

POLITECHNIKA OPOLSKA
WYDZIAŁ MECHANICZNY
KATEDRA MECHANIKI I PODSTAW KONSTRUKCJI MASZYN

mgr inż. Paweł Toś

**ANALIZA WYTEŻENIA ZMĘCZENIOWEGO ZWROTNICY SAMOCHODOWEJ
Z UWZGLĘDNIENIEM OBCIĄŻEŃ EKSPLOATACYJNYCH**

Rozprawa doktorska

Promotor:
prof. dr hab. inż. Ewald Macha

OPOLE 2014

***Składam serdeczne podziękowania za pomoc przy
tworzeniu pracy dla promotora: prof. dr hab. inż. E. Machy***

SPIS TREŚCI

Wykaz ważniejszych oznaczeń.....	5
1. WSTĘP.....	7
1.1. Źródła obciążeń działających na układ kierowniczy.....	10
2. CEL I ZAKRES PRACY	11
3. ANALIZA LITERATURY DOTYCZĄCEJ WYTEŻENIA ZMĘCZENIOWEGO	13
3.1. Przegląd kryteriów wytrzymałości zmęczeniowej.....	13
3.1.1. Grupa kryteriów inwariantnych	13
3.1.2. Grupa kryteriów bazujących na płaszczyźnie krytycznej.....	14
3.2. Metody i kryteria określania trwałości zmęczeniowej wykorzystywane w analizie MES.....	15
3.2.1. Metoda oceny trwałości wg wykresu Wohlera (S-N).....	16
3.2.2. Metoda inicjacji pęknięcia (CI).....	19
3.2.3. Kryteria płaszczyzny krytycznej w stanie wieloosiowego zmęczenia materiału.....	21
3.3. Grupa metod numerycznych Crack Initiation, wykorzystująca kryterium płaszczyzny krytycznej przy obliczaniu trwałości zmęczeniowej przy wieloosiowym stanie obciążenia.....	23
3.3.1. Metoda maksymalnego odkształcenia normalnego – Normal Strain.....	25
3.3.2. Metoda S-W-T- Bannantine.....	26
3.3.3. Metoda wg Fatemi, Socie.....	26
3.4. Trwałość zmęczeniowa przy obciążeniach losowych z wykorzystaniem metod spektralnych.....	27
3.5. Analiza odpowiedzi częstotliwościowej MES w metodzie wykorzystującej funkcję transmitancji do obliczania trwałości.....	30
3.6. Analiza odpowiedzi czasowej MES układu w metodzie funkcji przejścia obliczania trwałości zmęczeniowej.....	31
3.7. Podsumowanie metod obliczania wytrzymałości zmęczeniowej.....	32
4. IDENTYFIKACJA NAPRĘŻEŃ EKSPLOATACYJNYCH W RAMIENIU ZWROTNICY.....	34
4.1. Model osi przedniej i kół kierowanych samochodu ciężarowego.....	34
4.2. Analityczne obliczenia wytrzymałościowe naprężeń w wybranym przekroju ramienia zwrotnicy	38
4.3. Badania eksperymentalne naprężeń.....	40
4.3.1. Badania statyczne zwrotnicy na maszynie wytrzymałościowej.....	41
4.3.2. Badania przy obciążeniach cyklicznych na maszynie wytrzymałościowej	45
4.3.3. Przebiegi naprężeń w warunkach eksploatacyjnych – podczas postoju samochodu	49
4.3.3.1. Pomiary podczas skrętów kół w miejscu na prostej nawierzchni.....	49
4.3.3.2. Pomiary podczas skrętów na postoju w koleinie.....	53
4.3.4. Analiza wyników otrzymanych w czasie jazdy na wprost na różnych nawierzchniach.....	56
4.3.5. Pomiary w czasie skrętów przy prędkości 20 km/h na nawierzchni brukowej.....	65
4.4. Podsumowanie badań.....	72
5. ANALIZA NUMERYCZNA RAMIENIA ZWROTNICY.....	73

5.1.	Budowa modelu numerycznego.....	73
5.2.	Implementacja warunków brzegowych ramienia zwrotnicy w programach MSC.....	73
5.3.	Analiza numeryczna wpływu częstotliwości obciążenia na rozkład naprężeń z wykorzystaniem wybranych metod obliczeniowych.....	79
5.3.1.	Analiza modalna.....	80
5.3.2.	Analiza odpowiedzi częstotliwościowej układu.....	92
5.3.3.	Analiza odpowiedzi czasowej układu.....	97
5.4.	Analiza wpływu obciążeń losowych dla określonych zakresów częstotliwości.....	103
5.4.1.	Stała wartość funkcji gęstości widmowej mocy $PSDF_{IN}$	104
5.4.2.	Zmienna wartość funkcji gęstości widmowej mocy $PSDF_{IN}$	107
5.5.	Podsumowanie otrzymanych wyników.....	110
6.	OPTIMALIZACJA UKŁADÓW PŁASKICH I PRZESTRZENNYCH	112
6.1.	Optymalizacja topologiczna.....	116
6.1.1.	Optymalizacja topologiczna, analiza statyczna modelu płaskiego (2D), zbudowanego z elementów QUAD4.....	119
6.1.2.	Optymalizacja topologiczna, analiza statyczna modelu przestrzennego (3D) typu HEX8.....	120
6.2.	Optymalizacja kształtu modelu płaskiego (2D) typu QUAD	123
6.3.	Podsumowanie metod optymalizacji modeli 2D i 3D zwrotnicy.....	130
7.	ANALIZA NUMERYCZNA TRWAŁOŚCI ZMĘCZENIOWEJ ZWROTNICY	132
7.1.	Charakterystyka parametrów wejściowych wykorzystywanych przy obliczaniu trwałości zmęczeniowej.....	134
7.2.	Metoda wysokocyklowego (S-N) oraz inicjacji pęknięcia (CI) obliczania trwałości	136
7.3.	Analiza trwałości ramienia z uwzględnieniem oddziaływań dynamicznych układu	137
7.3.1.	Analiza czasowa – Transient Fatigue.....	137
7.3.2.	Analiza częstotliwościowa – Vibration Fatigue.....	138
7.4.	Podsumowanie rozdziału.....	139
8.	WNIOSKI KOŃCOWE.....	141
9.	LITERATURA.....	143

Wykaz ważniejszych oznaczeń

σ	- Naprężenia normalne
τ	- Naprężenia styczne
N_f	- Liczba cykli do zniszczenia
ε_I	- Maksymalne odkształcenia główne
ε_{II}	- Minimalne odkształcenia główne
σ_1	- Maksymalne naprężenia główne
σ_2	- Minimalne naprężenia główne
σ_Z	- Naprężenia zredukowane
ψ_x	- Pierwiastek z wartości średniokwadratowej
σ_x	- Odchylenie standardowe
ρ	- Współczynnik korelacji
$\text{cov}(X,Y)$	- Kowariancja zmiennych losowych X,Y
EX	- Wartość oczekiwana X
$D^2 X$	- Wariancja X
σ_0	- Granica zmęczenia odpowiadająca trwałości $N_0=10^6$ cykli i $R=-1$
σ_m	- Naprężenia średnie
ε_a	- Amplituda odkształcenia całkowitego
ε_e	- Amplituda odkształcenia sprężystego
ε_p	- Amplituda odkształcenia plastycznego
σ'_f	- Współczynnik wytrzymałości zmęczeniowej
$2N_f$	- Liczba półcykli (nawrotów obciążenia)
b	- Wykładnik wytrzymałości zmęczeniowej
ε'_f	- Współczynnik zmęczeniowego odkształcenia plastycznego
c	- Wykładnik zmęczeniowego odkształcenia plastycznego
K_σ	- Współczynnik koncentracji lokalnych naprężeń
n'	- Wykładnik odkształceniowego umocnienia cyklicznego
K'	- Współczynnik odkształceniowego umocnienia cyklicznego
K_t	- Współczynnik koncentracji naprężeń
σ_y	- Granica plastyczności
$\Delta\sigma$	- Lokalny zakres naprężeń
$\Delta\varepsilon$	- Lokalny zakres odkształceń
ε_n	- Odkształcenia normalne
$\sigma_{n,mean}$	- Naprężenia średnie w kierunku normalnym do płaszczyzny maksymalnych odkształceń stycznych
a_e	- Współczynnik dwuosowości
ϕ_p	- Kąt jaki tworzy σ_1 z lokalną osią x
$\varepsilon_n(t)$	- Przebieg odkształcenia normalnego
$\varepsilon_{kr}(N)$	- Odkształcenie krytyczne wyznaczone z charakterystyki zmęczeniowej materiału
$\tau_{kr}(N)$	- Naprężenie krytyczne wyznaczone z charakterystyki zmęczeniowej materiału
$\gamma_{kr}(N)$	- Odkształcenie krytyczne zależne od liczby cykli $N = N_f$
$\tau_{ns,a}$	- Amplituda naprężenia stycznego
τ_{af}	- Granica zmęczenia dla naprężeń stycznych

$\sigma_{af,b}$	- Granica zmęczenia dla naprężeń normalnych
$R_x(\tau)$	- Funkcja autokorelacji
$S_x(\omega)$	- Gęstość widmowa mocy
$H(f)$	- Transmitancja widmowa obiektu
m_k	- K-ty moment funkcji gęstości widmowej mocy
N_0^+	- Średnia (oczekiwana) liczba przejść przez poziom zerowy na zboczach narastających
M^+	- Średnia liczba szczytów w jednostce czasu
I	- Współczynnik nieregularności procesu
ϵ	- Parametr szerokości widma
$\Gamma(\cdot)$	- Funkcja gamma
b_i	- Wielkość tłumienia wiskotycznego dla i-tej mody kształtu
b_{cr}	- Wielkość wiskotycznego tłumienia krytycznego
ζ_{cr}	- Współczynnik tłumienia krytycznego
$[\phi]^T [\mathbf{M}] [\phi]$	- Macierz modalna masy
$[\phi]^T [\mathbf{B}] [\phi]$	- Macierz modalna tłumienia
$[\phi]^T \{\mathbf{P}\}$	- Wektor modalny sił
ω_i^2	- Częstotliwość modalna (częstość kołowa drgań)
$\xi(t)$	- Funkcja przemieszczeń we współrzędnych modalnych
$h(\omega)$	- Funkcja transmitancji
$[\phi]^T [\mathbf{K}] [\phi]$	- Macierz modalna sztywności
PSDF_{IN}	- Funkcja wejściowa gęstości widmowej mocy
PSDF_{OU}	- Funkcja wyjściowa gęstości widmowej mocy
τ	
Δf	- Krok częstotliwości
E_e	- Zmodyfikowany moduł Young'a po uwzględnieniu gęstości względne elementu
x^0	- Wektor początkowy zmiennych konstrukcyjnych
S^1	- Wektor przeszukiwań
α	- Parametr przeszukiwań
α^*	- Optymalny parametr przeszukiwań na kierunku określonym przez \mathbf{S}
$\nabla F(\mathbf{X})$	- Wektor gradientu funkcji celu na kierunku przeszukiwań \mathbf{S}
MES	- Metoda elementów skończonych
$L(\mathbf{X}, \lambda)$	- Funkcja Lagrange'a
Z_{so}/Z_{go}	- Stosunek granic zmęczenia przy skręcaniu i zginaniu
R	- Współczynnik asymetrii cyklu
SRI1	- współczynnik wytrzymałości zmęczeniowej
PDF	- Funkcja gęstości prawdopodobieństwa
RMS	- Pierwiastek z wartości średniokwadratowej
CT	- Mała liczb ujemna (o wartości -0,03)
CTMIN	- Mała liczb dodatnia (o wartości 0,003)
YS	- Granica plastyczności
UTS	- Wytrzymałość na rozciąganie

1. WSTĘP

Obciążenia eksploatacyjne elementów podwozia pojazdu mają najczęściej charakter losowy [6, 62, 65]. W procesie projektowania pojazdów jednym z najbardziej długotrwałych oraz kosztownych badań jest określenie odporności konstrukcji na uszkodzenia o charakterze zmęczeniowym. W chwili obecnej obserwuje się tendencję do skracania czasu projektowania poprzez rezygnację z części badań eksperymentalnych na rzecz symulacji komputerowych [36, 46]. Badania eksperymentalne są stosowane do weryfikacji ostatecznego rozwiązania konstrukcyjnego i pozwalają też ocenić poprawność modeli symulacyjnych, poprzez porównanie wyników z symulacji komputerowych i eksperymentu fizycznego. Zasadniczym celem badań zmęczeniowych jest podwyższenie bezpieczeństwa eksploatacji konstrukcji, jej optymalizacja ze względu na trwałość oraz ograniczenie kosztów napraw.

Współczesne metody komputerowe wykorzystujące metodę elementów skończonych [10, 20, 21, 35, 69], pozwalają przy zadanych zmianach obciążenia określać przebiegi naprężeń w czasie w wielu punktach konstrukcji, z dokładnością zależną od sposobu modelowania. Obliczone przebiegi naprężeń służą do kumulacji uszkodzeń, a następnie do określania trwałości zmęczeniowej testowanej konstrukcji. Dane wejściowe, takie jak krzywa Wohlera, współczynniki stanu powierzchni i inne parametry materiałowe otrzymuje się z wyników eksperymentów przeprowadzonych na rzeczywistych próbkach materiałów, elementach lub całych obiektach.

W analizie trwałości zmęczeniowej istotnym zagadnieniem jest ustalenie zmienności w czasie wektora obciążeń, co uzyskuje się drogą symulacji komputerowych modeli dynamicznych konstrukcji oraz za pomocą pomiarów [78]. Do określenia zmienności obciążeń służą modele dynamiczne w postaci układu powiązanych brył sztywnych, z których symuluje się warunki eksploatacyjne poruszania się pojazdu po drodze o określonej jakości.

W metodzie pomiarowej określania zmiennych obciążeń rejestruje się przebiegi czasowe przyśpieszeń bądź odkształceń w wybranych punktach konstrukcji, które stanowią odpowiedź układu na obciążenia eksploatacyjne. Bezpośredni pomiar obciążeń eksploatacyjnych elementów zawieszonych pojazdów jest bardzo trudny i kosztowny. Dlatego też wyznaczanie obciążeń eksploatacyjnych przeprowadza się w sposób pośredni za pomocą symulacji komputerowej modelu konstrukcji, w której przyjmuje się parametry zmierzonych przebiegów odpowiedzi modelu w punktach odpowiadających rozmieszczonym na konstrukcji tensometrom (lub innym czujnikom) pomiarowym. Pozwala to następnie wyznaczyć z modelu rozkłady zmienności pola odkształceń i naprężeń całej konstrukcji i wykorzystać je w analizie wyczerpania zmęczeniowego.

Analiza numeryczna pola odkształceń i naprężeń pozwala na określenie, które węzły konstrukcyjne wymagają poprawy i poprzez zmianę ich parametrów można dokonać weryfikacji przyjętych założeń konstrukcyjnych. Po otrzymaniu zadowolających wyników, przy założeniu, że pozostałe warunki poprawności konstrukcji są spełnione, tworzony jest prototyp, który zostaje przebadany na stanowiskach do badań trwałościowych. W końcowym etapie projektowania, wyniki z eksperymentu fizycznego wykorzystywane są do weryfikacji i walidacji analiz numerycznych badanej konstrukcji. Obecnie, ze względu na coraz wyższą jakość analiz numerycznych obserwuje się tendencję do zmniejszania liczby testów fizycznych konstrukcji, poprzez wykorzystanie wyników testów na konstrukcjach podobnych.

Tematem niniejszej pracy jest analiza numeryczna zwrotnicy poddanej obciążeniom w warunkach statycznych, cyklicznych i losowych, pod kątem wytrzymałości zmęczeniowej. Głównym motywem do podjęcia tematu było zwiększenie

bezpieczeństwa sterowania pojazdu podczas jazdy w ekstremalnych warunkach terenowych, jak również wydłużenie cyklu eksploatacji badanej konstrukcji.

Dokonano również przeglądu literatury, w którym przedstawiono sposoby obliczania drgań wymuszonych i wytrzymałości zmęczeniowej stosowane w metodach elementów skończonych. Większość obliczeń przeprowadzono na modelu przestrzennym, dla złożonego trójwymiarowego stanu naprężenia.

W celu zbadania podatności zwrotnicy na wymuszone drgania przeprowadzono analizę dynamiczną i optymalizację wymiarów konstrukcji pod kątem uniknięcia niebezpiecznych miejsc koncentracji naprężeń i rezonansów dynamicznych. Do wyznaczenia zmienności obciążeń w czasie wykonano pomiary odkształceń w wybranych punktach zwrotnicy w warunkach eksploatacyjnych samochodu oraz przeprowadzono symulację komputerową modelu dynamicznego konstrukcji.

