



POLITECHNIKA OPOLSKA
WYDZIAŁ MECHANICZNY

ROZPRAWA DOKTORSKA

ZASTOSOWANIE MULTIPLIKATYWNEJ REGRESJI I LOGICZNYCH DRZEW DECYZYJNYCH DO ANALIZY UKŁADÓW MASZYNOWYCH

mgr inż. Rafał ŁUSZCZYNA

Promotor:
prof. dr hab. Marian A. PARTYKA

Opole 2012

Spis treści

Spis treści.....	1
Wykaz ważniejszych symboli i oznaczeń.....	4
1. Wstęp.....	5
1.1. Wprowadzenie.....	5
1.2. Cel i zakres pracy.....	5
1.3. Teza pracy.....	6
1.4. Struktura pracy.....	7
2. Podstawowe zagadnienia z minimalizacji funkcji logicznych i wielowymiarowej analizy danych.....	9
2.1. Algebra Boole'a.....	9
2.2. Metody minimalizacji funkcji logicznych.....	10
2.2.1. Algorytm Quine'a-Mc Cluskeya.....	11
2.2.1.1. Implikanty pierwsze funkcji boolowskiej.....	12
2.2.2. Tablice logiczne.....	12
2.2.3. Metoda drzew logicznych.....	13
2.2.3.1. Metoda siatkowo-drzewiasta.....	14
2.2.3.2. Metoda zmodyfikowanych drzew logicznych.....	16
2.2.3.3. Metoda nakładkowych drzew logicznych.....	17
2.3. Wybrane zagadnienia wielowymiarowej analizy danych.....	18
2.3.1. Metoda regresji wielokrotnej - przyjęte założenia modelu.....	19
2.3.1.1. Zjawisko współliniowości zmiennych niezależnych.....	19
2.3.1.2. Istota błędów pomiarowych.....	21
2.3.1.3. Nietypowe obserwacje w analizie regresji.....	21
2.3.1.4. Analiza reszt (normalność rozkładu i stałość wariancji).....	22
2.3.1.5. Podsumowanie analizy weryfikacyjnej modelu regresji.....	23
3. Zastosowanie wielowartościowych drzew logicznych w optymalizacji dyskretnej układów maszynowych.....	25
3.1. Metoda wielowartościowych drzew logicznych.....	25
3.2. Badania eksperymentalne pompy wirowej śmigłowej.....	26
3.3. Optymalizacja dyskretna pompy wirowej śmigłowej.....	29
3.3.1. Interpolacja i standaryzacja danych pomiarowych.....	29

3.3.1.1. Optymalne drzewa logiczne dla danych interpolowanych.....	30
3.3.1.2. Dobór wielowartościowości zmiennych logicznych na podstawie danych standaryzowanych.....	34
3.3.1.3. Uwagi i wnioski.....	42
3.3.2. Analiza dokładności ustalania rangi ważności.....	42
3.3.2.1. Sposoby dyskretyzacji zakresów przedziałów.....	42
3.3.2.2. Uwagi i wnioski.....	53
4. Analiza oceny rangi ważności parametrów konstrukcyjnych i/lub eksploatacyjnych układów maszynowych z zastosowaniem multiplikatywnych modeli regresji wielokrotnej.....	55
4.1. Algorytmiczna integracja logicznych drzew decyzyjnych z analizą regresji wielokrotnej.....	55
4.2. Ocena rangi ważności parametrów pompy wirowej śmigłowej.....	58
4.2.1. Multiplikatywna regresja znamionowych danych pomiarowych.....	58
4.2.2. Addytywna poprawka ustalonych zmiennych niezależnych.....	64
4.2.3. Multiplikatywna regresja interpolowanych danych pomiarowych.....	67
4.2.4. Uwagi i wnioski.....	71
4.3. Kryterium kompromisu w optymalizacji dyskretnej na przykładzie pomp zębatych.....	72
4.3.1. Analiza sprawności pomp zębatych.....	72
4.3.2. Ocena rangi ważności parametrów eksploatacyjnych z punktu widzenia sprawności hydrauliczno-mechanicznej.....	75
4.3.3. Graficzna interpretacja iloczynowego współczynnika korelacji R_{il}	78
5. Efektywność typów modeli regresji wielokrotnej w statystycznej analizie danych parametrów pompy zębatej.....	80
5.1. Porównanie typów modeli regresji wielokrotnej na przykładzie eksploracji danych parametrów pompy zębatej.....	80
5.1.1. Analiza addytywna.....	80
5.1.2. Analiza multiplikatywna.....	83
5.2. Analiza reszt modelu addytywnego i multiplikatywnego.....	86
5.3. Uwagi i wnioski.....	88
6. Kryterium jakości dopasowania multiplikatywnego modelu regresji w ocenie rangi ważności parametrów pompy zębatej.....	89

6.1. Wprowadzenie.....	89
6.2. Ocena rangi ważności parametrów eksploatacyjnych pompy zębatej na podstawie jakości doboru multiplikatywnego modelu regresji.....	90
6.3. Uwagi i wnioski.....	95
7. Ocena rangi ważności parametrów eksploatacyjnych pompy zębatej na podstawie wyników testu Fishera-Snedecora oraz wartości standaryzowanych współczynników BETA.....	97
8. Podsumowanie.....	99
9. Proponowane kierunki dalszych prac.....	103
Literatura.....	104
Streszczenie.....	115

Wykaz ważniejszych symboli i oznaczeń

c_v	–	współczynnik konstrukcyjny zależny od rodzaju pompy
c_μ	–	współczynnik będący funkcją rozmiarów i liczby szczelin
c_p	–	współczynnik zależny od rodzaju pompy, gabarytów oraz sił obciążających
c_ρ	–	współczynnik proporcjonalności związany głównie z wydajnością właściwą pompy
c_r	–	współczynnik zależny od rodzaju i rozmiaru szczelin, wydajności właściwej pompy
H	–	wysokość podnoszenia, spad
M_t	–	moment teoretyczny
ΔM	–	przyrost momentu strat hydrauliczno-mechanicznych
n	–	prędkość obrotowa
N_{we}	–	moc wejściowa
N_{wy}	–	moc wyjściowa
p	–	ciśnienie robocze
q	–	wydajność właściwa
Q	–	przełyk turbiny, natężenie przepływu
Q_t	–	wydajność teoretyczna
Q_{rz}	–	wydajność rzeczywista
R	–	współczynnik korelacji
R_{il}	–	iloczynowy współczynnik korelacji
t	–	temperatura
η_c	–	sprawność całkowita
η_v	–	sprawność objętościowa
η_{hm}	–	sprawność hydrauliczno-mechaniczna
μ	–	lepkość dynamiczna cieczy
ρ	–	gęstość cieczy
φ	–	kąt ustawienia łopatek wirnika
ζ	–	składnik losowy

1. Wstęp

1.1. Wprowadzenie

Szeroko dostępny sprzęt komputerowy, specjalistyczne oprogramowania oraz ciągły rozwój techniki informatycznej ma wpływ na charakter i możliwości stosowanych w praktyce metod optymalizacyjnych. Zastosowanie najnowszych oprogramowań umożliwia przeprowadzenie interdyscyplinarnych symulacji wielu wariantów rozpatrywanych zjawisk. Z punktu widzenia optymalizacji układów maszynowych (ze względu na założone funkcje celu) w dalszym ciągu duże znaczenie ma metodologia optymalizacji strukturalnej i algorytmicznej.

Niniejszą pracę poświęcono właśnie jednej z takich metod optymalizacyjnych tj. algorytmicznej integracji logicznych drzew decyzyjnych z metodą analizy regresji wielokrotnej. Rozwiązania optymalizacyjne otrzymane samą metodą logicznych drzew decyzyjnych są niestety w niektórych przypadkach niewystarczające.

Prezentowanym algorytmem integracyjnym umożliwiono dokładniejszą identyfikację rangi ważności parametrów konstrukcyjno-eksploatacyjnych analizowanych układów maszynowych, gdyż dość często istnieje problem optymalnego doboru parametrów eksploatacyjnych do danego obiektu lub parametrów konstrukcyjnych w celu dostosowania analizowanego układu maszynowego do panujących warunków eksploatacji.

Treść pracy zilustrowano wieloma wariantami optymalizacyjnymi, w których celowo wykorzystano znane i ogólnodostępne zbiory danych (wartości parametrów konstrukcyjno-eksploatacyjnych dwóch układów maszynowych: pompy zębatej i pompy wirowej śmigłowej). Umożliwia to lepsze zrozumienie charakteru rozważanych zagadnień, a ponadto dowodzi możliwości praktycznej przydatności prezentowanej metody.

1.2. Cel i zakres pracy

Celem niniejszej rozprawy jest opracowanie algorytmu integracji logicznych drzew decyzyjnych z metodą analizy regresji wielokrotnej do identyfikacji rangi ważności parametrów konstrukcyjnych i/lub eksploatacyjnych w procesie modelowania układów maszynowych.

Zadaniem proponowanego algorytmu jest znalezienie multiplikatywnych optymalnych modeli regresji wielokrotnej z punktu widzenia założonej funkcji celu.

Podstawową zaletą proponowanej metody jest możliwość oceny rangi ważności parametrów konstrukcyjnych i/lub eksploatacyjnych, w przypadku istnienia kilku optymalnych (równoprawnych) logicznych drzew decyzyjnych (z pominięciem analizy drzew o większej liczbie gałęzi prawdziwych).

Celem pracy jest również wykazanie prawidłowości zastosowania proponowanej metody do tego typu zagadnień.

Zakres pracy obejmuje:

- ✓ określenie wpływu interpolacji danych pomiarowych na dokładność ustalonej rangi ważności parametrów konstrukcyjnych i/lub eksploatacyjnych, metodą logicznych drzew decyzyjnych,
- ✓ ustalenie wpływu standaryzacji danych pomiarowych na dokładność ustalonej rangi ważności parametrów konstrukcyjnych i/lub eksploatacyjnych, metodą logicznych drzew decyzyjnych,
- ✓ określenie wpływu wielowartościowości zmiennych logicznych na dokładność ustalonej rangi ważności parametrów konstrukcyjnych i/lub eksploatacyjnych, metodą logicznych drzew decyzyjnych,
- ✓ oszacowanie wielkości błędów ustalonej rangi ważności parametrów konstrukcyjnych i/lub eksploatacyjnych, metodą logicznych drzew decyzyjnych, przy różnych sposobach kodowania odpowiednich podprzedziałów,
- ✓ opracowanie algorytmu integracji logicznych drzew decyzyjnych z metodą analizy regresji wielokrotnej oraz wymaganych założeń do realizacji celu pracy,
- ✓ jakościową ocenę dyskretnego zbioru rozwiązań (rangi ważności parametrów konstrukcyjnych i/lub eksploatacyjnych) z zastosowaniem proponowanego algorytmu,
- ✓ porównanie otrzymanych wyników z rozwiązaniami addytywnej regresji wielokrotnej,
- ✓ oszacowanie błędów proponowanej metody.

1.3. Teza pracy

Istnieje możliwość dokładniejszej oceny rangi ważności parametrów konstrukcyjnych i/lub eksploatacyjnych układów maszynowych, poprzez zastosowanie

algorytmicznej integracji logicznych drzew decyzyjnych z metodą analizy regresji wielokrotnej. Na podstawie proponowanego algorytmu postawiono tezę o wzroście iloczynowej wartości współczynnika korelacji R_{il} multiplikatywnego równania regresji wielokrotnej, w stosunku do spadku liczby gałęzi prawdziwych (po redukcji) logicznego drzewa decyzyjnego o danym układzie parametrów.

1.4. Struktura pracy

Pracę podzielono na dziewięć rozdziałów. Pierwszy rozdział poświęcono prezentacji ogólnej treści rozprawy, przedstawiono cel, zakres oraz tezę.

Przegląd podstawowych zagadnień tj. wybranych metod minimalizacji funkcji logicznych oraz ważniejszych założeń statystycznej analizy danych stanowi przedmiot rozważań rozdziału drugiego.

W rozdziale trzecim omówiono zastosowanie wielowartościowych drzew logicznych w optymalizacji dyskretnej układów maszynowych.

W rozdziale czwartym zaprezentowano algorytm prognostyczny stanowiący integrację logicznych drzew decyzyjnych i metody analizy regresji wielokrotnej. Wykazano adekwatność iloczynowej wartości współczynnika korelacji R_{il} multiplikatywnego równania regresji wielokrotnej i optymalnego decyzyjnego drzewa logicznego dla danego układu parametrów.

W rozdziale piątym dokonano porównania efektywności doboru modelu addytywnego i multiplikatywnego do statystycznej analizy danych parametrów pompy zębatej. Na podstawie analizy reszt regresyjnych wykazano zależność między addytywnym i multiplikatywnym sposobem eksploracji danych. Udowodniono równoprawność modelu addytywnego i multiplikatywnego regresji wielokrotnej z punktu widzenia różnego doboru zmiennych niezależnych.

W rozdziale szóstym przedstawiono nowe podejście oceny rangi ważności parametrów eksploatacyjnych pompy zębatej. Wykazano największe zmiany jakości dopasowania multiplikatywnego modelu regresji wielokrotnej do parametrów o wyższej randze ważności.

Potwierdzenie prawidłowej oceny rangi ważności parametrów eksploatacyjnych pompy zębatej przedstawiono w rozdziale siódmym. Wynikami analizy wariancji oraz regresji wielokrotnej, udowodniono poprawność zastosowania proponowanego algorytmu integracyjnego w procesie optymalizacji pompy zębatej i innych układów maszynowych.

Podsumowanie wyników pracy oraz wnioski końcowe przedstawiono w rozdziale ósmym.

W ostatnim dziewiątym rozdziale rozprawy wyznaczono kierunki dalszych prac obliczeniowo-analitycznych.

2. Podstawowe zagadnienia z minimalizacji funkcji logicznych i wielowymiarowej analizy danych

Niniejszy rozdział poświęcono prezentacji aktualnego stanu wiedzy rozpatrywanych w pracy zagadnień tj. wybranych metod minimalizacji funkcji logicznych oraz metod wielowymiarowej analizy danych (regresji wielokrotnej). Przegląd wykonano na podstawie dostępnych pozycji literaturowych: krajowych i zagranicznych. Znaczna część analizowanych w rozprawie prac jest źródłem cytowań, chociaż wiele pozycji nie zostało uwzględnionych z uwagi na powtarzalność merytoryczną treści. Przedstawiono również krótkie wybrane przykłady niektórych metod i zagadnień, związanych tematycznie z treścią rozprawy, które według autora są ciekawe i godne uwagi.

Analizując literaturę omawianych zagadnień, można wyróżnić dwa obszary wiedzy, w których istnieje pewnego rodzaju kompatybilność. Daje się ona zauważyć w metodyce drzew regresyjnych oraz regresji logistycznej. Drzewa regresyjne stosowane w predykcji zjawisk oparto na warunkach logicznych. W metodzie regresji logistycznej wykorzystano natomiast zmienną zależną typu dychotomicznego i umożliwiono tym samym obliczanie prawdopodobieństwa zdarzeń. Ze względu na ścisły charakter rozprawy zrezygnowano z bliższej charakterystyki danych zagadnień.

Podstawowym wnioskiem, wynikającym z przeprowadzonego przeglądu literatury, jest fakt niezaprzeczalnego rozwoju metody logicznych drzew decyzyjnych oraz możliwość jej zastosowania w optymalizacji układów maszynowych. Intensyfikacja metod wielowymiarowej analizy danych jest raczej zauważalna w postaci różnego rodzaju komputerowych oprogramowań. Wykorzystana literatura (bibliografia) jest świadectwem bardzo intensywnego rozwoju metodologii danych zagadnień w minionych latach.

Przedstawiony przegląd literatury jest dowodem praktycznego zastosowania prezentowanych metod w odniesieniu do rozwiązywania problemów technicznych.

2.1. Algebra Boole'a

Algebrę Boole'a można krótko zdefiniować jako opis logiki dwuwartościowej [1, 10, 42]. Zawarto w niej wszystkie rodzaje metod matematycznych, wykorzystywanych do opisu układów logicznych. Algebra Boole'a [37, 44, 80], jako

struktura algebraiczna, znalazła szerokie zastosowanie praktyczne w informatyce oraz elektronice cyfrowej.

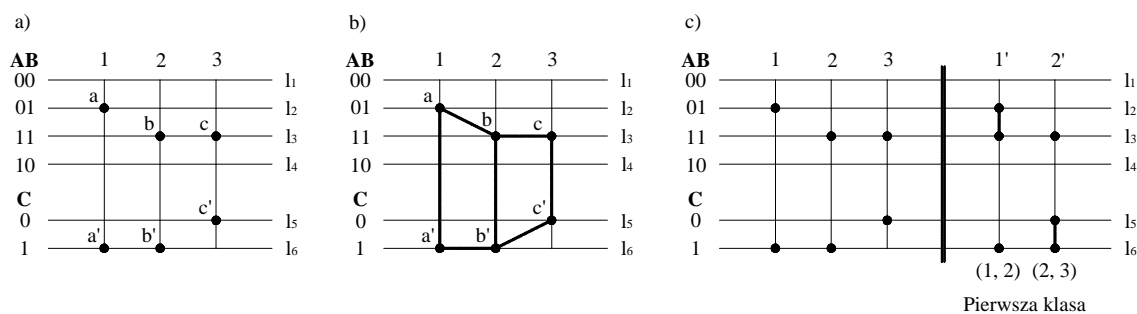
George Boole wprowadził algebraiczne ujęcie logiki matematycznej w pracy pt.: *The Mathematical Analysis of Logic* (1847). W następnej książce: *The Laws of Thought* (1854), Boole rozwinął podjęte wcześniej zagadnienia. Dalszy rozwój algebry Boole'a należy przypisać Charles'owi Peirce'owi i William'owi Jevons'owi, których prace opublikowano w latach sześćdziesiątych XIX wieku. Dokładniejsze badania algebr Boole'a podjął Alfred North Whitehead w pracy: *Universal Algebra* (1898). W 1904 roku w pracach Huntingtona przedstawiono algebrę Boole'a jako aksjomatyczną strukturę algebraiczną. Garrett Birkhoff w *Lattice Theory* (1940) rozwinął teorię krat. W latach sześćdziesiątych Dana Scott, Paul Cohen i inni osiągnęli zadowalające rezultaty w dziedzinie logiki matematycznej i aksjomatycznej teorii zbiorów, korzystając z metody forsingu opartej na teorii algebr Boole'a.

Zagadnienia algebry Boole'a do dnia dzisiejszego mają różnorodne zastosowania np.: w strukturalizacji procesów decyzyjnych, dotyczących optymalizacji układów maszynowych [6].

2.2. Metody minimalizacji funkcji logicznych

Funkcja logiczna może być przedstawiona za pomocą wielu różnych (mniej lub bardziej skomplikowanych) formuł. Zagadnienie minimalizacji polega na wyznaczeniu możliwie najprostszej formuły równoważnej. W celu porównania otrzymanych formuł logicznych wprowadzono pojęcie współczynnika skomplikowania funkcji, stanowiącego kryterium oceny. Ogólnie metody minimalizacji funkcji logicznych można podzielić na graficzne oraz algebraiczne, wśród których najbardziej znane to algorytm Quine-McCluskeya i metoda map Karnaugh'a. Nowe udoskonalone podejście minimalizacji zaproponowali m.in: Michel R. Dagenais [24], Jean C. Madre [23], Patrick C. McGeer [77], Oliver Coudert [21, 23], i inni.

Przykład prostej minimalizacji funkcji logicznej (bez opisu) przedstawiono na podstawie metody Xiao Yong-Xin'a (rys. 2.1) [135]. Metoda ta (jak i inne spotykane w literaturze) jest graficzną modyfikacją algorytmu Quine-McCluskeya.



Rys. 2.1. Ilustracja metody minimalizacji funkcji logicznych według mapy Xiao [135]

Obecnie w celu minimalizacji funkcji logicznych korzysta się z oprogramowań komputerowych (np.: McBoole, Espresso, ...). Z zagadnieniem minimalizacji funkcji logicznych należy powiązać również takie nazwiska jak: R. Rudell, A. Sangiovanni-Vincentelli, G. W. Dueck, D. M. Miller, P. W. Besslich, J. A. Armstrong, G. Pomper, R. K. Brayton,

Ze względu na charakter pracy przybliżono w niej tylko i wyłącznie wybrane metody.

2.2.1. Algorytm Quine'a-McCluskeya

Metoda Quine'a-McCluskeya jest jedną z najważniejszych i najpopularniejszych metod minimalizacji funkcji boolowskich. Wykorzystano w niej zalgorytmizowane operacje grupowania i obróbki danych, przedstawiających minimalizowaną formę sumacyjną albo iloczynową. Stosuje się ją najczęściej w przypadku dużej liczby zmiennych, gdy inne metody są zawodne lub zbyt uciążliwe [139].

Metodą Quine'a-McCluskeya umożliwiono wyszukanie wszystkich implikantów pierwszych, czyli iloczynów elementarnych - zredukowanych (uproszczonych) o ustalony literał. Po ich znalezieniu należy sprawdzić, które z implikantów powinny wejść do minimalnej postaci sumy, a które z nich można odrzucić, gdyż suma wszystkich pierwszych implikantów danej funkcji logicznej nie zawsze musi być jej minimalną postacią. Często jest tak, że niektóre pierwsze implikanty można po prostu usunąć z zapisu, traktując je jako zbędne (nadmiarowe), gdyż ich informacje są już zawarte w niezbędnych implikantach pierwszych.

Przykłady minimalizacji funkcji logicznych metodą Quine'a-McCluskeya i dokładny opis algorytmu można znaleźć w wielu pracach [12, 33, 52, 73, 101, 107, 117, ...], stąd też jej szczegółowa charakterystyka jest w tym miejscu zbędna.

2.2.1.1. Implikanty pierwsze funkcji boolowskiej

Najpopularniejszymi, spotykanymi w literaturze metodami wyznaczania implikantów pierwszych są przede wszystkim: algorytm Quine-McCluskeya oraz metoda map Karnaugh'a [48]. Poza nimi można jeszcze wymienić metodę Tison'a [128], Ngair'a [84], semantyczną metodę Slage'a [122], algorytm Jackson'a [46, 47] i algorytm Socher'a [123], w którym wykorzystano koncepcję ścieżki w macierzy binarnej. Pomimo, że uniknięto zbędnych obliczeń, algorytm ten nie jest do końca uniwersalny.

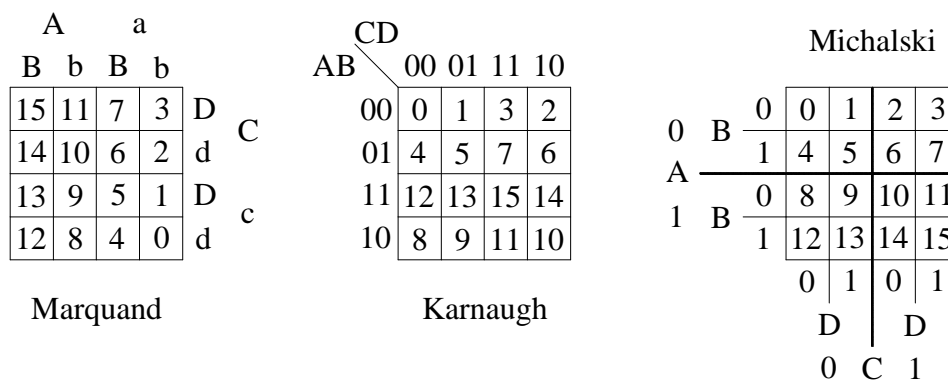
Pojecie i istotę implikantów pierwszych określił w 1952 r. Quine [109] i do dnia dzisiejszego znajdują one zastosowanie do wyznaczania minimalnych postaci formuł zdaniowych w DNF (*Disjunctive Normal Form*). Implikanty pierwsze stały się powszechnie wykorzystywanym narzędziem w AI (*Artificial Intelligence*) [106, 108].

Poza wymienionymi pozycjami, odnoszącymi się do metod wyznaczania implikantów pierwszych, ciekawszymi pracami z tego zakresu są [7, 22, 26, 31, 39, 49, 72, 74, 103, 110, 111, 115, 121, 126].

W przypadku koniunkcyjnych postaci normalnych wyznacza się implikanty pierwsze w procesie minimalizacji.

2.2.2. Tablice logiczne

Jedną z podstawowych metod graficznej minimalizacji funkcji logicznych (od 4 do 8 zmiennych) jest metoda map Karnaugh'a [48, 112]. Utworzono ją na bazie kart Veitcha, diagramów Venna i przez długi okres czasu była ona podstawowym narzędziem oraz pomocą w projektowaniu układów przełączających. Jak się jednak okazało, tego typu tablicę logiczną (podobnej postaci) opisał kilkadziesiąt lat wcześniej A. W. Marquand. Na początku XX wieku tablice logiczne podobnego typu proponowali W. J. Newlin oraz W. E. Hocking, ale podobnie jak Marquand nie zostali oni również zauważeni. W latach 60-tych poprzedniego wieku R. S. Michalski [79] zaprezentował inną - bardziej uniwersalną modyfikację diagramu Marquand'a-Veitch'a. Zastosowanie diagramu Michalskiego [78] umożliwiło przeprowadzanie operacji logicznych większej liczby zmiennych (GLD - *Generalized Logic Diagram*). Najszerzej stosowanymi typami tablic logicznych były mapy Karnaugh'a i diagramy Michalskiego. Porównanie wszystkich trzech wersji tablic logicznych przedstawiono na rys. 2.2 [141].



Rys. 2.2. Graficzna prezentacja omawianych typów tablic logicznych [141]

Różnice strukturalne omawianych tablic logicznych przedstawiono różnym rozłożeniem numerów pól diagramowych, będących dziesiętkowymi odpowiednikami zero-jedynkowych kombinacji poszczególnych zmiennych. W przypadku większej liczby zmiennych istnieją praktyczne trudności geometryczne.

2.2.3. Metoda drzew logicznych

Graficzną minimalizację funkcji logicznych można również przeprowadzić na geometrycznej strukturze decyzyjnej w postaci drzewa logicznego. Drzewo logiczne jest strukturalną prezentacją funkcji logicznej, zapisanej w postaci sumy iloczynów, gdzie każdy składnik jest realizacją jednego rozwiązania, a każdy czynnik w iloczynie jest zmienną logiczną. Poszczególne ścieżki na drzewie (od korzenia do wierzchołka) jest składnikami funkcji logicznej, opisującej realizację jednego możliwego rozwiązania. Zbiór ścieżek jest natomiast zbiorem wszystkich możliwych rozwiązań [90].

Istotę logicznych drzew decyzyjnych, w ujęciu tematyki pracy wraz z przykładami ich praktycznych zastosowań, opisano szczegółowo w rozdziale trzecim. Ze względu na różnorodność struktur drzewiastych (mających szczególne zastosowanie w obszarze technice cyfrowej), w pracy podano jedynie krótkie charakterystyki wybranych metod drzewiastych, stosowanych w optymalizacji dyskretnej układów maszynowych.

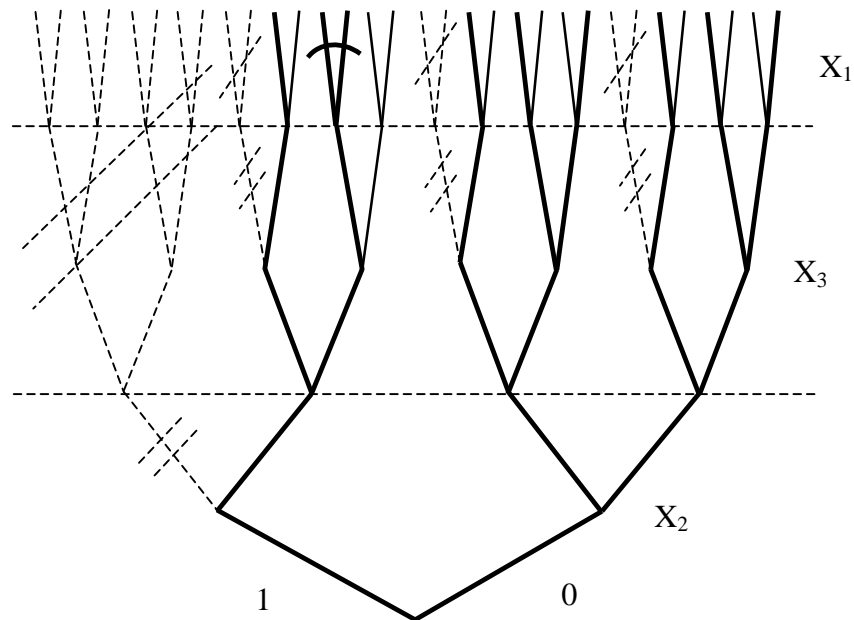
Odrębną rodziną algorytmów strukturalnych są drzewa klasyfikacyjne i regresyjne [58, 61]. Do dnia dzisiejszego nie doczekano się istotnych modyfikacji w ich budowie [27, 45, 118].

Przykłady innych drzewiastych struktur decyzyjnych i ich zastosowań przedstawiono m. in. w [38, 50, 57, 102, 116, 120, 136].

2.2.3.1. Metoda siatkowo-drzewiasta

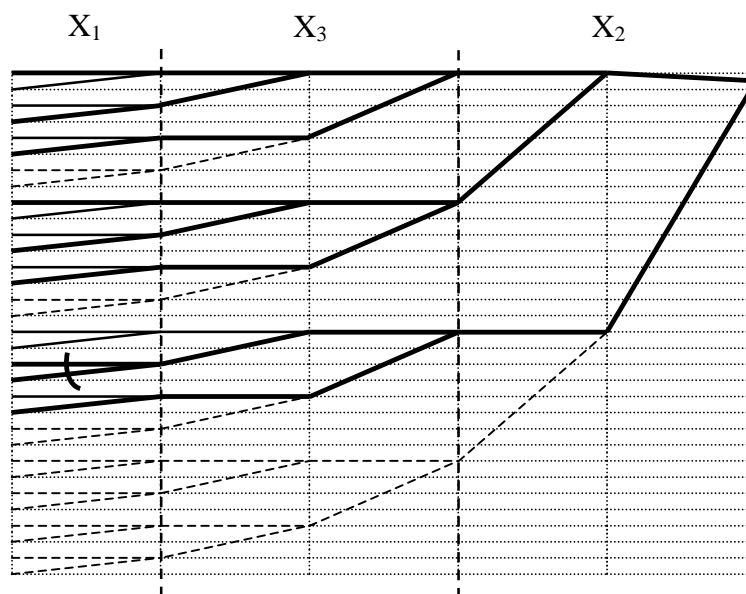
Metodę siatkowo-drzewiastą [6] jako jedną ze strukturalnych metod optymalizacyjnych, oparto na graficznej minimalizacji funkcji boolowskich. W [6, 54] przedstawiono przykłady zastosowań tej metody do oceny rangi ważności parametrów konstrukcyjno-eksploatacyjnych układów maszynowych (pompy wirowej śmigłowej, pompy zębatej, młyna misowo-rolkowego), metodyczny schemat algorytmu oraz modyfikację wzoru z minimalizacji tradycyjnych drzew logicznych dla metody siatkowo-drzewiastej.

Na rys. 2.3 przedstawiono przykładowe drzewo logiczne ustalonego układu zmiennych logicznych X_2 , X_3 , X_1 .



Rys. 2.3. Przykład piętrowego drzewa logicznego o układzie zmiennych X_2 , X_3 , X_1 [54]

Położenie danego drzewa logicznego na siatce dwuwartościowej przedstawiono na rys. 2.4.



Rys. 2.4. Położenie na siatce drzewa logicznego z rys. 2.3 [54]

Zastosowaniem modyfikacji umożliwiono szybką analizę procesu minimalizacji upraszczania graficznego drzewa logicznego położonego na siatce. W metodzie siatkowo-drzewiastej zagadnienie rangi ważności zmiennych logicznych ma identyczny sens jak w tradycyjnych drzewach logicznych [6], chociaż w tym przypadku obliczenia, dotyczące wyznaczenia rangi, określono nieco inaczej. Przy upraszczaniu wielowartościowej funkcji logicznej metodą siatkowo-drzewiastą konieczne jest jej przedstawienie za pomocą układów dwuwartościowych. Uproszczeniu może ulec taki zapis, który istnieje w całości jako układ dwuwartościowy. Od strony graficznej uprościć na danym piętrze można tylko i wyłącznie całe dwuwartościowe drzewa, z uwzględnieniem stanów pustych, nie zakodowanych (nie występujących ze względu na wielowartościowość zmiennych) lub grupy drzew [54].

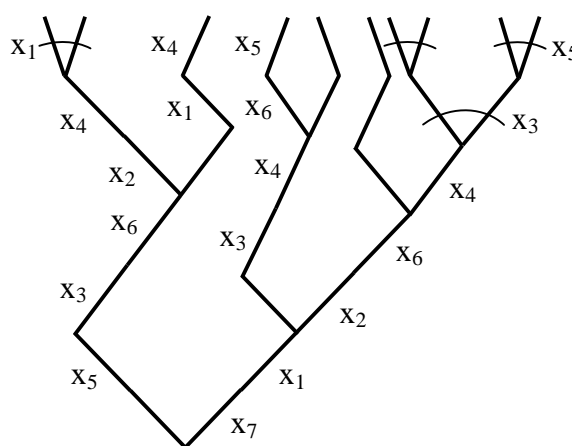
Do wad takiej metody należy zaliczyć złożoność obliczeniową (z zastosowaniem kodowania wierzchołków), w porównaniu z tradycyjną metodą Quine'a-Mc Cluskeya analizy logicznych drzew decyzyjnych [54]. Dawniej do zalet takiej metody należało zaliczyć mniejszy czas obliczeń minimalizacyjnych, wobec metody decyzyjnej minimalizacji funkcji logicznych, którą oparto na odcinaniu pełnych wiązek gałązkowych z góry na dół, bez powstawania gałęzi izolowanych.

2.2.3.2. Metoda zmodyfikowanych drzew logicznych

Inną graficzną metodą, która ma zastosowanie w optymalizacji strukturalnej układów maszynowych jest metoda zmodyfikowanych drzew logicznych [6, 54].

Stosując metodę zmodyfikowanych drzew logicznych, w odróżnieniu od drzew tradycyjnych można na jednym poziomie dyskretyzować różne zmienne. Za pomocą zmodyfikowanych drzew logicznych można również przedstawić dowolną funkcję logiczną. Spośród wielu zmodyfikowanych drzew danego wariantu obliczeniowego, istnieją drzewa optymalne, które tak samo jak w przypadku drzew tradycyjnych, po uproszczeniu graficznym, mają minimalną liczbę gałęzi [54].

Pomijając dane źródłowe (kanoniczną alternatywną postać normalną funkcji boolowskiej), na rys. 2.5 przedstawiono przykład zmodyfikowanego drzewa logicznego, jakie uzyskano po zastosowaniu algorytmu opisanego w [54].



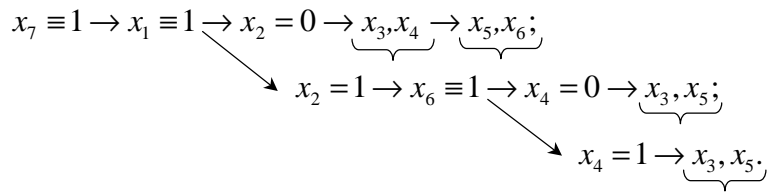
Rys. 2.5. Przykład optymalnego zmodyfikowanego drzewa logicznego [54]

Lewa część przedstawionego zmodyfikowanego drzewa logicznego ma następującą kolejność zmiennych na poszczególnych piętrach [54]:

$$x_7 \equiv 0 \rightarrow \underbrace{x_5 \equiv 0, x_3 \equiv 1, x_6 \equiv 1}_{\downarrow} \rightarrow x_2 = 0 \rightarrow x_4 \equiv 0 \rightarrow x_1;$$

$$\rightarrow x_2 = 1 \rightarrow \underbrace{x_1 \equiv 0, x_4 \equiv 1,}_{\downarrow}$$

gdzie: zmienne ujęte nawiasem klamrowym, mogą być w dowolnej kolejności. Analogicznie prawą część drzewa przedstawiono następująco [54]:



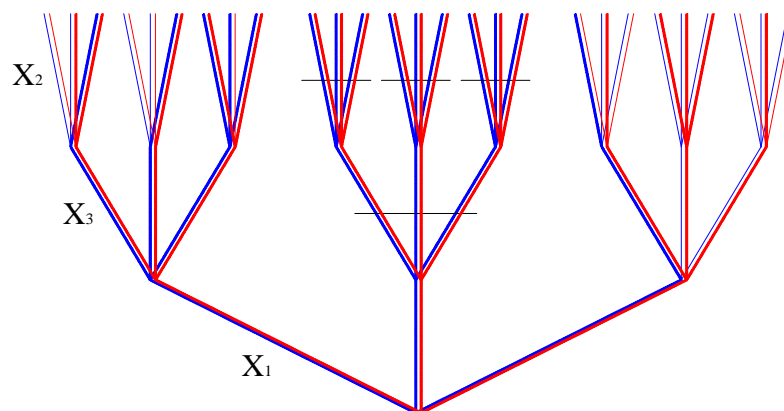
Zmodyfikowane drzewa logiczne można stosować do wyszukiwania szczególnych podrozwiązań zagadnień optymalizacyjno-projektowych [54]. Ponadto są one konkurencyjną metodą w stosunku do tradycyjnych drzew logicznych z tą zaletą, że ich zastosowaniem rozwiązano problem równoważności drzew logicznych (z punktu widzenia liczby gałęzi prawdziwych, po wykonaniu wszystkich możliwych uproszczeń wiązkowych).

Przykłady zastosowań zmodyfikowanych drzew logicznych, w optymalizacji strukturalnej układów maszynowych oraz szczegółowy opis danej metody, można znaleźć w [54].

2.2.3.3. Metoda nakładkowych drzew logicznych

Jedną z ciekawszych i obecnie rozwijanych metod graficznych, mających również zastosowanie w optymalizacji układów maszynowych, ze szczególnym uwzględnieniem kryterium kompromisu, jest metoda logicznych drzew nakładkowych [34, 35, 36].

Idea drzewa nakładkowego polega na nałożeniu na siebie logicznych drzew decyzyjnych dwóch wariantów, np.: wariant I – drzewo niebieskie, wariant II – drzewo czerwone. Warunkiem koniecznym tego ujęcia jest oczywiście identyczna kolejność zmiennych piętrowych analizowanych drzew logicznych, co przedstawiono na rys. 2.6. Wspólnymi ścieżkami oznaczono spełnienie kryterium kompromisu celem otrzymania rozwiązania optymalnego [34].



Rys. 2.6. Model drzewa nakładkowego [34]

Otrzymane w ten sposób drzewo nakładkowe można upraszczać tylko i wyłącznie w miejscach wystąpienia dwóch wariantów na każdej gałęzi. Powstanie pojedynczych, izolowanych gałęzi jednokolorowych jest skutkiem niespełnienia tego warunku. W związku z tym istnieje problem metodyczny, dotyczący sposobu obliczania pojedynczych gałęzi izolowanych, gdyż mogą one wystąpić w dwóch wariantach.

Celem określenia priorytetowej rangi ważności gałęzi poszczególnych wariantów, zaproponowano następujące rozwiązania: w przypadku n – liczby „kolorów” (wariantów), można obliczyć wagi według następujących wzorów [34]:

Wariant I)

$w_0=1/n$, w przypadku n wariantów,
 $w_1=(1-w_0)/2^{n-1}$, gdzie $(1-w_0)=A$, $n-1$ wariantów,
 $w_2=(1-A)/2^{n-2}$, gdzie $(1-A)=B$, $n-2$ wariantów,
 $w_3=(1-B)/2^{n-3}$, gdzie $(1-B)=C$, $n-3$ wariantów,
... $w_n=(1-X)/2^{n-n}$, aż do uzyskania w wykładniku różnicy równej zero.

Wariant II)

$w_0=1/n$, w przypadku 0 wariantów,
 $w_1=(1-w_0)/2^{n-1}$, 1 wariantu,
 $w_2=(1-w_1)/2^{n-2}$, 2 wariantów,
 $w_3=(1-w_2)/2^{n-3}$, 3 wariantów,
... $w_n=(1-w_{n-1})/2^{n-n}$, n wariantów (aż do uzyskania w wykładniku różnicy równej zero).

Przedstawione wzory należy poddać praktycznej weryfikacji. Istnieje konieczność opracowania szczegółowych twierdzeń z logiki procesów decyzyjnych dla logicznych drzew nakładkowych celem stosowania ich w wielokryterialnych metodach optymalizacji dyskretnych układów maszynowych [34].

