyczyły rozciągania-ściskania oraz skręcania. Dlatego przy obliczaniu współczynników równania regresji przyjęto termin zginanie i skręcanie dla wszystkich analizowanych materiałów.

### 3.1. Stopy metali nieżelaznych

Do analizy wykorzystano mosiądz CuZn40Pb2 [33] oraz stopy aluminium D-30 [86] i AlCu4Mg1 [25]. Wartości średnie składu chemicznego zestawiono w tabeli 2. Własności statyczne analizowanych materiałów zestawiono w tabeli 3. Współczynniki równania regresji według równań (36) i (37) dla poszczególnych wariantów obciążenia zostały zestawione w tabeli 4.

Tabela 2. Skład chemiczny badanych materiałów w %

Materiał	Mg	Cu	Pb	Al	Zn	Mn	Fe	Si
CuZn40Pb2 [33]	-	0,5-0,6	0,1-0,35	0,1	reszta	-	-	-
AlCu4Mg1[25]	0,4-1,0	3,8-4,8	-	reszta	0,5	0,4-1,0	0,7	0,2-0,8
D-30 [86]	0,42	3,81	-	reszta	-	0,44	0,38	0,35

Tabela 3. Własności statyczne badanych materiałów

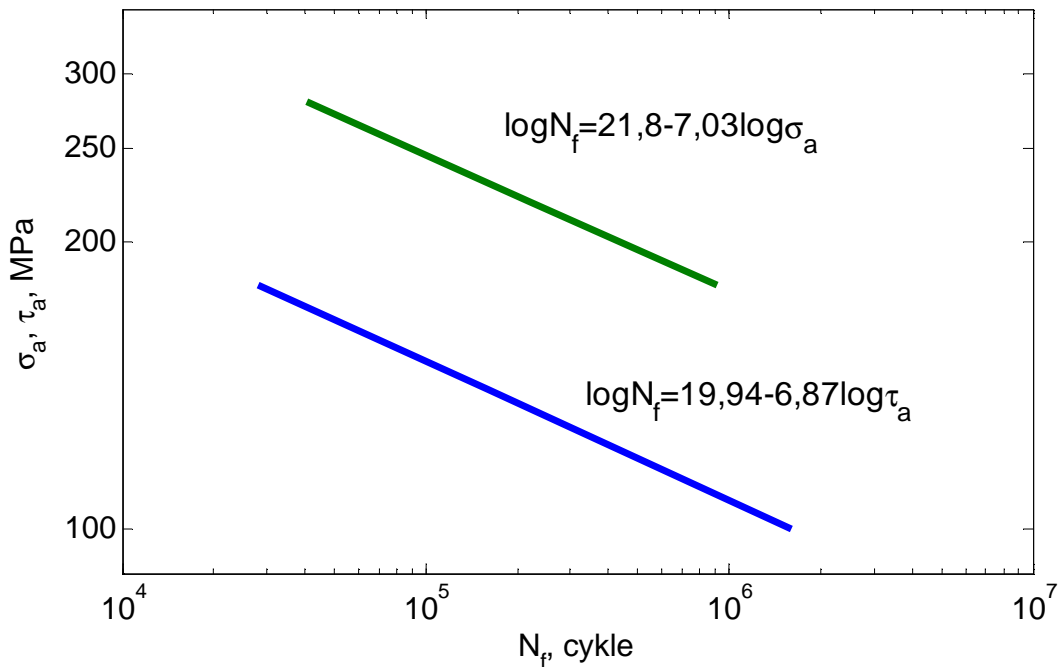
Materiał	R <sub>e</sub> , MPa	R <sub>m</sub> , MPa	E, GPa	ν	Z, %	A <sub>10</sub> , %
CuZn40Pb2 [33]	399	484	96,9	0,3	47	18*
AlCu4Mg1[25]	395	545	72	0,33	50	20
D-30 [86]	306	437	72	0,32	20,8	14,3

\*A<sub>5</sub>

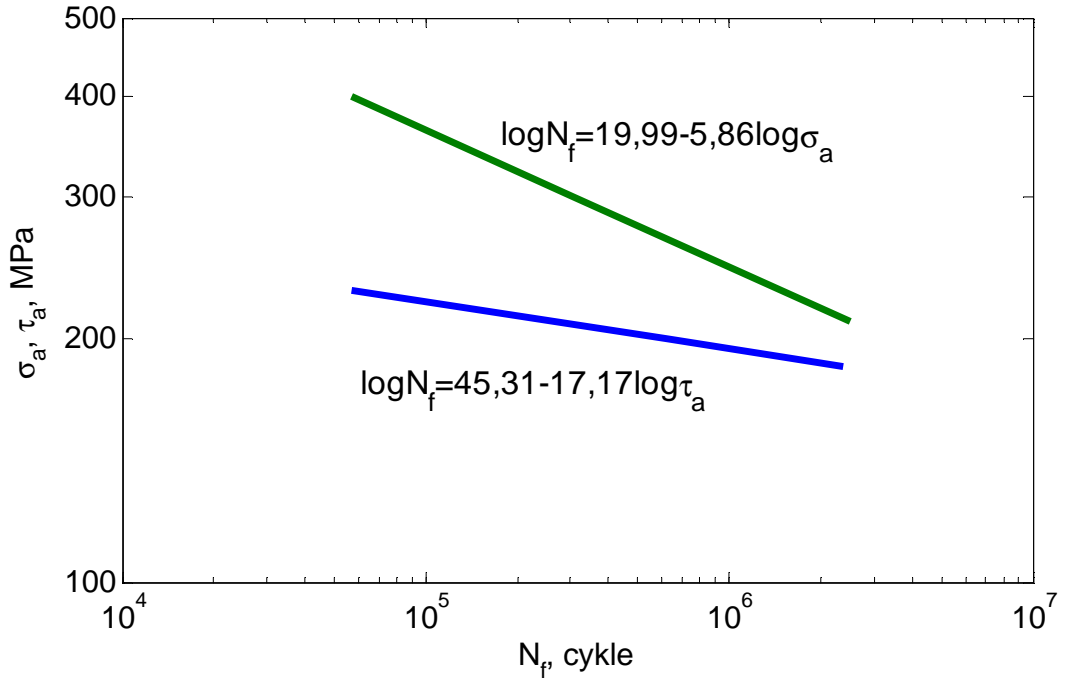
Na rysunkach 1 i 2 przedstawiono wykresy zmęczeniowe dla zginania wahadłowego i skręcania obustronnego materiałów AlCu4Mg1i CuZn40Pb2.

Tabela 4. Współczynniki równania regresji stopów metali nieżelaznych

Materiał	Zginanie		Skręcanie	
	A <sub>σ</sub>	m <sub>σ</sub>	A <sub>τ</sub>	m <sub>τ</sub>
CuZn40Pb2 [33]	19,99	-5,86	45,31	-17,17
AlCu4Mg1[25]	21,8	-7,03	19,94	-6,87
D-30 [86]	30,54	-10,75	25,38	-9,17

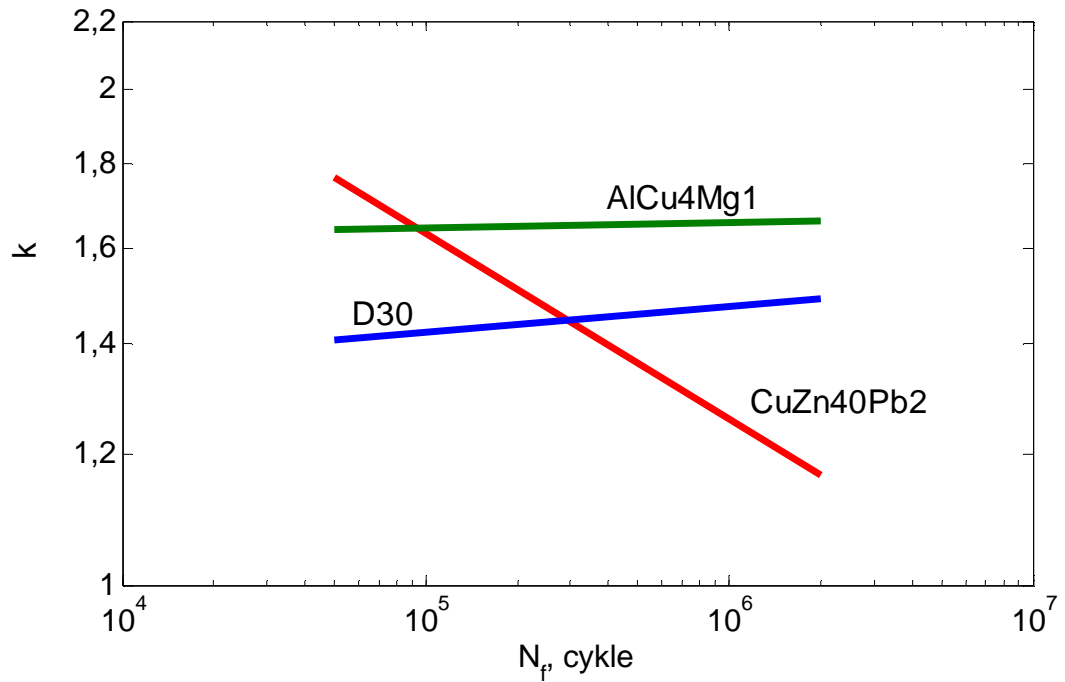


Rys. 1. Wykres zmęczeniowy dla zginania wahadłowego i skręcania obustronnego dla stopu aluminium AlCu4Mg1



Rys. 2. Wykres zmęczeniowy dla zginania wahadłowego i skręcania obustronnego mosiądzu ołowianego CuZn40Pb2

Na rysunku 3 przedstawiono zależność wartości stosunku  $k$  od liczby cykli  $N_f$  zgodnie ze wzorem (39) dla analizowanych metali nieżelaznych.



Rys. 3. Wykres zależności wartości parametru  $k$  od liczby cykli  $N_f$  dla metali nieżelaznych



Zależność  $k(N_f)$  dla obu rodzajów duraluminium jest stała, a jej wartość dla stopu D-30 waha się od 1,41 do 1,49, natomiast dla stopu AlCu4Mg1 zależność  $k(N_f)$  przyjmuje wartości  $1,64 \div 1,66$ . Stałość stosunku naprężeń normalnych do naprężeń stycznych pozwala na stosowanie stałej wartości tego stosunku w kryteriach zmęczeniowych uwzględniających ten stosunek w swoich zależnościach. Dla mosiądzu parametr  $k(N_f)$  nie wykazał stałości, co można było przewidzieć już po analizie wykresów zmęczeniowych (rys. 2) oraz współczynników nachylenia tych charakterystyk (tabela 4).

### 3.2. Stale węglowe

Stopy żelaza z węglem są stalami węglowymi niestopowymi. Zależnie od zawartości węgla stale węglowe charakteryzują się różną strukturą. Zwiększenie zawartości węgla zwiększa wytrzymałość na rozciąganie  $R_m$  i granicę plastyczności  $R_e$ , a także zmniejsza plastyczność stali [14]. W tabeli 5 przedstawiono skład chemiczny stali węglowych.

Badania zmęczeniowe stali 0,1% C wykonano na dwóch rodzajach próbek: pełnej i drążonej. Próbki zostały poddane obróbce cieplnej-normalizowaniu z temperatury  $900^{\circ}\text{C}$ . Normalizowanie ma na celu ujednoczenie struktury. Próbki ze stali 0,4%C dobrano o dwóch strukturach: ferrytu i perlitu. Pierwszy rodzaj próbek był wykonany z materiału normalizowanego w  $850^{\circ}\text{C}$ . Drugi rodzaj próbek był podgrzany do temperatury  $700^{\circ}\text{C}$  przez 48 godzin i powoli chłodzony. Sferoidyzacja nie została całkowicie przeprowadzona, dlatego materiał został normalizowany przez 20 minut w temperaturze  $900^{\circ}\text{C}$  a następnie powoli schłodzony. Stal 0,9%C także została poddana normalizowaniu z temperatury  $820^{\circ}\text{C}$  w celu uzyskania struktury perlitycznej. Stale 982FA i 5695 były walcowane na gorąco [86]. Z walcowanej cieplnie stali S45C przygotowano trzy rodzaje próbek: wyżarzane S45C, wyżarzane dyfuzyjne S45C-DA, ulepszone cieplnie S45C-H [17], [22]. Współczynniki równania regresji dla poszczególnych wariantów obciążenia zostały zawarte w tabeli 6.

Tabela 5. Skład chemiczny badanych stali węglowych w % (reszta Fe)

Materiał	C	Mn	S	P	Si	Cu	Ni	Cr
982FA [86]	0,51	0,38	0,01	0,023	0,27	-	-	-
5695 [86]	0,01	0,50	0,04	0,033	0,14	-	-	-
0,1%C [22]	0,12	0,61	0,012	0,016	0,185	0,075	0,06	-
0,4%C <sup>1</sup> [22]	0,38	0,65	0,018	0,02	0,22	-	0,10	-
0,4%C <sup>2</sup> [22]	0,40	0,66	0,016	0,019	0,24	-	0,14	-
0,9%C [22]	0,86	0,13	0,026	0,02	0,05	-	-	-
S20C [17]	0,21	0,47	0,017	0,014	0,21	0,21	0,06	0,09
S45C [17]	0,44	0,69	0,009	0,009	0,20	0,007	0,04	0,005
S450C <sup>3</sup> [17]	0,21	0,70	0,005	0,008	0,37	-	-	-

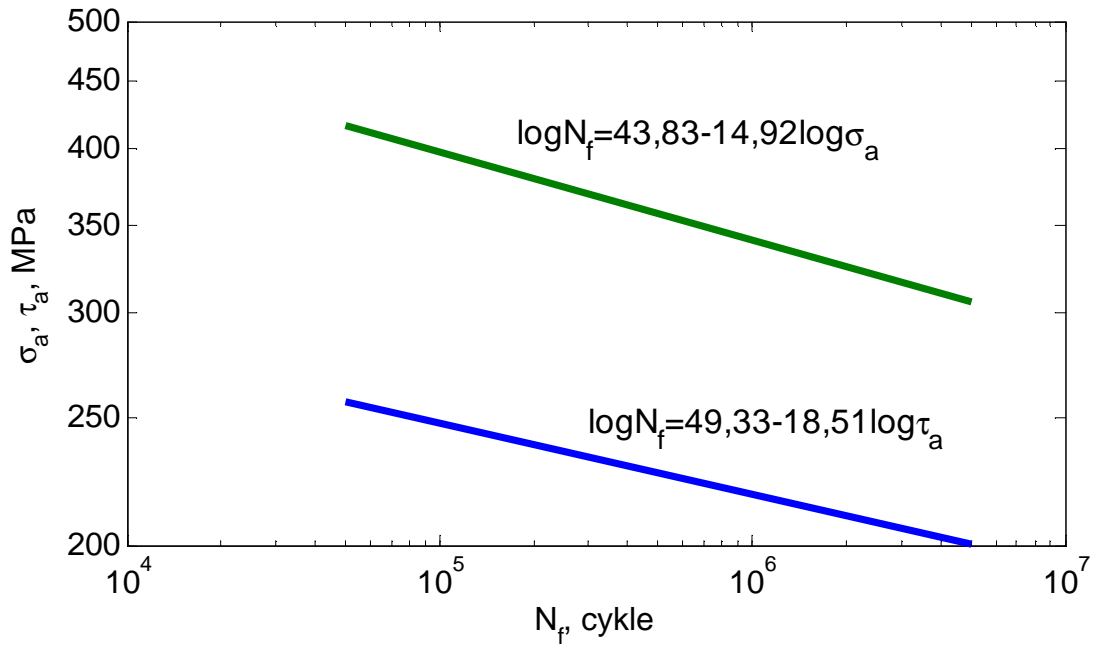
<sup>1</sup>normalizowana <sup>2</sup>sferoidalna <sup>3</sup>staliwo

Tabela 6. Współczynniki równania regresji stali węglowych

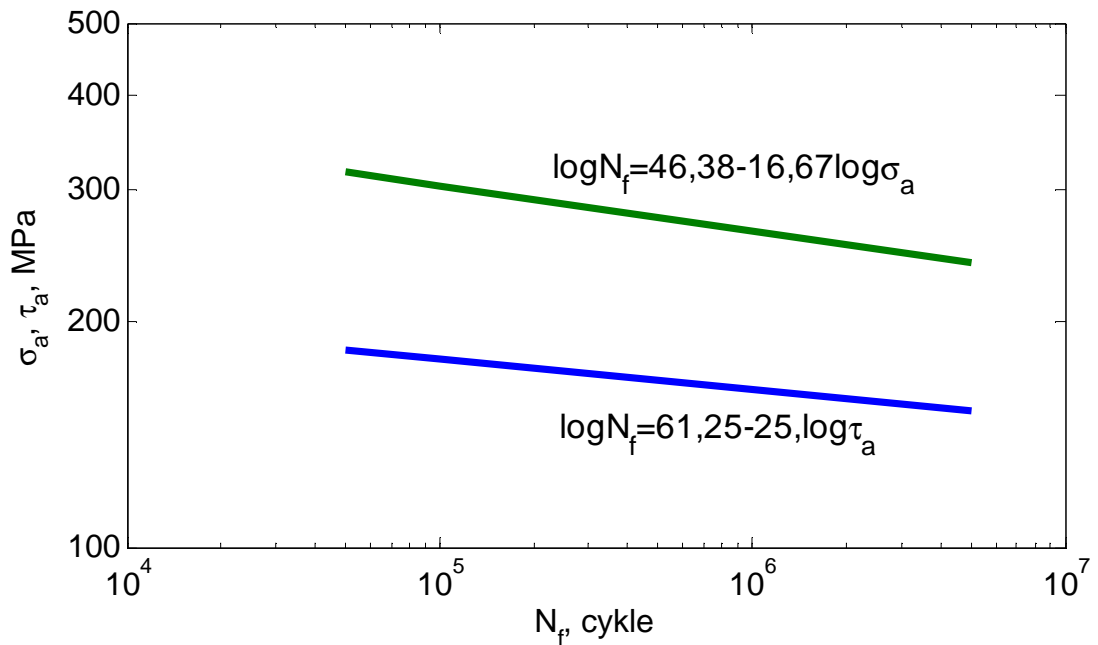
Materiał	Zginanie		Skręcanie	
	A <sub>σ</sub>	m <sub>σ</sub>	A <sub>τ</sub>	m <sub>τ</sub>
982 FA [86]	43,821	-14,925	49,333	-18,518
5695 [86]	46,383	-16,667	61,25	-25
0,1%C <sup>1</sup> [22]	36,395	-12,346	35,918	-13,513
0,1%C <sup>2</sup> [22]	48,276	-17,24	40,571	-15,873
0,4%C <sup>3</sup> [22]	35,883	-11,778	65,702	-25,641
0,4%C [22]	96,926	-37,037	47,868	-18,868
0,9%C [22]	23,410	-6,944	21,071	-6,493
S20C [17]	20,846	-6,173	18,364	-6,061
SC450 [17]	49,741	-18,518	36,301	-13,699
S45C [17]	25,294	-7,936	25,807	-9,174
S45C-H [17]	34,555	-11,111	38,473	-13,513
S45C-DA [17]	40,225	-14,084	30,505	-10,989
Ck45 [83]	29,147	-9,2	55,995	-20,702
C40 [83]	48,262	-17,332	40,757	-15,170

<sup>1</sup>próbka pełna, <sup>2</sup>próbka drążona, <sup>3</sup>normalizowana

Na rysunkach 4 i 5 przedstawiono wykresy zmęczeniowe dla zginania wahadłowego i skręcania obustronnego dla wybranych stali węglowych.

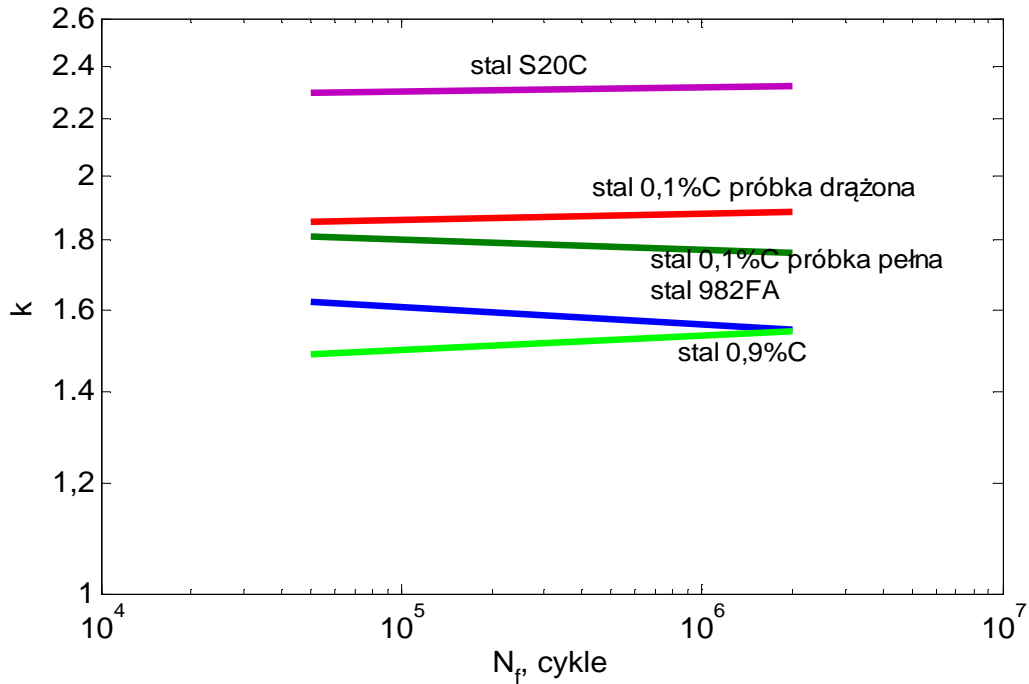


Rys. 4. Wykres zmęczeniowy dla zginania wahadłowego i skręcania obustronnego dla stali węglowej 982 FA



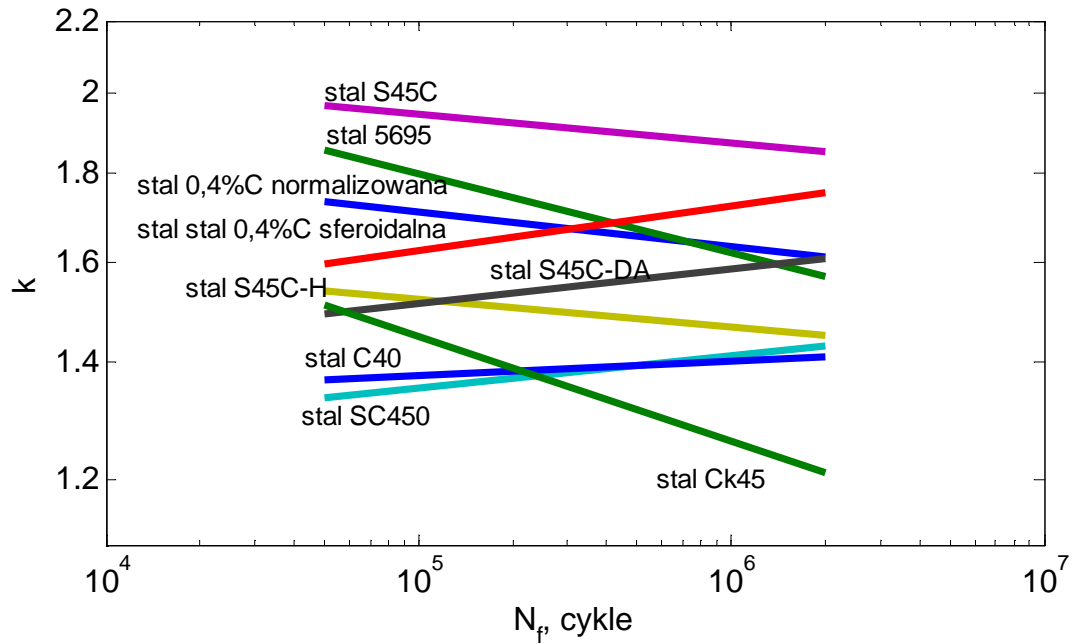
Rys. 5. Wykres zmęczeniowy dla zginania wahadłowego i skręcania obustronnego dla stali węglowej 5695

Na rysunkach 6 i 7 zaprezentowano wykresy zależności wartości parametru  $k$  od liczby cykli  $N_f$  (wzór (39)) dla stali węglowych. Aby wykresy były czytelne stale podzielono na dwie grupy: grupa I to stale, które charakteryzują się stałością parametru  $k$  (rys. 6), grupa II to materiały o nierównoległych wzajemnych charakterystykach zmęczeniowych (rys. 7).



Rys. 6. Wykres zależności wartości parametru  $k$  od liczby cykli  $N_f$  dla wybranych stali węglowych

Wartość zależności  $k(N_f)$  wyznaczono dla takiego samego zakresu liczby cykli  $N_f$  jak dla metali nieżelaznych. Analizując powyższe wykresy (rys. 6 i 7) zauważono, że stal S20C cechuje się najbardziej stałą wartością stosunku  $k(N_f)$  w zadanym zakresie liczby cykli  $N_f$ . Stosunek  $k(N_f)$  dla próbek pełnych ze stali o zawartości węgla 0,1% jest zbliżony do stosunku  $k(N_f)$  dla próbek drążonych z tej stali, co pozwala wysunąć stwierdzenie, iż rodzaj próbki do badań nie wpływa znacznie na charakterystykę zmęczeniową badanej stali.



Rys. 7. Wykres zależności wartości parametru  $k$  od liczby cykli  $N_f$  dla wybranych stali węglowych

Można również zauważyć, że stale zawierające zbliżone stężenie węgla mają różne wartości stosunku  $k(N_f)$ . Z analizy wykresów przedstawionych na rys. 6 i 7 można wywnioskować, że iż największy wpływ na wytrzymałość zmęczeniową ma zastosowana obróbka cieplna, czego przykładem jest stal S45C.

### 3.3. Stale stopowe

Stale stopowe to stale, które zawierają stężenie chociażby jednego pierwiastka - wykluczając żelazo i węgiel - większe niż graniczne stężenie określone dla stali węglowych. W zależności od zawartości składników stopowych stale stopowe dzielą się na:

- stale niskostopowe, jeżeli suma składników stopowych nie przekracza 1,5%,
- stale średniostopowe, jeżeli suma składników stopowych mieści się w granicach od 1,5 do 5,0%,
- stale wysokostopowe, w których suma składników stopowych przekracza 5,0% [18].

### 3.3.1. Stale niskostopowe

Do analizy wykorzystano wyniki badań stali S255 JO (dawniej 18G2A) [91] i S355JOWP (dawniej 10HNAP) [91]. Wartości średnie składu chemicznego zestawiono w tabeli 7. Właściwości statyczne analizowanych materiałów przedstawiono w tabeli 8.

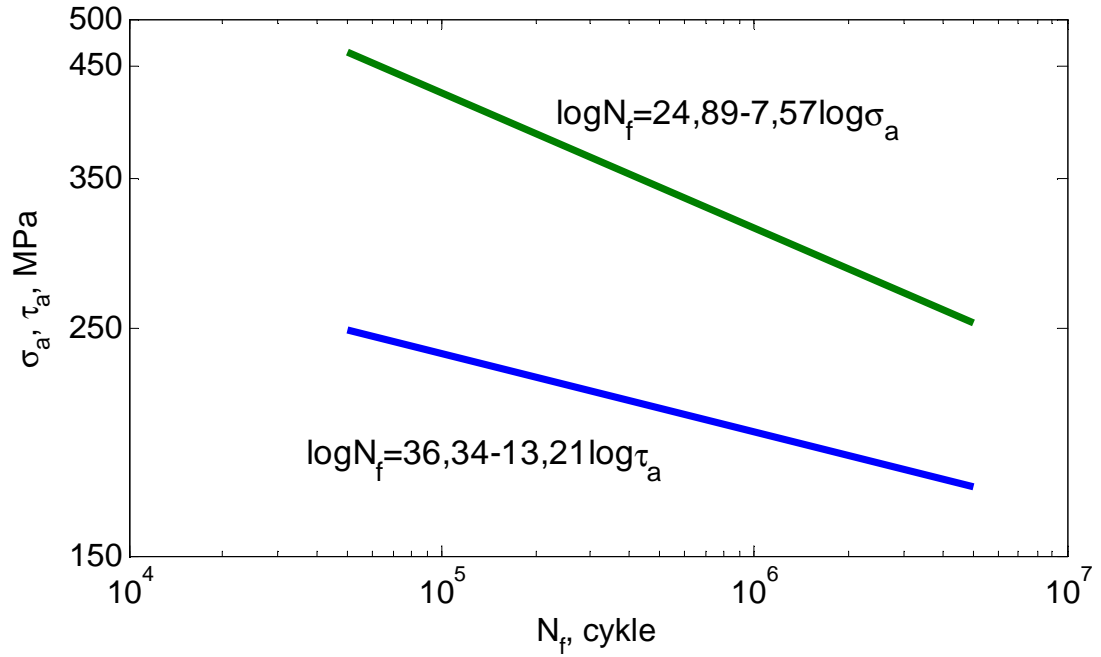
Tabela 7. Skład chemiczny badanych materiałów w % (reszta Fe)

Materiał	C	Mn	Si	P	S	Cr	Ni	Cu
S355JOWP [91]	0,11	0,52	0,26	0,098	0,016	0,65	0,35	0,26
S255 JO [91]	0,11	0,52	0,26	0,098	0,016	0,65	0,35	0,26

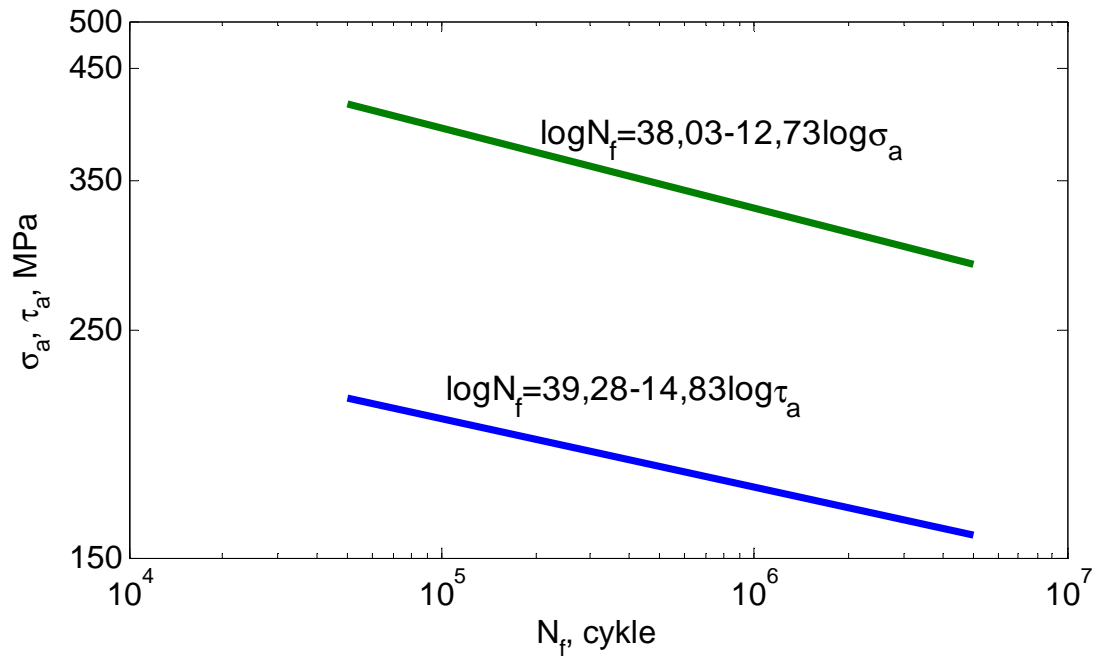
Tabela 8. Właściwości statyczne badanych materiałów

Materiał	$R_e$ MPa	$R_m$ MPa	E GPa	$\nu$	Z %	$A_{10}$ %
S355JOWP [91]	398	565	215	0,29	52	31
S255JO [91]	357	535	210	0,30	50	21

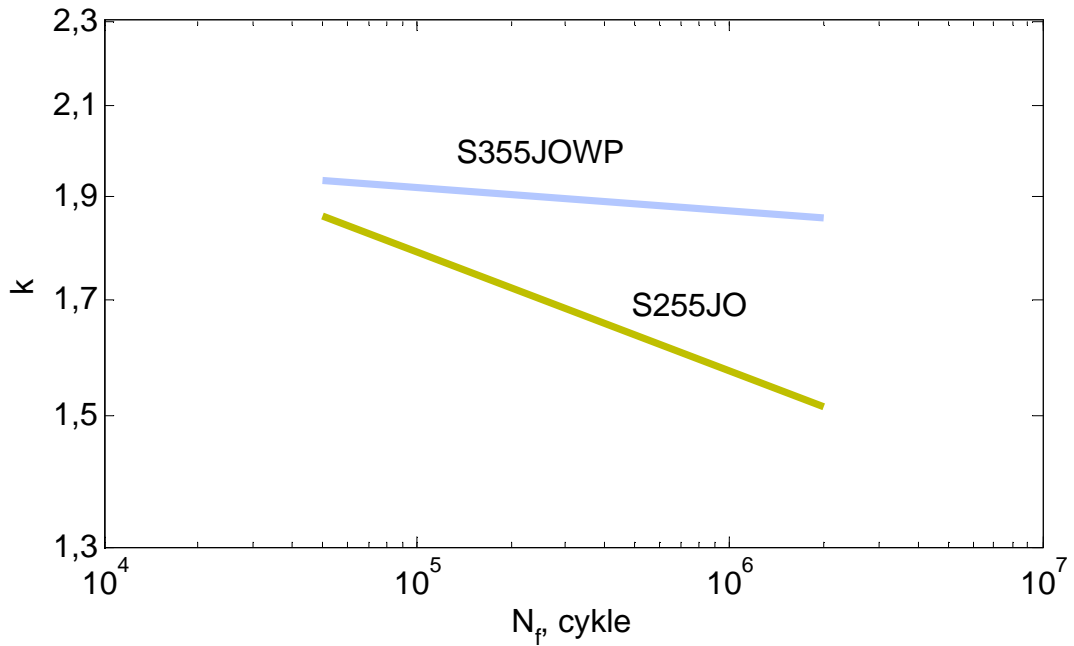
Na rysunkach 8 i 9 przedstawiono wykresy zmęczeniowe opracowane na podstawie wyników badań w warunkach zginania wahadłowego i skręcania obustronnego dla stali S255 JO i S355JOWP. Na rys. 10 przedstawiono zależność wartości stosunku  $k$  od liczby cykli  $N_f$  (zależność (39)) dla analizowanych stali niskostopowych S255 JO i S355JOWP.



Rys. 8. Wykres zmęczeniowy dla zginania wahadłowego i skręcania obustronnego dla stali niskostopowej S255 JO



Rys. 9. Wykres zmęczeniowy dla zginania wahadłowego i skręcania obustronnego dla stali niskostopowej S355JOWP



Rys. 10. Wykres zależności wartości parametru  $k$  od liczby cykli  $N_f$  dla stali niskostopowych

Z analizy wykresów zmęczeniowych zaprezentowanych na rys. 8 ÷ 10 można zauważyć, że zarówno stal S255 JO jak i S355JOWP mają różne współczynniki nachylenia prostych zmęczeniowych dla zginania jak i skręcania, co odzwierciedla się widocznym na rys. 8 i 9 nierównoległym położeniem tych prostych względem siebie w zadanym zakresie liczby cykli. Poddając analizie wykres przedstawiający zależność wartości stosunku  $k$  od liczby cykli  $N_f$  dla zadanego zakresu liczby cykli (rys. 10), można wysunąć wniosek, iż dla stali S255 JO wyznaczając charakterystykę zmęczeniową za pomocą kryteriów zmęczeniowych uwzględniających wartość stosunku  $k(N_f)$ , nie możemy przyjąć stałości tego stosunku w zakresie zadanej liczby cykli ( $5 \cdot 10^5 \div 2 \cdot 10^6$ ).

### 3.3.2. Stale średniostopowe

Do analizy wykorzystano wyniki badań zmęczeniowych następujących stali średniostopowych: stali niklowej 3%Ni, stali niklowej 3-3,5%Ni, stali chromowej CrV oraz stali 42CrMo4V [22]. Stal niklowa 3%Ni (niskowęglowa) poddana obróbce cieplnej: hartowanie w oleju z temperatury 850 °C; odpuszczanie w temperaturze 700 °C; chłodzona powietrzem. Stal niklowa 3-3,5%Ni poddana obróbce cieplnej:



hartowanie w oleju z temperatury 850 °C; odpuszczanie w temperaturze 610 °C; chłodzona powietrzem. Stal chromowa CrV poddana obróbce cieplej: hartowanie z temperatury 850 °C; odpuszczana w temperaturze 700 °C; chłodzona powietrzem. Stal 42CrMo4V jest to stal do ulepszenia cieplnego: temperatura hartowania 830-860 °C; temperatura odpuszczania 540-680 °C należy do grupy stali szybko tnących i na łożyska toczne. Wartości średnie składu chemicznego zestawiono w tabeli 9. Współczynniki równania regresji dla poszczególnych wariantów obciążenia zostały zawarte w tabeli 10.