Dynamika konstrukcji przy wyznaczaniu trwałości zmęczeniowej została uwzględniona poprzez przeprowadzenie analiz statycznych za pomocą zliczania cykli metodą „Rainflow” oraz analiz w dziedzinie częstotliwości i czasu.

Badania wytrzymałości zmęczeniowej należą do najbardziej kosztownych i długotrwałych badań w procesie projektowania zmęczeniowego. Do istotnych czynników tego procesu należą podwyższenie bezpieczeństwa eksploatacji i niezawodności konstrukcji i ograniczenie kosztów napraw poprzez optymalizację konstrukcji.

W metodach numerycznych dominują trzy główne filozofie projektowania zmęczeniowego [32, 57]:

1. Ze względu na niezawodną trwałość (ang. SAFE LIFE) – konstrukcje są projektowane tak, aby przetrwały określoną liczbę cykli obciążenia lub czas do uszkodzenia. Testy te są zwykle prowadzone z wprowadzonym określonym marginesem bezpieczeństwa.
2. Metoda zapewniająca odporność na uszkodzenia (ang. FAIL SAFE), którą stosuje się tam, gdzie trzeba uniknąć uszkodzeń bez względu na pozostałe koszty. I nawet jeśli struktura konstrukcji zostałaby uszkodzona powinna ona być w odpowiednim stanie sprawności pozwalającym przetrwać do kolejnej naprawy.
3. Metoda tolerująca uszkodzenia (ang. DAMAGE TOLERANT) opierająca się na założeniu, że pewne wady konstrukcji zawsze istnieją i że stałe kontrole konstrukcji zapewnią, że pęknięcie nie będzie propagować do krytycznego stanu

W niniejszej pracy wykorzystywano filozofię SAFE LIFE projektowania zmęczeniowego.

Z punktu widzenia obliczeń zmęczeniowych konstrukcji analiza MES ma niezaprzeczalne zalety, gdyż dostarcza powiązania pomiędzy zastosowanym obciążeniem i odpowiadającym mu naprężeniem w regularnych rozlokowanych punktach struktury. Pozwala to ominąć konieczność uzyskiwania przybliżonego współczynnika koncentracji naprężeń. Ponadto, analiza MES pozwala na badanie właściwości zmęczeniowych obiektu dla złożonych przypadków obciążeń. Wykorzystywane w kryteriach wieloosiowego zmęczenia składniki są standardowymi danymi wynikowymi obliczeń programów MES.

Dzięki tym zaletom MES jest obecnie głównym narzędziem w symulacyjnych badaniach zmęczeniowych. Jego zalety są widoczne zwłaszcza w fazie badań prototypowych wyrobu.

1.1 Przedmiot badań

Przedmiotem pracy jest element układu kierowniczego pojazdu marki Jelcz D43 (rys. 1.1). Jest to pojazd wysokiej mobilności, dużej ładowności przeznaczony do transportu ładunków do 20 ton jak również do przewozu ładunków kontenerowych.

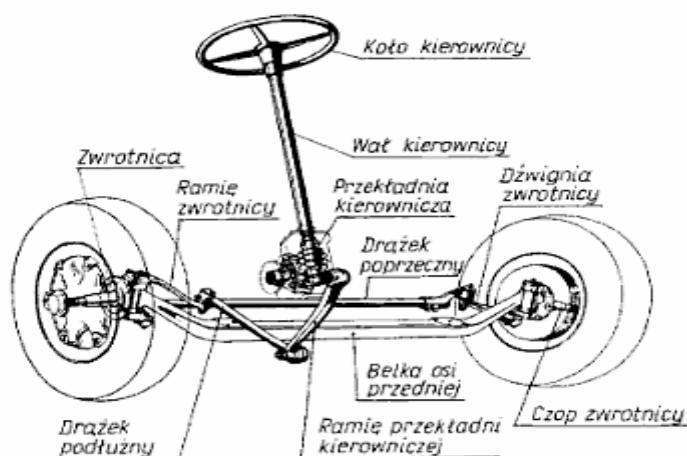


Rys.1.1. Obiekt badań. Samochód Jelcz D43

Pojeździe tym można wyróżnić następujące rodzaje obciążeń układu kierowniczego:

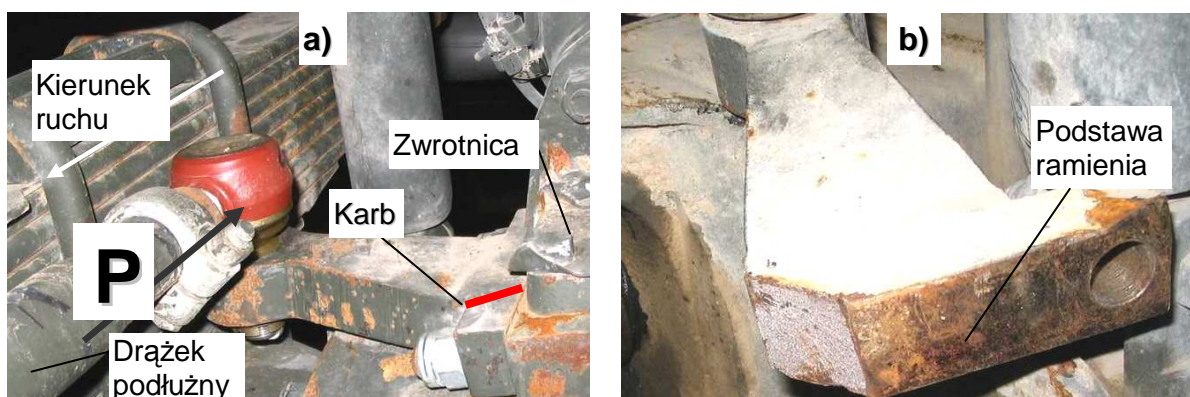
- wynikające z nierówności nawierzchni dróg i warunków ruchu pojazdu,
- związane z cechami konstrukcyjnymi układu kierowniczego.

Obciążenia eksploatacyjne wywołane nierównościami nawierzchni dróg przenoszone są przez zawieszenie pojazdu do nadwozia i są odczuwalne w postaci drgań nadwozia. Drgania wynikające z nierówności podłoża przenoszone są również przez układ kierowniczy. Drgania te są wyczuwalne przez kierowcę pojazdu na kole kierownicy i powodują przedwczesne zużycie takich podzespołów układu jak sworznie kulowe, łożyska zwrotnicy, przekładni kierowniczej czy też ramienia zwrotnicy. Przykładowy schemat układu kierowniczego, stosowany głównie w samochodach ciężarowych, przedstawiono na rys. 1.2.



Rys. 1.2. Przykładowy układ kierowniczy samochodu ciężarowego [73]

W wyniku obciążeń eksploatacyjnych w ramieniu zwrotnicy powstają pęknięcia podstawy ramienia od strony drążka kierowniczego (rys. 1.3)



Rys.1.3. Widok ramienia zwrotnicy samochodu terenowego Jelcz D43: a) zwrotnica zamontowana w układzie kierowniczym pojazdu, b) przykład uszkodzenia (złomu) powstałego od działającej siły P

Po analizie sposobu przyłożenia siły działającej na ramię zwrotnicy można wstępnie przyjąć, że zaznaczone na rys. 1.3a czerwoną kreską pęknięcie powstało w karbie od strony działania siły P (przy skręcie kół w prawo), jako efekt naprężeń rozciągających w podstawie ramienia pomiędzy mocowaniem śruby od strony drążka kierowniczego, a częścią główną ramienia. Taki stan obciążenia wywołał uszkodzenie ramienia zwrotnicy (rys.1.3b) charakterystyczne dla tego typu układów kierowniczych, które powstało wskutek naprężeń normalnych od działającej siły P, mającej losowy charakter obciążenia.

1.1. Źródła obciążeń działających na układ kierowniczy

Obciążenia wynikające z cech konstrukcyjnych pojazdu objawiają się w postaci drgań na kole kierowniczym [63] pojazdu i są niepożądanym zjawiskiem występującym w trakcie ruchu pojazdu nawet po idealnie gładkiej drodze. Drgania te mają charakter samowzbudny i powstają na wskutek niewyważenia koła, błędów kształtu opony i obręczy oraz jako efekt nieustalonych stanów dynamicznych w kontakcie koło-droga (tzw. Shimmy [45]). Duży wpływ na powstawanie tego typu drgań ma także jazda przy niewłaściwie ustawionej geometrii układu kierowniczego (kątem pochylenia koła, zbieżnością, kątem pochylenia i wyprzedzenia osi zataczania).

Drgania w układzie kierowniczym zarówno w zakresie procesów przejściowych jak i ustalonych w istotny sposób obniżają wytrzymałość zmęczeniową elementów. Jazda w trudnych warunkach terenowych związana jest z jednej strony z wyższymi wartościami naprężeń średnich, amplitudy naprężeń i asymetrii cyklu, jak również z losowymi impulsami typu udarowego oraz zmiennością obciążeń w układzie.

W zależności od celu badań jednoczesne uwzględnienie wymienionych powyżej przyczyn nie zawsze jest konieczne. Jednakże podczas eliminacji niektórych z nich dobrze jest znać poziom wartości tych oddziaływań oraz ich strukturę częstotliwościową.

Proces stochastyczny jakim jest wymuszenie kinematyczne działające na układ kierowniczy, zawieszenie i bryłę nadwozia mieści się w szerokim paśmie częstotliwości [42]. W przypadku układu kierowniczego samochodu ciężarowego częstymi źródłami obciążeń są drgania pochodzące od niewyważenia [45], sprzężenie kół kierowanych z drganiami kątowymi przedniej osi w czasie przechyłu bocznego. Badano także wpływ kątów usytuowania osi zataczania oraz tarcia suchego i luzów w układzie kierowniczym [42] na skłonność do powstawania drgań. Wiele uwagi zwracano na właściwy dobór

tłumienia w układzie kierowniczym [65]. Rezultaty wielu prac [30, 36, 85] wskazują, że są to procesy szybkozmienne, których wartości szczytowe narastają ze zwiększeniem się prędkości.

2. CEL I ZAKRES PRACY

Celem niniejszej pracy jest przeprowadzenie analizy wyężenia zmęczeniowego zwrotnicy układu kierowniczego samochodu terenowego, z uwzględnieniem rzeczywistych przebiegów obciążeń eksploatacyjnych. Zakres pracy obejmuje zbadanie, które metody analizy obciążeń MES i obliczania trwałości zmęczeniowej najlepiej opisują zjawiska dynamiczne zwrotnicy układu kierowniczego dla wybranego pojazdu ciężarowego, powstałe podczas obciążeń eksploatacyjnych oraz weryfikacja przydatności tych metod w praktyce inżynierskiej poprzez porównanie testów numerycznych i badań eksperymentalnych.

Opracowanie obejmuje następujące zagadnienia:

1. Analiza literaturowa metod obliczania wyężenia i trwałości zmęczeniowej.
2. Analiza przebiegów czasowych obciążeń otrzymanych w warunkach laboratoryjnych i eksploatacyjnych.
3. Obliczenia numeryczne naprężeń i deformacji ramienia zwrotnicy, z uwzględnieniem poziomu działania obciążeń zewnętrznych zbliżonych do obciążeń otrzymanych z badań eksperymentalnych. Wyznaczanie obciążeń odbywa się na poziomie pliku wsadowego do solwera MSC Nastran, z uwzględnieniem losowego charakteru przebiegów.
4. Optymalizacyjna numeryczna pól naprężeń przy uwzględnieniu zmian geometrii zwrotnicy.
5. Obliczenia numeryczne wyężenia i trwałości zmęczeniowej zwrotnicy.

W ramach pierwszego zagadnienia przeprowadzono analizę literaturową wybranych kryteriów zniszczenia i hipotez zmęczeniowych uwzględniających wieloosiowe obciążenia materiałów i konstrukcji stosowane w obliczeniach trwałościowych. Przedstawiono szczegółowy opis modeli wieloosiowego zmęczenia materiału, a w tym metod spektralnych obliczania trwałości zmęczeniowej, wykorzystywanych w dalszej części pracy.

W ramach drugiego zagadnienia dokonano szczegółowej analizy obciążeń cyklicznych i losowych, otrzymanych w warunkach laboratoryjnych oraz podczas eksploatacji badanego elementu konstrukcji. Obliczone parametry i charakterystyki statystyczne (m.in. rozkład gęstości prawdopodobieństwa, rozkład gęstości widmowej mocy i inne). Wybrane charakterystyki statystyczne są wykorzystywane w obliczeniach numerycznych.

Zagadnienie trzecie obliczenia numeryczne zwrotnicy w złożonym stanie obciążenia, z uwzględnieniem analizy statycznej, analizy czasowej oraz analizy częstotliwościowej i obciążeń losowych. Przeprowadzono wstępną analizę statyczną zwrotnicy z uwzględnieniem czterech wariantów warunków brzegowych, celem określenia ich wpływu na pola naprężeń i odkształceń. Ponadto przyjęto zwrotnicę jako układ dynamiczny i dokonano transformacji otrzymanych z badań eksploatacyjnych losowych odkształceń z punktów pomiarowych zwrotnicy na funkcję wyjściową gęstości widmowej mocy ($PSDF_{OUT}$). Następnie obliczono transmitancję układu dynamicznego zwrotnicy i przedstawiono charakterystykę obciążenia zewnętrznego w postaci gęstości

widmowej mocy na wejściu tego układu ($PSDF_{IN}$) w punkcie środkowym sworznia zwrotnicy.

W zagadnieniu czwartym skoncentrowano się na optymalizacji topologicznej modelu 3D ramienia zwrotnicy oraz na optymalizacji parametrów związanych z geometrią zwrotnicy. Przedstawiono także wpływ kolejnych iteracji na zmiany badanych parametrów w procesie optymalizacji pól naprężeń.

Ostatnie zagadnienie dotyczy analizy obliczonych wartości trwałości zmęczeniowej ramienia zwrotnicy przy użyciu solwera MSC Fatigue. W celach porównawczych przeprowadzono analizę czasową i analizę częstotliwościową obliczania trwałości, z uwzględnieniem wpływu obciążeń losowych.

Podane w pracy metody numeryczne obliczania charakterystyk w dziedzinie czasu i częstotliwości, z uwzględnieniem metod dynamicznych oferowane przez pakiet MSC Nastran i Fatigue, są niezastąpionym narzędziem analizy wytrzymałościowej dla konstrukcji o skomplikowanych kształtach i w istotny sposób ułatwiają na analizę numeryczną konstrukcji pracujących w wieloosiowym stanie obciążeń losowych.

3. ANALIZA LITERATURY DOTYCZĄCEJ WYŁĘŻENIA ZMĘCZENIOWEGO

3.1. Przegląd kryteriów wytrzymałości zmęczeniowej

Układ kierowniczy samochodu jest grupą elementów poddaną działaniu obciążeniom zmiennym. Złożony kształt oraz rodzaj obciążeń elementów powodują powstawanie niejednorodnych, trójosiowych rozkładów naprężeń w materiale, co daje różne wartości wyciężenia zmęczeniowego. Jednym z głównych zadań analizy zmęczeniowej jest określenie długości resursu, czyli tzw. eksploatacyjnej żywotności cyklicznej (ang. service cyclic life).

Najczęściej do analizy zmęczeniowej badanych elementów włączane są kryteria nisko- i wysokocyklowego zmęczenia z uwzględnieniem zagadnień drgań przenoszonych z zawieszenia do układu kierowniczego samochodu.

Prace eksperymentalne doprowadziły do stworzenia wielu modeli kryteriów wyciężenia wieloosiowego zmęczenia. Modele te często opierają się na krańcowo różnych założeniach, warto więc przy ich przeglądzie podzielić je na grupy odpowiadające ich charakterystyce [37]:

- modele naprężeniowe wywodzące się z krzywej eliptycznej Gougha-Pollarda,
- modele oparte na niezmiennikach (inwariantach) stanu naprężenia lub odkształcenia,
- modele bazujące na płaszczyźnie krytycznej,
- modele uwzględniające wartości średnie naprężeń lub odkształceń,
- modele energetyczne.

W lat trzydziestych XX w. Gough i Pollard [22] stworzyli model kryterium wyciężenia zmęczeniowego oparty na krzywej eliptycznej dla złożonej wytrzymałości zmęczeniowej (zginanie i skręcanie). Mimo iż od powstania wzoru Gougha-Pollarda minęło już ponad 70 lat jest on nadal zalecany w podręcznikach [14], a także rozwijany we współczesnych kryteriach zmęczeniowych.