2.3. Wybrane zagadnienia statystycznej analizy danych

W obszarze analiz współzależności zjawisk, szczególną użytecznością charakteryzuje się miary opisowe, mające na celu liczbową ocenę powiązań dwóch lub większej liczby zmiennych. Podstawowymi metodami analizy współzależności z tego zakresu jest rachunek wariacyjny, regresyjny i korelacyjny. W tym rozdziale

przedstawiono wybrane zagadnienia statystycznej analizy danych z punktu widzenia poprawnej diagnostyki, specyfikacji i selekcji modelu regresji wielokrotnej.

2.3.1. Metoda regresji wielokrotnej - przyjęte założenia modelu

Analiza regresji wielokrotnej jest metodą statystyczną, pozwalającą na badanie związków między wieloma zmiennymi niezależnymi i zmienna zależną. Celem modelu regresji wielokrotnej jest:

- ilościowy opis zależności poszczególnych zmiennych,
- predykcja wartości zmiennej zależnej, przy określonych wartościach zmiennych niezależnych.

Jednym z najważniejszych elementów poprawnej oceny statystycznej własności predykcyjnych modelu regresji jest odpowiednia diagnostyka jego założeń teoretycznych [125]. Pominięcie zabiegu weryfikacji oraz korekty, poszczególnych założeń badanego modelu regresji, jest z reguły przyczyną nietrafnych wniosków.

Istotną rolę w analizie statystycznej pełnią metody graficzne [18]. Umożliwiono nimi szybką ocenę stopnia spełnienia poszczególnych założeń analizowanego modelu, a także wskazano kierunek optymalnych działań korekcyjnych, o określonej hierarchii. W diagnostyce założeń modelu regresji podstawowe znaczenie ma zjawisko współzależności liniowej oraz problem wpływowych (nietypowych) obserwacji. Analiza rozkładu reszt regresyjnych, z punktu spełnienia założeń o normalności i homogeniczności badanego zbioru danych, jest z reguły przeprowadzana jako ostatnia.

2.3.1.1. Zjawisko współliniowości zmiennych niezależnych

W przypadku wzajemnego skorelowania poszczególnych zmiennych niezależnych, w modelu regresji wielokrotnej, ma miejsce zjawisko współliniowości lub wielowspółliniowości, gdyż problem ten może dotyczyć więcej niż dwóch zmiennych [143]. Skutkiem współliniowości jest zniekształcenie wyników analizy, a dokładniej - wartości współczynników regresji [138]. Stopień zniekształcenia, związanego ze zjawiskiem współliniowości, jest uzależniony od wartości współczynnika korelacji pomiędzy skorelowanymi zmiennymi. Zalecaną i prostą metodą identyfikacji tego zjawiska jest wczesne wykonanie analizy korelacji wszystkich zmiennych niezależnych w badanym modelu regresji [15, 51, 127, 129, 138]. Zjawisko wysokiej współliniowości w modelu regresji charakteryzuje z reguły wysoka wartość

współczynnika R^2 , i brak statystycznej istotności poszczególnych zmiennych niezależnych.

Efekt współliniowości wyrażany jest z reguły za pomocą czynnika inflacji wariancji VIF (*Variance Inflation Factor*) [5]. W celu przejrzystości tej zależności, proponuje się w [30] stosowanie zapisu \sqrt{VIF} , jako wartości bardziej bezpośredniej.

Problem współliniowości można minimalizować w obszarze danych, postaci analizowanego modelu oraz metody estymacji [30]. Znaną i krytykowaną metodą [5, 30] minimalizacji zależności liniowej zmiennych niezależnych jest rozszerzenie analizowanego zbioru danych o nowe wartości. W niektórych przypadkach, ze względu na koszt i czas realizacji obliczeń, metoda ta jest mało praktyczna. Ponadto, pomimo swojej poprawności ze statystycznego i teoretycznego punktu widzenia, brak jest gwarancji poprawnej korekty w zakresie minimalizacji zjawiska współliniowości [143].

Wysoka współliniowość jest uwarunkowana przede wszystkim współzależnościami zbioru danych. Jednak pomimo tego, jedną z najbardziej skutecznych metod korygujących to zjawisko jest odpowiednia transformacja analizowanego modelu regresji. Można wyróżnić dwie metody transformacji modelu. Pierwszy sposób polega na wyrażeniu w postaci „kompozytu” współliniowych zmiennych niezależnych. Tego typu ujęcie można znaleźć w literaturze pod hasłami „*Principal Component Regression*” oraz „*Latent Root Regression*” [132, 143]. Drugi wariant transformacji modelu regresji oparto natomiast na redukcji podstawowego zbioru zmiennych niezależnych, w celu otrzymania okrojonego i mniej współzależnego zbioru danych. Redukcja jest przeprowadzana jedną z metod automatycznej selekcji tj. regresji krokowej (postępującej lub wstecznej). Metodyka ta jest krytykowana w literaturze [28, 131, 132], gdyż zredukowany zbiór zmiennych jest zdeterminowany wybraną metodą selekcji [131]. Trzecią możliwością korekty zjawiska współliniowości jest zastosowanie estymatora regresji grzbietowej (*Ridge Regression Estimator*). Niestety estymator ten pozbawiono warunków BLUE (*Best Linear Unbiased Estimators*) i z tego względu nie jest zbyt popularny [28, 30, 81, 131].

Najskuteczniejszą i najprostszą metodą, wobec zjawiska współliniowości, jest unikanie włączania do jednego modelu wzajemnie skorelowanych zmiennych niezależnych [138].

2.3.1.2. Istota błędów pomiarowych

Zjawiskiem komplikującym wnioskowanie statystyczne jest powszechna obecność błędów pomiarowych poszczególnych zmiennych modelu regresji, choć w podstawowych założeniach modelu przyjęto brak tego zjawiska [28, 81, 131].

Błąd pomiarowy zmiennej zależnej Y jest propagowany w pozostałościach regresyjnych modelu [143] i jest jednym z wielu nieuwzględnianych czynników losowych. Konsekwencją tego jest m.in. zniżenie wartości współczynnika korelacji [43, 81]. Jednak większe reperkusje zauważono w przypadku obecności błędu pomiarowego w zmiennej niezależnej X [143]. Błąd ten ma wpływ na dokładność estymacji poszczególnych parametrów modelu regresji [9, 43, 132]. Należy też mieć na uwadze, że błąd pomiarowy, nawet w jednej zmiennej niezależnej, jest absorbowany przez cały model regresji [59].

Popularnym podejściem ekonometrycznym, w problematyce błędów pomiarowych zmiennych niezależnych, jest zastosowanie tzw. zmiennych instrumentalnych (*Instrumental Variables*) [2, 32, 43]. Metoda ta jest przydatna w minimalizacji wpływu obecności błędu pomiarowego. Jednakże w niektórych przypadkach np. znaczących wartości błędów X , metoda zmiennych instrumentalnych może być nieefektywna [43].

Alternatywnym podejściem korekty skutków obecności błędów pomiarowych, przy spełnieniu odpowiednich założeń, jest metoda test-retest (powtórzonego pomiaru) [32] lub wykorzystanie do tego celu równań strukturalnych SEM [8].

2.3.1.3. Nietypowe obserwacje w analizie regresji

Istotnym zagadnieniem w analizie regresji jest zjawisko nadmiernie zdeterminowanych modeli, przez pojedyncze nietypowe obserwacje (*Outlier*). Może to w znaczący sposób obciążyć błędem wyniki obliczeń i prowadzić do nietrafnych wniosków. Zagadnieniem, związanym z istnieniem obserwacji nietypowych w próbie badawczej, wymuszono konieczność poszukiwania efektywnych metod przydatnych przy rozwiązywaniu tego typu problemów [4, 17, 83, 104, 119, 125].

W literaturze istnieje kilka mierników nietypowości obserwacji. Przez wielu badaczy za najlepsze miary odmienności są uważane standaryzowane wartości resztowe [3, 5, 20]. Inną miarą, pozwalającą ustalić, czy dana obserwacja może być potraktowana jako odstająca, jest odległość Mahalonobisa. Dzięki tej wartości istnieje możliwość

wyselekcjonowania obserwacji potencjalnie groźnych, z punktu widzenia dużej odległości od pozostałych, co nie zawsze jest możliwe, w przypadku analizy wartości reszt lub reszt standaryzowanych [125]. Miarą łączącą odległość Mahalonobisa (czyli odległość pojedynczego przypadku od centrum - środka ciężkości zmiennych niezależnych) z odległością standaryzowanej wartości reszty od linii regresji jest odległość Cooka. Ze względu na uwzględnienie łącznego wpływu poszczególnych obserwacji na linię regresji miara ta należy do bardzo uniwersalnych wartości [125, 143].

Obserwacje nietypowe, mające znaczący wpływ na wartość ocen poszczególnych parametrów modelu regresji, są określane w literaturze (ze względu na swoje specjalne usytuowanie względem innych obserwacji) mianem wpływowych (*Influential Observations*) [17, 30, 83, 119]. Jednak nie wszystkie obserwacje wpływowe muszą być odstające [125]. Wpływ obserwacji nietypowych na wyniki estymacji jest określony w literaturze nazwą *Leverage* [82, 119, 125]. Choć w polskiej literaturze statystycznej nie ma ustalonego terminu danej miary, proponuje się nazwę obserwacji wiążących [105, 125].

Więcej szczegółowych informacji na temat diagnostyki wpływu nietypowych obserwacji na model regresji można znaleźć w pracach [16, 19, 76].

2.3.1.4. Analiza reszt (normalność rozkładu i stałość wariancji)

Większość założeń analizy regresji dotyczy reszt. Analizując reszty, można szybko i skutecznie wykryć wszystkie odstępstwa od poprawnych założeń teoretycznych. Właściwie skonstruowany model powinien charakteryzować się pożądanymi własnościami reszt regresyjnych (normalność, stałość wariancji, brak autokorelacji) [125]. Normalność rozkładu reszt można przeanalizować za pomocą metod graficznych, co pozwala określić stopień odstępstwa od tego założenia oraz formę rozkładu składnika losowego.

Wykres normalności i histogram reszt są podstawowymi narzędziami, umożliwiającymi szybką wzrokową ocenę zgodności reszt z rozkładem normalnym. Interpretacja wykresów normalności jest szczegółowo opisana w [14, 29].

W wielu aspektach spełnienie założenia normalności rozkładu reszt jest dużo trudniejsze od analizy innych założeń modelu regresji [143]. W przypadku bardzo małej próby badawczej lub niespełnienia poszczególnych założeń teoretycznych modelu,

ocena normalności rozkładu jest relatywnie trudna. Brak normalności rozkładu można korygować odpowiednią transformacją zmiennej zależnej [130].

Spośród wielu testów, weryfikujących hipotezę o normalności rozkładu reszt, do najważniejszych należy zaliczyć m.in. testy: Jarque-Bera, Shapiro-Wilka, Hellwiga, Kołmogorowa-Smirnowa, χ^2 Pearsona.

W przypadku modeli estymowanych na podstawie danych przekrojowych (przekrojowo-czasowych lub czasowych), niepożądanym zjawiskiem jest niejednorodność rozproszenia składnika losowego w obrębie próby (obserwacji). Heteroscedastyczność jest powodem niewłaściwego oszacowania błędów standardowych współczynników regresji, zagrażając w ten sposób wnioskowaniu statystycznemu [13]. Zjawisko to można zdiagnozować m.in. za pomocą wykresu rozrzutu wartości reszt względem przewidywanych.

Po stwierdzeniu heteroscedastyczności reszt regresyjnych, można korygować dane zjawisko, poprzez zastosowanie [125]:

- uogólnionej metody najmniejszych kwadratów [40, 85],
- ważonej metody najmniejszych kwadratów (w przypadku tendencji wzrostu wariancji zakłóceń) [13, 81],
- odpowiedniej transformacji (logarytmicznej, pierwiastkowej, ...) zmiennej zależnej lub zmiennych niezależnych.

Do weryfikacji założenia o stałości wariancji składnika losowego służą m.in. testy: Goldfelda-Quandta, White'a, Harveya-Godfrey'a, Breuscha-Pagana, Harrisona-McCabe'a.

2.3.1.5. Podsumowanie analizy weryfikacyjnej modelu regresji

Podsumowując daną część przeglądu literaturowego należy zaznaczyć, że treści merytoryczne (metody, algorytmy, hipotezy, wzory, ...) przytoczonych pozycji literaturowych są fundamentem współczesnej diagnostyki i weryfikacji modelu regresji w postaci klasycznej oraz implementacji różnorodnych oprogramowań statystycznych.

Spośród wielu wymienionych prac z zakresu szeroko rozumianej analizy regresji, szczególną uwagę skupiono na pozycjach [3, 5, 13, 16, 20, 30]. W pracy [5] zaprezentowano m.in. tematykę, związaną z metodami minimalizacji zjawiska współliniowości. Pozycja [20] jest szczególnie istotna z punktu widzenia analizy obserwacji nietypowych, scharakteryzowano w niej metody diagnozy oraz korekty tego problemu [143]. Zastosowanie metod graficznych w analizie regresji i weryfikacji

modelu prezentuje pozycja [3]. Zagadnienie niestałości wariancji składnika losowego, problem nietypowych obserwacji oraz zastosowanie różnorodnych metod estymacji opisano w monografii [13]. W pozycji [16] oraz [30] scharakteryzowano wieloaspektowy charakter omawianych w pracy zagadnień (diagnostyki i weryfikacji modelu regresji) [143].

3. Zastosowanie wielowartościowych drzew logicznych w optymalizacji dyskretnej układów maszynowych

3.1. Metoda wielowartościowych drzew logicznych

W przypadku, gdy każdy parametr konstrukcyjny i/lub eksploatacyjny, przyjmujący wartości liczbowe z określonego przedziału zostanie oznaczony ustaloną zmienną logiczną dwu – lub wielowartościową, to można przeprowadzić dyskretyzację takich przedziałów liczbowych. Zbiór wszystkich kombinacji liczbowych jest drzewem wariantów o liczbie pięter równej liczbie parametrów konstrukcyjnych i/lub eksploatacyjnych, gdyż w przypadku tradycyjnego drzewa logicznego na pojedynczym piętrze może być tylko jedna zmienna logiczna. Liczbą podprzedziałów danego przedziału oznaczono liczbę gałęzi w jednej wiązce gałązkowej, a liczbą wszystkich ścieżek z dołu do góry drzewa logicznego określono dokładnie liczbę wszystkich kombinacji wartości dyskretnych rozpatrywanych przedziałów [87, 93, 94, 99].

Jeżeli ścieżkami tradycyjnego drzewa logicznego oznaczono zbiór wszystkich wariantów teoretycznych procesu optymalizacji dyskretnej, to należy wyodrębnić tylko warianty prawdziwe, czyli realizowalne, spełniające wymagania optymalizacyjne [87, 93, 94, 99].

Jeśli w drzewach logicznych będzie obliczana liczba gałęzi prawdziwych danego zagadnienia optymalizacji dyskretnej z możliwością zamiany pięter ze zmiennymi logicznymi, przypisanymi konkretnym parametrom konstrukcyjnym i/lub eksploatacyjnym, to tylko drzewami logicznymi - z najmniejszą liczbą gałęzi prawdziwych – można opisać jednocześnie rangę ważności takich parametrów od najważniejszego na dole do najmniej ważnego na górze. W przypadku istnienia kilku drzew z najmniejszą liczbą gałęzi prawdziwych, należy takie drzewa traktować równoprawnie [87, 93, 94, 99]. Upraszczenie drzew wykonuje się z góry na dół jako wykreślanie pełnych wiązek gałązkowych. Nie mogą także występować gałązki izolowane [90].

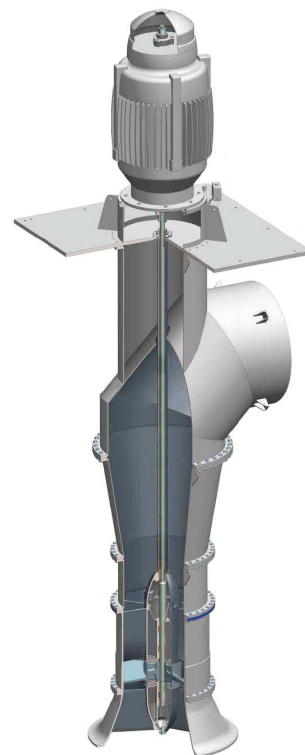
Tradycyjne drzewa logiczne z najmniejszą liczbą gałęzi nazywa się optymalnymi. Drzewa te są dla projektanta wytycznymi, w sensie rangi ważności parametrów konstrukcyjnych i/lub eksploatacyjnych. Oznacza to, że nawet mała zmiana wartości liczbowej (arytmetycznej) ważnego parametru jest powodem radykalnej zmiany (pożądaney lub niepożądaney) w zachowaniu się badanego układu

maszynowego, natomiast nawet duże zmiany wartości liczbowych mało ważnych parametrów nie są czynnikami znaczących zmian działania badanego układu [87, 93, 94, 99]. Tego typu ujęciem kierowano się również w danej pracy.

3.2. Badania eksperymentalne pompy wirowej śmigłowej

W ostatnich latach w coraz większym zakresie są podejmowane prace nad odbudową i modernizacją oraz budową nowych małych elektrowni wodnych. Ponieważ w Kraju nie produkuje się seryjnie małych turbin hydraulicznych (wodnych), dlatego w Instytucie Maszyn i Urządzeń Energetycznych w Zakładzie Maszyn i Urządzeń Hydraulicznych Politechniki Śląskiej były realizowane prace naukowo-badawcze nad zastosowaniem pomp wirowych w ruchu turbinowym. Większość małych elektrowni wodnych ma małe spadki, na których powinny być stosowane turbiny śmigłowe (w różnych rozwiązaniach), bądź pompy wirowe śmigłowe w ruchu turbinowym [87, 137].

Obiektem badań eksperymentalnych była modelowa turbina doświadczalna, zaprojektowana i wykonana z wykorzystaniem elementów konstrukcyjnych, seryjnie produkowanej pompy wirowej śmigłowej 25P21-2 Warszawskiej Fabryki Pomp i Armatury WAFAPOMP S.A.. W konstrukcji turbiny doświadczalnej z pompy standardowej wykorzystano wirnik, część kadłuba pompy z kierownicą oraz kołpak (opływkę) wirnika [87, 137].

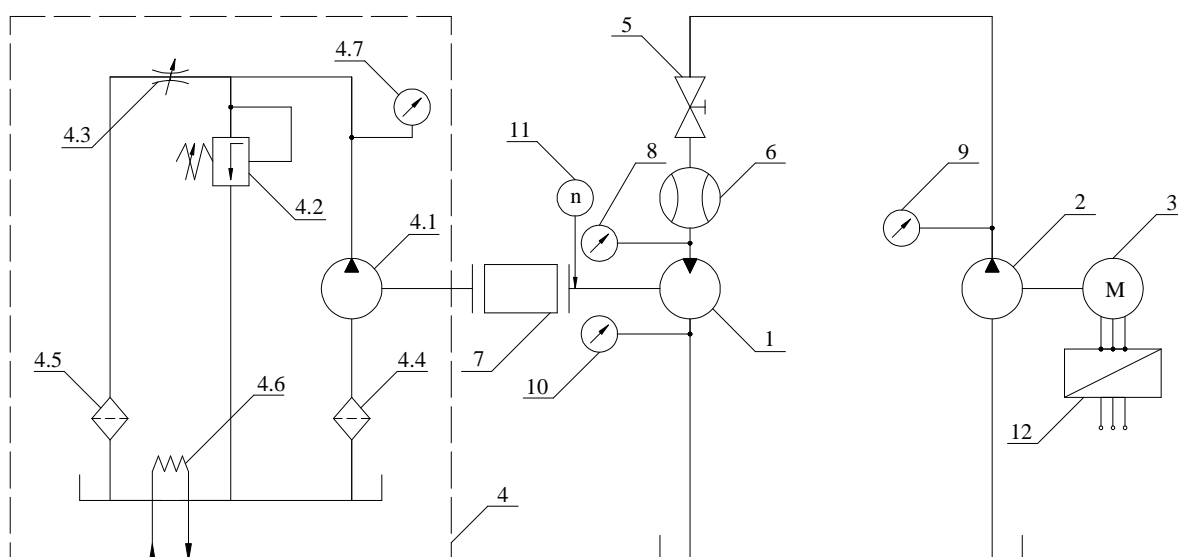


Rys. 3.1. Model turbiny doświadczalnej [140]

Schemat stanowiska badawczego przedstawiono na rysunku 3.2. Stanowisko złożono z: badanej doświadczalnej turbiny wodnej śmigłowej (1), pompy zasilającej (2), silnika elektrycznego, napędzającego pompę zasilającą (3), układu hamowania (4), zaworu regulacyjnego (5), przepływomierza (6), momentomierza (7), manometrów (8,

9, 10), miernika prędkości obrotowej (11) oraz przetwornicy częstotliwości (12) [87, 137].

Układ hamowania - pokazany również na rysunku 3.2. - zestawiono z następujących maszyn, urządzeń i elementów: pompy zębatej (4.1), zaworu przelotowego (4.2), zaworu dławiącego (4.3), filtra po stronie dopływowej (ssawnej) pompy (4.4), filtra średniociśnieniowego (4.5), chłodnicy w zbiorniku oleju (4.6) oraz manometru po stronie tłocznej pompy zębatej (4.7) [87, 137].



Rys. 3.2. Schemat stanowiska laboratoryjnego [87, 137]

Charakterystycznymi wielkościami fizycznymi, które wyznaczono na stanowisku, były: przepływ turbiny Q , spad H , moc N , sprawność η i prędkość obrotowa n . Pomiar przepływu Q dokonano poprzez pomiar natężenia przepływu za pomocą przepływomierza elektromagnetycznego. Spad H obliczono na podstawie pomiaru ciśnień w przekroju króćca dopływowego i leja odpływowego z uwzględnieniem wysokości położenia przekrojów pomiaru ciśnień oraz zmiany energii prędkości w tych przekrojach. Moc N wyznaczono, mierząc moment obrotowy M momentomierzem indukcyjnym i prędkość obrotową n - obrotomierzem cyfrowym z czujnikiem fotooptycznym. Sprawność turbiny η obliczono jako iloraz mocy na wale N i mocy doprowadzonej cieczy [87, 137].

Wszystkie badania przeprowadzono na cieczy technicznie czystej o temperaturze $t = 15$ do 18°C [87, 137].

Pomiary przeprowadzono na takiej zmianie przepływu (wydajności pompy zasilającej) i momentu obciążającego (za pomocą pompy zębatej), by uzyskać stałą, niezmienną w czasie jednego cyklu pomiarowego, prędkość obrotową. Badanie doświadczalnej turbiny wodnej śmigłowej wykonano przy stałych prędkościach obrotowych, w zakresie $n = 0$ (wirnik zahamowany) do $n = 1400 \text{ l/min}$ oraz przy zerowym momencie obciążenia $M = 0 \text{ Nm}$ (prędkość rozbiegu) przy kątach ustawienia łopatek wirnika $\varphi = 21^\circ, 17^\circ, 13^\circ$ i 10° [87, 137].

Ostatecznie parametry znamionowe (maksymalnej sprawności) doświadczalnej turbiny wodnej śmigłowej, wyznaczone podczas badań, przedstawiono w tabeli 3.1. Stwierdzono, że najwyższe sprawności, niezależnie od prędkości obrotowej, uzyskano przy kącie ustawienia łopatek wirnika $\varphi = 13^\circ$ [87, 137].

Tabela 3.1. Parametry znamionowe turbiny doświadczalnej [66, 70, 87, 93, 94, 98, 99, 100, 137]

Lp.	φ [°]	n [l/min]	Q [m ³ /min]	H [m]	N [kW]	η [%]
1	21	800	5,96	4,6	2,3	51,1
2	21	1000	7,77	8,5	5,4	50
3	21	1200	7,97	6,8	4,7	52
4	17	800	5,3	4,7	2,2	52,5
5	17	1000	6,4	5,7	3,2	53,3
6	17	1200	7,15	6,7	4,3	54,9
7	17	1400	7,93	7,9	5,4	52,9
8	13	800	4,63	4,3	1,9	58,8
9	13	1000	5,62	6,5	3,6	61,4
10	13	1200	6,3	7,7	4,9	63,6
11	13	1400	7,03	9,3	6,7	63
12	10	800	3,85	4,5	1,5	52,4
13	10	1000	5,09	7,3	3,5	57
14	10	1200	5,54	8,3	4,5	59,7
15	10	1400	5,79	8,2	4,7	63,1

Sprawność turbiny wodnej może być większa w przypadku specjalnie zaprojektowanej kierownicy (o właściwych kątach zwłaszcza wypływu), ale takie rozwiązanie jest zwiększeniem kosztów wykonania maszyny, gdyż łączy się z wymianą kadłuba. Dalszy wzrost sprawności jest możliwy przez właściwe zaprojektowanie i wykonanie łopatek wirnika [137].

Na podstawie dotychczas przeprowadzonych badań nie sformułowano jednoznacznie ogólnych zasad i metod optymalizacji układu przepływowego pompy wirowej śmigłowej w ruchu turbinowym. Konieczne są dalsze badania teoretyczne, eksperymentalne (modelowe) oraz eksploatacyjne [137].

3.3. Optymalizacja dyskretna pompy wirowej śmigłowej

3.3.1. Interpolacja i standaryzacja danych pomiarowych

Celem zwiększenia liczby danych pomiarowych (występujących w przybliżeniu na granicy minimalnej liczności próbki) zastosowano liniową interpolację sąsiednich wartości danych pomiarowych z tabeli 3.1 i otrzymano tabelę 3.2.

W dotychczasowych opracowaniach literaturowych, przedstawionej śmigłowej turbiny doświadczalnej, wyznaczono φ i n za najważniejsze parametry w procesie projektowania. Metodę wielowartościowych drzew logicznych, z różnym kodowaniem zmian arytmetycznych parametrów, stosowano już wielokrotnie. Ponadto może być dodatkowo zastosowana interpolacja danych pomiarowych w przypadku zakresów i wartości, w których nie wykonano pomiarów [70, 93, 94, 98, 99].

Tabela 3.2. Parametry znamionowe śmigłowej turbiny doświadczalnej (z tabeli 3.1) z uwzględnieniem interpolacji danych pomiarowych [70, 93, 94, 98, 99]

Lp.	φ [°]	n [1/min]	Q [m ³ /min]	H [m]	N [kW]	η [%]
1	21	800	5,96	4,6	2,3	51,1
2	21	900	6,86	6,6	3,8	50,6
3	21	1000	7,77	8,5	5,4	50,0
4	21	1100	7,87	7,6	5,0	51,0
5	21	1200	7,97	6,8	4,7	52,0
6	17	800	5,30	4,7	2,2	52,5
7	17	900	5,85	5,2	2,7	52,9
8	17	1000	6,40	5,7	3,2	53,3
9	17	1100	6,78	6,2	3,8	54,1
10	17	1200	7,15	6,7	4,3	54,9
11	17	1300	7,54	7,3	4,8	53,9
12	17	1400	7,93	7,9	5,4	52,9
13	13	800	4,63	4,3	1,9	58,8
14	13	900	5,12	5,4	2,8	60,1
15	13	1000	5,62	6,5	3,6	61,4
16	13	1100	5,96	7,1	4,2	62,5
17	13	1200	6,30	7,7	4,9	63,6
18	13	1300	6,66	8,5	5,8	63,3
19	13	1400	7,03	9,3	6,7	63,0
20	10	800	3,85	4,5	1,5	52,4
21	10	900	4,47	5,9	2,5	54,7
22	10	1000	5,09	7,3	3,5	57,0
23	10	1100	5,32	7,8	4,0	58,4
24	10	1200	5,54	8,3	4,5	59,7
25	10	1300	5,66	8,2	4,6	61,4
26	10	1400	5,79	8,2	4,7	63,1

3.3.1.1. Optymalne drzewa logiczne danych interpolowanych

W odniesieniu do danych interpolowanych (tabela 3.2) zakresy przedziałów poszczególnych parametrów konstrukcyjno-eksploatacyjnych można opisać zmiennymi logicznymi w następujący sposób [99]:

$\varphi = 10, 13 - 0;$ $\varphi = 17, 21 - 1;$	$n = 800, 900, 1000, 1100 - 0;$ $n = 1200, 1300, 1400 - 1;$
$Q \in (3; 5,62] - 0;$ $Q \in (5,62; 6,66] - 1;$ $Q \in (6,66; 8] - 2;$	$H \in (4; 6,2] - 0;$ $H \in (6,2; 7,6] - 1;$ $H \in (7,6; 10] - 2;$
	$N \in (1; 3,5] - 0;$ $N \in (3,5; 4,6] - 1;$ $N \in (4,6; 7] - 2.$

Taką dyskretyzacją doprowadzono do tabeli 3.3 – kodowego zapisu parametrów znamionowych śmigłowej turbiny doświadczalnej z uwzględnieniem, interpolacji danych pomiarowych [99]:

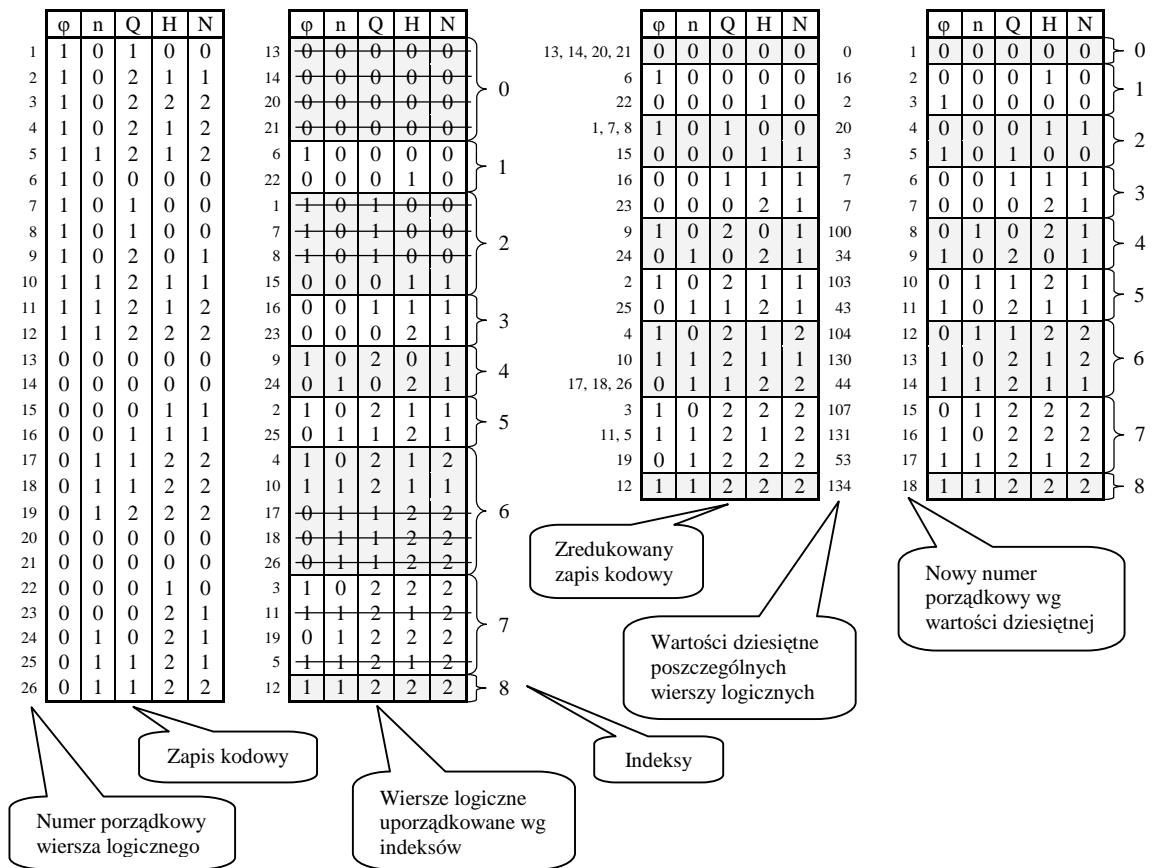
Tabela 3.3. Zapis kodowy

Lp.	φ	n	Q	H	N
1	1	0	1	0	0
2	1	0	2	1	1
3	1	0	2	2	2
4	1	0	2	1	2
5	1	1	2	1	2
6	1	0	0	0	0
7	1	0	1	0	0
8	1	0	1	0	0
9	1	0	2	0	1
10	1	1	2	1	1
11	1	1	2	1	2
12	1	1	2	2	2
13	0	0	0	0	0
14	0	0	0	0	0
15	0	0	0	1	1
16	0	0	1	1	1
17	0	1	1	2	2
18	0	1	1	2	2
19	0	1	2	2	2
20	0	0	0	0	0
21	0	0	0	0	0
22	0	0	0	1	0
23	0	0	0	2	1
24	0	1	0	2	1
25	0	1	1	2	1
26	0	1	1	2	2

Tabela 3.4. Zredukowany zapis kodowy tabeli 3.3

φ	n	Q	H	N
0	0	0	0	0
0	0	0	1	0
1	0	0	0	0
0	0	0	1	1
1	0	1	0	0
0	0	1	1	1
0	0	0	2	1
0	1	0	2	1
1	0	2	0	1
0	1	1	2	1
1	0	2	1	1
0	1	1	2	2
1	0	2	1	2
1	1	2	1	1
0	1	2	2	2
1	0	2	2	2
1	1	2	1	2
1	1	2	2	2

Poszczególne etapy przejścia z tabeli 3.3 (zapisu kodowego) do tabeli 3.4 (zapisu zredukowanego) przedstawiono na schemacie redukcyjnym.

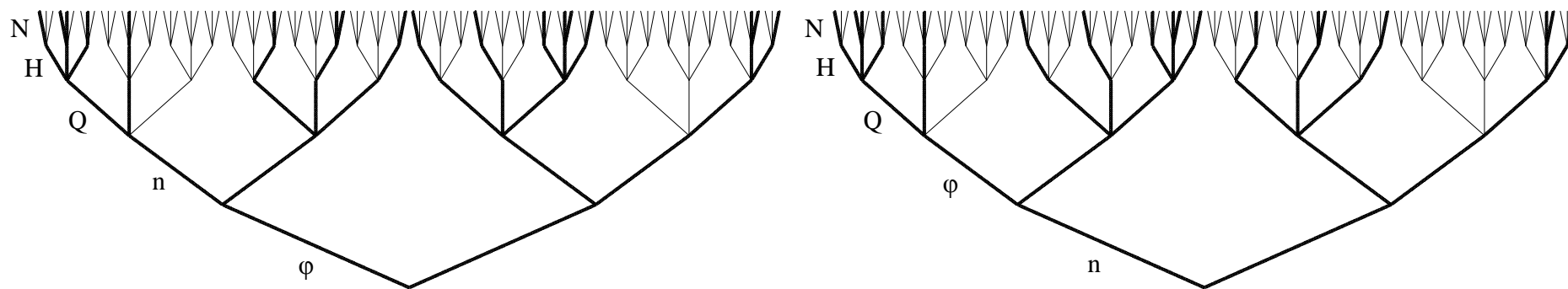


Konwersje wierszy logicznych do wartości dziesiętnych przeprowadzono zgodnie ze znaną metodyką systemową np.: $(0\ 1\ 2\ 2\ 2)_3 = 0 \cdot 3^4 + 1 \cdot 3^3 + 2 \cdot 3^2 + 2 \cdot 3^1 + 2 \cdot 3^0 = 53$.

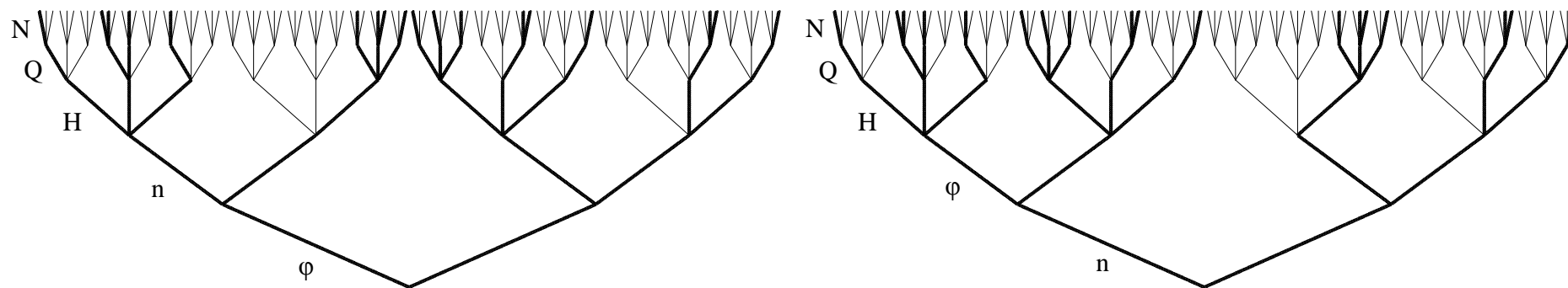
W szczególności do tabeli 3.3 można wprowadzić zmienną zastępczą Z , która opisuje realizowalne decyzyjnie kombinacje parametrów Q, H, N z istniejącą interakcją. Otrzymano w ten sposób 3-piętrowe optymalne logiczne drzewa decyzyjne: ϕ, n, Z oraz n, ϕ, Z , z minimalną liczbą gałęzi 24, gdzie zmienną zastępczą Z oznaczono istniejące zbiory izomorficzne: $\{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11\} = \{000, 010, 011, 021, 100, 111, 121, 122, 201, 211, 212, 222\}$. Wprowadzeniem zmiennej Z potwierdzono rangę ważności [99].

Na rys. 3.3 przedstawiono wielowartościowe drzewa logiczne o kolejności pięter $\phi n Q H N$ i $n \phi Q H N$ i liczbie gałęzi 47. Oznacza to, że parametry konstrukcyjne i/lub eksploatacyjne ϕ, n są ważniejsze od Q, H, N . Parametry Q, H, N są związane interakcyjnie, a zatem nie są one dosłownie zmiennymi niezależnymi i dlatego powinny być jedną zmienną zastępczą. Dlatego na rys. 3.4 przedstawiono wielowartościowe

drzewa logiczne o kolejności pięter $\varphi nHQN$, $n\varphi HQN$ i liczbie gałęzi 47, na podstawie których dodatkowo potwierdzono największą rangę ważności parametrów: φ oraz n [99].



Rys. 3.3. Wielowartościowe drzewa logiczne o układach: $\phi nQH N$ (liczba gałęzi 47) i $n\phiQH N$ (liczba gałęzi 47) wg tab. 3.4 [99]



Rys. 3.4. Wielowartościowe drzewa logiczne o układach: $\phi nHQ N$ (liczba gałęzi 47) i $n\phiHQ N$ (liczba gałęzi 47) wg tab. 3.4 [99]

Istnieje możliwość wprowadzenia dalszych matematycznych metod klasyfikacji pomiarów, z uwzględnieniem różnych metod strukturalizacji, ze względu na sens algorytmiczny [11, 86, 88, 93, 94, 100, 113, 114, 134].

3.3.1.2. Dobór wielowartościowości zmiennych logicznych na podstawie danych standaryzowanych

W celu porównania między sobą poszczególnych parametrów konstrukcyjno-eksploatacyjnych pompy wirowej śmigłowej, ich wpływu na ostateczną wartość sprawności całkowitej, a także odkrycia dodatkowych zależności interakcyjnych pomiędzy nimi, zastosowano standaryzację danych wejściowych. Standaryzacją objęto dane doświadczalne (tabela 3.1) oraz wartości interpolacyjne (tabela 3.2), w zakresie poszczególnych kątów nachylenia łopatek wirnika φ . Zastosowanie tego typu działania podyktowane było możliwością bezpośredniej i wzajemnej porównywalności wartości poszczególnych parametrów konstrukcyjno-eksploatacyjnych niezależnie od jednostek, w których wykonano pomiary [70].