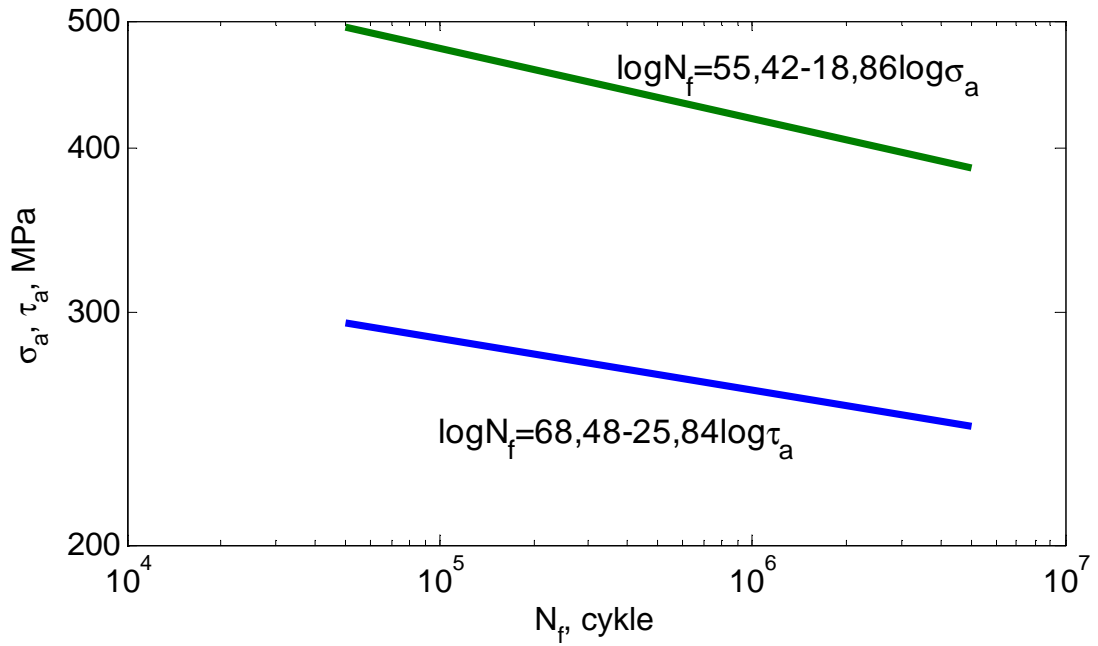
Tabela 9. Skład chemiczny badanych materiałów w % (reszta Fe)

Materiał	C	Si	Mn	S	P	Ni	Cr	V	Mo
3%Ni [22]	0,11	0,22	0,42	0,011	0,011	3,18	<0,001	-	-
3-3,5%Ni [22]	0,34	0,17	0,57	0,007	0,011	3,25	0,06	-	-
CrV [22]	0,41	0,23	0,71	0,006	0,017	-	1,27	0,28	-
42CrMo4V [22]	0,38- 0,45	<0,4	0,5- 0,8	<0,03	<0,03	-	0,9-1,2	-	0,15- 0,30

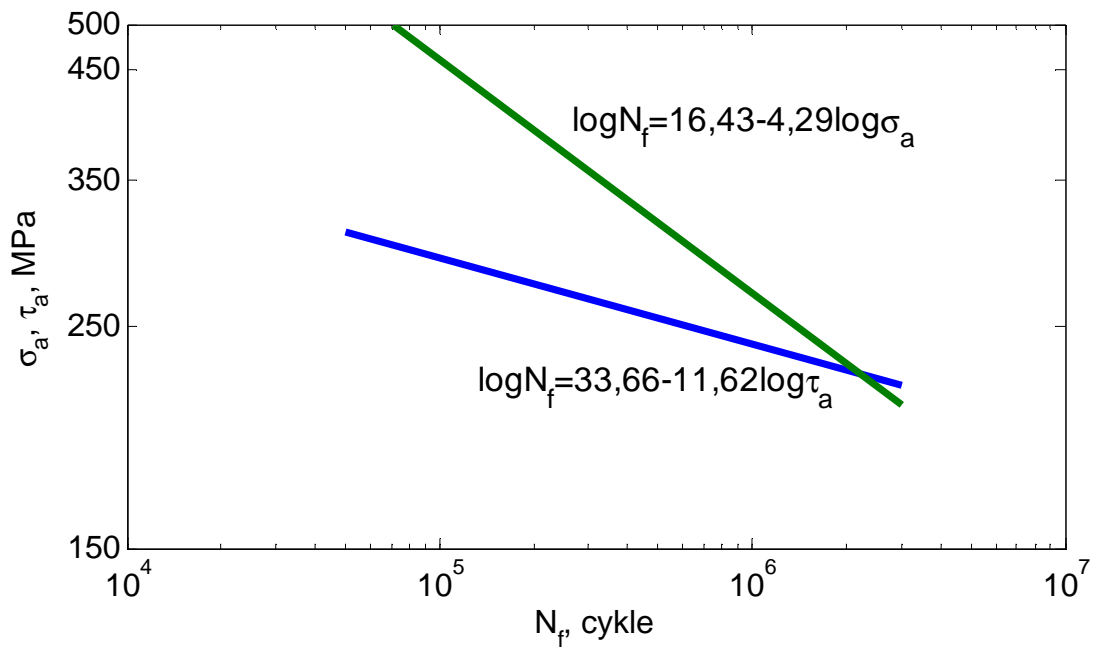
Tabela 10. Współczynniki równania regresji stali średniostopowych

Materiał	Zginanie		Skręcanie	
	$A_{\sigma}$	$m_{\sigma}$	$A_{\tau}$	$m_{\tau}$
3%Ni [22]	37,825	-12,5	62,878	-24,390
3-3,5%Ni [22]	39,354	-12,658	44,219	-15,625
CrV [22]	55,418	-18,868	68,478	-25,840
42CrMo4V [22]	16,439	-4,286	33,663	-11,628

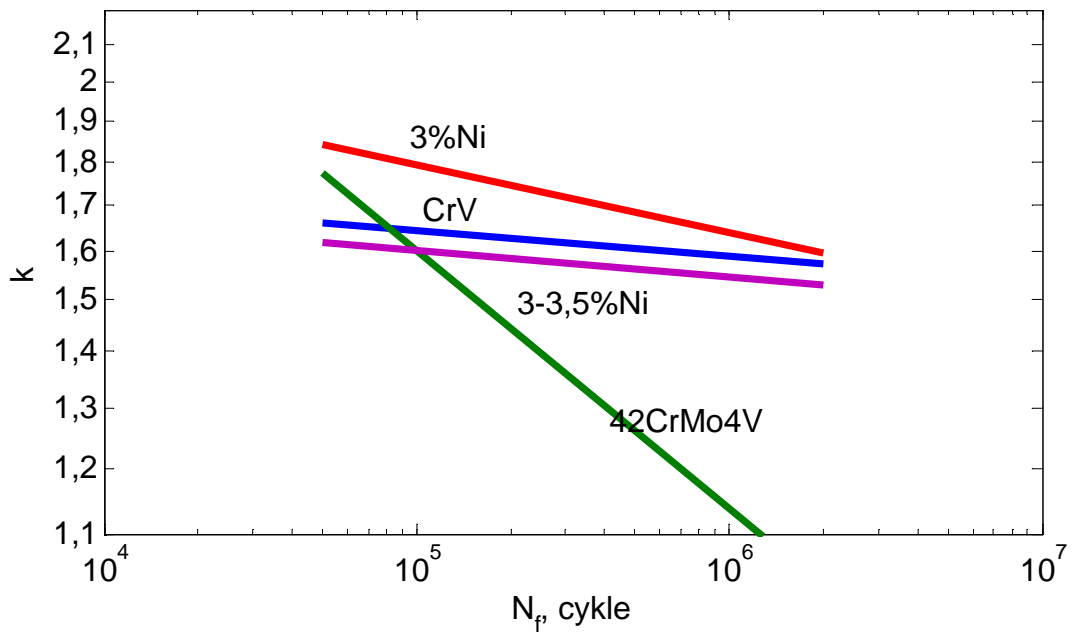
Na rysunkach 11 i 12 przedstawiono wykresy zmęczeniowe opracowane na podstawie wyników badań w warunkach zginania wahadłowego i skręcania obustronnego dla stali CrV i 42CrMo4V. Na rysunku 13 pokazano wykres zależności zmiany wartości parametru  $k$  od liczby cykli  $N_f$  dla stali niklowych: 3%Ni, 3-3,5%Ni, oraz stali chromowych: CrV, 42CrMo4V.



Rys. 11. Wykres zmęczeniowy dla zginania wahadłowego i skręcania obustronnego dla stali średniostopowej CrV



Rys. 12. Wykres zmęczeniowy dla zginania wahadłowego i skręcania obustronnego dla stali średniostopowej 42CrMo4V



Rys. 13. Wykres zależności wartości parametru  $k$  od liczby cykli  $N_f$  dla stali średniostopowych

Analizując wykresy przedstawione na rys. 11 i 12 można stwierdzić, że proste zmęczeniowe dla zginania i dla skręcania dla stali 42CrMo4V nie są do siebie równoległe, natomiast dla stali CrV są równoległe. Odzwierciedla to prosta charakteryzująca stałość zależności  $k(N_f)$  z zadaniem zakresem liczby cykli  $N_f$  przedstawiona na rysunku 13. Na rysunku tym można zauważyć zmianę wartości stosunku  $k(N_f)$  dla innych stali średniostopowych. Analizując wykres (rys. 13) zauważono, że wyznaczając trwałość zmęczeniową za pomocą naprężeniowych kryteriów zmęczeniowych uwzględniających wartość stosunku  $k(N_f)$  w zakresie liczby cykli  $N_f$  w danym przypadku ( $5 \cdot 10^5 \div 2 \cdot 10^6$  cykli) nie możemy zastosować stałości wartości stosunku  $k(N_f)$  dla stali: 3%Ni i 42CrMo4V, natomiast można zastosować stałą wartość parametru  $k(N_f)$  w zadanim zakresie liczby cykli  $N_f$  dla stali chromowej oznaczonej jako CrV i niklowej 3-3,5%Ni.

### 3.3.3. Stale wysokostopowe

Do obliczeń skorzystano z wyników badań zmęczeniowych stali: NiCr [22], 30CrNiMo8 [92], 3,5%NiCr I [22], 3,5%NiCr II [22] oraz 35NCD16 [78]. Stal NiCr poddano obróbce cieplnej: hartowanie powietrzem z temperatury 820<sup>0</sup>C, odpuszczenie (200<sup>0</sup>C) i chłodzenie powietrzem. Stal 30CrNiMo8 poddano obróbce cieplnej: hartowanie z olejem (860<sup>0</sup>C), odpuszczanie i chłodzenie powietrzem. Ze stali 3,5%NiCr wykonano dwa rodzaje próbek, pierwsze zostały poddane obróbce cieplnej: hartowanie w oleju z 830<sup>0</sup>C, odpuszczanie w 620<sup>0</sup>C i chłodzenie wodą. Badania zmęczeniowe dla próbek pierwszego rodzaju przeprowadzono na próbkach pełnych oraz drążonych. Kolejny rodzaj próbek (II) wykonany ze stali 3,5%NiCr poddano innej obróbce cieplnej: hartowanie w oleju z 830<sup>0</sup>C, odpuszczanie przez jedną godzinę w 620<sup>0</sup>C i powolne chłodzenie do 100<sup>0</sup>C w ciągu czterdziestu dwu godzin. Wartości średnie składu chemicznego zestawiono w tabeli 11. Współczynniki równania regresji dla poszczególnych wariantów obciążenia zostały zawarte w tabeli 12.

Tabela 11. Skład chemiczny badanych materiałów w % (reszta Fe)

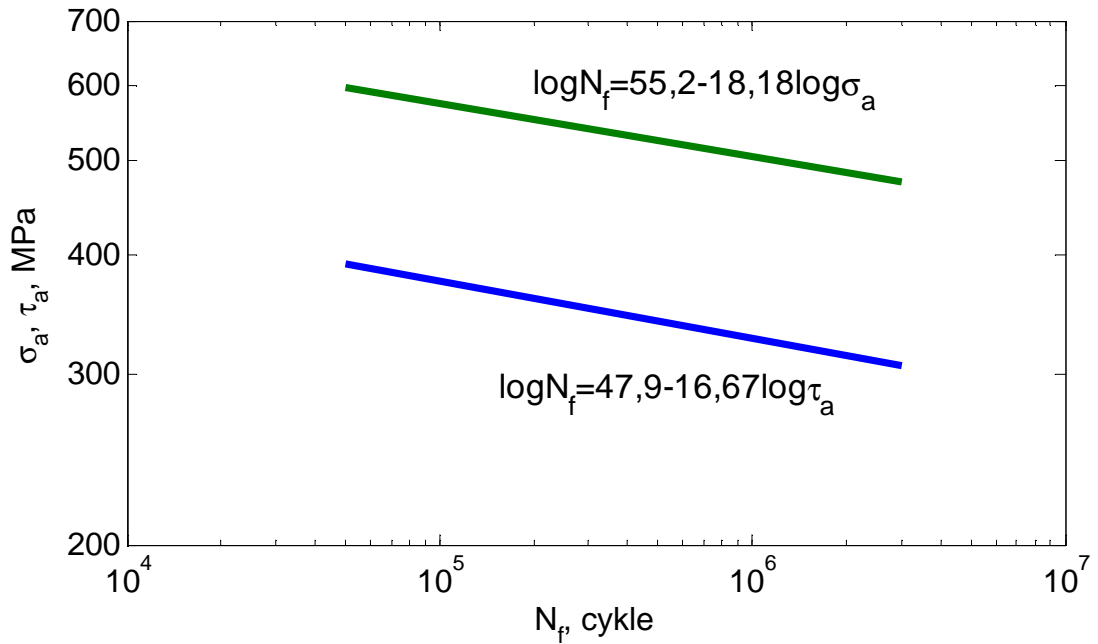
Materiał	C	Si	Mn	S	P	Ni	Cr	Mo
NiCr [22]	0,28	0,23	0,48	0,004	0,018	4,42	1,36	-
30CrNiMo8 [92]	0,31	0,30	0,51	0,009	0,015	2,01	1,88	0,36
3,5%NiCr I [22]	0,31	0,21	0,58	0,002	0,017	3,65	0,85	-
3,5%NiCr II [22]	0,30	0,21	0,59	0,010	0,019	3,60	0,86	-
35NCD16 [78]	0,36	0,37	0,39	0,01	<0,003	3,81	1,7	0,28

Tabela 12. Współczynniki równania regresji stali wysokostopowych

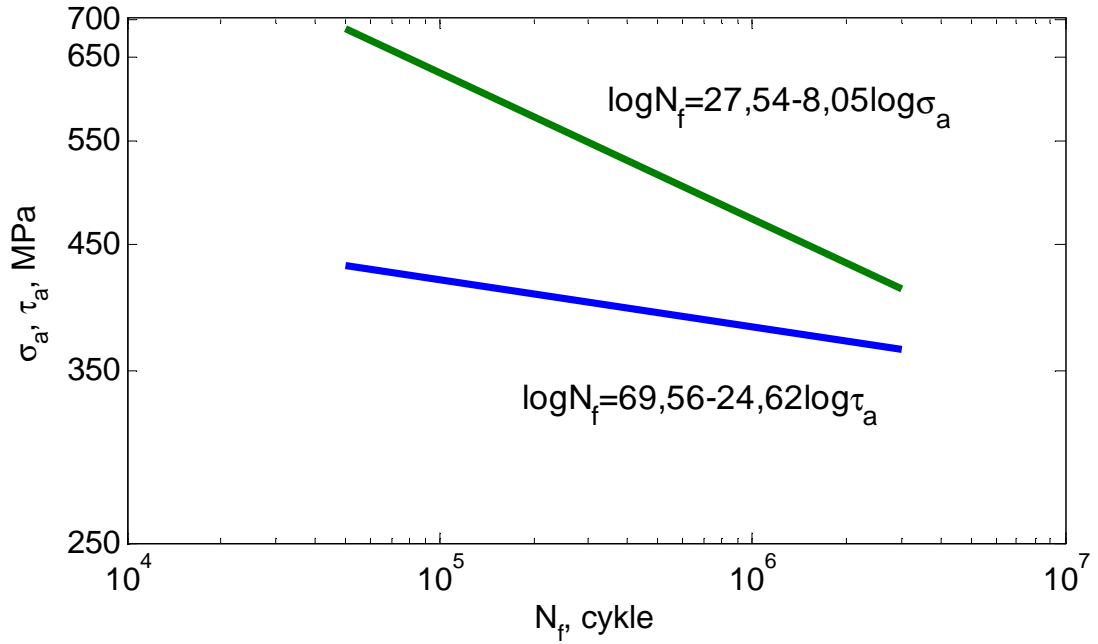
Materiał	Zginanie		Skręcanie	
	$A_{\sigma}$	$m_{\sigma}$	$A_{\tau}$	$m_{\tau}$
NiCr [22]	76,923	-229,544	27,027	-80,538
30CrNiMo8 [92]	27,536	-8,049	69,578	-24,622
3,5%NiCr I [22]	156,6	-55,555	41,422	-14,08
3,5%NiCr I (drążona) [22]	30,731	-9,259	213	-83,333
3,5%NiCr II [22]	55,2	-18,182	47,9	16,667
35NCD16 [78]	31,953*	-10,03*	44,51	-15,08

\*rozciąganie – ściskanie

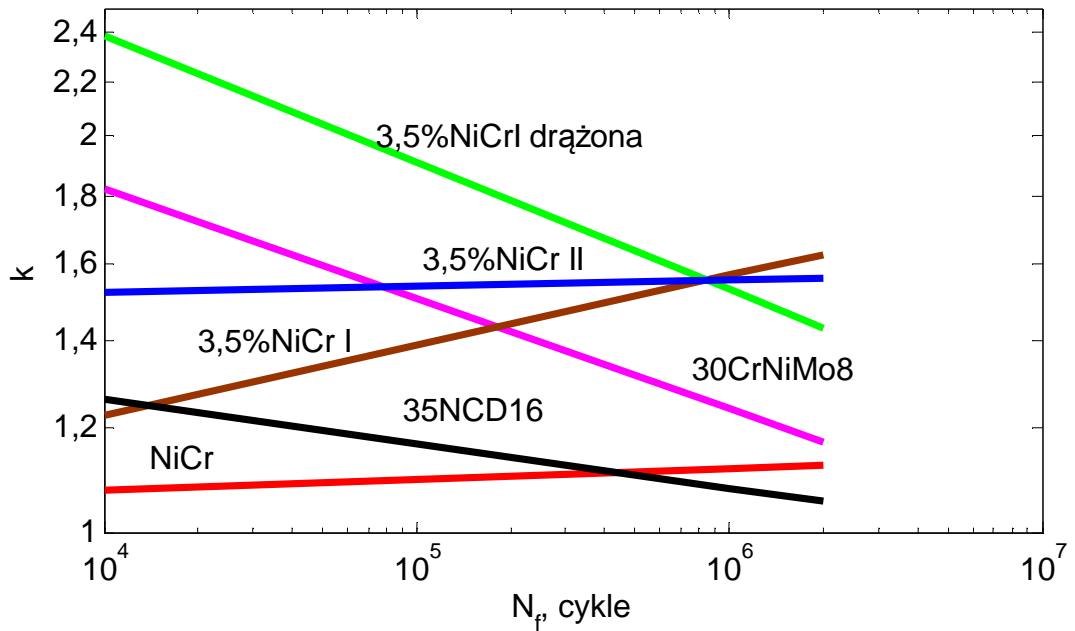
Na rysunkach 14 i 15 przedstawiono wykresy zmęczeniowe opracowane na podstawie wyników badań w warunkach zginania wahadłowego i skręcania obustronnego dla stali 3,5%NiCr (dla próbek II) i 30CrNiMo8. Na rys. 16 pokazano wykres zależności zmiany wartości parametru  $k$  od liczby cykli  $N_f$  dla stali wysokostopowych.



Rys. 14. Wykres zmęczeniowy dla zginania wahadłowego i skręcania obustronnego stali wysokostopowej 3,5%NiCr po obróbka cieplnej II



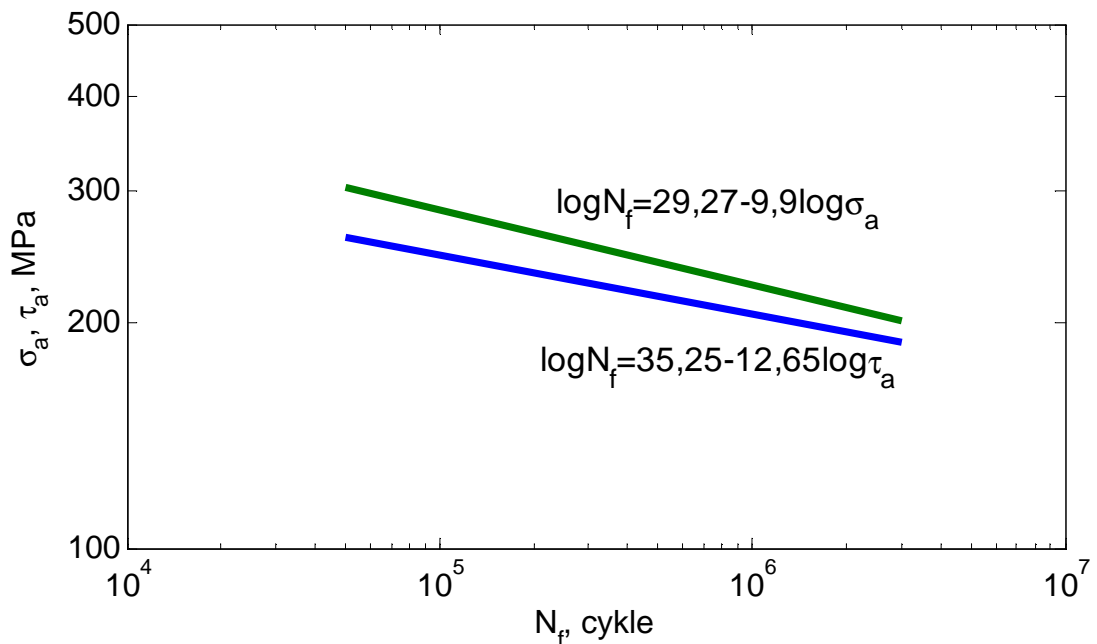
Rys. 15. Wykres zmęczeniowy dla zginania wahadłowego i skręcania obustronnego stali wysokostopowej 30CrNiMo8



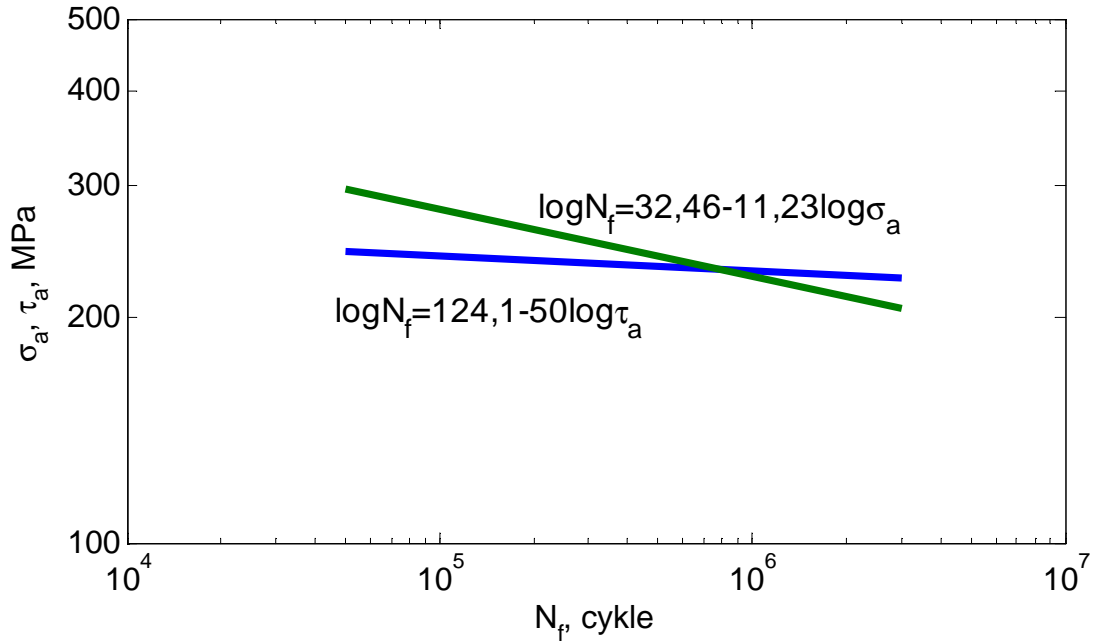
Rys. 16. Wykres zależności wartości parametru  $k$  od liczby cykli  $N_f$  dla stali wysokostopowych

### 3.4. Żeliwa

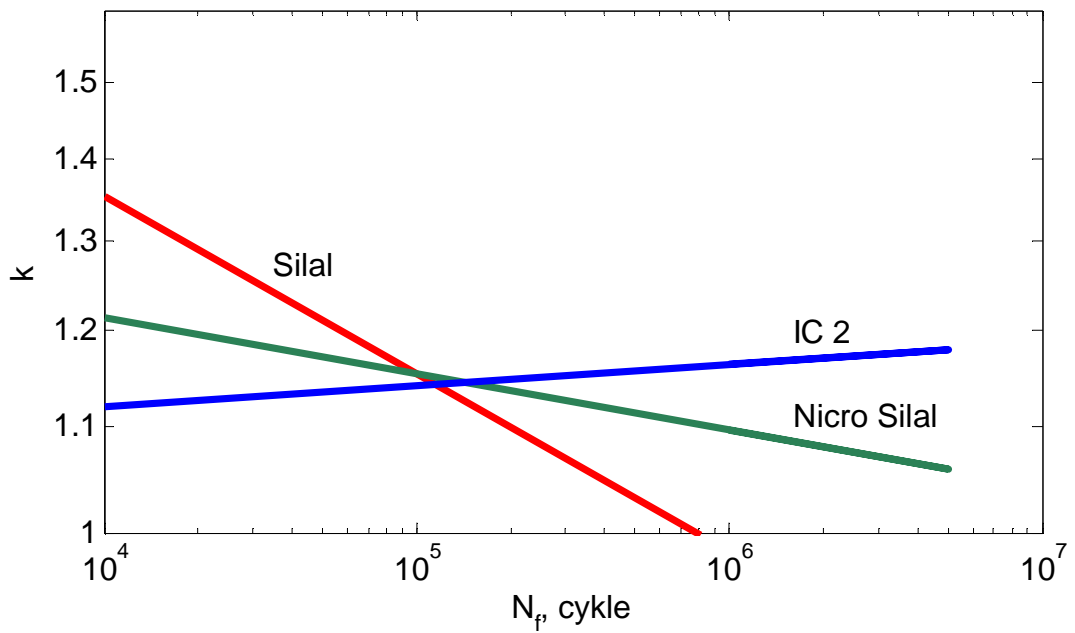
Żeliwo to stop odlewniczy żelaza z węglem i innymi składnikami zawierającymi od 2 do 3,6% węgla w postaci cementytu lub grafitu. Do analizy dotyczącej badań zmęczeniowych na zginanie i na skręcanie użyto żeliwa „Silal”, „Nicro Silal” oraz IC2. Żeliwo „Silal” to przykład materiału kruchego, natomiast „Nicro Silal” to przykład żeliwa porównywalnie plastycznego. Do analizy dotyczącej badań zmęczeniowych na rozciąganie ściskanie i skręcanie wykorzystano żeliwa GGG40, GGG60 oraz GTS45 [80]. Charakterystyki zmęczeniowe dla zginania i skręcania dla żeliwa „Nicro Silal” i „Silal” zaprezentowano odpowiednio na rys. 17 i 18. Na rys. 19 przedstawiono wykresy zależności wartości zależności  $k$  od liczby cykli  $N_f$  dla pierwszej grupy wybranych żeliw. Analizując drugą grupę żeliw (rys.20) zauważono stałość parametru  $k(N_f)$ , co oznacza, że można przyjąć przelicznik  $k(N_f)$  dla wybranej grupy żeliw. Wartości stosunku  $k(N_f)$  oscylują w granicach 1. Wynika to z własności żeliw, które są materiałami kruchymi i nieciągliwymi.



Rys. 17. Wykres zmęczeniowy dla zginania wahadłowego i skręcania obustronnego żeliwa „Nicro Silal”

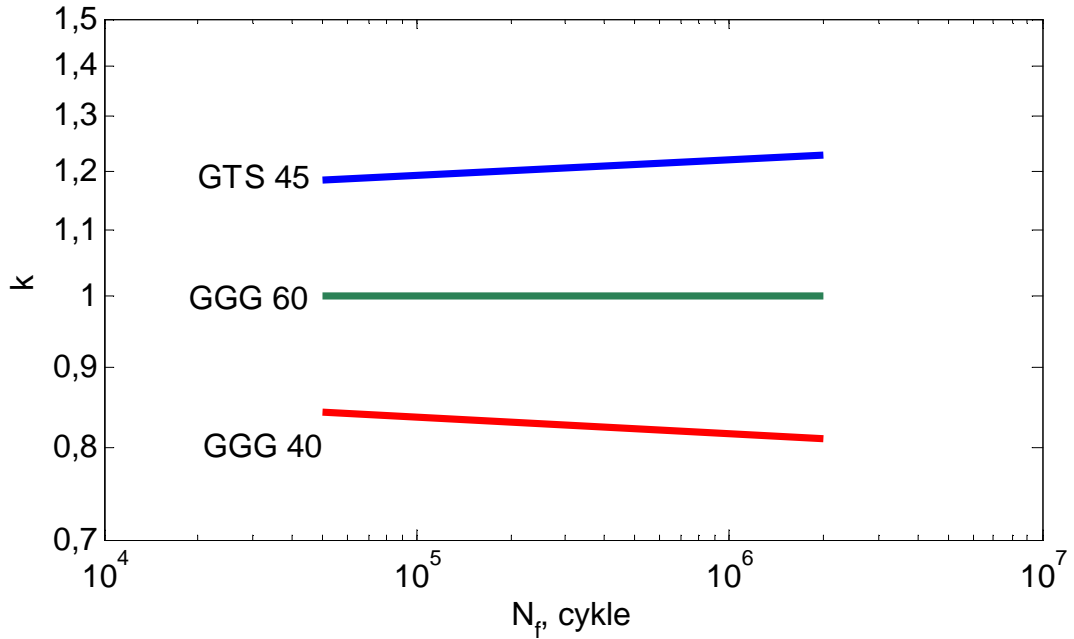


Rys. 18. Wykres zmęczeniowy dla zginania wahadłowego i skręcania obustronnego żeliwa Silal”



Rys. 19. Wykres zależności wartości parametru  $k$  od liczby cykli  $N_f$  dla wybranych żeliw





Rys. 20. Wykres zależności wartości parametru  $k$  od liczby cykli  $N_f$  dla wybranych żeliw

### Podsumowanie

W rozdziale przedstawiono charakterystyki zmęczeniowe dla wahadłowego zginania lub rozciągania – ściskania i obustronnego skręcania wybranej grupy materiałów konstrukcyjnych. Zauważono, że niektóre materiały charakteryzują się nierównoległością wzajemnych charakterystyk zmęczeniowych, w związku z czym nie można zastosować stałej wartości stosunku granic zmęczenia (6) przy szacowaniu trwałości zmęczeniowej tych materiałów [39], [40], [41]. Praca Ogonowskiego [88] dotyczyła uwzględniania nierównoległości wzajemnych charakterystyk zmęczeniowych przy szacowaniu trwałości zmęczeniowej. Autor [88] przeprowadził obliczenia tylko dla proporcjonalnych i nieproporcjonalnych obciążeń cyklicznych. Celem niniejszej pracy jest opracowanie modelu szacowania trwałości, który będzie uwzględniał również obciążenia blokowe i eksploatacyjne.

Bardzo często do obliczania trwałości zmęczeniowej materiałów konstrukcyjnych oraz elementów konstrukcji maszyn stosuje się pierwsze kryteria wieloosiowego zmęczenia zaproponowane przez Treskę (4), Hubera-Misesa-Hencky'ego (5) oraz Galileusza (3). Zgodnie z przedstawionymi kryteriami autorzy przyjęli za wartość stosunku granic zmęczenia (6) stałą wartość równą odpowiednio 2,

$\sqrt{3}$  oraz 1. W pracy wyznaczono zależność zmęzeniową  $k(N_f)$  dla wybranych materiałów. Na podstawie przeprowadzonej analizy wykresów można stwierdzić, że:

1. Nieprawidłowe jest stosowanie zależności  $k(N_f)$  dla wszystkich trzech metali nieżelaznych. Dla analizowanego mosiądzu wartość stosunku  $k(N_f)$  nie jest stała w zadanym zakresie liczby cykli. Pozostałe metale nieżelazne charakteryzują się stałością tego stosunku, lecz jego wartość znajduje się poniżej wartości zaproponowanych przez Treskę i HMM, odpowiednio  $k = 2$  i  $k = \sqrt{3}$ .
2. W przypadku stali węglowych analiza wykresów zależności pokazuje, że stale węglowe nie cechują się stałą wartością parametru  $k$  zależnego od liczby cykli do zniszczenia  $N_f$ , lecz zmieniają się w zależności od składu chemicznego, a w dużej mierze od rodzaju zastosowanej obróbki cieplnej. Odnosząc się do kryteriów Treski i HMM to stale węglowe charakteryzujące się stałą wartością tego stosunku w zadanym zakresie liczby cykli nie osiągają ani wartości zaproponowanej przez Treskę  $k = 2$  ani HMM równego  $\sqrt{3}$ .
3. Dla rozpatrywanych grup stali stopowych wartość parametru  $k(N_f)$  nie jest taka sama dla wszystkich stali z każdej grupy. Przyczyna tego tkwi w rodzaju zastosowanej obróbki cieplnej oraz zawartości dodatków stopowych.
4. W przypadku żeliw, wartość zależności  $k$  w zadanym zakresie liczby cykli  $N_f$  jest bliska 1, co jest wartością dalece różniącą się od wartości zaproponowanych przez Treskę i HMM i jest charakterystyczny dla hipotezy Galileusza.

### 3.5. Analiza nierównoległości

Graficzna prezentacja charakterystyk zmęczeniowych dla zginania lub rozciągania ściskania i skręcania wybranych materiałów konstrukcyjnych pozwoliła na wizualne potwierdzenie ich wzajemnej nierównoległości. Oprócz sposobu graficznego w niniejszej pracy zaproponowano trzy współczynniki potwierdzające lub wykluczające nierównoległości charakterystyk zmęczeniowych w przypadku zginania i skręcania. Pierwszy z nich to różnica względna  $R_1$ , za pomocą której określono stałość parametru  $k$  (6), wyrażona wzorem:

$$R_1 = \left| \frac{[k(N_{f1}) - k(N_{f2})]}{k(N_{f1})} \right| \cdot 100\% \quad (40)$$

Wyrażenie (40) bazuje na zmęczeniu wysokocyklowym, które jest podstawowym badaniem mającym na celu określenie wytrzymałości zmęczeniowej dla zakresu dużej liczby cykli. Przyjęty w niniejszej pracy przedział liczby cykli do zniszczenia  $N_{f1} = 5 \cdot 10^4$  i  $N_{f2} = 2 \cdot 10^6$  to określone, umowne granice charakteryzujące zmęczenie wysokocyklowe, które jest najczęściej analizowanym rodzajem zmęczenia materiału. Wyrażenie (40) przyjmuje postać:

$$R_1 = \left| \frac{[k(5 \cdot 10^4) - k(2 \cdot 10^6)]}{k(5 \cdot 10^4)} \right| \cdot 100\% \quad (41)$$

Analiza rozpatrywanych materiałów konstrukcyjnych opiera się na założeniu, iż wartość różnicy względnej  $R_1$  dla danego materiału mniejsza niż 10% kwalifikuje dany materiał do materiałów charakteryzujących się stałym współczynnikiem  $k$  w zadanym zakresie liczby  $N_f$  [39]. Obliczenia z wykorzystaniem wyrażenia (41) pozwalają na zdefiniowanie nowych spostrzeżeń, potwierdzenia lub wykluczenia nierównoległości charakterystyk, dla każdej z analizowanych grup materiałów. W tabeli 13 zestawiono wartości różnicy względnej  $R_1$  dla wybranych materiałów.

Tabela 13. Zestawienie wartości różnicy względnej  $R_1$  dla wybranych materiałów

Materiał	Różnica względna, $R_1$ , %
<b>Metale nieżelazne</b>	
AlCu4Mg1	1,218
CuZn40Pb2	33,808
D-30	6,041
<b>Stale węglowe</b>	
982FA	4,677
0,4% C normalizowana	15,615
5695	7,093
0,1% C	2,652
0,1% C drążona	1,891
0,4% C sferoidalna	10,044
0,9% C perlityczna	3,761
S20C	1,088
S45C	6,047
S45C-DN	7,636
S45C-H	5,711
<b>Stale niskostopowe</b>	
18G2A	18,760
10HNAP	4,033
<b>Stale średniostopowe</b>	
CrV	5,124
42CrMo4V	40,808
3% Ni	13,424
3-3,5% Ni	9,406
<b>Stale wysokostopowe</b>	
NiCr	9,258
30CrNiMo8	27,056
3,5% NiCr-I	21,633
3,5% NiCr-II	1,826
3,5% NiCr-I drążona	29,839
35NCD16	11,632
<b>Żeliwa</b>	
Silal	22,452
GGG40	9,473
Nicro Silal	6,816
IC-2	7,596
GGG60	0,000
GTS45	11,344

W przypadku metali nieżelaznych oba stopy aluminium charakteryzują się stałością parametru  $k(N_f)$ , jedynie mosiądz wyróżnia się nierównoległością charakterystyk o czym świadczy wysoka wartość różnicy  $R_1$ .

Z grupy analizowanych stali węglowych możemy wyróżnić te posiadające różnicę względną  $R_1$  mniejszą niż 5% (rys. 6) oraz te, które cechują się wartością różnicy względnej  $R_1$  większą niż 5% (rys. 7). Analizując wykresy (rys. 6 i 7) oraz dane z tabeli 12 zauważono, że stal S20C cechuje się najbardziej stałą wartością stosunku  $k(N_f)$  w zadanym zakresie liczby cykli  $N_f$ , czego odzwierciedleniem jest mała wartość różnicy względnej  $R_1=1,088$ . Dla stali S45C-H można zastosować stałą wartość stosunku  $k(N_f)$ , ponieważ wartość różnicy względnej  $R_1$  nieznacznie przekracza 5%. Dla stali S45C-DA mimo, iż skład chemiczny nie różni się od stali S45C-H wartość różnicy  $R_1$  jest większa i wynosi 7,6%. Stale 982FA, 0,1%C, 0,9%C oraz S20C cechuje wartość różnicy względnej  $R_1$  mniejsza niż 5%, co daje bardzo dobrą dokładność wyników wyznaczającą trwałość zmęczeniową za pomocą kryteriów zmęczenia uwzględniających wartość  $k(N_f)$ . Stale 0,4%C normalizowana i 0,4%C sferoidalna cechują się wartością różnicy  $R_1$  większą niż 10% co odzwierciedla niestałość stosunku  $k(N_f)$ . Pozostałe stale węglowe cechują się wartością różnicy względnej mniejszą niż 10%. Na podstawie wyznaczonych wartości stosunku  $k(N_f)$  oraz wykresów (rys. 8 ÷ 16) można wysunąć stwierdzenie, iż stale stopowe są grupą stali, których wartość stosunku  $k(N_f)$  w zadanym zakresie liczby cykli może przyjmować zbliżone lub różne wartości.

Na uwagę zasługują materiały, które charakteryzują się bardzo wysoką wartością różnicy względnej  $R_1$  są to m.in stal niskostopowa 18G2A – 18,8%, stal średniostopowa 42CrMo4V – 40,9%, stal wysokostopowa 30CrNiMo8 – 27,1%. Dla tych materiałów w przypadku szacowania trwałości zmęczeniowej wskazane jest uwzględnienie zmienności współczynnika  $k$ .