Marin [47] zaproponował kryterium, w którym bierze pod uwagę amplitudę i wartość średnią naprężenia oktaedrycznego.

Lee [33, 39] zmodyfikował ćwiartkę elipsy Gougha do postaci kryterium uwzględniającego przesunięcie w fazie naprężeń. W badaniach porównawczych Wanga [80] kryterium to zostało bardzo wysoko ocenione.

3.1.1. Grupa kryteriów inwariantnych

W skład kryteriów tej grupy wchodzi zwykle naprężenie hydrostatyczne oraz naprężenie oktaedryczne. Zastosowanie kryteriów inwariantnych pozwala ustalić czy pęknięcie zmęczeniowe się pojawi, czy też nie. Orientacja potencjalnych pęknięć nie może być jednak przez te kryteria ustalona.

Sformułowana przez Guesta zasada [25] wiążąca algebraicznie największe i najmniejsze naprężenia główne jest nadal uznawana za możliwą do stosowania w przypadku rozpatrywania naprężeń głównych. Stosowana w równaniu Guesta stała materiałowa (stosunek Z_{so}/Z_{go}) jest obecnie powszechnie używana jako miara ciągliwo-kruchości charakterystyki materiału.

Sines [73] poddał analizie wpływ różnych kombinacji zmiennego naprężenia zginającego i skręcającego na wytrzymałość zmęczeniową. Na podstawie swoich badań sformułował kryterium zawierające naprężenie oktaedryczne reprezentujące amplitudę zmiennych naprężeń oraz średnią wartość naprężenia hydrostatycznego, które miało

oddawać wpływ naprężeń średnich przy wieloosiowym zmęczeniu. Jak zostało przez Sinesa dowiedzione, średnie naprężenie tnące ma w porównaniu do średniego naprężenia normalnego znikomy wpływ na trwałość zmęczeniową w zakresie odkształceń sprężystych. Kryterium Sinesa wykazuje dobrą korelację z badaniami eksperymentalnymi.

Crossland [8] sformułował bardzo zbliżone kryterium do Sinesa. Różnica w podejściu obu badaczy dotyczy wpływu na trwałość zmęczeniową naprężenia hydrostatycznego, które według Crosslanda powinno zostać uwzględnione przez jego wartość maksymalną.

Kryterium Deperrois [11] różni się w podejściu od wymienionych poprzednio w zakresie wyznaczenia amplitudy naprężeń. Deperrois bazuje na reprezentacji ścieżki obciążenia Φ w przetransformowanej przestrzeni dewiatorowej E_D , dla której wyznacza się cięciwę będącą miarą amplitudy.

3.1.2. Grupa kryteriów bazujących na płaszczyźnie krytycznej

Stulen i Cummings [75] sformułował w 1954 roku tezę, że uszkodzenia zmęczeniowe są głównie powodowane przez powtarzające się poślizgi na płaszczyźnie krytycznej naprężeń tnących i są powodowane także przez naprężenie normalne w tej płaszczyźnie. Jako płaszczyznę krytyczną definiuje się płaszczyznę, w której liniowa kombinacja naprężenia stycznego oraz normalnego osiąga określoną wartość.

Kryterium Findleya [18, 19] nawiązuje do linowej kombinacji amplitudy naprężenia stycznego oraz maksymalnego naprężenia normalnego działającego w płaszczyźnie krytycznej. Płaszczyzną krytyczną jest to ta, w której ta kombinacja daje maksymalną wartość.

Matake [48] w swoim kryterium również posługuje się identyczną parą naprężeń jak Findley. Płaszczyzną krytyczną jednak dla Matakea jest płaszczyzna, w której amplituda naprężeń osiąga maksimum. To kryterium, w odróżnieniu do poprzednio omawianego, poprawnie oddaje granicę zmęczenia przy skręcaniu.

Dietmann [12] używa koncepcji oktaedrycznych naprężeń stycznych i normalnych, które działają w płaszczyźnie jednakowo nachylonej do kierunków głównych tensora naprężeń. Dla proporcjonalnego obciążenia położenie płaszczyzny oktaedrycznej nie zmienia się. Według tego kryterium amplituda oktaedrycznych naprężeń stycznych nie może przekroczyć wartości dopuszczalnej.

Macha [60] sformułował w 1979r. uogólnione kryterium maksymalnych naprężeń stycznych i normalnych w płaszczyźnie krytycznej, a w 1988r. uogólnione kryterium maksymalnych odkształceń stycznych i normalnych w płaszczyźnie krytycznej, w warunkach wieloosiowych obciążeń losowych. Losowe stany naprężeń i odkształceń opisuje sześciowymiarowymi, stacjonarnymi i ergodycznymi procesami stochastycznymi o normalnych rozkładach prawdopodobieństwa. Płaszczyzny krytyczne proponuje wyznaczać za pomocą trzech sposobów: metodą funkcji wagowych, metodą wariancji i metodą kumulacji uszkodzeń.

Grubisic i Simbürger [24] w 1973 roku przeprowadzili bardzo obszerne badania w warunkach złożonego wieloosiowego obciążenia. Wnioski z tych badań pozwoliły między innymi na ustalenie, że na mechanizm zmęczeniowy dla różnego typu materiałów (zostały wyróżnione trzy podstawowe grupy: materiały ciągliwe, ciągliwo-kruche i kruche) ma wpływ zarówno naprężenie styczne jak i normalne, a ten wpływ jest różny dla różnych grup metali.

Papadopoulos [66, 67] przeprowadził analizę wielu kryteriów zmęczeniowych pod względem poprawności ich przewidywania w warunkach przesunięcia fazowego cyklicznych obciążeń zmęczeniowych. Jak wynika z jego badań wytrzymałość

zmęczeniowa przy dużej liczbie cykli obciążeń ($\sim 10^6$) i przesuniętego w fazie zginania ze skręcaniem nie jest zależna od różnicy faz. Dla innych typów obciążeń kryterium Papadopoulosa przewiduje dający się zauważyć wpływ różnicy w przesunięciu fazowym na wytrzymałość zmęczeniową. Kryterium Papadopoulosa wykazało bardzo dobrą zgodność z badaniami eksperymentalnymi, ale jest ono ograniczone tylko do pewnej klasy metali ($0.577 \leq Z_{so}/Z_{go} \leq 0.8$).

3.2. Metody i kryteria określania trwałości zmęczeniowej wykorzystywane w analizie MES

Spośród kilku wyróżniających się systemów oprogramowania do wyznaczenia rozkładów naprężeń pochodzących od obciążeń cyklicznych i losowych na uwagę zasługuje platforma MSC Nastran firmy MacNeal-Schwendler Corporation [56] z interfejsem MSC Patran [70], a do analizy zmęczeniowej pakiet MSC Fatigue [32].

MSC Fatigue [55] jest programem służącym do obliczania trwałości zmęczeniowej konstrukcji na podstawie znanych rozkładów naprężeń i/lub odkształceń wyznaczonych metodą elementów skończonych. Jako wynik obliczeń programu otrzymuje się trwałość zmęczeniową obliczoną w węzłach konstrukcji. Przy wykonywaniu obliczeń program wykorzystuje następujące informacje dotyczące konstrukcji:

- model MES konstrukcji,
- rozkład naprężeń i/lub odkształceń w rozpatrywanej konstrukcji wyznaczony dla dowolnego poziomu obciążenia w analizie liniowej MES,
- właściwości cykliczne materiału,
- obciążenie eksploatacyjne (w postaci widma historii obciążenia).

Pakiet MSC Fatigue umożliwia wyznaczenie parametrów trwałości zmęczeniowej wykorzystując następujące metody [32]:

1. Metoda oceny wg wykresu Wöhlera (S-N, ang. Total Life),
2. Metoda inicjacji pęknięcia (ang. Crack Initiation),
3. Metoda wielosiowego zmęczenia materiału (ang. Multiaxial Fatigue), która podzielona jest na dwie grupy:
 - 3.1. Grupa obliczeń wg tzw. FOS (ang. Factor of Safety) - współczynnika bezpieczeństwa:
 - 3.1.1. Metoda wg założeń DangVan,
 - 3.1.2. Metoda wg założeń Mc Diarmid,
 - 3.2. Grupa obliczeń wg tzw. CI (ang. Crack Initiation) – inicjacji pęknięcia przy wielosiowym obciążeniu:
 - 3.2.1. Metoda Normal Strain – odkształcenia normalnego,
 - 3.2.2. Metoda wg złożenia SWT Bannantine,
 - 3.2.3. Metoda Shear Stress – naprężenia stycznego,
 - 3.2.4. Metoda wg Fatemi, Socie,
 - 3.2.5. Metoda wg Wang Brown,
 - 3.2.6. Metoda wg Wang Brown z wartością średnią.
4. Metoda propagacji pęknięcia (ang. Crack Propagation),
5. Metoda analizy czasowej (ang. Transient) – uwzględniająca efekty dynamiczne od czasowego przebiegu historii obciążenia i zmiany naprężeń/odkształceń uzyskane w analizie modalnej MES,
6. Metody spektralne wykorzystujące charakterystyki częstotliwościowe konstrukcji umożliwiające obliczenia parametrów trwałości według kryteriów:
 - a) Dirlik,
 - b) Narrow band,
 - c) Tunna,

- d) Wirsching,
- e) Hancock,
- f) Kam&Dover,
- g) Steinberg.

Powyższe kryteria są używane przez dwa rodzaje metod analizy spektralnej:

- 6.1. Metoda wykorzystująca funkcję transmitancji (ang. Transfer Function) konstrukcji z analizy odpowiedzi częstotliwościowej MES, z użyciem funkcji wejściowej $PSDF_{IN}$,
- 6.2 Metoda spektralna (ang. Power Spektrum) wykorzystująca mapy naprężeń otrzymane w analizie MES, opisane w postaci funkcji gęstości widmowych mocy ($PSDF_{OUT}$). Obciążeniem zewnętrznym zarówno w analizie MES jak i solverze Fatigue jest otrzymana z obciążenia losowego ta sama funkcja gęstości widmowej mocy ($PSDF_{IN}$).

3.2.1. Metoda oceny trwałości wg wykresu Wöhlera (S-N)

Metoda oceny trwałości zmęczeniowej wg wykresu Wöhlera jest stosowana dla przypadków zmęczenia wysokocyklowego [17]. Wykres Wöhlera opisuje zależność pomiędzy amplitudą naprężenia a liczbą cykli do zniszczenia następującym wzorem [57]:

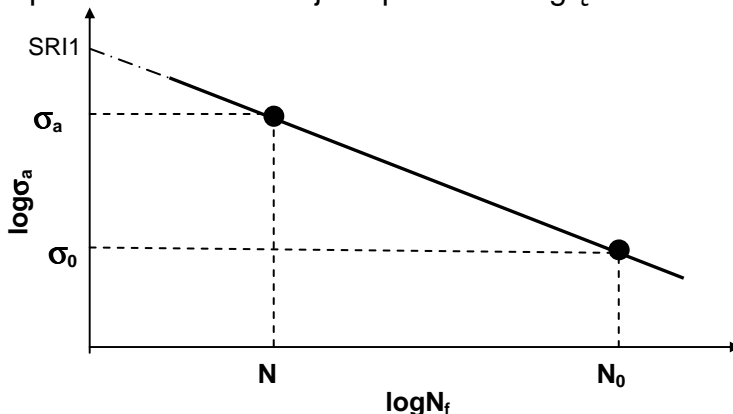
$$\Delta\sigma = 2\sigma_a = SRI1(N_f)^b \quad (3.1)$$

gdzie:

- $\Delta\sigma$ - nominalny zakres naprężeń - różnica pomiędzy maksymalnym i minimalnym naprężeniem w cyklu naprężeń zmiennych przy próbie zmęczeniowej (podwójna amplituda naprężeń σ_a),
- SRI1 - współczynnik wytrzymałości zmęczeniowej (punkt przecięcia się wykresu Wöhlera z osią naprężeń) - odpowiada to 1/4 cyklu i zakłada się równość naprężenia niszczącego dla tej części cyklu z wytrzymałością przy obciążeniu statycznym,
- N_f - liczba cykli do zniszczenia przy danym poziomie naprężeń,
- b - wykładnik wytrzymałości zmęczeniowej.

Przykładowy fragment wykresu Wöhlera, sporządzany zgodnie z [2], przedstawiono na rys. 3.1.

W trakcie eksploatacji konstrukcja poddawana jest różnym cyklom obciążenia. Obciążenie to powoduje powstawanie naprężeń, których wartość średnia w cyklu może być różna od zera. Większość danych zmęczeniowych uzyskiwanych dla materiałów w laboratoriach badawczych [1] zostało otrzymanych dla symetrycznych cykli naprężeń, dla którego współczynnik asymetrii cyklu $R = \sigma_{min}/\sigma_{max} = -1$. Fakt ten należy uwzględnić poprzez wprowadzenie korekcji amplitud ze względu na obecność naprężeń średnich.



Rys. 3.1. Przyjęte oznaczenia na wykresie Wöhlera [57]

Z wykresu wynika następująca zależność:

$$\log N_0 - \log N = -\frac{1}{b} \log \left(\frac{\sigma_a}{\sigma_0} \right) \quad (3.2)$$

na podstawie której trwałość wyrażona liczbą cykli N określona jest równaniem:

$$N = N_0 \left(\frac{\sigma_a}{\sigma_0} \right)^{\frac{1}{b}} \quad (3.3)$$

gdzie: σ_a – poziom amplitudy naprężeń odpowiadający trwałości N ,

σ_0 – granica zmęczenia odpowiadająca trwałości $N_0=10^6$ cykli symetrycznych.

Solwer Fatigue wprowadza korekcję amplitud naprężeń ze względu na obecność naprężeń średnich za pomocą jednej z dwóch zależności [57]:

- Goodmana określanej wzorem:

$$\sigma_a = \sigma_0 \left\{ 1 - \left[\frac{\sigma_m}{\sigma_u} \right] \right\} \quad (3.4)$$

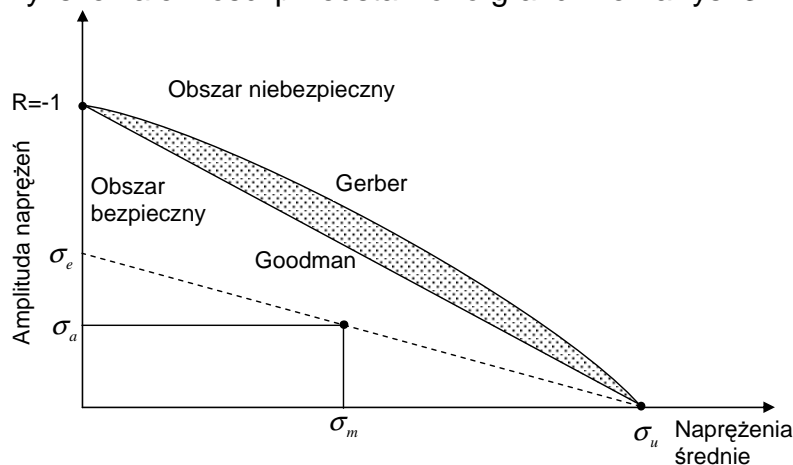
- Gerbera opisywanej przez równanie:

$$\sigma_a = \sigma_0 \left\{ 1 - \left[\frac{\sigma_m}{\sigma_u} \right]^2 \right\} \quad (3.5)$$

gdzie: σ_m - naprężenia średnie,

σ_u - wytrzymałość na rozciąganie.

Powyższe zależności przedstawiono graficznie na rys. 3.2.