Tabela 3.5. Standaryzowane wartości względem kolumn z tabeli 3.1 [70]

Lp.	φ	n	Q	H	N	η
1	1,482	-1,249	-0,159	-1,301	-1,087	-1,094
2	1,482	-0,357	1,311	1,077	0,993	-1,322
3	1,482	0,535	1,474	0,041	0,523	-0,908
4	0,516	-1,249	-0,695	-1,240	-1,154	-0,804
5	0,516	-0,357	0,199	-0,630	-0,483	-0,638
6	0,516	0,535	0,808	-0,020	0,255	-0,307
7	0,516	1,427	1,441	0,711	0,993	-0,721
8	-0,451	-1,249	-1,239	-1,484	-1,356	0,501
9	-0,451	-0,357	-0,435	-0,142	-0,215	1,040
10	-0,451	0,535	0,117	0,589	0,658	1,496
11	-0,451	1,427	0,710	1,565	1,866	1,372
12	-1,176	-1,249	-1,872	-1,362	-1,624	-0,825
13	-1,176	-0,357	-0,865	0,346	-0,282	0,128
14	-1,176	0,535	-0,500	0,955	0,389	0,688
15	-1,176	1,427	-0,297	0,894	0,523	1,393

Tabela 3.6. Standaryzowane wartości względem kolumn z tabeli 3.2 [66, 70]

Lp.	φ	n	Q	H	N	η
1	1,529	-1,418	-0,185	-1,551	-1,278	-1,156
2	1,529	-0,913	0,608	-0,141	-0,119	-1,263
3	1,529	-0,408	1,410	1,199	1,118	-1,392
4	1,529	0,097	1,498	0,564	0,808	-1,177
5	1,529	0,602	1,586	0,000	0,577	-0,962
6	0,541	-1,418	-0,766	-1,481	-1,355	-0,855
7	0,541	-0,913	-0,282	-1,128	-0,969	-0,769
8	0,541	-0,408	0,203	-0,776	-0,583	-0,683
9	0,541	0,097	0,537	-0,423	-0,119	-0,512
10	0,541	0,602	0,863	-0,071	0,267	-0,340
11	0,541	1,107	1,207	0,353	0,654	-0,555
12	0,541	1,612	1,551	0,776	1,118	-0,769
13	-0,446	-1,418	-1,357	-1,763	-1,587	0,497
14	-0,446	-0,913	-0,925	-0,987	-0,892	0,776
15	-0,446	-0,408	-0,485	-0,212	-0,273	1,055
16	-0,446	0,097	-0,185	0,212	0,190	1,291
17	-0,446	0,602	0,115	0,635	0,731	1,527
18	-0,446	1,107	0,432	1,199	1,427	1,463
19	-0,446	1,612	0,758	1,763	2,122	1,398
20	-1,187	-1,418	-2,044	-1,622	-1,896	-0,877
21	-1,187	-0,913	-1,498	-0,635	-1,123	-0,383
22	-1,187	-0,408	-0,951	0,353	-0,351	0,111
23	-1,187	0,097	-0,749	0,705	0,036	0,411
24	-1,187	0,602	-0,555	1,058	0,422	0,690
25	-1,187	1,107	-0,449	0,987	0,499	1,055
26	-1,187	1,612	-0,335	0,987	0,577	1,420

Wartości arytmetyczne z tabeli 3.6 można zakodować logicznie z odpowiednimi przedziałami, np. dwuwartościowo [70]:

$\varphi \in (-1,18; 0,171] - 0;$	$n \in (-1,41; 0,097] - 0;$	
$\varphi \in (0,171; 1,529] - 1;$	$n \in (0,097; 1,612] - 1;$	
$Q \in (-2,04; -0,229] - 0;$	$H \in (-1,76; 0] - 0;$	$N \in (-1,89; 0,113] - 0;$
$Q \in (-0,229; 1,586] - 1;$	$H \in (0; 1,763] - 1;$	$N \in (0,113; 2,122] - 1;$

co prowadzi do tabeli 3.7 czyli kodowego dwuwartościowego zapisu tabeli 3.6. Po wykreśleniu powtarzających się wierszy w tabeli 3.7, otrzymuje się tabelę 3.8, jako zbiór danych decyzyjnych do dalszej analizy drzewiastej rangi ważności parametrów konstrukcyjnych i/lub eksploatacyjnych. Kodowy zapis funkcji logicznej, zakresów zmian parametrów znamionowych śmigłowej turbiny doświadczalnej, z uwzględnieniem interpolacji danych pomiarowych, przedstawiono w tabeli 3.7 oraz 3.8 [70]:

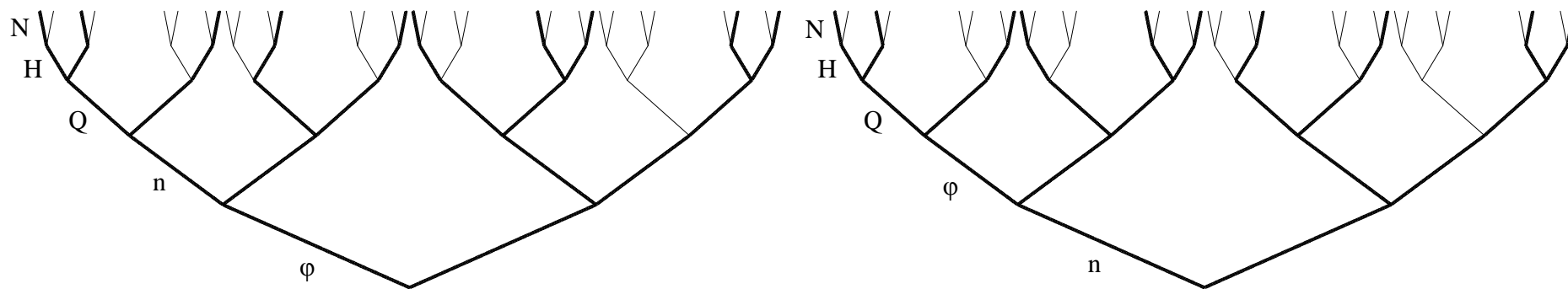
Tabela 3.7. Zapis kodowy

Lp.	φ	n	Q	H	N
1	1	0	1	0	0
2	1	0	1	0	0
3	1	0	1	1	1
4	1	0	1	1	1
5	1	1	1	0	1
6	1	0	0	0	0
7	1	0	0	0	0
8	1	0	1	0	0
9	1	0	1	0	0
10	1	1	1	0	1
11	1	1	1	1	1
12	1	1	1	1	1
13	0	0	0	0	0
14	0	0	0	0	0
15	0	0	0	0	0
16	0	0	1	1	1
17	0	1	1	1	1
18	0	1	1	1	1
19	0	1	1	1	1
20	0	0	0	0	0
21	0	0	0	0	0
22	0	0	0	1	0
23	0	0	0	1	0
24	0	1	0	1	1
25	0	1	0	1	1
26	0	1	0	1	1

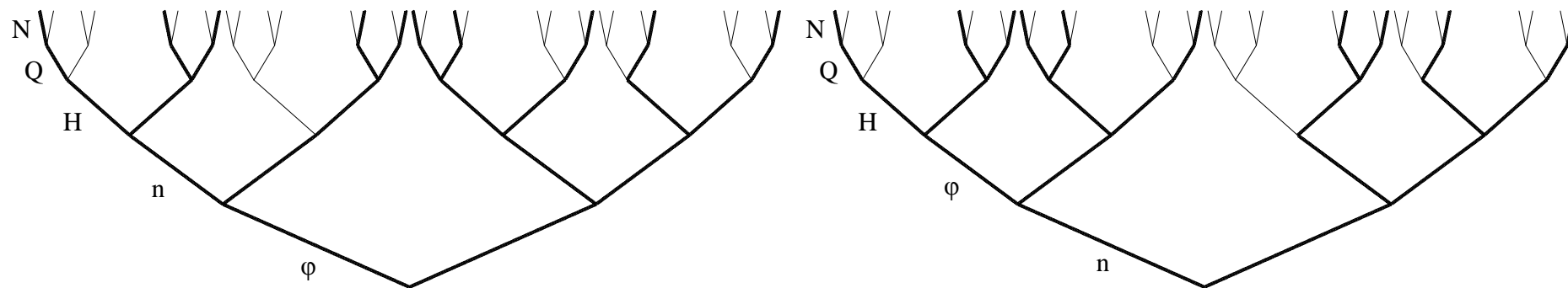
Tabela 3.8. Zredukowany zapis kodowy tabeli 3.7

φ	n	Q	H	N
0	0	0	0	0
0	0	0	1	0
1	0	0	0	0
1	0	1	0	0
0	0	1	1	1
0	1	0	1	1
0	1	1	1	1
1	0	1	1	1
1	1	1	0	1
1	1	1	1	1

W literaturze istnieją przypadki obliczeń z kodowaniem dwuwartościowym (parametrów: φ , n , Q , H , N) metodą siatkowo-drzewiastą i metodą zmodyfikowanych drzew logicznych [55] bez interpolacji, ale na podstawie standaryzacji. Jednak z powodu subiektywnego wyznaczania przedziałów i potem kodowania, często nie otrzymuje się prawidłowej rangi ważności, na podstawie drzew logicznych z minimalną liczbą gałęzi prawdziwych (np.: drzewo logiczne $NnH\varphi Q$ posiada mniej gałęzi prawdziwych niż $\varphi nQH N$ oraz $n\varphi QH N$). Podobnie dwuwartościową tabelą 3.8 mimo interpolacji i standaryzacji nie zapewniono optymalnego wyznaczenia drzew logicznych z rangą ważności parametrów konstrukcyjnych i eksploatacyjnych: drzewa logiczne $\varphi nQH N$, $n\varphi QH N$, $\varphi nHQ N$, $n\varphi HQ N$ pomimo identycznej minimalnej liczby gałęzi (33) nie są optymalne (rys. 3.5 oraz 3.6) [70].



Rys. 3.5. Dwuwartościowe drzewa logiczne o układach: $\phi n Q H N$ (liczba gałęzi 33) i $n \phi Q H N$ (liczba gałęzi 33) wg tab. 3.8 [70]



Rys. 3.6. Dwuwartościowe drzewa logiczne o układach: $\phi n H Q N$ (liczba gałęzi 33) i $n \phi H Q N$ (liczba gałęzi 33) wg tab. 3.8 [70]

Przedstawione rozbieżności w ocenie rangi ważności wynikają zarówno z liczby parametrów mniej ważnych wobec bardziej ważnych, jak również z przyjętego kodowania [70].

W szczególności przypisanie małej wartościowości logicznej licznym parametrom mało ważnym, może zakłócić prawidłową ocenę mniej licznych parametrów istotnych. Bezpośrednie rozbieżności obliczeniowe mogą także wynikać z przyjętych granic podprzedziałów danego przedziału wartości arytmetycznych. Dlatego należy w takiej sytuacji zwiększyć wartość logiczną parametrów mniej istotnych [70].

Jeśli tabela 3.6 zostanie zdyskretyzowana w następujący sposób [70]:

$\varphi \in (-1,18; -0,508] - 0;$	$n \in (-1,41; -0,660] - 0;$	
$\varphi \in (-0,508; 0,171] - 1;$	$n \in (-0,660; 0,097] - 1;$	
$\varphi \in (0,171; 0,850] - 2;$	$n \in (0,097; 0,854] - 2;$	
$\varphi \in (0,850; 1,529] - 3;$	$n \in (0,854; 1,612] - 3;$	
$Q \in (-2,04; -0,834] - 0;$	$H \in (-1,76; -0,587] - 0;$	$N \in (-1,89; -0,556] - 0;$
$Q \in (-0,834; 0,376] - 1;$	$H \in (-0,587; 0,587] - 1;$	$N \in (-0,556; 0,782] - 1;$
$Q \in (0,376; 1,586] - 2;$	$H \in (0,587; 1,763] - 2;$	$N \in (0,782; 2,122] - 2.$

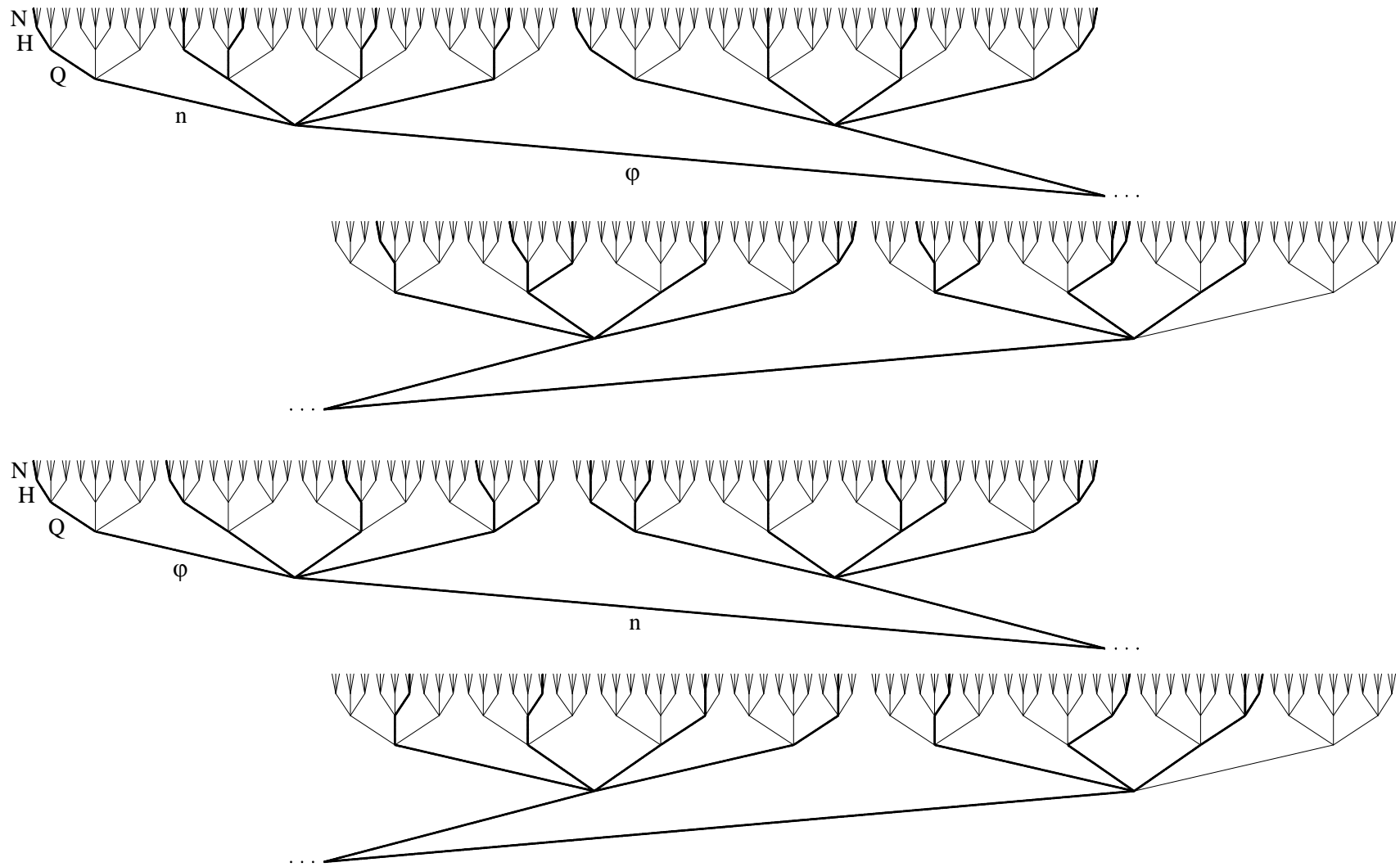
Wówczas otrzymane wielowartościowe drzewa logiczne $\varphi nQH N$, $n\varphiQH N$, $\varphi nHQ N$, $n\varphiHQ N$ (rys. 3.7 i 3.8) będą potwierdzeniem własności danych pomiarowych i rangi ważności parametrów konstrukcyjno-eksploatacyjnych z literatury, które otrzymano bez standaryzacji, a nawet i bez interpolacji [87, 100, 137]. Kodowy zapis funkcji logicznej, zakresów zmian parametrów znamionowych śmigłowej turbiny doświadczalnej, z uwzględnieniem interpolacji danych pomiarowych, przedstawiono w tabeli 3.9 oraz 3.10 [70]:

Tabela 3.9. Zapis kodowy

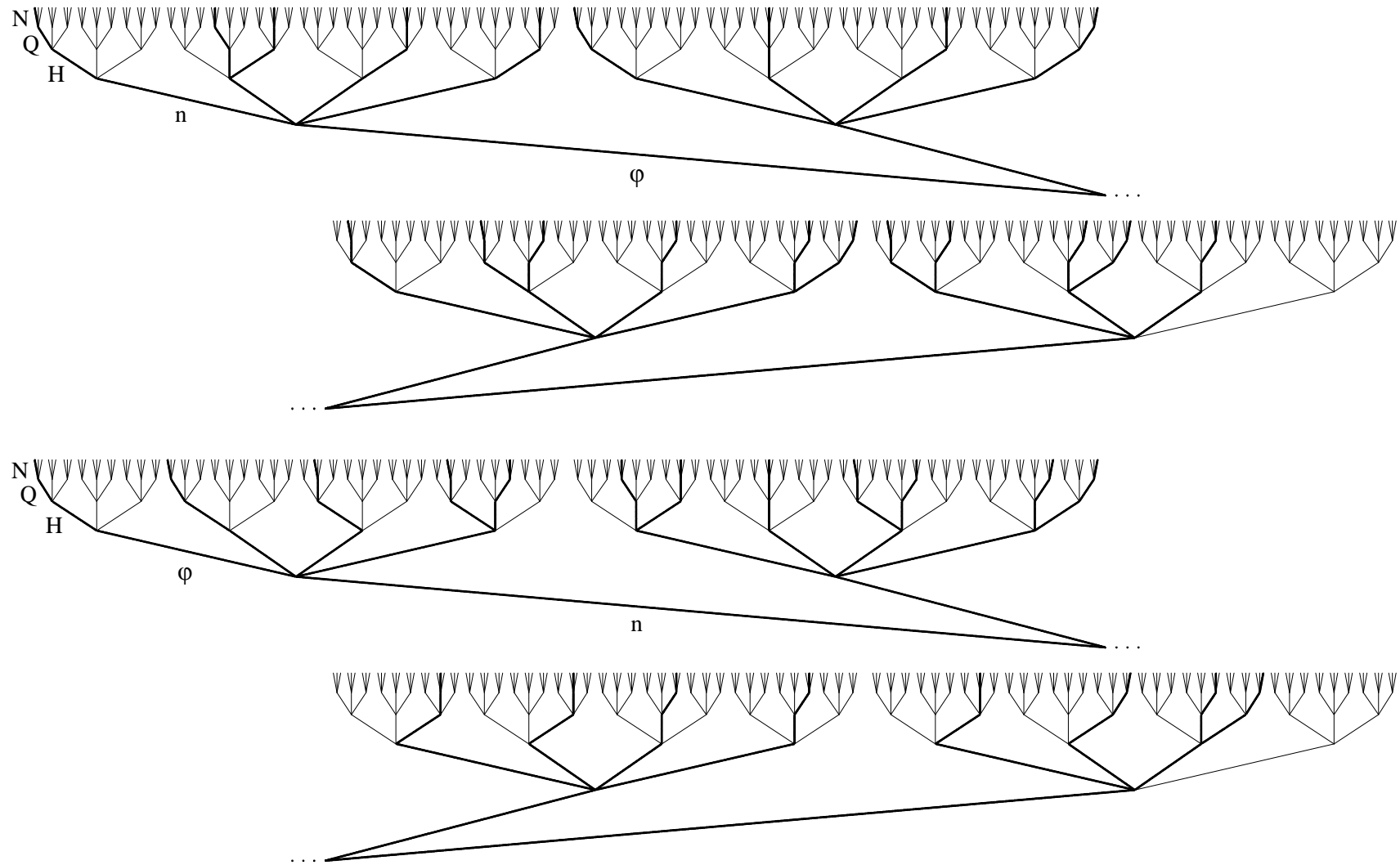
Lp.	φ	n	\underline{Q}	H	N
1	3	0	1	0	0
2	3	0	2	1	1
3	3	1	2	2	2
4	3	1	2	1	2
5	3	2	2	1	1
6	2	0	1	0	0
7	2	0	1	0	0
8	2	1	1	0	0
9	2	1	2	1	1
10	2	2	2	1	1
11	2	3	2	1	1
12	2	3	2	2	2
13	1	0	0	0	0
14	1	0	0	0	0
15	1	1	1	1	1
16	1	1	1	1	1
17	1	2	1	2	1
18	1	3	2	2	2
19	1	3	2	2	2
20	0	0	0	0	0
21	0	0	0	0	0
22	0	1	0	1	1
23	0	1	1	2	1
24	0	2	1	2	1
25	0	3	1	2	1
26	0	3	1	2	1

Tabela 3.10. Zredukowany zapis kodowy tabeli 3.9

φ	n	\underline{Q}	H	N
0	0	0	0	0
1	0	0	0	0
0	1	0	1	1
2	0	1	0	0
2	1	1	0	0
3	0	1	0	0
1	1	1	1	1
0	1	1	2	1
0	2	1	2	1
1	2	1	2	1
2	1	2	1	1
0	3	1	2	1
3	0	2	1	1
2	2	2	1	1
2	3	2	1	1
3	1	2	1	2
3	2	2	1	1
1	3	2	2	2
3	1	2	2	2
2	3	2	2	2



Rys. 3.7. Wielowartościowe drzewa logiczne o układach: $\varphi nQH N$ (liczba gałęzi 77) i $n\varphiQH N$ (liczba gałęzi 77) wg tab. 3.10 [70]



Rys. 3.8. Wielowartościowe drzewa logiczne o układach: $\phi nHQN$ (liczba gałęzi 79) i $n\phi HQN$ (liczba gałęzi 79) wg tab. 3.10 [70]

Na podstawie otrzymanych wielowartościowych drzew logicznych (rys. 3.7 oraz 3.8), z ustaloną dyskretyzacją danych standaryzowanych, wyznaczono prawidłową rangę ważności poszczególnych parametrów konstrukcyjno-eksploatacyjnych [70].

3.3.1.3. Uwagi i wnioski

Standaryzacja danych pomiarowych w badaniach rangi ważności parametrów konstrukcyjnych i/lub eksploatacyjnych może być przydatna niezależnie od istnienia wcześniejszej interpolacji danych pomiarowych. Jeśli jest zachowana minimalna liczność próbki, to w stosunku do danych pomiarowych standaryzowanych i bez standaryzacji wymaga się poprawnego określenia wielowartościowości logicznych zmiennych decyzyjnych. Jeżeli parametrom ważnym o małej liczności przypisze się mniejszą wielowartościowość, o tyle parametrom mniej ważnym o dużej liczności należy nadać odpowiednio większą wielowartościowość [70].

Przedstawione postępowanie standaryzacyjne nie jest konieczne, w przypadku dużej liczby danych pomiarowych, gdyż teorią wielowartościowych drzew logicznych [86, 88, 89] umożliwiono znalezienie rangi ważności bez wcześniejszej standaryzacji i interpolacji. Można udowodnić, że przedstawionymi geometrycznymi strukturami decyzyjnymi, z odpowiednimi danymi pomiarowymi (pierwotnymi, standaryzowanymi, interpolowanymi...), potwierdzono wnioski wynikające z badań pompy wirowej śmigłowej w ruchu turbinowym, które zawarto w [137].

3.3.2. Analiza dokładności ustalania rangi ważności

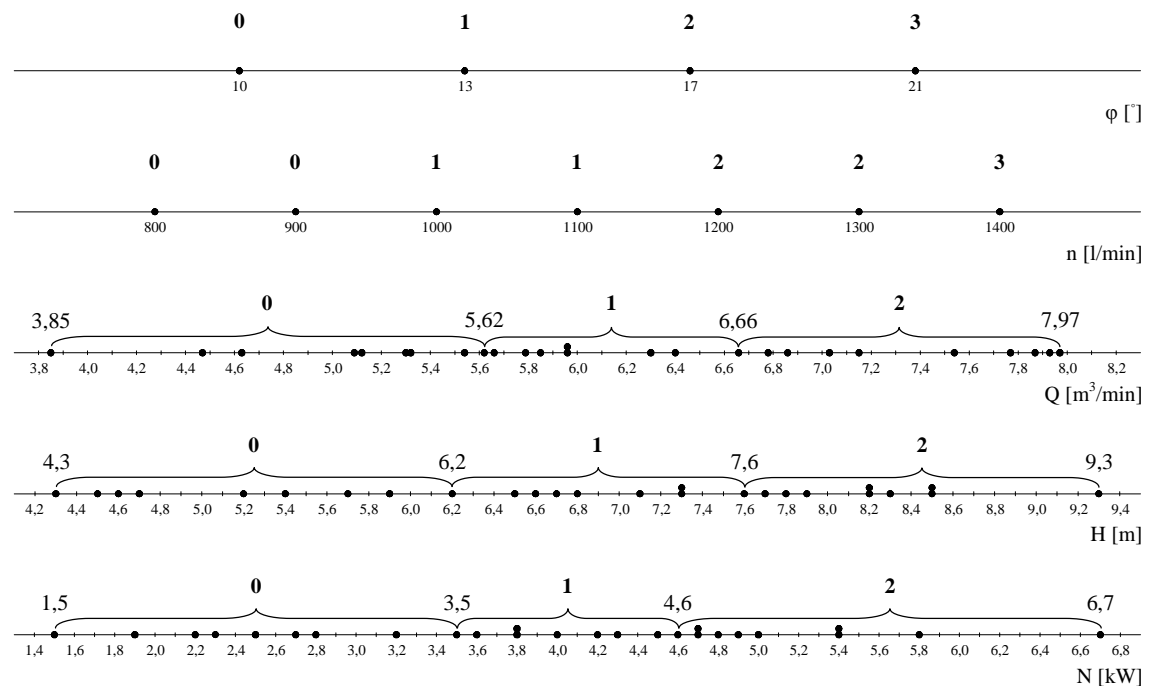
3.3.2.1. Sposoby dyskretyzacji zakresów przedziałów

Przedstawiona analiza jest rozszerzeniem istniejących już opracowań literaturowych [55, 66, 70, 86, 87, 98, 99, 100, 137], dotyczących zastosowania logicznych drzew decyzyjnych, do oceny rangi ważności parametrów pompy wirowej śmigłowej, działającej jako turbina. Analizowano wyniki badań dla różnych wartości parametrów konstrukcyjno-eksploatacyjnych: natężenia przepływu Q [m^3/min], wysokości H [m], mocy N [kW], sprawności η [%], prędkości obrotowej n [l/min], kąta ustawienia łopatek wirnika φ [$^\circ$]. Celem nadrzędnym jest jednak wykazanie prawidłowości zastosowania logicznych metod optymalizacyjnych do tego typu zagadnień [93, 94].

W celu wykazania przydatności zastosowania logicznych drzew decyzyjnych, do optymalizacji dyskretnej układów maszynowych, a także określenia dokładności oraz

zgodności danej metody z wynikami doświadczalnymi, przeprowadzono w opracowaniu dwie odmiany analizy dokładności. Zarówno w pierwszym, jak i w drugim przypadku, dążono do ustalenia rangi ważności poszczególnych parametrów konstrukcyjno-eksploatacyjnych, gdyż w dotychczasowych opracowaniach literaturowych analizowanej śmigłowej turbiny doświadczalnej wyznaczono φ i n jako najważniejsze parametry w procesie projektowania [93, 94].

W pierwszym podejściu dyskretyzację odpowiednich przedziałów liczbowych, poszczególnych parametrów konstrukcyjno-eksploatacyjnych, przeprowadzono według subiektywnej liczności wartości zmiennych logicznych tj. zbliżonej ich liczbą w stosunku do danego parametru (rys. 3.9):



Rys. 3.9. Graficzna interpretacja dyskretyzacji poszczególnych przedziałów parametrów konstrukcyjno-eksploatacyjnych według liczności wartości zmiennych logicznych

W ostateczności zakresy przedziałów poszczególnych parametrów zakodowano zmiennymi logicznymi w następujący sposób [94]:

$\varphi = 10 - 0;$		$n = 800, 900 - 0;$
$\varphi = 13 - 1;$		$n = 1000, 1100 - 1;$
$\varphi = 17 - 2;$		$n = 1200, 1300 - 2;$
$\varphi = 21 - 3;$		$n = 1400 - 3;$
$Q \in (3,85; 5,62] - 0;$		$H \in (4,3; 6,2] - 0;$
$Q \in (5,62; 6,66] - 1;$		$H \in (6,2; 7,6] - 1;$
$Q \in (6,66; 7,97] - 2;$		$H \in (7,6; 9,3] - 2;$
		$N \in (1,5; 3,5] - 0;$
		$N \in (3,5; 4,6] - 1;$
		$N \in (4,6; 6,7] - 2;$

co doprowadziło do tabeli 3.11, w której przedstawiono kodowy zapis funkcji logicznej (według liczności wartości zmiennych logicznych) i opisano zakresy zmian parametrów znamionowych śmigłowej turbiny doświadczalnej z uwzględnieniem interpolacji danych pomiarowych [94]:

Tabela 3.11. Zapis kodowy (według liczności wartości zmiennych logicznych)

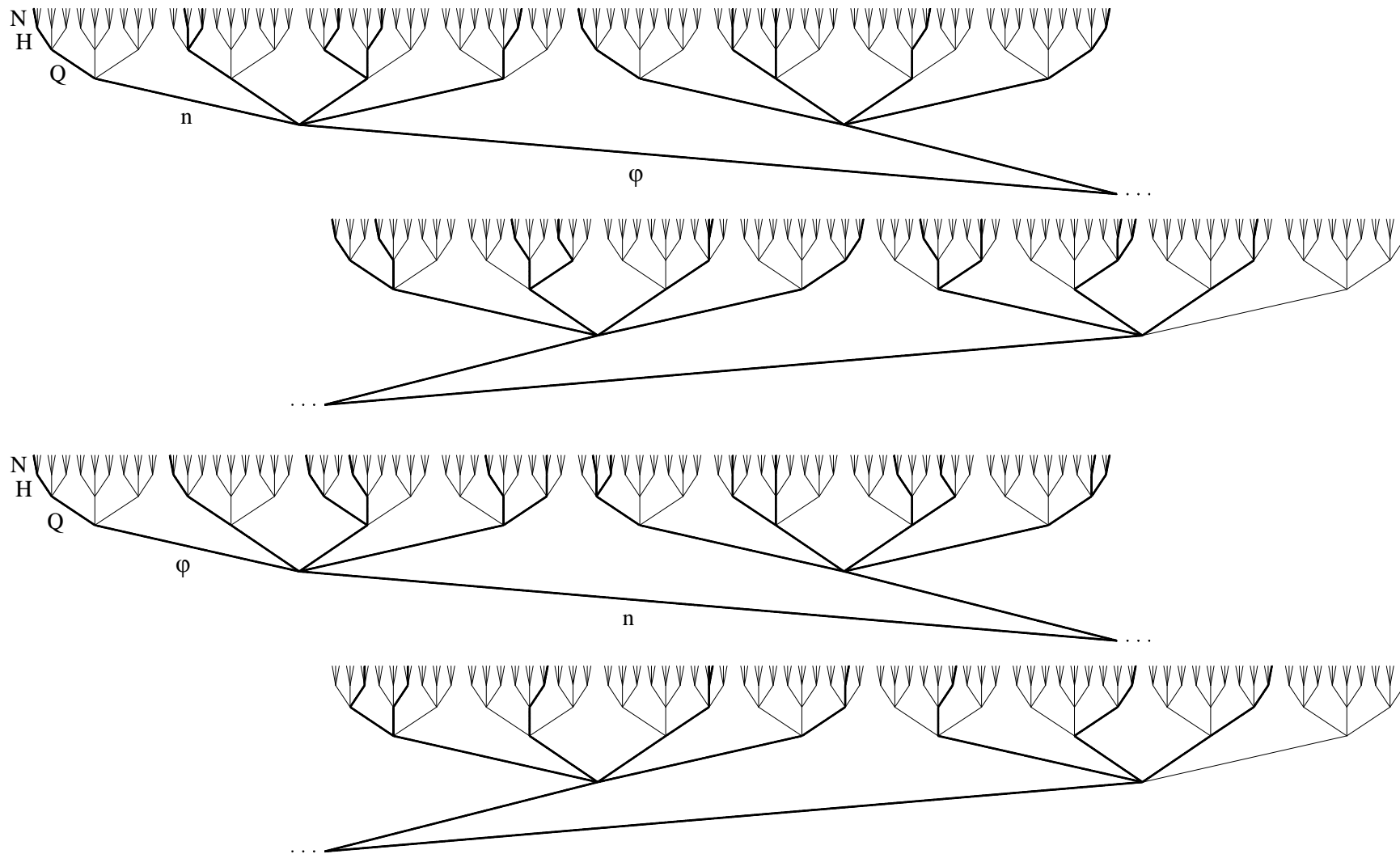
Lp.	φ	n	Q	H	N
1	3	0	1	0	0
2	3	0	2	1	1
3	3	1	2	2	2
4	3	1	2	1	2
5	3	2	2	1	2
6	2	0	0	0	0
7	2	0	1	0	0
8	2	1	1	0	0
9	2	1	2	0	1
10	2	2	2	1	1
11	2	2	2	1	2
12	2	3	2	2	2
13	1	0	0	0	0
14	1	0	0	0	0
15	1	1	0	1	1
16	1	1	1	1	1
17	1	2	1	2	2
18	1	2	1	2	2
19	1	3	2	2	2
20	0	0	0	0	0
21	0	0	0	0	0
22	0	1	0	1	0
23	0	1	0	2	1
24	0	2	0	2	1
25	0	2	1	2	1
26	0	3	1	2	2

Tabela 3.12. Zredukowany kodowy zapis z tabeli 3.11

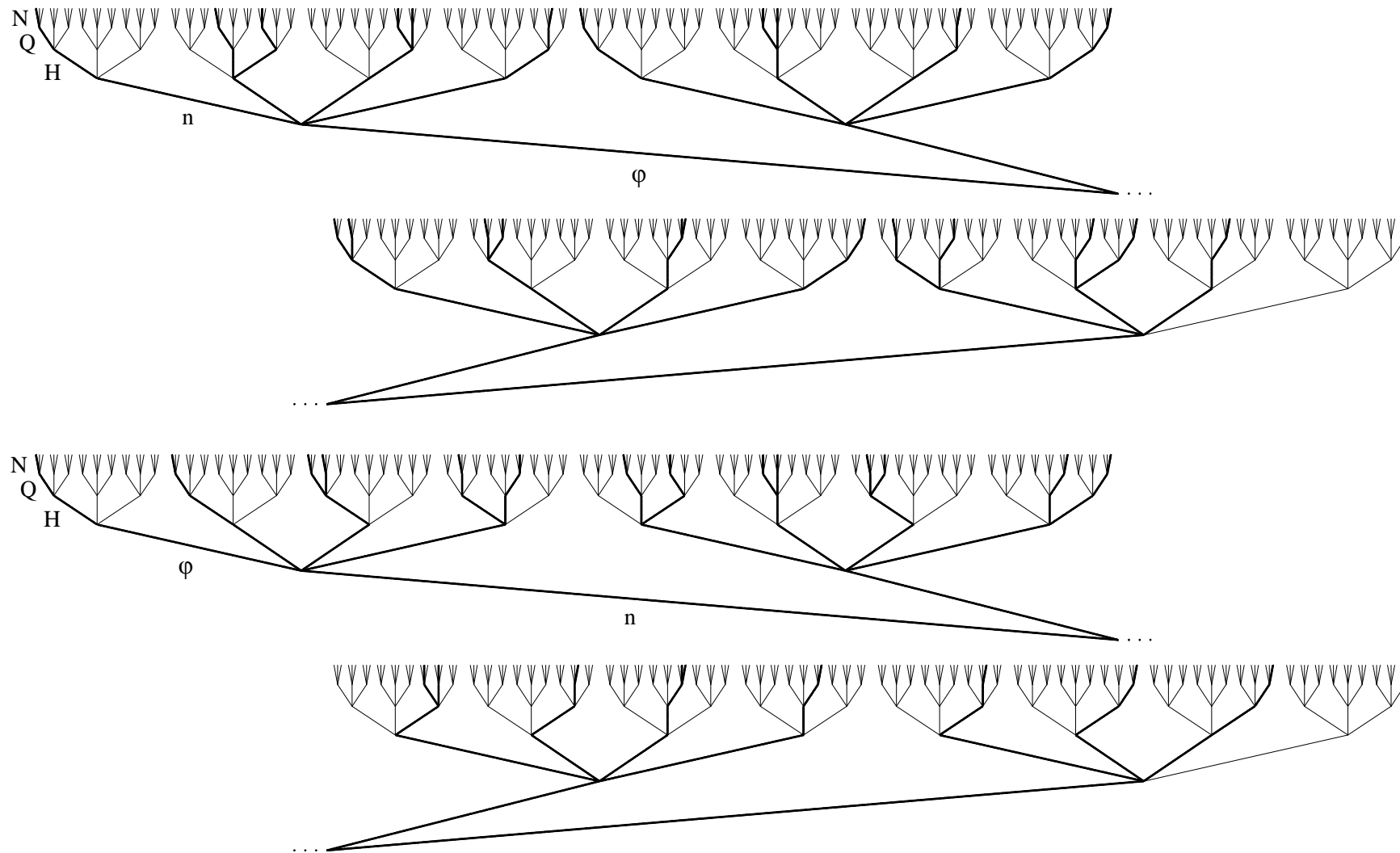
φ	n	Q	H	N
0	0	0	0	0
1	0	0	0	0
0	1	0	1	0
2	0	0	0	0
2	0	1	0	0
1	1	0	1	1
0	1	0	2	1
2	1	1	0	0
3	0	1	0	0
1	1	1	1	1
0	2	0	2	1
0	2	1	2	1
2	1	2	0	1
3	0	2	1	1
1	2	1	2	2
0	3	1	2	2
2	2	2	1	1
2	2	2	1	2
3	1	2	1	2
1	3	2	2	2
3	1	2	2	2
3	2	2	1	2
2	3	2	2	2

Podobnie jak w dotychczasowych opracowaniach literaturowych opisano logiczne drzewa decyzyjne o innych wartościowaniach, obecnie otrzymano drzewa $\varphi nQH N$ i $n\varphi QH N$ z liczbą gałęzi 84 (rys. 3.10) oraz $\varphi nHQ N$ i $n\varphi HQ N$ z liczbą gałęzi 82 (rys. 3.11). Pozostałe drzewa decyzyjne o takiej własności przedstawiono w [93, 94]. W rozpatrywanym przedziale zmienności (oddzielnie w stosunku do każdej zmiennej logicznej), żadne wiersze logiczne nie podlegają operacji „ostrego sklejanania” i „pochłaniania elementarnego”. Oznacza to, że wszystkie pomiary parametrów turbiny doświadczalnej są istotne jako wytyczne projektowania, co przedstawiono na rys. 3.10 oraz 3.11, gdyż żadna pełna wiązka na przedstawionych drzewach nie jest odcięta.

Podobną własność posiadały drzewa decyzyjne pompy wirowej śmigłowej w ruchu turbinowym, przy innym wartościowaniu zmiennych decyzyjnych, a nawet przy zastosowaniu zmiennej zastępczej, uwzględniającej interakcję wśród Q , H , N [99]. Wprowadzeniem interpolacji danych pomiarowych potwierdzono reprezentacyjną rolę logicznych drzew decyzyjnych, o hierarchii pięter $\varphi nQH N$ i $n\varphiQH N$ oraz $\varphi nHQ N$ i $n\varphiHQ N$, gdyż φ , n są najważniejszymi parametrami [93, 94].