Analizując wykresy przedstawione na rys. 19 i 20 oraz wartości różnicy względnej  $R_1$  dla żeliw można stwierdzić, że niewłaściwe jest stosowanie stosunku  $k(N_f)$  dla wszystkich żeliw. Wartość różnicy względnej  $R_1$  przekracza 10% tylko w przypadku żeliw Silal i GTS45.

Kolejne parametry, które możemy wykorzystać do analizy nierównoległości wzajemnych charakterystyk zmęczeniowych to różnica względna  $R_2$  parametrów kierunkowych  $m_\sigma$  i  $m_\tau$ , wyrażona wzorem:

$$R_2 = \left| \frac{m_\sigma - m_\tau}{m_\sigma} \right| \cdot 100\% \quad (42)$$

oraz parametr K przedstawiony jako wartość stosunku parametrów kierunkowych dla zginania lub rozciągania – ściskania  $m_\sigma$  i skręcania  $m_\tau$  w postaci:

$$K = \frac{m_\sigma}{m_\tau} \quad (43)$$

W tabeli 14 zestawiono wartości różnicy względnej  $R_2$  oraz parametru K dla sześciu wybranych materiałów.

Tabela 14. Zestawienie wartości różnicy względnej  $R_2$  i parametru K dla wybranych materiałów

Materiał	$R_2$	K
CuZn40Pb2	193	2,9
30CrNiMO8	206	3
36NCD16*	50	1,5
D-30	9	1,1
S355J0WP	16	0,8
AlCu4Mg1	2	0,9

\*dotyczy rozciągania – ściskania

Pierwsze trzy wiersze w tabeli 14 zajmują materiały o charakterystykach nierównoległych. Wartości parametrów  $R_2$  i K obliczonych dla tych materiałów znacząco różnią się od trzech pozostałych, tych o charakterystykach równoległych. Jest to widoczne szczególnie przy współczynniku K, którego wartość dla materiałów o charakterystykach równoległych oscyluje w okolicach 1.

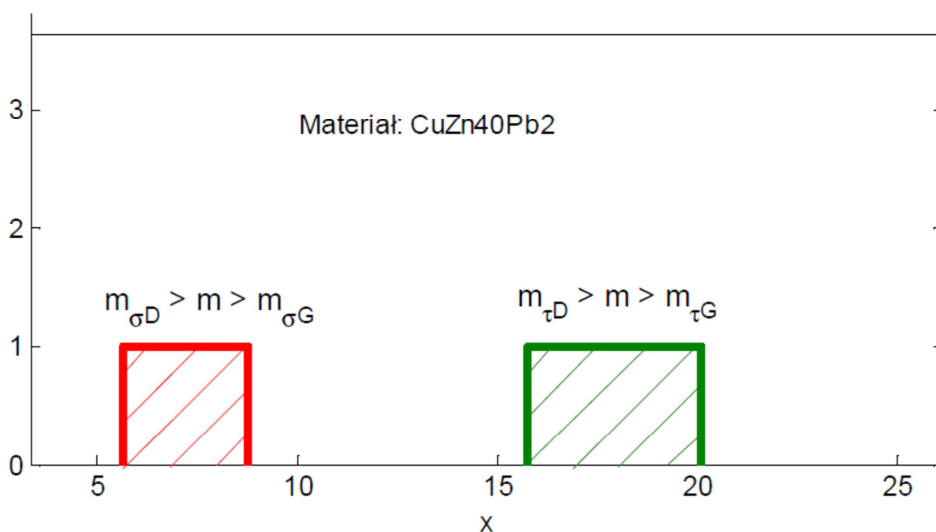
Ostatnia metoda [42] dotyczy obliczenia wartości estymatorów współczynników A i m. W przyjętej metodyce, trwałość zmęczeniowa jest wielkością zależną od przyjętego naprężenia. Obliczone przedziały ufności, zaczynające się od wartości dolnej ( $m_D$ ) i kończące się na wartości górnej ( $m_G$ ) są zakresem, w których mieści się średnia wartość współczynników równania regresji. W obliczeniach statystycznych przyjęto poziom istotności  $\alpha=0,05$ .

W celu potwierdzenia wcześniejszych założeń obliczono odchyłki estymatora współczynnika nachylenia dla zginania i skręcania, które przedstawiono w tabeli 15, dla poziomu istotności  $\alpha = 0,05$  zgodnie ze wzorem (35).

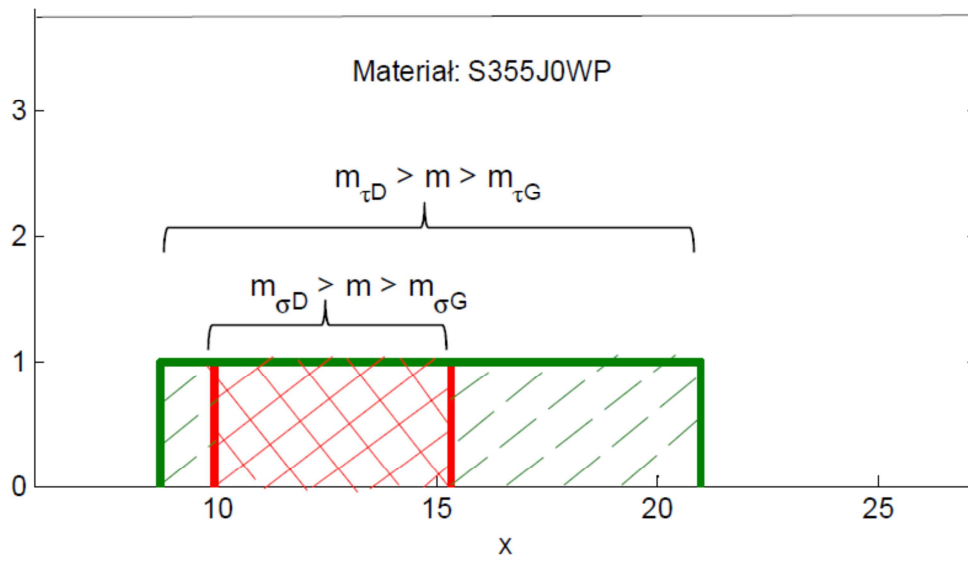
Tabela 15. Odchyłki estymatora współczynnika odchylenia

Materiał	Zginanie	Skręcanie
	$m_D > m > m_G$	$m_D > m > m_G$
CuZn40Pb2	8,75 > 5,92 > 5,63	20,10 > 17,92 > 15,74
30CrNiMO8	11,33 > 8,05 > 4,77	32,09 > 24,62 > 17,16
AlCu4Mg1	9,66 > 7,60 > 5,54	8,20 > 6,87 > 5,54
36NCD16	9,65 > 8,53 > 7,41	14,48 > 12,27 > 10,06
S355J0WP	15,30 > 12,73 > 9,93	20,97 > 14,83 > 8,70
S255 JO	8,75 > 7,17 > 5,63	15,46 > 11,67 > 7,89

Po analizie wartości odchyłek estymatora współczynnika nachylenia zauważono, że dla materiałów cechujących się brakiem równoległości charakterystyk zmęczeniowych przedziały odchyłek dla zginania nie pokrywają się z przedziałami dla skręcania i przyjmują odmienne wartości, co potwierdza rys. 21 i 22. W przypadku materiałów charakteryzujących się równoległością charakterystyk zmęczeniowych przedziały dla zginania i dla skręcania posiadają część wspólną.



Rys. 21. Odchyłki estymatora współczynnika odchylenia dla mosiądzu CuZn40Pb2



Rys. 22. Odchyłki estymatora współczynnika odchylenia dla S355J0WP



#### 4. CEL, ZAKRES I TEZA PRACY

##### **Cel pracy:**

Celem pracy jest opracowanie metody wyznaczania trwałości zmęczeniowej dla materiałów charakteryzujących się nierównoległymi charakterystykami zmęczeniowymi dla zginania wahadłowego i skręcania obustronnego przy wieloosiowych obciążeniach eksploatacyjnych.

##### **Zakres pracy:**

- przegląd istniejących kryteriów zmęczeniowych, które w swoich równaniach uwzględniają parametr  $k$  zgodnie ze wzorem (6),
- opracowanie algorytmu szacowania trwałości zmęczeniowej,
- analiza symulacyjna proponowanego modelu,
- przeprowadzenie badań zmęczeniowych mosiądzu CuZn40Pb2,
- obliczenie trwałości zmęczeniowych według zaproponowanego modelu,
- porównanie trwałości obliczeniowych z eksperymentalnymi na podstawie badań własnych oraz danych zaczerpniętych z literatury.

##### **Teza pracy:**

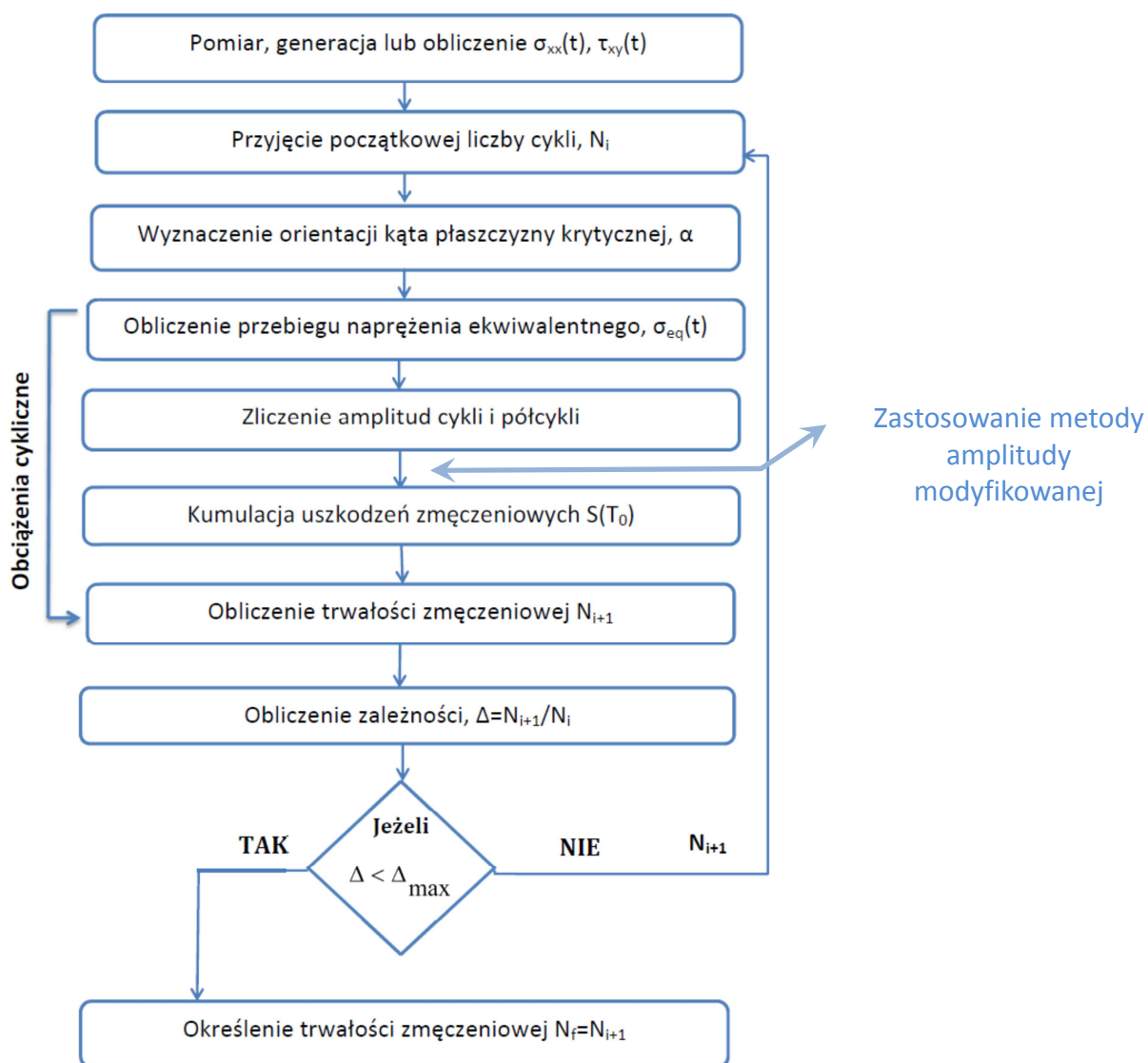
Istnieje możliwość uwzględnienia nierównoległości charakterystyk zmęczeniowych dla zginania wahadłowego lub rozciągania-ściskania i skręcania obustronnego przy szacowaniu trwałości przy wieloosiowych, eksploatacyjnych obciążeniach zmęczeniowych.

## 5. ALGORYTM OCENY TRWAŁOŚCI ZMĘCZENIOWEJ UWZGLĘDNIAJĄCY NIERÓWNOLEGŁOŚĆ CHARAKTERYSTYK ZMĘCZENIOWYCH DLA ZGINANIA I SKRĘCANIA

Szacowanie trwałości zmęczeniowej w przypadku obciążeń wieloosiowych polega na redukcji tego stanu do jednoosiowego stanu ekwiwalentnego przy pomocy odpowiednich kryteriów wieloosiowego zmęczenia. Jako pierwszy pracę nad algorytmem szacowania trwałości zmęczeniowej przy obciążeniach losowych w ujęciu naprężeniowym rozpoczął prof. Macha w 1979 roku [67]. Kolejne propozycje były ulepszone i modyfikowane, a model szacowania trwałości zmęczeniowej jest głównym obiektem zainteresowań pracowników Katedry Mechaniki i Podstaw Konstrukcji Maszyn Politechniki Opolskiej. Z czasem pojawił się model odkształceniowy [68], a następnie energetyczny [60], do którego wykorzystano parametr gęstości energii odkształceń w płaszczyźnie krytycznej. Każda propozycja algorytmu uwzględnia jeden lub kilka aspektów zmęczenia, dla przykładu Pawliczek, Kluger [31] uwzględniali wartość średnią obciążeń. Niesłony [84] zaproponował model szacowania trwałości z wykorzystaniem MES oraz metody spektralnej. Główną tematyką zainteresowań Karolczuka [29], [30] są nielocalne metody szacowania trwałości, a mianowicie metoda probabilistyczna, która została oparta na koncepcji „najsłabszego ogniwa” oraz metoda deterministyczna bazująca na koncepcji uśredniania naprężeń w płaszczyźnie krytycznej. Celem prac Słowika [102] był algorytm wyznaczania trwałości zmęczeniowej elementów z karbem obrączkowym z uwzględnieniem złożonego stanu odkształcenia oraz naprężenia w dnie karbu. W Polsce aktualnie głównie szacowaniem trwałości zmęczeniowej w warunkach nieproporcjonalnych obciążeń złożonych zajmują się Skibicki [99] i Sempruch [98].

Na rysunku 23 przedstawiono algorytm oceny trwałości zmęczeniowej w warunkach obciążeń losowych, który opiera się na metodzie iteracji. W dalszej części pracy prezentowany algorytm zostanie wykorzystany do obliczeń trwałości zmęczeniowej w warunkach kombinacji zginania ze skręcaniem przy obciążeniach cyklicznych zgodnych i niezgodnych w fazie [43], [44], [45], blokowych [46], [47], [48] i losowych proporcjonalnych i nieproporcjonalnych [50], [51]. Poszczególne bloki schematu mogą posiadać różne rozwiązania dla różnych rodzajów obciążeń. W pracy opisano tylko te, które zostały wykorzystane do oceny trwałości zmęczeniowej. Do analizy zmienności parametru  $k$  wykorzystano metodę amplitudy ważonej średniego

uszkodzenia [62], której celem jest zredukowanie charakteru obciążeń losowych do obciążeń cyklicznych.



Rys. 23. Algorytm wyznaczania trwałości zmęczeniowej dla materiałów charakteryzujących się brakiem równoległości charakterystyk zmęczeniowych

### 5.1. Pomiar, generacja lub obliczenie tensorów naprężenia i odkształcenia

Pierwszym etapem prowadzącym do wyznaczenia trwałości zmęczeniowej są przebiegi składowych tensora stanu naprężenia  $\sigma_{ij}(t)$

$$\sigma_{ij}(t) = \begin{bmatrix} \sigma_{xx}(t) & \sigma_{xy}(t) & \sigma_{xz}(t) \\ \sigma_{yx}(t) & \sigma_{yy}(t) & \sigma_{yz}(t) \\ \sigma_{zx}(t) & \sigma_{zy}(t) & \sigma_{zz}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sigma_{xx}(t) & \tau_{xy}(t) & \tau_{xz}(t) \\ \tau_{yx}(t) & \sigma_{yy}(t) & \tau_{yz}(t) \\ \tau_{zx}(t) & \tau_{zy}(t) & \sigma_{zz}(t) \end{bmatrix}, \quad (44)$$

które przy analizowanych obciążeniach w niniejszej pracy przyjmują postać niepełnego płaskiego stanu naprężenia, dla którego tensor naprężenia wynosi

$$\sigma_{ij}(t) = \begin{bmatrix} \sigma_{xx}(t) & \tau_{xy}(t) & 0 \\ \tau_{yx}(t) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (45)$$

oraz odkształcenia  $\varepsilon_{ij}(t)$

$$\varepsilon_{ij}(t) = \begin{bmatrix} \varepsilon_{xx}(t) & \varepsilon_{xy}(t) & \varepsilon_{xz}(t) \\ \varepsilon_{yx}(t) & \varepsilon_{yy}(t) & \varepsilon_{yz}(t) \\ \varepsilon_{zx}(t) & \varepsilon_{zy}(t) & \varepsilon_{zz}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \varepsilon_{xx}(t) & \frac{1}{2}\gamma_{xy}(t) & \frac{1}{2}\gamma_{xz}(t) \\ \frac{1}{2}\gamma_{yx}(t) & \varepsilon_{yy}(t) & \frac{1}{2}\gamma_{yz}(t) \\ \frac{1}{2}\gamma_{zx}(t) & \frac{1}{2}\gamma_{zy}(t) & \varepsilon_{zz}(t) \end{bmatrix}. \quad (46)$$

Dla płaskiego stanu naprężenia tensor odkształcenia odpowiadający wzorowi (45) można przedstawić w następującej formie

$$\varepsilon_{ij}(t) = \begin{bmatrix} \varepsilon_{xx}(t) & \varepsilon_{xy}(t) & 0 \\ \varepsilon_{yx}(t) & \varepsilon_{yy}(t) & 0 \\ 0 & 0 & \varepsilon_{zz}(t) \end{bmatrix}. \quad (47)$$

Dane te można uzyskać z pomiarów odkształceń rzeczywistych elementów maszyn w warunkach eksploatacyjnych [53], [54], [95] lub z obliczeń analitycznych. Informacje o przebiegach mogą być wynikiem analizy numerycznej metodą elementów skończonych (MES), metodą elementów brzegowych (MEB), metodą różnic skończonych (MRS) [35]. Danymi wejściowymi mogą być również przebiegi generowane komputerowo o odpowiednich charakterystykach probabilistycznych zbliżonych do warunków eksploatacyjnych [7], [58], [79], [109], [111]. Do analiz można również zastosować przebiegi odzwierciedlające charakterystyczne widma

obciążeń pracujących elementów maszyn lub konstrukcji, jak na przykład stosowane w przemyśle motoryzacyjnym sekwencje CARLOS [92].

Drugim krokiem warunkującym poprawne działanie modelu jest przyjęcie liczby cykli do inicjacji pracy algorytmu. Początkowa liczba cykli przyjęta do obliczenia pierwszego cyklu pracy algorytmu wynosi  $N_i=10^6$ , ponieważ jest to wartość charakterystyczna dla analizowanego zmęczenia wysokocyklowego.

## 5.2. Wyznaczanie kierunku położenia płaszczyzny krytycznej

Kolejny blok dotyczy wyznaczania oczekiwanego kąta orientacji płaszczyzny krytycznej  $\alpha$ . Pojęcie płaszczyzny krytycznej jest ściśle związane z redukcją stanu wieloosiowego do ekwiwalentnego jednoosiowego. W literaturze [59] zaproponowano trzy sposoby na wyznaczanie oczekiwanego położenia płaszczyzny krytycznej: kumulacji uszkodzeń, wariancji oraz funkcji wagowych.

Według *metody kumulacji uszkodzeń* [38], [60] płaszczyzna krytyczna definiowana jest jako ta, w której zgodnie z zastosowanym kryterium wieloosiowego zmęczenia stopień uszkodzenia będzie maksymalny, a w rezultacie oczekiwana trwałość zmęczeniowa najmniejsza. W niniejszej pracy zastosowano tą metodę, a uszkodzenie zdefiniowano jako maksymalną wartość składowej stycznej, a mianowicie naprężenia stycznego:

$$\alpha_{\max} = \alpha, \quad \text{dla którego} \quad \tau_{\eta_s}(t, \alpha) = \max, \quad (48)$$

Przebieg naprężenia normalnego zwróconego pod kątem  $\alpha$  w stosunku do  $\sigma_{xx}$  wyrażony jest

$$\sigma_{\eta}(t) = \sigma_{xx}(t) \cos^2 \alpha + \tau_{xy}(t) \sin 2\alpha. \quad (49)$$

Natomiast przebiegiem naprężenia stycznego zapisano:

$$\tau_{\eta_s}(t) = -\frac{1}{2} \sigma_{xx}(t) \sin 2\alpha + \tau_{xy}(t) \cos 2\alpha. \quad (50)$$

Wyrażenia na naprężenia normalne (49) i styczne (50) uzupełniono o funkcję poprawkową wykorzystując granice zmęczenia na zginanie i skręcanie. Wynika to z tego, że inny jest wpływ naprężeń stycznych pochodzących od skręcania i od zginania

$$\sigma'_{\eta}(t) = \sigma_{xx}(t) \cos^2 \alpha + \frac{\sigma_{af}}{\tau_{af}} \cdot \tau_{xy}(t) \sin 2\alpha, \quad (51)$$

$$\tau'_{\eta_s}(t) = -\frac{1}{2}\sigma_{xx}(t)\sin 2\alpha + \frac{\sigma_{af}}{\tau_{af}} \cdot \tau_{xy}(t)\cos 2\alpha. \quad (52)$$

Aby uwzględnić zmienność parametru  $k$  w zależności od liczby cykli wyprowadzono zmienną postać zależności (51) i (52) odpowiednio w postaciach:

$$\sigma'_{\eta}(t) = \sigma_{xx}(t)\cos^2 \alpha + k(N_f) \cdot \tau_{xy}(t)\sin 2\alpha, \quad (53)$$

$$\tau'_{\eta_s}(t) = -\frac{1}{2}\sigma_{xx}(t)\sin 2\alpha + k(N_f) \cdot \tau_{xy}(t)\cos 2\alpha. \quad (54)$$

Dla wszystkich rodzajów obciążeń i wszystkich analizowanych w pracy materiałów wyszukano kąt orientacji płaszczyzny krytycznej w płaszczyźnie maksymalnych naprężeń stycznych.

Orientacja płaszczyzny krytycznej może być uzależniona od chwilowego położenia osi głównych naprężeń i odkształceń przy wykorzystaniu specjalnych funkcji wagowych. To główne założenie *metody funkcji wagowych* analizowanej w pracach [9] i [10].

*Metoda maksimum wariancji* została zastosowana w pracy [5]. Według tej metody płaszczyzna, w której wariancja naprężenia ekwiwalentnego obliczona według przyjętego kryterium wieloosiowego zmęczenia, osiąga wartość maksymalną, jest płaszczyzną krytyczną.

### 5.3. Obliczanie przebiegu ekwiwalentnego

Redukcja wieloosiowego stanu obciążenia do jednoosiowego ekwiwalentnego to kolejny istotny krok przy szacowaniu trwałości zmęczeniowej. Do tego celu stosujemy kryteria wieloosiowego zmęczenia, które zostały opisane we wcześniejszym rozdziale. Zgodnie z przyjętym algorytmem przebieg ekwiwalentny jest wyznaczany dla jednej wartości kąta, czyli dla  $\alpha_{\max}$ .

W niniejszej pracy zastosowano kryterium zaproponowane przez Machę, a sprecyzowane przez Ogonowskiego [56], zgodnie z (27). Płaszczyzna krytyczna zdefiniowana jest przez naprężenia styczne, a wyrażenie na naprężenia ekwiwalentne przyjmuje postać zgodną z wyprowadzeniem zawartym w załączniku 1.

$$\sigma_{eq}(t) = k\tau_{ns}(t) + (2-k)\sigma_{\eta}(t). \quad (55)$$

#### 5.4. Obliczanie amplitud cykli

Obliczanie amplitud cyklu stosujemy w przypadku cyklicznych obciążeń nieproporcjonalnych oraz obciążeń zmiennoamplitudowych i losowych. Dla obciążeń proporcjonalnych stałoamplitudowych krok ten należy pominąć, gdyż amplitudy i wartości średnie cyklu mają stałe wartości przez cały okres życia próbki. W celu prawidłowego zliczania cykli i półcykli można zastosować jedną z trzech metod: par zakresów, pętli histerezy oraz płynącego deszczu. Każda z nich daje zbliżone wyniki. W pracy zastosowano metodę płynącego deszczu opracowaną przez Dowlinga [15]. Metoda ta wyróżnia amplitudy jak i wartości średnie cykli i półcykli. W aplikacji komputerowej zastosowano procedurę „Rainflow Counting Algorithm” autorstwa Niesłonego [85] przygotowaną zgodnie z zaleceniami normy ASTM [1].

#### 5.5. Kumulacja uszkodzeń zmęczeniowych

W celu prawidłowego oszacowania trwałości zmęczeniowej należy przeprowadzić kumulację uszkodzeń zmęczeniowych. Podobnie jak w przypadku podrozdziału 5.4 stopień uszkodzenia wyznaczamy tylko dla obciążeń zmiennoamplitudowych blokowych i losowych.

Pośród wielu metod kumulacji uszkodzeń, najczęściej wybiera się liniową hipotezę Palmgren - Minera [76], [89] według której stopień uszkodzenia  $S_{PM}(T_0)$  w czasie obserwacji  $T_0$  przebiegu naprężenia ekwiwalentnego oblicza się następująco:

$$S(T_0) = \begin{cases} \sum_{i=1}^k \frac{n_i}{N_0 \left( \frac{\sigma_{af}}{\sigma_{ai}} \right)^m} & \text{dla } \sigma_{ai} \geq a\sigma_{af} \\ 0 & \text{dla } \sigma_{ai} < a\sigma_{af} \end{cases}, \quad (56)$$

gdzie:

$S(T_0)$  – stopień uszkodzenia materiału w czasie  $T_0$  według hipotezy Palmgren–Minera,

$T_0$ – czas obserwacji,

$k$  – liczba przedziałów klasowych histogramu amplitud ( $i < k$ ),

$a$  – współczynnik pozwalający na uwzględnienie amplitud poniżej  $\sigma_{af}$ ,

$m$  – wykładnik potęgowy wykresu S–N,

$N_0$  – liczba cykli odpowiadająca granicy zmęczenia  $\sigma_{af}$ ,

$n_i$  – liczba cykli o amplitudzie  $\sigma_{ai}$  (dwa identyczne półcykle tworzą jeden cykl, a jeden półcykl daje pół uszkodzenia odpowiadającego całemu cyklowi).

Inna możliwa hipoteza wykorzystana w tej pracy to hipotezę Serensena-Kogayeva [94], która jest oparta na hipotezie Palmgrena-Minera i współczynniku  $b$  charakteryzującym przebieg:

$$S_{SK}(T_0) = \begin{cases} \sum_{i=1}^j \frac{n_i}{b \cdot N_0 \left( \frac{\sigma_{af}}{\sigma_{ai}} \right)^m} & \text{dla } \sigma_{ai} \geq a \cdot \sigma_{af} \\ 0 & \text{dla } \sigma_{ai} < a \cdot \sigma_{af} \end{cases} \quad (57)$$

gdzie:

$$b = \frac{\sum_{i=1}^k \sigma_{ai} t_i - a \cdot \sigma_{af}}{\sigma_{a1} - a \cdot \sigma_{af}},$$

$$t_i = \frac{n_i}{\sum_{i=1}^k n} - \text{częstość występowania poszczególnych poziomów } \sigma_{ai} \text{ w realizacji } T_0,$$

$\sigma_{a1}$  – maksymalna wartość amplitudy naprężenia spośród  $\sigma_{ai}$ .

## 5.6. Obliczanie trwałości zmęczeniowej

Po wyznaczeniu stopnia uszkodzenia  $S(T_0)$  według wzoru (56) lub (57) kolejnym krokiem algorytmu jest obliczenie trwałości zmęczeniowej:

$$N_{cal} = \frac{T_0}{S(T_0)}. \quad (58)$$

Czasem obserwacji może być też pojedynczy blok ( $N_{blok}$ ), wtedy otrzymujemy

$$N_{cal} = \frac{N_{blok}}{S(N_{blok})}. \quad (59)$$



Dla obciążeń stałoaamplitudowych (cyklicznych) dwa poprzednie etapy pomija się, a trwałość zmęczeniową obliczamy wykorzystując charakterystykę zmęczeniową Wöhlera zgodnie z normą ASTM, zgodnie ze wzorem (30). Wzór na trwałość obliczeniową przy obciążeniach cyklicznych wyrażono

$$N_{cal} = 10^{A - m \lg \sigma_{ega}} . \quad (60)$$

Prezentowany algorytm opiera się na metodzie iteracji, dlatego należy obliczyć stosunek pomiędzy trwałością otrzymaną a założoną zgodnie z rys. 23:

$$\Delta = \frac{N_{i+1}}{N_i} . \quad (61)$$

Procedura ta jest powtarzana, dla kolejnych obliczeniowych trwałości aż do momentu spełnienia warunku:

$$\Delta < \Delta_{max} \quad (62)$$

przy czym:

$$\Delta_{max} = 1 .$$

Należy zauważyć, że trwałość obliczeniowa wyliczona z zależności (59) to trwałość w jednym bloku. Jeżeli warunek (62) zostanie spełniony otrzymana trwałość zmęczeniowa jest wielkością szukaną. Cechą charakterystyczną badań zmęczeniowych jest to, że wyniki wykazują znaczne rozrzuty. W pracy założono błąd na poziomie 1%, który jest wystarczający przy obliczeniach zmęczeniowych.

## 6. BADANIA EKSPERYMENTALNE STOPU MIEDZI CuZn40Pb2

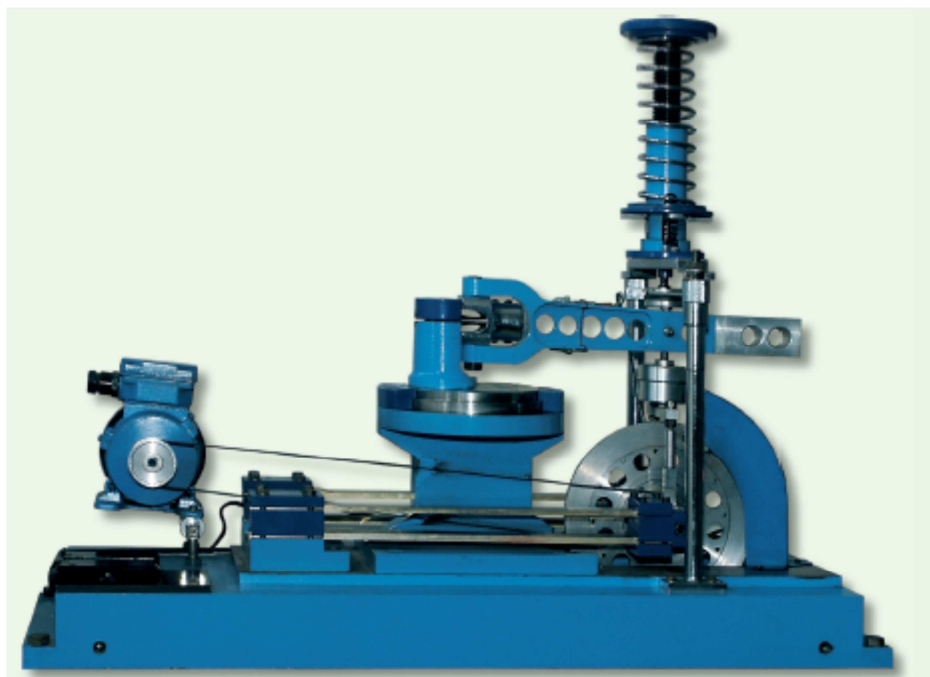
Do badań eksperymentalnych wybrano mosiądz ołowiowy CuZn40Pb2, który znalazł szerokie zastosowanie w wielu elementach i konstrukcjach tj. wymienniki ciepła, rury do podgrzewaczy, płaskowniki, łączniki oraz pręty. Materiał ten jako jedyny z analizowanej grupy materiałów nieżelaznych wykazał się nierównoległością wzajemnych charakterystyk zmęczeniowych. W ramach pracy doktorskiej przeprowadziłam własne badania eksperymentalne mosiądzu w zakresie obciążeń cyklicznych, blokowych oraz losowych. Wyniki badań posłużyły mi do analizy poprawności działania zaproponowanego modelu szacowania trwałości zmęczeniowej. W niniejszej pracy do weryfikacji modelu wykorzystałam także wyniki badań eksperymentalnych autorów Kohut [33] oraz Kardas [26], którzy również przeprowadzili próby zmęczeniowe dla analizowanego materiału.

### 6.1. Stanowiska zmęczeniowe

Badania doświadczalne zostały przeprowadzone na maszynach zmęczeniowych, które znajdują się na wyposażeniu laboratoriów Katedry Mechaniki i Podstaw Konstrukcji Maszyn Politechniki Opolskiej. Badania cykliczne i blokowe zostały zrealizowane na stanowisku MZGS-100, natomiast badania w zakresie obciążeń eksploatacyjnych przeprowadziłam na stanowisku wzbudnikowym. W kolejnych podrozdziałach opisano budowę oraz zasadę działania maszyn zmęczeniowych, na których wykonano badania doświadczalne.

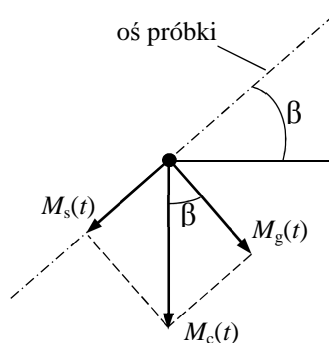
#### 6.1.1 Stanowisko do badań cyklicznych

Badania cykliczne (stałoamplitudowe) prowadzone były na stanowisku MZGS-100 projektu dr. inż. Henryka Ahtelika [1]. Widok maszyny zmęczeniowej przedstawiono na rys. 24. Stanowisko MZGS-100 składa się z układu napędzającego, głowicy, układu obciążającego oraz układu kontrolno-pomiarowego.



Rys. 24. Stanowisko do badań zmęczeniowych

Parametrem kontrolowanym podczas badań był przebieg całkowitego momentu  $M_c$  obciążającego próbkę. Poszczególne obciążenie próbki uzyskiwano poprzez wyważenie obracających się tarcz oraz ustawienie kąta skreślenia dźwigni  $\beta$ , co przedstawiono na rys. 25

Rys. 25. Interpretacja kąta ustawienia dźwigni  $\beta$ 

Wartość momentów skręcającego  $M_s(t)$  i zginającego  $M_g(t)$  jest związana z zależnością

$$\operatorname{tg} \beta = \frac{M_s(t)}{M_g(t)}. \quad (63)$$

W przypadku, gdy  $\beta=0$  próbka jest zginana, przy  $\beta=\pi/2$  następuje skręcanie próbki. W położeniach pośrednich  $0<\beta<\pi/2$  występują obydwa momenty jednocześnie zgodnie z zależnościami:

$$M_{g\alpha}(t) = (M_a \sin \omega t) \cos \beta, \quad (64)$$

$$M_{s\alpha}(t) = (M_a \sin \omega t) \sin \beta. \quad (65)$$

Wynikiem działania obu momentów jednocześnie jest stan naprężenia, w którym naprężenia  $\sigma(t)$  i  $\tau(t)$  zmieniają swoje wartości zgodnie w fazie i z jednakową częstotliwością (obciążenia proporcjonalne):

$$\sigma_{\beta a}(t) = \sigma_{a\alpha} \sin \omega t, \quad (66)$$

$$\tau_{\beta a}(t) = \tau_{a\alpha} \sin \omega t. \quad (67)$$

Wartości naprężeń normalnych  $\sigma_{\beta}(t)$  i stycznych  $\tau_{\beta}(t)$  w zakresie sprężystym możemy określić

$$\sigma_{\beta}(t) = \frac{M_{g\alpha}(t)}{W_x}, \quad (68)$$

$$\tau_{\beta}(t) = \frac{M_{s\alpha}(t)}{W_0}, \quad (69)$$

gdzie

$$W_x = \frac{\pi d^3}{32} \quad (70)$$

- wskaźnik przekroju próbki na zginanie,

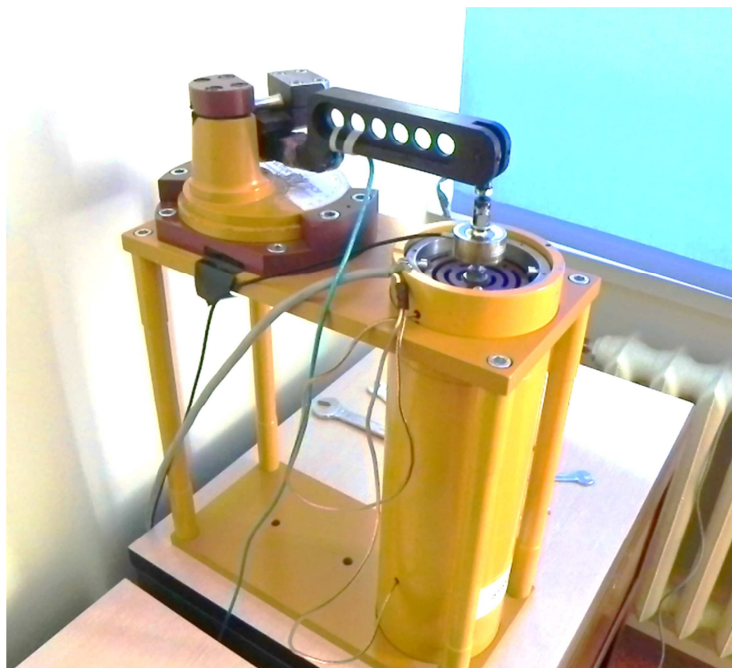
$$W_0 = \frac{\pi d^3}{16}, \quad (71)$$

- wskaźnik przekroju próbki na skręcanie.

Na tym stanowisko zostały przeprowadzone również badania blokowe. W zależności od rodzaju obciążeń blokowych zmieniano położenie próbki i/lub wartość momentu całkowitego.