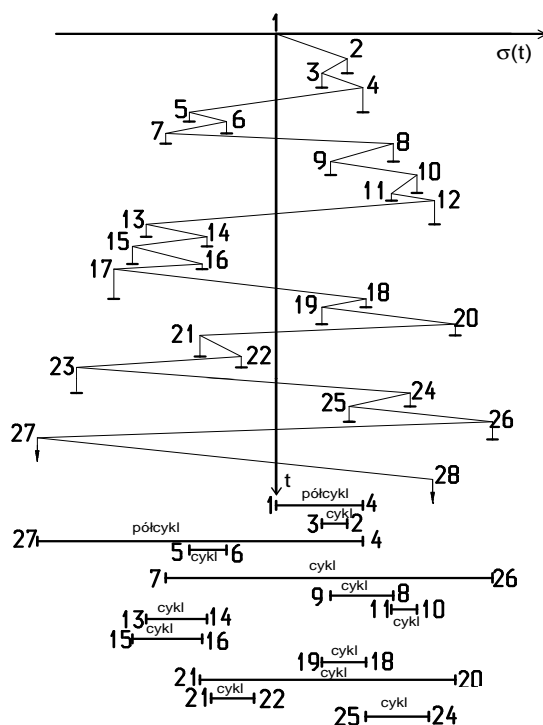


Rys. 3.2. Graficzne przedstawienie korekcji amplitud naprężeń ze względu na obecność naprężeń średnich [32]

Z rysunku 3.2 wynika, że przy większych amplitudach naprężeń maleją dopuszczalne naprężenia średnie. Korekcja pozwala wyznaczyć zastępczą amplitudę naprężenia σ_e , która jest użyta do sumowania uszkodzeń wykresu krzywej $\sigma_a - N$. Ponadto stosuje się współczynnik redukcji wytrzymałości zmęczeniowej K_f , który uwzględnia wpływ następujących czynników na stan naprężenia:

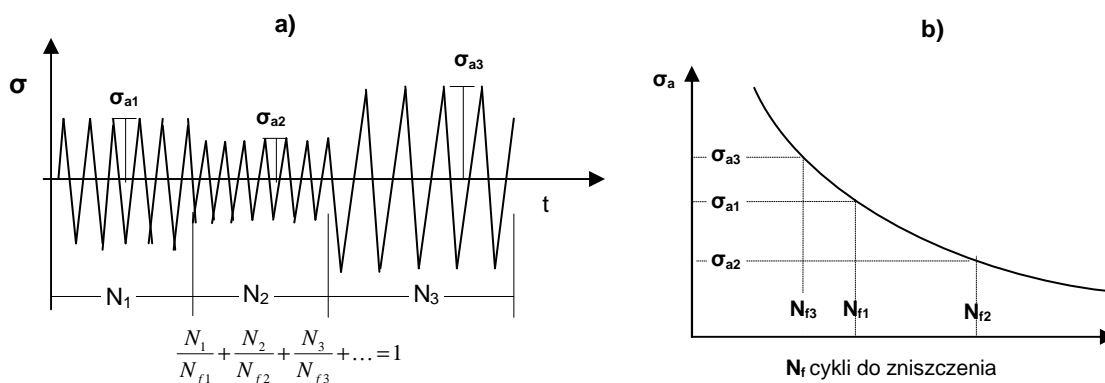
- wielkości konstrukcji,
- typu obciążenia,
- występowania karbu,
- obróbki i wykończenia powierzchni.

Zliczanie cykli i półcykli naprężeń odbywa się za pomocą algorytmu „płynącego deszczu”. Rys. 3.3 przedstawia przykładowy sposób schematyzacji historii naprężeń na cykle i półcykle o różnych amplitudach i wartościach średnich.



Rys. 3.3. Zliczanie cykli i półcykli algorytmem „płynącego deszczu” (ang. Rain Flow) [31]

Sumowanie uszkodzeń od poszczególnych cykli realizowane jest za pomocą liniowej hipotezy sumowania zniszczeń Palmgren-Minera (rys. 3.4).



Rys. 3.4. Przykład użycia hipotezy Palmgren-Minera do sumowania uszkodzeń zmęczeniowych [37]: a) oznaczenia dla przebiegu zmian naprężeń w czasie, b) oznaczenia dla krzywej Wöhlera

Zgodnie z oznaczeniami z rys.3.4 proces sumowania uszkodzeń zmęczeniowych można zapisać jako:

$$\sum \frac{N_i}{N_{fi}} = 1 \quad (3.6)$$

gdzie: N_i – liczba cykli danego poziomu amplitudy σ_{ai} ,
 N_{fi} – graniczna liczba cykli dla danego poziomu amplitudy naprężenia.

Hipoteza Palmgren-Minera, zgodnie z równaniem (3.6), pozwala na wyznaczenie sumarycznego uszkodzenia materiału poprzez określenie stosunku liczby cykli przebytych do liczby cykli niszczących na danym poziomie naprężeń i zsumowaniu wszystkich tych proporcji dla występujących stanów naprężeń. Kiedy suma ta przekroczy wartość 1 (suma poszczególnych frakcji wytrzymałości zmęczeniowej osiągnie 100%) może dojść do zniszczenia.

3.2.2. Metoda inicjacji pęknięcia (CI)

Metodę inicjacji pęknięcia CI (ang. Crack Initiation), w odróżnieniu od poprzedniej metody stosuje się dla zmęczenia niskocyklowego. Ocenę trwałości zmęczeniowej w tej metodzie dokonuje się na podstawie krzywej Mansona-Coffina (ϵ_a-N_f , rys.3.5) i krzywej cyklicznego odkształcenia (rys.3.6). Równanie krzywej ϵ_a-N_f można zapisać następującymi wzorami [37]:

$$\epsilon_a = \epsilon_e + \epsilon_p \quad (3.7)$$

$$\epsilon_a = \frac{\sigma'_f}{E} (2N_f)^b + \epsilon'_f (2N_f)^c \quad (3.8)$$

gdzie:

ϵ_a - amplituda odkształcenia całkowitego,

ϵ_e - amplituda odkształcenia sprężystego,

ϵ_p - amplituda odkształcenia plastycznego,

σ'_f - współczynnik wytrzymałości zmęczeniowej,

E - moduł Younga,

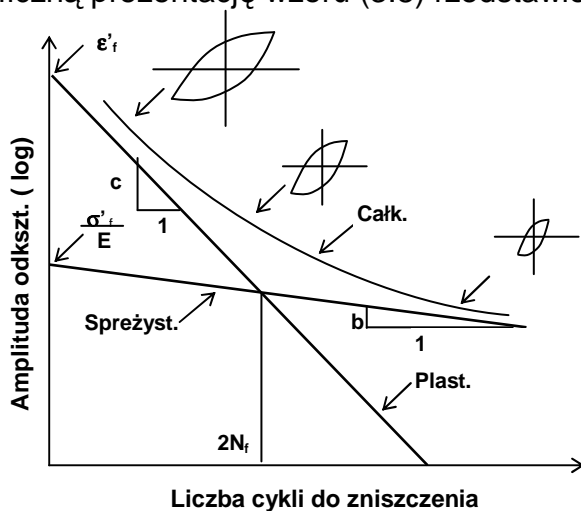
$2N_f$ - liczba półcykli (nawrotów obciążenia),

b - wykładnik wytrzymałości zmęczeniowej,

ϵ'_f - współczynnik zmęczeniowego odkształcenia plastycznego nazywany również współczynnikiem plastyczności przy obciążeniu zmiennym,

c - wykładnik zmęczeniowego odkształcenia plastycznego.

Graficzną prezentację wzoru (3.8) rzedstawiono na rys. 3.5.



Rys. 3.5. Graficzna prezentacja charakterystyki zmęczeniowej Masona-Coffina (ϵ_a-N_f) otrzymana w wyniku superpozycji odkształcenia sprężystego i plastycznego [26]

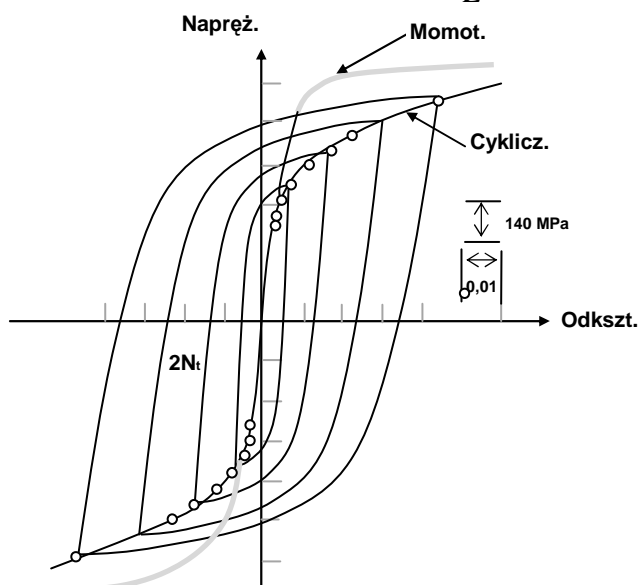
W metodzie inicjacji pęknięcia CI możliwe są dwa podejścia uwzględniające naprężenia średnie różne od zera w poszczególnych półcyklach i cyklach:

- korekcja Morrowa [53] - sugerująca, że naprężenia średnie (σ_m) należy uwzględnić w odkształceniu sprężystym:

$$\varepsilon_a = \frac{(\sigma'_f - \sigma_m)}{E} (2N_f)^b + \varepsilon'_f (2N_f)^c \quad (3.9)$$

- korekcja Smitha-Watsona-Toppera (SWT) [37] - w której równanie Mansona-Coffina jest pomnożone przez $\sigma_{\max} = \sigma_a + \sigma_m = \sigma'_f (2N_f)^b$, w wyniku czego otrzymuje się następującą zależność:

$$\sigma_{\max} \varepsilon_a = \frac{\sigma'_f{}^2}{E} (2N_f)^{2b} + \sigma'_f \varepsilon'_f (2N_f)^{b+c} \quad (3.10)$$



Rys. 3.6. Przykładowe pętle histerezy (mat. SAE 4340) (σ_a - ε_a) i cykliczna krzywa odkształcenia w relacji krzywej monotonicznej [26].

Nie można stwierdzić, która z tych dwu korekcji jest generalnie lepsza. Dla sekwencji obciążeń, w której przeważa rozciąganie, podejście SWT jest bardziej konserwatywne. W przypadkach gdzie dominuje ściskanie, korekcja Morrowa daje bardziej realistyczne wyniki.

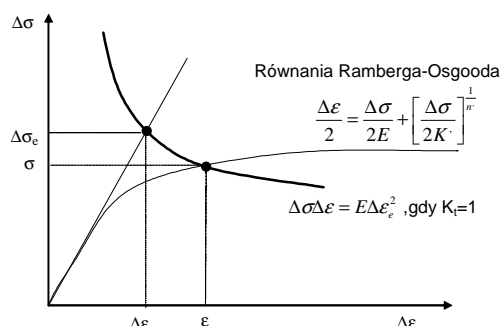
Z analizy MES otrzymuje się rozkład naprężeń w całej konstrukcji, w szczególności w miejscach o dużej koncentracji naprężeń, które mają duży wpływ na trwałość konstrukcji. Jeżeli materiał poddawany jest obciążeniom powodującym tylko odkształcenia sprężyste, to zgodnie z Neuberem teoretyczny współczynnik koncentracji naprężeń K_t jest równy współczynnikowi koncentracji lokalnych naprężeń K_σ i współczynnikowi koncentracji lokalnych odkształceń K_ε , w przeciwnym przypadku:

$$K_t^2 = K_\sigma K_\varepsilon \quad (3.11)$$

Odkształcenia i naprężenia nominalne znajdujące się na odcinku liniowym charakterystyki ($\Delta\sigma$ - $\Delta\varepsilon$) podlegają korekcji i przechodzą na krzywą cyklicznego odkształcenia z określeniem lokalnych naprężeń i odkształceń (rys. 3.7). Dopiero te sprężysto – plastyczne odkształcenia lokalne są używane do określania zniszczenia wg krzywej (ε_a - N_f). Korekcja sprężysto – plastyczna Neubera opiera się na założeniu, że iloczyn zakresów naprężeń i odkształceń nominalnych uzyskanych z analizy liniowej MES, występujących przy zmiennym obciążeniu powinien być równy iloczynowi zakresów naprężeń i odkształceń lokalnych, określonych z krzywej cyklicznego odkształcenia.

$$K_t^2 \Delta \sigma_e \Delta \varepsilon_e = \Delta \sigma \Delta \varepsilon \quad (3.12)$$

gdzie: $\Delta \varepsilon_e$ - nominalny zakres odkształceń,
 $\Delta \varepsilon$ - lokalny zakres odkształceń,
 $\Delta \sigma_e$ - nominalny zakres naprężeń,
 $\Delta \sigma$ - lokalny zakres naprężeń.



Rys. 3.7. Graficzne przedstawienie korekcji sprężysto-plastycznej Neubera [32]

Podejście Neubera daje dobre wyniki, kiedy obszary plastyczności są niewielkie i wtedy redystrybucja naprężeń i odkształceń jest poprawna. Kiedy obszary plastyczności są większe, np. przy dużych obciążeniach lub gdy występujące w konstrukcji karby są bardzo płytkie, podejście Neubera nie daje zbyt dokładnego przybliżenia.

3.2.3. Kryteria płaszczyzny krytycznej w stanie wieloosiowego zmęczenia materiału

Szerszy przegląd kryteriów zmęczeniowych został opisany w pracach [17, 27, 41]. Omawiane kryteria należą do grupy modeli zmęczeniowych zakładających niezmienną właściwość materiału wraz z kumulacją uszkodzeń w czasie, w związku z tym trwałość elementu N_f można wyznaczyć na podstawie charakterystyki zmęczeniowej materiału, np. Mansona-Coffina, wzór (3.5).

W tym punkcie omówiono jedynie wybrane kryteria wieloosiowego zmęczenia materiałów, w których parametrami uszkodzenia są naprężenia lub odkształcenia, pomijając szeroki zestaw kryteriów opartych na innych parametrach uszkodzenia jak gęstość energii odkształcenia.

Przy użyciu kryteriów płaszczyzny krytycznej oblicza się stopień uszkodzenia w określonych kierunkach leżących w tzw. płaszczyźnie krytycznej. W metodach numerycznych określenie płaszczyzny krytycznej polega na znalezieniu tej, w której występuje największa wartość stopnia uszkodzenia.

W większości przypadków pęknięcie pojawia się w płaszczyźnie o maksymalnej wartości odkształceń lub naprężeń stycznych, co odpowiada pierwszej fazie pęknięcia (model II pęknięcia). Druga faza pęknięcia (model I pęknięcia), powiększenie szczeliny pęknięcia, przy udziale naprężeń normalnych. Pęknięcie przy obciążeniach skręcających przebiega powoli z uwagi na tarcie jakie zachodzi między powierzchniami pęknięcia. Po dodaniu naprężeń normalnych dochodzi do otwarcia szczeliny, a pęknięcie przebiega wtedy znacznie szybciej, z uwagi na brak tarcia pomiędzy powierzchniami pęknięcia.

Parametr Millera-Browna przedstawia zależność między maksymalnymi odkształceniami postaciowymi γ_{\max} , a odkształceniami normalnymi ε_n w płaszczyźnie odkształceń postaciowych:

$$\gamma_{\max} = f(\varepsilon_n) \quad (3.13)$$

Według założeń Browna-Millera amplituda maksymalnego odkształcenia postaciowego $\gamma_{a\max}$ ma kluczowe znaczenie w inicjacji pęknięcia, a amplituda odkształcenia normalnego ε_{an} jest modyfikowana przez współczynnik S:

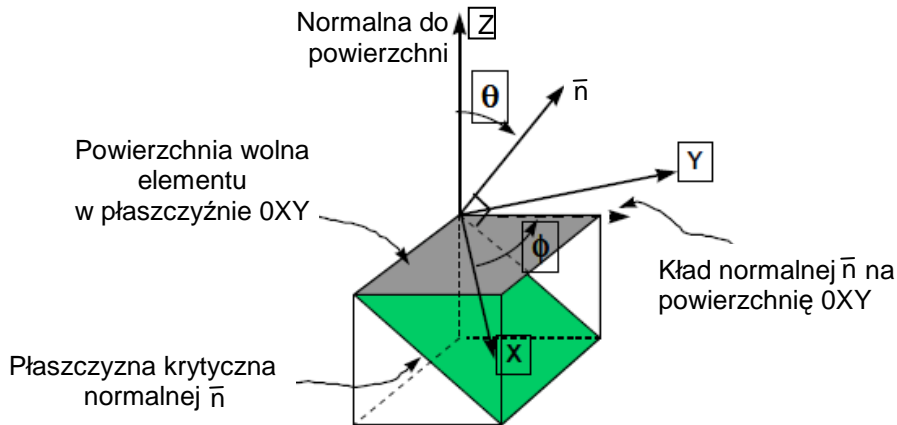
$$\gamma_{a\max} + S\varepsilon_{an} = \frac{\alpha\sigma'_f}{E}(2N_f)^b + \beta\varepsilon'_f(2N_f)^c \quad (3.14)$$

$$\alpha = (1 + \mu_e) + S \frac{(1 - \mu_e)}{2} = 1,65; \quad \beta = (1 + \mu_p) + S \frac{(1 - \mu_p)}{2} = 1,75 \quad (3.15)$$

$$\gamma_{a\max} + S\varepsilon_{an} = \frac{1,65\sigma'_f}{E}(2N_f)^b + 1,75\varepsilon'_f(2N_f)^c \quad (3.16)$$

gdzie μ_e i μ_p to współczynniki Poisson'a dla części sprężystej i plastycznej. formułowanie to nie uwzględnia zmian kierunków naprężeń i odkształceń głównych.