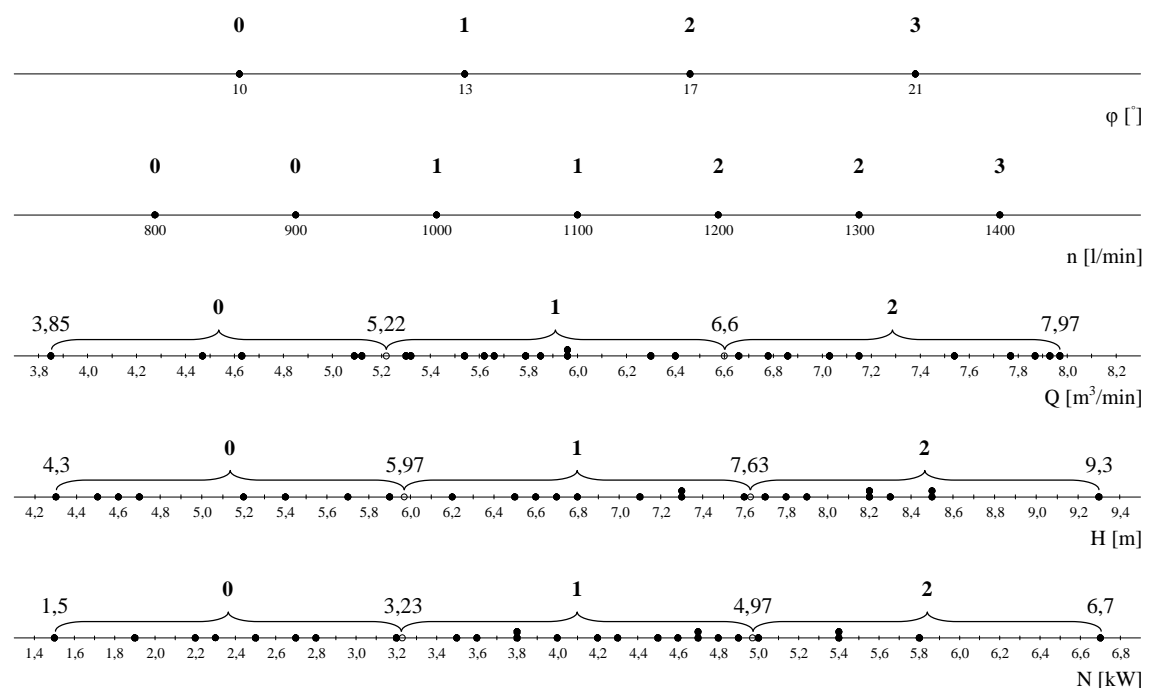
Rys. 3.10. Wielowartościowe drzewa logiczne o układach: $\varphi n Q H N$ (liczba gałęzi 84) i $n \varphi Q H N$ (liczba gałęzi 84) wg tab. 3.12 [93, 94]



Rys. 3.11. Wielowartościowe drzewa logiczne o układach: $\varphi nHQN$ (liczba gałęzi 82) i $n\varphi HQN$ (liczba gałęzi 82) wg tab. 3.12 [93, 94]

Ostatecznie wyznaczono φ i n , jako parametry o najwyższej randze ważności (podobnie jak w dotychczasowych opracowaniach literaturowych). Otrzymanymi rozbieżnościami w liczbach gałązkowych poszczególnych drzew decyzyjnych ($\varphi nQH N$, $n\varphi QHN$ oraz $\varphi nHQ N$, $n\varphi HQ N$) doprowadzono do korekty na etapie kodowania. Jest to dość istotna uwaga, gdyż w literaturze dane drzewa logiczne o rozpatrywanych konfiguracjach piętrowych, które utworzono na podstawie danych pomiarowych bez interpolacji, scharakteryzowano równą liczbą gałązkową. Kodowanie parametrów względem liczności zmiennych logicznych może prowadzić tak jak w tym przypadku do mniej dokładnych rozwiązań [93, 94].

W następnym podejściu zakodowano poszczególne przedziały względem ich środka tj. w zależności od przyjętej wartościowości zmiennej logicznej tak wyznaczono granice przedziałowe danego parametru, aby były one sobie równe i niezdeterminowane pod względem ilości (rys. 3.12):



Rys. 3.12. Graficzna interpretacja dyskretyzacji poszczególnych przedziałów parametrów konstrukcyjno-eksploatacyjnych względem ich środka

Ostateczne zakodowanie zmiennymi logicznymi zakresów przedziałów poszczególnych parametrów konstrukcyjno-eksploatacyjnych przedstawia się następująco [94]:

$\varphi = 10 - 0;$	$n = 800, 900 - 0;$	
$\varphi = 13 - 1;$	$n = 1000, 1100 - 1;$	
$\varphi = 17 - 2;$	$n = 1200, 1300 - 2;$	
$\varphi = 21 - 3;$	$n = 1400 - 3;$	
$Q \in (3,85; 5,22] - 0;$	$H \in (4,3; 5,97] - 0;$	$N \in (1,5; 3,23] - 0;$
$Q \in (5,22; 6,6] - 1;$	$H \in (5,97; 7,63] - 1;$	$N \in (3,23; 4,97] - 1;$
$Q \in (6,6; 7,97] - 2;$	$H \in (7,63; 9,3] - 2;$	$N \in (4,97; 6,7] - 2.$

W tabeli 3.13 przedstawiono kodowy zapis (według środków przedziałów), parametrów znamionowych śmigłowej turbiny doświadczalnej z uwzględnieniem interpolacji danych pomiarowych [94]:

Tabela 3.13. Zapis kodowy (według środków przedziałów)

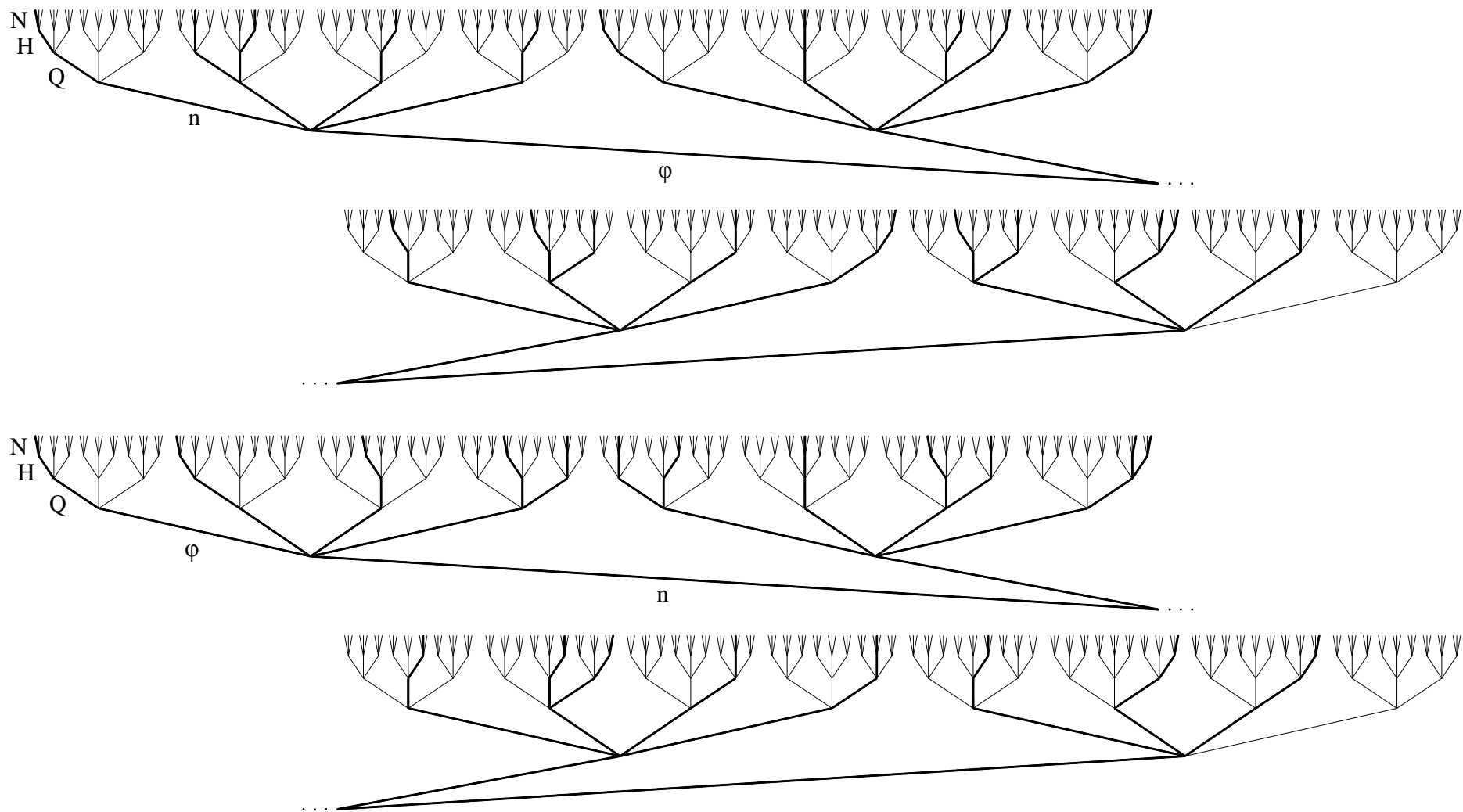
Lp.	φ	n	Q	H	N
1	3	0	1	0	0
2	3	0	2	1	1
3	3	1	2	2	2
4	3	1	2	1	2
5	3	2	2	1	1
6	2	0	1	0	0
7	2	0	1	0	0
8	2	1	1	0	0
9	2	1	2	1	1
10	2	2	2	1	1
11	2	2	2	1	1
12	2	3	2	2	2
13	1	0	0	0	0
14	1	0	0	0	0
15	1	1	1	1	1
16	1	1	1	1	1
17	1	2	1	2	1
18	1	2	2	2	2
19	1	3	2	2	2
20	0	0	0	0	0
21	0	0	0	0	0
22	0	1	0	1	1
23	0	1	1	2	1
24	0	2	1	2	1
25	0	2	1	2	1
26	0	3	1	2	1

Tabela 3.14. Zredukowany zapis kodowy tabeli 3.13

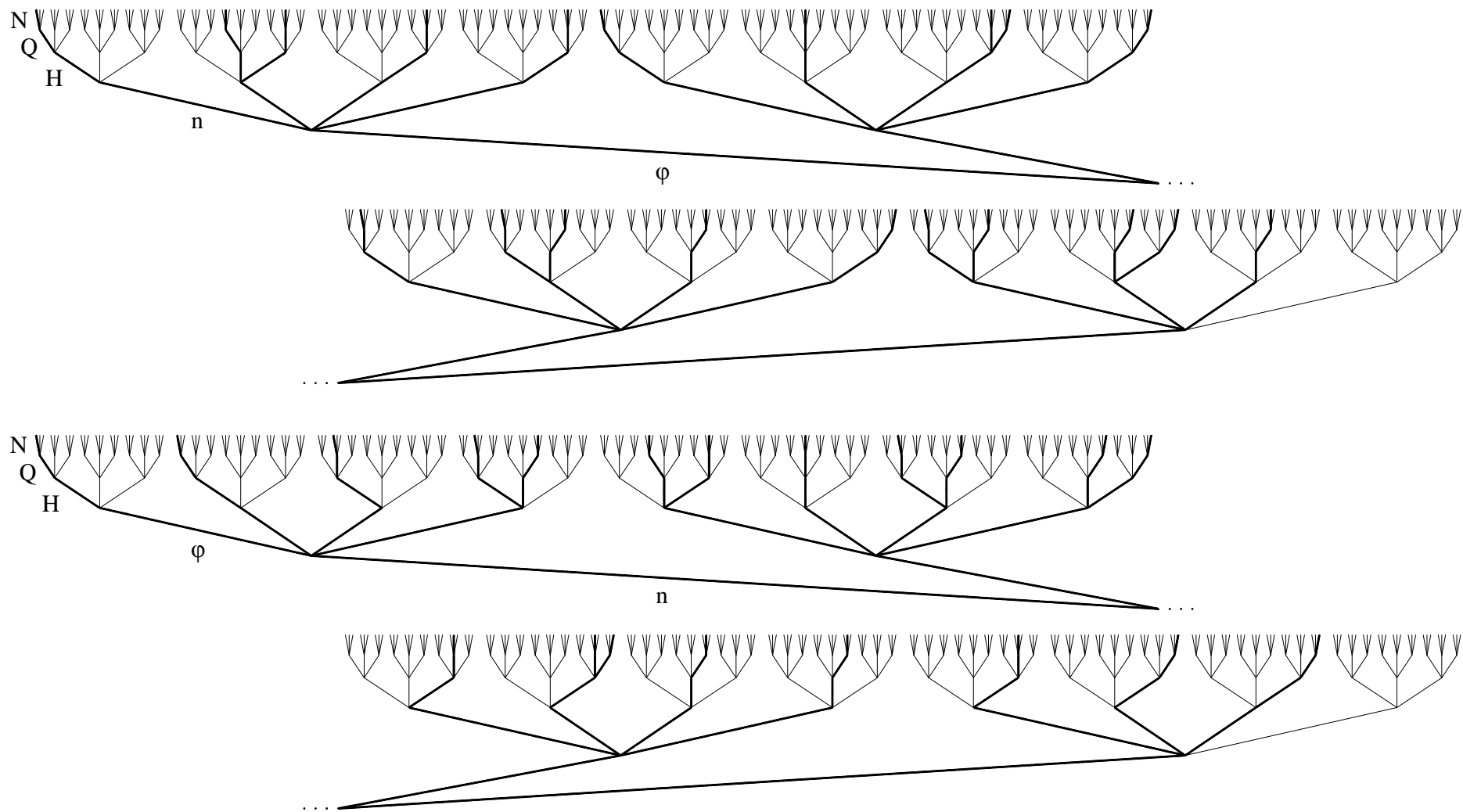
φ	n	Q	H	N
0	0	0	0	0
1	0	0	0	0
0	1	0	1	1
2	0	1	0	0
2	1	1	0	0
3	0	1	0	0
0	1	1	2	1
1	1	1	1	1
0	2	1	2	1
0	3	1	2	1
1	2	1	2	1
2	1	2	1	1
3	0	2	1	1
2	2	2	1	1
1	2	2	2	2
3	2	2	1	1
3	1	2	1	2
1	3	2	2	2
3	1	2	2	2
2	3	2	2	2

Tabela 3.2 została zakodowana według środków przedziałów zmian, poszczególnych parametrów konstrukcyjno-eksploatacyjnych. Przeprowadzono również redukcję powtarzających się wierszy (tab. 3.14). Na podstawie tab. 3.14 otrzymano wielowartościowe optymalne logiczne drzewa decyzyjne o układach: $\varphi n Q H N$ i $n \varphi Q H N$

oraz $\varphi nHQN$ i $n\varphi HQN$ z identyczną liczbę gałęzi 78 (rys. 3.13 oraz 3.14). Parametrami o najwyższej randze ważności są φ oraz n . Innymi konfiguracjami piętrowymi doprowadzono do większej liczby gałęzi, czyli mniej dokładnej klasyfikacji parametrów: φ , n , Q , H , N , z punktu widzenia rangi ważności. Dodatkowo należy zaznaczyć, że występująca interakcja wśród Q , H , N , jest utrudnieniem prawidłowej oceny rangi, gdyż decyzyjne wielowartościowe drzewa logiczne powinny być opisywane piętrowo niezależnymi zmiennymi logicznymi, zgodnie z matematyczną definicją funkcji [94]. Dlatego wcześniej wspomniano o możliwości wprowadzenia zmiennej zastępczej Z , której wielowartościowość decyzyjna jest równa liczbie wszystkich realizowalnych kombinacji zmiennych interakcyjnych.



Rys. 3.13. Wielowartościowe drzewa logiczne o układach: $\varphi n Q H N$ (liczba gałęzi 78) i $n \varphi Q H N$ (liczba gałęzi 78) wg tab. 3.14 [93, 94]



Rys. 3.14. Wielowartościowe drzewa logiczne o układach: $\varphi n H Q N$ (liczba gałęzi 78) i $n \varphi H Q N$ (liczba gałęzi 78) wg tab. 3.14 [93, 94]

Przyjęcie granic przedziałowych w dyskretyzacji poszczególnych parametrów względem ich środka pozwala na wyeliminowanie błędu różnicy gałązkowej [94] i stanowi wytyczne prawidłowego procesu projektowania.

3.3.2.2. Uwagi i wnioski

W pracy zaprezentowano analizę badania rangi ważności parametrów konstrukcyjno-eksploatacyjnych na przykładzie pompy wirowej śmigłowej w ruchu turbinowym. W innych pozycjach literaturowych przedstawiono zagadnienia:

- małej i dużej wielowartościowości zmiennych decyzyjnych,
- znaczenia normalizacji i standaryzacji danych pomiarowych,
- konieczności interpolacji danych pomiarowych w przypadku zbliżania się do minimalnej liczności próbki,
- wykrycia i ewentualnej eliminacji działania interakcji, poprzez wprowadzenie odpowiedniej zmiennej zastępczej,
- wyznaczenia rangi ważności bezpośrednio na podstawie algorytmu Quine'a-McCluskeya minimalizacji cząstkowych wielowartościowych funkcji logicznych, którego wersja bezpośrednia dla logicznych drzew nie ma zastosowania z powodu występowania gałęzi izolowanych [93, 94].

Podstawowy wniosek sformułowano następująco: stosowanie interpolacji, celem zwiększenia liczby danych (występujących na granicy minimalnej liczności próbki), jak również standaryzowanie danych pomiarowych pierwotnych lub interpolowanych, nie ma większego wpływu na dokładność ustalonej rangi ważności parametrów konstrukcyjnych lub eksploatacyjnych [93, 94].

Z punktu widzenia przydatności dla inżyniera (w procesie projektowania), opracowanie jest metodycznym wyznacznikiem dyskretyzacji zakresów zmian wartości arytmetycznych poszczególnych parametrów konstrukcyjno-eksploatacyjnych. Wielowartościowe drzewa logiczne powinny zawierać zmienne decyzyjne, które otrzymano z kodowania równych podprzedziałów, a nie z empirycznej klasyfikacji typu mediana, modalna, ... [93, 94].

W przypadkach złożonych, wielowartościowe optymalne drzewa logiczne charakteryzują się dość niskim współczynnikiem błędu. W tym przypadku wartość błędu wynosi 2,4%. Widać to bezpośrednio z rysunku 3.8 oraz 3.9, gdyż jeżeli liczbę 84 gałęzi oznaczono jako 100%, wówczas w przypadku 82 gałęzi otrzymano jedynie 97,6%; czyli $100\% - 97,6\% = 2,4\%$. To procentowe oszacowanie jest różnicą gałęzi

prawdziwych w drzewach optymalnych, utworzonych na podstawie metody kodowania poszczególnych przedziałów parametrów, według liczności zmiennych logicznych. Gdyby jednak zastosować metodę kodowania poszczególnych parametrów według ich środka, wówczas każde optymalne drzewo ma po 78 gałęzi, czyli błąd tej metody wynosi 0%. Z przeprowadzonej analizy widać, że błąd rozważanych metod względem siebie zawarto w granicach 4,9%÷7,2%; gdyż jeżeli za 100% przyjęto liczbę 82 gałęzi, wówczas 78 gałęzi stanowi jedynie 95,1%, jeżeli natomiast za liczbę 84 gałęzi przyjęto 100%, wówczas dla 78 gałęzi otrzymano zaledwie 92,8%. Dlatego w procesie optymalizacji (wyznaczania rangi ważności) większe znaczenie ma metoda dyskretyzacji poszczególnych przedziałów parametrów konstrukcyjno-eksploatacyjnych względem ich środka [93, 94].

Drzewa tego typu, w odróżnieniu od drzew o tej samej konfiguracji piętrowej, ale utworzonych na podstawie danych pierwotnych, są odporniejsze na błędy, wynikające z nie zawsze niewłaściwego i subiektywnego kodowania wartościami logicznymi [93, 94].

Przeprowadzoną analizą dokładności ustalania rangi ważności poszczególnych parametrów pompy wirowej śmigłowej potwierdzono jednoznacznie dużą dokładność zastosowanych metod optymalizacyjnych (jest to równoznaczne z potwierdzeniem wyników eksperymentalnych) [93, 94].

Innych drzew decyzyjnych, klasyfikatorów drzewiastych, dendrytów oraz grafów, występujących w znanej literaturze, nie oparto na kodowej i/lub graficznej minimalizacji funkcji logicznych [93, 94]. W związku z tym nie mogą być one stosowane w logicznej interpretacji wytycznych projektowania.

4. Analiza oceny rangi ważności parametrów konstrukcyjnych i/lub eksploatacyjnych układów maszynowych z zastosowaniem multiplikatywnych modeli regresji wielokrotnej

4.1. Algorytmiczna integracja logicznych drzew decyzyjnych z analizą regresji wielokrotnej

Jednym z ważniejszych etapów projektowania jest wybór odpowiedniej metody optymalizacyjnej. W szczególności ważne jest badanie rangi ważności parametrów konstrukcyjnych i eksploatacyjnych w modelach regresji danych pomiarowych [68].

W praktyce istnieje zadanie polioptymalizacji (optymalizacji wielokryterialnej), przy uwzględnieniu przeciwstawnych kryteriów. W tego typu przypadkach, kiedy jakość rozwiązania oceniana jest nie jedną, lecz wieloma wielkościami, istnieją różne możliwości tworzenia relacji porządkujących wielowymiarową przestrzeń kryterialną [68].

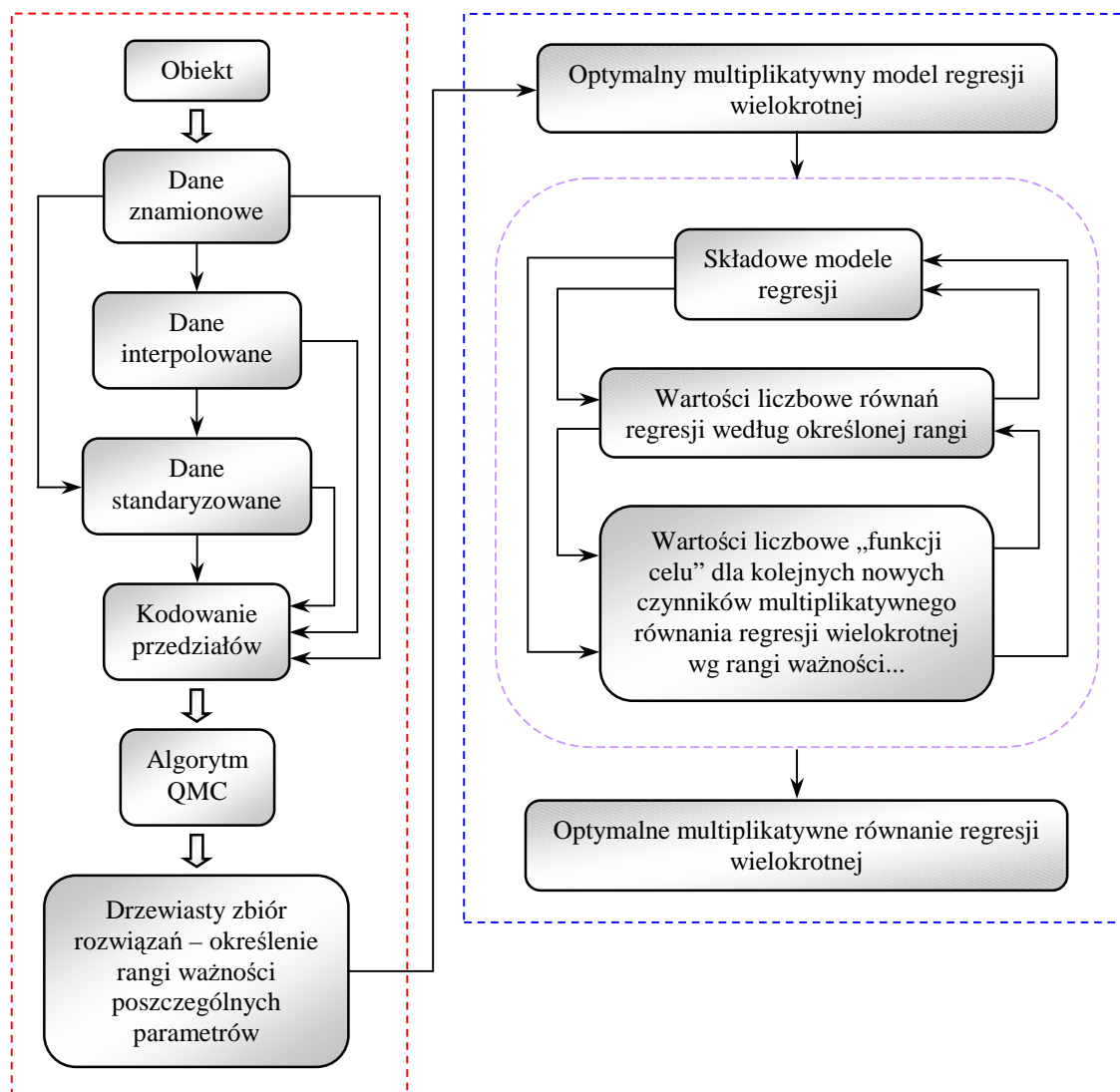
Spośród metod statystycznej analizy i modelowania rozwiązań problemów optymalizacyjnych, na szczególną uwagę zasługuje metoda regresji wielokrotnej oraz metoda wielowartościowych drzew logicznych. Skojarzenie tych dwóch metod i ich modyfikacja tworzy model prognostyczny do oceny rangi ważności rozpatrywanych zmiennych (parametrów konstrukcyjnych lub eksploatacyjnych) w procesie projektowania układów maszynowych [68].

Celem optymalizacji dyskretnej układów maszynowych za pomocą logicznych drzew decyzyjnych jest wyznaczenie hierarchicznej rangi ważności parametrów konstrukcyjno-eksploatacyjnych, tj. wytycznych, co do kolejności podejmowanych decyzji, z punktu widzenia realizacji założonej funkcji celu (wskaźnika jakości – trwałości, wydajności, sprawności, ...) [71]. Jednak tego typu podejście nie daje odpowiedzi jakościowych, które określają wprost rangę ważności parametrów konstrukcyjno-eksploatacyjnych, w przypadku istnienia kilku równoprawnych drzew optymalnych.

W celu jednoznacznego określenia wyników dyskretnej analizy danych (rozwiązania rozpatrywanego problemu), zaproponowano integrację logicznych drzew decyzyjnych z metodą analizy regresji wielokrotnej. Działanie tego typu umożliwia jakościową ocenę rangi ważności parametrów konstrukcyjnych i eksploatacyjnych rozpatrywanych układów [71].

W literaturze brak jest modeli, metod, algorytmów, związanych z prognozowaniem jakościowym tego typu. Analiza otrzymanych wyników jest świadectwem prawidłowości zastosowania tego typu oceny [68].

Schemat blokowy algorytmicznej integracji:



Ogólny multiplikatywny model regresji wielokrotnej układu parametrów o randze ważności wyznaczonej za pomocą logicznych drzew decyzyjnych można przedstawić w następującej postaci [68, 71, 97]:

$$Y = A \cdot f_1(X_{r_1}) \cdot f_2(X_{r_2}) \cdot \dots \cdot f_{n-1}(X_{r_{n-1}}) \cdot f_n(X_{r_n}) \quad (4.1)$$

gdzie: $f_i(X_{r_i})$ – funkcje aproksymujące poszczególne zmienne niezależne wg rangi ważności.

Rangę ważności poszczególnych parametrów konstrukcyjno-eksploatacyjnych opisano indeksem r . Parametrem A określono natomiast zależności fizyczne (tożsamości jednostkowe). Pozostałe związki poszczególnych czynników aproksymujących równania 4.1 określono poniższym algorytmem [68, 71, 97]. W danym algorytmie, kolejność aproksymacji dla zmiennych niezależnych jest wyznaczana według ich rangi ważności. Wyznacznikiem otrzymania najlepszej jakości dopasowania modelu do analizowanych danych jest wartość współczynnika korelacji R [56]. W algorytmie wykorzystano możliwość oddzielnego doboru różnych typów i kształtów funkcji w stosunku do kolejnych zmiennych niezależnych [71]. Takiej zalety nie ma wielokrotna regresja addytywna, gdyż poszczególne składniki mogą zawierać mniejszą lub większą liczbę zmiennych niezależnych.

$$\begin{array}{c}
 \begin{array}{c} \downarrow \\ \downarrow \\ \downarrow \\ \downarrow \\ \downarrow \end{array}
 \begin{array}{c}
 Y_I \\
 \\
 Y_{II} \\
 \\
 \dots \\
 \\
 Y_{n-I} \\
 \\
 Y_n
 \end{array}
 \Rightarrow
 \begin{array}{c}
 \\
 f_1(X_{r_1}) \\
 \\
 \dots \\
 \\
 f_{n-I}(X_{r_{n-I}}) \\
 \\
 f_n(X_{r_n})
 \end{array}
 \Rightarrow
 \begin{array}{c}
 Y_{II} = \frac{Y_I}{f_1(X_{r_1})} \\
 \\
 Y_{III} = \frac{Y_{II}}{f_2(X_{r_2})} \\
 \\
 \dots \\
 \\
 Y_n = \frac{Y_{n-I}}{f_{n-I}(X_{r_{n-I}})} \\
 \\
 A = \frac{Y_n}{f_n(X_{r_n})} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n A_i
 \end{array}
 \end{array}$$

Na podstawie danego algorytmu postawiono tezę o wzroście iloczynowej wartości współczynnika korelacji R_{il} , multiplikatywnego równania regresji wielokrotnej, w stosunku do spadku liczby gałęzi prawdziwych (po redukcji) logicznego drzewa decyzyjnego. Dlatego podstawowym kryterium oceny jest wartość iloczynowa współczynnika R_{il} , czyli iloczyn składowych współczynników R_i funkcji $f_i(X_{r_i})$ multiplikatywnego równania regresji wielokrotnej (4.1) [71, 92].

4.2. Ocena rangi ważności parametrów pompy wirowej śmigłowej

4.2.1. Multiplikatywna regresja znamionowych danych pomiarowych

Koncepcję algorytmicznej integracji logicznych drzew decyzyjnych i metody analizy regresji wielokrotnej, przedstawiono na przykładzie znamionowych danych pomiarowych pompy wirowej śmigłowej (tab. 3.1). W danej analizie logicznymi drzewami decyzyjnymi wyznaczono rangę ważności parametrów konstrukcyjno-eksploatacyjnych, a następnie w określonej kolejności wykonywano multiplikatywną aproksymację.

Zakresy przedziałów kolejnych parametrów konstrukcyjno-eksploatacyjnych opisano zmiennymi logicznymi w następujący sposób [71, 92]:

$$\begin{array}{l}
 \varphi = 10 - 0 \\
 \varphi = 13 - 1 \\
 \varphi = 17 - 2 \\
 \varphi = 21 - 3
 \end{array}
 \left| \begin{array}{l}
 n = 800 - 0 \\
 n = 1000 - 1 \\
 n = 1200 - 2 \\
 n = 1400 - 3
 \end{array} \right.
 \left| \begin{array}{l}
 Q \in (3; 4] - 0 \\
 Q \in (4; 5] - 1 \\
 Q \in (5; 6] - 2 \\
 Q \in (6; 7] - 3 \\
 Q \in (7; 8] - 4
 \end{array} \right.
 \left| \begin{array}{l}
 H \in (4; 5] - 0 \\
 H \in (5; 6] - 1 \\
 H \in (6; 7] - 2 \\
 H \in (7; 8] - 3 \\
 H \in (8; 9] - 4 \\
 H \in (9; 10] - 5
 \end{array} \right.
 \left| \begin{array}{l}
 N \in (1; 2] - 0 \\
 N \in (2; 3] - 1 \\
 N \in (3; 4] - 2 \\
 N \in (4; 5] - 3 \\
 N \in (5; 6] - 4 \\
 N \in (6; 7] - 5
 \end{array} \right.$$

doprowadzono tym do kodowego zapisu wielowartościowej funkcji logicznej (tab. 4.1).

Parametry znamionowe śmigłowej turbiny doświadczalnej zakodowane przyjętymi wielowartościowościami przekodowano na inne: $\varphi = 0, 1$; $n = 0, 1$; $Q, H, N = 0, 1, 2$ (tab. 4.2). Takie postępowanie oznacza, że przewiduje się mniejszą liczbę podprzedziałów dla ustalonych przedziałów liczbowych parametrów konstrukcyjno-eksploatacyjnych [71, 92].

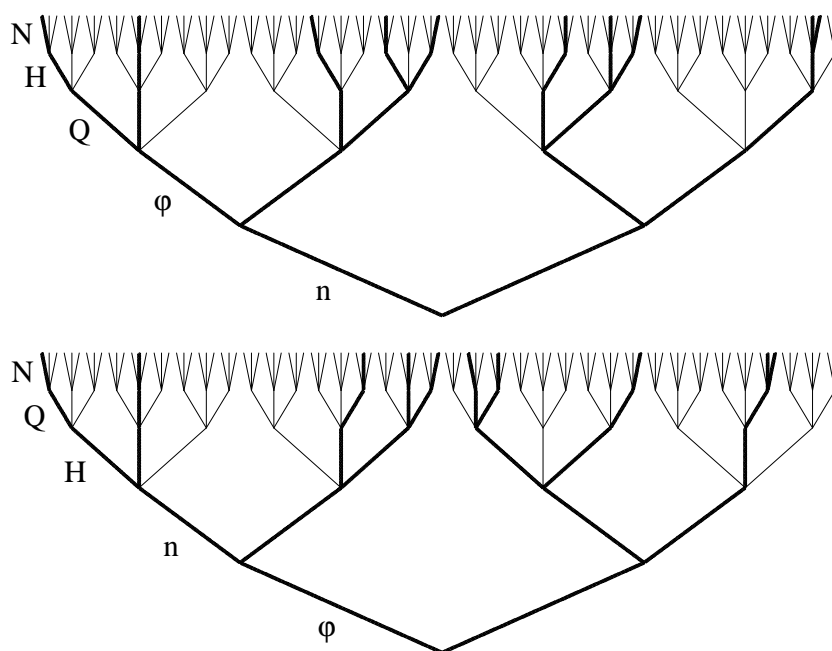
Tabela 4.1. Kodowy zapis funkcji logicznej opisującej zakresy zmian parametrów znamionowych śmigłowej turbiny doświadczalnej [71, 92]

Lp.	φ	n	Q	H	N
1	3	0	2	0	1
2	3	1	4	4	4
3	3	2	4	2	3
4	2	0	2	0	1
5	2	1	3	1	2
6	2	2	4	2	3
7	2	3	4	3	4
8	1	0	1	0	0
9	1	1	2	2	2
10	1	2	3	3	3
11	1	3	4	5	5
12	0	0	0	0	0
13	0	1	2	3	2
14	0	2	2	4	3
15	0	3	2	4	3

Tabela 4.2. Przekodowana tabela 4.1 (zapis zredukowany) [71, 92]

φ	n	Q	H	N
0	0	0	0	0
1	0	1	0	0
0	0	1	1	1
1	0	2	0	1
0	1	2	1	1
0	1	1	2	1
1	1	2	1	1
1	1	2	1	2
1	0	2	2	2
0	1	2	2	2

Przykłady ustalonych optymalnych drzew logicznych o układach: $n\phi QHN$ oraz $\phi nHQN$ przedstawiono na rys. 4.1.



Rys. 4.1. Wielowartościowe drzewa logiczne o układach: $n\phi QHN$ (liczba gałęzi 32) oraz $\phi nHQN$ (liczba gałęzi 32) wg tab. 4.2 [71, 92]

W analizie oceny jakościowej rangi ważności, oznaczono poszczególne parametry konstrukcyjno-eksploatacyjne za pomocą następujących zmiennych niezależnych: $\phi - X_1$, $n - X_2$, $Q - X_3$, $H - X_4$, $N - X_5$ i zmiennej zależnej: $\eta - Y_l$ (sprawność pierwotna – wyliczona na podstawie danych empirycznych) [71, 92].

Wszystkie zmienne mają charakter liczbowy, dlatego nie ma potrzeby dokonywania przekształceń danych przed rozpoczęciem analizy. W tabeli 4.3 przedstawiono zbiór wartości liczbowych równań regresji odpowiednich zmiennych X_{r_i} skojarzonych z wartościami Y_n . Wartości Y_n otrzymano w wyniku podzielenia pierwotnych wartości zmiennych opisywanych (wartości zależnych sprawności) przez wartości odpowiednich funkcji regresji zmiennych niezależnych X_{r_i} , gdyż wykorzystano sens modelu multiplikatywnego [92].

Tabela 4.3. Wartości liczbowe równań regresji i funkcji celu układu $n\phi QHN$ na podstawie danych pomiarowych z tab. 3.1 [92]

Lp.	Wartości liczbowe równań regresji $Y_i=f(X_{r_i})$					$Y_n=Y_{n-l}/Y_i$				
	$f(X_2)$	$f(X_1)$	$f(X_3)$	$f(X_4)$	$f(X_5)$	Y_{II}	Y_{III}	Y_{IV}	Y_V	$Y_{VI}=A$
1	53,605	0,922	1,058	0,988	0,990	0,953	1,034	0,978	0,989	0,999
2	55,605	0,922	1,064	0,957	0,925	0,899	0,976	0,917	0,958	1,036
3	57,605	0,922	1,069	0,958	0,970	0,903	0,979	0,916	0,956	0,986
4	53,605	0,944	1,044	0,985	0,989	0,979	1,037	0,993	1,009	1,020
5	55,605	0,944	1,061	0,963	1,005	0,959	1,015	0,957	0,993	0,988
6	57,605	0,944	1,060	0,958	0,990	0,953	1,009	0,952	0,994	1,003
7	59,605	0,944	1,068	0,959	0,925	0,888	0,940	0,880	0,918	0,992
8	53,605	1,089	1,015	1,000	0,991	1,097	1,007	0,993	0,992	1,002
9	55,605	1,089	1,053	0,958	1,007	1,104	1,014	0,963	1,005	0,999
10	57,605	1,089	1,061	0,959	0,958	1,104	1,014	0,956	0,997	1,041
11	59,605	1,089	1,060	0,945	0,903	1,057	0,971	0,916	0,968	1,073
12	53,605	1,023	0,963	0,992	1,006	0,978	0,956	0,992	1,000	0,994
13	55,605	1,023	1,037	0,959	1,007	1,025	1,002	0,967	1,009	1,002
14	57,605	1,023	1,051	0,958	0,981	1,036	1,013	0,964	1,007	1,026
15	59,605	1,023	1,056	0,958	0,970	1,059	1,035	0,980	1,023	1,054

Zapis w tabeli 4.3 należy interpretować w następujący sposób:

jeżeli
$$Y_n=Y_{n-l}/Y_i \quad (4.2)$$

to
$$Y_{II}=Y_I/Y_I \quad (4.3)$$

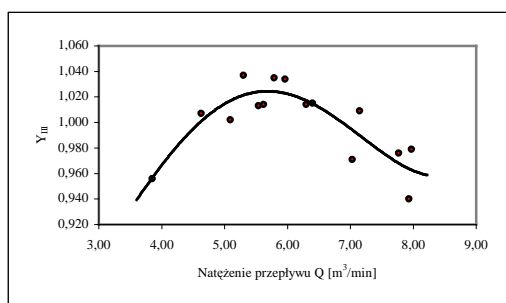
gdzie: Y_I – wartości sprawności pierwotnej η (wyliczonej na podstawie danych empirycznych z tabeli 3.1).

Tabela 4.4. Zestawienie modeli i odpowiadającym im równań regresji układu $n\phi QHN$ z uwzględnieniem kolejności aproksymacji dla zmiennych niezależnych według ich rangi ważności [92]

$Y_1 = f(X_2)$ $R = 0,4637$	$Y_1 = a_1 \cdot X_2 + a_2$ $Y_1 = 0,01 \cdot X_2 + 45,605$
$Y_2 = f(X_1)$ $R = 0,9243$	$Y_2 = a_1 \cdot X_1^3 + a_2 \cdot X_1^2 + a_3 \cdot X_1 + a_4$ $Y_2 = 0,0011 \cdot X_1^3 - 0,0523 \cdot X_1^2 + 0,786 \cdot X_1 - 2,7072$
$Y_3 = f(X_3)$ $R = 0,8770$	$Y_3 = a_1 \cdot X_3^4 + a_2 \cdot X_3^3 + a_3 \cdot X_3^2 + a_4 \cdot X_3 + a_5$ $Y_3 = 0,001 \cdot X_3^4 - 0,0206 \cdot X_3^3 + 0,1417 \cdot X_3^2 - 0,3293 \cdot X_3 + 1,0868$
$Y_4 = f(X_4)$ $R = 0,6777$	$Y_4 = a_1 \cdot X_4^3 + a_2 \cdot X_4^2 + a_3 \cdot X_4 + a_4$ $Y_4 = -0,0018 \cdot X_4^3 + 0,0391 \cdot X_4^2 - 0,2818 \cdot X_4 + 1,6323$
$Y_5 = f(X_5)$ $R = 0,7295$	$Y_5 = a_1 \cdot X_5^4 + a_2 \cdot X_5^3 + a_3 \cdot X_5^2 + a_4 \cdot X_5 + a_5$ $Y_5 = 0,0029 \cdot X_5^4 - 0,0459 \cdot X_5^3 + 0,2461 \cdot X_5^2 - 0,5339 \cdot X_5 + 1,3936$

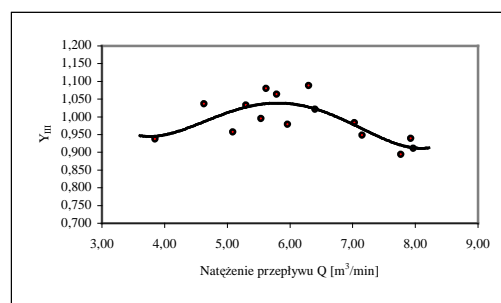
Im większa jest wartości współczynnika korelacji R , tym lepsza jest jakość predykcji modelu. Można oczywiście uzyskać dużo wyższe wartości współczynnika korelacji R , wykorzystując do tego celu algorytm regresji krokowej postępującej lub wstecznej. Biorąc jednak pod uwagę integrację analizy regresji wielokrotnej i metody wielowartościowych drzew logicznych, nie można w tym przypadku odrzucić z modelu zmiennych o małym znaczeniu. Postępowanie tego typu może być niezgodne z istotą logicznych drzew decyzyjnych, gdyż zostały one utworzone na podstawie wartości logicznych obejmujących odpowiednie przedziały na wszystkich danych pomiarowych [92].