### 6.1.2. Stanowisko do badań losowych

Badania losowe zostały wykonane na maszynie zmęczeniowej, która była zasilana wzбудnikiem elektromagnetycznym. Jest to prototypowe rozwiązanie wykonane przez pracowników Katedry Mechaniki i Podstaw Konstrukcji Maszyn oraz Katedry Elektrotechniki Przemysłowej Wydziału Elektrotechniki, Automatyki i Informatyki. Na rys. 26 przedstawiono zdjęcie stanowiska zmęczeniowego.



Rys. 26 Stanowisko do badań zmęczeniowych

Najważniejszym elementem budowy maszyny zmęczeniowej jest wzbudnik, który został zamocowany pomiędzy górną a dolną płytą konstrukcji. Próbkę montujemy w uchwycie, który wraz z głowicą jest przykręcony do górnej płyty maszyny. Znajduje się tam również dźwignia, która wywołuje moment gnący

$$M(t)=F(t)\cdot l, \quad (72)$$

gdzie:

$l = 200 \text{ mm}$  - długość dźwigni oraz czujnik siły.

Do budowy maszyny wykorzystano stal zwykłej jakości, ale elementy które muszą być lżejsze wykonano ze stopu aluminium i włókna szklanego. W trakcie budowy maszyny zespół projektowy [27] ustalił następujące założenia:

- generowana siła zmienna o maksymalnej wartości 200 N i minimalnej -200 N;

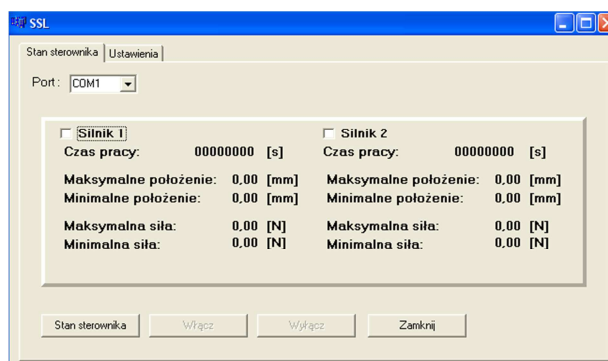
- całkowite przemieszczenie grotu siłownika równe 10 mm;
- symetryczne przebiegi przemieszczenia i siły, zerowa wartość średnia;

Wzbudnik, który został wykorzystany w maszynie zmęczeniowej został zaprojektowany i zbudowany od podstaw. Do jego budowy wybrano tubowy siłownik cewkowy, który spełniał podstawowe założenia konstruktorów np. tj. możliwość pracy w zadanym zakresie częstotliwości. Najważniejszymi parametrami pracy siłownika elektromagnetycznego są: najwyższe możliwe wychylenie grotu, siła nominalna oraz częstotliwość pracy. Do analizy parametrów wzbudnika wykorzystano metodę elementów skończonych [104], [105], [106]. Do obsługi maszyny napisano dwa programy komputerowe. Celem pierwszego z nich jest kalibracja maszyny. Druga aplikacja służy do sterowania siłą lub przemieszczeniem. Graficzny interfejs aplikacji przedstawiono na rys. 27. Obsługa programów jest bardzo prosta, użytkownik musi wybrać sposób sterowania oraz podać właściwe dane.

a)



b)



Rys. 27. Okno aplikacji sterującej pracą stanowiska: a) wybór parametrów, b) podgląd aktualnych wartości

## 6.2. Materiał i próbki

Mosiądz CuZn40Pb2 to materiał, który odznacza się dobrą podatnością do obróbki skrawaniem. Jest bardzo dobry do obróbki plastycznej na gorąco i kucia. Analizowany materiał znajduje zastosowanie w produkcji części kutych o skomplikowanych kształtach, zacisków przemysłowych, części do przewodów rurowych, elementów wodno-kanalizacyjnych, grzewczych, armatury przemysłowej itp. W tabeli 16 zestawiono oznaczenia wybranego mosiądzu według innych norm.

Tabela. 16. Oznaczenia mosiądzu CuZn40Pb2 wg innych norm (odpowiedniki)

Norma	DIN	ASTM	EN	PN
Oznaczenie	CuZn40Pb2	C37800	CW617N	MO58, MO58B

Skład chemiczny (tabela 2) oraz własności statyczne (tabela 3) mosiądzu przedstawiono we wcześniejszym rozdziale. W tabeli 17 zestawiono własności cykliczne materiału wyznaczone przez Słowika [101].

Tabela 17. Własności cykliczne CuZn40Pb2

$K'$ , MPa	$n'$	$\sigma'_f$ , MPa	$\epsilon'_f$	b	c
732	0,121	741	0,091	-0,080	-0,407

gdzie:

$K'$  - współczynnik wytrzymałości cyklicznej,

$n'$  - wykładnik cyklicznego umocnienia,

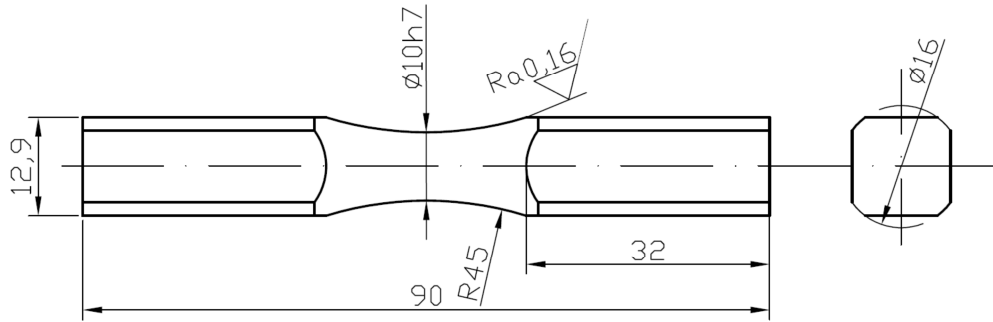
$\sigma'_f$  - współczynnik wytrzymałości zmęczeniowej,

$\epsilon'_f$  - współczynnik zmęczeniowego odkształcenia plastycznego,

b - wykładnik wytrzymałości zmęczeniowej,

c- wykładnik zmęczeniowego odkształcenia plastycznego.

Do badań zmęczeniowych wykorzystano próbki gładkie o przekroju okrągłym (rys. 28) typu „diabolo” bez karbu geometrycznego.



Rys. 28. Geometria próbek użytych do badań.

Na rys. 29 przedstawiono zdjęcie próbki, na którym możemy zaobserwować złom zmęczeniowy.

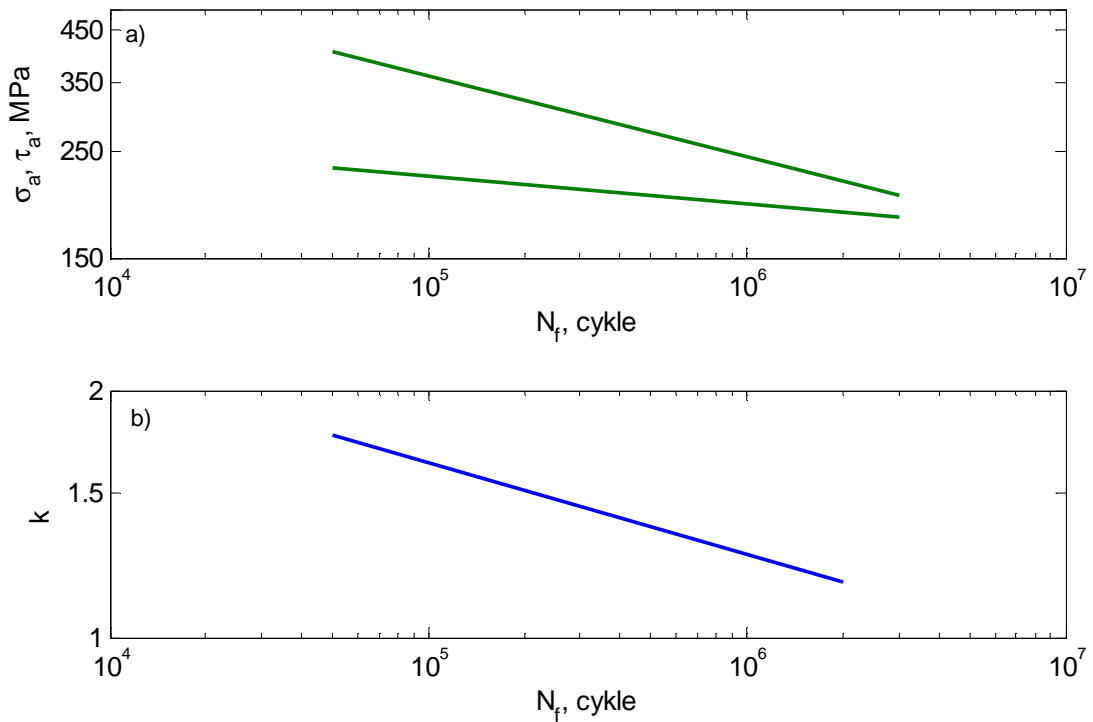


Rys. 29. Próbką wykonana z mosiądzu CuZn40Pb2

Średnica próbek uzależniona była od typu stanowiska badawczego, na którym przeprowadzono badania. Dla cyklicznego zginania i skręcania, kombinacji oraz przy obciążeniach blokowych użyto próbek o średnicy 10 mm. Dla prób nieproporcjonalnych kombinacji zginania ze skręcaniem ze względu na specyfikę stanowisk badawczych próbki o średnicy 8,5 mm i 10 mm.

Na rys. 30 przedstawiono wykres zmęczeniowy dla wahadłowego zginania i skręcania obustronnego badanego materiału (a) oraz zmienność parametru  $k$  w zależności od liczby cykli do zniszczenia  $N_f$  (b). Mosiądz CuZn40Pb2 charakteryzuje się brakiem równoległości charakterystyk zmęczeniowych, a parametr  $k$  nie jest stały w zależności od liczby cykli do zniszczenia  $N_f$ .





Rys. 30. Wykres a) zmęczeniowy dla zginania wahadłowego i skręcania obustronnego dla mosiądzu CuZn40Pb2, b) zależności wartości parametru  $k$  od liczby cykli  $N_f$  dla mosiądzu CuZn40Pb2

Różne wartości stosunku naprężeń normalnych i stycznych pochodzących odpowiednio od zginania i skręcania powodują niemożliwość stosowania stałej wartości tego stosunku w kryteriach zmęczeniowych, które ten stosunek uwzględniają.

### 6.3. Badania cykliczne stopu miedzi CuZn40Pb2

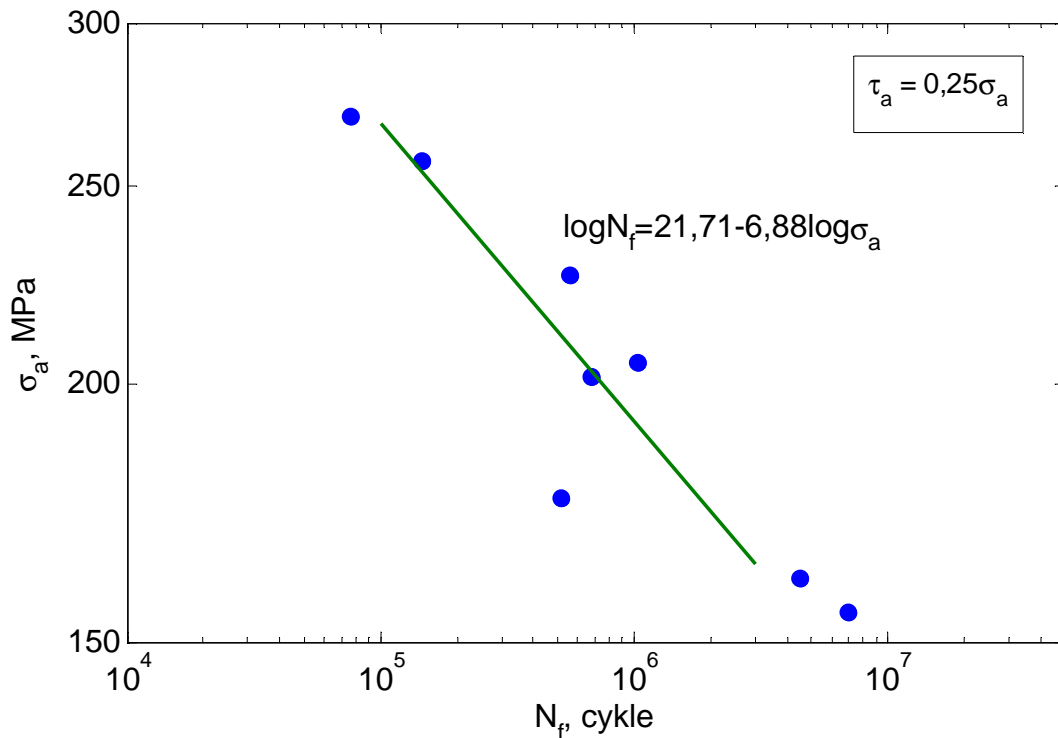
Badania cykliczne dla zginania i skręcania zostały wykonane przez Kohut [33]. Eksperyment uzupełniono o inne kombinacje i poziomy obciążień.

Zakres badań zmęczeniowych obejmował:

- czyste zginanie  $\tau_a = 0$ , dla którego kąt obrotu głowicy wynosił  $0^\circ$  [33];
- czyste skręcanie  $\sigma_a = 0$ , dla którego kąt obrotu głowicy wynosił  $90^\circ$  [33];
- kombinację zginania ze skręcaniem, dla którego realizowany był przebieg obciążenia  $\tau_a = 0,5\sigma_a$ , dla której kąt obrotu głowicy wynosił  $45^\circ$  ([33] i własne);
- kombinację zginania ze skręcaniem, dla którego realizowany był przebieg obciążenia  $\tau_a = \sigma_a$ , dla której kąt obrotu głowicy wynosił  $63,7^\circ$  (własne);

- kombinację zginania ze skręcaniem, dla którego realizowany był przebieg obciążenia  $\tau_a = 0,25\sigma_a$ , dla której kąt obrotu głowicy wynosił  $26^\circ$  (własne).

Wyniki badań zmęczeniowych przedstawiono przy pomocy wykresu zmęczeniowego S-N w układzie podwójnie logarytmicznym. Dla zginania wahadłowego i obustronnego skręcania wykres przedstawiono w rozdziale 3. Na rys. 31 zaprezentowano charakterystykę zmęczeniową dla kombinacji zginania ze skręcaniem  $\tau_a = 0,25\sigma_a$ .



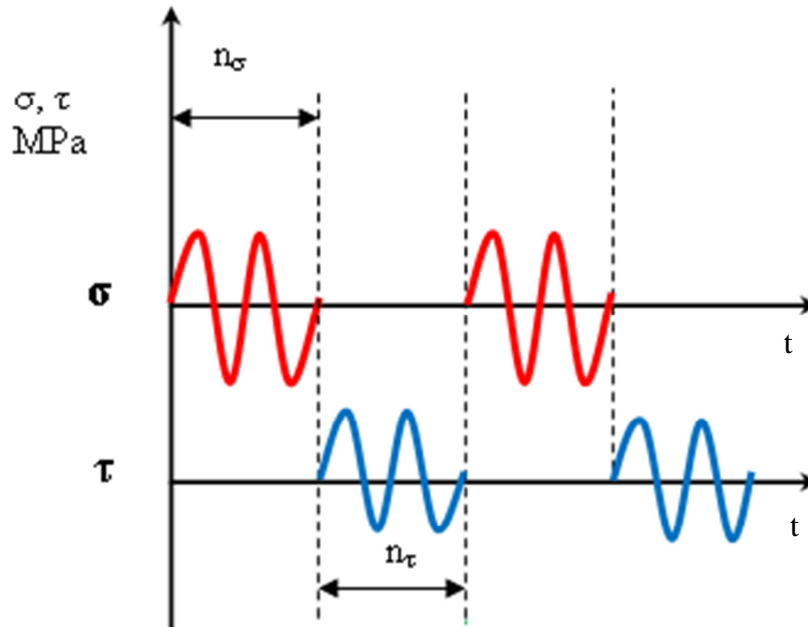
Rys. 31. Wykres zmęczeniowy dla kombinacji zginania ze skręcaniem  $\tau_a = 0,25\sigma_a$  mosiądzu

Wykresy zaprezentowane na rys. 32 i 33 przedstawiają charakterystyki zmęczeniowe dla kombinacji zginania ze skręcaniem odpowiednio  $\tau_a = 0,5\sigma_a$  oraz  $\tau_a = \sigma_a$ .



#### 6.4. Badania blokowe stopu miedzi CuZn40Pb2

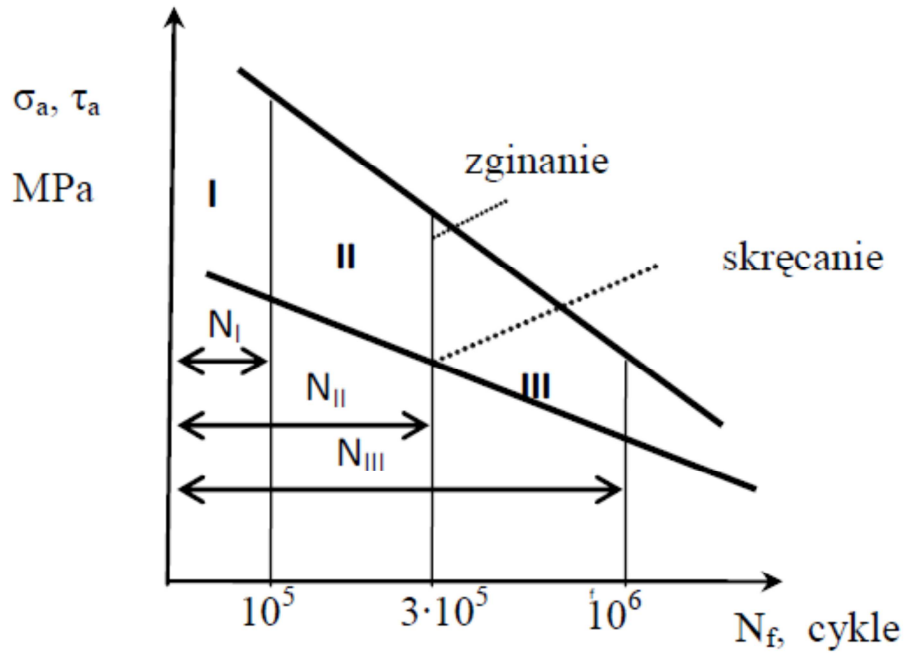
Autorzy [34] poddali badaniom 36 próbek na różnych poziomach obciążenia i o różnej kolejności tych poziomów. Do badań zmęczeniowych wykorzystano próbki gładkie o przekroju okrągłym, zgodnie z rys. 28. Na rys. 34 przedstawiono przykładowy fragment przebiegu naprężeń.



Rys. 34. Fragment przebiegu naprężeń w warunkach obciążeń blokowych

W eksperymencie wykorzystano 4 próbki dla każdej z kombinacji naprzemiennych bloków skręcania i zginania. Blok był złożony z  $n_\tau$  cykli skręcania i  $n_\sigma$  cykli zginania, każdy o przebiegu sinusoidalnym. Do badania przyjęto okresy, które stanowiły 10% trwałości na danym poziomie obciążenia dla  $N_I$ ,  $N_{II}$  i  $N_{III}$  (rys. 35). W związku z tym momenty powodujące zginanie oraz skręcanie zadawane były przemiennie i trwały po odpowiednio  $n_I=10^4$ ,  $n_{II}=3 \cdot 10^4$  lub  $n_{III} = 10^5$  cykli, aż do momentu zniszczenia próbki, gdzie:

$$n_I=0,1 \cdot N_I. \quad (73)$$



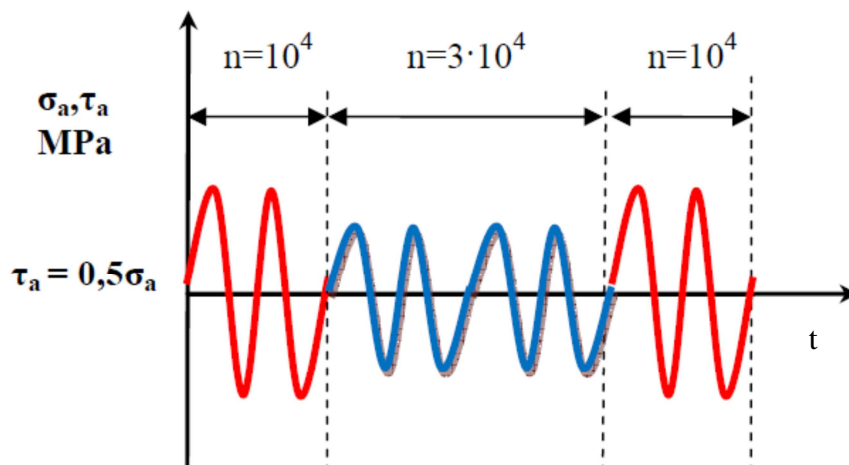
Rys. 35. Zastosowane bloki obciążeń [34]

W tabeli 18 zamieszczono szczegółową charakterystykę poziomów obciążenia oraz wartości amplitud, które obliczono korzystając z charakterystyk zmęzeniowych.

Tabela 18. Poziomy badań naprzemiennego zginania i skręcania oraz odpowiadające im liczby cykli w blokach [34]

rodzaj obciążenia	poziom obciążenia	liczba cykli		amplituda naprężenia	
		$n_{\sigma}$	$n_{\tau}$	$\sigma_a$ , MPa	$\tau_a$ , MPa
zginanie	I <sub>g</sub>	$10^4$	-	364	-
	II <sub>g</sub>	$3 \cdot 10^4$	-	302	-
	III <sub>g</sub>	$10^5$	-	245	-
skręcanie	I <sub>s</sub>	-	$10^4$	-	222
	II <sub>s</sub>	-	$3 \cdot 10^4$	-	209
	III <sub>s</sub>	-	$10^5$	-	194

Badania blokowe uzupełniłam o kombinację zginania ze skręcaniem  $\tau_a=0,5\sigma_a$  oraz  $\tau_a=0,25\sigma_a$  z zachowaniem takich samych warunków jak autorzy [34]. Na rys. 36 przedstawiono przykładowy przebieg obciążeń.



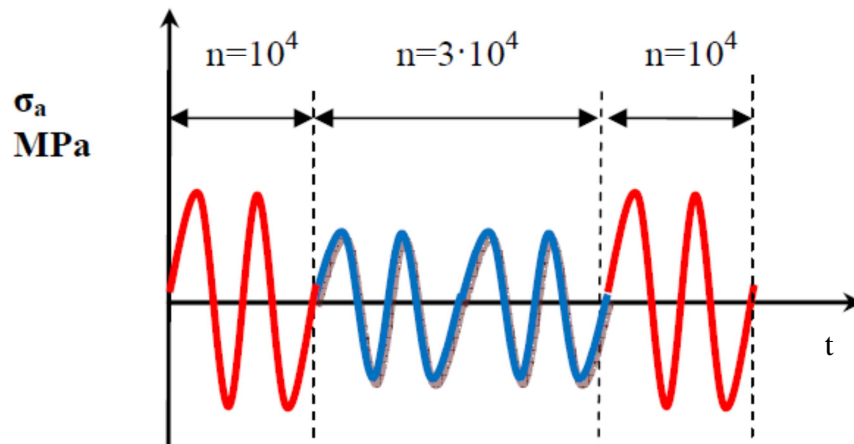
Rys. 36. Fragment przebiegu naprężeń w warunkach obciążeń blokowych

W tabeli 19 zamieszczono szczegółową charakterystykę poziomów obciążenia oraz wartości amplitud, które obliczono korzystając z charakterystyk zmęczenia dla kombinacji zginania ze skręcaniem  $\tau_a=0,5\sigma_a$  oraz  $\tau_a=\sigma_a$ .

Tabela 19. Poziomy badań kombinacji zginania ze skręcaniem oraz odpowiadające im liczby cykli w blokach

rodzaj obciążenia	poziom obciążenia	liczba cykli	amplituda naprężenia
		n	MPa
$\tau_a=0,5\sigma_a$	I	$10^4$	269
	II	$3 \cdot 10^4$	233
	III	$10^5$	201
$\tau_a=\sigma_a$	I	$10^4$	205
	II	$3 \cdot 10^4$	170
	III	$10^5$	138

W pracy poddano również analizie wyniki autorstwa Kohut, które dotyczyły tylko zginania lub tylko skręcania obciążone na różnych poziomach, zgodnie z rys 37.



Rys. 37. Fragment przebiegu naprężeń w warunkach obciążeń blokowych

W przypadku obciążeń blokowych położenie płaszczyzny krytycznej wyszukano za pomocą metody kumulacji uszkodzeń, na wszystkich możliwych płaszczyznach. Obliczono kumulację odpowiednio dla zginania:

$$S_{\sigma}(\alpha) = \sum_{i=1}^j \left( \frac{1}{N_f} \right) n(\sigma) \quad (74)$$

i dla skręcania:

$$S_{\tau}(\alpha) = \sum_{i=1}^j \left( \frac{1}{N_f} \right) n(\tau), \quad (75)$$

gdzie  $N_f$  jest liczbą cykli odpowiadającą naprężeniom stycznym pochodzącym odpowiednio od zginania:

$$\tau_{\eta s}(t, \alpha) = -\frac{1}{2} \sigma_{xx}(t) \sin 2\alpha \quad (76)$$

i od skręcania:

$$\tau_{\eta s}(t, \alpha) = \tau_{xy}(t) \cos 2\alpha, \quad (77)$$

obliczaną zgodnie z normą ASTM [3]. Z przebiegów naprężeń (76) i (77) wyznaczono amplitudy. Następnie w przypadku zginania trwałość zmęczeniową wyznaczamy korzystając z równania (32) z wykorzystaniem (71):

$$\log N_f(\alpha) = A_{\sigma} - m_{\sigma} \log \tau_{\eta sa}(\alpha), \quad (78)$$

W przypadku skręcania za wartość  $\tau_{\eta sa}$  podstawiamy wzór (77) i trwałości zmęczeniowe wyznaczamy z równania ze wzoru (30):

$$\log N_f(\alpha) = A_\sigma - m_\sigma \log \tau_{\eta sa}(\alpha), \quad (79)$$

Po zsumowaniu kumulacji (74) i (75)

$$S(\alpha) = S_\sigma(\alpha) + S_\tau(\alpha), \quad (80)$$

wyszukano kąt, dla którego wartość kumulacji była maksymalna

$$\alpha = \max(S(\alpha)) \quad (81)$$

W przypadku obciążeń blokowych zastosowano kryterium w płaszczyźnie maksymalnych naprężeń stycznych, zapisanych w amplitudach naprężenia ekwiwalentnego zgodnie ze wzorem (55).

$$\sigma_{eqa} = k\tau_{\eta sa} + (2-k)\sigma_{\eta a}, \quad (82)$$

gdzie:

$$\sigma_{\eta a} = \sigma_{xxa} \cos^2 \alpha + B(N_f)\tau_{xya} \sin 2\alpha, \quad (83)$$

$$\tau_{\eta sa} = -\frac{1}{2}\sigma_{xxa} \sin 2\alpha + B(N_f)\tau_{xya} \cos 2\alpha. \quad (84)$$

W przypadku zginania równania (83) i (84) redukują się do:

$$\sigma_{\eta a} = \sigma_{xxa} \cos^2 \alpha, \quad (85)$$

$$\tau_{\eta sa} = \sigma_{xxa} \sin 2\alpha. \quad (86)$$

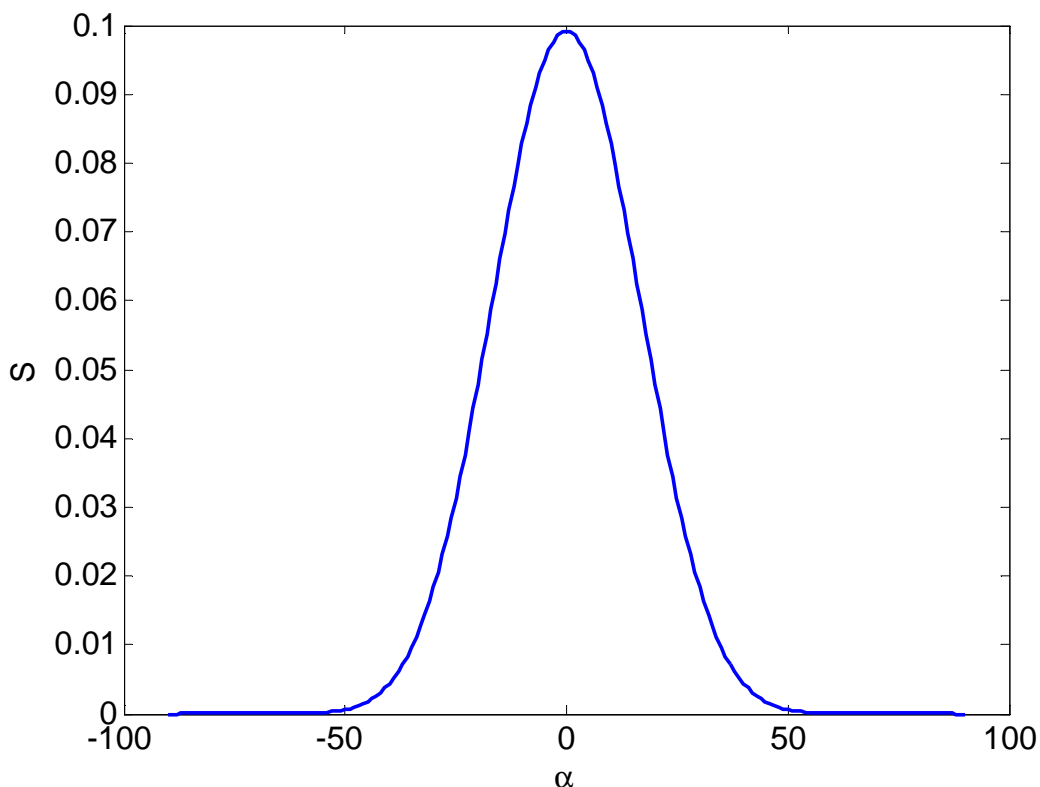
Dla skręcania:

$$\sigma_{\eta a} = \sin 2\alpha \cdot B(N_f)\tau_{xya}, \quad (87)$$

$$\tau_{\eta sa} = B(N_f)\tau_{xya} \cos 2\alpha. \quad (88)$$

Na rys. 38 zaprezentowano zależność kąta orientacji płaszczyzny krytycznej od wartości kumulacji w przypadku obciążeń blokowych dla kombinacji zginania ze skręcaniem. W tym przypadku do obliczeń przyjęto  $\alpha=0$ .





Rys. 38. Zależność wartości kumulacji od kąta orientacji płaszczyzny krytycznej w przypadku obciążeń blokowych dla kombinacji zginania ze skręcaniem

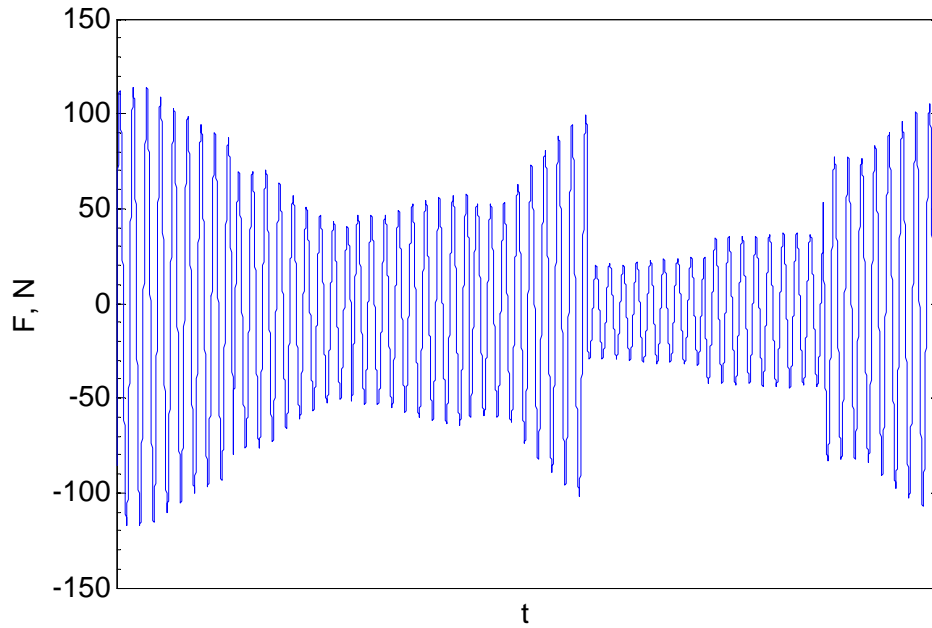
### 6.5. Badania losowe stopu miedzi CuZn40Pb2

Badania w zakresie obciążeń losowych przeprowadziłam na stanowisku wzbudnikowym opisanym w punkcie 6.1.2. Próbki wykorzystane do badań przedstawiono na rys. 28. Do badań wykorzystano sygnał generowany z programu komputerowego o zmiennej amplitudzie i częstotliwości równej  $f = 7$  Hz. Wartości amplitud zmieniały się co 20 cykli.

Zakres badań zmęczeniowych obejmował:

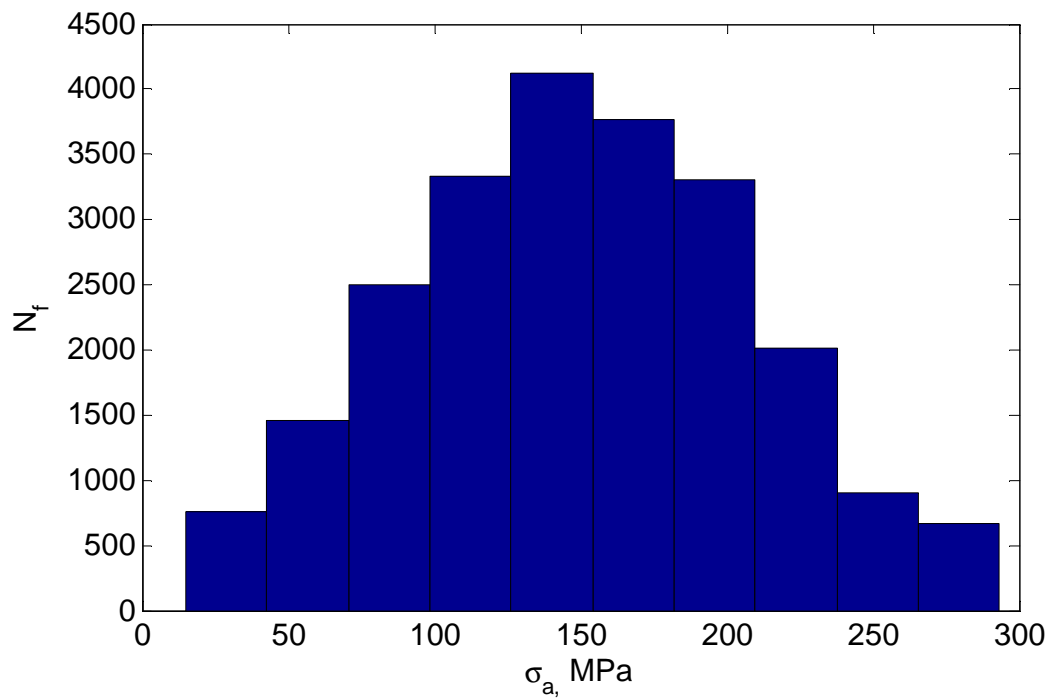
- kombinację zginania ze skręcaniem, dla którego realizowany był przebieg obciążenia  $\tau(t) = 0,5\sigma(t)$ , dla której kąt obrotu głowicy wynosił  $45^\circ$ ;
- kombinację zginania ze skręcaniem, dla którego realizowany był przebieg obciążenia  $\tau(t) = 0,28\sigma(t)$ , dla której kąt obrotu głowicy wynosił  $30^\circ$ .

Na rys. 38 zaprezentowano przykładowy fragment wykorzystanego przebiegu.



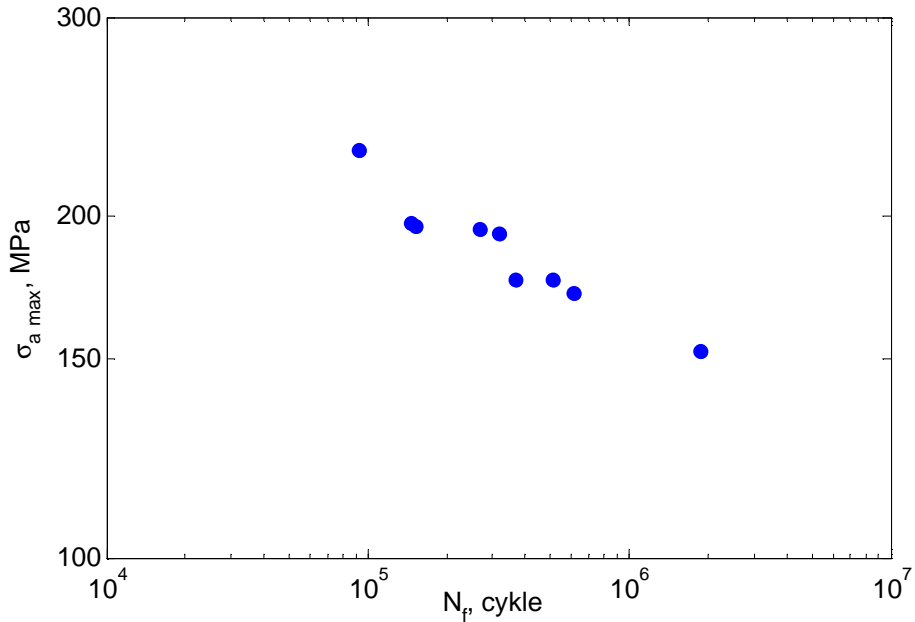
Rys. 39. Przykładowy fragment przebiegu

Na rys. 40 zaprezentowano histogram amplitud cykli naprężenia wybranego przebiegu kombinacji zginania ze skręcaniem badanego materiału dla całkowitej liczby cykli  $N_f = 22805$

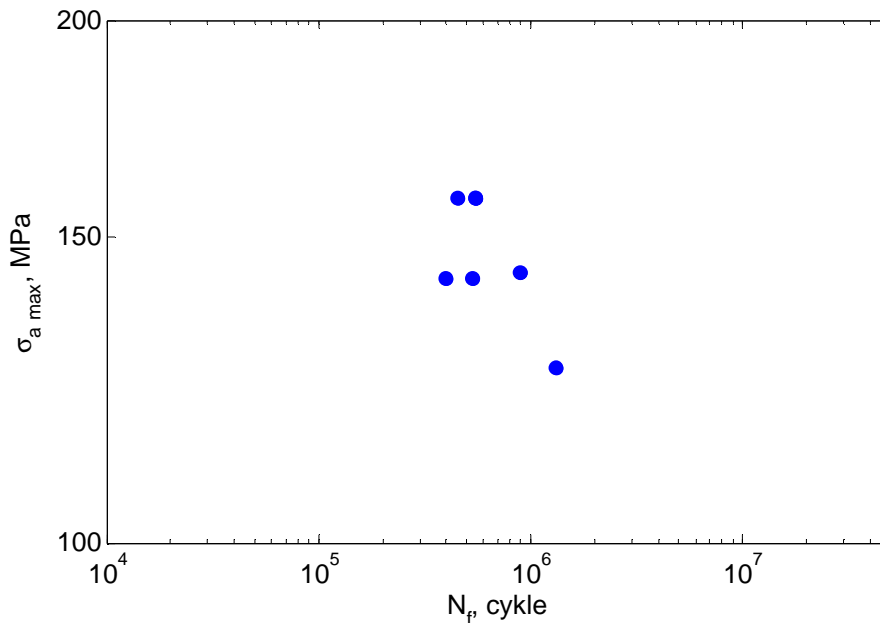


Rys. 40. Histogram amplitud cykli naprężenia wybranego przebiegu kombinacji zginania ze skręcaniem mosiądzu CuZn40Pb2 dla całkowitej liczby cykli  $N_f = 22805$

Na rys. 41 i 42 przedstawiono wyniki badań eksperymentalnych dla próbek wykonanych z stopu miedzi CuZn40Pb2 przy zmiennoodamplitudowym przebiegu obciążenia dla kombinacji zginania ze skręcaniem.