Dla obciążenia wieloosiowego nieproporcjonalnego kierunki odkształceń głównych mogą ulegać zmianie, a założenie Browna-Millera jest wtedy nieskuteczne, gdyż nie uwzględnia obrotów płaszczyzny maksymalnych odkształceń postaciowych. Podejście wg Socie-Bannantine [2] określa wyznaczenie parametru zniszczenia w płaszczyźnie krytycznej oraz znalezienie płaszczyzny krytycznej, w której parametr zniszczenia przyjmuje wartość maksymalną. Płaszczyzna krytyczna jest określona poprzez kąty ϕ oraz θ zaznaczone na rys. 3.8.



Rys. 3.8. Określenie położenia lokalnego układu współrzędnych OXYZ i płaszczyzny krytycznej o normalnej \bar{n} za pomocą kątów ϕ oraz θ [32]

Metoda ta określa trwałość zmęczeniową w oparciu o mechanizm zniszczenia określony na podstawie morfologii pęknięcia. Dla obciążeń normalnych kierunek pęknięcia jest prostopadły do kierunku naprężeń głównych, natomiast model zniszczenia jest opisany równaniem zbliżonym do podejścia wg SWT:

$$\frac{\Delta\varepsilon_n}{2} \sigma_{n,\max} = \frac{\sigma_f'^2}{E} (2N_f)^{2b} + \sigma_f' \varepsilon_f' (2N_f)^{b+c} \quad (3.17)$$

Dla obciążeń skręcających model wymaga parametrów wziętych z charakterystyki odkształcenie postaciowe-trwałość, a jeśli ich brak proponowane jest równanie w oparciu o parametry jednoosiowego rozciągania-ściskania:

$$\frac{\Delta\gamma}{2} \left(1 + \frac{\sigma_{n,\max}}{\sigma_y}\right) = \frac{(1 + \nu_e)}{E} \sigma_f' (2N_f)^b \left(1 + \frac{n\sigma_f' (2N_f)^b}{2\sigma_y}\right) + (1 + \nu_p) \varepsilon_f' (2N_f)^c \left(1 + \frac{n\sigma_f' (2N_f)^b}{2\sigma_y}\right) \quad (3.18)$$

gdzie n jest stałą dobieraną eksperymentalnie, a σ_y jest granicą plastyczności.

Dla solwera Fatigue obliczenia numeryczne prowadzone są w płaszczyźnie nachylonej do wolnej powierzchni pod kątem 90° ($\theta=90^\circ$) w odstępach $\phi = 10^\circ$, co w zakresie 180° daje 18 płaszczyzn. Dla obciążeń normalnych obliczenia są prowadzone dla modeli pęknięcia typu A ($\theta=90^\circ$) i typu B ($\theta=45^\circ$) co razem daje 36 płaszczyzn.

Wady modelu Socie-Bannantine to niedokładne określanie płaszczyzny krytycznej (dokładność do kilku stopni), jak również metoda jest niezgodna z metodą rainflow – zliczania cykli dla obciążeń nieproporcjonalnych (gdy wartość przesunięcia fazowego między obciążeniami zmienia się w czasie). Dla takich obciążeń Wang-Brown zaproponowali metodę wieloosiową zliczania cykli w oparciu o parametr umocnienia się materiału przy obciążeniach nieproporcjonalnych. Przebieg odkształcenia ekwiwalentnego przyjmuje wartości maksymalne dla przebiegu obciążenia nieproporcjonalnego w punktach zmiany wartości – nawrotu odkształceń i naprężeń.

Parametr Wang-Browna jest opisany równaniem:

$$\hat{\varepsilon} \equiv \frac{\gamma_{\max} + S \delta \varepsilon_n}{1 + \nu' + S(1 - \nu')} = \frac{\sigma'_f}{E} (2N_f)^b + \varepsilon'_f (2N_f)^c \quad (3.19)$$

gdzie:

- γ_{\max} - maksymalna wartość odkształceń postaciowych w płaszczyźnie krytycznej, dla obciążeń proporcjonalnych i nieproporcjonalnych,
- $\delta \varepsilon_n$ - przyrost odkształcenia normalnego pomiędzy dwoma punktami – ekstremami w płaszczyźnie o maksymalnych odkształceniach postaciowych,
- $\sigma_{n,mean}$ - naprężenia średnie w kierunku normalnym do płaszczyzny maksymalnych odkształceń stycznych,
- S - stała materiałowa (parametr Browna-Millera) określona z testów wieloosiowego obciążenia,
- ν' - efektywna wartość współczynnika Poissona.

Prawa strona równania odpowiada określeniu trwałości w stanie jednoosiowym, z użyciem korekcji Morrowa. Wartość średnia naprężenia jest liczona w czasie jednej zmiany odkształcenia jako średnia z maksymalnej i minimalnej wartości. Parametr uszkodzenia oparty o historię obciążenia służy do kumulacji uszkodzeń według hipotezy Palmgren - Minera.

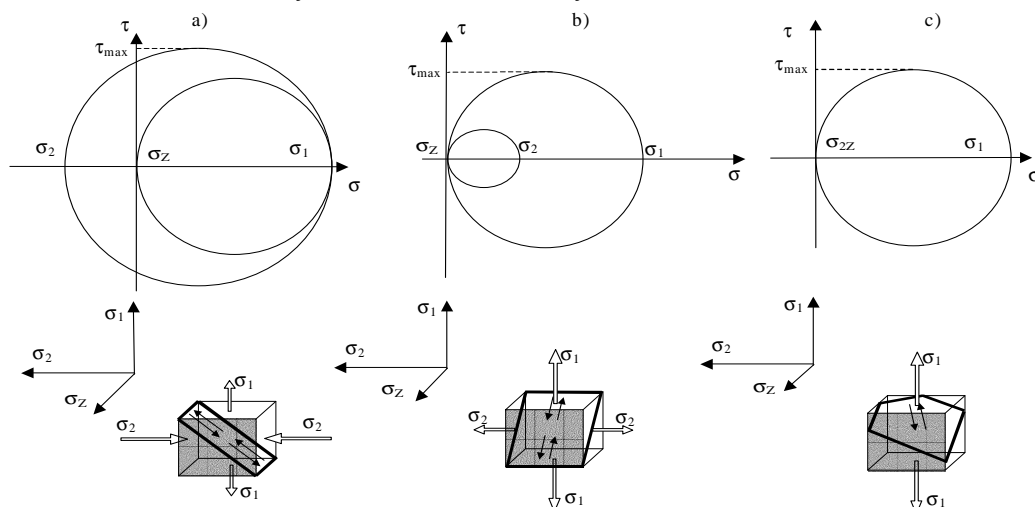
3.3. Grupa metod numerycznych Crack Initiation, wykorzystująca kryterium płaszczyzny krytycznej przy obliczaniu trwałości zmęczeniowej przy wieloosiowym stanie obciążenia

Określenie trwałości zmęczeniowej w wieloosiowym stanie naprężeń bazuje na założeniu, że wielkość zniszczenia struktury w złożonym stanie obciążenia jest taka sama jak dla próbki poddanej temu samemu obciążeniu. Oznacza to, że wartość wyężenia zmęczeniowego dla złożonej struktury może być oszacowana na podstawie charakterystyki trwałości wykonanej dla próbki w warunkach laboratoryjnych poddanej tym samym obciążeniom. Przyjmując, że inicjacja pęknięcia zachodzi na powierzchni elementu przyjęcie dwuosiowego – płaskiego stanu naprężeń znacznie upraszcza obliczenia. Redukcja do płaskiego stanu naprężeń panującego na powierzchni elementu zakłada, że naprężenia normalne do powierzchni elementu są zerowe.

Naprężenia główne leżące w płaszczyźnie są określone przez σ_1 i σ_2 , gdzie $\sigma_1 > \sigma_2$, natomiast naprężenie normalne do płaszczyzny σ_3 jest równe zero. Dla każdego punktu leżącego na płaszczyźnie stan naprężeń jest określony za pomocą współczynnika dwuosiowości i kąta ϕ_p jaki tworzy σ_1 z lokalną osią x:

$$a_e = \frac{\sigma_2}{\sigma_1} \quad (3.20)$$

Powyższe założenia zostały zobrazowane na rysunku 3.9.



Rys. 3.9. Określenie współczynnika dwuosiowości a_e w różnych przypadkach obciążenia [32]: a) $a_e < 0$, b) $a_e > 0$, c) $a_e = 0$

Dla przypadku a) współczynnik a_e przyjmuje wartości od 0 do -1. Wartość $a_e=0$ oznacza jednoosiowy stan obciążenia, wartość $a_e = -1$ odpowiada obciążeniu przy stanie czystego ścinania. W takim zakresie współczynnika płaszczyzna o maksymalnej wartości naprężeń stycznych jest nachylona do powierzchni elementu pod kątem 90° , co jest zgodne z modą I pęknięcia. W przypadku b) współczynnik a_e przyjmuje wartości od 0 do 1. Dla wartości $a_e = 1$ panuje płaski stan naprężeń odpowiadający zginaniu. Płaszczyzna o maksymalnej wartości naprężeń stycznych jest nachylona do powierzchni elementu pod kątem 45° , co jest zgodne z modą II pęknięcia. W przypadku c), współczynnik $a_e = 0$, co odpowiada obciążeniu jednoosiowemu.

W metodach numerycznych przy obciążeniach proporcjonalnych w przypadku a) najlepsza zgodność występuje przy wykorzystaniu kryterium maksymalnych odkształceń głównych. Przypadek b) daje najlepszą zgodność dla kryterium Treski, natomiast kryterium Von Misesa daje wyniki pośrednie pomiędzy kryterium Treski, a kryterium odkształceń głównych. Dla płaskiego stanu naprężeń odpowiadający zginaniu kryterium Treski i Von Misesa dają te same wyniki.

Przy obciążeniu proporcjonalnym do obliczenia sprężysto-plastycznych odkształceń i naprężeń za pomocą MES wykorzystywane są metody oparte na korekcji Neubera i poszerzonym kryterium plastyczności Von Misesa.

Metoda Hofmana-Seegera [27] jest podobna do metody Neubera, z uwzględnieniem odkształceń ekwiwalentnych opartych na podstawie założenia Von Mises'a w zakresie sprężystym:

$$\varepsilon_{q,e} = \frac{1}{1 + \nu_e \sqrt{2}} \sqrt{(\varepsilon_1 - \varepsilon_2)^2 + (\varepsilon_2 - \varepsilon_3)^2 + (\varepsilon_3 - \varepsilon_1)^2} \frac{\varepsilon_1}{|\varepsilon_1|} \quad (3.21)$$

Dla obciążenia proporcjonalnego odkształcenia są liczone na podstawie ε_q :

$$\varepsilon_q = \varepsilon_1 \frac{\sqrt{1 - a_e + a_e^2}}{1 - a_e \nu_e} \quad (3.22)$$

lub parametru Treski $\gamma_{\max} / (1 + \nu_e)$ i jeśli $a_e \geq 0$, to :

$$\varepsilon_q = \frac{\gamma_{\max}}{1+\nu_e} \sqrt{1-a_e+a_e^2} \quad (3.23)$$

Dla $a_e < 0$

$$\varepsilon_q = \frac{\gamma_{\max}}{1+\nu_e} \frac{\sqrt{1-a_e+a_e^2}}{1-a_e} \quad (3.24)$$

Korekcja Neubera uwzględnia część plastyczną odkształceń:

$$\varepsilon_q = \frac{\sigma_q}{E} + \left(\frac{\sigma_q}{K'} \right)^{\frac{1}{n'}} \quad (3.25)$$

$$\sigma_q \varepsilon_q = \sigma_{q,e} \varepsilon_{q,e} \quad (3.26)$$

$$\nu' = \frac{1}{2} - \left(\frac{1}{2} - \nu_e \right) \frac{\sigma_q}{E \varepsilon_q} \quad (3.27)$$

Uwzględniając współczynnik dwuosowości:

$$a = \frac{\frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1} + \nu'}{1 + \nu' \frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1}} \quad (3.28)$$

gdzie $\frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1} = \frac{a_e - \nu_e}{1 - a_e \nu_e}$ jest przyjęty jako stały, wartości odkształceń i naprężeń można wyrazić jako:

$$\varepsilon_1 = \varepsilon_q \frac{1 - \nu' a_e}{\sqrt{1 - a_e + a_e^2}} \quad (3.29)$$

$$\varepsilon_2 = \varepsilon_1 \left(\frac{a_e - \nu_e}{1 - a_e \nu_e} \right) \quad (3.30)$$

$$\varepsilon_3 = -\varepsilon_q \frac{\nu'(1 + a_e)}{\sqrt{1 - a_e + a_e^2}} \quad (3.31)$$

$$\sigma_1 = \sigma_q \frac{1}{\sqrt{1 - a_e + a_e^2}} \quad (3.32)$$

$$\sigma_2 = a_e \sigma_1 \quad (3.33)$$

Do obliczenia trwałości zmęczeniowej w oparciu o odkształcenia i naprężenia główne wykorzystywana jest metoda płynięcia plastycznego Hencky'ego.

3.3.1. Metoda maksymalnego odkształcenia normalnego – Normal Strain

Kryterium maksymalnego odkształcenia normalnego również wywodzi się ze statycznych hipotez wyężenia materiału. Kryterium to zakłada, że za trwałość zmęczeniową odpowiada przebieg odkształcenia normalnego $\varepsilon_n(t)$ [32]:

$$\varepsilon_{eq}(t) = \varepsilon_n(t) = \varepsilon_{ij}(t) n_i n_j \quad (3.34)$$

gdzie n_i, n_j – cosinusy kierunkowe jednostkowego wektora normalnego \bar{n} do płaszczyzny krytycznej.

Matematyczna forma odkształcenia ekwiwalentnego (miary uszkodzenia) prowadzi do przyjęcia płaszczyzny krytycznej, dla której kumulacja uszkodzeń według wartości parametru $\varepsilon_n(t)$ jest maksymalna. Przebieg odkształcenia ekwiwalentnego $\varepsilon_{eq}(t)$ pozwala na obliczenie amplitudy $\varepsilon_{eq,a}$ a następnie liczby cykli do zniszczenia przy wykorzystaniu charakterystyki zmęczeniowej Mansona – Coffina. Forma kryterialna przybiera postać:

$$\varepsilon_{eq,a} \leq \varepsilon_{kr}(N) \quad (3.35)$$

gdzie: $\varepsilon_{kr}(N)$ jest odkształceniem krytycznym wyznaczanym z charakterystyki zmęczeniowej materiału, którego przekroczenie oznacza uzyskanie trwałości poniżej liczby cykli N .

3.3.2. Metoda S-W-T- Bannantine

Smith i inni [74] zaproponowali prostą postać amplitudy parametru uszkodzenia W_a wyrażoną jako iloczyn naprężenia maksymalnego i odkształcenia do opisu zjawisk zmęczenia metali.

$$W_a = \sigma_{\max} \varepsilon_a \quad (3.36)$$

lub

$$P_a = \sqrt{\sigma_{\max} \varepsilon_a E} = \sqrt{(\sigma_a + \sigma_m) \varepsilon_a E} \quad (3.37)$$

Początkowo parametr ten zwany też parametrem SWT był używany dla określania trwałości zmęczeniowej metali przy jednoosiowym rozciąganiu-ściskaniu z uwzględnieniem wartości średniej. Wykorzystując równania Mansona-Coffina parametr (3.36) można zapisać jako funkcję liczby cykli do zniszczenia N_f :

$$W_a = \sigma_{\max} \varepsilon_a = \frac{\sigma_f'^2}{E} (2N_f)^{2b} + \sigma_f' \varepsilon_f' (2N_f)^{b+c} \quad (3.38)$$

Parametr SWT po niewielkiej modyfikacji był także używany przy wieloosiowych obciążeniach proporcjonalnych i nieproporcjonalnych dla materiałów pękających zmęczeniowo według mody I. Modyfikacja polega na założeniu, że naprężenie i odkształcenie występujące w wzorze (3.38) są obliczane jako wielkości działające prostopadle do płaszczyzny krytycznej.