Wszystkie zamodelowane równania charakteryzują się jednostajnym przebiegiem krzywej aproksymującej (adekwatnie do rozrzutu) [124], co przedstawiono na przykładowych ilustracjach graficznych – rys. 4.2, 4.3, 4.4, 4.5.



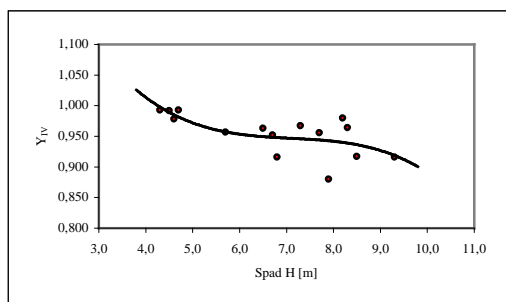
Rys. 4.2. Wykres funkcji

$$Y_3=0,001 \cdot X_3^4 - 0,0206 \cdot X_3^3 + 0,1417 \cdot X_3^2 - 0,3293 \cdot X_3 + 1,0868$$



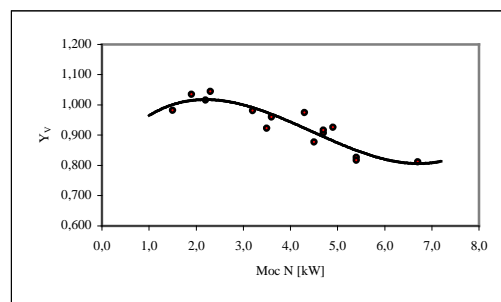
Rys. 4.3. Wykres funkcji

$$Y_3=0,005 \cdot X_3^4 - 0,1177 \cdot X_3^3 + 0,992 \cdot X_3^2 - 3,5324 \cdot X_3 + 5,4576$$



Rys. 4.4. Wykres funkcji

$$Y_4=-0,0018 \cdot X_4^3 + 0,0391 \cdot X_4^2 - 0,2818 \cdot X_4 + 1,6323$$



Rys. 4.5. Wykres funkcji

$$Y_5=0,0046 \cdot X_5^3 - 0,0614 \cdot X_5^2 + 0,2036 \cdot X_5 + 0,8183$$

Ostateczną postać modelu regresji wielokrotnej układu $n\varphi QHN$ o danej randze ważności parametrów konstrukcyjnych i eksploatacyjnych, można przedstawić w następujący sposób [92]:

$$Y = A \cdot Y_1(X_2) \cdot Y_2(X_1) \cdot Y_3(X_3) \cdot Y_4(X_4) \cdot Y_5(X_5) \quad (4.4)$$

Kolejność czynników danego równania ma decydujący wpływ na końcowy wynik analizy statystycznej. Poszczególne czynniki równania (4.4) utworzono na bazie obliczeń wartości liczbowych funkcji celu, uwzględniających równania regresji zmiennych niezależnych, o wyższej randze ważności. Multiplikatywne równanie regresji jest wynikiem końcowym obliczeń, uwzględniających rangę ważności danych parametrów na podstawie kolejności obliczeń etapowych [92].

Jeżeli za kryterium oceny hierarchii ważności parametrów konstrukcyjno-eksploatacyjnych na poszczególnych piętrach drzewa logicznego przyjmie się odpowiednie wartości współczynników korelacji R_i , to otrzymana wartość współczynnika iloczynowego R_{il} jest wyznacznikiem jakości regresji, z uwzględnieniem rangi ważności rozpatrywanych parametrów (w przypadku istnienia drzew równoprawnych). Wartość iloczynowego współczynnika R_{il} układu parametrów $n\phi QHN$ wynosi 0,1858 [92].

Na bazie przedstawionych obliczeń sformułowano tezę o zależności iloczynowej wartości współczynnika korelacji R_{il} , multiplikatywnego równania regresji wielokrotnej i optymalnego decyzyjnego drzewa logicznego o danym układzie parametrów. Celem jej potwierdzenia przeprowadzono obliczenia następujących układów: $\phi nHQN$, $NHQ\phi n$, $NQHn\phi$, $QHNn\phi$, $HQN\phi n$. W tabeli 4.5 przedstawiono wyniki obliczeń konfiguracji $\phi nHQN$ [92].

Tabela 4.5. Wartości liczbowe równań regresji i funkcji celu układu $\phi nHQN$ na podstawie danych pomiarowych z tab. 3.1 [92]

Lp.	Wartości liczbowe równań regresji $Y_i=f(X_{r_i})$					$Y_n=Y_{n-l}/Y_i$				
	$f(X_1)$	$f(X_2)$	$f(X_4)$	$f(X_3)$	$f(X_5)$	Y_{II}	Y_{III}	Y_{IV}	Y_V	$Y_{VI}=A$
1	51,001	0,961	1,020	0,979	1,018	1,002	1,043	1,023	1,044	1,026
2	51,001	0,992	1,191	1,004	0,852	0,980	0,988	0,830	0,826	0,970
3	51,001	1,018	1,073	1,030	0,896	1,020	1,002	0,934	0,907	1,011
4	53,385	0,961	1,027	0,981	1,018	0,983	1,024	0,997	1,016	0,998
5	53,385	0,992	1,055	0,972	0,992	0,998	1,006	0,954	0,981	0,989
6	53,385	1,018	1,070	0,969	0,924	1,028	1,010	0,945	0,975	1,054
7	53,385	1,040	1,139	1,024	0,852	0,991	0,953	0,837	0,817	0,960
8	61,696	0,961	0,990	0,968	1,015	0,953	0,992	1,002	1,035	1,020
9	61,696	0,992	1,064	0,982	0,970	0,995	1,003	0,942	0,960	0,989
10	61,696	1,018	1,123	0,974	0,883	1,031	1,013	0,902	0,926	1,049
11	61,696	1,040	1,250	0,968	0,810	1,021	0,982	0,786	0,812	1,003
12	58,050	0,961	1,012	0,946	1,001	0,903	0,940	0,929	0,982	0,981
13	58,050	0,992	1,096	0,978	0,976	0,982	0,990	0,903	0,923	0,946
14	58,050	1,018	1,173	0,982	0,910	1,028	1,010	0,861	0,877	0,964
15	58,050	1,040	1,164	0,981	0,896	1,087	1,046	0,898	0,916	1,021

Tabela 4.6. Zestawienie modeli i odpowiadającym im równań regresji układu $\varphi nHQN$ [92]

$Y_1 = f(X_1)$ $R = 0,8680$	$Y_1 = a_1 \cdot X_1^3 + a_2 \cdot X_1^2 + a_3 \cdot X_1 + a_4$ $Y_1 = 0,0596 \cdot X_1^3 - 2,8544 \cdot X_1^2 + 43,086 \cdot X_1 - 146,97$
$Y_2 = f(X_2)$ $R = 0,7254$	$Y_2 = a_1 \cdot \ln(X_2) + a_2$ $Y_2 = 0,1413 \cdot \ln(X_2) + 0,016$
$Y_3 = f(X_4)$ $R = 0,3429$	$Y_3 = a_1 \cdot X_4^4 + a_2 \cdot X_4^3 + a_3 \cdot X_4^2 + a_4 \cdot X_4 + a_5$ $Y_3 = -0,0024 \cdot X_4^4 + 0,068 \cdot X_4^3 - 0,6988 \cdot X_4^2 + 3,1242 \cdot X_4 - 4,1089$
$Y_4 = f(X_3)$ $R = 0,5156$	$Y_4 = a_1 \cdot X_3^4 + a_2 \cdot X_3^3 + a_3 \cdot X_3^2 + a_4 \cdot X_3 + a_5$ $Y_4 = 0,0033 \cdot X_3^4 - 0,0706 \cdot X_3^3 + 0,5481 \cdot X_3^2 - 1,8168 \cdot X_3 + 3,1206$
$Y_5 = f(X_5)$ $R = 0,9202$	$Y_5 = a_1 \cdot X_5^3 + a_2 \cdot X_5^2 + a_3 \cdot X_5 + a_4$ $Y_5 = 0,0046 \cdot X_5^3 - 0,0614 \cdot X_5^2 + 0,2036 \cdot X_5 + 0,8183$

$$Y = A \cdot Y_1(X_1) \cdot Y_2(X_2) \cdot Y_3(X_4) \cdot Y_4(X_3) \cdot Y_5(X_5) \quad (4.5)$$

Iloczynowy współczynnik korelacji R_{il} równania (4.5) danego układ parametrów ($\varphi nHQN$) ma wartość 0,1024 [92].

Porównując otrzymane wyniki rozpatrywanych układów można wyciągnąć wnioski o większej istotności prędkości obrotowej n , w stosunku do kąta nachylenia łopatek wirnika φ ($0,1858 > 0,1024$), co stanowi podstawę do rozstrzygnięcia rangi ważności danych parametrów [92].

Aby wykazać istotność kolejności aproksymacji rozrzutów danych pomiarowych odpowiednich parametrów, w tabeli 4.7 przedstawiono wyniki analizy statystycznej pozostałych układów ($NHQ\varphi n$, $NQHn\varphi$, $QHNn\varphi$, $HQN\varphi n$) [92].

Tabela 4.7. Wyniki analizy jakościowej układów $NHQ\varphi n$, $NQHn\varphi$, $QHNn\varphi$, $HQN\varphi n$ [92]

$NHQ\varphi n$ $R_{il}=0,0279$	$Y_1=f(X_5)$ 0,5623	$Y_2=f(X_4)$ 0,5103	$Y_3=f(X_3)$ 0,7950	$Y_4=f(X_1)$ 0,6347	$Y_5=f(X_2)$ 0,1926
$NQHn\varphi$ $R_{il}=0,0721$	$Y_1=f(X_5)$ 0,5623	$Y_2=f(X_3)$ 0,6051	$Y_3=f(X_4)$ 0,6418	$Y_4=f(X_2)$ 0,6535	$Y_5=f(X_1)$ 0,5049
$QHNn\varphi$ $R_{il}=0,0343$	$Y_1=f(X_3)$ 0,5602	$Y_2=f(X_4)$ 0,7714	$Y_3=f(X_5)$ 0,8514	$Y_4=f(X_2)$ 0,1679	$Y_5=f(X_1)$ 0,5560
$HQN\varphi n$ $R_{il}=0,0751$	$Y_1=f(X_4)$ 0,5758	$Y_2=f(X_3)$ 0,8298	$Y_3=f(X_5)$ 0,4818	$Y_4=f(X_1)$ 0,7966	$Y_5=f(X_2)$ 0,4093

Obliczonymi wartościami R_{il} z tab. 4.7 poparto jednoznacznie trafność postawionego wcześniej założenia – adekwatności iloczynowej wartości współczynnika korelacji R_{il} multiplikatywnego równania regresji wielokrotnej i optymalnego decyzyjnego drzewa logicznego o danym układzie parametrów. Wartości iloczynowe współczynników

korelacji układów parametrów z tab. 4.7 są niższe od wartości R_{il} drzew optymalnych $n\varphi QHN$ oraz $\varphi nHQN$ [92].

4.2.2. Addytywna poprawka ustalonych zmiennych niezależnych

Istnieje możliwość poprawy iloczynowej wartości współczynnika korelacji R_{il} poprzez korektę wybranych czynników równania multiplikatywnego w sensie aproksymacji np.:

- jeżeli $y_k = a \cdot x_k + b$ dla $k = 1, \dots, n$ tzn. $y = a \cdot x + b$ jest liniowym rozwiązaniem aproksymacyjnym funkcji jednej zmiennej niezależnej, to istnieje możliwość poprawy danego rozwiązania w następujący sposób [71, 96] np.:

$$y = a \cdot x + b + c \cdot A(x) \quad (4.6)$$

gdzie: c – niewiadoma, $A(x)$ – dowolna ustalona funkcja (np.: $\log(x)$, $\cos(x)$, $\sinh(x)$, $\exp(x)$, ...);

oraz:
$$\sum_{k=1}^n A^2(x_k) \neq 0, \quad (4.7)$$

gdych:
$$F(c) = \sum_{k=1}^n (a \cdot x_k + b + c \cdot A(x_k) - y_k)^2 = \sum_{k=1}^n (c \cdot A(x_k) + \varepsilon_k)^2, \quad (4.8)$$

$$\frac{\partial F}{\partial c} = 2 \sum_{k=1}^n (c \cdot A(x_k) + \varepsilon_k) \cdot A(x_k) = 0 \Rightarrow c = - \frac{\sum_{k=1}^n \varepsilon_k \cdot A(x_k)}{\sum_{k=1}^n A^2(x_k)}. \quad (4.9)$$

Tego typu podejście jest poprawne w stosunku do parametrów konstrukcyjno-eksploatacyjnych o niskiej randze ważności. Modele matematyczne, reprezentujące rozrzuty takich zmiennych niezależnych, mogą zostać skorygowane poprzez dodanie indywidualnego składnika będącego funkcją innego typu i kształtu. W szczególności ogólny model zależności $Y_5 = f(X_5)$ z tab. 4.4 można poprawić w następujący sposób [71]:

$$Y_5 = a_1 \cdot X_5^4 + a_2 \cdot X_5^3 + a_3 \cdot X_5^2 + a_4 \cdot X_5 + a_5 + a_6 \cdot \arctan(X_5), \quad (4.10)$$

$$Y_5 = 0,0105 \cdot X_5^4 - 0,1992 \cdot X_5^3 + 1,4312 \cdot X_5^2 - 4,959 \cdot X_5 - 0,3576 + 6,3009 \cdot \arctan(X_5). \quad (4.11)$$

Współczynnik korelacji R równania (4.11) wynosi 0,7831. Poprawiono w ten sposób iloczynową wartość R_{il} multiplikatywnego równania (4.4) regresji wielokrotnej na 0,1995 [71].

Gdyby jednak skorygować w sensie aproksymacyjnym model rozrzutu danych zmiennych niezależnych o wysokiej randze ważności, jak w przypadku zależności $Y_1 = f(X_2)$, układu parametrów $n\varphi QHN$ (tab. 4.4), to wtedy otrzymane wyniki (tab. 4.8) potwierdzą powyższe założenie [71].

Tabela 4.8. Zestawienie modeli i odpowiadającym im równań regresji układu $n\varphi QHN$ z uwzględnieniem poprawki aproksymacyjnej modelu zależności $Y_1 = f(X_2)$ [71]

$Y_1 = f(X_2)$	$Y_1 = a_1 \cdot X_2 + a_2 + a_3 \cdot \log(X_2)$
$R = 0,4642$	$Y_1 = 0,0156 \cdot X_2 + 80,9769 - 5,944 \cdot \log(X_2)$
$Y_2 = f(X_1)$	$Y_2 = a_1 \cdot X_1^3 + a_2 \cdot X_1^2 + a_3 \cdot X_1 + a_4$
$R = 0,9264$	$Y_2 = 0,0008 \cdot X_1^3 - 0,037 \cdot X_1^2 + 0,5571 \cdot X_1 - 1,9209$
$Y_3 = f(X_3)$	$Y_3 = a_1 \cdot X_3^4 + a_2 \cdot X_3^3 + a_3 \cdot X_3^2 + a_4 \cdot X_3 + a_5$
$R = 0,8637$	$Y_3 = 0,0015 \cdot X_3^4 - 0,033 \cdot X_3^3 + 0,2486 \cdot X_3^2 - 0,7274 \cdot X_3 + 1,62$
$Y_4 = f(X_4)$	$Y_4 = a_1 \cdot X_4^3 + a_2 \cdot X_4^2 + a_3 \cdot X_4 + a_4$
$R = 0,4631$	$Y_4 = -0,0004 \cdot X_4^3 + 0,0068 \cdot X_4^2 - 0,041 \cdot X_4 + 1,0889$
$Y_5 = f(X_5)$	$Y_5 = a_1 \cdot X_5^4 + a_2 \cdot X_5^3 + a_3 \cdot X_5^2 + a_4 \cdot X_5 + a_5$
$R = 0,2496$	$Y_5 = -0,0003 \cdot X_5^4 + 0,004 \cdot X_5^3 - 0,0191 \cdot X_5^2 + 0,0383 \cdot X_5 + 0,9715$

W wyniku opisanej korekty, przy zachowaniu pierwotnych modeli rozrzutu danych (tab. 4.4), otrzymano znaczny spadek wartości współczynników korelacji, równań aproksymujących poszczególne zmienne niezależne (parametry konstrukcyjno-eksploatacyjne) o niższej randze ważności. Iloczynowa wartość współczynnika korelacji R_{il} multiplikatywnego równania (4.4) regresji wielokrotnej wynosi w tym przypadku 0,0429 [71].

Celem potwierdzenia istotności wpływu rangi ważności zmiennych niezależnych, na iloczynową wartość współczynnika korelacji R_{il} , z punktu widzenia wprowadzenia poprawki aproksymacyjnej, przeprowadzono obliczenia układu parametrów o konfiguracji $\varphi nHQN$ – równanie (4.5) [71].

Iloczynowa wartość współczynnika korelacji R_{il} równania (4.5) danego układu parametrów ($\varphi nHQN$) wynosi 0,1024 [71, 92].

Porównując otrzymane wyniki (tab. 4.4 i tab. 4.6) rozpatrywanych układów ($n\varphi QHN$ i $\varphi nHQN$) można wyciągnąć wniosek, że prędkość obrotowa n jest parametrem istotniejszym (mającym większy wpływ na sprawność pompy) w stosunku do kąta nachylenia łopatek wirnika φ ($0,1858 > 0,1024$). Jest to zatem podstawa do rozstrzygnięcia rangi ważności danych parametrów (w przypadku istnienia dwóch równoprawnych drzew optymalnych) [71, 92].

Ponadto model zależności $Y_5 = f(X_5)$ z tab. 4.6 można poprawić aproksymacyjnie w sposób następujący [71]:

$$Y_5 = a_1 \cdot X_5^3 + a_2 \cdot X_5^2 + a_3 \cdot X_5 + a_4 + a_5 \cdot \sin(3 \cdot X_5), \quad (4.12)$$

$$Y_5 = 0,004 \cdot X_5^3 - 0,0542 \cdot X_5^2 + 0,1697 \cdot X_5 + 0,871 + 0,0266 \cdot \sin(3 \cdot X_5). \quad (4.13)$$

Wartość współczynnika korelacji R równania (4.13) wynosi 0,9507, co poprawia iloczynową wartość R_{il} multiplikatywnego równania (4.5) regresji wielokrotnej ($R_{il} = 0,1058$) [71].

Analizując dane zagadnienie, tak jak w poprzednim przypadku z drugiej strony, tj. z punktu widzenia wprowadzenia poprawki aproksymacyjnej do modelu rozrzutu danych niezależnych o wyższej randze ważności, otrzymuje się [71]:

- zależność $Y_4 = f(X_3)$:

$$Y_4 = a_1 \cdot X_3^4 + a_2 \cdot X_3^3 + a_3 \cdot X_3^2 + a_4 \cdot X_3 + a_5 + a_6 \cdot \cos(2 \cdot X_3), \quad (4.14)$$

$$Y_4 = -0,0342 \cdot X_3^4 + 0,8641 \cdot X_3^3 - 7,9611 \cdot X_3^2 + 31,6391 \cdot X_3 - 44,6889 + 0,1691 \cdot \cos(2 \cdot X_3), \quad (4.15)$$

- wartość współczynnika korelacji $R = 0,6006$;

- zależność $Y_5 = f(X_5)$:

$$Y_5 = a_1 \cdot X_5^3 + a_2 \cdot X_5^2 + a_3 \cdot X_5 + a_4, \quad (4.16)$$

$$Y_5 = 0,0024 \cdot X_5^3 - 0,0361 \cdot X_5^2 + 0,1415 \cdot X_5 + 0,8754, \quad (4.17)$$

- wartość współczynnika korelacji $R = 0,6132$.

Iloczynowa wartość współczynnika korelacji R_{il} multiplikatywnego równania (4.5) regresji wielokrotnej spada do wartości 0,0795 [71].

W wyniku wprowadzenia poprawki aproksymacyjnej poprzez dodanie indywidualnego składnika, będącego funkcją innego typu i kształtu, otrzymano różne rezultaty, z punktu widzenia rangi ważności danego parametru konstrukcyjno-eksploatacyjnego. Iloczynowa wartość współczynnika korelacji R_{il} jest traktowana jako zbiór informacji poszczególnych współczynników korelacji R_i , funkcji aproksymujących $f_i(X_{r_i})$ z uwzględnieniem rangi ważności zmiennych niezależnych [71].

Wzrost wartości R_{il} uzyskano poprzez uwzględnienie poprawki aproksymacyjnej, w modelu rozrzutu zmiennej niezależnej o niskiej randze ważności. W drugim przypadku, czyli korekty modelu rozrzutu zmiennej niezależnej o wysokiej randze ważności, otrzymuje się odwrotny efekt, co jest skutkiem poprawy współczynnika korelacji R równania korygowanego kosztem pozostałych wartości współczynników korelacji równań, opisujących rozrzuty zmiennych niezależnych o niższych rangach ważności. Multiplikatywne równanie regresji wielokrotnej danego układu parametrów jest adekwatne do drzewa logicznego o tej samej konfiguracji piętrowej, a zatem nie można uzyskać z jednego drzewa logicznego (adekwatnie równania multiplikatywnego) więcej informacji niż otrzymano w rzeczywistości. Dlatego przy korekcie modelu rozrzutu istotnej zmiennej niezależnej (dot. parametru o wysokiej randze ważności) otrzymuje się spadek iloczynowej wartości współczynnika korelacji R_{il} [71].

4.2.3. Multiplikatywna regresja interpolowanych danych pomiarowych

Efektywność proponowanego algorytmu integracyjnego sprawdzono również na podstawie interpolowanych danych pomiarowych (tab. 3.2) pompy wirowej śmigłowej [91].

Tabela 4.9. Wartości liczbowe równań regresji i funkcji celu układu $n\phi HQN$ na podstawie interpolowanych danych pomiarowych z tab. 3.2 [91]

Lp.	Wartości liczbowe równań regresji $Y_i=f(X_{r_i})$					$Y_n=Y_{n-1}/Y_i$				
	$f(X_2)$	$f(X_1)$	$f(X_4)$	$f(X_3)$	$f(X_5)$	Y_{II}	Y_{III}	Y_{IV}	Y_V	$Y_{VI}=A$
1	53,622	0,917	1,011	1,017	1,001	0,953	1,039	1,028	1,011	1,010
2	54,544	0,917	0,999	1,004	1,000	0,928	1,012	1,013	1,009	1,009
3	55,522	0,917	0,996	0,977	1,000	0,901	0,982	0,986	1,009	1,009
4	56,556	0,917	0,996	0,973	1,001	0,902	0,983	0,987	1,015	1,014

5	57,646	0,917	0,997	0,970	1,001	0,902	0,984	0,987	1,018	1,017
6	53,622	0,945	1,014	1,012	1,001	0,979	1,036	1,021	1,009	1,008
7	54,544	0,945	1,020	1,017	0,999	0,970	1,026	1,006	0,990	0,990
8	55,522	0,945	1,014	1,013	0,999	0,960	1,016	1,002	0,989	0,990
9	56,556	0,945	1,005	1,006	1,000	0,957	1,012	1,007	1,001	1,002
10	57,646	0,945	0,998	0,996	1,000	0,952	1,008	1,010	1,014	1,013
11	58,792	0,945	0,995	0,984	1,001	0,917	0,970	0,975	0,990	0,989
12	59,994	0,945	0,997	0,971	1,000	0,882	0,933	0,935	0,963	0,963
13	53,622	1,091	0,994	0,992	1,003	1,097	1,005	1,010	1,019	1,016
14	54,544	1,091	1,018	1,008	0,999	1,102	1,010	0,991	0,984	0,984
15	55,522	1,091	1,000	1,016	0,999	1,106	1,013	1,013	0,998	0,998
16	56,556	1,091	0,995	1,017	1,000	1,105	1,013	1,017	1,001	1,001
17	57,646	1,091	0,996	1,014	1,001	1,103	1,011	1,015	1,001	1,000
18	58,792	1,091	0,996	1,008	0,998	1,077	0,987	0,990	0,982	0,984
19	59,994	1,091	0,963	1,000	0,989	1,050	0,962	0,999	0,999	1,010
20	53,622	1,024	1,007	0,946	1,007	0,977	0,954	0,948	1,002	0,994
21	54,544	1,024	1,010	0,984	1,000	1,003	0,979	0,969	0,984	0,984
22	55,522	1,024	0,995	1,007	0,999	1,027	1,002	1,007	1,000	1,001
23	56,556	1,024	0,997	1,012	1,000	1,033	1,008	1,011	0,999	0,999
24	57,646	1,024	0,998	1,015	1,001	1,036	1,011	1,013	0,998	0,998
25	58,792	1,024	0,998	1,016	1,001	1,044	1,019	1,022	1,005	1,005
26	59,994	1,024	0,998	1,017	1,001	1,052	1,027	1,029	1,012	1,011

Tabela 4.10. Zestawienie wielomianowych modeli regresji układu $n\phi HQN$ [91]

$Y_1 = f(X_2)$	$Y_1 = a_1 \cdot X_2^2 + a_2 \cdot X_2 + a_3$
$Y_2 = f(X_1)$	$Y_2 = a_1 \cdot X_1^3 + a_2 \cdot X_1^2 + a_3 \cdot X_1 + a_4$
$Y_3 = f(X_4)$	$Y_3 = a_1 \cdot X_4^5 + a_2 \cdot X_4^4 + a_3 \cdot X_4^3 + a_4 \cdot X_4^2 + a_5 \cdot X_4 + a_6$
$Y_4 = f(X_3)$	$Y_4 = a_1 \cdot X_3^4 + a_2 \cdot X_3^3 + a_3 \cdot X_3^2 + a_4 \cdot X_3 + a_5$
$Y_5 = f(X_5)$	$Y_5 = a_1 \cdot X_5^3 + a_2 \cdot X_5^2 + a_3 \cdot X_5 + a_4$

Ostateczną postać równania regresji wielokrotnej układu $n\phi HQN$ o danej randze ważności parametrów konstrukcyjnych i eksploatacyjnych można przedstawić w następujący sposób [91]:

$$Y = A \cdot Y_1(X_2) \cdot Y_2(X_1) \cdot Y_3(X_4) \cdot Y_4(X_3) \cdot Y_5(X_5) \quad (4.18)$$

Wszystkie zamodelowane równania wielomianowe charakteryzuje jednostajny przebieg krzywej aproksymującej.

Tabela 4.11. Wyniki analizy statystycznej układu $n\phi HQN$, modelowanego równaniami wielomianowymi z tabeli 4.10 [91]

	Współczynnik korelacji R	Udział wariancji wyjaśnionej [%]
$Y_1=f(X_2)$	0,45185	20,417
$Y_2=f(X_1)$	0,93929	88,227
$Y_3=f(X_4)$	0,43439	18,870
$Y_4=f(X_3)$	0,83332	69,442
$Y_5=f(X_5)$	0,22176	4,9177

Im mniejsza jest wariancja wartości resztowych wokół wykresu regresji, tym lepsza jest jakość predykcji modelu. W tabeli 4.11, oprócz procentowego udziału wariancji wyjaśnionej, podano również odpowiednie wartości współczynników korelacji R poszczególnych funkcji. Kierując się jego wartością $R \in \langle 0,1 \rangle$, dobrano optymalne modele wielomianowe równań regresji. Parametry modelu oszacowano na drodze estymacji, za pomocą metody quasi-Newtona [91].

Celem potwierdzenia danych wyników, przeprowadzono kolejne obliczenia, uwzględniające w pierwszym modelu zależności $Y_1 = f(X_2)$ wielomian stopnia pierwszego [91].

Tabela 4.12. Zestawienie modeli regresji i odpowiadających im równań wielomianowych układu $n\phi HQN$ [91]

$Y_1 = f(X_2)$	$Y_1 = a_1 \cdot X_2 + a_2$
$Y_2 = f(X_1)$	$Y_2 = a_1 \cdot X_1^3 + a_2 \cdot X_1^2 + a_3 \cdot X_1 + a_4$
$Y_3 = f(X_4)$	$Y_3 = a_1 \cdot X_4^5 + a_2 \cdot X_4^4 + a_3 \cdot X_4^3 + a_4 \cdot X_4^2 + a_5 \cdot X_4 + a_6$
$Y_4 = f(X_3)$	$Y_4 = a_1 \cdot X_3^4 + a_2 \cdot X_3^3 + a_3 \cdot X_3^2 + a_4 \cdot X_3 + a_5$
$Y_5 = f(X_5)$	$Y_5 = a_1 \cdot X_5^3 + a_2 \cdot X_5^2 + a_3 \cdot X_5 + a_4$

Tabela 4.13. Wyniki analizy statystycznej układu $n\phi HQN$ modelowanego równaniami wielomianowymi z tabeli 4.12 [91]

	Współczynnik korelacji R	Udział wariancji wyjaśnionej [%]
$Y_1=f(X_2)$	0,45135	20,372
$Y_2=f(X_1)$	0,94050	88,455
$Y_3=f(X_4)$	0,44106	19,453
$Y_4=f(X_3)$	0,83281	69,358
$Y_5=f(X_5)$	0,22121	4,8933

Zastosowane działanie nie ma istotnego wpływu na końcowe wyniki obliczeń. Ponadto parametry Q , H , N są współzależne, co jest przyczyną utrudnionej oceny prawidłowej rangi ważności rozpatrywanych parametrów metodą wielowartościowych

drzew logicznych. Oprócz tego interakcyjność tych trzech parametrów ma niekorzystny wpływ na ocenę jakościową drogą regresyjną, gdyż jednym z warunków prawidłowej analizy regresji jest brak zależności między zmiennymi opisującymi. Chociaż bazując w tym przypadku na podstawie prawidłowej oceny rangi ważności parametrów pompy wirowej śmigłowej, można tę interakcję w danej analizie uznać za czynnik dopuszczalny [91].

W celu wykazania istotności kolejności aproksymacji rozrzutów danych pomiarowych odpowiednich parametrów, przedstawiono w tab. 4.14 oraz tab. 4.15 wyniki analizy jakościowej układu $\varphi nHQ N$ [91].

Tabela 4.14. Zestawienie modeli regresji i odpowiadających im równań wielomianowych układu $\varphi nHQ N$ [91]

$Y_1 = f(X_1)$	$Y_2 = a_1 \cdot X_1^3 + a_2 \cdot X_1^2 + a_3 \cdot X_1 + a_4$
$Y_2 = f(X_2)$	$Y_2 = a_1 \cdot X_2^2 + a_2 \cdot X_2 + a_3$
$Y_3 = f(X_4)$	$Y_3 = a_1 \cdot X_4^5 + a_2 \cdot X_4^4 + a_3 \cdot X_4^3 + a_4 \cdot X_4^2 + a_5 \cdot X_4 + a_6$
$Y_4 = f(X_3)$	$Y_4 = a_1 \cdot X_3^4 + a_2 \cdot X_3^3 + a_3 \cdot X_3^2 + a_4 \cdot X_3 + a_5$
$Y_5 = f(X_5)$	$Y_5 = a_1 \cdot X_5^3 + a_2 \cdot X_5^2 + a_3 \cdot X_5 + a_4$

Tabela 4.15. Wyniki analizy statystycznej układu $\varphi nHQ N$ modelowanego równaniami wielomianowymi z tabeli 4.14 [91]

	Współczynnik korelacji R	Udział wariacji wyjaśnionej [%]
$Y_1=f(X_1)$	0,89330	79,799
$Y_2=f(X_2)$	0,74590	55,636
$Y_3=f(X_4)$	0,74681	55,772
$Y_4=f(X_3)$	0,24492	5,9985
$Y_5=f(X_5)$	0,23389	5,4704

Ogólną postać równania regresji wielokrotnej analizowanego układu parametrów konstrukcyjnych i eksploatacyjnych $\varphi nHQ N$ przedstawiono wzorem (4.5) [91].

Na podstawie tab. 4.15 wykazano malejącą tendencję wartości współczynników korelacji R danego układu parametrów $\varphi nHQ N$. Świadczy to o istotności wpływu odpowiedniego parametru na sprawność rozpatrywanego układu. To oznacza, że φ – kąt nachylenia łopatek wirnika pompy wirowej śmigłowej jest najbardziej istotnym parametrem w procesie projektowania, a moc – N najmniej istotnym [91].

Gdyby jednak za kryterium oceny jakościowej hierarchii ważności kolejności danych parametrów na poszczególnych piętrach drzewa logicznego przyjąć iloczyn

odpowiednich wartości współczynników korelacji, wtedy dla analizowanych układów otrzymuje się wyniki [91]:

- $n\varphi HQN$ (na podstawie modeli równań z tab. 4.10) $R=0,0341$;
- $n\varphi HQN$ (na podstawie modeli równań z tab. 4.12) $R=0,0345$;
- $\varphi nHQN$ (na podstawie modeli równań z tab. 4.14) $R=0,0285$.

Najmniejszą iloczynową wartość poszczególnych współczynników korelacji R_i ma układ $\varphi nHQN$. Świadczy to o większej istotności prędkości obrotowej n w stosunku do kąta nachylenia łopatek wirnika φ [91].

W przypadku tab. 4.11 oraz 4.13 analizowanego układu parametrów $n\varphi HQN$ brak jest jednoznacznej malejącej tendencji współczynników korelacji R poszczególnych równań. Skutkuje to trudnością aproksymacji wykresu rozrzutu danych pomiarowych – parametru eksploatacyjnego n i sprawności pierwotnej η (wyliczonej na podstawie danych empirycznych). Specyficzny charakter tego rozrzutu jest trudny do zamodelowania nie tylko za pomocą zależności wielomianowych, ale także innych funkcji matematycznych z uwzględnieniem jednostajnego przebiegu krzywej regresji. Niekorzystny wpływ na kolejność obliczeń etapowych oraz brak możliwości określenia monotoniczności wyników statystycznych (pozostałych współczynników korelacji i udziałów wariancji wyjaśnionych) ma przyjęcie w pierwszym etapie modelowania zaniżonej wartości współczynnika R . Pomimo tego wartość iloczynowa współczynnika R_{ij} układu $n\varphi HQN$ opisanego równaniami z tab. 4.10 oraz 4.12 jest wyższa [91].

4.2.4. Uwagi i wnioski

Podstawowym problemem, występującym w opisanych zagadnieniach, jest aproksymacja rozrzutu danych odpowiednią funkcją: wielomianową, trygonometryczną, potęgową, wykładniczą, logarytmiczną, itd. Należy mieć również na uwadze dwa rodzaje niedoskonałości: dotyczące danych wejściowych oraz wybranego modelu (typu i klasy funkcji), którym opisano charakter rozrzutu danych. W związku z tym można wyróżnić dwa rodzaje błędów tj. błąd pomiarów oraz błąd modelu [91, 92].

W przeprowadzonych rozważaniach skorzystano w większości z równań wielomianowych określonego stopnia, gdyż ich charakter dość dobrze dopasowano do rozrzutu danych. Wielomian zbyt wysokiego stopnia może bardzo silnie reagować na zaburzenia związane z danymi wejściowymi (co jest szczególnie widoczne w skrajnych

częściach przedziałów), a zatem w tego typu analizie należy się ograniczyć do modeli wielomianowych określonego stopnia. Można w ten sposób zminimalizować wpływ nadmiernej predykcji modelu w przypadku wszystkich konfiguracji poszczególnych parametrów. Brak uwzględnienia tego typu zjawiska, celem uzyskania maksymalnej minimalizacji funkcji straty, jest czynnikiem mniej dokładnych wyników [91, 92].

Korzystając z uwag zawartych w rozdziale należy zaznaczyć, że w zależności od charakteru rozrzutu danych tak powinno się dobierać typy funkcji poszczególnych modeli regresji, aby były one łatwe do interpretacji i reprezentatywne dla rozpatrywanych charakterystyk obiektu z uwzględnieniem kryterium kompromisu.

4.3. Kryterium kompromisu w optymalizacji dyskretnej na przykładzie pomp zębatych

4.3.1. Analiza sprawności pomp zębatych [53, 97]

Sprawność całkowitą pomp wyporowych scharakteryzowano za pomocą parametrów konstrukcyjnych, eksploatacyjnych oraz wzajemnych relacji występujących między nimi. Oznacza to, że w procesie projektowania oraz eksploatacji pomp istnieje problem optymalnego doboru parametrów eksploatacyjnych do konkretnego obiektu lub doboru parametrów konstrukcyjnych do planowanych warunków eksploatacji.

Sprawność całkowitą pompy η_c określa się ilorazem mocy wyjściowej N_{wy} i mocy wejściowej N_{we} lub jako iloczyn sprawności objętościowej i hydrauliczno-mechanicznej:

$$\eta_c = \frac{N_{wy}}{N_{we}} = \eta_v \cdot \eta_{hm} \quad (4.19)$$

Sprawność objętościowa pompy η_v jest ilorazem wydajności rzeczywistej Q_{rz} i wydajności teoretycznej Q_i :

$$\eta_v = \frac{Q_{rz}}{Q_i} \quad (4.20)$$

Całkowite straty objętościowe w pompie określono następującymi czynnikami: niecałkowitym wypełnieniem komór roboczych w okresie ssania, ściśliwością cieczy, odkształceniem elementów pompy oraz przeciekami wewnętrznymi, proporcjonalnymi

do lepkości i gęstości cieczy. Analizując wszystkie współczynniki oraz odpowiednie zależności między nimi, ostatecznie otrzymuje się wzór:

$$\eta_V = 1 - c_\mu \frac{p}{2\pi \cdot \mu \cdot n} - c_r \frac{1}{n} \sqrt{\frac{2p}{\rho}} \cdot \sqrt[3]{q^{-1}}, \quad (4.21)$$

gdzie:

- c_μ – współczynnik będący funkcją rozmiarów i liczby szczelin ($c_\mu=2 \cdot 10^{-8}$),
- c_r – współczynnik zależny od rodzaju i rozmiaru szczelin oraz od wydajności właściwej pompy ($c_r=2 \cdot 10^{-4}$),
- p – ciśnienie robocze *MPa*,
- q – wydajność właściwa ($q=25 \cdot 10^{-12} \text{ m}^3/\text{obr}$),
- n – prędkość obrotowa wałka s^{-1} ,
- μ – lepkość dynamiczna cieczy *Pa·s*,
- ρ – gęstość cieczy ($\rho=900 \text{ kg/m}^3$).

Najczęściej w pompach wporowych nie wyodrębnia się strat mechanicznych i hydraulicznych, lecz traktuje się je łącznie i wprowadza pojęcie sprawności hydrauliczno-mechanicznej.

Sprawność hydrauliczno-mechaniczna η_{hm} jest ilorazem momentu teoretycznego M_t do sumy momentu strat hydrauliczno-mechanicznych ΔM i momentu teoretycznego M_t , czyli:

$$\eta_{hm} = \frac{M_t}{M_t + \Delta M}. \quad (4.22)$$

Analizując wszystkie współczynniki oraz odpowiednie zależności między nimi, otrzymuje się zależność:

$$\eta_{hm} = \frac{1}{1 + c_v \frac{2\pi \cdot \mu \cdot n}{p} + c_\rho \frac{\rho \cdot n^2}{2p} \sqrt[3]{q^2} + c_p}, \quad (4.23)$$

gdzie:

- c_v – współczynnik konstrukcyjny zależny od rodzaju pompy ($c_v=0,45 \cdot 10^5$),
- c_ρ – współczynnik proporcjonalności związany głównie z wydajnością właściwą pompy ($c_\rho=160$),

c_p – współczynnik zależny od rodzaju pompy, od jej gabarytów i sił obciążających jej łożyskowanie ($c_p=0,045$).