Rys. 41. Wykres zmęczeniowy kombinacji zginania ze skręcaniem  $\tau(t) = 0,28\sigma(t)$  mosiądzu w warunkach obciążeń losowych



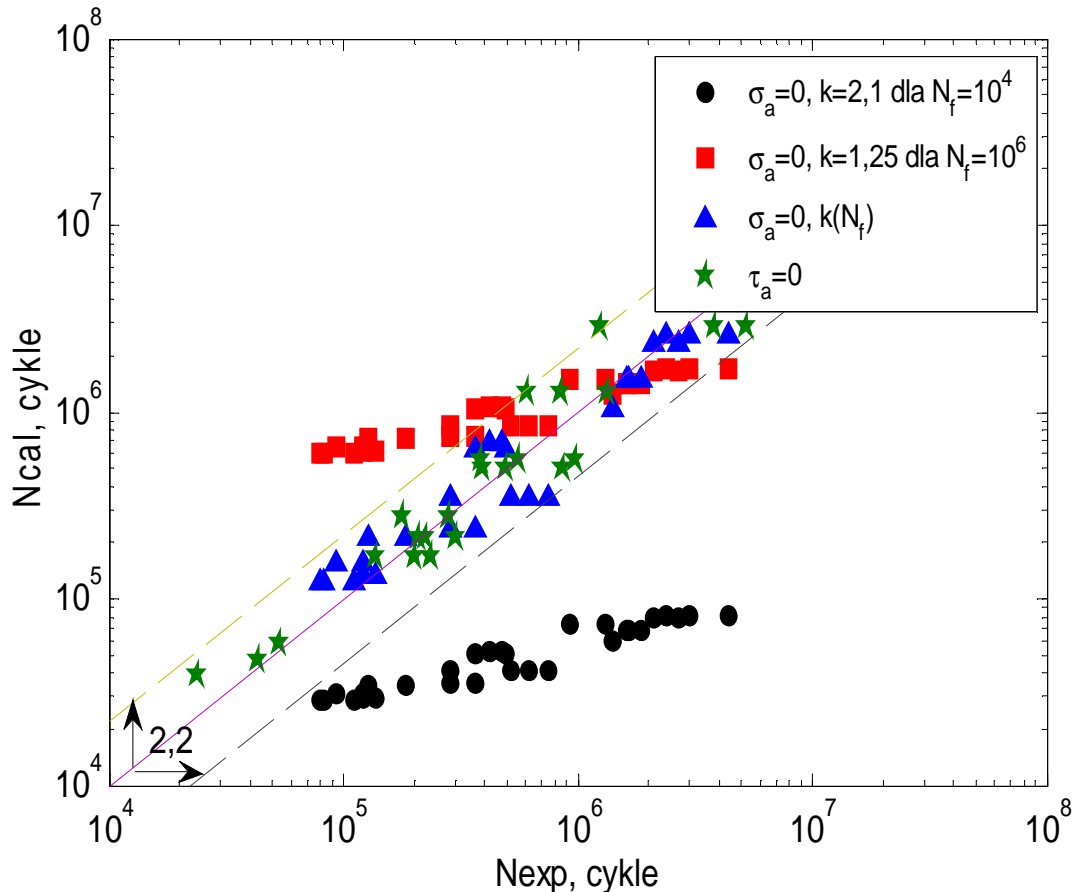
Rys. 42. Wykres zmęczeniowy dla kombinacji zginania ze skręcaniem  $\tau(t) = 0,5\sigma(t)$  mosiądzu w warunkach obciążeń losowych

## 7. BADANIA SYMULACYJNE

Analizując informacje zawarte w przeglądzie literatury można stwierdzić, że istnieje grupa materiałów, która charakteryzuje się brakiem równoległości wzajemnych charakterystyk zmęczeniowych. Do szacowania trwałości zmęczeniowej tych materiałów zaproponowałam model, który uwzględnia zmienność parametru  $k$  zgodnie z równaniem (39). W celu sprawdzenia poprawności zaproponowanych założeń wykonałam obliczenia trwałości zmęczeniowej przy różnych wartościach współczynnika  $k$  [49].

W niniejszym rozdziale zaprezentowano wyniki badań symulacyjnych dotyczących szacowania trwałości zmęczeniowej materiałów, które charakteryzują się brakiem równoległości wzajemnych charakterystyk zmęczeniowych. Analizowane materiały to mosiądz CuZn40Pb2, stal średniostopowa 30CrNiMo8 oraz stal wysokostopowa 35NCD16. Udowodniono, że w przypadku materiałów posiadających nierównoległe charakterystyki należy uwzględnić zmienność parametru  $k$  zgodnie z równaniem (39). W pracy oszacowano trwałość zmęczeniową wykorzystując algorytm zgodnie z rys 23. Trwałości obliczono przy różnej wartości parametru  $k$  wyznaczonego, dla dolnego zakresu dużej liczby cykli  $N_f = 10^4$  i dla górnego zakresu dużej liczby  $N_f = 10^6$  oraz, gdy  $k(N_f)$ .

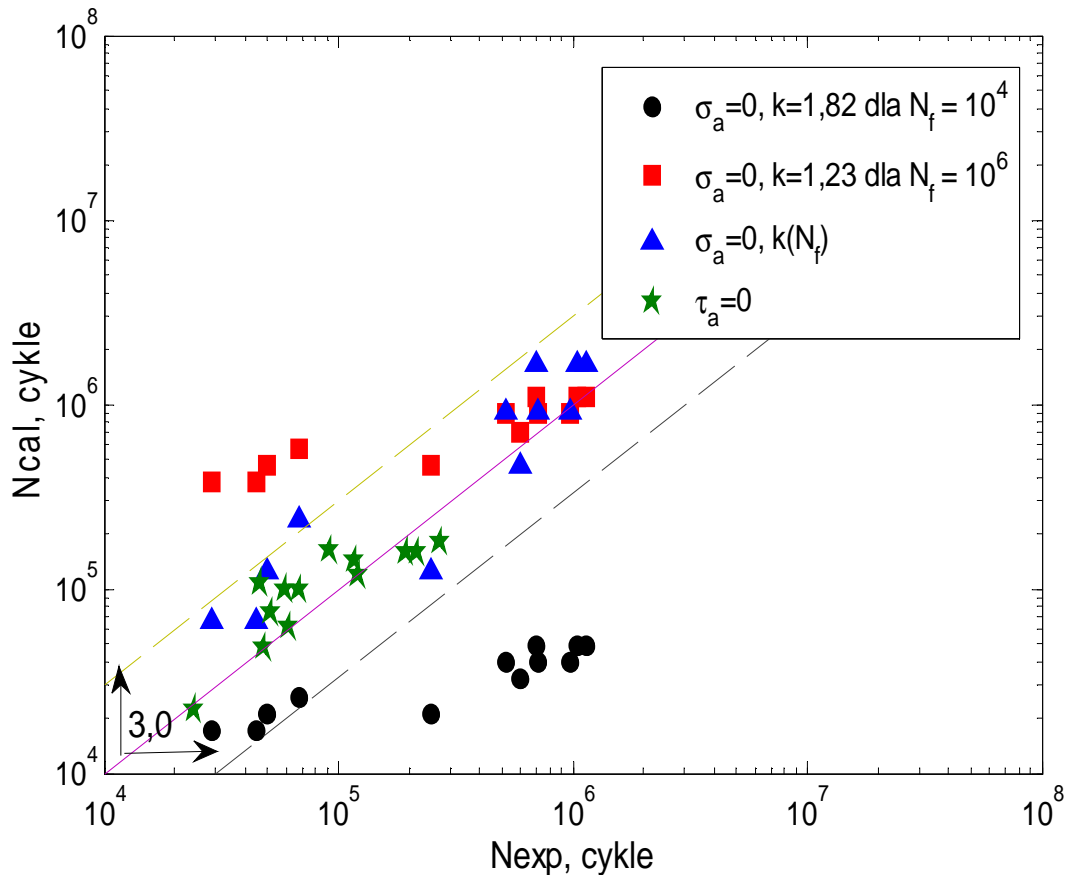
Na rys. 43 przedstawiono wyniki analizy dla CuZn40Pb2 w przypadku zginania wahadłowego i skręcania obustronnego na tle pasma rozrzutu wyznaczonego dla czystego zginania.



Rys. 43. Porównanie trwałości obliczeniowej  $N_{cal}$  z trwałością eksperymentalną  $N_{exp}$  mosiądzu CuZn40Pb2 przy różnych wartościach parametru  $k$

Analizując wykres przedstawiony na rys. 43 można zauważyć, że otrzymane trwałości obliczeniowe były zawyżone w stosunku do trwałości eksperymentalnych, gdy do obliczeń wykorzystano współczynnik  $k = 1,25$  otrzymany przy liczbie cykli równej  $N_f = 10^6$ . W przypadku, gdy do obliczeń wykorzystano  $k = 2,1$  (obliczony dla  $N_f = 10^4$ ) trwałości obliczeniowe były bardzo zaniżone, nawet pięciokrotnie i nie mieściły się w pasmie rozrzutu o współczynniku równym 2,2 wyznaczonym dla czystego zginania. Postępując według zaproponowanego modelu otrzymamy najlepsze wyniki trwałości kalkulacyjnych w stosunku do eksperymentu.

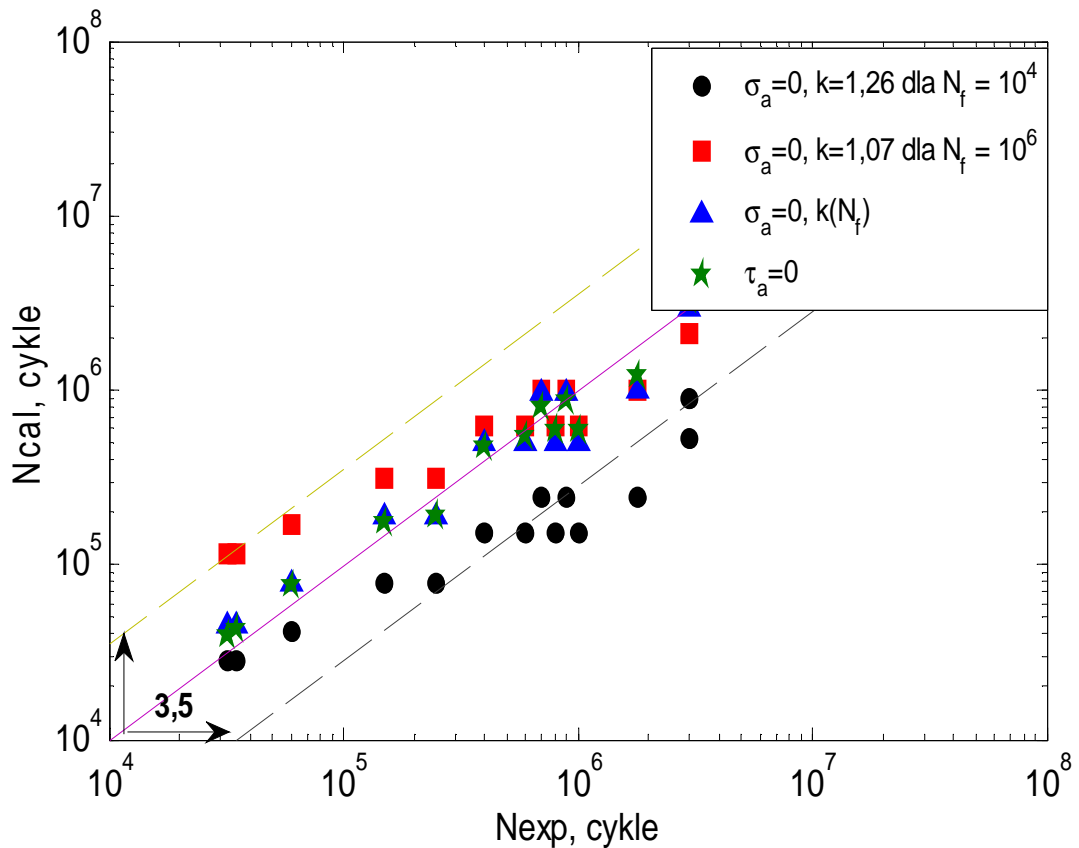
Na rys. 44 przedstawiono wyniki analizy dla 30CrNiMo8 w przypadku czystego zginania i czystego skręcania na tle pasma rozrzutu wyznaczonego dla czystego zginania.



Rys. 44. Porównanie trwałości obliczeniowej  $N_{cal}$  z trwałością eksperymentalną  $N_{exp}$  stali 30CrNiMo8 przy różnych wartościach parametru  $k$

Podobnie jak w przypadku mosiądzu, wyniki obliczeniowe są zawyżone lub zaniżone w zależności od wartości współczynnika  $k$  przyjętej do obliczeń. Odpowiednio punkty obliczeniowe układają się powyżej pasma rozrzutu, dla współczynnika  $k$  równego 1,23 i wyliczonego dla liczby cykli równej  $N_f = 10^6$ . W przypadku, gdy do analizy wykorzystamy  $k = 1,82$  (obliczony dla  $N_f = 10^4$ ) wyniki trwałości obliczeniowych przyjmują wartości niższe niż wyniki eksperymentalne. Gdy przy szacowaniu trwałości zmęczeniowej uwzględnimy zmienność współczynnika  $k$ , uzyskane wyniki obliczeniowe są zdecydowanie najlepsze i najbardziej zbliżone do wyników badań doświadczalnych.

Na rys. 45 przedstawiono wyniki analizy dla 35NCD16 w przypadku czystego zginania i czystego skręcania na tle pasma rozrzutu wyznaczonego dla czystego zginania.



Rys. 45. Porównanie trwałości obliczeniowej  $N_{cal}$  z trwałością eksperymentalną  $N_{exp}$  stali 35NCD16 przy różnych wartościach parametru  $k$

Z wybranej grupy materiałów stal 35NCD16 charakteryzują się najmniejszą nierównoległością wzajemnych charakterystyk zmęczeniowych. Można to zauważyć analizując wyniki współczynników przy wyznaczaniu nierównoległości charakterystyk zmęczeniowych wyznaczonych dla zginania wahadłowego i skręcania obustronnego (podrozdział 3.5). Wyniki trwałości obliczeniowych przy wybranych wartościach parametru  $k$  zachowują się nieco inaczej niż w przypadku dwóch wcześniejszych materiałów. W przypadku, gdy do obliczeń wykorzystamy wartość parametru  $k = 1,26$  wyliczoną dla  $N_f = 10^4$ , otrzymane trwałości kalkulacyjne są nieco zaniżone w stosunku do trwałości eksperymentalnych, odwrotnie niż w przypadku miedzi CuZn40Pb2 i stali 30CrNiMo8. Gdy do obliczeń wykorzystamy wartość  $k = 1,07$ , obliczoną dla  $N_f = 10^6$  wyniki trwałości obliczeniowych są zbliżone do wyników badań doświadczalnych i mieszczą się w paśmie rozrzutu o współczynniku równym 3,5 obliczonym dla czystego zginania.

Podsumowując z analizy wykresów zaprezentowanych na rys. 43 ÷ 45 można zauważyć, że najlepszy rezultat otrzymano, gdy  $k(N_f)$ , dlatego tak ważne jest uwzględnienie parametru  $k$  od liczby cykli do zniszczenia przy przewidywaniu trwałości zmęczeniowej takich materiałów. Z trzech analizowanych materiałów stal 35NCD16 charakteryzuje się najmniejszą nierównoległością charakterystyk zmęczeniowych, co można zauważyć analizując powyższe wykresy.



## 8. BADANIA LITERATUROWE

### 8.1. Badania zmęczeniowe stali 30CrNiMo8

Stal 30CrNiMo8 to stal stopowa specjalna do ulepszania cieplnego. Materiał ten stosowany jest na części o dużych przekrojach, głównie w przemyśle maszyn ciężkich, energetycznym, lotniczym na wały napędowe czy sterujące. W tabeli 20 zestawiono oznaczenia stali 30CrNiMo8 według innych norm.

Tabela. 20 Oznaczenia stali 30CrNiMo8 wg innych norm (odpowiedniki)

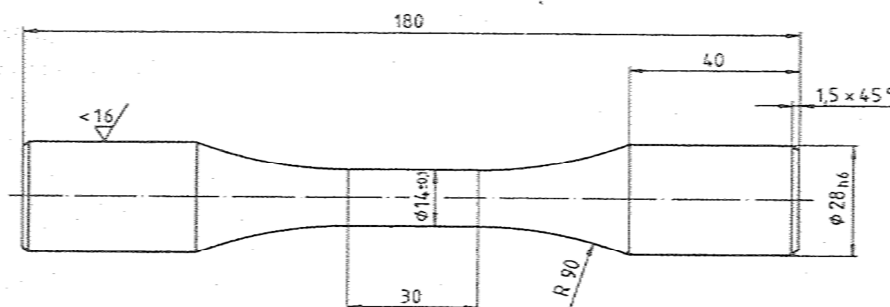
Norma	DIN	ISO	EN	PN
Oznaczenie	30CrNiMo8	31CrNiMo8	1.6580	30H2N2M

Weryfikacja zaproponowanego modelu obliczeniowego została wykonana w oparciu o wybrane wyniki badań zmęczeniowych stali 30CrNiMo8 zaczerpnięte z pracy [92] i [16]. Właściwości statyczne analizowanego materiału zestawiono w tabeli 21.

Tabela 21. Własności statyczne badanych materiałów

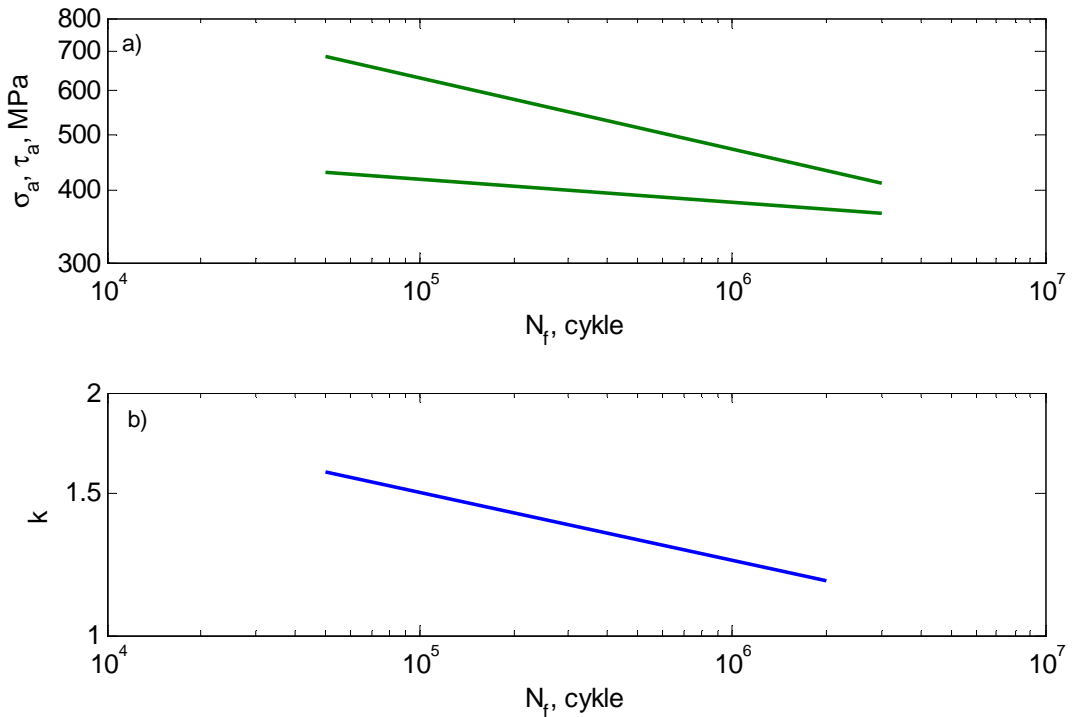
Materiał	$R_e$ , MPa	$R_m$ , MPa	E, GPa	$\nu$	Z, %	$A_5$ , %
30CrNiMo8	812	1014	217	0,30	68	7,6

Na rys. 46 przedstawiono schemat próbki wykorzystanej do badań zmęczeniowych [92].



Rys. 46. Kształt i wymiary próbek zastosowanych do badań zmęczeniowych stali 30CrNiMo8 [92]

Na rys. 47 przedstawiono charakterystyki zmęczeniowe analizowanego materiału dla zginania wahadłowego i skręcania obustronnego (a) oraz wykazano brak stałości współczynnika  $k$  prezentując zależności wartości parametru  $k$  od liczby cykli  $N_f$  (b).



Rys. 47. Wykres a) zmęczeniowy dla zginania wahadłowego i skręcania obustronnego dla stali stopowej 30CrNiMo8, b) zależności wartości parametru  $k$  od liczby cykli  $N_f$  dla 30CrNiMo8

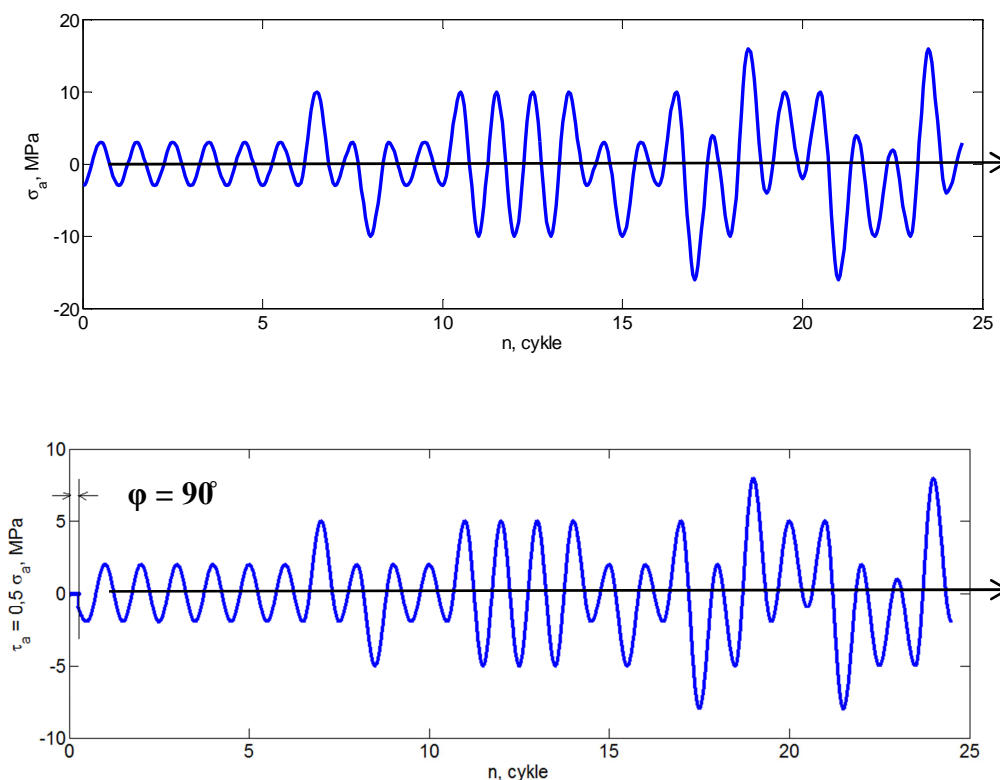
Na próbkach ze stali stopowej 30CrNiMo8 wykonano badania zmęczeniowe w warunkach obciążeń cyklicznych i losowych.

W przypadku analizowanych obciążeń cyklicznych próbki walcowe były poddane zginaniu, kombinacji zginania ze skręcaniem oraz skręcaniu. Program badań próbek ze stali w warunkach zmiennej amplitudy zawierał czyste zginanie, trzy kombinacje zgodnego w fazie ( $\varphi=0^\circ$ ) zginania ze skręcaniem, czyste skręcanie oraz dwa przesunięcia fazy przy kombinacji zginania ze skręcaniem ( $\varphi=90^\circ$  i  $\varphi=5\cdot 360^\circ$ ). Standaryzowane historie obciążeń zmęczeniowych generowano za pomocą specjalnego programu komputerowego opisanego w pracy [24].

Przyjęto następujące parametry generacji:

- częstotliwość generacji  $f = 5 \text{ Hz}$ ,
- czas obserwacji  $N_{\text{blok}} = 50\,000$  cykli,
- współczynnik nieregularności  $I = 0,99$ ,
- wartość średnia  $\sigma_m = 0$ ,

Przykład generowanych historii obciążenia zobrazowano na rys. 48.



Rys. 48. Standaryzowane historie naprężeń generowane w testach zginania ze skręcaniem z przesunięciem fazowym  $\varphi = 90^\circ$

## 8.2. Badania zmęczeniowe stali 35NCD16

Stal 35NCD16 to stal stopowa o wysokiej wytrzymałości, która wzięła swoją nazwę z przemysłu francuskiego. Materiał ten oprócz wysokiej wytrzymałości charakteryzuje się również dużą odpornością na pękanie. Właściwości te sprawiły, że stal 35NCD16 znalazła szerokie zastosowanie w konstrukcjach w przemyśle lotniczym. W tabeli 22 zestawiono oznaczenia stali 35NCD16 według innych norm.

Tabela. 22 Oznaczenia stali 35NCD16 wg innych norm (odpowiedniki)

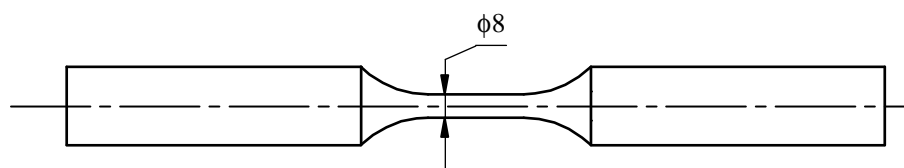
Norma	DIN	Francja	PN-EN 10027-2	AISI
Oznaczenie	35NCD16	35NCD16	1.6747	4337

W celu sprawdzenie poprawności działania zaproponowanego modelu obliczeniowego wykorzystano wyniki badań zmęczeniowych stali 35NCD16 wykonane przez prof. Franca Morela (Francja) zaczerpnięte z pracy [78]. Parametry statyczne materiału przedstawiono w tabeli 23.

Tabela 23. Właściwości statyczne analizowanej stali [78]

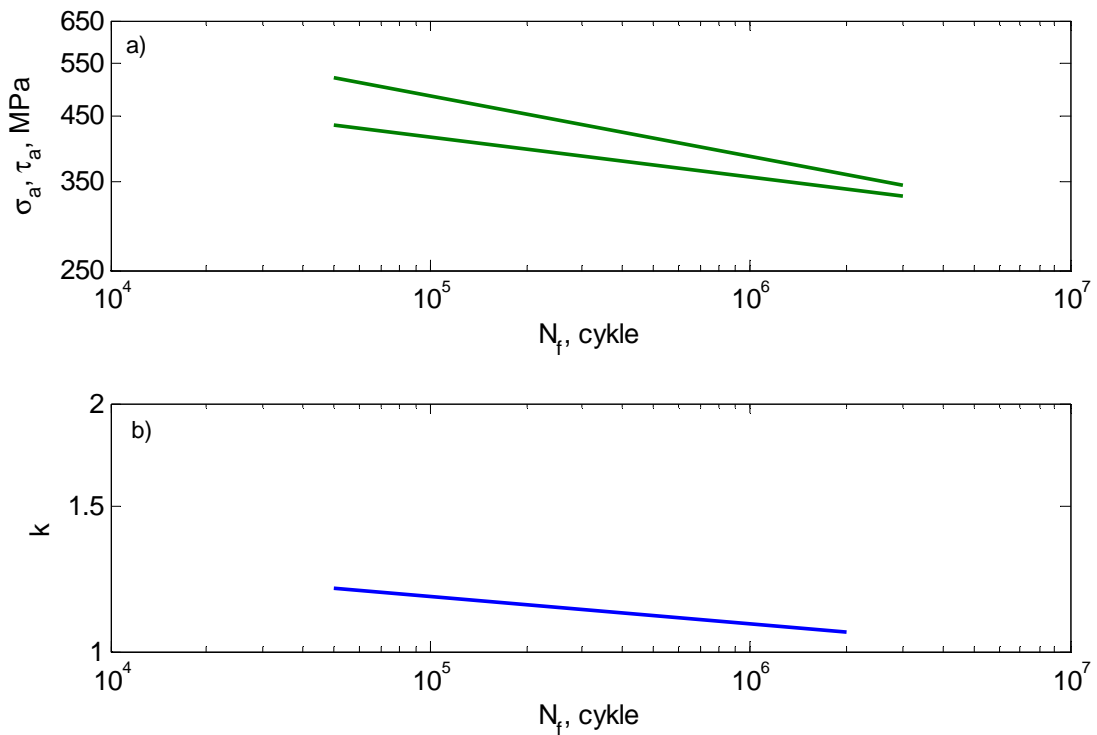
Materiał	$R_e$ , MPa	$R_m$ , MPa	E, GPa	$\nu$	Z, %	$A_{10}$ , %
35NCD16	930	1070	205	0,30	-	20,7

Schemat próbki, na których wykonano badania zmęczeniowe przedstawiono na rys. 49.



Rys. 49. Kształt i wymiary próbek zastosowanych do badań zmęczeniowych stali 35NCD16 [78]

Zgodnie z informacjami przedstawionymi we wcześniejszych rozdziałach stali 35NCD16 to materiał, który charakteryzuje się brakiem równoległości wzajemnych charakterystyk zmęczeniowych, co można zaobserwować na wykresach przedstawionych na rys. 50.



Rys. 50. Wykres a) zmęczeniowy dla rozciągania – ściskania i skręcania obustronnego dla stali stopowej 35NCD16 b) zależności wartości parametru  $k$  od liczby cykli  $N_f$  dla stali stopowej 35NCD16

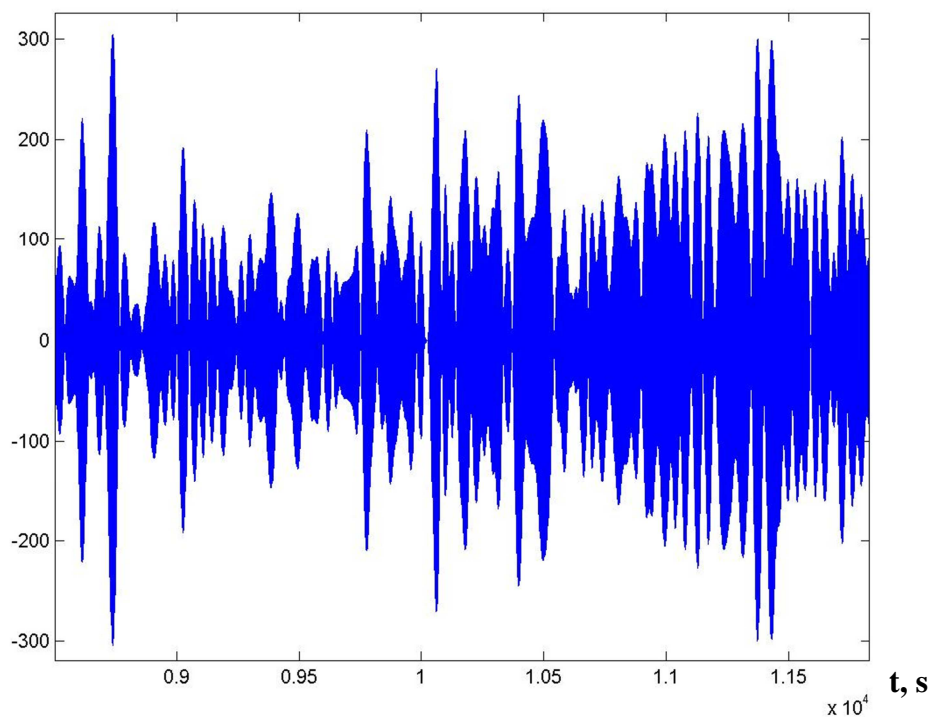
Na próbkach ze stali stopowej 35NCD16 wykonano badania zmęczeniowe w warunkach obciążeń cyklicznych i losowych. Do badań wykorzystano próbki walcowe (rys. 49), które poddano obciążeniom cyklicznym i losowym [78]. Badania cykliczne i losowe dotyczyły głównie rozciągania i skręcania, dodatkowo badania losowe zostały uzupełnione o proporcjonalne zginanie ze skręcaniem ( $\tau_a=0,5\sigma_a$ ). W przypadku obciążeń losowych użyto standardowego przebiegu CARLOS Car Loading Sequence-lateral [24] o łącznej liczbie cykli w bloku 95 180. Po redukcji cykli o małych amplitudach otrzymano dwa rodzaje bloków  $f1=46656$  ekstremów oraz  $f2=13568$  ekstremów.

### 8.3. Badania losowe stopu miedzi CuZn40Pb2

Wyniki badań losowych stopu miedzi CuZn40Pb2 w zakresie zginania i skręcania zostały zaczerpnięte z literatury [26]. Badania zostały wykonane na stanowisku MZGS100L, które jest urządzeniem przeznaczonym do realizacji losowych

badan zmęczeniowych przy obciążeniach zginających, skręcających i proporcjonalnym zginaniu ze skręcaniem. Autorzy wykorzystali wąskopasmowy sygnał o częstotliwości  $f = 19$  Hz, zaproponowany przez Niesłonego. Przebiegi czasowe otrzymywano za pomocą generatora liczb losowych o rozkładzie normalnym, a następnie filtrowano je filtrem pasmowym Chebysheva rodzaju pierwszego. Czas obserwacji wynosi 2000 s. Na rys. 51 przedstawiono przykładowy fragment losowego przebiegu naprężenia wykorzystanego w badaniach. W trakcie badań autorzy dokonywali pomiaru rzeczywistej wartości momentu mierząc odkształcenie na dźwigni przy pomocy tensometrów. Otrzymane wartości napięcia z mostka tensometrycznego karty pomiarowej skalowano na podstawie równania prostej cechowania.

$\sigma(t)$ , MPa



Rys. 51. Standaryzowane historie naprężeń generowane w testach zmęczeniowych dla zginania

## 9. WERYFIKACJA ZAPROPONOWANEGO MODELU

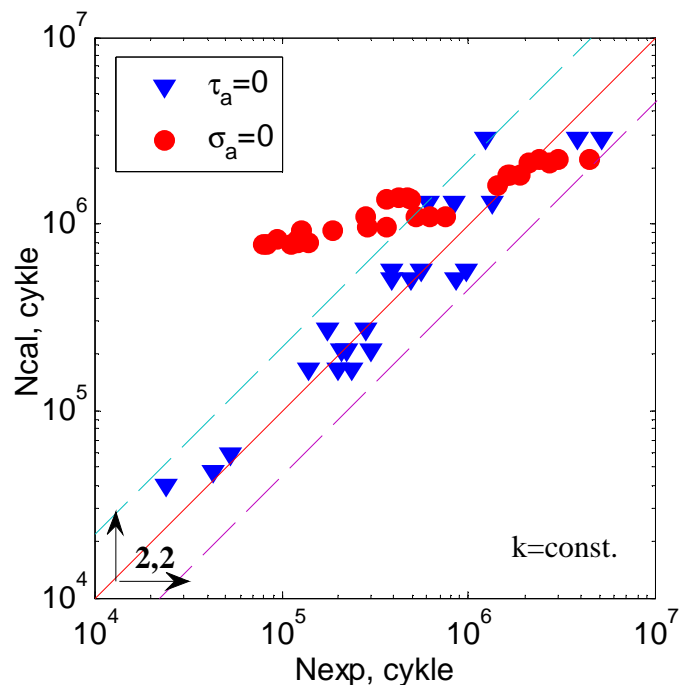
Celem analizy badań eksperymentalnych jest sprawdzenie efektywności proponowanego sposobu szacowania trwałości zmęczeniowej w warunkach zastosowanych obciążeń przy zginaniu i skręcaniu.

### 9.1. Badania stopu miedzi CuZn40Pb2

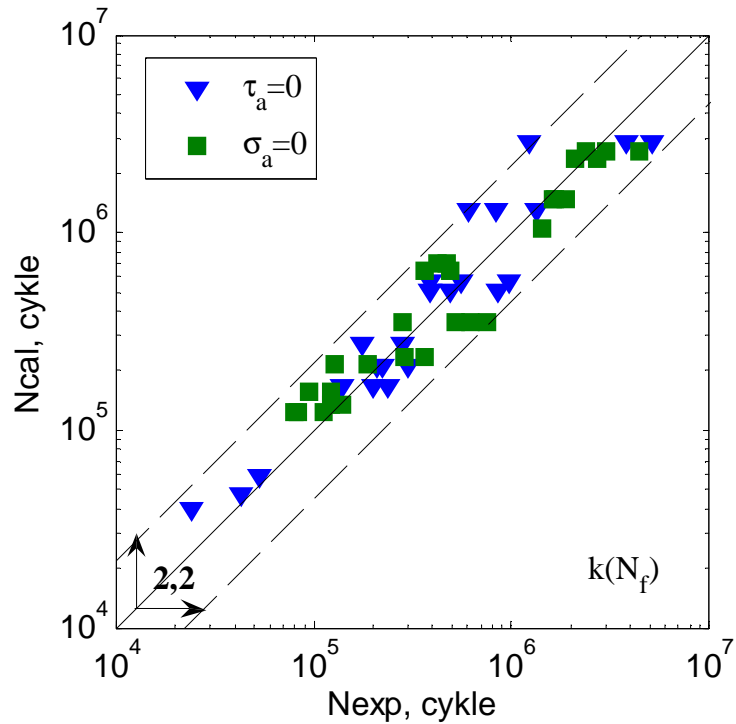
W kolejnych podrozdziałach zaprezentowano wyniki weryfikacji dla badań stopu miedzi w warunkach obciążeń cyklicznych, blokowych i losowych. Do analizy wykorzystano wyniki badań doświadczalnych własnych oraz wyniki literaturowe.