3.3.3. Metoda wg Fatemi, Socie

Fatemi i inni [17], dokonując obserwacji pęknięć zmęczeniowych, doszli do wniosków analogicznych do Mataka, ale w dziedzinie odkształceń. Według nich odkształcenie normalne ε_n w płaszczyźnie maksymalnego odkształcenia postaciowego γ_{ns} przyspiesza proces degradacji materiału poprzez otwieranie szczeliny zmęczeniowej, zmniejszając przez to siły tarcia pomiędzy płaszczyznami poślizgu. Kryterium ujmuje również wpływ wartości średniej naprężenia normalnego $\sigma_{n,m}$ w płaszczyźnie o maksymalnej amplitudzie odkształcenia postaciowego $\gamma_{ns,a}$. Miarą uszkodzenia jest amplituda odkształcenia ekwiwalentnego $\gamma_{eq,a}$ obliczana na podstawie następującej zależności:

$$\gamma_{eq,a} = \gamma_{ns,a} + \varepsilon_{n,a} + \frac{\sigma_{n,m}}{E} = \gamma_f (2N_f)^c + \frac{\tau_f'}{G} (2N_f)^b \quad (3.39)$$

Prawa strona równania (3.39) jest empiryczną funkcją liczby cykli do zniszczenia N_f przy wahadłowym ścinaniu. Materiał nie ulegnie zniszczeniu przed liczbą cykli N , jeśli zostanie spełniony następujący warunek :

$$\gamma_{eq,a} \leq \gamma_{kr}(N) \quad (3.40)$$

gdzie: $\gamma_{kr}(N)$ jest odkształceniem krytycznym zależnym od liczby cykli $N = N_f$.

Na podstawie analiz badań zmęczeniowych różnych materiałów Fatemi i Socie zauważyli, że model (3.39) nie uwzględnia dodatkowego umocnienia materiału występującego podczas obciążeń nieproporcjonalnych. W celu uwzględnienia tego zjawiska dokonali oni modyfikacji modelu, zastępując wartość odkształcenia normalnego $\varepsilon_{n,a}$ w płaszczyźnie krytycznej maksymalną wartością naprężenia normalnego $\sigma_{n,max}$. Płaszczyzną krytyczną jest płaszczyzna o maksymalnej amplitudzie odkształcenia postaciowego $\gamma_{ns,a}$. Dla danej liczby cykli do zniszczenia N_f proponowaną miarę uszkodzenia można zapisać przez:

$$\gamma_{ns,a}(1 + n\sigma_{n,max} / \sigma_y) = const \quad (3.41)$$

gdzie: n jest stała dobierana doświadczalnie.

Powyższe równanie uwzględnia również wartość naprężenia średniego poprzez maksymalną wartość naprężenia normalnego w płaszczyźnie krytycznej, ponieważ:

$$\sigma_{n,max} = \sigma_{n,a} + \sigma_{n,m} \quad (3.42)$$

Dla niskocyklowego zakresu obciążenia (LCF), zależność (3.42) może być wyrażona w funkcji liczby cykli do zniszczenia jako:

$$\begin{aligned} \gamma_{ns,a}(1 + n\sigma_{n,max} / \sigma_y) = & (1 + \nu_e) \frac{\sigma'_f}{E} (2N_f)^b + \frac{n}{2} (1 + \nu_e) \frac{\sigma'^2_f}{E\sigma_y} (2N_f)^{2b} + \\ & + (1 + \nu_p) \varepsilon'_f (2N_f)^c + \frac{n}{2} (1 + \nu_p) \frac{\varepsilon'_f \sigma'_f}{\sigma_y} (2N_f)^{b+c} \end{aligned} \quad (3.43)$$

lub:

$$\frac{\Delta\gamma_{ns}}{2} \left(1 + n \frac{\sigma_{n,max}}{\sigma_y}\right) = \frac{(1 + \nu_e)}{E} \sigma'_f (2N_f)^b \left(1 + \frac{n\sigma'^2_f (2N_f)^b}{2\sigma_y}\right) + (1 + \nu_p) \varepsilon'_f (2N_f)^c \left(1 + \frac{n\sigma'_f (2N_f)^b}{2\sigma_y}\right) \quad (3.44)$$

3.4. Trwałość zmęczeniowa przy obciążeniach losowych z wykorzystaniem metod spektralnych

Metody numeryczne wykorzystane do określenia rozkładów naprężeń przy obciążeniach zmiennych uwzględniają wpływ oddziaływań dynamicznych, które mają istotne znaczenie przy wyznaczaniu trwałości zmęczeniowej konstrukcji. Model numeryczny do implementacji efektów dynamicznych przy obciążeniach zmiennych wykorzystuje modele matematyczne drgań harmonicznych. Ze względu na wybór historii obciążenia można wyróżnić dwie grupy analiz: analiza za pomocą odpowiedzi częstotliwościowej oraz analiza odpowiedzi czasowej konstrukcji.

Analiza częstotliwościowa do wyznaczenia trwałości wykorzystuje funkcję gęstości widmowej mocy (PSDF), która opisuje losowy charakter obciążenia [5, 40, 68, 81]. Funkcja ta opisuje skład częstotliwościowy przebiegu czasowego za pomocą wartości średniokwadratowych dla poszczególnych częstotliwości. Istotną cechą funkcji gęstości widmowej mocy jest związek z funkcją autokorelacji $R_x(\tau)$, która opisuje wpływ wartości danych jednego czasu historii losowej $x(t)$ na wartości danych w innym czasie:

$$R_x(\tau) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T x(t) \cdot x(t+\tau) dt \quad (3.45)$$

gdzie τ jest przesunięciem czasowym względem czasu t . Z funkcji autokorelacji $R_x(\tau)$ ergodycznej historii losowej $x(t)$ można wyznaczyć kwadrat wartości średniej μ_x^2 , gdy $\tau \rightarrow \infty$ oraz wartość średniokwadratową ψ_x^2 , gdy $\tau=0$:

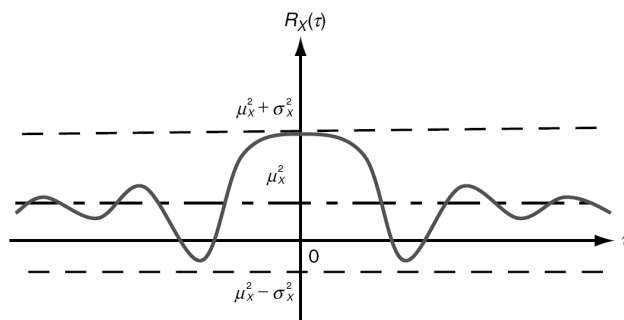
Wartość średniej opisana jest:

$$\mu_x^2 = R_x(\infty) \text{ i } \psi_x^2 = R_x(0) \quad (3.46)$$

Jeżeli wartość średnia $\mu_x=0$, to wartość średniokwadratowa ψ_x^2 jest równa wariancji σ_x^2 , co wynika z zależności:

$$\sigma_x^2 = \psi_x^2 - \mu_x^2 \quad (3.47)$$

Przykładowy wykres funkcji autokorelacji stacjonarnego procesu losowego $x(t)$ jest pokazany na rys. 3.10.



Rys. 3.10. Funkcja autokorelacji stacjonarnego procesu losowego [38]

Do wyznaczenia unormowanej funkcji autokorelacji $\rho_x(\tau)$ służy zależność:

$$\rho_x(\tau) = \frac{R_x(\tau) - \mu_x^2}{\sigma_x^2} \quad (3.48)$$

Zależności pomiędzy funkcją autokorelacji i funkcją gęstości widmowej mocy wyrażone są za pomocą transformaty Fouriera:

$$S_x(\omega) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} R_x(\tau) e^{-i\omega\tau} d\tau \quad (3.49)$$

gdzie: $\omega = 2\pi f$

Transformata odwrotna Fouriera daje funkcję autokorelacji:

$$R_x(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} S_x(\omega) e^{i\omega\tau} d\omega \quad (3.50)$$

W wielu zastosowaniach inżynierskich stosowana jest jednostronna funkcja gęstości widmowej mocy $G_x(f)$ w przedziale częstotliwości od zera do nieskończoności.

$$G_x(f) = \begin{cases} 2S_x(f) dfa & \text{dla } 0 \leq f < \infty \\ 0 & \text{dla } f < 0 \end{cases} \quad (3.51)$$

gdzie $S_x(f) = 2\pi S_x(\omega)$. Mając zadaną wartość $G_x(f)$ w celu otrzymania sygnału losowego $x(t)$ można ten sygnał aproksymować za pomocą przebiegów kosinusoidalnych:

$$x(t) = \sum_{i=1}^M A_i \cos(2\pi f_i t + \varphi_i) = \sum_{i=1}^M \sqrt{2G_{xi} \Delta f} \cos(2\pi f_i t + \varphi_i) \quad (3.52)$$

gdzie: $A_i = \sqrt{2G_{xi} \Delta f}$,

f_i - częstotliwości składowych przebiegów harmonicznnych,

- A_i - amplituda i-tej składowej harmoniczej,
- G_{x_i} - i-ta wartość PDF dla f_i ,
- $i=1,2..M$ - numery kolejnych przebiegów harmoniczych,
- $\Delta f = (f_{\max} - f_{\min}) / M$ - odległość pomiędzy kolejnymi wartościami dyskretnymi PDF,
- φ_i - Losowe kąty z przedziału $0-2\pi$ o rozkładzie równomiernym.

Pomiędzy PDF $G_x(f)$ sygnału wejściowego $x(t)$ oraz PDF $G_y(f)$, przebiegu $y(t)$ na wyjściu z obiektu mechanicznego zachodzi zależność:

$$G_y(f) = |H(f)|^2 G_x(f) \quad (3.53)$$

gdzie: $H(f)$ – transmitancja widmowa obiektu,

Przy znanym $G_x(f)$ i $G_y(f)$ wyznaczyć można moduł transmitancji widmowej $|H(f)|$, tj. charakterystykę amplitudowo-częstotliwościową obiektu.

Do obliczenia trwałości zmęczeniowej pod wpływem wąskopasmowego przebiegu obciążenia losowego wykorzystuje się parametry określone na podstawie charakterystyki PSDF za pomocą k-tego momentu funkcji gęstości widmowej mocy [32, 84]:

$$m_k = \int_0^{\infty} f^k G_x(f) df \quad (3.54)$$

Wartość średniokwadratowa lub wariancja (dla wartości średniej $\mu_x = 0$) jest równa zerowemu momentowi funkcji PSDF:

$$\psi_x^2 = \sigma_x^2 = m_0 \quad (3.55)$$

Średnia (oczekiwana) liczba przejść przez poziom zerowy na zboczach narastających w jednostce czasu wynosi:

$$N_0^+ = \sqrt{\frac{m_2}{m_0}} \quad (3.56)$$

Średnia liczba szczytów (pików) w jednostce czasu :

$$M^+ = \sqrt{\frac{m_4}{m_2}} \quad (3.57)$$

Współczynnik nieregularności procesu :

$$I = \frac{N_0^+}{M^+} = \frac{m_2}{\sqrt{m_0 m_4}} \quad (3.58)$$

Parametr szerokości widma:

$$\epsilon = \sqrt{1 - I^2} \quad (3.59)$$

gdzie: $\epsilon \rightarrow 0$ - dla przebiegów o wąskim widmie częstotliwości,
 $\epsilon \rightarrow 1$ - dla przebiegów o szerokim widmie częstotliwości.

W warunkach jednoosiowego losowego obciążenia elementu konstrukcji gdy występują naprężenia $\sigma(t)$ o normalnym rozkładzie prawdopodobieństwa i wąskim widmie częstotliwości trwałość zmęczeniową T_f oblicza się bazując na hipotezie kumulacji uszkodzeń Palmgrena-Minera i aproksymacji gęstości prawdopodobieństwa amplitud naprężeń rozkładem Rayleigha z następującego wzoru:

$$T_f = \frac{A}{N_0^+ (2\sqrt{2m_0})^m \Gamma(\frac{m}{2} + 1)} = \frac{A}{N_0^+ \Delta\sigma_w^m} \quad (3.60)$$

gdzie:

$N\Delta\sigma^m=A$

- Współczynnik wyznaczony z wykresu Wöhlera (σ_a-N) aproksymowany równaniem $\log N+m\log\sigma_a=\log A$, przy czym $\Delta\sigma=2\sigma_a$,

N

- Liczba cykli do zniszczenia,

m

- Wykładnik potęgowy wykresu Wöhlera,

$\Gamma(\cdot)$

- Funkcja gamma,

$\Delta\sigma_w=(2\sqrt{2m_0})^m \Gamma^{\frac{1}{m}}(\frac{m}{2} + 1)$

- Jest średnią ważoną wartością zakresu naprężeń (WASR).

Liczba cykli N_f odpowiadająca trwałości T_f jest równa:

$$N_f = N_0^+ T_f \quad (3.61)$$

Spośród siedmiu modeli spektralnych obliczania trwałości zmęczeniowej oferowanych do wyboru w programie MSC Fatigue i wymienionych w punkcie 3.2, najlepszą zgodność z wynikami badań eksperymentalnych uzyskuje się za pomocą wzorów Dirlika przy wąskich i szerokich pasmach częstotliwości historii obciążeń. Obliczanie trwałości zmęczeniowej elementów maszyn i konstrukcji w warunkach wieloosiowych obciążeń losowych metodami spektralnymi zostało szeroko omówione w opracowaniach monograficznych Machy i Niestłonego [60,61]. W pracach tych przedstawiono sposób opisu trójosiowych stanów naprężenia i odkształcenia za pomocą sześciowymiarowych macierzy gęstości widmowej mocy składowych, odpowiednio tensora naprężenia i tensora odkształcenia. Podano wzory na gęstości widmowe mocy ekwiwalentnych naprężeń i odkształceń według kilku wybranych kryteriów wieloosiowego zmęczenia. Cechą znaną tych kryteriów jest liniowa kombinacja składowych naprężeń lub odkształceń w płaszczyźnie krytycznej. Znajomość obliczonej gęstości widmowej mocy naprężenia ekwiwalentnego według tych kryteriów pozwala wyznaczyć trwałość zmęczeniową T_f za pomocą wzoru (3.60) lub innych modeli spektralnych z oferowanej listy w programie MSC Fatigue.

3.5. Analiza odpowiedzi częstotliwościowej MES w metodzie wykorzystującej funkcję transmitancji do obliczania trwałości

W analizie odpowiedzi częstotliwościowej w MES konstrukcji, jej dynamika opisana jest równaniem różniczkowym drgań wymuszonych [52]:

$$[M]\{\ddot{x}(t)\} + [B]\{\dot{x}(t)\} + [K]\{x(t)\} = \{P(t)\} \quad (3.62)$$

gdzie: $[M], [B], [K]$ - macierz masowa, tłumienia i sztywności elementu konstrukcji:

$\{x(t)\}$ - Wektor przemieszczeń,

$\{P(t)\}$ - Wektor sił obciążających konstrukcję,

Po uwzględnieniu zapisu przemieszczenia $\{x(t)\}$ oraz pierwszej i drugiej pochodnej przemieszczenia w dziedzinie zespolonej równanie drgań jest w postaci:

$$-\omega^2[M]\{x(\omega)\}e^{i\omega t} + i\omega[B]\{x(\omega)\}e^{i\omega t} + [K]\{x(\omega)\}e^{i\omega t} = \{P(\omega)\}e^{i\omega t} \quad (3.63)$$

Analiza modalna umożliwia rozwiązanie równania drgań w dziedzinie zespolonej. Przejście z układu współrzędnych rzeczywistych $x\{\omega\}$ do współrzędnych zespolonych $\xi(\omega)$ opisuje równanie:

$$\{x\} = [\phi]\{\xi(\omega)\}e^{i\omega t} \quad (3.64)$$

gdzie: $[\phi]$ - kolejne mody rozwiązania równania drgań w dziedzinie zespolonej

Równanie drgań po uwzględnieniu transformacji współrzędnych jest w postaci:

$$[-\omega^2[\phi]^T[M][\phi] + i\omega[\phi]^T[B][\phi] + [\phi]^T[K][\phi]]\{\xi(\omega)\} = [\phi]^T\{P(\omega)\} \quad (3.65)$$

gdzie:

- $[\phi]^T[M][\phi]$ - macierz modalna masy
- $[\phi]^T[B][\phi]$ - macierz modalna sztywności
- $[\phi]^T\{P\}$ - wektor modalny sił

Dla i -tej mody i tłumienia b_i gdzie:

$$b_i = 2m_i\omega_i\zeta_i$$

b_{cr} - tłumienie krytyczne:

$$b_{cr} = 2m_i\omega_i$$

ζ_i - współczynnik tłumienia:

$$\zeta_i = \frac{b_i}{b_{cr}} \quad (3.66)$$

dla równania drgań w postaci:

$$-\omega^2 m_i \xi_i(\omega) + i\omega b_i \xi_i(\omega) + k_i \xi_i(\omega) = p_i(\omega) \quad (3.67)$$

rozwiązaniem dla i -tego przemieszczenia modalnego jest równanie:

$$\xi_i(\omega) = \frac{p_i(\omega)}{-m_i\omega^2 + ib_i\omega + k_i} \quad (3.68)$$

Dla zadanej odpowiedzi częstotliwościowej konstrukcji obliczane jest metodami numerycznymi przemieszczenie, na podstawie którego otrzymuje się wartość naprężenia.