Ostatecznie sprawność całkowitą określa się następującym wzorem:

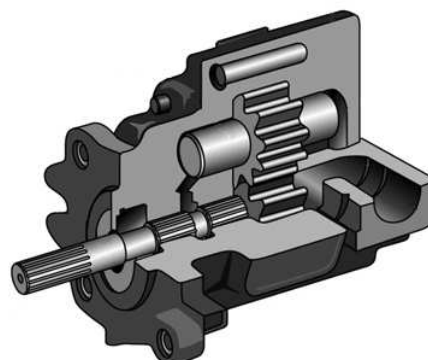
$$\eta_c = \frac{1 - c_\mu \frac{p}{2\pi \cdot \mu \cdot n} - c_r \frac{1}{n} \sqrt{\frac{2p}{\rho}} \cdot \sqrt[3]{q^{-1}}}{1 + c_v \frac{2\pi \cdot \mu \cdot n}{p} + c_p \frac{\rho \cdot n^2}{2p} \sqrt[3]{q^2} + c_p} \quad (4.24)$$

W opracowaniu przyjęto jako funkcje celu sprawność objętościową, hydrauliczno-mechaniczną oraz całkowitą. Optymalizację sprawności przeprowadzono z założeniem stałości parametrów konstrukcyjnych.

Poszukując optymalnej wartości funkcji celu, przyjęto z [53] wartości arytmetyczne parametrów eksploatacyjnych μ , n , p oraz sprawności η_v , η_{hm} , η_c (tabela 4.16). Rys. 4.6 oraz rys. 4.7 przedstawiono analizowany typ pompy zębatej.



Rys. 4.6. Analizowana pompa zębata w widoku ogólnym [142]



Rys. 4.7. Pompa zębata w przekroju [142]

Tabela 4.16. Wartości arytmetyczne ustalonych parametrów eksploatacyjnych μ , n , p i funkcji celu η_v , η_{hm} , η_c

Lp.	μ	n	p	η_v	η_{hm}	η_c
1	0,015	44	6,3	0,951	0,914	0,870
2	0,015	44	10	0,929	0,930	0,863
3	0,015	44	12	0,917	0,934	0,856
4	0,015	48	6,3	0,955	0,909	0,869
5	0,015	48	10	0,935	0,926	0,866
6	0,015	48	12	0,924	0,931	0,860
7	0,015	49,6	6,3	0,957	0,907	0,868
8	0,015	49,6	10	0,937	0,925	0,866
9	0,015	49,6	12	0,926	0,930	0,861
10	0,018	44	6,3	0,956	0,910	0,870
11	0,018	44	10	0,937	0,927	0,868

12	0,018	44	12	0,926	0,931	0,863
13	0,018	48	6,3	0,960	0,904	0,868
14	0,018	48	10	0,942	0,923	0,869
15	0,018	48	12	0,933	0,928	0,866
16	0,018	49,6	6,3	0,961	0,902	0,867
17	0,018	49,6	10	0,944	0,921	0,870
18	0,018	49,6	12	0,935	0,927	0,867
19	0,025	44	6,3	0,963	0,898	0,865
20	0,025	44	10	0,948	0,919	0,871
21	0,025	44	12	0,940	0,925	0,870
22	0,025	48	6,3	0,966	0,892	0,862
23	0,025	48	10	0,952	0,915	0,871
24	0,025	48	12	0,945	0,922	0,871
25	0,025	49,6	6,3	0,968	0,889	0,860
26	0,025	49,6	10	0,954	0,913	0,871
27	0,025	49,6	12	0,947	0,920	0,871

4.3.2. Ocena rangi ważności parametrów eksploatacyjnych z punktu widzenia sprawności hydrauliczno-mechanicznej

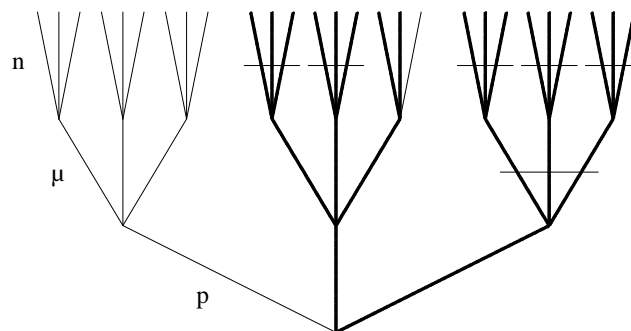
W celu określenia istotności wpływu poszczególnych parametrów eksploatacyjnych, z tabeli 4.16, na założone funkcje celu, przypisano im odpowiednie zmienne decyzyjne [97]:

$$\mu = 0,015 \text{ Pa} \cdot \text{s} - 0; \mu = 0,018 \text{ Pa} \cdot \text{s} - 1; \mu = 0,025 \text{ Pa} \cdot \text{s} - 2;$$

$$n = 44 \text{ s}^{-1} - 0; n = 48 \text{ s}^{-1} - 1; n = 49,6 \text{ s}^{-1} - 2;$$

$$p = 6,3 \text{ MPa} - 0; p = 10 \text{ MPa} - 1; p = 12 \text{ MPa} - 2.$$

Na tej podstawie w odniesieniu do tab. 4.16 otrzymano odpowiednie logiczne drzewa decyzyjne poszczególnych sprawności η_V , η_{hm} oraz η_c . Przykład optymalnego drzewa logicznego układu parametrów $p\mu n$, z minimalną liczbą gałęzi równą 7, przedstawiono na rys. 4.8 [97].



Rys. 4.8. Wielowartościowe drzewo logiczne układu $p\mu n$ (liczba gałęzi 7) [97]

W analizie oceny jakościowej rangi ważności, oznaczono poszczególne parametry eksploatacyjne za pomocą odpowiednich zmiennych niezależnych $\mu - X_1$, $n - X_2$, $p - X_3$ i zmiennej zależnej $\eta_{hm} - Y_I$ (sprawność pierwotna – wyliczona na podstawie danych empirycznych) [97].

Tabela 4.17. Wartości liczbowe równań regresji i funkcji celu układu $p\mu n$ na podstawie danych pomiarowych z tabeli 4.16 [97]

Lp.	Wartości liczbowe równań regresji $Y_i=f(X_{r_i})$			$Y_n=Y_{n-I}/Y_i$		
	$Y_1=f(X_3)$	$Y_2=f(X_1)$	$Y_3=f(X_2)$	Y_{II}	Y_{III}	$Y_{IV}=A$
1	0,904	1,004	1,003	1,012	1,008	1,005
2	0,924	1,004	1,003	1,006	1,002	0,999
3	0,931	1,004	1,003	1,003	1,000	0,997
4	0,904	1,004	0,998	1,006	1,002	1,004
5	0,924	1,004	0,998	1,002	0,998	1,000
6	0,931	1,004	0,998	1,000	0,997	0,999
7	0,904	1,004	0,996	1,004	1,000	1,004
8	0,924	1,004	0,996	1,001	0,997	1,001
9	0,931	1,004	0,996	0,999	0,995	0,999
10	0,904	0,999	1,003	1,006	1,007	1,004
11	0,924	0,999	1,003	1,002	1,003	1,000
12	0,931	0,999	1,003	1,000	1,001	0,998
13	0,904	0,999	0,998	1,000	1,001	1,003
14	0,924	0,999	0,998	0,998	0,999	1,001
15	0,931	0,999	0,998	0,997	0,998	1,000
16	0,904	0,999	0,996	0,998	0,998	1,002
17	0,924	0,999	0,996	0,997	0,997	1,001
18	0,931	0,999	0,996	0,996	0,996	1,000
19	0,904	0,990	1,003	0,994	1,004	1,001
20	0,924	0,990	1,003	0,994	1,004	1,002
21	0,931	0,990	1,003	0,994	1,004	1,001
22	0,904	0,990	0,998	0,987	0,997	0,999
23	0,924	0,990	0,998	0,990	1,000	1,002
24	0,931	0,990	0,998	0,990	1,000	1,002
25	0,904	0,990	0,996	0,984	0,994	0,998
26	0,924	0,990	0,996	0,988	0,998	1,002
27	0,931	0,990	0,996	0,988	0,998	1,002

gdzie: Y_I – wartości sprawności pierwotnej η_{hm} (wyliczonej na podstawie danych empirycznych z tabeli 4.16).

Tabela 4.18. Zestawienie modeli i odpowiadającym im równań regresji układu $p\mu n$ [97]

$Y_1 = f(X_3)$	$Y_1 = a_1 \cdot X_3^2 + a_2 \cdot X_3 + a_3$
$R = 0,8689$	$Y_1 = -0,0004 \cdot X_3^2 + 0,0121 \cdot X_3 + 0,8434$
$Y_2 = f(X_1)$	$Y_2 = a_1 \cdot e^{a_2 \cdot X_1}$
$R = 0,8622$	$Y_2 = 1,0248 \cdot e^{-1,3894 \cdot X_1}$
$Y_3 = f(X_2)$	$Y_3 = a_1 \cdot X_2 + a_2$
$R = 0,8155$	$Y_3 = -0,0012 \cdot X_2 + 1,0556$

Wszystkie zamodelowane równania (tabela 4.18) oraz pozostałe (nieprzedstawione) charakteryzuje jednostajny przebieg krzywej aproksymującej [97].

Ostateczną postać modelu regresji wielokrotnej układu $p\mu n$ o danej randze ważności parametrów eksploatacyjnych można przedstawić w następujący sposób [97]:

$$Y = A \cdot Y_1(X_3) \cdot Y_2(X_1) \cdot Y_3(X_2). \quad (4.25)$$

Wartość iloczynowego współczynnika R_{il} układu parametrów $p\mu n$ wynosi 0,6109. Jest to potwierdzeniem tezy o zależności iloczynowej wartości współczynnika korelacji R_{il} multiplikatywnego równania regresji wielokrotnej i optymalnego decyzyjnego drzewa logicznego danego układu parametrów [97].

Celem sprawdzenia przeprowadzono obliczenia następujących układów: μnp , μpn , $pn\mu$, $p\mu n$, $n\mu p$, $np\mu$, w stosunku do każdej z trzech sprawności η_v , η_{hm} oraz η_c . W tabeli 4.19 przedstawiono wyniki obliczeń wszystkich konfiguracji piętrowych [97].

Tabela 4.19. Wyniki analizy jakościowej poszczególnych układów [97]

Układ piętrowy parametrów eksploatacyjnych	Iloczynowa wartość współczynnika korelacji R_{il}			Liczba gałęzi prawdziwych (po redukcji)		
	η_v	η_{hm}	η_c	η_v	η_{hm}	η_c
μnp	0,1202	0,0969	0,0044	20	29	9
μpn	0,3949	0,3008	0,0080	10	11	5
$pn\mu$	0,2888	0,3339	0,0111	13	7	12
$p\mu n$	0,5942	0,6109	0,0099	7	7	6
$n\mu p$	0,1048	0,0893	0,0088	20	29	11
$np\mu$	0,1672	0,1733	0,0080	16	11	13

Współczynniki R_{il} w tabeli 4.19 obliczono z uwzględnieniem wszystkich wartości arytmetycznych poszczególnych parametrów eksploatacyjnych. Podane liczby gałęzi prawdziwych dotyczą natomiast logicznych drzew decyzyjnych,

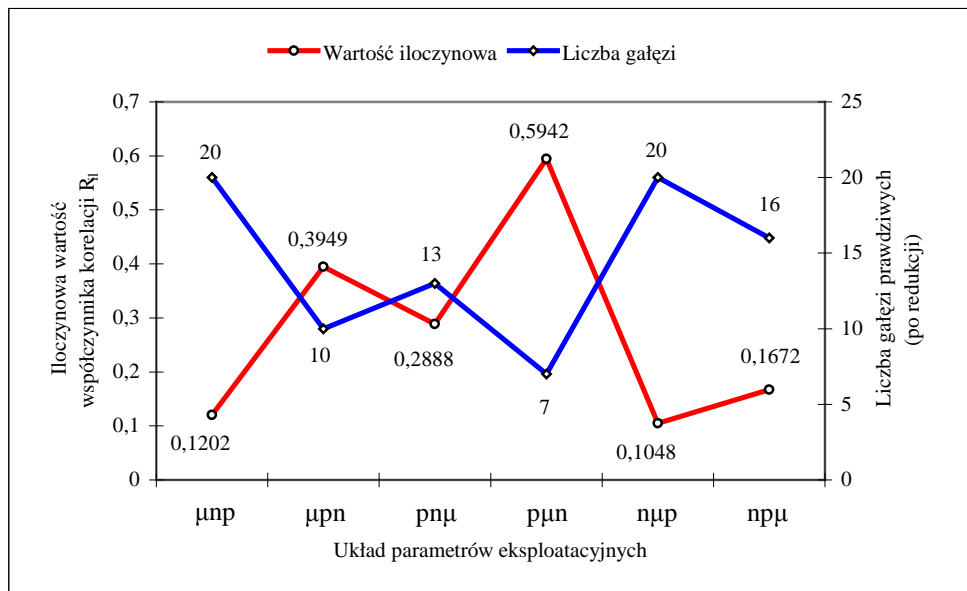
z uwzględnieniem wartości parametrów μ , p , n , odpowiadającym zaokrąglonym wartościom funkcji celu [97]:

- sprawności objętościowej $\eta_v \geq 0,95$;
- sprawności hydrauliczno-mechanicznej $\eta_{hm} \geq 0,92$;
- sprawności całkowitej $\eta_c \geq 0,871$.

Niewielkie rozbieżności pomiędzy wartościami R_{il} i liczbą gałęzi prawdziwych logicznych drzew decyzyjnych sprawności całkowitej są skutkiem interakcji wśród poszczególnych parametrów μ , p , n (gdyż sprawność całkowita jest iloczynem sprawności hydrauliczno-mechanicznej i objętościowej) [97].

4.3.3. Graficzna interpretacja iloczynowego współczynnika korelacji R_{il}

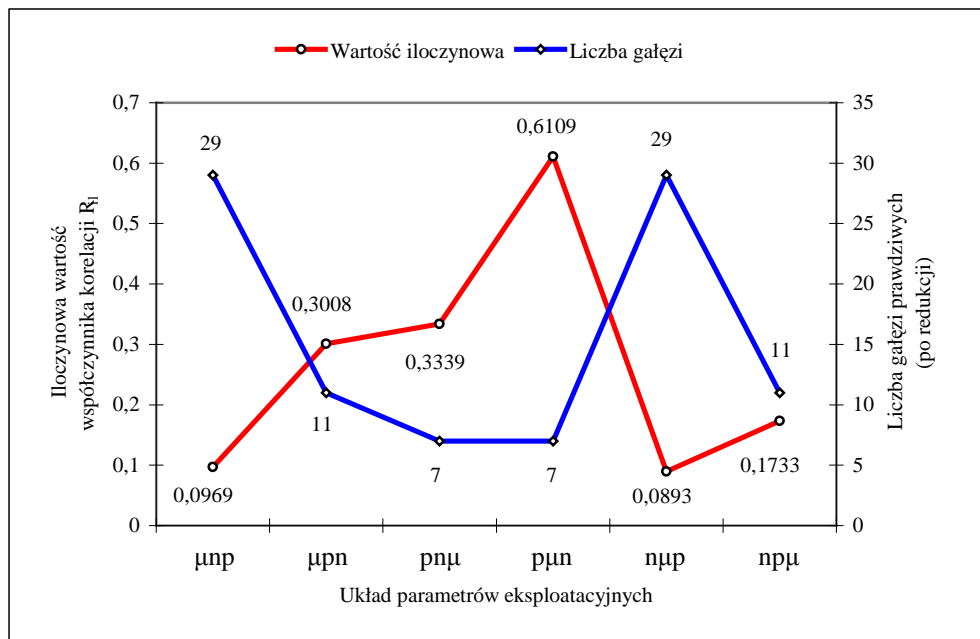
W celu zrozumienia zależności pomiędzy iloczynową wartością współczynnika korelacji R_{il} multiplikatywnego równania regresji wielokrotnej i liczbą gałęzi prawdziwych (po redukcji) logicznego drzewa decyzyjnego, przedstawiono jej interpretację graficzną. Na podstawie analizy jakościowej układów parametrów eksploatacyjnych (μ , p , n) pompy zębatej (tab. 4.19) otrzymano następujące wykresy (rys. 4.9 i rys. 4.10) [62].



Rys. 4.9. Zależność R_{il} i liczby gałęzi prawdziwych w obszarze sprawności objętościowej η_v [62]

Dana interpretacja graficzna (rys. 4.9) jest dowodem poprawności założonej tezy, tj. wzrostu iloczynowej wartości współczynnika korelacji R_{il} multiplikatywnego równania

regresji wielokrotnej (4.25), w stosunku do spadku liczby gałęzi prawdziwych (po redukcji) logicznego drzewa decyzyjnego [62].



Rys. 4.10. Zależność R_{il} i liczby gałęzi prawdziwych w obszarze sprawności hydrauliczno-mechanicznej η_{hm} [62]

Na rys. 4.10. przedstawiono przypadek rozstrzygnięcia rangi ważności parametrów eksploatacyjnych w przypadku istnienia dwóch drzew optymalnych (o tej samej liczbie gałęzi prawdziwych). Wyższą iloczynową wartość współczynnika korelacji R_{il} ma drzewo o układzie piętrowym $p\mu n$.

5. Efektywność typów modeli regresji wielokrotnej w statystycznej analizie danych parametrów pompy zębatej

5.1. Porównanie typów modeli regresji wielokrotnej na przykładzie eksploracji danych parametrów pompy zębatej

5.1.1. Analiza addytywna

Przed analizą porównawczą efektywności doboru modelu addytywnego i multiplikatywnego do statystycznej analizy danych parametrów pompy zębatej należy wiedzieć, że statystyczne procedury analizy regresji dwóch i więcej zmiennych niezależnych oparte są na procedurach analizy regresji jednej zmiennej niezależnej. Statystyczny model regresji prostej postaci addytywnej określono równaniem [60]:

$$Y = \hat{Y} + \xi_{(a)}, \quad (5.1)$$

gdzie: $\hat{Y} = f(X) = E(Y/X)$ oznacza teoretyczne poziomy zmiennej zależnej, odczytane z funkcji regresji $f(X)$ i określane jako warunkowe wartości oczekiwane zmiennej Y na ustalonym poziomie zmiennej X ; $\xi_{(a)} = Y - \hat{Y}$ oznacza zmienną losową (addytywny składnik przypadkowy), co do której formułowane jest założenie normalności rozkładu z parametrami [60]:

$$\xi_{(a)} \Rightarrow N[m_{\xi_{(a)}} = E(\xi_{(a)}) = 0, \sigma_{\xi_{(a)}} = \sqrt{E(\xi_{(a)}^2)} > 0], \quad (5.2)$$

gdzie $\sigma_{\xi_{(a)}}^2$ jest stała i niezależna od X [60].

W przedstawionej addytywnej analizie statystycznej, oznaczono poszczególne parametry eksploatacyjne pompy zębatej za pomocą następujących zmiennych niezależnych: $\mu - X_1$, $n - X_2$, $p - X_3$, i zmiennej zależnej $\eta_c - Y$. Związek funkcyjny parametrów eksploatacyjnych i funkcji celu można przedstawić w następujący sposób:

$$\eta_c = f(\mu, n, p), \quad (5.3)$$

natomiast model jako:

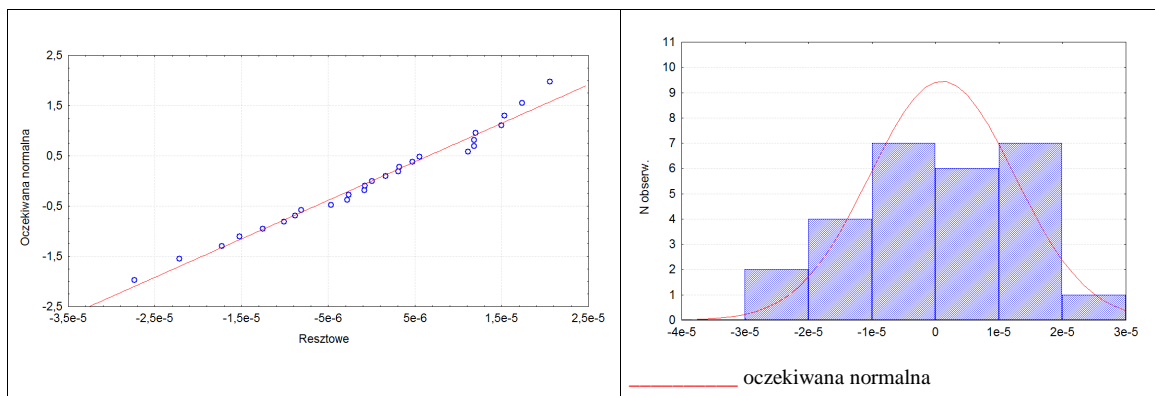
$$Y = a_0 + a_1 \cdot X_1 + a_2 \cdot X_2 + a_3 \cdot X_3 + a_4 \cdot X_1^2 + a_5 \cdot X_2^2 + a_6 \cdot X_3^2 + a_7 \cdot X_1 \cdot X_2 + a_8 \cdot X_1 \cdot X_3 + a_9 \cdot X_2 \cdot X_3 + a_{10} \cdot X_1^2 \cdot X_2 + a_{11} \cdot X_1 \cdot X_2^2 + a_{12} \cdot X_1^2 \cdot X_3 + a_{13} \cdot X_1 \cdot X_3^2 + a_{14} \cdot X_2^2 \cdot X_3 + a_{15} \cdot X_2 \cdot X_3^2 + a_{16} \cdot X_1 \cdot X_2 \cdot X_3. \quad (5.4)$$

Postać modelu addytywnego (5.4) przyjęto na podstawie otrzymania najwyższego współczynnika determinacji R^2 . Procentowe przedstawienie tego współczynnika $100 \cdot R^2$ jest odpowiedzią na pytanie, jaki procent zmienności Y wyjaśniono zmiennością X . Warunkiem decydującym o przyjęciu poprawności modelu jest jednak analiza jego własności predykcyjnych, którą poprzedza operacja oszacowania wartości parametrów.

Estymację parametrów modelu (5.4) przeprowadzono metodą quasi-Newtona, a otrzymane wartości przedstawiono jako:

$a_0=0,901668$; $a_1=4,021897$; $a_2=0,001439$; $a_3=-0,031951$; $a_4=-90,237481$; $a_5=-0,000027$;
 $a_6=0,000374$; $a_7=-0,202335$; $a_8=0,997735$; $a_9=0,000606$; $a_{10}=2,059910$; $a_{11}=0,000790$;
 $a_{12}=-9,997644$; $a_{13}=-0,012305$; $a_{14}=-0,000002$; $a_{15}=-0,000011$; $a_{16}=-0,001418$.

Pierwiastek kwadratowy współczynnika determinacji ma wartość $R=0,999995$; która spełnia pożądane założenie jakości modelu. Podstawą przyjęcia modelu do wnioskowania statystycznego jest określenie jego własności predykcyjnych na podstawie analizy rozkładu reszt regresyjnych [41]. W tym celu sporządzono wykres normalności reszt (rys. 5.1) oraz histogram reszt (rys. 5.2):



Rys. 5.1. Wykres normalności reszt [69]

Rys. 5.2. Histogram reszt [69]

W wyniku oceny przebiegu graficznego (rys. 5.1 i rys. 5.2) należy stwierdzić, że nie ma w tym przypadku większych odstępstw od założonego warunku o rozkładzie normalnym reszt.

W przeciwnym przypadku (braku rozkładu normalnego reszt) otrzyma się znaczną dyspersję punktów w stosunku do oczekiwanej normalnej. Na rys. 5.1 punkty ułożone są wzdłuż prostej reprezentatywnie. Adekwatne informacje otrzymano również na podstawie histogramu reszt (rys. 5.2). W sytuacji idealnej linia krzywej normalnej przechodziłaby przez środki górnych krawędzi słupków. Niewielkie odchylenie od

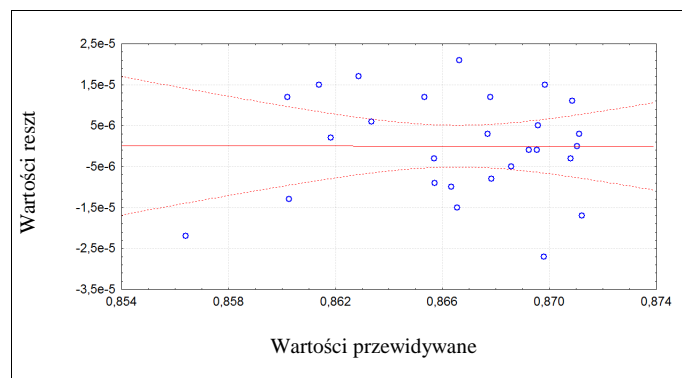
normalności (zwłaszcza w przypadku dużych prób losowych) nie jest niebezpieczne [125]. Jeśli ocena przebiegu graficznego budzi wątpliwości co do normalności rozkładu reszt regresyjnych, to można wykorzystać test Shapiro-Wilka. Należy w tym celu sformułować dwie hipotezy:

- hipotezę zerową H_0 : składnik losowy ζ ma rozkład normalny $N(m, \sigma)$;
- hipotezę alternatywną H_1 : składnik losowy ζ nie ma rozkładu normalnego $N(m, \sigma)$.

Weryfikacją hipotez jest wynik testu Shapiro-Wilka. W rozpatrywanym przypadku wartość tej statystyki jest następująca: $W=0,9743$.

Uwzględniając dwustronną lokalizację przedziałów krytycznych, wartości W^* przy założonym poziomie istotności $\alpha=0,1$ i liczebności próby $n=27$, są następujące: $W^*(\alpha/2)=0,923$ oraz $W^*(1-\alpha/2)=0,985$; gdzie W^* jest wartością krytyczną odczytaną z tablic testu Shapiro-Wilka. Obliczona wartość W jest poza przedziałami krytycznymi: $W^*(0,05) < W < W^*(0,95)$, nie ma zatem podstaw do odrzucenia hipotezy H_0 .

Aby jeszcze dokładniej przeanalizować proponowany model, można skorzystać z założenia homoscedastyczności - stałości wariancji reszt regresyjnych [25, 41, 133]. Wykonano w tym celu wykres rozrzutu reszt względem wartości przewidywanych (rys. 5.3).



Rys. 5.3. Wykres rozrzutu wartości reszt względem wartości przewidywanych dla modelu addytywnego [69]

Otrzymanym rozrzutem punktów (rys. 5.3) potwierdzono spełnienie warunku homoscedastyczności – braku deterministycznej zależności reszt, gdyż z założenia pożądanym jest rozrzut punktów w postaci równomiernej chmury.

Niespełnienie tego warunku świadczyłoby o heteroscedastyczności i autokorelacji reszt. Jest to zjawisko niepożądane i ma z reguły sens tylko wtedy, gdy

obserwacje w próbie są uporządkowane czasowo lub przestrzennie. W sytuacjach wątpliwych (przy spełnieniu odpowiednich założeń), można posłużyć się testem Durbina-Watsona [25, 125].

Na podstawie wyników przeprowadzonej analizy można dopuścić proponowany model addytywny (5.4) jako poprawny do statystycznego wnioskowania zależności (5.3).

5.1.2. Analiza multiplikatywna

Model regresji może mieć również postać multiplikatywną [60], czyli:

$$Y = \hat{Y} \cdot \xi_{(m)}, \quad (5.5)$$

gdzie: $\xi_{(m)} = Y : \hat{Y}$, przy podtrzymaniu założenia normalności rozkładu multiplikatywnego składnika przypadkowego, ale z parametrami [60]:

$$\xi_{(m)} \Rightarrow N[m_{\xi_{(m)}} = E(\xi_{(m)}) = 1, \sigma_{\xi_{(m)}} = \sqrt{E(\xi_{(m)} - 1)^2} > 0], \quad (5.6)$$

gdzie tak jak poprzednio $\sigma_{\xi_{(m)}}^2$ jest stała i niezależna od X [60].

Celem przeprowadzenia multiplikatywnej analizy statystycznej przyjęto następujące zmienne niezależne: $\eta_V - X_1$, $\eta_{hm} - X_2$ i zmienną zależną $\eta_c - Y$. Związek funkcyjny zmiennych niezależnych i funkcji celu można zapisać:

$$\eta_c = f(\eta_V, \eta_{hm}). \quad (5.7)$$

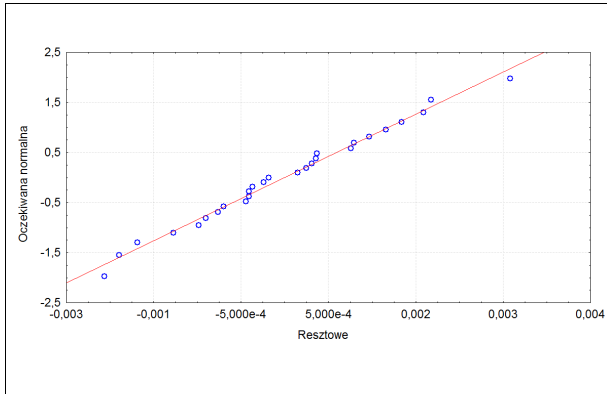
Przed ustaleniem typu multiplikatywnego modelu regresji wielokrotnej, należy przeanalizować charakter zależności poszczególnych zmiennych niezależnych X_i i zmiennej zależnej Y . Mając na uwadze wcześniej omówione założenia, można opisać zależność $Y=f(X_1)$ następującym modelem:

$$Y = a \cdot (a_1 \cdot X_1^2 + b_1 \cdot X_1 + c_1) / (X_1 \cdot (1/\exp(d_1)) + f_1). \quad (5.8)$$

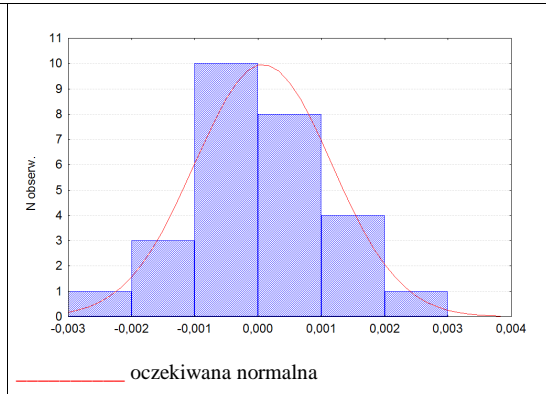
Estymowane parametry modelu (5.8) mają następujące wartości:

$a=1,872980$; $a_1=-19,136230$; $b_1=36,248200$; $c_1=-16,242500$; $d_1=3,576300$; $f_1=1,960420$.

Pierwiastek kwadratowy współczynnika determinacji ma zadowalającą wartość $R=0,958439$; a rozkład reszt regresyjnych modelu (5.8) jest przedstawiony na rys. 5.4. i rys. 5.5:



Rys. 5.4. Wykres normalności reszt [69]



Rys. 5.5. Histogram reszt [69]

Na podstawie powyższych wykresów (rys. 5.4 i rys. 5.5) należy stwierdzić, że rozkład reszt regresyjnych modelu (5.8) ma charakter normalny, co jest podstawą dobrych własności predykcyjnych wyestymowanych wartości parametrów modelu.

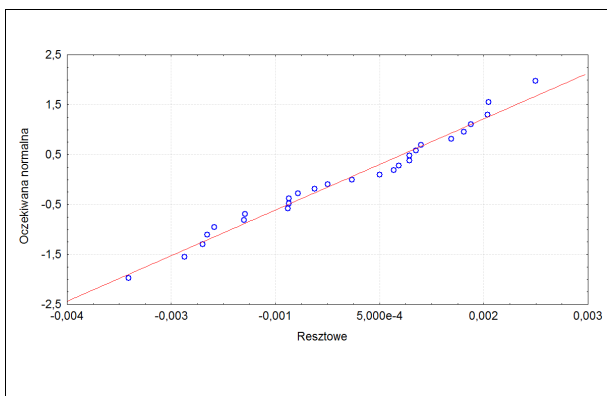
Model drugiej zależności $Y=f(X_2)$ przedstawiono w postaci wielomianu drugiego stopnia jako:

$$Y=a_2 \cdot X_2^2 + b_2 \cdot X_2 + c_2. \quad (5.9)$$

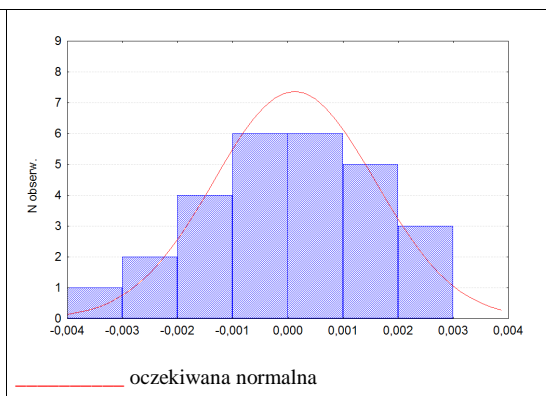
Oszacowane parametry modelu (5.9) mają wartości:

$$a_2=-23,520570; b_2=42,913750; c_3=-18,703470.$$

Pomimo prostej postaci modelu (5.9) uzyskano zadowalającą wartość współczynnika determinacji, gdyż $R=0,920047$.



Rys. 5.6. Wykres normalności reszt [69]



Rys. 5.7. Histogram reszt [69]

Ocena wykresów (rys. 5.6 i rys. 5.7) jest zgodna z warunkiem normalnym o rozkładzie normalnym reszt regresyjnych modelu (5.9).

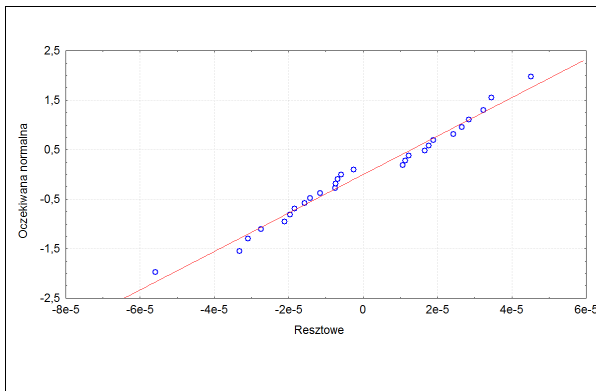
Korzystając z przeanalizowanych modeli składowych (5.8), (5.9), można zapisać zależność (5.7) w postaci iloczynowej $Y=a \cdot f(X_1) \cdot f(X_2)$. Multiplikatywny model regresji ma postać:

$$Y=a \cdot ((a_1 \cdot X_1^2 + b_1 \cdot X_1 + c_1) / (X_1 \cdot (1/\exp(d_1)) + f_1)) \cdot (a_2 \cdot X_2^2 + b_2 \cdot X_2 + c_2). \quad (5.10)$$

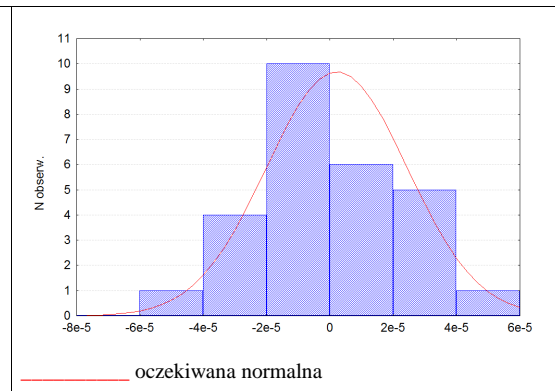
Wartości oszacowanych parametrów modelu (5.10):

$a=0,806436$; $a_1=0,697821$; $b_1=0,338219$; $c_1=-0,088754$; $d_1=0,240482$; $f_1=0,156171$;
 $a_2=0,449705$; $b_2=0,421889$; $c_2=0,366291$.

Pierwiastek kwadratowy współczynnika determinacji modelu (5.10) ma wysoką wartość $R=0,999981$. Spełniono również założenie o normalności rozkładu składnika losowego, co przedstawiono na rys. 5.8 oraz rys. 5.9.



Rys. 5.8. Wykres normalności reszt [69]

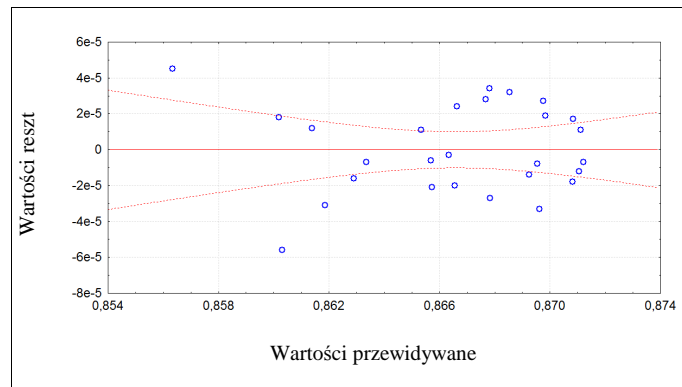


Rys. 5.9. Histogram reszt [69]

Weryfikacja hipotezy zerowej H_0 , o normalności rozkładu składnika losowego, przy założonym poziomie istotności $\alpha=0,1$ i liczebności próby $n=27$, dla modelu multiplikatywnego (5.10) przedstawia się następująco: $W^*(\alpha/2)=0,923 < W=0,9744 < W^*(1-\alpha/2)=0,985$. Tak więc, podobnie jak w przypadku modelu addytywnego (5.4), na podstawie wyników przeprowadzonej weryfikacji, nie ma podstaw do odrzucenia hipotezy H_0 .

Wykres rozrzutu wartości reszt (wartości różnic), względem przewidywanych (rys. 5.10), nie ma postaci charakterystycznej równomiernej chmury punktów. Brak jest również wcześniej opisanych tendencji wzrostu lub spadku wariancji reszt, przy

wzroście wartości przewidywanej. Zatem i w tym przypadku można przyjąć założenie o stałości wariancji reszt (spełnieniu warunku homoscedastyczności).



Rys. 5.10. Wykres rozrzutu wartości reszt względem wartości przewidywanych dla modelu multiplikatywnego [69]

Podsumowując analizowane modele regresji wielokrotnej, tj. addytywny (5.4) i multiplikatywny (5.10) można stwierdzić, że są one równoprawne i mogą być zastosowane do statystycznej analizy danych parametrów pompy zębatej z punktu widzenia różnego doboru zmiennych niezależnych.

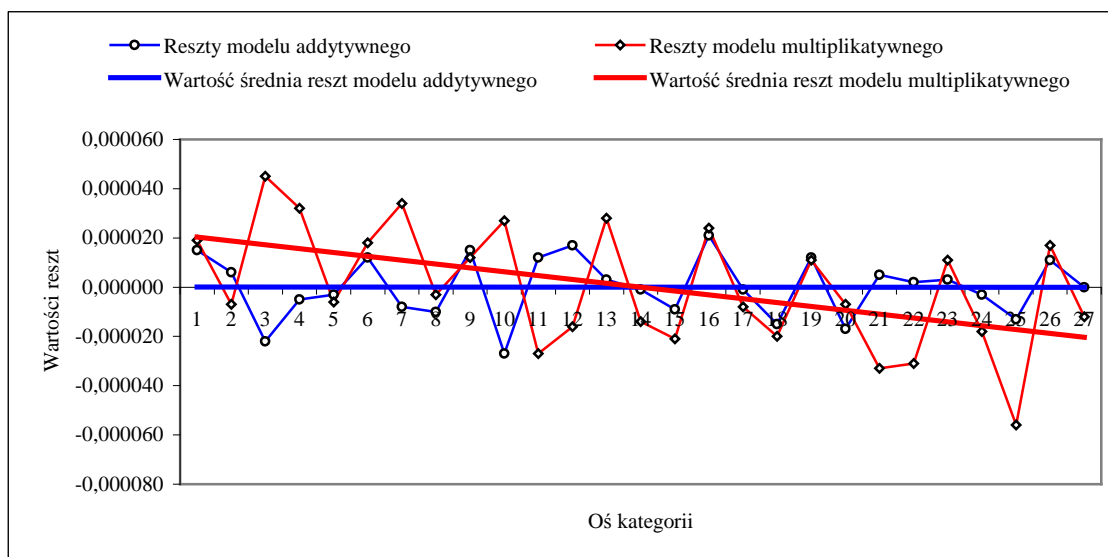
5.2. Analiza reszt modelu addytywnego i multiplikatywnego

Celem wykazania zależności między rozpatrywanymi modelami, zaproponowano graficzne zestawienie wartości resztowych modelu addytywnego i wartości różnic modelu multiplikatywnego. W danej analizie reszt zrezygnowano z klasycznej analizy składnika losowego postaci multiplikatywnej. Pojęcie wartości różnic modelu multiplikatywnego, należy tutaj rozumieć jako różnicę między wartością rzeczywistą i przewidywaną (identycznie jak w przypadku modelu addytywnego). W celu ułatwienia interpretacji w obydwu przypadkach, zastosowano pojęcie wartości resztowych. Dane wartości przedstawiono w tabeli 5.1.