#### 9.1.1. Badania cykliczne

W pracy zweryfikowano wyniki badań eksperymentalnych mosiądzu ołowianego. Na rys. 52÷57 przedstawiono porównanie trwałości obliczeniowej  $N_{cal}$  z eksperymentalną  $N_{exp}$  w przypadku, gdy  $k = 1,25$  obliczonym dla  $N_f = 10^6$  oraz gdy  $k(N_f)$ .



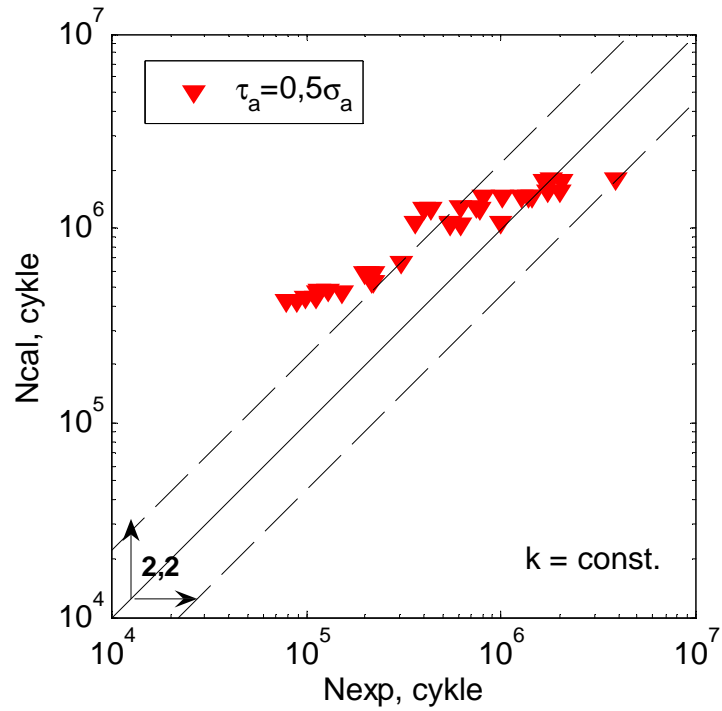
Rys. 52. Porównanie trwałości obliczeniowej  $N_{cal}$  według kryterium maksymalnych naprężeń stycznych z trwałością eksperymentalną  $N_{exp}$  dla CuZn40Pb2 dla zginania wahadłowego i skręcania obustronnego  $k = \text{const.}$



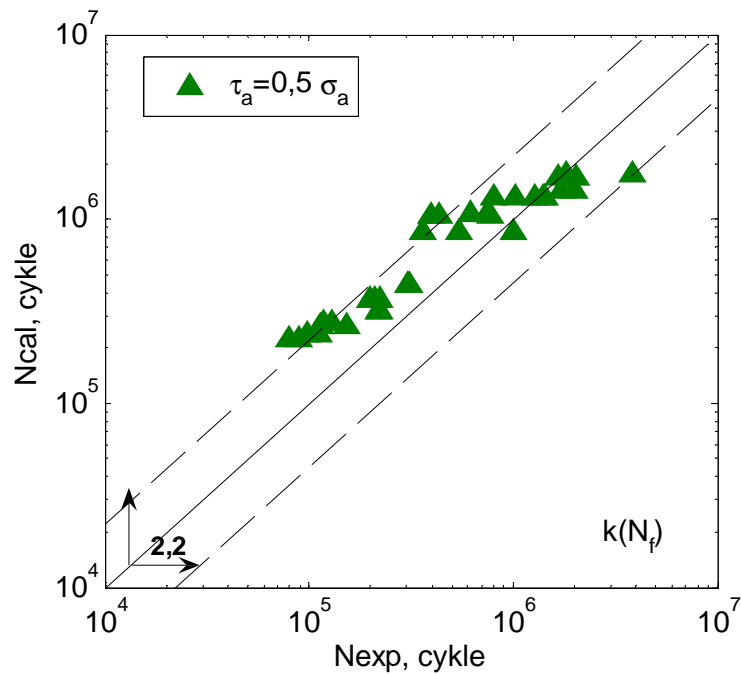
Rys.53. Porównanie trwałości obliczeniowej  $N_{cal}$  według kryterium maksymalnych naprężeń stycznych z trwałością eksperymentalną  $N_{exp}$  dla CuZn40Pb2 dla zginania wahadłowego i skręcania obustronnego  $k(N_f)$

Z analizy wykresów zaprezentowanych na rys. 52 i 53 można zauważyć, że przy uwzględnieniu zmienności współczynnika  $k(N_f)$  wszystkie wyniki mieszczą się w paśmie rozrzutu o współczynniku równym 2,2, który został obliczony dla czystego zginania. W przypadku, gdy  $k$  jest stałe wyniki obliczeń charakteryzują się większymi rozrzutami, a trwałości obliczeniowe są zawyżone, a w szczególności dla niższych trwałości.

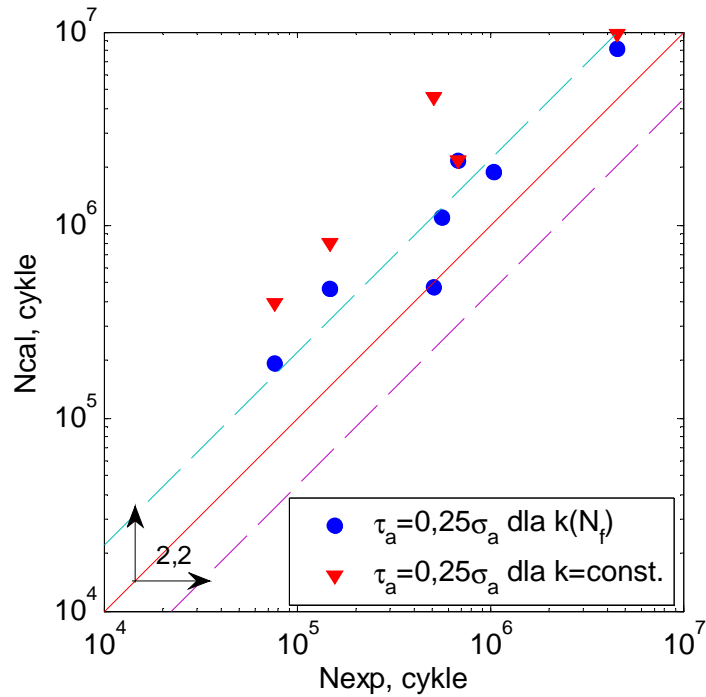




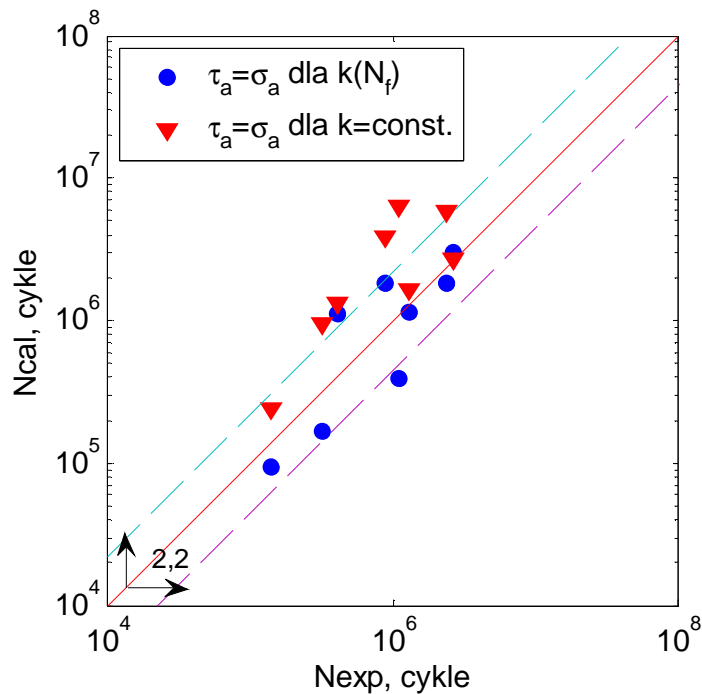
Rys. 54. Porównanie trwałości obliczeniowej  $N_{cal}$  według kryterium maksymalnych naprężeń stycznych z trwałością eksperymentalną  $N_{exp}$  dla CuZn40Pb2 dla  $\tau_a = 0,5\sigma_a$ ,  $k=const.$



Rys. 55. Porównanie trwałości obliczeniowej  $N_{cal}$  według kryterium maksymalnych naprężeń stycznych z trwałością eksperymentalną  $N_{exp}$  dla CuZn40Pb2 dla  $\tau_a = 0,5\sigma_a$ ,  $k(N_f)$



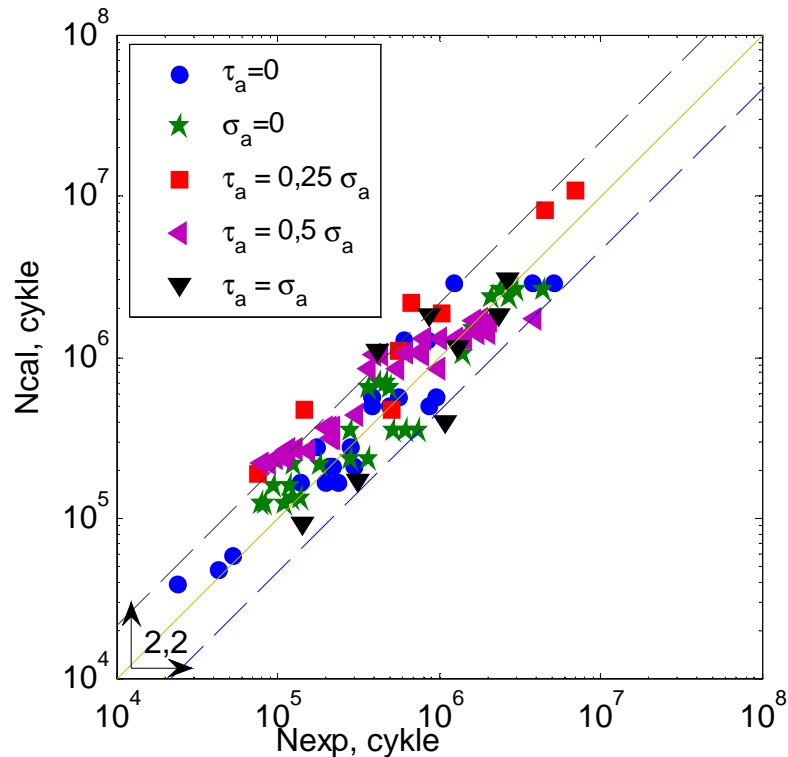
Rys. 56. Porównanie trwałości obliczeniowej  $N_{cal}$  według kryterium maksymalnych naprężeń stycznych z trwałością eksperymentalną  $N_{exp}$  dla mosiądzu CuZn40Pb2 dla  $\tau_a = 0,25\sigma_a$ , gdy  $k = const.$  i  $k(N_f)$



Rys. 57. Porównanie trwałości obliczeniowej  $N_{cal}$  według kryterium maksymalnych naprężeń stycznych z trwałością eksperymentalną  $N_{exp}$  dla CuZn40Pb2 dla  $\tau_a = \sigma_a$ , gdy  $k = const.$  i  $k(N_f)$

W przypadku każdej analizowanej kombinacji zginania ze skręcaniem ( $\tau_a = 0,5\sigma_a$ ,  $\tau_a = 0,25\sigma_a$  oraz  $\tau_a = \sigma_a$ ) wyniki trwałości obliczeniowych uzyskane bez uwzględnienia zmienności parametru  $k$  są zawyżone w stosunku do otrzymanych wyników doświadczalnych dla analizowanych trwałości.

Na rys. 58 przedstawiono zbiorcze porównanie uzyskanych trwałości obliczeniowych z doświadczalnymi przy wykorzystaniu zaproponowanego sposobu obliczeń.



Rys. 58. Porównanie trwałości obliczeniowej  $N_{cal}$  według kryterium maksymalnych naprężeń stycznych z trwałością eksperymentalną  $N_{exp}$  dla mosiądzu CuZn40Pb2 w warunkach obciążeń cyklicznych dla  $k(N_f)$

Z analizy wykresu zaprezentowanego na rys. 56 można zauważyć, że zdecydowana większość wyników mieści się w paśmie rozrzutu o współczynniku równym 2,2 obliczonym dla czystego zginania. Uzyskane trwałości obliczeniowe są zbliżone do wyników doświadczalnych.

### 9.1.2. Badania blokowe

W pracy [62] dokonano porównania różnych metod prezentacji zmiennoamplitudowych wyników badań trwałości zmęczeniowej. Autorzy zaprezentowali i sprawdzili sześć metod, ale tylko trzy z nich dały zadowalające wyniki, a były to: metoda najbardziej niszczącej amplitudy, połowy uszkodzenia i średniego uszkodzenia. Aby obliczyć trwałość zmęczeniową ( $N_{cal}$ ) w przypadku obciążeń blokowych i losowych zastosowano metodę amplitudy średniego uszkodzenia

$$\sigma_{md} = \frac{\sum n_i \sigma_{ai}^{m+1}}{\sum n_i \sigma_{ai}^m}, \quad (89)$$

dzięki której uzyskano najbardziej zbliżone wyniki.

Zgodnie z tą metodą szukana trwałość obliczeniowa przyjmuje postać:

$$N_f = \sum n_i \left( \frac{\sigma_{ai}}{\sigma_{md}} \right)^m. \quad (90)$$

Wyrażenie (89) dla analizowanych obciążeń blokowych jest następujące

$$\sigma_{md} = \frac{n(\sigma) \cdot \sigma_{\sigma eqa}(\sigma)^{m_\sigma+1} + n(\tau) \cdot \sigma_{\tau eqa}(\tau)^{m_\tau+1}}{n(\sigma) \cdot \sigma_{\sigma eqa}(\sigma)^{m_\sigma} + n(\tau) \cdot \sigma_{\tau eqa}(\tau)^{m_\tau}}, \quad (91)$$

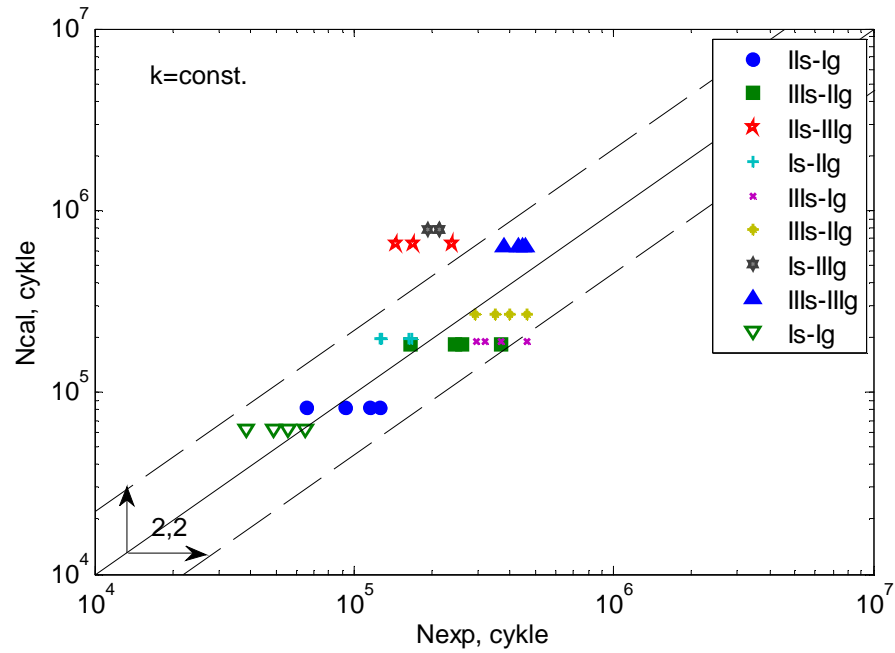
a szukaną trwałość obliczeniową wyrażono zgodnie z zależnością (90)

$$N_f = n(\sigma) \cdot \left( \frac{\sigma_{\sigma eqa}}{\sigma_{md}} \right)^{m_\sigma} + n(\tau) \cdot \left( \frac{\sigma_{\tau eqa}}{\sigma_{md}} \right)^{m_\tau}. \quad (92)$$

Na rys. 59 przedstawiono porównanie trwałości obliczeniowych z eksperymentalnymi badanego materiału w przypadku, gdy trwałość kalkulacyjną obliczono zgodnie z wyrażeniem:

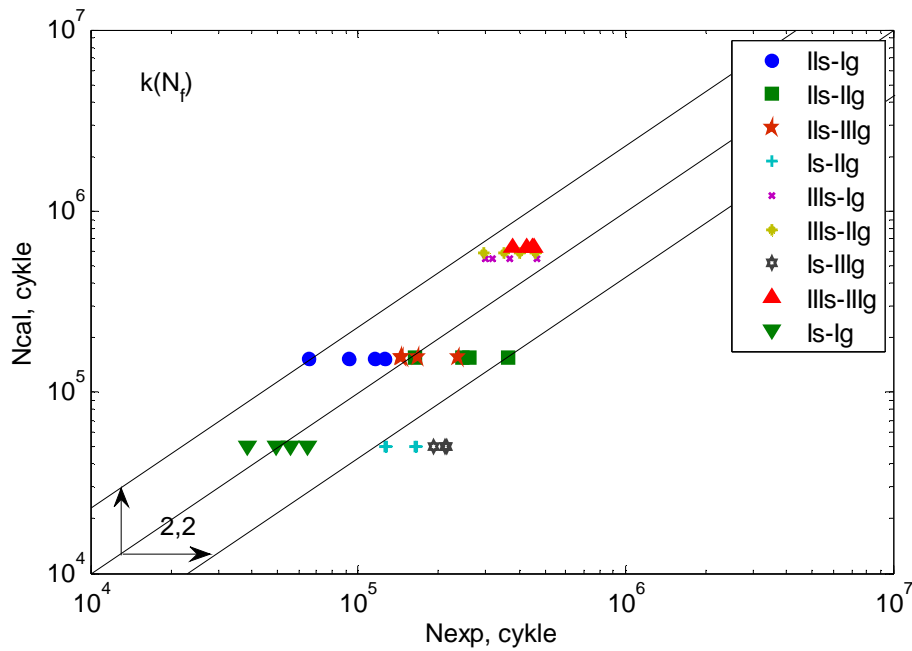
$$N_f = 5 \cdot (n(\sigma) + n(\tau)). \quad (93)$$

Wyrażenie (93) jest zgodne z założeniami przedstawionymi na rys. 35 oraz w pracy [34]. W sposobie tym nie uwzględniono zmienności parametru  $k$  od liczby cykli do zniszczenia.



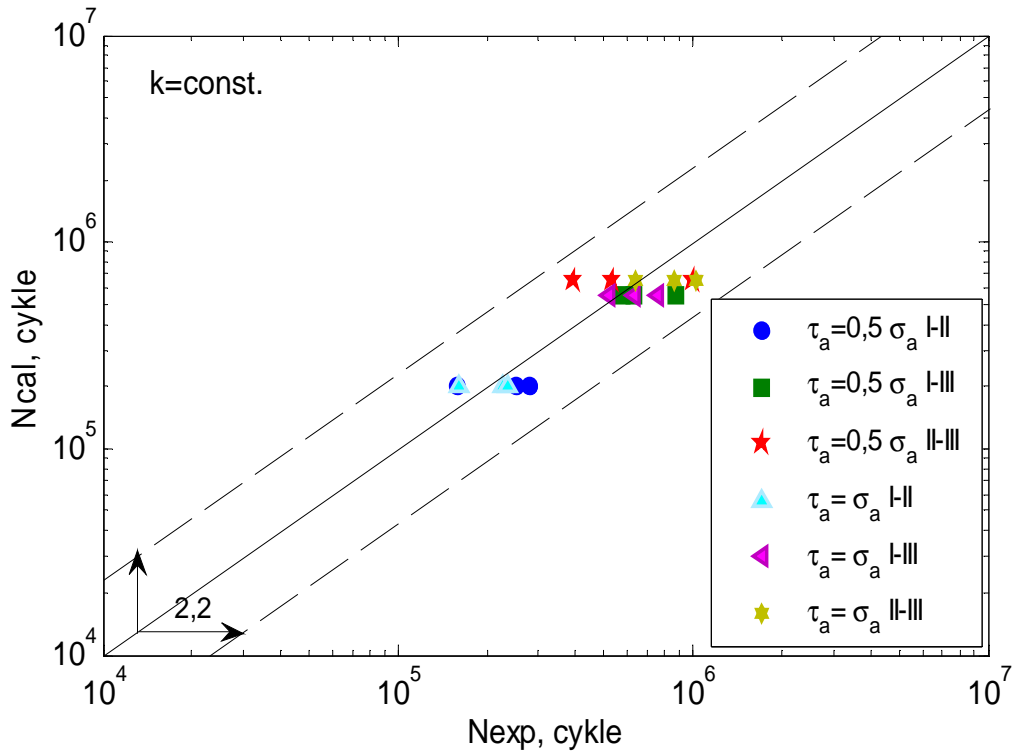
Rys. 59. Porównanie trwałości obliczeniowych z eksperymentalnymi dla mosiądzu CuZn40Pb2, gdy  $k=1,25$ .

Na rys. 60 przedstawiono porównanie trwałości obliczeniowych z eksperymentalnymi badanego materiału, w przypadku, gdy została uwzględniona zmienność zależności (39).



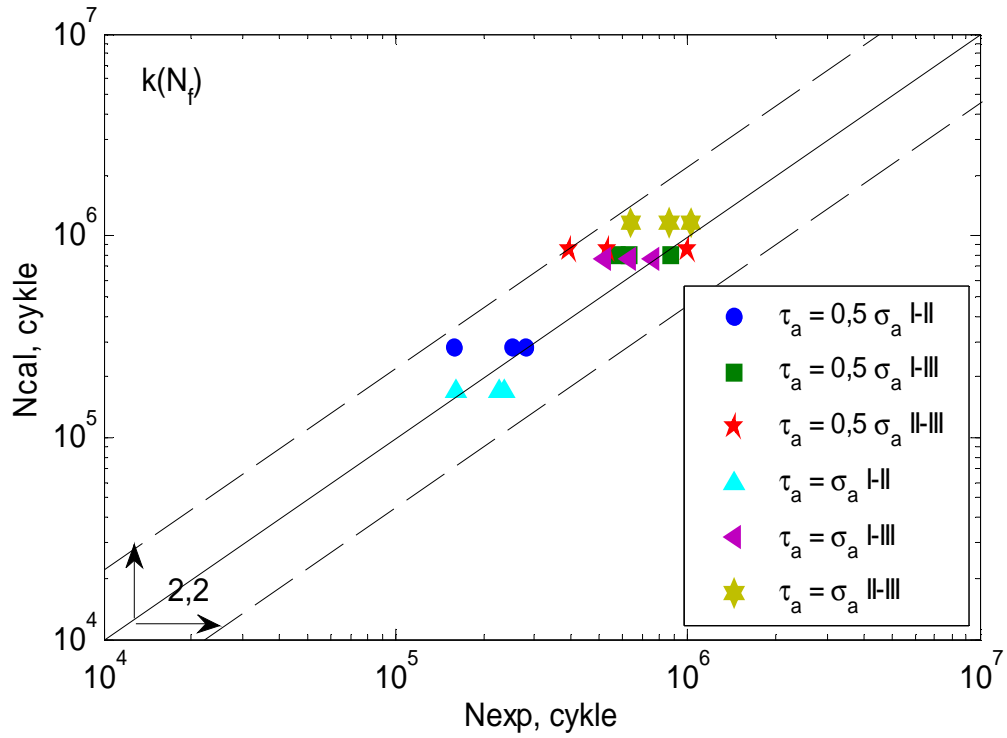
Rys. 60. Porównanie trwałości obliczeniowych z eksperymentalnymi dla mosiądzu CuZn40Pb2, gdy  $k(N_f)$

Na kolejnych wykresach zaprezentowanych na rys. 61 i 62 przedstawiono porównanie trwałości obliczeniowej z eksperymentalną dla dwóch kombinacji zginania ze skręcaniem ( $\tau_a = 0,5\sigma_a$  oraz  $\tau_a = \sigma_a$ ) w przypadku obciążeń blokowych przy  $k=1,25$  oraz  $k(N_f)$ . W obu przypadkach wyniki obliczeniowe były zgodne z wynikami doświadczalnymi i mieściły się w pasmach rozrzutu o współczynniku 2,2 wyznaczonym dla czystego zginania.

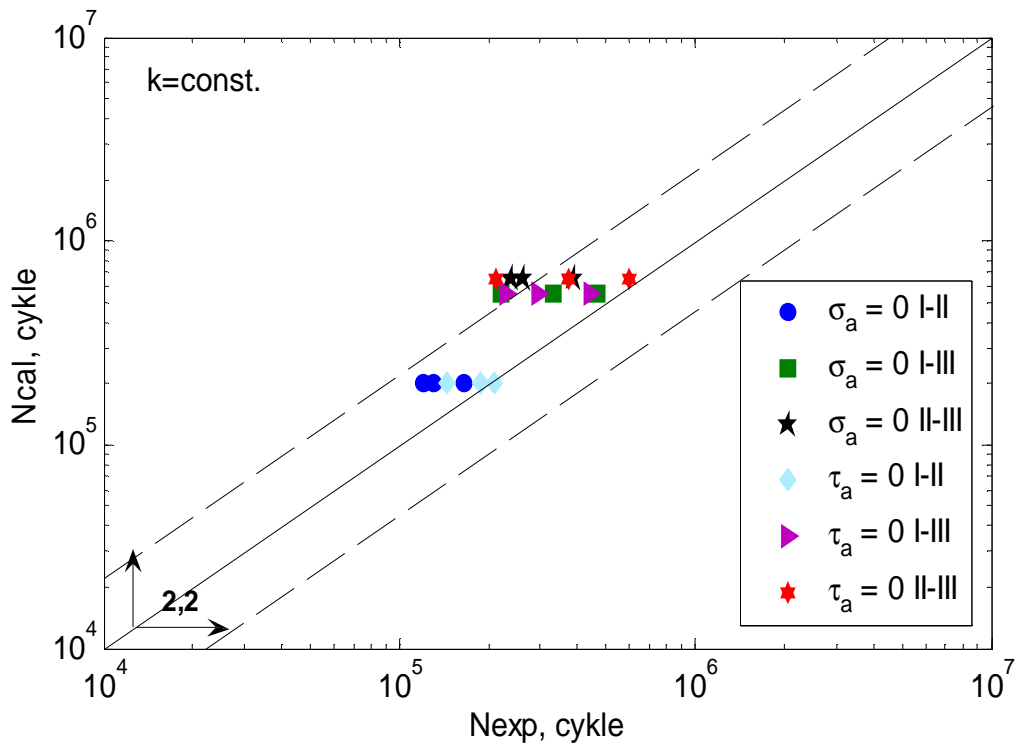


Rys. 61. Porównanie trwałości obliczeniowych z eksperymentalnymi dla mosiądzu CuZn40Pb2, gdy  $k=1,25$

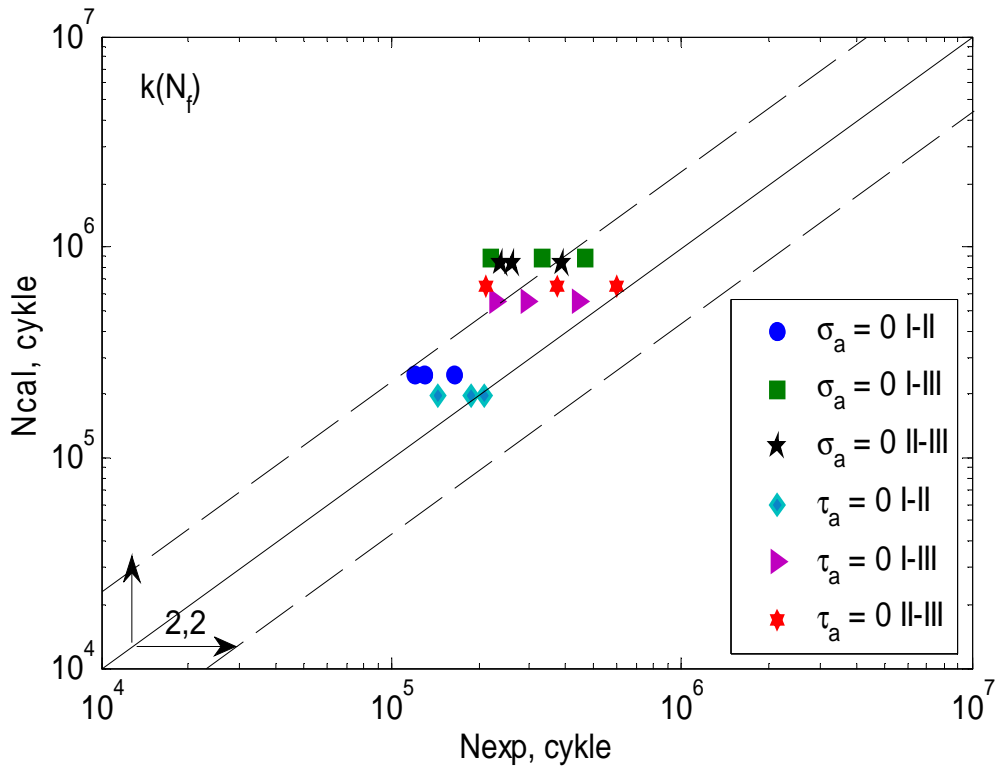
Na rys. 62 i 63 zestawiono porównanie trwałości obliczeniowych z wynikami doświadczalnymi dla zginania wahadłowego i skręcania obustronnego w warunkach obciążeń blokowych przy  $k = 1,25$  oraz uwzględniając zmienność parametru  $k$  od liczby cykli do zniszczenia.



Rys. 62. Porównanie trwałości obliczeniowych z eksperymentalnymi dla mosiądzu CuZn40Pb2, gdy  $k(N_f)$



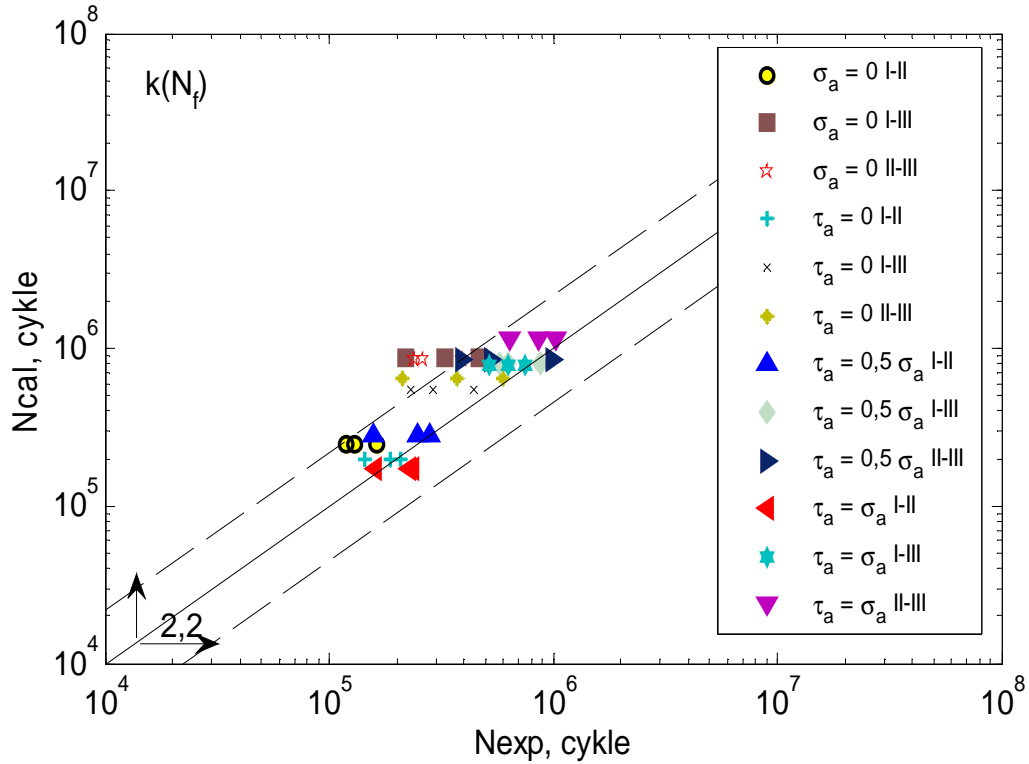
Rys. 63. Porównanie trwałości obliczeniowych z eksperymentalnymi dla mosiądzu CuZn40Pb2, gdy  $k=1,25$



Rys. 64. Porównanie trwałości obliczeniowych z eksperymentalnymi dla mosiądzu CuZn40Pb2, gdy  $k(N_f)$

W warunkach obciążeń blokowych uwzględnienie zmienności współczynnika  $k$  dają podobne rezultaty jak w przypadku obliczeń przy  $k = \text{const}$ . Wyniki uzyskane za pomocą proponowanego modelu są zbliżone do trwałości doświadczalnych. Na rys. 65 zaprezentowano zbiorcze zestawienie porównania trwałości obliczeniowych z wynikami eksperymentalnymi.

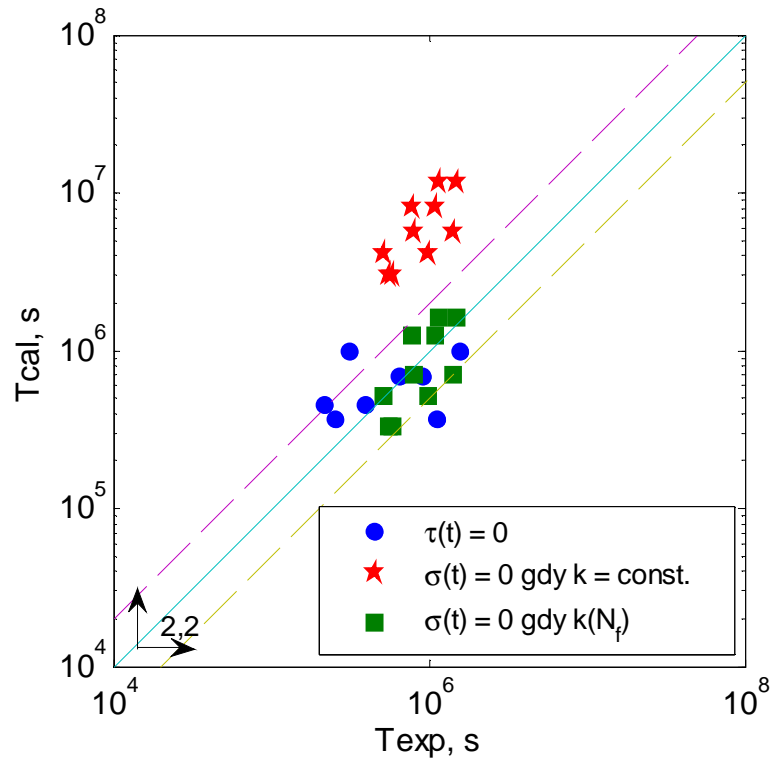




Rys. 65. Porównanie trwałości obliczeniowych z eksperymentalnymi dla mosiądzu w warunkach obciążeń blokowych mosiądzu CuZn40Pb2, gdy  $k(N_f)$

### 9.1.3. Badania losowe

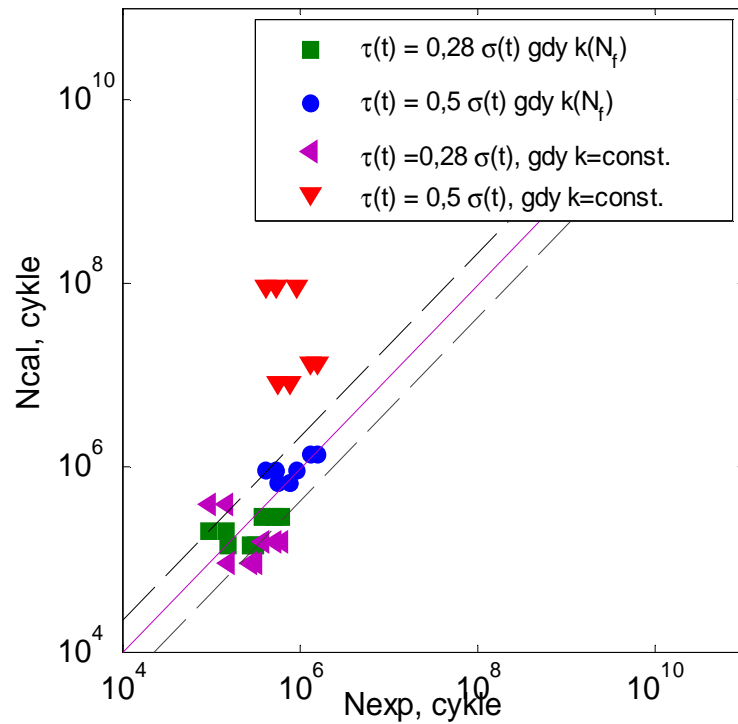
W podrozdziale przedstawiono wyniki weryfikacji dla badań literaturowych oraz własnych mosiądzu CuZn40Pb2. Przeprowadzono analizę w dwóch przypadkach, gdy parametr  $k$  jest stały, równy 1,25 oraz z uwzględnieniem zmienności według (39). Na rys. 66 zaprezentowano wyniki weryfikacji zaproponowanego kryterium dla zginania wahadłowego i skręcania obustronnego zaczerpnięte z pracy [26].