3.6. Analiza odpowiedzi czasowej MES układu w metodzie funkcji przejścia obliczania trwałości zmęczeniowej

Analiza odpowiedzi czasowej MES [52] jest metodą obliczania odpowiedzi dynamicznej struktury poddanej obciążeniom, zmiennym w czasie. Historia obciążenia układu lub wymuszone przemieszczenia w czasie są parametrami wejściowymi analizy, w wyniku której rozwiązaniami są prędkości, przyspieszenia oraz siły i naprężenia w poszczególnych węzłach układu. Ze względu na charakter obciążenia analiza czasowa wykorzystuje dwa typy obliczeń: metodą bezpośrednią oraz metodą modalną, którą wykorzystywano w obliczeniach.

Metoda modalna wykorzystuje funkcje modalne kształtu opisujące kształt struktury, by w ten sposób zmniejszyć rozmiar obliczeń. Przejście ze współrzędnych

kartezjańskich $\{u(t)\}$ do współrzędnych modalnych $\{\xi(t)\}$ odbywa się poprzez funkcję modalną kształtu $[\phi]$:

$$\{u(t)\} = [\phi]\{\xi(t)\} \quad (3.69)$$

Po uwzględnieniu powyższej funkcji oraz macierzy tłumienia, równanie odpowiedzi czasowej jest w postaci:

$$[A_1]\{\xi_{n+1}\} = [A_2] + [A_3]\{\xi_n\} + [A_4]\{\xi_{n-1}\} \quad (3.70)$$

gdzie:

$$[A_1] = [\phi^T] \left[\frac{M}{\Delta t^2} + \frac{B}{2\Delta t} + \frac{K}{3} \right] [\phi]; \quad [A_2] = \frac{1}{3} [\phi]^T \{P_{n+1} + P_n + P_{n-1}\}$$

$$[A_3] = [\phi^T] \left[\frac{2M}{\Delta t^2} - \frac{K}{3} \right] [\phi]; \quad [A_4] = [\phi]^T \left[-\frac{M}{\Delta t^2} + \frac{B}{2\Delta t} - \frac{K}{3} \right] [\phi]$$

Równanie powyższe jest zbliżone do równania bezpośredniej odpowiedzi czasowej z uwzględnieniem równania transformacji do współrzędnych modalnych.

Dla i -tej mody funkcji kształtu ξ_i o sztywności k_i i tłumieniu b_i równanie ruchu jest w postaci:

$$m_i \ddot{\xi}_i(t) + b_i \dot{\xi}_i(t) + k_i \xi_i(t) = p_i(t) \quad (3.71)$$

gdzie:

$\zeta_i = b_i(2m_i\omega_i)$ - modalny współczynnik tłumienia,

$\omega_i^2 = \frac{k_i}{m_i}$ - częstotliwość modalna (wartość własna).

Po przekształceniach, równanie jest w postaci:

$$\ddot{\xi}_i(t) + 2\zeta_i\omega_i\dot{\xi}_i(t) + \omega_i^2\xi_i(t) = \frac{1}{m_i}p_i(t) \quad (3.72)$$

Rozwiązaniem jest funkcja przemieszczenia $\xi(t)$ we współrzędnych modalnych:

$$\xi(t) = e^{-b_i/2m_i} \left(\xi_0 \cos \omega_d t + \frac{\dot{\xi}_0 + \frac{b_i}{2m_i}\xi_0}{\omega_d} \sin \omega_d t \right) + e^{-b_i/2m_i} \frac{1}{m_i\omega_d} \int_0^t e^{b_i\tau/2m_i} p(\tau) \sin \omega_d(t-\tau) d\tau \quad (3.73)$$

Analiza modalna daje możliwość obliczania odkształceń i naprężeń dwoma metodami: metodą macierzową i metodą odkształceń modalnych.

Metoda odkształceń modalnych oblicza całkowite odkształcenia fizyczne od odkształceń modalnych, w każdym kroku czasowym i na podstawie odkształceń oblicza naprężenia. Ilość wykonanych operacji jest proporcjonalna do ilości kroków czasowych.

Metoda macierzowa oblicza odkształcenia dla każdej mody kształtu, a następnie naprężenia modalne i w kolejnym etapie obliczane są fizyczne odkształcenia i naprężenia jako suma modalnych odkształceń i naprężeń.

3.7. Podsumowanie metod obliczania wytrzymałości zmęczeniowej

Przedstawione powyżej kryteria i związane z nimi wzory znalazły powszechne zastosowanie w obliczeniach wytrzymałościowych konstrukcji za pomocą metod elementów skończonych. Kryteria wieloosiowego zmęczenia użyte w analizie MES

pozwalają na badania właściwości zmęczeniowych obiektu dla złożonych stanów obciążeń.

Zaimplementowane w metodach MES kryteria zmęczeniowe można podzielić na dwie grupy:

- kryteria, które w sposób pasywny obliczają trwałość zmęczeniową. Do obliczeń wykorzystywana jest analiza statyczna,
- kryteria służące do aktywnej symulacji warunków pracy badanego obiektu, które uwzględniają wpływ oddziaływań dynamicznych układu.

Główną ideą metod statycznych jest zastąpienie działającego na strukturę przebiegu czasowego, jednostkowym obciążeniem.

Metody aktywne pozwalają na wierne odtworzenie reżimu pracy badanego elementu konstrukcji. W analizie dynamicznej możliwe jest uwzględnienie efektów bezwładnościowych, wpływu częstości drgań własnych oraz analiza stanów przejściowych konstrukcji. Dodatkowo dla obciążeń o danym paśmie częstotliwości metody te nie wymagają zliczania cykli algorytmem Rainflow, co znacznie przyspiesza proces obliczeń.

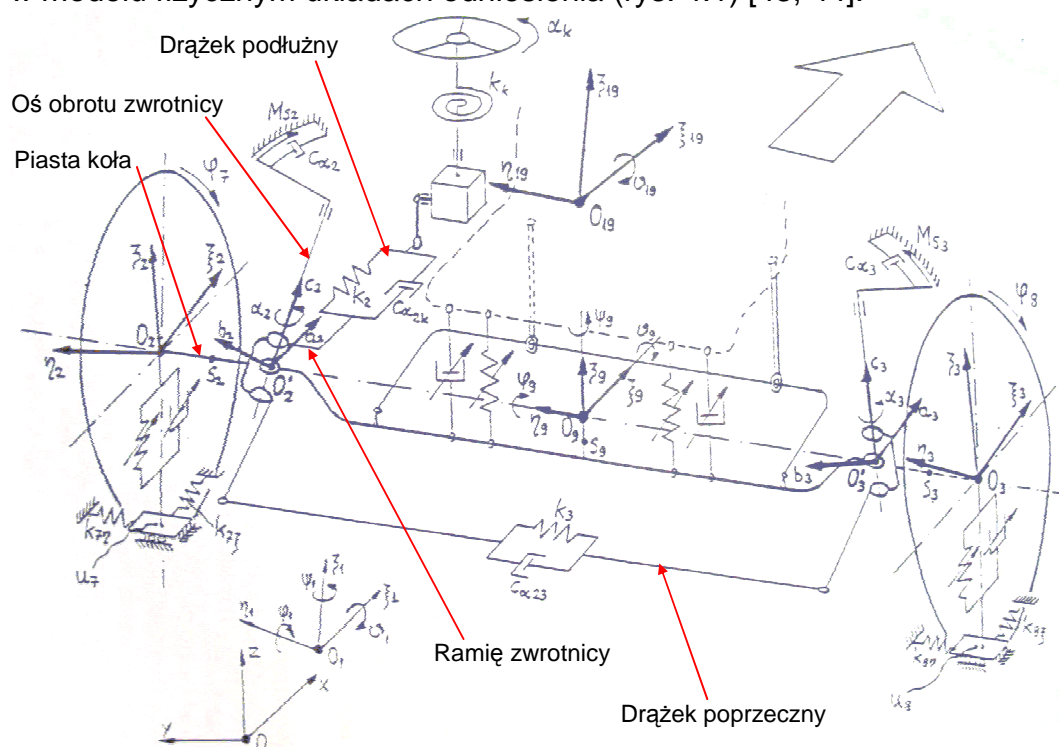
Z uwagi na zakresy określania trwałości zmęczeniowej, wynikające z krzywej Wöhlera, w analizach numerycznych wykorzystano moduły dotyczące nisko i wysokocyklowego zmęczenia. Są to między innymi metody: S-N, C-I uwzględniające wpływ obciążeń wieloosiowych oraz moduł do analizy spektralnej obciążeń losowych oparty o wyniki z dynamicznej analizy MES. Przeprowadzone metody statyczne posłużą jako element porównawczy do metod spektralnych obliczania trwałości zmęczeniowej.

4. IDENTYFIKACJA NAPRĘŻEŃ EKSPLOATACYJNYCH W RAMIENIU ZWROTNICY

Identyfikacja ma na celu określenie poziomu naprężeń w ramieniu zwrotnicy samochodu ciężarowego, przystosowanego do poruszania się w warunkach terenowych, przy wybranych stanach obciążeń. Niniejszy rozdział obejmuje analizę kinematyczną zwrotnicy zamontowanej w układzie kierowniczym oraz identyfikację naprężeń przy trzech rodzajach obciążeń, które mają charakter statyczny, cykliczny i eksploatacyjny.

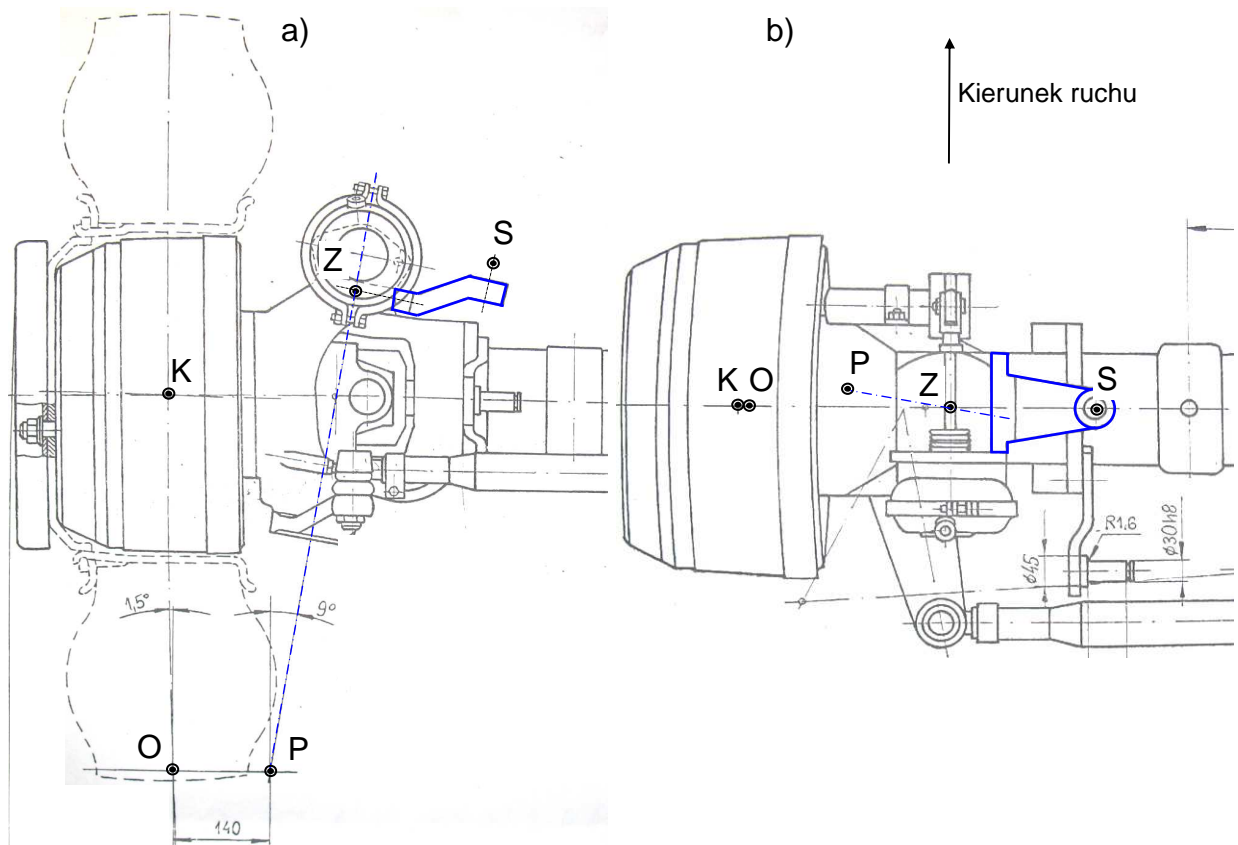
4.1. Model osi przedniej i kół kierowanych samochodu ciężarowego

Aby określić obciążenia działające na zwrotnicę podczas pracy oraz odpowiednio odwzorować warunki brzegowe wynikające z połączenia elementów w układzie, wykonano schematy kinematyczne na podstawie przemieszczeń i obrotów w przyjętych w modelu fizycznym układach odniesienia (rys. 4.1) [43, 44].



Rys. 4.1. Przykładowy model fizyczny przedniej osi kierowanej samochodu ciężarowego oraz przyjęte układy współrzędnych [43]

Z analizy modelu fizycznego na rys. 4.1 wynika, że w układzie kierowniczym występują elementy sprężysto-tłumiące takie jak drażek poprzeczny, drażek podłużny, ogumienie koła oraz resory piórowe i amortyzatory łączące przednią oś z nadwoziem. Dodatkowo w elemencie zwrotnicy podczas obrotu oprócz tłumienia występuje tarcie. Do dalszej analizy przyjęto schemat kinematyczny układu zwrotnicy, w którym uwzględniono przemieszczenia i obroty modelu fizycznego oraz rzeczywiste wymiary geometryczne mechanizmu zwrotnicy przedniego mostu pojazdu marki Jelcz D43 (rys. 4.2).



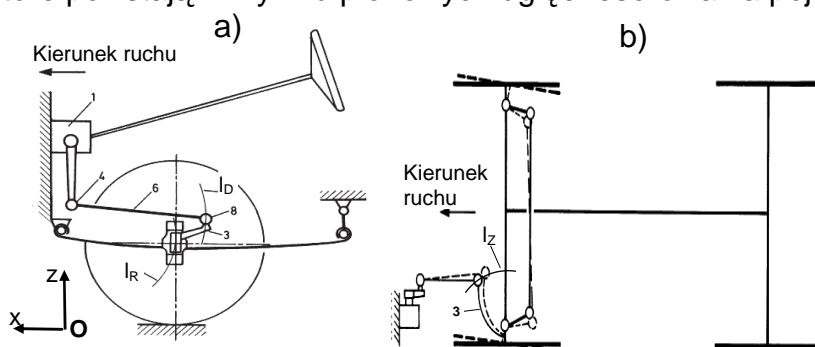
Rys. 4.2. Geometria układu koło – zwrotnica przedniego mostu pojazdu marki Jelcz [16]:
 a) widok z przodu, b) widok z góry

Rysunek 4.2 przedstawia rzeczywistą geometrię lewego koła oraz zwrotnicy, na której zaznaczono następujące punkty, wykorzystane przy tworzeniu układu ćwiartkowego:

- odcinek OK – efektywny promień zataczania (532,0mm);
- odcinek ZK – odległość środka symetrii koła od punktu przecięcia płaszczyzny symetrii bocznej podstawy ramienia zwrotnicy z osią obrotu zwrotnicy (środek symetrii łożyska górnego zwrotnicy - 308,0mm);
- odcinek ZS – odległość środka sworznia kulowego od środka łożyska górnego zwrotnicy - ramię momentu obrotowego o zwrocie zgodnym z kierunkiem siły działającej w drążku wzdłużnym (230,0mm, odległość punktu S od osi zwrotnicy wynosi 213,5mm);
- odcinek OP – odległość punktu przecięcia pionowej osi symetrii wzdłużnej koła z powierzchnią styku, od punktu przecięcia osi zwrotnicy z powierzchnią toczenia koła (140,0mm);
- kąt pochylenia koła – kąt jaki tworzy odcinek OK (będący efektywnym promieniem toczenia koła) z linią pionową przechodzącą przez punkt O ($1,5^{\circ}$);
- kąt pochylenia osi zwrotnicy – kąt jaki tworzy odcinek ZP (będący osią zataczania zwrotnicy – zaznaczona na niebiesko na rys.4.2) z linią pionową przechodzącą przez punkt P ($9,0^{\circ}$);
- kąt wyprzedzenia osi zwrotnicy – kąt jaki tworzy rzut odcinka ZP na płaszczyznę wzdłużną symetrii koła z linią pionową przechodzącą przez punkt P ($2,5^{\circ}$).