Tabela 5.1. Zestawienie wartości przewidywanych i reszt modelu addytywnego (5.4) oraz wartości przewidywanych i wartości różnic modelu multiplikatywnego (5.10) [69]

Lp.	Model addytywny		Model multiplikatywny	
	Wartości przewidywane	Reszty	Wartości przewidywane	Reszty
1	0,869842	0,000015	0,869839	0,000019
2	0,863341	0,000006	0,863354	-0,000007
3	0,856403	-0,000022	0,856335	0,000045
4	0,868585	-0,000005	0,868547	0,000032
5	0,865693	-0,000003	0,865696	-0,000006
6	0,860197	0,000012	0,860191	0,000018
7	0,867845	-0,000008	0,867803	0,000034
8	0,866340	-0,000010	0,866333	-0,000003
9	0,861390	0,000015	0,861393	0,000012
10	0,869804	-0,000027	0,869750	0,000027
11	0,867797	0,000012	0,867836	-0,000027
12	0,862867	0,000017	0,862900	-0,000016
13	0,867699	0,000003	0,867673	0,000028
14	0,869238	-0,000001	0,869252	-0,000014
15	0,865717	-0,000009	0,865729	-0,000021
16	0,866642	0,000021	0,866638	0,000024
17	0,869542	-0,000001	0,869549	-0,000008
18	0,866553	-0,000015	0,866558	-0,000020
19	0,865333	0,000012	0,865334	0,000011
20	0,871223	-0,000017	0,871213	-0,000007
21	0,869580	0,000005	0,869618	-0,000033
22	0,861827	0,000002	0,861860	-0,000031
23	0,871117	0,000003	0,871109	0,000011
24	0,870802	-0,000003	0,870818	-0,000018
25	0,860259	-0,000013	0,860303	-0,000056
26	0,870851	0,000011	0,870846	0,000017
27	0,871038	0,000000	0,871050	-0,000012

Na rys. 5.11 zilustrowano tabelaryczne zestawienie danych.



Rys. 5.11. Interpretacja graficzna analizy reszt modelu addytywnego i multiplikatywnego [69]

Na podstawie analizy interpretacji graficznej (rys. 5.11) można dostrzec pewną prawidłowość. Linie łączące poszczególne wartości resztowe dwóch modeli regresyjnych, w większości przypadków charakteryzują się tą samą monotonicznością. Świadczy to więc o bardzo zbliżonych właściwościach predykcyjnych modelu addytywnego i multiplikatywnego.

Różnice między wartościami średnimi reszt modelu addytywnego i multiplikatywnego są tak małe, że w zasadzie można je pominąć.

5.3. Uwagi i wnioski

Analizę porównawczą efektywności doboru modelu regresyjnego do statystycznej analizy danych parametrów pompy zębatej przeprowadzono z uwzględnieniem, następujących warunków:

- rozpatrywane modele regresyjne (addytywny i multiplikatywny) były tego samego stopnia (z punktu widzenia zmiennych niezależnych),
- w dwóch modelach dokonano różnego doboru zmiennych niezależnych.

Tego typu podejście pozwoliło na określenie wpływu typu modelu regresji wielokrotnej, z punktu widzenia jego efektywności, we wstępnej analizie danego układu maszynowego. Istnieje oczywiście możliwość doboru innych typów modeli regresyjnych [124].

6. Kryterium jakości dopasowania multiplikatywnego modelu regresji w ocenie rangi ważności parametrów pompy zębatej

6.1. Wprowadzenie

Wyznaczanie rangi ważności parametrów konstrukcyjno-eksploatacyjnych układów maszynowych metodami optymalizacji dyskretnej opisano w literaturze. Tego typu podejściem określono wytyczne co do kolejności podejmowanych decyzji, z punktu widzenia realizacji założonej funkcji celu (wskaźnika jakości – trwałości, wydajności, sprawności, ...). W szczególności do tego celu nadaje się metoda logicznych drzew decyzyjnych, która była wielokrotnie stosowana [6, 36, 62, 66, 68, 70, 71, 91, 92, 93, 94, 96, 97, 98, 99]. Dokładniejsze rezultaty z punktu widzenia identyfikacji rangi ważności parametrów konstrukcyjno-eksploatacyjnych, w procesie modelowania układów maszynowych, można uzyskać na podstawie algorytmicznej integracji logicznych drzew decyzyjnych, z metodą analizy regresji wielokrotnej [56, 62, 67, 68, 71, 91, 92, 96, 97]. Podstawową zaletą tej metody jest możliwość oceny rangi ważności parametrów układów maszynowych, w przypadku istnienia kilku optymalnych (równoprawnych) logicznych drzew decyzyjnych (z pominięciem analizy drzew o większej liczbie gałęzi prawdziwych). Wykorzystując w danym algorytmie, multiplikatywną postać modelu regresji wielokrotnej, pozwalamo na zachowanie ciągłości poszczególnych obliczeń etapowych.

W niniejszym rozdziale zaprezentowano inną metodę oceny rangi ważności parametrów konstrukcyjnych i/lub eksploatacyjnych układów maszynowych, na przykładzie danych znamionowych pompy zębatej. Potwierdzono wzajemną efektywność wspomnianych wcześniej metod optymalizacyjnych, w prawidłowej ocenie rangi ważności parametrów konstrukcyjno-eksploatacyjnych, co też jest podstawą poniższych rozważań.

Decydującym wyznacznikiem o randze ważności analizowanych parametrów eksploatacyjnych pompy zębatej jest jakość dopasowania multiplikatywnego modelu regresji wielokrotnej. Kryterium jakości dopasowania modelu, należy tutaj rozumieć jako najmniejszą wartość średniej arytmetycznej bezwzględnych wartości różnic między wartością pierwiastka kwadratowego współczynnika determinacji podstawowego multiplikatywnego modelu regresji (opartego na danych

znamionowych), a odpowiednimi wielkościami, uwzględniającymi procentowe zmiany wartości poszczególnych parametrów eksploatacyjnych pompy zębatej.

W pracy wykazano, wzrost bezwzględnych wartości różnic średnich arytmetycznych w stosunku do wzrostu rangi ważności (wyznaczonej innymi metodami optymalizacyjnymi) danego parametru eksploatacyjnego pompy zębatej.

Analiza wyników opracowania jest dowodem prawidłowości zastosowania proponowanej procedury oceny, a tym samym potwierdzeniem skuteczność stosowania ww. metod.

6.2. Ocena rangi ważności parametrów eksploatacyjnych pompy zębatej na podstawie jakości doboru multiplikatywnego modelu regresji

Celem przedstawionej analizy jest wykazanie poprawności opisanego założenia [6, 36, 62, 66, 68, 70, 71, 91, 92, 93, 94, 96, 97, 98, 99], tj. radykalnej zmiany (pożądaney lub niepożądaney) pracy badanego układu maszynowego, w wyniku małej zmiany wartości arytmetycznej ważnego parametru, oraz mniejszych odstępstw od założonego funkcjonowania układu maszynowego, w skutek znaczących zmian wartości liczbowych mało ważnych parametrów. W analizie założono prawidłową ocenę rangi ważności parametrów eksploatacyjnych (μ , n , p) pompy zębatej, którą wyznaczono metodą logicznych drzew decyzyjnych i algorytmu integracyjnego [6, 36, 56, 62, 66, 67, 68, 70, 71, 91, 92, 93, 94, 96, 97, 98, 99].

W przedstawionych rozważaniach, model multiplikatywny w odróżnieniu od addytywnego ma istotną zaletę, mianowicie: poszczególne czynniki równania multiplikatywnego (5.10) mają oddzielnie określoną postać funkcji, aproksymujących odpowiednie zmienne niezależne. W czynnikach multiplikatywnego równania regresji wielokrotnej wyraźnie wyodrębniono procentową zmianę (w tym przypadku wzrost) wartości wybranego parametru eksploatacyjnego. Wpływa to w określony sposób na konkretną sprawność pompy zębatej.

W celu określenia oddzielnego wpływu zakresu zmian wartości arytmetycznych poszczególnych parametrów eksploatacyjnych, na optymalną charakterystykę sprawnościową pompy zębatej, zaproponowano ich zwiększenie o 5%, 15%, 25%, 35% i 45% w stosunku do wartości znamionowych.

W wyniku procentowych zmian wartości oddzielnie każdego parametru eksploatacyjnego, uzyskano odpowiednio różne wartości sprawności: $\eta_v(\mu)$, $\eta_{hm}(\mu)$, $\eta_c(\mu)$ – tab. 6.1; $\eta_v(n)$, $\eta_{hm}(n)$, $\eta_c(n)$ – tab. 6.2; $\eta_v(p)$, $\eta_{hm}(p)$, $\eta_c(p)$ – tab. 6.3.

Tabela 6.1. Zestawienie wartości sprawności objętościowej $\eta_V(\mu)$, hydrauliczno-mechanicznej $\eta_{hm}(\mu)$ i całkowitej $\eta_c(\mu)$ pompy zębatej z uwzględnieniem procentowych zmian lepkości dynamicznej cieczy μ w stosunku do wartości znamionowych (tab. 4.16) [63]

Lp.	5%			15%			25%			35%			45%		
	$\eta_V(\mu)$	$\eta_{hm}(\mu)$	$\eta_c(\mu)$	$\eta_V(\mu)$	$\eta_{hm}(\mu)$	$\eta_c(\mu)$	$\eta_V(\mu)$	$\eta_{hm}(\mu)$	$\eta_c(\mu)$	$\eta_V(\mu)$	$\eta_{hm}(\mu)$	$\eta_c(\mu)$	$\eta_V(\mu)$	$\eta_{hm}(\mu)$	$\eta_c(\mu)$
1	0,952669	0,913226	0,870002	0,955186	0,910763	0,869948	0,957299	0,908312	0,869526	0,959100	0,905875	0,868825	0,960652	0,903451	0,867902
2	0,930894	0,928926	0,864732	0,934888	0,927319	0,866939	0,938244	0,925717	0,868548	0,941102	0,924120	0,869691	0,943565	0,922529	0,870466
3	0,919496	0,933480	0,858331	0,924289	0,932127	0,861555	0,928315	0,930778	0,864055	0,931745	0,929433	0,865995	0,934701	0,928091	0,867488
4	0,956614	0,907901	0,868511	0,958920	0,905245	0,868058	0,960858	0,902604	0,867274	0,962508	0,899980	0,866238	0,963931	0,897370	0,865003
5	0,936653	0,925447	0,866823	0,940314	0,923707	0,868575	0,943390	0,921973	0,869780	0,946010	0,920246	0,870562	0,948268	0,918525	0,871008
6	0,926205	0,930551	0,861881	0,930598	0,929084	0,864604	0,934289	0,927622	0,866667	0,937433	0,926165	0,868218	0,940143	0,924712	0,869362
7	0,958013	0,905716	0,867688	0,960245	0,902985	0,867087	0,962120	0,900271	0,866169	0,963718	0,897572	0,865006	0,965095	0,894890	0,863654
8	0,938697	0,924016	0,867371	0,942240	0,922223	0,868955	0,945216	0,920438	0,870013	0,947751	0,918659	0,870660	0,949937	0,916887	0,870985
9	0,928585	0,929345	0,862976	0,932837	0,927833	0,865517	0,936409	0,926326	0,867420	0,939451	0,924825	0,868828	0,942074	0,923328	0,869843
10	0,957492	0,908068	0,869468	0,959589	0,905146	0,868568	0,961351	0,902243	0,867372	0,962851	0,899359	0,865949	0,964144	0,896493	0,864348
11	0,938550	0,925557	0,868682	0,941878	0,923642	0,869958	0,944674	0,921736	0,870740	0,947056	0,919837	0,871137	0,949109	0,917947	0,871232
12	0,928683	0,930643	0,864272	0,932677	0,929030	0,866485	0,936032	0,927422	0,868097	0,938890	0,925820	0,869243	0,941354	0,924223	0,870021
13	0,961035	0,902341	0,867181	0,962957	0,899195	0,865886	0,964571	0,896071	0,864324	0,965947	0,892968	0,862560	0,967132	0,889887	0,860638
14	0,943671	0,921800	0,869876	0,946722	0,919729	0,870728	0,949285	0,917667	0,871128	0,951468	0,915615	0,871178	0,953350	0,913571	0,870953
15	0,934626	0,927476	0,866843	0,938287	0,925728	0,868599	0,941362	0,923987	0,869806	0,943982	0,922252	0,870589	0,946241	0,920524	0,871038
16	0,962292	0,900000	0,866063	0,964152	0,896766	0,864619	0,965714	0,893555	0,862919	0,967045	0,890367	0,861025	0,968193	0,887202	0,858983
17	0,945488	0,920259	0,870094	0,948440	0,918127	0,870788	0,950920	0,916004	0,871047	0,953033	0,913890	0,870967	0,954855	0,911787	0,870624
18	0,936735	0,926176	0,867581	0,940278	0,924375	0,869169	0,943254	0,922581	0,870228	0,945789	0,920794	0,870877	0,947975	0,919014	0,871202
19	0,964244	0,896255	0,864209	0,965754	0,892307	0,861749	0,967022	0,888394	0,859097	0,968103	0,884514	0,856301	0,969034	0,880669	0,853398
20	0,949267	0,917789	0,871227	0,951664	0,915177	0,870941	0,953677	0,912579	0,870306	0,955392	0,909997	0,869404	0,956870	0,907428	0,868291
21	0,941544	0,924090	0,870071	0,944419	0,921882	0,870643	0,946835	0,919685	0,870790	0,948893	0,917498	0,870607	0,950667	0,915321	0,870165
22	0,967224	0,889631	0,860472	0,968608	0,885389	0,857595	0,969770	0,881187	0,854549	0,970761	0,877025	0,851382	0,971614	0,872902	0,848124
23	0,953495	0,913401	0,870923	0,955692	0,910579	0,870233	0,957537	0,907775	0,869228	0,959109	0,904987	0,867981	0,960464	0,902217	0,866547
24	0,946415	0,920380	0,871061	0,949051	0,917991	0,871220	0,951265	0,915615	0,870993	0,953152	0,913251	0,870467	0,954778	0,910899	0,869706
25	0,968281	0,886940	0,858807	0,969621	0,882583	0,855771	0,970746	0,878269	0,852576	0,971704	0,873998	0,849267	0,972530	0,869767	0,845875
26	0,954995	0,911612	0,870585	0,957121	0,908708	0,869744	0,958907	0,905822	0,868599	0,960428	0,902954	0,867222	0,961739	0,900105	0,865666
27	0,948143	0,918866	0,871216	0,950695	0,916406	0,871223	0,952837	0,913959	0,870854	0,954663	0,911525	0,870199	0,956237	0,909103	0,869318

Tabela 6.2. Zestawienie wartości sprawności objętościowej $\eta_V(n)$, hydrauliczno-mechanicznej $\eta_{hm}(n)$ i całkowitej $\eta_c(n)$ pompy zębatej z uwzględnieniem procentowych zmian prędkości obrotowej wałka n w stosunku do wartości znamionowych (tab. 4.16) [63]

Lp.	5%			15%			25%			35%			45%		
	$\eta_V(n)$	$\eta_{hm}(n)$	$\eta_c(n)$	$\eta_V(n)$	$\eta_{hm}(n)$	$\eta_c(n)$	$\eta_V(n)$	$\eta_{hm}(n)$	$\eta_c(n)$	$\eta_V(n)$	$\eta_{hm}(n)$	$\eta_c(n)$	$\eta_V(n)$	$\eta_{hm}(n)$	$\eta_c(n)$
1	0,953545	0,911612	0,869263	0,957585	0,905730	0,867313	0,960978	0,899617	0,864512	0,963869	0,893284	0,861009	0,966360	0,886742	0,856912
2	0,931998	0,927873	0,864776	0,937911	0,924025	0,866653	0,942878	0,920007	0,867454	0,947109	0,915824	0,867385	0,950757	0,911481	0,866597
3	0,920705	0,932594	0,858644	0,927600	0,929353	0,862068	0,933392	0,925963	0,864286	0,938326	0,922429	0,865539	0,942579	0,918755	0,865999
4	0,957416	0,906002	0,867421	0,961119	0,899334	0,864367	0,964230	0,892404	0,860483	0,966879	0,885227	0,855907	0,969164	0,877818	0,850750
5	0,937665	0,924204	0,866594	0,943085	0,919821	0,867469	0,947638	0,915241	0,867317	0,951517	0,910472	0,866330	0,954861	0,905519	0,864645
6	0,927313	0,929503	0,861940	0,933634	0,925806	0,864364	0,938943	0,921936	0,865645	0,943466	0,917900	0,866007	0,947365	0,913702	0,865609
7	0,958790	0,903699	0,866458	0,962374	0,896708	0,862968	0,965384	0,889443	0,858654	0,967948	0,881921	0,853654	0,970158	0,874158	0,848071
8	0,939676	0,922692	0,867032	0,944921	0,918088	0,867521	0,949327	0,913277	0,866999	0,953081	0,908266	0,865651	0,956317	0,903062	0,863614
9	0,929658	0,928229	0,862936	0,935774	0,924342	0,864975	0,940912	0,920275	0,865898	0,945289	0,916031	0,865914	0,949062	0,911616	0,865180
10	0,958368	0,906472	0,868734	0,961988	0,900175	0,865958	0,965029	0,893664	0,862412	0,967620	0,886948	0,858229	0,969853	0,880039	0,853508
11	0,939653	0,924511	0,868720	0,944901	0,920375	0,869663	0,949309	0,916075	0,869638	0,953064	0,911618	0,868830	0,956301	0,907007	0,867372
12	0,929891	0,929762	0,864577	0,935988	0,926274	0,866981	0,941109	0,922642	0,868307	0,945471	0,918870	0,868765	0,949232	0,914964	0,868513
13	0,961837	0,900466	0,866102	0,965156	0,893363	0,862235	0,967943	0,886017	0,857614	0,970318	0,878443	0,852369	0,972365	0,870656	0,846595
14	0,944682	0,920567	0,869643	0,949492	0,915876	0,869617	0,953533	0,910998	0,868667	0,956975	0,905938	0,866960	0,959942	0,900704	0,864624
15	0,935734	0,926435	0,866897	0,941322	0,922473	0,868344	0,946016	0,918346	0,868770	0,950015	0,914057	0,868368	0,953462	0,909613	0,867281
16	0,963068	0,898009	0,864844	0,966280	0,890575	0,860545	0,968978	0,882888	0,855499	0,971275	0,874964	0,849831	0,973256	0,866820	0,843638
17	0,946467	0,918947	0,869753	0,951122	0,914028	0,869352	0,955032	0,908911	0,868039	0,958363	0,903604	0,865981	0,961234	0,898114	0,863298
18	0,937807	0,925068	0,867535	0,943215	0,920910	0,868616	0,947758	0,916578	0,868694	0,951628	0,912076	0,867957	0,954964	0,907411	0,866545
19	0,965120	0,894700	0,863493	0,968153	0,887476	0,859213	0,970701	0,880074	0,854289	0,972871	0,872506	0,848836	0,974742	0,864785	0,842942
20	0,950371	0,916761	0,871263	0,954686	0,911969	0,870644	0,958311	0,907030	0,869217	0,961399	0,901951	0,867135	0,964062	0,896736	0,864509
21	0,942752	0,923222	0,870369	0,947730	0,919168	0,871123	0,951912	0,914984	0,870984	0,955474	0,910672	0,870123	0,958545	0,906238	0,868670
22	0,968027	0,887808	0,859422	0,970807	0,879734	0,854052	0,973143	0,871462	0,848057	0,975132	0,863010	0,841549	0,976847	0,854391	0,834609
23	0,954507	0,912190	0,870692	0,958462	0,906803	0,869136	0,961785	0,901248	0,866807	0,964616	0,895533	0,863845	0,967056	0,889666	0,860357
24	0,947523	0,919355	0,871110	0,952086	0,914790	0,870959	0,955919	0,910075	0,869958	0,959185	0,905214	0,868268	0,961999	0,900213	0,866004
25	0,969058	0,885005	0,857621	0,971749	0,876585	0,851821	0,974009	0,867962	0,845403	0,975934	0,859151	0,838475	0,977594	0,850170	0,831121
26	0,955974	0,910324	0,870246	0,959802	0,904693	0,868326	0,963018	0,898886	0,865643	0,965758	0,892911	0,862336	0,968119	0,886777	0,858506
27	0,949216	0,917775	0,871167	0,953632	0,913000	0,870666	0,957341	0,908067	0,869330	0,960501	0,902981	0,867314	0,963225	0,897748	0,864733

Tabela 6.3. Zestawienie wartości sprawności objętościowej $\eta_v(p)$, hydrauliczno-mechanicznej $\eta_{hm}(p)$ i całkowitej $\eta_c(p)$ pompy zębatej z uwzględnieniem procentowych zmian ciśnienia roboczego p w stosunku do wartości znamionowych (tab. 4.16) [63]

Lp.	5%			15%			25%			35%			45%		
	$\eta_v(p)$	$\eta_{hm}(p)$	$\eta_c(p)$	$\eta_v(p)$	$\eta_{hm}(p)$	$\eta_c(p)$	$\eta_v(p)$	$\eta_{hm}(p)$	$\eta_c(p)$	$\eta_v(p)$	$\eta_{hm}(p)$	$\eta_c(p)$	$\eta_v(p)$	$\eta_{hm}(p)$	$\eta_c(p)$
1	0,949249	0,916400	0,869892	0,945334	0,919788	0,869507	0,941455	0,922654	0,868637	0,937610	0,925109	0,867391	0,933794	0,927236	0,865847
2	0,925614	0,930992	0,861739	0,919686	0,933192	0,858244	0,913805	0,935049	0,854452	0,907966	0,936636	0,850434	0,902164	0,938008	0,846237
3	0,913220	0,935218	0,854060	0,906222	0,937068	0,849192	0,899275	0,938627	0,844084	0,892374	0,939959	0,838795	0,885514	0,941111	0,833367
4	0,953478	0,911398	0,868998	0,949889	0,915185	0,869324	0,946334	0,918391	0,869105	0,942809	0,921139	0,868458	0,939312	0,923522	0,867475
5	0,931813	0,927733	0,864474	0,926379	0,930202	0,861720	0,920988	0,932286	0,858624	0,915636	0,934068	0,855266	0,910317	0,935610	0,851702
6	0,920451	0,932476	0,858298	0,914036	0,934554	0,854216	0,907669	0,936306	0,849856	0,901343	0,937804	0,845283	0,895055	0,939099	0,840545
7	0,954979	0,909343	0,868403	0,951506	0,913293	0,869004	0,948065	0,916638	0,869032	0,944654	0,919506	0,868615	0,941269	0,921993	0,867843
8	0,934012	0,926391	0,865260	0,928754	0,928970	0,862785	0,923537	0,931147	0,859949	0,918357	0,933009	0,856835	0,913210	0,934621	0,853505
9	0,923017	0,931346	0,859648	0,916810	0,933517	0,855858	0,910647	0,935348	0,851772	0,904526	0,936914	0,847463	0,898440	0,938268	0,842978
10	0,954566	0,911686	0,870264	0,951157	0,915451	0,870738	0,947785	0,918637	0,870670	0,944447	0,921368	0,870183	0,941137	0,923736	0,869362
11	0,934054	0,927922	0,866729	0,928930	0,930375	0,864253	0,923853	0,932445	0,861442	0,918817	0,934217	0,858374	0,913819	0,935749	0,855105
12	0,923348	0,932635	0,861147	0,917314	0,934699	0,857412	0,911332	0,936440	0,853408	0,905396	0,937928	0,849196	0,899500	0,939215	0,844824
13	0,958352	0,906314	0,868568	0,955227	0,910502	0,869736	0,952137	0,914051	0,870302	0,949076	0,917095	0,870393	0,946043	0,919736	0,870110
14	0,939550	0,924408	0,868528	0,934852	0,927149	0,866747	0,930199	0,929463	0,864586	0,925583	0,931444	0,862129	0,921001	0,933159	0,859440
15	0,929735	0,929675	0,864351	0,924205	0,931984	0,861344	0,918721	0,933932	0,858023	0,913280	0,935598	0,854463	0,907875	0,937039	0,850714
16	0,959696	0,904114	0,867675	0,956672	0,908475	0,869113	0,953681	0,912171	0,869920	0,950719	0,915343	0,870234	0,947783	0,918095	0,870155
17	0,941500	0,922965	0,868972	0,936954	0,925823	0,867454	0,932450	0,928238	0,865536	0,927983	0,930304	0,863306	0,923549	0,932094	0,860834
18	0,932002	0,928459	0,865326	0,926650	0,930868	0,862589	0,921343	0,932901	0,859522	0,916077	0,934640	0,856202	0,910847	0,936144	0,852684
19	0,962010	0,900874	0,866650	0,959310	0,905487	0,868643	0,956647	0,909398	0,869973	0,954018	0,912757	0,870787	0,951417	0,915673	0,871187
20	0,945870	0,920835	0,870990	0,941871	0,923866	0,870163	0,937920	0,926427	0,868914	0,934010	0,928620	0,867340	0,930136	0,930519	0,865509
21	0,937527	0,926662	0,868771	0,932844	0,929218	0,866815	0,928213	0,931376	0,864515	0,923627	0,933223	0,861950	0,919081	0,934821	0,859176
22	0,965176	0,894669	0,863513	0,962701	0,899760	0,866200	0,960260	0,904081	0,868153	0,957850	0,907796	0,869532	0,955466	0,911022	0,870451
23	0,950381	0,916740	0,871252	0,946715	0,920101	0,871073	0,943093	0,922944	0,870422	0,939509	0,925379	0,869402	0,935958	0,927488	0,868090
24	0,942733	0,923204	0,870335	0,938440	0,926042	0,869035	0,934195	0,928440	0,867344	0,929991	0,930493	0,865350	0,925824	0,932270	0,863118
25	0,966300	0,892144	0,862079	0,963904	0,897428	0,865034	0,961542	0,901915	0,867229	0,959209	0,905773	0,868826	0,956902	0,909125	0,869944
26	0,951982	0,915069	0,871129	0,948434	0,918564	0,871197	0,944929	0,921520	0,870771	0,941460	0,924053	0,869959	0,938024	0,926248	0,868843
27	0,944580	0,921791	0,870705	0,940426	0,924744	0,869653	0,936318	0,927240	0,868192	0,932249	0,929376	0,866410	0,928217	0,931226	0,864380

Aproksymując otrzymane dane multiplikatywnym modelem (5.10), uzyskano procentowe zmiany wartości odpowiednich parametrów eksploatacyjnych - (tab. 6.4).

Tabela 6.4. Statystyczne wyniki procentowej analizy zmian [63]

	$R_{\eta_c(\mu)}$	$R_{\eta_c(n)}$	$R_{\eta_c(p)}$	$ R_{\eta_c} - R_{\eta_c(\mu)} $	$ R_{\eta_c} - R_{\eta_c(n)} $	$ R_{\eta_c} - R_{\eta_c(p)} $
5%	0,999972507	0,999975862	0,999989598	0,000008597	0,000005242	0,000008494
15%	0,999982060	0,999977556	0,999917685	0,000000956	0,000003548	0,000063419
25%	0,999995865	0,999980342	0,999996926	0,000014761	0,000000762	0,000015822
35%	0,999989620	0,999980881	0,999992672	0,000008516	0,000000223	0,000011568
45%	0,999991415	0,999999916	0,999998872	0,000010311	0,000018812	0,000017768
Wartości średnich arytmetycznych bezwzględnych wartości różnic				0,000008628	0,000005717	0,000023414

W tabeli 6.4 oznaczono przez:

$R_{\eta_c} = 0,999981104$ - wartość pierwiastka kwadratowego współczynnika determinacji podstawowego multiplikatywnego modelu regresji (5.10),

$R_{\eta_c(\mu)}$, $R_{\eta_c(n)}$, $R_{\eta_c(p)}$ - wartości pierwiastka kwadratowego współczynnika determinacji multiplikatywnego modelu regresji (5.10), z uwzględnieniem procentowych zmian wartości odpowiedniego parametru eksploatacyjnego,

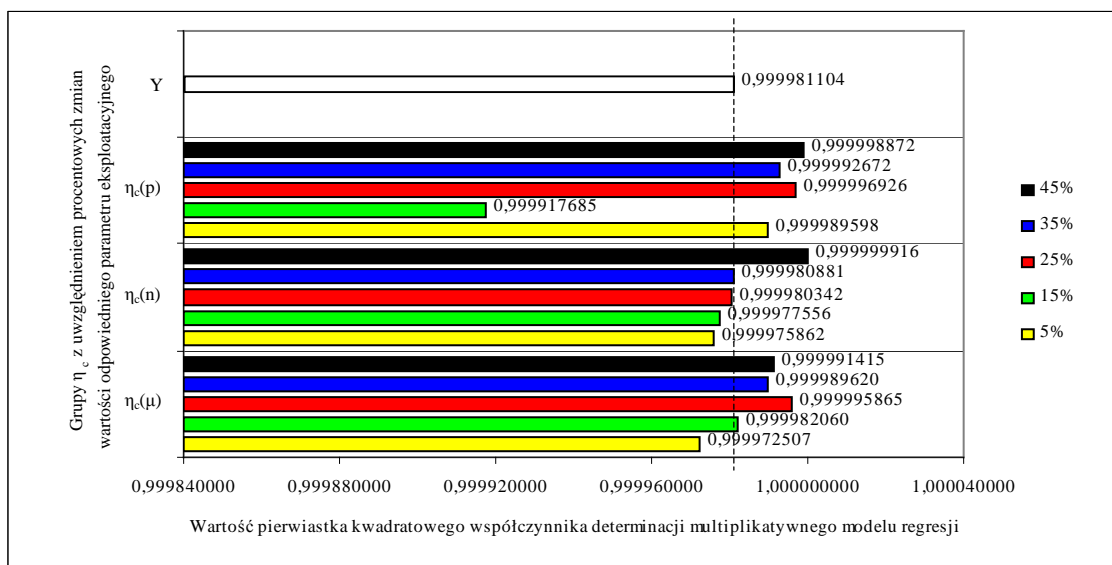
$|R_{\eta_c} - R_{\eta_c(\mu)}|$, $|R_{\eta_c} - R_{\eta_c(n)}|$, $|R_{\eta_c} - R_{\eta_c(p)}|$ - bezwzględne wartości różnic.

Porównując bezwzględne wartości różnic średnich arytmetycznych z tab. 6.4, otrzymuje się następującą nierówność:

$$\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n |R_{\eta_c} - R_{\eta_c(p)}| > \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n |R_{\eta_c} - R_{\eta_c(\mu)}| > \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n |R_{\eta_c} - R_{\eta_c(n)}|. \quad (6.1)$$

Wzrost bezwzględnych wartości różnic średnich arytmetycznych jest adekwatny do wzrostu rangi ważności danego parametru eksploatacyjnego pompy zębatej.

Dane z tabeli 6.4 można również przedstawić graficznie jak na rys. 6.1



Rys. 6.1. Graficzna interpretacja rangi ważności analizowanych parametrów [63, 65]

Pierwiastek kwadratowy współczynnika determinacji podstawowego multiplikatywnego modelu regresji (5.10) jest wartością odniesienia, w stosunku do pozostałych wartości, uwzględniających procentowe zmiany poszczególnych parametrów eksploatacyjnych (μ , n , p) pompy zębatej. Jak widać na rys. 6.1, parametrem mającym największy wpływ na jakość dopasowania zależności (5.7) do danych z tab. 6.1, 6.2, 6.3, w postaci multiplikatywnego modelu regresji wielokrotnej (5.10), jest ciśnienie robocze p . Prędkość obrotowa n jest tym parametrem eksploatacyjnym, w stosunku do którego otrzymano najmniejsze odstępstwa od wzorcowej wartości odniesienia.

6.3. Uwagi i wnioski

Przedstawiona analiza multiplikatywnej regresji wielokrotnej z matematycznego punktu widzenia jest potwierdzeniem prawidłowej oceny rangi ważności parametrów eksploatacyjnych pompy zębatej następującymi metodami:

- metodą logicznych drzew decyzyjnych [6, 36, 62, 66, 68, 70, 71, 91, 92, 93, 94, 96, 97, 98, 99];
- metodą algorytmicznej integracji logicznych drzew decyzyjnych i analizy regresji wielokrotnej [56, 62, 67, 68, 71, 91, 92, 96, 97],

a także innymi metodami znanymi z literatury:

- metodą siatkowo-drzewiastą [6];
- metodą zmodyfikowanych drzew logicznych [6];
- metodą logicznych drzew nakładkowych [34, 35, 36].

Wybór odpowiedniej metody optymalizacyjnej analizowanego układu maszynowego, uwarunkowany jest przede wszystkim liczbą parametrów konstrukcyjno-eksploatacyjnych oraz charakterem wzajemnych relacji między nimi.

7. Ocena rangi ważności parametrów eksploatacyjnych pompy zębatej na podstawie wyników testu Fishera-Snedecora oraz wartości standaryzowanych współczynników BETA

W celu potwierdzenia skuteczności zastosowania algorytmu integracji logicznych drzew decyzyjnych z metodą analizy regresji wielokrotnej, do określania rangi ważności parametrów eksploatacyjnych pompy zębatej, zastosowano analizę wariancji i regresji wielokrotnej.

Analizując dane pomiarowych z tabeli 4.16 (μ - lepkości dynamicznej cieczy $Pa \cdot s$, n - prędkości obrotowej wałka s^{-1} , p - ciśnienia roboczego MPa , sprawności: η_v - objętościowej, η_{hm} - hydrauliczno-mechanicznej, η_c - całkowitej), otrzymano następujące wyniki testu Fishera-Snedecora oraz wartości standaryzowanych współczynników BETA (tabela 7.1).

Tabela 7.1. Wyniki analizy wariancji i regresji wielokrotnej poszczególnych parametrów eksploatacyjnych [64]

Parametr eksploatacyjny	η_v		η_{hm}		η_c	
	F	BETA	F	BETA	F	BETA
μ	297,9198	0,504	130,0018	-0,430	2,8091	0,324
n	53,2931	0,213	29,6206	-0,210	0,1140	0,065
p	796,6765	-0,820	518,2027	0,861	0,2902	-0,100

Na podstawie analizy regresji wielokrotnej przeprowadzono dodatkowe obliczenia kontrolne (tabela 7.2).

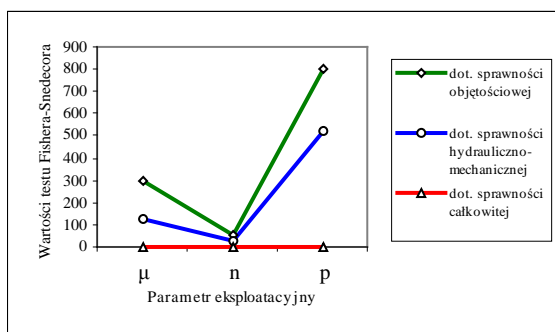
Tabela 7.2. Wyniki analizy regresji wielokrotnej: I – wartości współczynników korelacji cząstkowej, II – wartości współczynników korelacji semicząstkowej; poszczególnych parametrów eksploatacyjnych [64]

Parametr eksploatacyjny	η_v		η_{hm}		η_c	
	I	II	I	II	I	II
μ	0,957586	0,503565	-0,924775	-0,431000	0,326435	0,323961
n	0,814820	0,212981	-0,757432	-0,205731	0,069419	0,065276
p	-0,983488	-0,823468	0,979417	0,860502	-0,110317	-0,104119

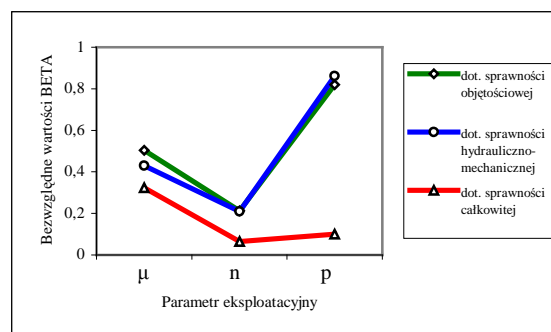
Otrzymanymi wynikami w sposób jednoznaczny potwierdzono tezę, dotyczącą wzrostu iloczynowej wartości współczynnika korelacji R_{il} , multiplikatywnego równania regresji wielokrotnej, w stosunku do spadku liczby gałęzi prawdziwych (po redukcji) logicznego drzewa decyzyjnego o danym układzie parametrów. W związku z tym, można wyciągnąć wniosek o zależności przyczynowo-skutkowej pomiędzy poszczególnymi zmiennymi, a nie tylko o ich współzmienności.

Brak istniejącej istotności statystycznej (w przedstawionej analizie) parametrów eksploatacyjnych, w zakresie sprawności całkowitej η_c , jest równoważny z otrzymanymi wcześniej rozbieżnościami, pomiędzy wartościami R_{il} i liczbą gałęzi prawdziwych logicznych drzew decyzyjnych, co wynikało z interakcji wśród poszczególnych parametrów μ , n , p .

Niestety, w przypadku analizy wariancji, bądź regresji wielokrotnej może się okazać (tak jak w tym przypadku), że brakiem istotności statystycznej lub zjawiskiem interakcji niektórych zmiennych (dla wybranych modeli matematycznych), uniemożliwiono jednoznaczną interpretację otrzymanych wyników – dot. η_c , co przedstawiono na rys. 7.1 oraz rys. 7.2.



Rys. 7.1. Interpretacja graficzna wyników analizy wariancji [95]



Rys. 7.2. Interpretacja graficzna wyników analizy regresji wielokrotnej [95]

W algorytmicznej integracji logicznych drzew decyzyjnych z multiplikatywnymi modelami regresji wielokrotnej umożliwiono wyeliminowanie tego typu zjawiska. W przypadku znacznej interakcji analizowanych zmiennych, istnieje możliwość wprowadzenia tzw. zmiennej zastępczej (za parametry interakcyjne), co jest skuteczną metodą, jednoznacznego określenia rangi ważności analizowanych parametrów.

8. Podsumowanie

W pracy przedstawiono zastosowanie algorytmicznej integracji logicznych drzew decyzyjnych, z metodą analizy regresji wielokrotnej, do oceny rangi ważności parametrów konstrukcyjno-eksploatacyjnych układów maszynowych. Zaproponowanym algorytmem umożliwiono ocenę rangi ważności parametrów, w przypadku istnienia kilku optymalnych (równoprawnych) logicznych drzew decyzyjnych (z pominięciem analizy drzew o większej liczbie gałęzi prawdziwych). Jest on efektywną techniką obliczeniową, chociaż dość długotrwałą. W związku z tym, proponuje się komputerową implementację danej metody. Skuteczność działania algorytmu jest silnie zależna od właściwego doboru wielowartościowości zmiennych logicznych i metody dyskretyzacji poszczególnych podprzedziałów parametrów konstrukcyjno-eksploatacyjnych. Ponadto użytkownika algorytmu powinno charakteryzować pewne doświadczenie w doborze modeli aproksymujących poszczególne zmienne niezależne, gdyż w literaturze nie ma szczegółowych zasady selekcji w stosunku do tego typu zagadnienia.

Na podstawie przeprowadzonych badań obliczeniowych wyciągnięto następujące wnioski:

- ✓ Stosowanie interpolacji, celem zwiększenia liczby danych (występujących na granicy minimalnej ilości próbek), jak również standaryzowanie danych pomiarowych pierwotnych lub interpolowanych, nie ma większego wpływu na dokładność ustalonej rangi ważności parametrów konstrukcyjnych lub eksploatacyjnych.
- ✓ Drzewa danych interpolowanych, w porównaniu do drzew o tej samej konfiguracji piętrowej, ale utworzonych na podstawie danych pierwotnych, są trochę mniej wrażliwe na błędy wynikające z niewłaściwego subiektywnego kodowania wartościami logicznymi.
- ✓ W przypadkach dość złożonych, wielowartościowe optymalne drzewa logiczne charakteryzuje dość niski współczynnik błędów.