Rys. 66. Porównanie trwałości obliczeniowej  $T_{cal}$  według kryterium w płaszczyźnie maksymalnych naprężeń stycznych z trwałością eksperymentalną  $T_{exp}$  dla zginania, skręcania w warunkach obciążeń losowych

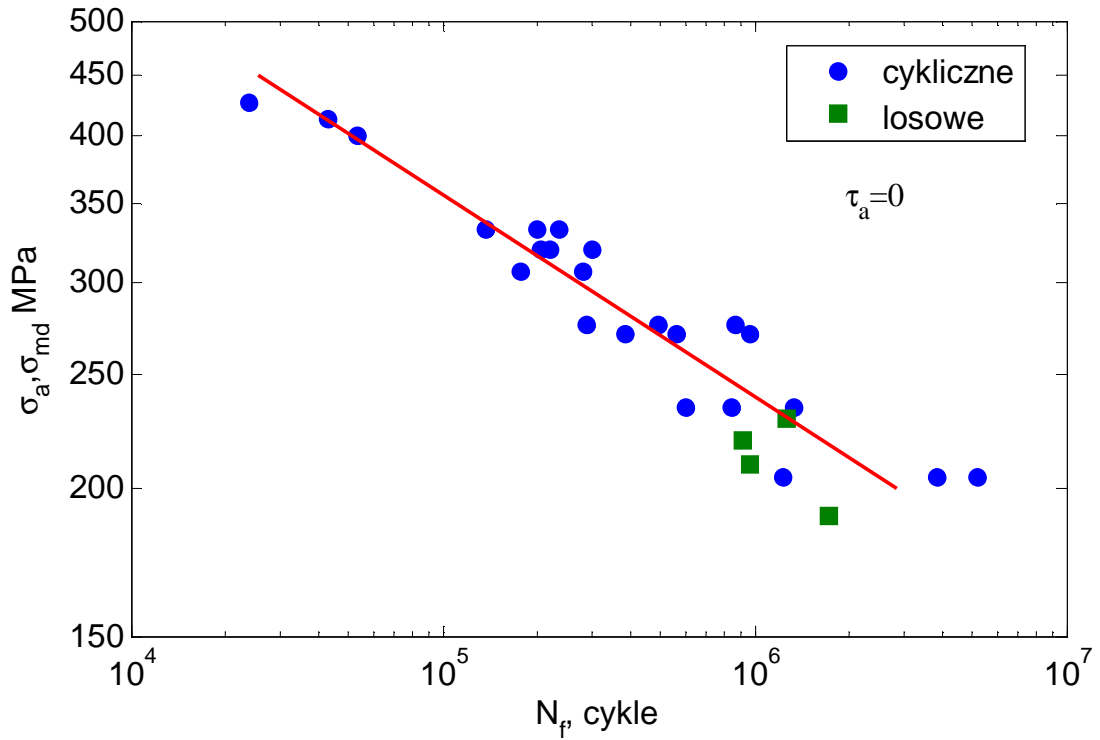
Z analizy powyższego wykresu widać, że uzależnienie parametru  $k$  od liczby cykli do zniszczenia  $N_f$  ma bardzo duży wpływ na szacowanie trwałości obliczeniowej materiałów o charakterystyce nierównoległej. W przypadku, gdy do obliczeń trwałości zmęczeniowej wykorzystano stały parametr  $k$  równy stosunkowi granic zmęczenia dla zginania i skręcania wyniki obliczeniowe były znacząco zawyżone.

Na rys. 67 zaprezentowano wykres porównania trwałości obliczeniowej według kryterium w płaszczyźnie maksymalnych naprężeń stycznych z trwałością eksperymentalną dla kombinacji zginania za skręcaniem. Z analizy zestawienia przedstawionego na rys. 67 można zauważyć, że trwałości uzyskane za pomocą proponowanego modelu są bardziej zbliżone do wyników eksperymentalnych i rozkładają się na tle pasma rozrzutu o współczynniku równym 2,2. W przypadku, gdy w obliczeniach nie uwzględniono zmienności parametru  $k$  uzyskane trwałości są zdecydowanie zawyżone lub zaniżone i mieszczą się poza analizowanym pasmem rozrzutu.



Rys. 67. Porównanie trwałości obliczeniowej  $N_{cal}$  według kryterium w płaszczyźnie maksymalnych naprężeń stycznych z trwałością eksperymentalną  $N_{exp}$  dla kombinacji zginania ze skręcaniem w warunkach obciążeń losowych

Jak wspomniano wcześniej do analizy współczynnika  $k$  wykorzystano metodę amplitudy modyfikowanej (89). Zgodnie z tą metodą amplituda modyfikowana ma na celu redukcję obciążeń eksploatacyjnych do odpowiadających im obciążeń cyklicznych o stałej amplitudzie. Na rys. 68 zaprezentowano wykres zależności naprężeń niszczących próbkę danego materiału od liczby cykli  $N_f$  w przypadku obciążeń cyklicznych dla zginania. Na wykresie zaznaczono również wartości amplitudy modyfikowanej  $\sigma_{md}$  i odpowiadające jej trwałości  $N_f$  (90) obliczone zgodnie z przyjętą metodyką. Warto zauważyć, że wartości amplitud modyfikowanych znajdują się na tle wartości amplitudy naprężeń, co świadczy o poprawności zastosowanej metody.

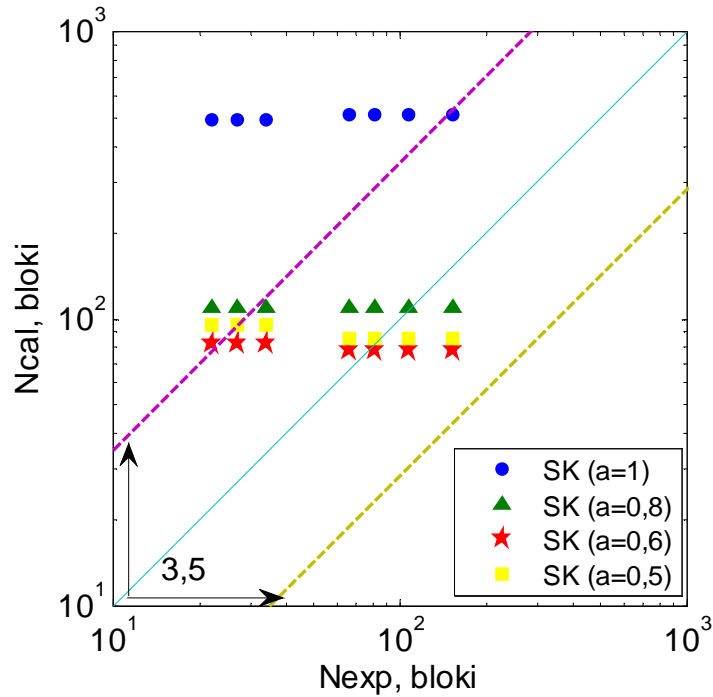


Rys. 68. Wykres zmęczeniowy dla zginania wahadłowego z uwzględnieniem amplitudy modyfikowanej dla mosiądzu CuZn40Pb2

## 9.2. Badania stali wysokostopowej 35NCD16

Rezultatem tego podrozdziału jest porównanie wyników eksperymentalnych z obliczeniowymi z użyciem zaproponowanego modelu. W przypadku analizowanego materiału do procesu kumulacji uszkodzeń wykorzystano hipotezę Serensena-Kogayeva, ponieważ hipoteza Palmgrena – Minera daje błędne wyniki dla tego materiału [63].

Na rys. 69 przedstawiono porównanie trwałości obliczeniowych z eksperymentalnymi dla różnych wartości współczynnika  $a$  występującego we wzorze (57). Obliczenia zostały wykonane dla wartości współczynnika  $a=0,5; 0,6; 0,8$  oraz 1.



Rys. 69. Porównanie trwałości obliczeniowej  $N_{cal}$  według kryterium w płaszczyźnie maksymalnych naprężeń stycznych z trwałością eksperymentalną  $N_{exp}$  dla jednoosiowego losowego rozciągania

W przypadku stali 35NCD16 do dalszej analizy wykorzystano współczynnik  $a=0,6$ , ponieważ uzyskał on największą zgodność w porównaniu trwałości kalkulacyjnych z eksperymentalnymi. Trwałość obliczeniowa do analizy współczynnika  $a$  została obliczona z wykorzystaniem metody amplitudy modyfikowanej [62] zgodnie z zależnościami (89) i (90).

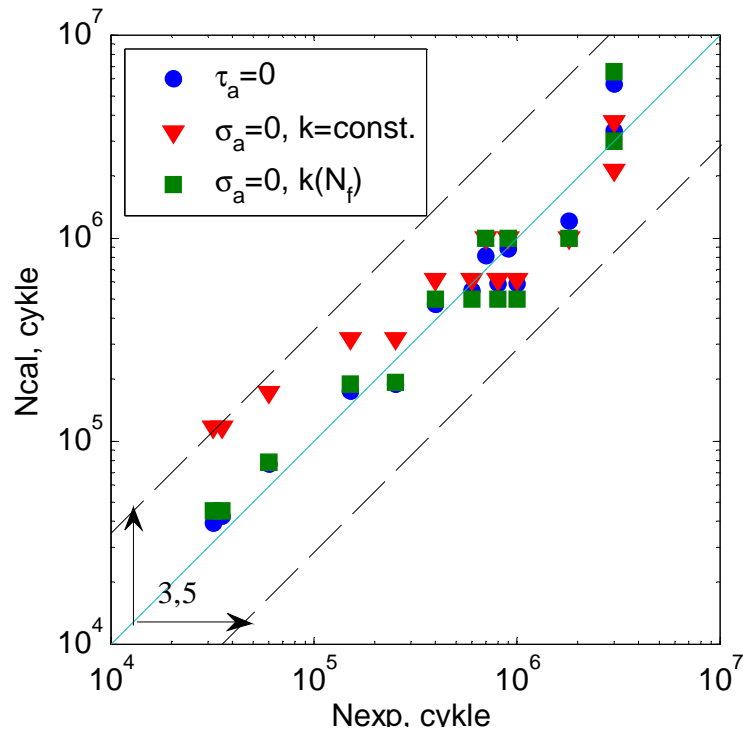
W tabeli 24 zestawiono średni błąd względny obliczeniowych trwałości zmęczeniowych według wzoru

$$R = \frac{N_{exp} - N_{cal}}{N_{exp}} \cdot 100\% \quad (94)$$

Tabela 24. Zestawienie średnich błędów względnych dla różnych wartości współczynnika  $a$

	$a = 1$	$a = 0,8$	$a = 0,6$	$a = 0,5$
R	1016%	151%	102%	123%

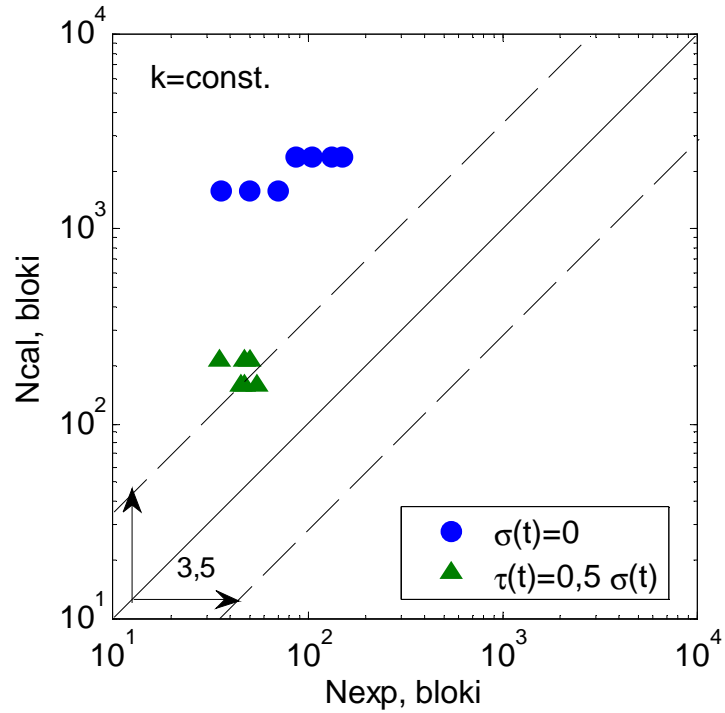
Celem analizy jest sprawdzenie efektywności proponowanego kryterium ze szczególnym uwzględnieniem zmienności parametru  $k(N_f)$ . Na rys. 70 przedstawiono porównanie trwałości eksperymentalnej z obliczeniową w przypadku rozciągania - ściskania i skręcania obustronnego. Analizę wykonano dla dwóch przypadków, gdy  $k = \text{const.}$  wyznaczonego dla stosunku granic zmęczenia ( $k=1,07$ ) i  $k(N_f)$  w paśmie rozrzutu o współczynniku równym 3,5, który jest charakterystyczny dla rozciągania badanej stali.



Rys. 70. Porównanie trwałości obliczeniowej  $N_{cal}$  według kryterium w płaszczyźnie maksymalnych naprężeń stycznych z trwałością eksperymentalną  $N_{exp}$  dla rozciągania i skręcania stali 35NCD16 w warunkach obciążeń cyklicznych

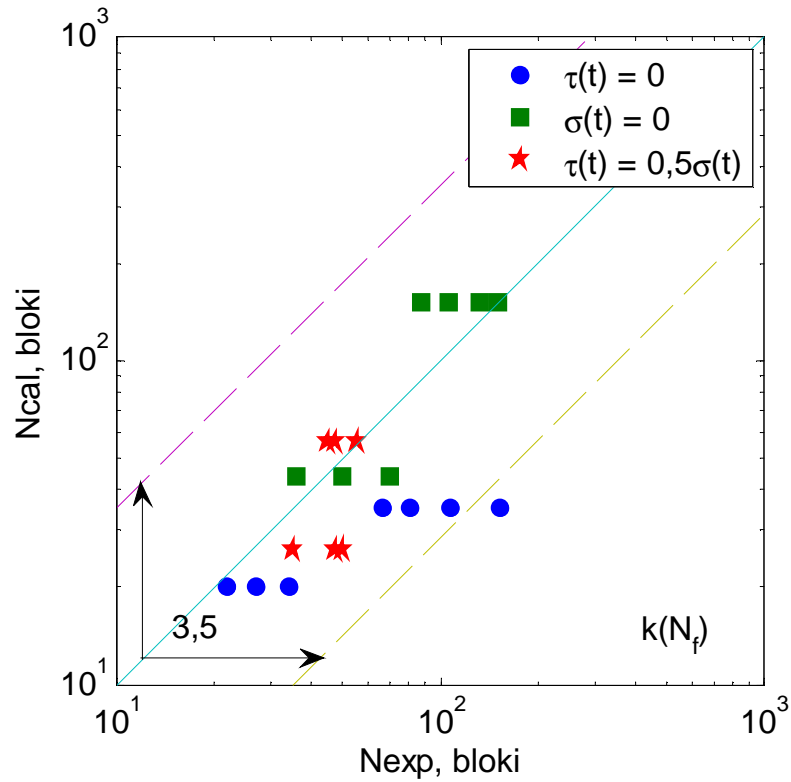
Warto zauważyć, że w przypadku, gdy  $k = \text{const.}$  uzyskane wyniki charakteryzują się mniejszą zgodnością niż gdy  $k(N_f)$ .

Kolejne obliczenia dotyczyły weryfikacji wyników badań eksperymentalnych w warunkach obciążeń losowych. Wykonano analizę w przypadku, gdy  $k = 1,07$  oraz gdy  $k(N_f)$ . Na rys. 71 zestawiono porównanie trwałości zmęczeniowej z eksperymentalną gdy  $k = \text{const.}$  Należy zauważyć, że większość wyników nie mieści się w paśmie rozrzutu o współczynniku równym 3,5, który został wyliczony dla rozciągania - ściskania. Otrzymane wyniki są zdecydowanie zawyżone.



Rys. 71. Porównanie trwałości obliczeniowej  $N_{cal}$  według kryterium w płaszczyźnie maksymalnych naprężeń stycznych z trwałością eksperymentalną  $N_{exp}$  dla skręcania i kombinacji  $\tau(t)=0,5\sigma(t)$  stali 35NCD16 w warunkach obciążeń losowych, gdy  $k=1,07$

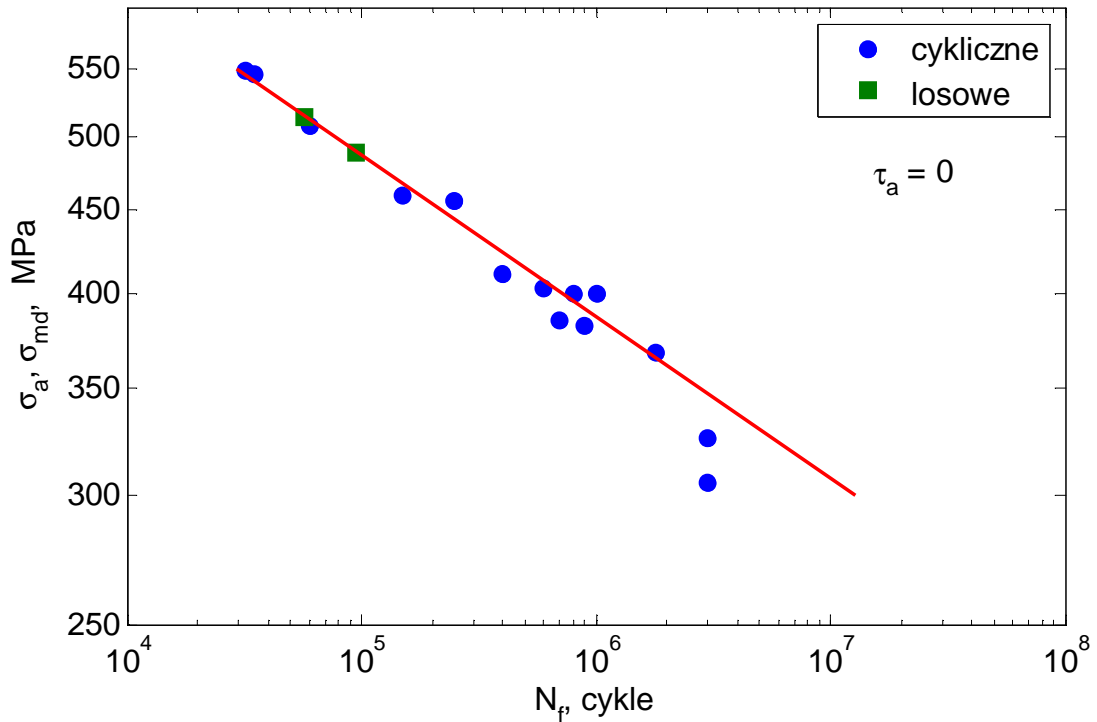
Na rys. 72 przedstawiono porównanie uzyskanych trwałości obliczeniowych z eksperymentalnymi przy obciążeniach losowych, gdy  $k$  jest zależny od liczby cykli  $N_f$  zgodnie z zależnością (39). Z analizy rysunku wynika, że zdecydowana większość wyników mieści się w paśmie rozrzutu o współczynniku równym 3,5.



Rys. 72. Porównanie trwałości obliczeniowej  $N_{cal}$  według kryterium w płaszczyźnie maksymalnych naprężeń stycznych z trwałością eksperymentalną  $N_{exp}$  dla rozciągania, skręcania i kombinacji  $\tau(t)=0,5\sigma(t)$  stali 35NCD16 w warunkach obciążeń losowych przy  $k(N_f)$

Na wykresie przedstawionym na rys. 73 zaprezentowano wykres zmęczenia dla zginania na tle wartości amplitud modyfikowanych wykorzystanych do obliczeń trwałości kalkulacyjnych za pomocą zaproponowanego modelu szacowania trwałości. Analiza wyników doświadczalnych i obliczeniowych przedstawionych na rys. 73 potwierdza poprawność zastosowanej metody obliczeniowej. Wartości amplitudy modyfikowanej średniego uszkodzenia mieszczą się w paśmie doświadczalnych wyników cyklicznych dla zginania.



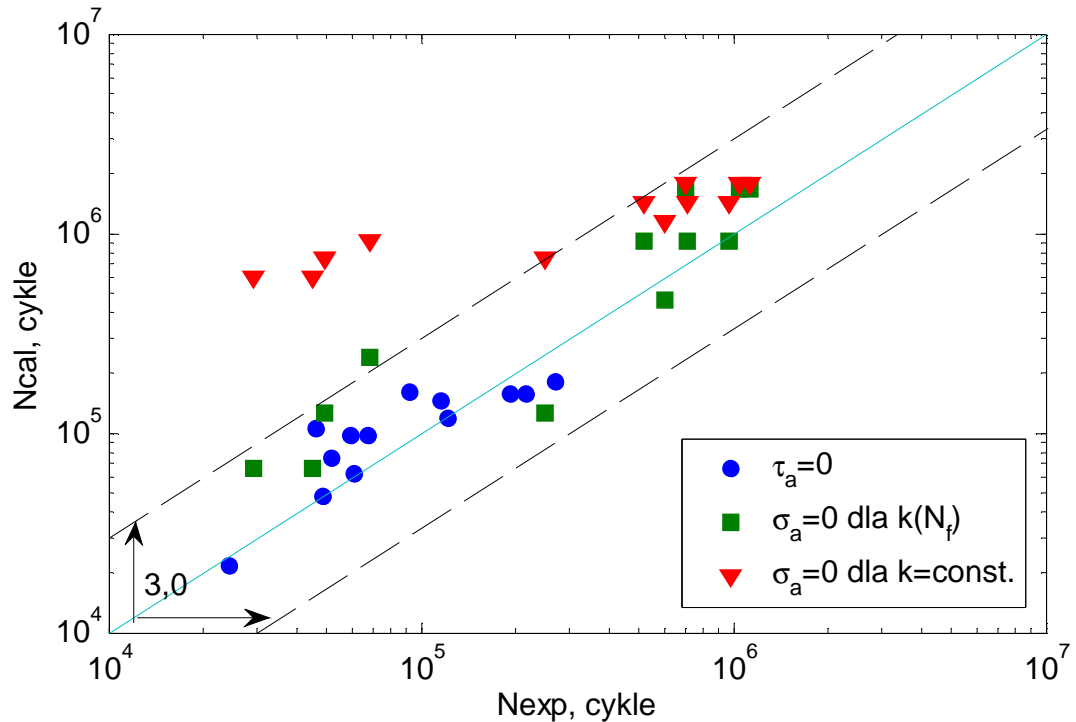


Rys. 73. Wykres zmęczeniowy dla wahadłowego zginania z uwzględnieniem amplitudy modyfikowanej dla stali stopowej 35NCD16

### 9.3. Badania stali średniostopowej 30CrNiMo8

W niniejszym podrozdziale przedstawiono analizę, której celem było sprawdzenie efektywności proponowanego sposobu szacowania trwałości zmęczeniowej w warunkach obciążeń cyklicznych ( $\tau_a=0, \sigma_a=0$ ) i losowych zgodnych i niezgodnych w fazie przy zginaniu i skręcaniu dla stali 30CrNiMo8.

Na rys. 74 przedstawiono porównanie trwałości eksperymentalnej z obliczeniową dla stali 30CrNiMo8 w przypadku zginania wahadłowego i skręcania obustronnego dla obciążeń cyklicznych. Obliczenia wykonano dla parametru  $k = 1,23$  obliczonego przy  $N_f = 10^6$  oraz dla  $k(N_f)$ .

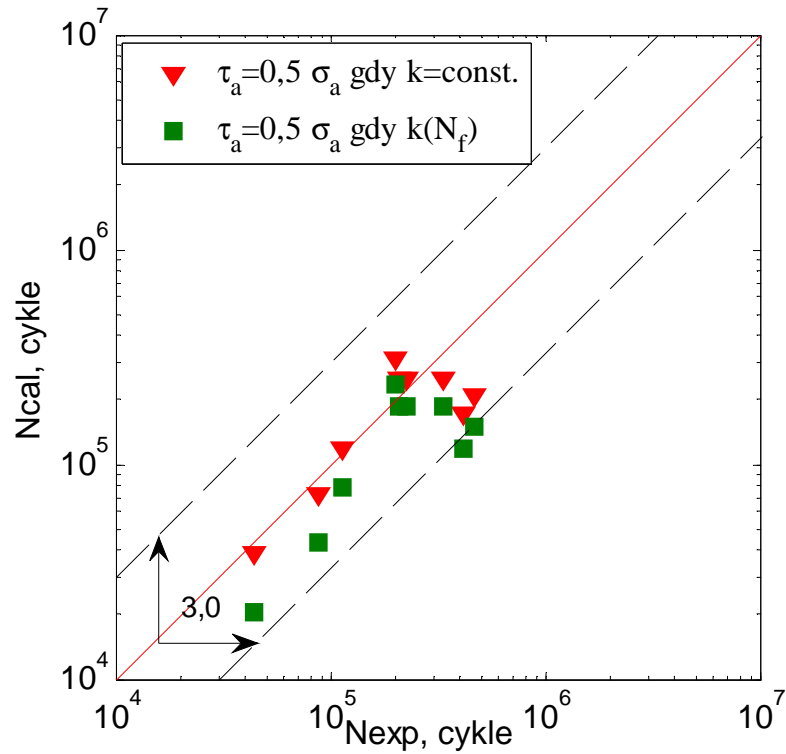


Rys. 74. Porównanie trwałości obliczeniowej  $N_{cal}$  według kryterium w płaszczyźnie maksymalnych naprężeń stycznych z trwałością eksperymentalną  $N_{exp}$  dla 30CrNiMo8 dla czystego zginania i czystego skręcania dla obciążeń cyklicznych

W przypadku zginania wahadłowego i skręcania obustronnego uzyskano zdecydowanie lepszą zgodność wyników przy uwzględnieniu współczynnika  $k$  od liczby cykli. Wszystkie wyniki znajdują się w paśmie rozrzutu o współczynniku równym 3 wyznaczonym dla zginania.

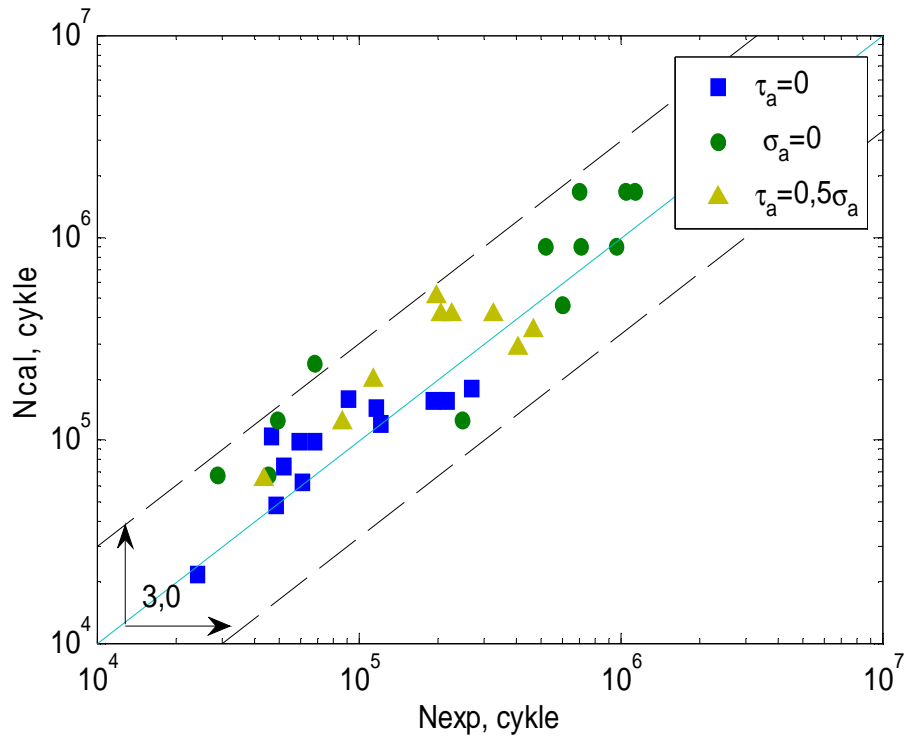
Na wykresie zaprezentowanym na rys. 75 przedstawiono porównanie uzyskanych trwałości obliczeniowych z eksperymentalnymi wynikami badań w przypadku kombinacji  $\tau_a = 0,5\sigma_a$ . Obliczenia wykonano dla  $k=1,23$  oraz  $k(N_f)$ .

Analizując wykres przedstawiony na rys. 75 można zauważyć, że przy kombinacji  $\tau_a = 0,5\sigma_a$  uzyskane wyniki obliczeniowe przy  $k = const.$  oraz przy  $k(N_f)$  są zbliżone do wyników doświadczalnych i mieszczą się w paśmie rozrzutu o współczynniku równym 3, charakterystycznym dla zginania wahadłowego.



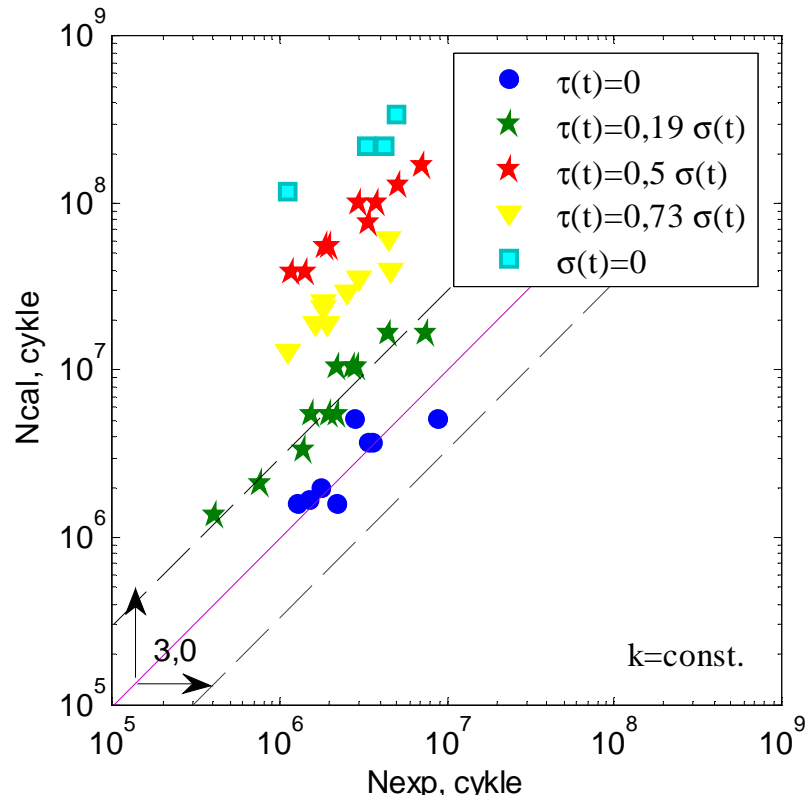
Rys. 75. Porównanie trwałości obliczeniowej  $N_{cal}$  według kryterium w płaszczyźnie maksymalnych naprężeń stycznych z trwałością eksperymentalną  $N_{exp}$  dla 30CrNiMo8 dla kombinacji zginania ze skręcaniem  $\tau_a = 0,5\sigma_a$  w warunkach obciążeń cyklicznych

Następny wykres przedstawiony na rys. 76 to zbiorcze zestawienie uzyskanych wyników obliczeniowych w porównaniu z wynikami eksperymentalnymi. Do analizy wykorzystano proponowany model uzyskując zgodne wyniki obliczeń.



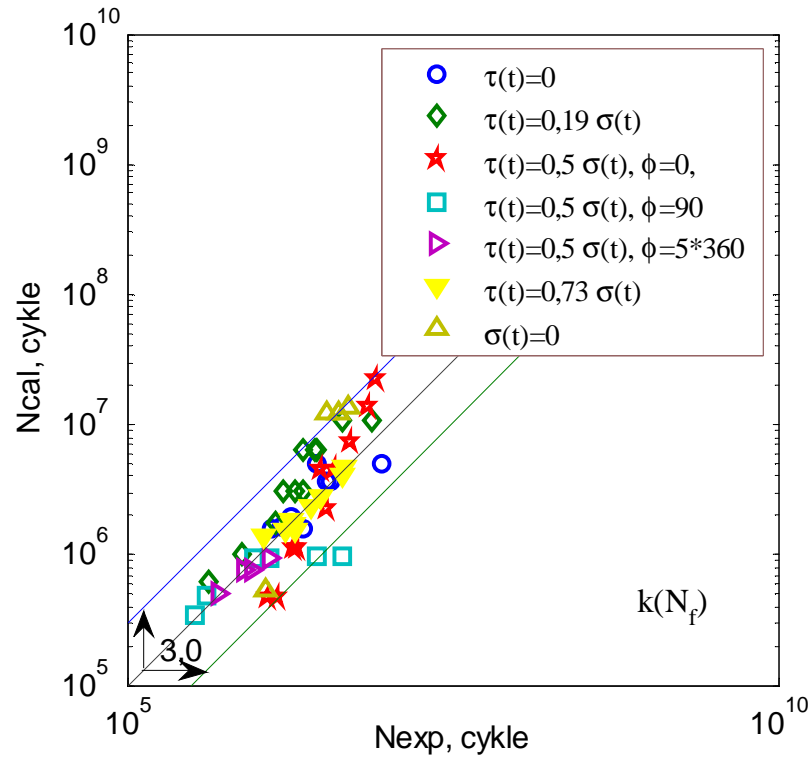
Rys. 76. Porównanie trwałości obliczeniowej  $N_{cal}$  według kryterium w płaszczyźnie maksymalnych naprężeń stycznych z trwałością eksperymentalną  $N_{exp}$  dla 30CrNiMo8 dla zginania wahadłowego, skręcania obustronnego oraz kombinacji zginania ze skręcaniem  $\tau_a = 0,5\sigma_a$  w warunkach obciążeń cyklicznych przy  $k(N_f)$

Kolejne obliczenia z wykorzystaniem zaproponowanego modelu dotyczą obciążeń losowych zgodnych i niezgodnych w fazie. Na rys. 77 przedstawiono porównanie uzyskanych trwałości obliczeniowych z eksperymentalnymi przy obciążeniach losowych przy parametrze  $k = 1,23$ . Kolejny wykres zaprezentowany na rys. 78 to porównanie trwałości kalkulacyjnych z wynikami doświadczalnymi z uwzględnieniem zmienności współczynnika  $k$  zgodnie z zaproponowaną metodyką. W obliczeniach przyjęto  $a=0,2$  ponieważ przy tej wartości współczynnika  $a$  uzyskane trwałości obliczeniowe były najbardziej zbliżone do trwałości eksperymentalnych dla analizy zginania wahadłowego dla analizowanego materiału.



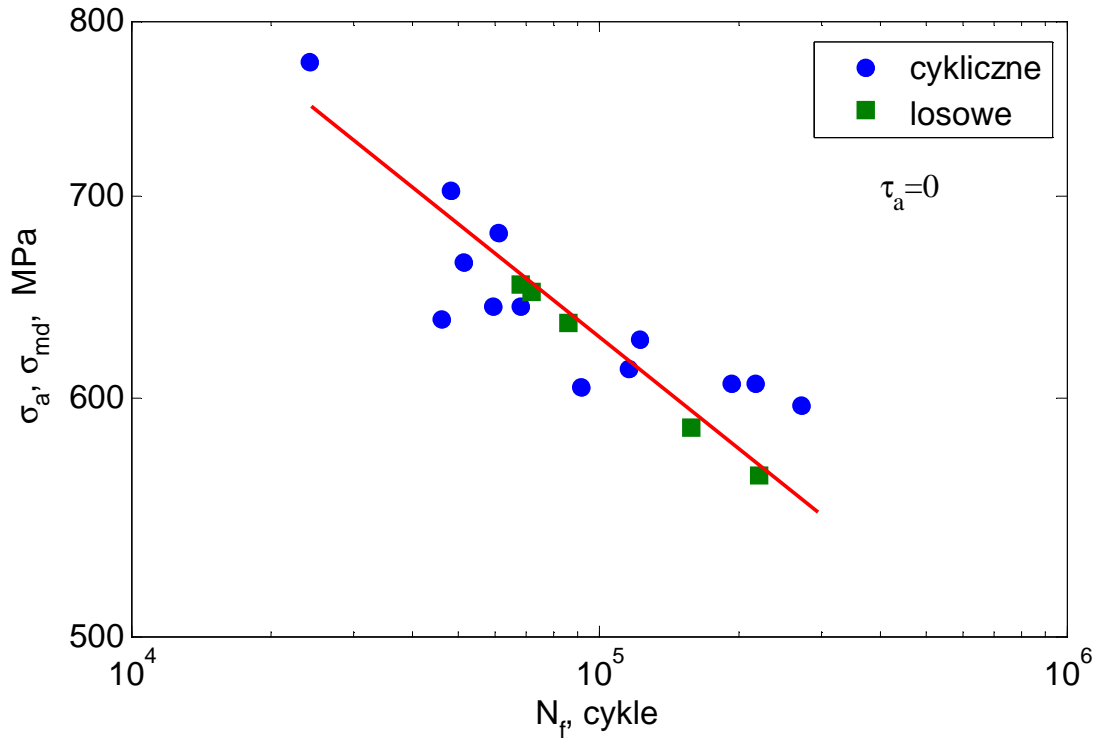
Rys. 77. Porównanie trwałości obliczeniowej  $N_{cal}$  według kryterium w płaszczyźnie maksymalnych naprężeń stycznych z trwałością eksperymentalną  $N_{exp}$  dla zginania, skręcania i kombinacji 30CrNiMo8 w warunkach obciążeń losowych przy  $k=1,23$

Z analizy wykresów zaprezentowanych na rys. 77 i 78 wynika, że zdecydowanie lepsze wyniki uzyskano dla  $k(N_f)$ . W przypadku gdy wykonano obliczenia wykorzystując stałość współczynnika  $k$  (rys. 77) otrzymane wyniki obliczeniowe są zawyżone i w większości nie mieszczą się w paśmie rozrzutu o współczynniku równym 3, obliczonym dla zginania wahadłowego.



Rys. 78. Porównanie trwałości obliczeniowej  $N_{cal}$  według kryterium w płaszczyźnie maksymalnych naprężeń stycznych z trwałością eksperymentalną  $N_{exp}$  dla zginania, skręcania i kombinacji 30CrNiMo8 w warunkach obciążeń losowych przy  $k(N_f)$

W przypadku stali 30CrNiMo8 również dokonano obliczeń dotyczących amplitudy modyfikowanej. Na rys. 79 zaprezentowano wykres zależności amplitudy naprężeń niszczących próbkę danego materiału od liczby cykli  $N_f$  w przypadku obciążeń cyklicznych. Na wykresie uwzględniono również wartości amplitudy ważonej oraz odpowiadające jej trwałości obliczeniowe.



Rys. 79. Wykres zmęczeniowy dla wahadowego zginania z uwzględnieniem amplitudy modyfikowanej dla stali stopowej 30CrNiMo8

Podobnie jak w przypadku pozostałych materiałów wyniki obliczeniowe uzyskane za pomocą wybranej metody amplitudy ważonej rozkładają się na tle pasma rozrzutu wyników doświadczalnych dla zginania, co przedstawiono na rys. 79.

## 10. PODSUMOWANIE I WNIOSKI

Wyniki obliczeniowe przedstawione w pracy potwierdzają słuszność założonej tezy. Zatem istnieje możliwość uwzględnienia nierównoległości charakterystyk zmęczeniowych dla zginania wahadłowego lub rozciągania-ściskania i skręcania obustronnego przy szacowaniu trwałości przy wieloosiowych, eksploatacyjnych obciążeniach zmęczeniowych.