- ✓ W metodzie wielowartościowych drzew logicznych powinno się stosować zmienne decyzyjne z kodowania równych podprzedziałów, a nie z dodatkowej empirycznej klasyfikacji typu mediana, modalna,
- ✓ Porównując otrzymane wyniki, analizy rozpatrywanych układów parametrów konstrukcyjno-eksploatacyjnych pompy wirowej śmigłowej, można wyciągnąć wniosek o większej istotności prędkości obrotowej n w stosunku do kąta nachylenia łopatek wirnika φ .
- ✓ Na podstawie otrzymanych wartości R_{il} , analizowanych układów parametrów, potwierdzono jednoznacznie trafność postawionego wcześniej założenia – adekwatności iloczynowej wartości współczynnika korelacji R_{il} , multiplikatywnego równania regresji wielokrotnej i optymalnego decyzyjnego drzewa logicznego o danym układzie parametrów.
- ✓ W wyniku wprowadzenia poprawki aproksymacyjnej, poprzez dodanie indywidualnego składnika (będącego funkcją innego typu i kształtu), w ustalonym czynniku, określono różne rezultaty, z punktu widzenia rangi ważności danego parametru konstrukcyjno-eksploatacyjnego. Uwzględnienie poprawki aproksymacyjnej w modelu rozrzutu zmiennej niezależnej, o niskiej randze ważności wpłynęło na poprawę wartości R_{il} . W przypadku odwrotnym, tj. korekty modelu rozrzutu zmiennej niezależnej o wysokiej randze ważności, otrzymano odwrotny efekt.
- ✓ Multiplikatywne równanie regresji wielokrotnej, danego układu parametrów, jest adekwatne do drzewa logicznego o tej samej konfiguracji piętrowej. Wynika stąd wniosek, że nie można uzyskać z jednego drzewa logicznego (adekwatnie równania multiplikatywnego) więcej informacji niż otrzymano w rzeczywistości.

Przedstawionymi w pracy wynikami i wnioskami potwierdzono zrealizowanie określonego w rozdziale pierwszym celu oraz zakresu rozprawy, a także podkreślono słuszność postawionej tezy.

Podsumowując należy nadmienić, że multiplikatywne modele regresji wielokrotnej zastosowane w optymalizacji układów maszynowych charakteryzuje duża zaleta wobec modeli addytywnych, w sensie występowania ustalonej zmiennej niezależnej, (oznaczającej parametr konstrukcyjny lub eksploatacyjny) tylko w jednym czynniku, a nie w kilku składnikach. Jednak kolejność wszystkich zmiennych niezależnych nie powinna być dowolna w ujęciu permutacyjnym, lecz musi być zgodna z rangą ważności analizowanych zmiennych.

Addytywne modele regresji wielokrotnej, posiadają zapis sumacyjny (np.: wielomianowy), co jest wadą obliczeniową w procesie projektowania, pomimo możliwości osiągnięcia wysokiej predykcji. Wynika to z faktu, że przy zmianie wartości arytmetycznej, dowolnego parametru konstrukcyjno-eksploatacyjnego konieczne jest przeważnie ponowne obliczenie wartości tych składników, w których występuje taki parametr. Gdyby została zmieniona kolejność zmiennych niezależnych (jako parametrów konstrukcyjno-eksploatacyjnych) w tabelarycznym zapisie pomiarów, wówczas zmieni się jedynie kolejność poszczególnych składników modelu regresji addytywnej, gdyż w tym przypadku ranga ważności takich parametrów jest nieistotna.

Multiplikatywne modele regresji wielokrotnej mają zapis iloczynowy, co jest zaletą obliczeniową w procesie projektowania, nie tylko ze względu na możliwość osiągnięcia odpowiedniej dokładności lecz także ze względu na rangę ważności parametrów konstrukcyjno-eksploatacyjnych. Wynika to z faktu, że zmiana wartości arytmetycznej, dowolnego parametru konstrukcyjno-eksploatacyjnego, wiąże się z ponownym obliczeniem wartości tylko jednego czynnika, w którym występuje taki parametr. Jednak przyjętą i ustaloną liczbę parametrów można zmienić, w dowolnej kolejności (w sensie permutacyjnym). Dlatego też na podstawie danego tabelowego zapisu pomiarów, określono liczbę multiplikatywnych modeli regresji wielokrotnej w sensie permutacyjnym, bez wnikania jeszcze w typy i kształty funkcji aproksymujących, co stanowi wadę w ujęciu złożoności obliczeniowej.

Gdyby jednak założyć, że kolejność poszczególnych zmiennych niezależnych, w czynnikach multiplikatywnego modelu regresji wielokrotnej, będzie wyznaczona jako malejąca ranga ważności parametrów konstrukcyjno-eksploatacyjnych (np.: za pomocą wielowartościowych drzew logicznych), wtedy liczba modeli multiplikatywnych zostanie zredukowana do liczby optymalnych wielowartościowych drzew logicznych, czyli zawierających najmniejszą możliwą liczbę gałęzi prawdziwych – i to bez gałęzi izolowanych. Dodatkową zaletą takiego postępowania jest możliwość otrzymania

zadowalającej wartości współczynnika korelacji/determinacji wobec modelu addytywnego. Warunkiem koniecznym w tym przypadku jest zachowanie prawidłowej rangi ważności parametrów konstrukcyjno-eksploatacyjnych.

Ponadto w multiplikatywnych modelach regresji wielokrotnej istnieje możliwość indywidualnego poprawienia aproksymacji wybranych zmiennych niezależnych, poprzez wprowadzenie odpowiednich funkcji korygujących, bez zmiany typów i kształtów funkcji pozostałych parametrów konstrukcyjno-eksploatacyjnych, co jest dodatkową zaletą w procesie projektowania.

9. Proponowane kierunki dalszych prac

Oryginalnym wkładem niniejszej pracy w metodologię optymalizacji układów maszynowych, celem znalezienia rozwiązań optymalnych, ze względu na zadeklarowany zbiór kryterialny, jest przede wszystkim:

- ✓ określenie wpływu interpolacji i standaryzacji danych pomiarowych oraz doboru wielowartościowości zmiennych logicznych, przy różnych sposobach kodowania, odpowiednich podprzedziałów na dokładność ustalonej rangi ważności parametrów konstrukcyjno-eksploatacyjnych, metodą logicznych drzew decyzyjnych,
- ✓ opracowanie nowego algorytmu identyfikacji rangi ważności parametrów konstrukcyjno-eksploatacyjnych.

W konsekwencji proponowane kierunki dalszych prac zwrócono w stronę rozwoju prezentowanego algorytmu integracyjnego poprzez komputerową implementację danej metody. Prace te podzielono na dwa najważniejsze zagadnienia tj.:

- ✓ wybór środowiska programistycznego,
- ✓ implementację danego algorytmu w wybranym języku, z uwzględnieniem m.in.:
 - możliwości szerokiego doboru różnych typów i postaci funkcji aproksymujących,
 - minimalizacji błędu specyfikacji modelu,
 - minimalizacji wpływu interakcji poszczególnych parametrów konstrukcyjno-eksploatacyjnych.

Celem proponowanych działań jest przede wszystkim zwiększenie efektywności i elastyczności zastosowania danego algorytmu, a tym samym minimalizacja czasu obliczeń. Aplikacja tego typu umożliwi również analizę bardziej skomplikowanych układów tj. z dużą liczbą parametrów konstrukcyjno-eksploatacyjnych.

Literatura

- [1] ADAMOWICZ Z., ZBIERSKI P.: *Logic of mathematics. A modern course of classical logic*, A Wiley-Interscience Publication, John Wiley & Sons, Inc., Pure and Applied Mathematics, New York, 1997.
- [2] ANGRIST J. D., KRUEGER A. B.: *Instrumental variables and the search for identification: From supply and demand to natural experiments*, Journal of Economic Perspectives 15(4), 2001, pp. 69-85.
- [3] ATKINSON A. C.: *Plots, transformations and regression: An introduction to graphical methods of diagnostic regression analysis*, Oxford University Press, USA, 1987.
- [4] BARTOSIEWICZ S.: *Ekonometria z elementami programowania matematycznego i analizy porównawczej*, Skrypt Akademii Ekonomicznej we Wrocławiu, Wrocław, 1986.
- [5] BELSLEY D. A., KUH E., WELSCH, R. E.: *Regression diagnostics: Identifying influential data and sources of collinearity*, Wiley, New York, 1980.
- [6] BESLER A., KOZIARSKA A., PARTYKA M. A.: *Wybrane zagadnienia minimalizacji funkcji boolowskich w strukturalizacji procesów decyzyjnych*, Studia i Monografie Z.129, Politechnika Opolska - Oficyna Wydawnicza, Opole, 2001.
- [7] BITTENCOURT G.: *Combining syntax and semantics through prime form representation*, Journal of Logic and Computation 18, 2008, pp. 13-33.
- [8] BOLLEN K. A.: *Structural equation models that are nonlinear in latent variables: A least squares estimator*, Sociological Methodology, Washington, 1995, pp. 223-251.
- [9] BOLLEN K. A.: *Structural equations with latent variables*, Wiley Series in Probability and Mathematical Statistics, New York: Wiley, 1989.
- [10] BOUTE R.: *Binary algebra and functional predicate calculus: A practical approach*, University of Ghent, Belgium, 1999.
- [11] BUCHACZ A.: *Modeling, synthesis and analysis of systems characterized by a cascade structure represented by graphs*, Mech. Math. Theory, vol. 30, No. 7, Pergamon, 1995.
- [12] CABALAR P., PEARCE D., VALVERDE A.: *Minimal logic programs*, Lecture Notes in Computer Science, Volume 4670, Logic Programming, 2007, pp. 104-118.
- [13] CARROLL R. J., RUPPERT D.: *Transformation and weighting in regression*, New York: Chapman and Hall, 1988.
- [14] CHAMBERS J. M., CLEVELAND W. S., KLEINER B., TUKEY P. A.: *Graphical methods for data analysis*, Belmont, CA: Wadsworth International Group, 1983.
- [15] CHAN Y. H.: *Biostatistics 201: Linear regression analysis*, Singapore Med J 2004, 45: 55-61.

- [16] CHATTERJEE S., HADI A. S.: *Sensitivity analysis in linear regression*, New York: Wiley, 1988.
- [17] COOK R. D.: *Detection of influential observations in linear regression*, *Technometrics*, 19, 1977, pp. 351-361.
- [18] COOK R. D., WEISBERG S.: *An introduction to regression graphics*, New York: Chapman and Hall, 1994.
- [19] COOK R. D., WEISBERG S.: *Regression diagnostics with dynamic graphics (with discussion)*, *Technometrics*, 31, 1989, pp. 277-311.
- [20] COOK R. D., WEISBERG S.: *Residuals and influence in regression*, New York: Chapman and Hall, 1982.
- [21] COUDERT O.: *Doing two-level logic minimization 100 times faster*, SODA '95: Proceedings of the sixth annual ACM-SIAM symposium on Discrete algorithms, Society for Industrial and Applied Mathematics Philadelphia, PA, USA ©1995.
- [22] COUDERT O., MADRE J.: *Implicit and incremental computation of primes and essential implicant primes of Boolean functions*, In: 29th ACM/IEEE Design Automation Conference, 1992, pp. 36-39.
- [23] COUDERT O., MADRE J. C., FRAISSE H.: *A new viewpoint on two-level logic minimization*, DAC '93: Proceedings of the 30th international Design Automation Conference, ACM New York, NY, USA ©1993.
- [24] DAGENAIS M. R., AGARWAL V. K., RUMIN N. C.: *The McBOOLE logic minimizer*, DAC '85: Proceedings of the 22nd ACM/IEEE Design Automation Conference, ACM New York, NY, USA ©1985.
- [25] DAMODAR N. GUJARATI: *Basic econometrics*, McGraw Hill, New York, 2004.
- [26] DE KLEER J.: *An improved incremental algorithm for computing prime implicants*, In: Proc. AAAI-1992, San Jose, CA, 1992, pp. 780-785.
- [27] DE'ATH G.: *Multivariate regression trees: A new technique for modeling species–environment relationships*, *Ecological Society of America, Ecology*, 83(4), 2002, pp. 1105-1117.
- [28] DRAPER N. R., SMITH H.: *Applied regression analysis*, 2nd ed. New York: Wiley, 1981.
- [29] FOX J.: *Describing univariate distributions*, in J. Fox and J.S. Long (Eds.): *Modern methods of data analysis*, Sage publications, Newbury Park, 1990, pp. 58-125.
- [30] FOX J.: *Regression diagnostics*, Newbury Park, C.A.: Sage, 1991.
- [31] FRIEDEL M., NIKOLAJEWA S., WILHELM T.: *The decomposition tree for analyses of Boolean functions*, *Mathematical Structures in Computer Science*, Vol. 18, Iss. 2, Cambridge: Apr 2008, p. 411.
- [32] FULLER W. A.: *Measurement error models*, New York: Wiley, 1987.

- [33] GIVONE D. D.: *Digital principles and design*, Intl edn, McGraw-Hill, New York, 2003.
- [34] GRABOWSKI C.: *Analiza porównawcza różnych algorytmów wyznaczania minimalnych warstwowych (nakładanych) drzew logicznych*, XXXVI Konf. Zastos. Matem. PAN, Zakopane 2007, Inst. Matem. PAN, Warszawa, 2007.
- [35] GRABOWSKI C.: *Analiza systemowa nakładkowych drzew logicznych w optymalizacji dyskretnej układów maszynowych*, XXXVII Konf. Zastos. Matem. PAN, Zakopane 2008, Inst. Matem. PAN, Warszawa, 2008.
- [36] GRABOWSKI C., PARTYKA M. A.: *Nakładkowe drzewa logiczne dla kryterium kompromisu w optymalizacji dyskretnej na przykładzie pomp zębatych*, Górnictwo Odkrywkowe 4-5/2008.
- [37] GRIES D., SCHNEIDER F. B.: *A logical approach to discrete math*, Springer-Verlag, 1993.
- [38] GUETOVA M., HÖLLDOBLER S., STÖRR H. P.: *Incremental fuzzy decision trees*, Lecture Notes in Computer Science, Volume 2479, KI 2002: Advances in Artificial Intelligence, 2002, pp. 149-180.
- [39] GUPTA S. C.: *A fast paced procedure for finding prime implicants of a Boolean function*, International Journal of Electronics, No. 81, Vol. 51 Issue 5, p701, 1981, 9p.
- [40] GUZIK J.: *STATGRAPHICS Podstawowe zastosowanie ekonometryczne*, Akademia Ekonomiczna w Poznaniu, Poznań, 1996.
- [41] HAIR J. F., BLACK W. C., BABIN B. J., ANDERSON R. E.: *Multivariate data analysis*, Prentice Hall, New Jersey, 2009.
- [42] HALMOS P., GIVANT S.: *Logic as algebra*, Mathematical Association of America, 1998.
- [43] HAUSMAN J.: *Mismeasured variables in econometric analysis: Problems from the right and problems from the left*, Journal of Economic Perspectives, 15, 2001, pp. 57-67.
- [44] HEHNER E. C. R.: *From Boolean algebra to unified algebra*, The Mathematical Intelligencer, Volume 26, Number 2, 2004, pp. 3-19.
- [45] I-JEN CHIANG, JANE YUNG-JEN HSU: *Fuzzy classification trees for data analysis*, Fuzzy Sets and Systems Volume: 130, Issue: 1, August 16, 2002, pp. 87-99.
- [46] JACKSON P.: *Computing prime implicants incrementally*, in D. Kapur, ed., Automated Deduction-CADE-11 Conference on Automated Deduction, Saratoga Springs, NY, LNCS 607, 1992, pp. 253-265.
- [47] JACKSON P., PAIS J.: *Computing prime implicants*, Proc. 10th International Conference on Automated Deduction, 1990, pp. 543-557.
- [48] KARNAUGH M.: *The map method for synthesis of combinational logic circuits*, AIEE Transactions on Communication and Electronics, pt. 1 72, 1953, pp. 593-599.
- [49] KEAN A., TSIKNIS G.: *An incremental method for generating prime implicants/implicates*, Journal of Symbolic Computation 9, 1990, pp. 185-206.

- [50] KESSLER J. H., McGUIRE R. K.: *Total system performance assessment for waste disposal using a logic tree approach*, Risk Analysis, Volume 19, Number 5, 1999, pp. 915-931.
- [51] KLEINBAUM D. G., KUPPER L. L., MULLER K. E.: *Applied regression analysis and other multivariate methods*, Boston: PWS-KENT Publishing Company, 1988, 206-217.
- [52] KOHAVI Z.: *Switching and finite automata theory*, 2nd edn, McGraw Hill, New York, 1978.
- [53] KOLLEK W.: *Pompy zębate: konstrukcja i eksploatacja*, Zakł. Narod. im. Ossolińskich, Wrocław, 1996.
- [54] KOZIARSKA A., PARTYKA M. A., STANIK-BESLER A.: *Wybrane zagadnienia minimalizacji wielowartościowych funkcji logicznych w strukturalizacji procesów decyzyjnych*, Politechnika Opolska - Oficyna Wydawnicza, Opole, 2005.
- [55] KOZIARSKA A., STANIK-BESLER A.: *Standaryzacja i metody drzewiaste w ustalaniu rangi ważności parametrów układu maszynowego*, XXI Konfer. Probl. Rozw. Masz. Robocz., Zakopane, 2008.
- [56] KRZYŻAK A., PARTYKA M. A., ŁUSZCZYNA R.: *Drzewiaste przekształcenia klasyfikatorowe w modelach regresji wielokrotnej*, XXXVIII Konf. Zastos. Matem. PAN, Zakopane 2009, Inst. Matem. PAN, Warszawa, 2009.
- [57] LABER E., MOLINARO M.: *An approximation algorithm for binary searching in trees*, Lecture Notes in Computer Science, Volume 5125, Automata, Languages and Programming, 2008, pp. 459-471.
- [58] LEI ZHANG, GUIQUAN LIU, XUECHEN ZHANG, SONG JIANG, ENHONG CHEN: *Storage device performance prediction with selective bagging classification and regression tree*, Lecture Notes in Computer Science, Volume 6289, Network and Parallel Computing, 2010, pp. 121-133.
- [59] LORD F.: *Large-sample covariance analysis when the control variable is fallible*, Journal of the American Statistical Association, 55, 1960, pp. 307-321.
- [60] LUSZNIWICZ A., SŁABY T.: *Statystyka z pakietem komputerowym STATISTICA PL. Teoria i zastosowania*, C.H. Beck, Warszawa, 2008.
- [61] ŁAPCZYŃSKI M.: *Podjęcie regresyjne w budowie drzew klasyfikacyjnych CART*, Zeszyty Naukowe nr 680 Akademii Ekonomicznej w Krakowie, 2005.
- [62] ŁUSZCZYNA R.: *Interpretacja graficzna iloczynowego współczynnika regresji R_1 dla danego zbioru parametrów układu maszynowego*, XXXIX Konf. Zastos. Matem. PAN, Zakopane 2010, Inst. Matem. PAN, Warszawa, 2010.
- [63] ŁUSZCZYNA R.: *Kryterium jakości dopasowania multiplikatywnego modelu regresji w ocenie rangi ważności parametrów pompy zębatej*, Studia i Materiały Polskiego Stowarzyszenia Zarządzania Wiedzą, tom 46, Bydgoszcz, 2011.

- [64] ŁUSZCZYNA R.: *Ocena rangi ważności parametrów eksploatacyjnych pompy zębatej na podstawie testu Fishera-Snedecora oraz standaryzowanych współczynników BETA*, XL Konf. Zastos. Matem. PAN, Zakopane 2011, Inst. Matem. PAN, Warszawa, 2011.
- [65] ŁUSZCZYNA R.: *Ocena rangi ważności parametrów pompy zębatej na podstawie jakości doboru multiplikatywnego modelu regresji*, V Środowiskowe Warsztaty Doktorantów Politechniki Opolskiej, Pokrzywna 2011, Oficyna Wydawnicza Politechniki Opolskiej, Seria: Mechanika z. 98 Nr kol 341/2011, Opole, 2011.
- [66] ŁUSZCZYNA R.: *Zagadnienia optymalizacji dyskretnej układów maszynowych z wykorzystaniem interpolacji i standaryzacji danych pomiarowych*, II Środowiskowe Warsztaty Doktorantów Politechniki Opolskiej, Jarnołtówek 2008, Oficyna Wydawnicza Politechniki Opolskiej, Seria: Mechanika z. 91 Nr kol 325/2008, Opole, 2008.
- [67] ŁUSZCZYNA R.: *Zastosowanie analizy regresji wielokrotnej do oceny rangi ważności parametrów układów maszynowych*, IV Środowiskowe Warsztaty Doktorantów Politechniki Opolskiej, Pokrzywna 2010, Oficyna Wydawnicza Politechniki Opolskiej, Seria: Mechanika z. 96 Nr kol 334/2010, Opole, 2010.
- [68] ŁUSZCZYNA R.: *Zastosowanie modeli regresji wielokrotnej i logicznych drzew decyzyjnych do optymalizacji dyskretnej układów maszynowych*, III Środowiskowe Warsztaty Doktorantów Politechniki Opolskiej, Głuchołazy Zdr. 2009, Oficyna Wydawnicza Politechniki Opolskiej, Seria: Mechanika z. 93 Nr kol 328/2009, Opole, 2009.
- [69] ŁUSZCZYNA R., PARTYKA M. A.: *Efektywność typów modeli regresji wielokrotnej w statystycznej analizie danych parametrów pompy zębatej*, Zeszyty Naukowe WSOWL 3/2011, Wrocław, 2011.
- [70] ŁUSZCZYNA R., PARTYKA M. A.: *Standaryzacja danych pomiarowych w badaniach rangi ważności parametrów konstrukcyjno-eksploatacyjnych układów maszynowych z wykorzystaniem logicznych drzew decyzyjnych*, Górnictwo Odkrywkowe 4-5/2008.
- [71] ŁUSZCZYNA R., PARTYKA M. A.: *Wpływ doboru typów funkcji multiplikatywnego równania regresji wielokrotnej na rangę ważności parametrów konstrukcyjno-eksploatacyjnych układów maszynowych*, XX Jubileuszowa Ogólnopolska Konf. Nauk.-Tech. CYLINDER 2010, Ryto 2010, Inst. Tech. Górniczej KOMAG, Gliwice, 2010.
- [72] MANQUINHO V. M., FLORES P. F., SILVA J. P. M., OLIVEIRA A. L.: *Prime implicant computation using satisfiability algorithms*, In: Proceedings of the IEEE International Conference on Tools with Artificial Intelligence, Newport Beach, USA, November 1997, pp. 232-239.
- [73] MARCOVITZ A. B.: *Introduction to logic design*, Intl edn, McGraw-Hill, New York, 2002.
- [74] MATUSIEWICZ A., MURRAY N. V., ROSENTHAL E.: *Prime implicate tries*, Lecture Notes in Computer Science, Volume 5607, Automated Reasoning with Analytic Tableaux and Related Methods, 2009, pp. 250-264.

- [75] McCLUSKEY E. J.: *Minimization of Boolean functions*, Bell System Technical Journal 35, 1956, pp. 1417-1444.
- [76] McCULLOCH R.: *Fitting regression models with unknown transformations using dynamic graphics*, The Statistician, 42, 1993, pp. 153-160.
- [77] McGEER P. C., SANGHAVI J. V., BRAYTON R. K., SANGIOVANNI-VINCENTELLI A. L.: *ESPRESSO-SIGNATURE: A new exact minimizer for logic functions*, DAC '93: Proceedings of the 30th international Design Automation Conference, ACM, New York, NY, USA ©1993.
- [78] MICHALSKI R. S.: *A geometric model for the synthesis of interval covers*, Report No. 461, Dept. of Computer Science, University of Illinois, Urbana, 1971.
- [79] MICHALSKI R. S.: *Graficzna minimalizacja w klasie alternatywnych normalnych wyrażeń funkcji logicznych na podstawie tablic typu tablic Veitcha-Karnaugh*, Prace Instytutu Automatyki PAN, vol. 52, Warszawa, 1967.
- [80] MONK J. D.: *Cardinal invariants on Boolean algebras*, Basel: Birkhäuser Verlag, 1996.
- [81] NETER J., KUTNER M. H., NACHTSHEIM C. J., WASSERMAN W.: *Applied linear statistical models*, 4th ed. Chicago: IRWIN, 1996.
- [82] NETER J., WASSERMAN W., KUTNER M. H.: *Applied linear regression models*, Homewood, IL: Irwin, 1989.
- [83] NETER J., WASSERMAN W., WHITMORE G. A.: *Applied statistics*, Allyn and Bacon, Boston, 1988.
- [84] NGAIR T. H.: *A new algorithm for incremental prime implicate generation*, Proc. IJCAI 93, Chambrey, France, 1993.
- [85] NOWAK E.: *Zarys metod ekonometrii – zbiór zadań*, PWN, Warszawa, 1994.
- [86] PARTYKA M. A.: *Logika systemów projektowania na przykładzie CAD układów maszynowych*, St. i Monogr. Nr. 105, Ofic. Wydaw. Polit. Opol., Opole, 1999.
- [87] PARTYKA M. A.: *Optymalizacja dyskretna pompy wirowej śmigłowej w ruchu turbinowym – zastosowanie wielowartościowych drzew logicznych*, Nap. i Sterow., Nr 1/2004.
- [88] PARTYKA M. A.: *The Quine-Mc Cluskey minimization algorithm of individual multiple – valued logical functions for structural classification of informations and its applications for fifth generation computer systems and artificial intelligence*, Inter. Congr. Log. Collog., Paris, 1985, France, Jour. Symb. Logic, vol. 52, No. 1, 1987.
- [89] PARTYKA M. A.: *The Quine-Mc Cluskey minimization algorithm of multiple – valued partial functions for systems engineering*, Inter. Confer. Syst. Engin. 1984, University of Dayton, USA.
- [90] PARTYKA M. A.: *Algorytm Quine'a-Mc Cluskeya minimalizacji indywidualnych cząstkowych wielowartościowych funkcji logicznych*, Studia i Monografie Nr 109, Politechnika Opolska – Oficyna Wydawnicza, Opole, 1999.

- [91] PARTYKA M. A., ŁUSZCZYNA R.: *Analiza oceny rangi ważności parametrów konstrukcyjnych i eksploatacyjnych układów maszynowych z zastosowaniem modeli regresji wielokrotnej*, Konfer. Komputerowo Zintegrowane Zarządzanie, Polskie Towarzystwo Zarządzania Produkcją, Opole, 2010.
- [92] PARTYKA M. A., ŁUSZCZYNA R.: *Application of logical decision trees and multiplicative multiple regression in simulation of importance rank of design and service parameters*, International Journal of Applied Mechanics and Engineering, 2010, vol.15, No.3, pp.811-819.
- [93] PARTYKA M. A., ŁUSZCZYNA R.: *Decyzyjna analiza dokładności ustalania rangi ważności parametrów konstrukcyjnych i eksploatacyjnych pompy wirowej śmigłowej w ruchu turbinowym*, Międzynar. Konfer. Nap. i Sterow. Hydr. i Pneum. 2009, Zarz. Głów. SIMP, Ośr. Dorsk. Kadr SIMP, Wrocław, 2009.
- [94] PARTYKA M. A., ŁUSZCZYNA R.: *Kompleksowa analiza dokładności ustalania rangi ważności parametrów konstrukcyjnych i eksploatacyjnych pompy wirowej śmigłowej w ruchu turbinowym*, Napędy i Sterowanie 12/2009.
- [95] PARTYKA M. A., ŁUSZCZYNA R.: *Logiczne drzewa decyzyjne i analiza wariancji dla multiplikatywnych modeli regresji wielokrotnej w procesie optymalizacji układów maszynowych*, XL Konf. Zastos. Matem. PAN, Zakopane 2011, Inst. Matem. PAN, Warszawa, 2011.
- [96] PARTYKA M. A., ŁUSZCZYNA R.: *Multiplikatywna analiza regresji wielokrotnej z addytywną poprawką dla ustalonych zmiennych niezależnych w modelowaniu układów maszynowych*, XXXIX Konf. Zastos. Matem. PAN, Zakopane 2010, Inst. Matem. PAN, Warszawa, 2010.
- [97] PARTYKA M. A., ŁUSZCZYNA R.: *Multiplikatywna regresja wielokrotna dla kryterium kompromisu w optymalizacji dyskretnej na przykładzie pomp zębatych*, Górnictwo Odkrywkowe 3/2010.
- [98] PARTYKA M. A., ŁUSZCZYNA R.: *Wpływ zakresów dyskretyzacji danych pomiarowych na rangę ważności parametrów konstrukcyjnych i eksploatacyjnych układów maszynowych*, XXXVIII Konf. Zastos. Matem. PAN, Zakopane 2009, Inst. Matem. PAN, Warszawa, 2009.
- [99] PARTYKA M. A., ŁUSZCZYNA R., SOJKA M.: *Zarządzanie projektami na przykładzie optymalizacji pompy wirowej śmigłowej w ruchu turbinowym z uwzględnieniem interpolacji danych pomiarowych*, Konfer. Komputerowo Zintegrowane Zarządzanie, Polskie Towarzystwo Zarządzania Produkcją, Opole, 2009.
- [100] PARTYKA M. A., SOJKA M., GRABOWSKI C.: *Analiza drzewiasta rangi ważności parametrów konstrukcyjnych i eksploatacyjnych – projektowanie na przykładzie pompy wirowej śmigłowej*, Nap. i Sterow., Nr 12/2005.
- [101] PETRÍK M.: *Quine-McCluskey method for many-valued logical functions*, Soft Computing - A Fusion of Foundations, Methodologies and Applications, Volume 12, Number 4, 2008, pp. 393-402.

- [102] PIJLS W., de BRUIN A.: *Game tree algorithms and solution trees*, Theoretical Computer Science Volume: 252, Issue: 1-2, February 6, 2001, pp. 197-215.
- [103] PIRRI F., PIZZUTI C.: *Characterizing prime implicants as projective spaces*, Lecture Notes in Computer Science, Volume 728, Advances in Artificial Intelligence, 1993, pp. 41-46.
- [104] PLACKETT R. L.: *Principles of regression analysis*, Oxford University Press, Oxford, 1960.
- [105] PODGÓRSKI J.: *Statystyka z komputerem. Pakiet Statgraphics*, wersja 5 i 6, Wyd. MIKOM, Warszawa, 1995.
- [106] POOLE D.: *A logical framework for default reasoning*, Artificial Intelligence 36, 1988, pp. 27-47.
- [107] PRASAD V. C.: *Efficient minimisation of Boolean functions*, International Journal of Electrical Engineering Education, Vol. 45, Iss. 4, Manchester: Oct 2008, p. 321.
- [108] PROVAN G. M.: *Solving diagnostic problems using truth maintenance systems*, European Conference on AI, Pitman, 1988, pp. 547-552.
- [109] QUINE W. V. O.: *The problem of simplifying truth functions*, American Mathematical Monthly 59, 1952, pp. 521-531.
- [110] RAMESH A., BECKER G., MURRAY N. V.: *Cnf and dnf considered harmful for computing prime implicants/implicates*, Journal of Automated Reasoning 18(3), 1997, pp. 337-356.
- [111] RAMESH A., MURRAY N. V.: *Non-clausal deductive techniques for computing prime implicants and prime implicates*, Lecture Notes in Computer Science, Volume 698, Logic Programming and Automated Reasoning, 1993, pp. 277-288.
- [112] ROSS K. A., WRIGHT C. R. B.: *Matematyka dyskretna*, Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa, 1996.
- [113] RUSIŃSKI E.: *Zasady projektowania konstrukcji nośnych pojazdów samochodowych*, Ofic. Wydaw. Polit. Wrocł., Wrocław, 2002.
- [114] RUSIŃSKI E., CZMOCHOWSKI J., SMOLNICKI T.: *Zaawansowana metoda elementów skończonych w konstrukcjach nośnych*, Ofic. Wydaw. Polit. Wrocł., Wrocław, 1999.
- [115] RYMON R.: *An SE-tree-based prime implicant generation algorithm*, Annals of Mathematics and Artificial Intelligence, Volume 11, Numbers 1-4, 1994, pp. 351-365.
- [116] SANG-WOOK HAN, JAE-YEARN KIM: *Rough set-based decision tree construction algorithm*, Lecture Notes in Computer Science, Volume 4705, Computational Science and Its Applications - ICCSA 2007, 2007, pp. 710-720.
- [117] SARKAR D.: *Boolean function-based approach for encoding of binary images*, Pattern Recognition Letters Volume: 17, Issue: 8, July 1, 1996, pp. 839-848.
- [118] SEGAL M. R.: *Regression trees for censored data*, International Biometric Society, Vol. 44, No. 1, 1988, pp. 35-47.

- [119] SEN A., SRIVASTAVA M.: *Regression analysis – theory, methods, and applications*, Springer-Verlag, New York, 1990.
- [120] SHENOY P. P.: *Game Trees For Decision Analysis*, Theory and Decision Volume: 44, Issue: 2, April 1998, pp. 149-171.
- [121] SHINY A. K., PUJARI A. K.: *An efficient algorithm to generate prime implicants*, Journal of Automated Reasoning, Volume 22, Number 2, 1999, pp. 149-170.
- [122] SLAGLE J. R., CHANG C. L., LEE R. C. T.: *A new algorithm for generating prime implicants*, IEEE Transactions on Computers C-19(4), 1970, pp. 304-310.
- [123] SOCHER R.: *Optimizing the clausal normal form transformation*, J. Automated Reasoning 7, 1991, pp. 325-336.
- [124] SPÄTH H.: *Algorithmen für elementare Ausgleichsmo-
delle*. R. Oldenbourg-Verlag, München Wien, 1973.
- [125] STANISZ A.: *Przystępny kurs statystyki z zastosowaniem STATISTICA PL na przykładach z medycyny, tom 2. Modele liniowe i nieliniowe*, StatSoft Polska, Kraków 2007.
- [126] STRZEMECKI T.: *Polynomial-time algorithm for generation of prime implicants*, Journal of Complexity 8, 1992, pp. 37-63.
- [127] SZKLO M., NIETO F. J.: *Epidemiology: Beyond the basics*, Geithersburg: Aspen Publishers, Inc., 2000, 187-190.
- [128] TISON P.: *Generalization of consensus theory and application to the minimization of Boolean functions*, IEEE Transactions on Electronic Computers EC-16(4), 1967, pp. 446-456.
- [129] TU Y. K., CLEREHUGH V., GILTHORPE M. S.: *Collinearity in linear regression is a serious problem in oral health research*, Eur J Oral Sci 2004, 112, 389-397.
- [130] TUKEY J.: *Exploratory data analysis*, Reading: MA: Addison-Wesley, 1977.
- [131] WEISBERG S.: *Applied linear regression*, 3rd ed. New Jersey, Wiley, 2005.
- [132] WETHERILL G. B., DUNCOMBE P., KENWARD M., KÖLLERSTRÖM J., PAUL S. R., VOWDEN B. J.: *Regression analysis with applications*, London-New York: Chapman and Hall, 1986.
- [133] WILLIAM H. GREENE: *Econometric analysis*, Prentice Hall, New Jersey, 2003.
- [134] WOJNAROWSKI J., MARGIELEWICZ J.: *Modelowanie elektromechanicznych układów napędowych metodą grafów wiązań*, XI Konfer. Rozw. Masz. Robocz., Zakopane, 1999.
- [135] XIAO YONG-XIN: *Xiao map for minimization of boolean expression*, International Journal of Electronics, Vol. 63 Issue 3, September 1987, pp. 353-358.
- [136] YEOU-REN SHIUE, RUEY-SHIANG GUH: *The optimization of attribute selection in decision tree-based production control systems*, The International Journal of Advanced Manufacturing Technology, Volume 28, Numbers 7-8, 2006, pp. 737-746.

- [137] ZARZYCKI M., RDUCH J.: *Wyniki badań pompy wirowej śmigłowej w ruchu turbinowym*, Konfer. Nauk.-Techn. TRANSHYDRO 2001, Szklarska Poręba 2001, Wyd. Mech., Wyd. Mech.-Energ. Polit. Wrocław, Wrocław, 2001.
- [138] ZEJDA J. E.: *Zjawisko współliniowości w analizie wielu zmiennych: Przyczyny, rozpoznanie i możliwości eliminacji problemu*, Przegląd Epidemiologiczny, tom 63, nr 2, Warszawa, 2009, 333-337.
- [139] <http://crush.in.lublin.pl/qmc/qmc2000.doc>
- [140] http://pdf.directindustry.com/pdf/sulzer-pumps/sjp-vertical-propeller-pumps/21083-67719-_4.html
- [141] <http://www.ippt.gov.pl/~zkulpa/diagrams/diagser/tytrob14w.pdf>
- [142] <http://www.qccorp.com/webster/b-series.html>
- [143] <http://www.wns-stat.strony.univ.gda.pl/artykuly/art3.pdf>

Literatura dodatkowa

- [1d] GARBACIK A.: *Modelowanie hydraulicznych układów napędowych maszyn roboczych*, Wydawnictwo Politechniki Krakowskiej, Kraków, 1993.
- [2d] GARBACIK A.: *Studium projektowania układów hydraulicznych*, Zakład Narodowy im. Ossolińskich, Wrocław, 1997.
- [3d] JACKOWSKI K., JANKOWSKI Z., JĘDRAL W.: *Układy pompowe*, WPW, Warszawa, 1992.
- [4d] JĘDRAL W.: *Efektywność energetyczna pomp i instalacji pompowych*, Krajowa Agencja Poszanowania Energii S.A., Warszawa, 2007.
- [5d] JĘDRAL W.: *Pompy wirowe*, PWN, Warszawa, 2001.
- [6d] JĘDRAL W.: *Pompy wirowe odśrodkowe – teoria, podstawy projektowania, energooszczędna eksploatacja*, Oficyna Wydawnicza Politechniki Warszawskiej, Warszawa, 1996.
- [7d] KARAŚKIEWICZ K.: *Pompy i układy pompowe. Laboratorium*, OWPW, Warszawa, 2008.
- [8d] KATALOG SWW 0871: *Pompy przemysłowe – tom 1 i tom 2*, Wydawnictwo Przemysłu Maszynowego WEMA, Warszawa, 1988.
- [9d] KOLLEK W., PALCZAK E.: *Optymalizacja elementów układów hydraulicznych*, Zakład Narodowy im. Ossolińskich, Wrocław, 1994.
- [10d] KORCZAK A., ROKITA J.: *Pompy i układy pompowe*, Wydawnictwo Politechniki Śląskiej, Gliwice, 1997.
- [11d] Podręcznik projektowania: *Podstawy projektowania pompowni wodociągowych*, WILO Polska, Raszyn, 2012.

- [12d] Polska Norma: PN-65/M-44002. *Pompy wirowe i wporowe. Wytyczne pomiarów wielkości charakterystycznych.*
- [13d] Polska Norma: PN-85/M-44005. *Pompy wirowe. Pomiary wielkości charakterystycznych.*
- [14d] Polska Norma: PN-86/M-44015. *Pompy. Ogólne wymagania i badania.*
- [15d] Praca zbiorowa: *Mały poradnik mechanika - tom II*, WNT, Warszawa, 1994.
- [16d] SKOWROŃSKI M.: *Układy pompowe*, Oficyna Wydawnicza Politechniki Wrocławskiej, Wrocław, 2009.
- [17d] STĘPNIEWSKI M.: *Pompy*, WNT, Warszawa, 1978.
- [18d] STRYCZEK S.: *Napęd hydrostatyczny*, WNT, Warszawa, 1995.
- [19d] TROSKOLAŃSKI A. T.: *Maszyny i urządzenia hydrauliczne. Pojęcia podstawowe*, PWN, Warszawa, 1974.
- [20d] TROSKOLAŃSKI A. T., ŁAZARKIEWICZ S.: *Pompy wirowe*, WNT, Warszawa, 1973.
- [21d] WOWK J.: *Pompownie. Poradnik dla projektantów, inwestorów i użytkowników*, WNT, Warszawa, 2003.

Streszczenie

W pracy przedstawiono zastosowanie logicznych metod optymalizacji dyskretnej do analizy parametrów konstrukcyjno-eksploatacyjnych układów maszynowych.

Na przykładzie danych pomiarowych pompy wirowej śmigłowej oraz pompy zębatej zaprezentowano algorytm prognostyczny stanowiący integrację logicznych drzew decyzyjnych i metody analizy regresji wielokrotnej. Wykazano adekwatność iloczynowej wartości współczynnika korelacji R_{il} multiplikatywnego równania regresji wielokrotnej i optymalnego decyzyjnego drzewa logicznego dla danego układu parametrów. Przedstawiono również porównanie efektywności doboru modelu addytywnego i multiplikatywnego do statystycznej analizy danych parametrów pompy zębatej. Na podstawie analizy reszt regresyjnych wykazano zależność między addytywnym i multiplikatywnym sposobem eksploracji danych. W oparciu o wyniki końcowe udowodniono równoprawność modelu addytywnego i multiplikatywnego regresji wielokrotnej z punktu widzenia różnego doboru zmiennych niezależnych.

W przedstawionym podejściu oceny rangi ważności parametrów eksploatacyjnych pompy zębatej wykazano największe zmiany jakości dopasowania multiplikatywnego modelu regresji wielokrotnej w stosunku do parametrów o wyższej randze ważności.