Na podstawie przeglądu literatury, analizy wyników badań eksperymentalnych oraz wykonanych obliczeń numerycznych i symulacyjnych można wyciągnąć następujące wnioski:

1. Nieprawidłowe jest stosowanie w kryteriach wieloosiowego zmęczenia stałości stosunku granic zmęczenia dla zginania i skręcania ( $k$ ) dla wszystkich materiałów konstrukcyjnych. Istnieją materiały, które cechują się nierównoległością charakterystyk zmęczeniowych i dla tych materiałów przy szacowaniu trwałości zmęczeniowej należy uwzględnić zmienność parametru  $k$  wyznaczonego z charakterystyk zmęczeniowych w zależności od liczby cykli  $k(N_f)$ .
  - 1.1. W przypadku analizowanych metali nieżelaznych tylko mosiądz wyróżnia się brakiem stałości stosunku  $k(N_f)$  w zadanym zakresie liczby cykli. Pozostałe metale nieżelazne charakteryzują się stałością tego stosunku, lecz jego wartość znajduje się poniżej wartości zaproponowanych przez Treskę i HMH, odpowiednio  $k = 2$  i  $k = \sqrt{3}$
  - 1.2. Stale węglowe nie cechują się stałą wartością parametru  $k$  zależnego od liczby cykli do zniszczenia  $N_f$ , lecz zmieniają się w zależności od składu chemicznego, a w dużej mierze od rodzaju zastosowanej obróbki cieplnej. Odnosząc się do kryteriów Treski i HMH to stale węglowe charakteryzujące się stałą wartością tego stosunku w zadanym zakresie liczby cykli nie osiągają ani wartości zaproponowanej przez Treskę  $k = 2$  ani HMH równego  $\sqrt{3}$
  - 1.3. Dla rozpatrywanych grup stali stopowych wartość parametru  $k(N_f)$  nie jest taka sama dla wszystkich stali z każdej grupy. Przyczyna tego tkwi w rodzaju zastosowanej obróbki cieplnej oraz zawartości dodatków stopowych.



- 1.4. W przypadku żeliw, wartość zależności  $k$  w zadanym zakresie liczby cykli  $N_f$  jest bliska 1, co jest wartością dalece różniącą się od wartości zaproponowanych przez Treskę i HMM i jest charakterystyczny dla hipotezy Galileusza.
2. Po analizie wyników porównania trwałości obliczeniowych z eksperymentalnymi można stwierdzić, że zaproponowany w niniejszej pracy algorytm szacowania trwałości zmęczeniowej daje zadowalające wyniki dla nieproporcjonalnych obciążeń eksploatacyjnych przy zerowej wartości średniej.
3. Zaproponowany model może być zastosowany do obliczeń trwałości dla materiałów charakteryzujących się brakiem wzajemnej równoległości charakterystyk zmęczeniowych przy obciążeniach cyklicznych, blokowych i eksploatacyjnych.
4. Wykorzystana w pracy metoda amplitudy średniego uszkodzenia pozwoliła na odniesienie wyników badań zmiennoamplitudowych do ekwiwalentnych badań stałoamplitudowych o danej amplitudzie i liczbie cykli i w konsekwencji do uzyskania satysfakcjonującej oceny trwałości zmęczeniowej w paśmie rozrzutu o współczynniku charakterystycznym dla obciążenia stałoamplitudowego.

## 11. LITERATURA

- [1] ACHTELIK H.: Instrukcja obsługi maszyny zmęczeniowej MZGS-100, WSI Opole 1987, Raport nr 8/87
- [2] ASTM E 1049-85, Standard practices for cycle counting in fatigue analysis. In: Annual Book of ASTM Standards, Vol. 03.01, Philadelphia 1999, pp.614-620
- [3] ASTM E 739-91, Standard practice for statistical analysis of linearized stress-life (S-N) and strain life ( $\epsilon$ -N) fatigue data, in: Annual Book of ASTM Standards, Vol. 03.01, Philadelphia 1999, pp.614-620
- [4] BANNANTINE J.A., SOCIE D.F.: A variable amplitude multiaxial fatigue life prediction method, in: Fatigue under Biaxial and Multiaxial Loading, ESIS 10, Eds K.Kusmaul, D.McDiarmid and D.Socie, Mechanical Engineering Publications London 1991, pp.35-50
- [5] BĘDKOWSKI W., MACHA E.: Kryterium maksymalnego naprężenia normalnego w warunkach trójosiowego losowego stanu naprężenia. Metoda wyznaczania oczekiwanego położenia płaszczyzny złomu, Zeszyty Naukowe WSI w Opolu, Mechanika z.43, 1992, ss.51-82
- [6] BODNAR A.: Wytrzymałość materiałów, podręcznik dla studentów wyższych szkół technicznych, Kraków, 2004, ss.222-230
- [7] BORGMAN L.E.: Ocean wave simulation for engineering design, Journal of Waterways and Harbours Division, Vol.95, No WW4, 1969, pp.557-583
- [8] CARPINTERI A., SPAGNOLI A.: Multiaxial high-cycle fatigue criterion for hard metals, International Journal Fatigue 23, 2001, pp.135-145
- [9] CARPINTERI A., MACHA E., BRIGHENTI R., SPAGNOLI A., Expected principal stress directions under multiaxial random loading. Part I: Theoretical aspects of the weight functions method, International Journal Fatigue 21, 1999, pp.83-88
- [10] CARPINTERI A., MACHA E., BRIGHENTI R., SPAGNOLI A., Expected principal stress directions under multiaxial random loading. Part II :Numerical simulation and experimental assessment through the weight function method, International Journal Fatigue 21, 1999, pp.89-96

- [11] CHEN X., XU S., HUANG D.: A critical plane–strain energy density criterion for multiaxial low–cycle fatigue life under non–proportional loading, *Fatigue Fract. Eng Mater. Struct.* Vol. 22, 1999, pp.679–686
- [12] DANG VAN K., GRIVEAU B., MESSAGE O.: On a new multiaxial fatigue criterion: Theory and application, *Biaxial and Multiaxial Fatigue EGF 3*, London: Mechanical Engineering Publications, 1989, pp.479-498
- [13] DIETRICH L., TURSKI K., Badania zmęczeniowe w złożonym stanie naprężenia, *Mechanika Teoretyczna i Stosowana* 1, 1972, ss.9-28
- [14] DOBRZAŃSKI L.A.: *Podstawy nauki o materiałach i metaloznawstwo*, Wydawnictwo Naukowo-Techniczne, Warszawa 2002
- [15] DOWLING N.E.: Fatigue failure prediction for complicated stress-strain histories, *J. of Materials, ASTM*, Vol.7, 1972, pp.71-87
- [16] ESDERTS A., Betriebsfestigkeit bei mehrachsiger Biege – und Torsionsbeanspruchung, Fakultät für Bergbau, Hutten-wesen und Maschinenwesen der Technischen Universität Clausthal 1995
- [17] FAKUDA T., NISITANI H.: The Background of Fatigue Limit Ratio of Torsional Fatigue to Rotating Bending Fatigue in Isotropic Materials and Materials with Clear – Banded Structure, Department of Mechanical Engineering, Sasebo National College of Technology, Sasebo , 857 – 1993, Japan
- [18] FAMUŁA J., MROWIEC S., Szumianiak T.: *Tablice stali jakościowych*, Wydawnictwo „Śląsk”, Katowice 1974
- [19] *Fatigue of Aircraft Structures*, Monographic Series ISSUE 2009, Institute of Aviation Scientific Publications, Warszawa, 2010
- [20] FINDLEY W.N.: A theory for the effect of mean stress on fatigue of metals under combined torsion and axial load or bending, *Journal of Engineering for Industry*, 1959, pp.301–306
- [21] GARUD Y.S.: Multiaxial fatigue: a survey of the state of the art., *J Test Eval* 9, 1981, pp.165–178
- [22] GOUGH H.J.: *Some Experiments on the Resistance of Metals to Fatigue under Combined Stresses*, London: His Majesty’s Stationery Office 1951

- [23] GRZELAK J., ŁAGODA T., MACHA E.: Analiza spektralna kryteriów wieloosiowego zmęczenia losowego, Zeszyty Naukowe WSI w Opolu, Mechanika z.43, 1992, ss.5–49
- [24] HUCK M., SCHUTZ W., FISCHER R., KOBLER H. A standard random load sequence of Gaussian type recommended for general application in fatigue testing, LBF, Darmstadt report No. 2909, IABG, Munchen 1976, report No. TF-570.
- [25] KARDAS D., KLUGER K., ŁAGODA T., OGONOWSKI P.: Trwałość zmęczeniowa duraluminium PA6 w warunkach proporcjonalnego stała amplitudowego zginania ze skręcaniem, XX Sympozjum Zmęczenie i Mechanika Pękania, Bydgoszcz – Pieczyska, kwiecień 2004
- [26] KARDAS D.: Model sumowania uszkodzeń oparty na zmodyfikowanych wykresach zmęczenia, Rozprawa doktorska, Politechnika Opolska, Opole 2006
- [27] KAROLCZUK A., KOWALSKI M., WAINDOK A.: Stanowisko do badań zmęczeniowych materiałów z zastosowaniem prototypu siłownika elektromagnetycznego. Przegląd Mechaniczny, Zeszyt 3/2012, ss.15-19.
- [28] KAROLCZUK A., MACHA E.: A review of critical plane orientations in multiaxial fatigue failure criteria of metallic materials, Int J Fracture, vol. 134, 2005, pp. 267-304
- [29] KAROLCZUK A.: Nielocalne metody obliczeń zmęczeniowych, Studia i Monografie, z. 239, Opole 2009
- [30] KAROLCZUK A., BLACHA Ł.: Fatigue life estimation under variable amplitude bending using the non-local damage parameter and multisurface plasticity model, International Journal of Fatigue 33 (2011) 1376–1383.
- [31] KLUGER K., ŁAGODA T.: Fatigue lifetime under uniaxial random loading with different mean values according to same selected models, Materials & Design, vol. 28, 2007, pp.2604-2610
- [32] KOCAŃDA S., KOCAŃDA A.: Niskocyklowa wytrzymałość zmęczeniowa, PWN, Warszawa 1989
- [33] KOHUT M., ŁAGODA T.: Badania zmęczeniowe mosiądzu MO58 w warunkach proporcjonalnego zginania ze skręcaniem, III Sympozjum Mechaniki Zniszczenia Materiałów i Konstrukcji, Augustów 1-4 czerwca 2004

- [34] KOHUT M., ŁAGODA T.: Trwałość zmęczeniowa elementów wykonywanych z mosiądzu MO58 w warunkach blokowych obciążeń skręcających i zginających, Problemy rozwoju maszyn roboczych Konferencja Naukowa Zakopane, 2007, pp.165-167 .
- [35] KOZICKI I., MACHA E.: Generowanie wzajemnie opóźnionych sygnałów losowych o żądanych charakterystykach statystycznych, Studia i Monografie z.22, Wyższa Szkoła Inżynierska, Opole 1988. s.86
- [36] KRYSIŃSKI P., ŁAGODA T.: Badanie drzwi i okien szybkich pociągów, Rynek Kolejowy, Nr 4/2008, ss.74-75
- [37] KRZYŻAK D., ŁAGODA T.: Analiza numeryczna trwałości kolejowego haka ciągowego, 52 Sympozjon Modelowanie w Mechanice, Ustroń 2013, streszczenie referatów ss. 162-163
- [38] KUKLIŃSKI M., LACHOWICZ C., ŁAGODA T.: Wyznaczanie oczekiwanej płaszczyzny złomu zmęczeniowego w warunkach losowego trójosiowego stanu naprężenia metodą kumulacji uszkodzeń, Raport nr 23/89, IBM WSI Opole, s.55
- [39] KUREK M., ŁAGODA T.: Comparison of fatigue characteristics for some selected structural materials under bending and torsion, Materials Science, Vol.47 No 3, 2011, pp. 334-344
- [40] KUREK M., ŁAGODA T.: Comparison of fatigue characteristics for some selected structural materials under bending and torsion, Physicochemical Mechanics of Materials, volume 47, number 3, 2011, ss. 59-67
- [41] KUREK M., ŁAGODA T.: Analiza zależności pomiędzy wytrzymałością zmęczeniową na zginanie i skręcanie wybranych materiałów konstrukcyjnych, Inżyniera materiałowa, Rok XXXII, Nr 2/2011, ss. 98-106
- [42] KUREK M., PAWLICZEK R.: Analiza materiałów konstrukcyjnych z uwzględnieniem nierównoległości charakterystyk zmęczeniowych, XXIV Konferencja Naukowa Problemy Rozwoju Maszyn Roboczych, Zakopane 2011, Politechnika Śląska, streszczenie referatów, ss. 48
- [43] KUREK M., ŁAGODA T.: Fatigue life estimation under cyclic loading including out-of-parallelism of the characteristics, Applied Mechanics and Materials Vol. 104 (2012) pp 125-132.

- [44] KUREK M., ŁAGODA T.: Ocena trwałości zmęczeniowej dla materiałów cechujących się nierównoległością charakterystyk zmęczeniowych w warunkach cyklicznego obciążenia, *Transport przemysłowy i maszyny robocze* vol.4(12)/2011, ss. 74-77
- [45] KUREK M., ŁAGODA T.: Szacowanie trwałości zmęczeniowej w warunkach cyklicznego obciążenia z uwzględnieniem nierównoległości charakterystyk, *Acta mechanica et automatica*, vol.5 No3, 2011 ss. 59-62
- [46] KUREK M., ŁAGODA T.: Estimation of fatigue life of materials with out-of-parallel fatigue characteristics under block loading, *Materials Science Forum* Vol. 726 (2012) pp. 181-188, Trans Tech Publications, Switzerland.
- [47] KUREK M., ŁAGODA T.: Prognozowanie trwałości zmęczeniowej w warunkach obciążeń blokowych z wykorzystaniem aplikacji MATLAB, *Journal of Transdisciplinary Systems Science*, 2012, Vol. 16, No. 1, pp. 313-321
- [48] KUREK M., ŁAGODA T.: Trwałość zmęczeniowa w warunkach obciążeń blokowych z uwzględnieniem nierównoległości wzajemnych charakterystyk zmęczeniowych, *XXIV Sympozjum Zmęczenie i Mechanika Pękania*, Wydawnictwo Uczelniane Uniwersytetu Technologiczno-Przyrodniczego w Bydgoszczy, Bydgoszcz – Pieczyska maj 2012, ss. 81-82.
- [49] KUREK M., KLUGER K., ŁAGODA T.: Badania symulacyjne wpływu nierównoległości charakterystyk zmęczeniowych na szacowanie trwałości zmęczeniowej, *XXIV Sympozjum Zmęczenie i Mechanika Pękania*, Wydawnictwo Uczelniane Uniwersytetu Technologiczno-Przyrodniczego w Bydgoszczy, Bydgoszcz – Pieczyska maj 2012, ss. 79-80.
- [50] KUREK M., ŁAGODA T., MOREL F.: Szacowanie trwałości zmęczeniowej stali stopowej 35NCD16 w warunkach obciążeń losowych, *Energetyka* nr 11 (701) 2012, ss. 718-721
- [51] KUREK M., ŁAGODA T., WALAT K., Przewidywanie trwałości zmęczeniowej elementów wykonanych z mosiądzu, *Energetyka Z.* nr XXII, 2011, ss.29-32
- [52] KWOFIE S.: An exponential stress function for predicting fatigue strength and life due to mean stresses, *Int. J. Fatigue*, vol.23, 2001, pp.829-836

- [53] LACHOWICZ C., ŁAGODA T., MACHA E.: Covariance effect of biaxial stress state on fatigue life calculations, in: ICF8, Fract. Mech.: Successes and Problems, Part I, Lviv 1993, p.185
- [54] LACHOWICZ C., ŁAGODA T., MACHA E.: Covariance effect of biaxial stress state on fatigue life calculations, *Matt.-wiss. u.Werkstoff.* 23, 1992, pp.201-212
- [55] LEE S.B.: A criterion for fully reversed out-of-phase torsion and bending, *Multiaxial fatigue ASTM STP 853*, Philadelphia 1985, pp.553–568
- [56] ŁAGODA T., OGONOWSKI P., Criteria of multiaxial random fatigue based on stress, strain and energy parameters of damage in the critical plane, *Mat.-wiss. u. Werkstofftech*, 2005, Vol.36, No 9, pp.429-437.
- [57] ŁAGODA T.: Rola związków korelacyjnych między składowymi stanu naprężenia przy obliczaniu trwałości zmęczeniowej tworzyw konstrukcyjnych, Praca doktorska, Raport 6/95, Wydział Mechaniczny WSI w Opolu, s.184
- [58] ŁAGODA T., WALAT K.: Realizacja obciążeń eksploatacyjnych w układzie sterowania maszyn zmęczeniowych, *Międzynarodowe Sympozjum Mechaniki Zniszczenia Materiałów i Konstrukcji*, Augustów, 3-6 czerwca 2009, Politechnika Białostocka, Białystok 2009, ss.71-72, CD ss.199-204
- [59] ŁAGODA T.: Energetyczne modele oceny trwałości zmęczeniowej materiałów konstrukcyjnych w warunkach jednoosiowych i wieloosiowych obciążeń losowych, *Studia i Monografie, Politechnika Opolska, Z. 121*, Opole 2001, s.139
- [60] ŁAGODA T., MACHA E.: Generalization of energy multiaxial cyclic fatigue criteria to random loadings, *Multiaxial Fatigue and Deformation: Testing and Prediction*, ASTM STP 1387, American Society for Testing and Materials, West Conshohocken, PA, 2000, pp.173
- [61] ŁAGODA T., MACHA E., BĘDKOWSKI W.: A critical plane approach based on energy concepts: Application to biaxial random tension-compression high-cycle fatigue regime, *Int. J. Fatigue*, Vol. 21, 1999, pp.431-443
- [62] ŁAGODA T., SONSINO C.M.: Comparison of different methods for presenting variable amplitude loading fatigue results, *Matt. – wiss. u. Werkstofftech*, 35, No.1 pp. 13-19. 2004.

- [63] ŁAGODA T., MACHA E., NIESŁONY A, MOREL F.: Estymowanie trwałości zmęczeniowej stali 35NCD16 przy kombinacji rozciągania ze skręcaniem za pomocą parametru energetycznego, XVIII Sympozjon Zmęczenia Materiałów i Konstrukcji, Bydgoszcz-Pieczyska, ATR Bydgoszcz ss.289-296, 2000
- [64] ŁAGODA T., POLAK-MICEWICZ M.: Szacowanie trwałości zmęczeniowej obudowy ścianowej FAZOS, Modelowanie inżynierskie, tom 13, nr 44, 2012, ss 237-244
- [65] MACHA E.: Generalization of fatigue fracture criteria for multiaxial sinusoidal loadings in the range of random loadings, in: Biaxial and Multiaxial Fatigue, EGF 3 (Edited by M.W. Brown and K.J. Miller), Mechanical Engineering Publications, London 1989, pp.425–436
- [66] Trwałość zmęczeniowa elementów maszyn i konstrukcji w warunkach wieloosiowych obciążeń losowych, pod red. E. Machy, Etapy: I, II, III, IV, V, Realizacja-Wyniki-Wnioski, Wydawnictwa Politechniki Warszawskiej, Warszawa 1990
- [67] MACHA E.: Modele matematyczne trwałości zmęczeniowej materiałów w warunkach losowego złożonego stanu naprężenia, Seria: Monografie, Nr 13, Wrocław, 1979, s.100
- [68] MACHA E.: Generalization of strain criteria of multiaxial cyclic fatigue to random loadings, Fortschr. – Ber. VDI, Reihe 18, Nr 52, VDI-Verlag, Dusseldorf 1988, p.102
- [69] McDIARMID D.L.: Failure criteria and cumulative damage in fatigue under multiaxial stress conditions, Ph.D. thesis, The City University, London, 1972
- [70] McDIARMID D.L.: A new analysis of fatigue under combined bending and twisting, Aeronaut. J. 78, pp.325–329
- [71] McDiarmid D.L., Fatigue under out-of-phase biaxial stresses of different frequencies, Multiaxial Fatigue, ASTM STP 853, K.M. Miller and W. Brown, Eds, 1985, pp.606-621
- [72] McDIARMID D.L.: Fatigue under out-of-phase bending and torsion, Fatigue Fract. Engng Mater. Struct., Vol. 9, No. 6, 1987, pp.457–475



- [73] McDIARMID D.L.: A general criterion for high cycle multiaxial fatigue failure, *Fatigue Fract. Engng Mater. Struct.*, Vol. 14, No. 4, 1990, pp.429–454
- [74] McDIARMID D.L.: Mean stress effects in biaxial fatigue where the stresses are out-of-phase and different frequencies, *Fatigue Under Biaxial and Multiaxial Loading*, ESIS10, 1991, Mechanical Engineering Publications, London, pp.321-335
- [75] McDIARMID D.L.: Multiaxial fatigue life prediction using a shear stress based critical plane failure criterion, *Fatigue Design*, ESIS 16 (Edited by J. Solin, G. Marquis, A. Siljander and S. Sipila) 1993, Mechanical Engineering Publications, London, pp.213–220
- [76] MINER M.A.: Cumulative damage in fatigue, *J. Applied Mechanics*, Vol. 12, 1945, pp.159-164
- [77] MOLSKI K., GLINKA G., A method of elastic-plastic stress and strain calculation at a notch root. *Mat. Sci. And Engng.*, Vol. 50, 1981, pp. 93-100
- [78] MOREL F.: *Fatigue Multiaxiale Sous Chargement D'amplitude Variable*, Praca doktorska, Futuruscope 1996
- [79] MUELLER R.A., GEORG D.D., JOHNSON G.R.: A random number generator for microprocessors, *Simulation*, 1977, pp123-127
- [80] MULLER A.: *Zum Festigkeitsverhalten von mehrachsigen stochastisch beanspruchten Gußeisen mit Kugelgraphit und Temperguß*, Fraunhofer – Institut für Betriebsfestigkeit, Darmstadt 1994
- [81] NAIK R. A., LANNING D. B., NICHOLAS T., KALLMEYER A. R., A critical plane gradient approach for the prediction of notched HCF life, *Int. J. Fatigue*, Vol. 27, 2005, pp. 481-492
- [82] NEUBER H., Theory of stress concentration for shear-strained prismatical bodies with arbitrary nonlinear stress-strain law, *ASME, Journal of Applied Mechanics*, Vol. 28, 1961, pp. 544-550
- [83] NIESŁONY A., SONSINO C.M.: *Comprasion of Some Selected Multiaxial Fatigue Assessment Criteria*, Fraunhofer, Institut für Betriebsfestigkeit Systemzuverlässigkeit, 2008.

- [84] NIESŁONY A.: Wyznaczanie warstwic uszkodzeń zmęczeniowych metodą spektralną, *Studia i Monografie z. 233*, Politechnika Opolska, Opole 2008, s. 1- 142
- [85] NIESŁONY A., Determination of fragments of multiaxial service loading strongly influencing the fatigue of machine components, *Mechanical Systems and Signal Processing*, Vol. 23(8), 2009, pp. 2712-2721
- [86] NISHIHARA T, KAWAMOTO M.: The strength of Metals under Combined Alternating Bending and Torsion with Phase Difference. *Memoirs of the College of Engineering, Kyoto Imperial University*, Vol.X, No. 6 (1941)
- [87] NITTA A., OGATA T., KUWABARA K.: The effects of straining phase on biaxial fatigue life at 550°C in type 304 stainless steel, in: *Mechanical Behaviour of Materials*, proc. ICM-5, Beijing, (Edited by M.G. Yan et al.) Pergamon Press, vol. 2, 1987, pp.1173–1180
- [88] OGONOWSKI P.: Energetyczny parametr uszkodzenia zmęczeniowego w wieloosiowym stanie obciążenia, *Rozprawa doktorska*, Politechnika Opolska, Opole, 2006
- [89] PALMGREN A.: Die Lebensdauer Von Kugellagern, *VDI-Z*, Vol. 68, 1924, SS.339-341
- [90] PAPADOPOULOS I.V., DAVOLI P., GORLA P., FILIPPINI M., BERNASCONI A.: A comparative study of multiaxial high-cycle fatigue criteria for metals, *Int J Fatigue* 19, 1997, pp.219–235
- [91] PAWLICZEK R.: Badanie wpływu parametrów obciążenia i geometrii karbu na trwałość przy zmiennym zginaniu i skręcaniu, *Rozprawa doktorska*, Politechnika Opolska, Opole 2001
- [92] SANETRA C.: Untersuchungen zum Festigkeitsverhalten bei mehrachsiger Randombeanspruchung unter Biegung und Torsion, *Dissertation*, Technischen Universität Clausthal, p. 151, 1991.
- [93] SCHÜTZ D., KLÄTSCHKE H., STEINHILBER H., HEULER P., SCHÜTZ W.: Standardized load sequences for car Wheel suspension components, *LBF-Raport No. FB-1914*, Darmstadt, 1990,

- [94] SERENSEN S.V., KOGAJEV V.P., SNEJDEROVIC R.M.: Nesuščaja sposobnost I rasčet detalej mašin na pročnost. Izd. 3-e, Mašinostroenie 1975, s.488
- [95] SHINOZUKA M.: Simulation of multivariate and multidimensional random processes, J. of the Acoustical Society of America, Vol. 49, part 2, 1977, pp.357-367
- [96] SINES G., Failure of Materials Under Combined Pepeated Stresses with Superimposed Static Stresses, NACA TN 3495, Washington 1955, pp.69
- [97] SKIBICKI D.: Kryteria zmęczeniowe dla obciążeń nieproporcjonalnych, Rozprawy nr 134, Uniwersytet Technologiczno - Przyrodniczy w Bydgoszczy, 2009, Bydgoszcz
- [98] SKIBICKI D., SEMPRUCH J.: Use of a load non-proportionality measure in fatigue under out-of-phase combined bending and torsion, Fatigue Fract. Eng. Mater. Struct., 27, 5, 2004, pp. 369-377
- [99] SKIBICKI D.: Experimental verification of fatigue loading nonproportionality model, Journal of theoretical and applied mechanics, 2007, 45, 2, 337-348
- [100] SKRZYSZOWSKI Z.: Reduktor Stożkowo-walcowy, Wydawnictwa Politechniki Krakowskiej 2000
- [101] SŁOWIK J. Wpływ złożonego stanu naprężenia w dnie karbu na trwałość zmęczeniową elementów maszyn, praca doktorska, Politechnika Opolska, Opole 2007
- [102] SŁOWIK J., ŁAGODA T., The fatigue life estimation of elements with circumferential notch under uniaxial sate of loading, Int. J Fatigue, Vol.33, 2011, pp.1304-1312
- [103] THESEN A.: An efficient generator of uniformy distributed random varieties between zero and one, Simulation, Vol.44, 1985, pp17-22
- [104] TOMCZUK B., WAINDOK A.: Tubular linear actuator as a part of mechatronic system, Solid State Phenomena, Trans Tech Publications, Switzerland, Vols. 147-149, 2009, pp. 173-178.
- [105] TOMCZUK B.: Numerical methods for field analysis of transformer systems, Oficyna Wydawnicza Politechniki Opolskiej, Opole, 2007 (in Polish).

- [106] TOMCZUK B., SOBOL M.: Field analysis of the magnetic systems for tubular linear reluctance motors, IEEE Transactions on Magnetics, New York, USA, Vol. 41, No. 4, April 2005, pp. 1300-1305.
- [107] VIDAL E., KENMEUGNE B., ROBERT J.L., BAHUAUD J.: Fatigue life prediction of components using multiaxial criteria, Multiaxial and fatigue design, ESIS 21 (Edited by A. Pineau, G. Cailletaud and T.C. Lindley) 1996, Mechanical Engineering Publications, London, pp.365–378
- [108] WALAT K., ŁAGODA T.: Trwałość zmęczeniowa elementów maszyn w płaszczyźnie krytycznej wyznaczonej przez ekstremum kowariancji naprężeń, Wieloosiowe zmęczenie losowe elementów maszyn i konstrukcji, część XV, Politechnika Opolska 2011
- [109] WRÓBEL J.: Symulacyjne badanie jakości w nieliniowej stochastycznej dynamice maszyn, Prace Naukowe, Mechanika, z.92, Politechnika Warszawska, Warszawa 1985, s.131
- [110] ZENNER H., LIU J.: The fatigue limit under multiaxial loading, Proceedings of the Sixth International Conference on Biaxial/Multiaxial Fatigue & Fracture, Lisboa, 2001, Vol. 1, pp.29–39
- [111] ZIELIŃSKI A.: Generatory liczb losowych. Programowanie i testowanie maszyn cyfrowych, WNT, Warszawa 1979, s.157

## ZAŁĄCZNIKI

## Załącznik 1

**Wyprowadzenie wyrażenia na naprężenie ekwiwalentne dla kryterium naprężeniowego zdefiniowanego w płaszczyźnie maksymalnych naprężeń stycznych**

Aby zdefiniować płaszczyznę krytyczną korzystając z metody kumulacji uszkodzeń należy wyznaczyć przebiegi naprężeń normalnych (49) i stycznych (50)

$$\sigma_{\eta}(t) = \sigma_{xx}(t) \cos^2 \alpha + \tau_{xy}(t) \sin 2\alpha \quad (Z1)$$

oraz

$$\tau_{\eta s}(t) = -\frac{1}{2} \sigma_{xx}(t) \sin 2\alpha + \tau_{xy}(t) \cos 2\alpha. \quad (Z2)$$

Wyrażenia na naprężenia normalne (Z1) i styczne (Z2) uzupełniono o funkcję poprawkową wykorzystując granice zmęczenia na zginanie i skręcanie w postaci odpowiednio:

$$\sigma_{\eta}(t) = \sigma_{xx}(t) \cos^2 \alpha + \frac{\sigma_{af}}{\tau_{af}} \cdot \tau_{xy}(t) \sin 2\alpha \quad (Z3)$$

i

$$\tau_{\eta s}(t) = -\frac{1}{2} \sigma_{xx}(t) \sin 2\alpha + \frac{\sigma_{af}}{\tau_{af}} \cdot \tau_{xy}(t) \cos 2\alpha. \quad (Z4)$$

Do rozważań wykorzystano zastosowane kryterium ogólnej postaci

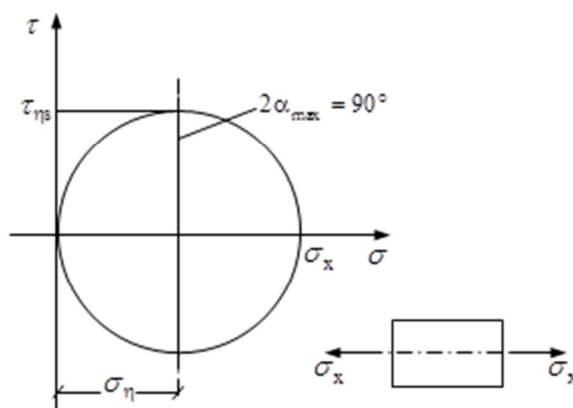
$$\sigma_{eq}(t) = B \tau_{\eta s}(t) + K \sigma_{\eta}(t), \quad (Z5)$$

Na rys. Z.1. zaprezentowano koło Mohra dla jednoosiowego stanu rozciągania–ściskania lub zginania, dla którego  $\alpha_{\max} = 45^\circ$ . Wyrażenia (Z3) i (Z4) w przypadku rozciągania – ściskania lub zginania dla amplitud przyjmują postać

$$\sigma_{\eta a} = \frac{\sigma_{xxa}}{2}, \quad (Z6)$$

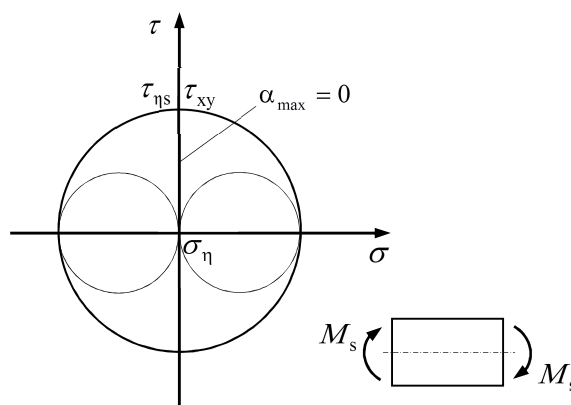
i

$$\tau_{\eta sa} = \frac{\sigma_{xxa}}{2} \quad (Z7)$$



Rys. Z.1. Koło naprężeń Mohra dla jednoosiowego rozciągania–ściskania lub zginania wahadłowego

Na rys. Z.2. przedstawiono koło Mohra dla skręcania, dla którego  $\alpha_{\max} = 0^\circ$ .



Rys. Z.2. Koło naprężeń Mohra dla skręcania obustronnego

Wyrażenia (Z3) i (Z4) w przypadku skręcania przyjmują postać

$$\sigma_{\eta a} = 0, \quad (Z8)$$

oraz

$$\tau_{\eta sa} = \tau_{xy}. \quad (Z9)$$

W celu obliczenia współczynników K i B występujących w wyrażeniu (Z5) podstawiono wzory (Z6) i (Z7) oraz (Z8) i (Z9) w postaci amplitud do wyrażenia na naprężenie zastępcze (Z5). Po przekształceniach matematycznych uzyskano zależności:

$$K = 2 - B, \quad (Z10)$$

$$B = \frac{\sigma_{af}}{\tau_{af}} \quad (Z11)$$

Podstawiając wyrażenia (Z10) i (Z11) do wyrażenia (Z5) otrzymujemy szczegółową postać kryterium w płaszczyźnie maksymalnych naprężeń stycznych w postaci

$$\sigma_{eq}(t) = \frac{\sigma_{af}}{\tau_{af}} \tau_{\eta s}(t) + \left(2 - \frac{\sigma_{af}}{\tau_{af}}\right) \sigma_{\eta}(t) \quad (Z12)$$

**Załącznik 2****Wyniki badań zmęczeniowych własnych mosiądzu CuZn40Pb2**

Tabela Z2.1. Wyniki badań zmęczeniowych oraz trwałości obliczeniowe według zaproponowanej metody dla cyklicznego proporcjonalnego zginania ze skręcaniem ( $\varphi=0^\circ$ ;  $\tau_a=0,25\sigma_a$ ).

<b>Lp.</b>	<b><math>\sigma_a</math>, MPa</b>	<b><math>\tau_a</math>, MPa</b>	<b><math>N_{exp}</math>, cykle</b>	<b><math>N_{cal}</math>, cykle</b>
1	270	65,9	75900	190000
2	202	49,3	673600	2157000
3	176	43	511800	472600
4	155	37,7	6969600	10905000
5	161	39,2	4528500	8112000
6	205	49,9	1031800	1869000
7	226	55,1	557400	1081000
8	257	62,7	146700	470000

Tabela Z2.2. Wyniki badań zmęczeniowych oraz trwałości obliczeniowe według zaproponowanej metody dla cyklicznego proporcjonalnego zginania ze skręcaniem ( $\varphi=0^\circ$ ;  $\tau_a=\sigma_a$ ).

<b>Lp.</b>	<b><math>\sigma_a</math>, MPa</b>	<b><math>\tau_a</math>, MPa</b>	<b><math>N_{exp}</math>, cykle</b>	<b><math>N_{cal}</math>, cykle</b>
1	155	155	1104700	393600
2	171	171	315700	168700
3	183	183	141900	93200
4	129	129	879900	1815300
5	135	135	1314100	1155600
6	129	129	2361600	1815300
7	121	121	2647300	3039000
8	137	137	412900	1105500



Tabela Z 2.3 Wyniki badań zmęczeniowych oraz trwałości obliczeniowe według zaproponowanej metody dla kombinacji zginania ze skręcaniem w warunkach obciążeń blokowych ( $\varphi=0^\circ$ ;  $\tau_a=0,5\sigma_a$ ).

Lp.	Blok	$\sigma_a$ , MPa		$\tau_a$ , MPa		$N_{exp}$ , cykle	$N_{cal}$ , cykle
		Blok 1	Blok 2	Blok 1	Blok 2		
1	I-II	267	233	134	117	158150	281050
2	I-II	267	233	134	117	280000	281050
3	I-II	267	233	134	117	250000	281050
4	I-III	267	201	134	101	575000	797600
5	I-III	267	201	134	101	634100	797600
6	I-III	267	201	134	101	881000	797600
7	II-III	233	201	117	101	995000	850600
8	II-III	233	201	117	101	192400	850600
9	II-III	233	201	117	101	520000	850600

Tabela Z 2.4. Wyniki badań zmęczeniowych oraz trwałości obliczeniowe według zaproponowanej metody dla kombinacji zginania ze skręcaniem w warunkach obciążeń blokowych ( $\varphi=0^\circ$ ;  $\tau_a=\sigma_a$ ).

Lp.	Blok	$\sigma_a$ , MPa		$\tau_a$ , MPa		$N_{exp}$ , cykle	$N_{cal}$ , cykle
		Blok 1	Blok 2	Blok 1	Blok 2		
1	I-II	205	170	205	170	2266800	170240
2	I-II	205	170	205	170	161000	170240
3	I-II	205	170	205	170	2354000	170240
4	I-III	205	138	205	138	518100	771290
5	I-III	205	138	205	138	633500	771290
6	I-III	205	138	205	138	754700	771290
7	II-III	170	138	170	138	867100	1160300
8	II-III	170	138	170	138	1029100	1160300
9	II-III	170	138	170	138	535000	1160300

Tabela Z 2.5. Wyniki badań zmęczeniowych oraz trwałości obliczeniowe według zaproponowanej metody dla kombinacji zginania ze skręcaniem mosiądzu CuZn40Pb2 przy przebiegu losowym  $\tau(t)=0,28\sigma(t)$

Lp.	$\sigma_{amax}$ , MPa	$\tau_{amax}$ , MPa	$N_{exp}$ , cykle	$N_{cal}$ , cykle
1	229	66	92400	200620
2	229	66	146489	200620
3	195	56	152733	141950
4	195	56	267232	141950
5	195	56	317618	141950
6	176	51	367892	295580
7	176	51	508410	295580
8	176	51	612332	295580

Tabela Z 2.6. Wyniki badań zmęczeniowych oraz trwałości obliczeniowe według zaproponowanej metody dla kombinacji zginania ze skręcaniem mosiądzu CuZn40Pb2 przy przebiegu losowym  $\tau(t)=0,5\sigma(t)$

Lp.	$\sigma_{amax}$ , MPa	$\tau_{amax}$ , MPa	$N_{exp}$ , cykle	$N_{cal}$ , cykle
1	142	71	531447	940150
2	142	71	398321	940150
3	142	71	890010	940150
4	126	63	1327795	1363700
5	126	63	1586000	1363700
6	158	79	546756	690770
7	158	79	759230	690770