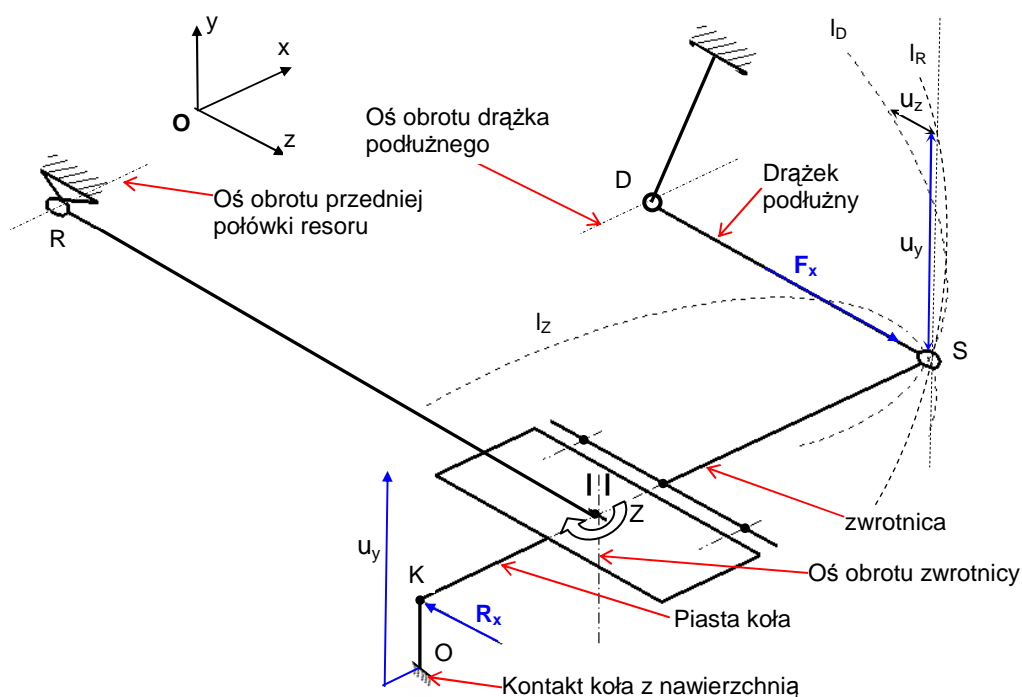
Przedstawiona na rys.4.2 połowa przedniego mostu z elementami układu kierowniczego tworzy układ zależnego zawieszenia pojazdu. Z analizy literatury wynika

[71], że taki typ układu kierowniczego jest podatny na przenoszenie drgań skrętnych, które powstają w wyniku pionowych ugięć resorowania pojazdu (rys. 4.3).



Rys. 4.3. Schemat układu kierowniczego montowanego w zawieszeniu zależnym: a) widok boczny przedniej osi z zaznaczonymi torami przemieszczeń (l_D) i (l_R) sworznia kulowego i środka koła powstałymi w wyniku ugięcia resoru; b) widok z góry z zaznaczonym ruchem wzdłużnym ramienia zwrotnicy (krzywa l_z) [71]

Zaznaczone na rysunku 4.3 krzywe (l_D) i (l_R) przemieszczeń pionowych mają istotny wpływ na drgania skrętne kół kierowanych przy występowaniu dużych ugięć przedniej połowki resoru pojazdu. Ponadto długości drążka podłużnego i resoru oraz miejsca ich zamocowania wpływają na przenoszenie drgań skrętnych na układ kierowniczy. Krzywe (l_D) i (l_R) przedstawiono schematycznie na rys. 4.4.



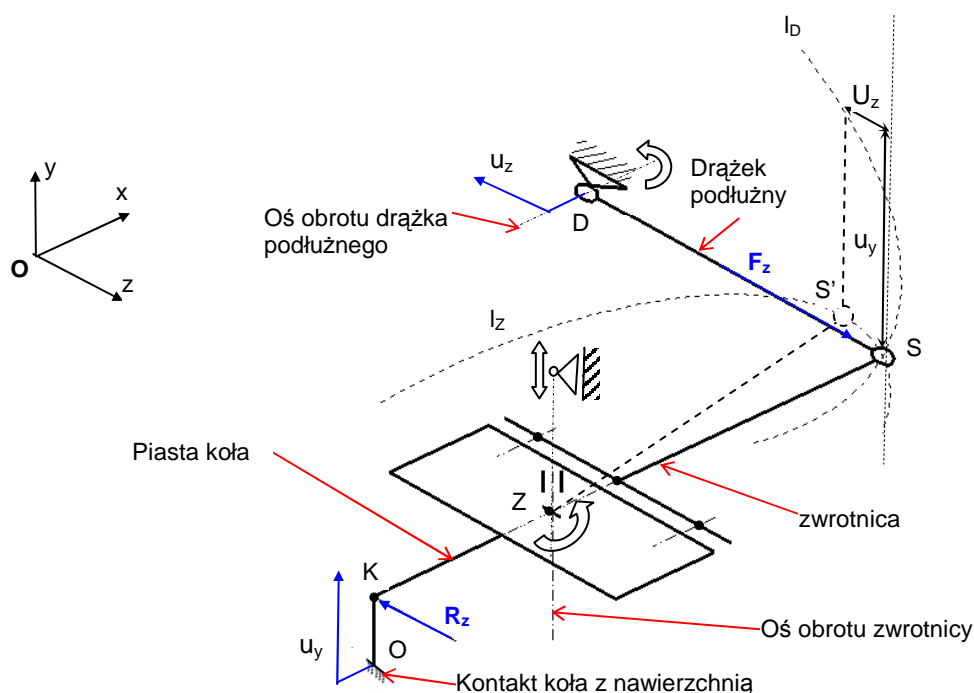
Rys. 4.4. Schemat kinematyczny układu drążek podłużny – zwrotnica – koło – resor

Przy unieruchomionej przedniej połowce resoru (punkt R, rys.4.4) powstające na wysokości ugięcia u_y przemieszczenie u_z jest składową „z” wypadkowej ruchu punktu S powstałej w wyniku obrotu względem osi obrotu resoru i osi obrotu drążka podłużnego. Wymuszone przemieszczenie u_y jest przyczyną powstawania dodatkowych naprężeń w ramieniu zwrotnicy. Aby temu zapobiec umocowanie resoru (punkt R rys 4.4) jest ustawione tak, aby w wyniku ugięcia resoru tor krzywej l_R pokrywał się z linią pionową

przechodzącą przez środek sworznia zwrotnicy. Przy takim założeniu punkt S zmienia swoje położenie na kierunku u_z tylko w wyniku obrotu wokół osi drążka podłużnego (punkt D, rys. 4.4). Przyjmując powyższe założenie zwrotnicę umieszczono w układzie ćwiartkowym zawieszenia pojazdu (ze względu na symetrię pojazdu) nadając jej możliwość ruchu w następujących kierunkach (rys.4.5):

- ruch na kierunku osi „y”;
- obrót wokół osi obrotu zwrotnicy pokrywającej się z osią „y”.

Taki sposób utwierdzenia w rozpatrywanym układzie ćwiartkowym uwzględnia dodatkowo zmiany położenia punktu sworznia zwrotnicy (punkt S) i środka koła (punkt K) na kierunku osi „z”, zgodnej z kierunkiem ruchu pojazdu.



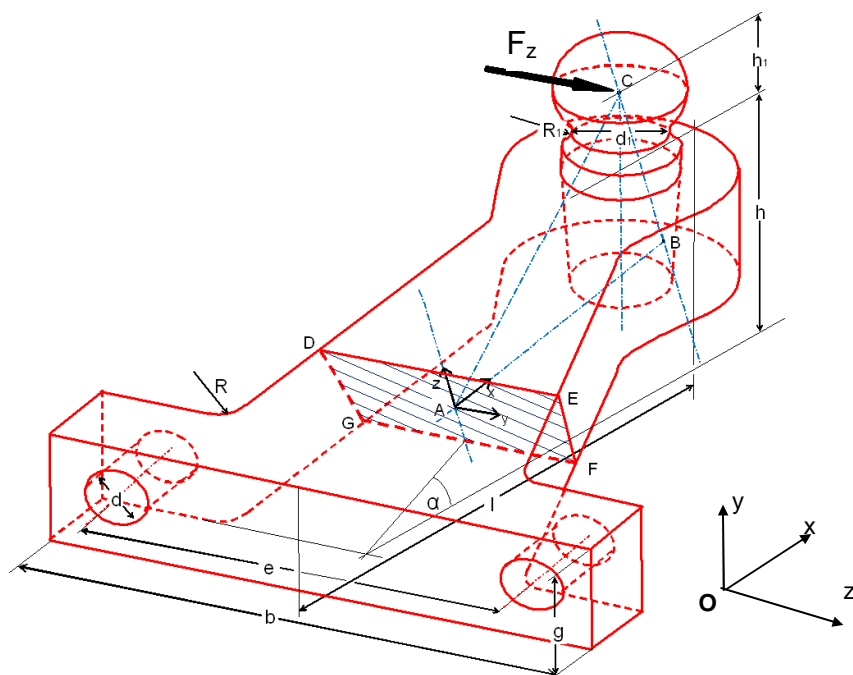
Rys. 4.5. Uproszczony schemat kinematyczny układu drążek podłużny – zwrotnica – koło

Na rys. 4.5 przyjęto utwierdzenie drążka podłużnego względem nieruchomego układu (punkt D). W ten sposób punkt S doznaje złożonego ruchu posuwisto obrotowego przy wymuszeniu kinematycznym punktu O (kontakcie koła z nawierzchnią), w kierunku pionowym zgodnym z kierunkiem osi „y” oraz punktu D na kierunku osi „z”.

Umieszczenie zwrotnicy w zmodyfikowanym układzie ćwiartkowym pojazdu i wprowadzenie pionowych bądź poziomych wymuszeń kinematycznych od podłoża umożliwia symulację rzeczywistych warunków pracy zwrotnicy. Wprowadzenie do układu rzeczywistych parametrów takich jak masy, elementy sprężysto-tłumiące (przedstawione w rozdziale 5) pozwala na zbadanie ich wpływu na poziom naprężeń powstających w zwrotnicy. W dalszej części pracy otrzymany układ zwrotnicy wykorzystano do symulacji naprężeń w wybranych punktach pomiarowych, przy działaniu obciążeń cyklicznych, otrzymanych z badań obciążeń eksploatacyjnych oraz wykorzystano w zagadnieniach optymalizacji i trwałości zmęczeniowej.

4.2. Analityczne obliczenia wytrzymałościowe naprężeń w wybranym przekroju ramienia zwrotnicy

W pierwszym etapie przeprowadzono obliczenia analityczne, w których układ z rys. 4.5 zredukowano do ramienia zwrotnicy (rys. 4.6). Do obliczeń statycznych przyjęto, że ramię jest utwierdzone u podstawy i przyłożono obciążenie równoważne w postaci siły F_z , umieszczonej w sworzniu zwrotnicy. Powstaje w ten sposób prosty układ, który uwzględnia najbardziej niekorzystne warunki obciążenia zwrotnicy, gdyż od obciążenia na kierunku składowej „z”, odpowiadającym skrętowi kół w prawo dochodziło do uszkodzeń.



Rys. 4.6. Geometria zwrotnicy i sworznia oraz analizowany przekrój poprzeczny [15]

W celach porównawczych przyjęto obciążenia siłą $F_z=10\text{kN}$ i wyznaczono stan naprężeń w przekroju jak na rys. 4.6, odpowiadającym rozmieszczeniu rozet tensometrycznych. Celem takiego podejścia jest wykorzystanie wyników obliczeń analitycznych do porównania ich z odpowiednimi wynikami analizy numerycznej oraz wynikami badań doświadczalnych.

Przykładowe obliczenia przeprowadzono dla naprężeń zredukowanych wg hipotezy Hubera-Misesa-Hencky'ego (H-M-H) [29], które otrzymano z analizy numerycznej oraz obliczono na podstawie badań. Przyjęto następujące wymiary geometryczne dla przekroju poprzecznego z rys. 4.6:

$F_z = 10$	[kN]	- Obciążenie zewnętrzne
$l = 198,7$	[mm]	- Długość ramienia
$b = 164,0$	[mm]	- Szerokość ramienia
$g = 34,0$	[mm]	- Grubość ramienia
$\alpha_r = 9$	[$^\circ$]	- Kąt nachylenia do poziomu części wygiętej ramienia
$e = 132$	[mm]	- Rozstaw otworów mocujących
$h = 72,0$	[mm]	- Wysokość ramienia
$h_1 = 35,4$	[mm]	- Wysokość punktu przyłożenia siły na sworzniu
$R = 14$	[mm]	- Promień zaokrągleń karbu
$R_1 = 5$	[mm]	- Promień zaokrągleń sworznia

AB = l ₁ = 1054	[mm]	- Ramie działania momentu zginającego
CB = h ₂ = 45	[mm]	- Ramie działania momentu skręcającego
AC = L _z = 114	[mm]	- Ramie działania momentu zastępczego
FG = a = 66	[mm]	- Długość podstawy przekroju poprzecznego
EF = h ₃ = 34	[mm]	- Wysokość przekroju poprzecznego

Zastosowano następujące wzory :

$$W_z = \frac{h_3 a^2}{6} = 24684,0 \quad [\text{mm}^3] \quad - \text{Wskaźnik wytrzymałości przekroju na zginanie}$$

$$W_s = \alpha_p \left(\frac{h_3}{a} \right) h_3 a^2 = 18654,3 \quad [\text{mm}^3] \quad - \text{Wskaźnik wytrzymałości przekroju na skręcanie dla } \alpha_p = 0,244$$

$$A = h_3 a = 2210 \quad [\text{mm}^2] \quad - \text{Pole przekroju poprzecznego}$$

$$\sigma = \frac{Mg}{W_z} = 42,1 \quad [\text{MPa}] \quad - \text{Naprężenia zginające w przekroju}$$

$$\tau = \frac{Ms}{W_s} = 24,1 \quad [\text{MPa}] \quad - \text{Naprężenia styczne}$$

$$\sigma_z = \sqrt{\sigma^2 + 3\tau^2} = 59,3 \quad [\text{MPa}] \quad - \text{Naprężenia zredukowane według H-M-H}$$

Otrzymana wartość naprężenia zredukowanego w przekroju poprzecznym DEFG zaznaczonym na rys. 4.6, przy obciążeniu statycznym siłą F_z=10kN, wynosi σ_z=59MPa. Zaznaczony przekrój odpowiada położeniu rozet tensometrycznych σ₂₋₃₋₄, σ₇₋₈₋₉, σ₁₀₋₁₁₋₁₂ i σ₁₃₋₁₄₋₁₅, które umieszczono w środku każdego z boków przekroju prostokątnego, co przedstawiono na rys. 4.7 i 4.8. Rozmieszczenie rozet na przeciwległych bokach zwrotnicy posłużyło do:

- sprawdzenia poprawności mierzonych odkształceń – obliczone przebiegi naprężeń zredukowanych w czasie powinny charakteryzować się zbliżonymi poziomami uzyskanymi z rozet umieszczonych na przeciwległych bokach zwrotnicy,
- określenia poziomu zmienności obciążenia zewnętrznego w czasie, działającym w osi sworznia kulowego zwrotnicy,
- sprawdzenia poprawności obliczeń naprężeń i odkształceń otrzymanych metodami numerycznymi w przekroju, w modelu numerycznym, odpowiadającym przekrojowi modelu fizycznego z rys. 4.6.

Do określenia poziomu zmienności obciążenia zewnętrznego F_z(t) na podstawie zmierzonych odkształceń z rozet tensometrycznych wykorzystano zależności:

$$M_z(t) = \sigma_z(t)W_g \quad (4.1)$$

$$F_z(t) = \frac{M_z(t)}{L_z} \quad (4.2)$$

gdzie: M_z – moment zastępczy

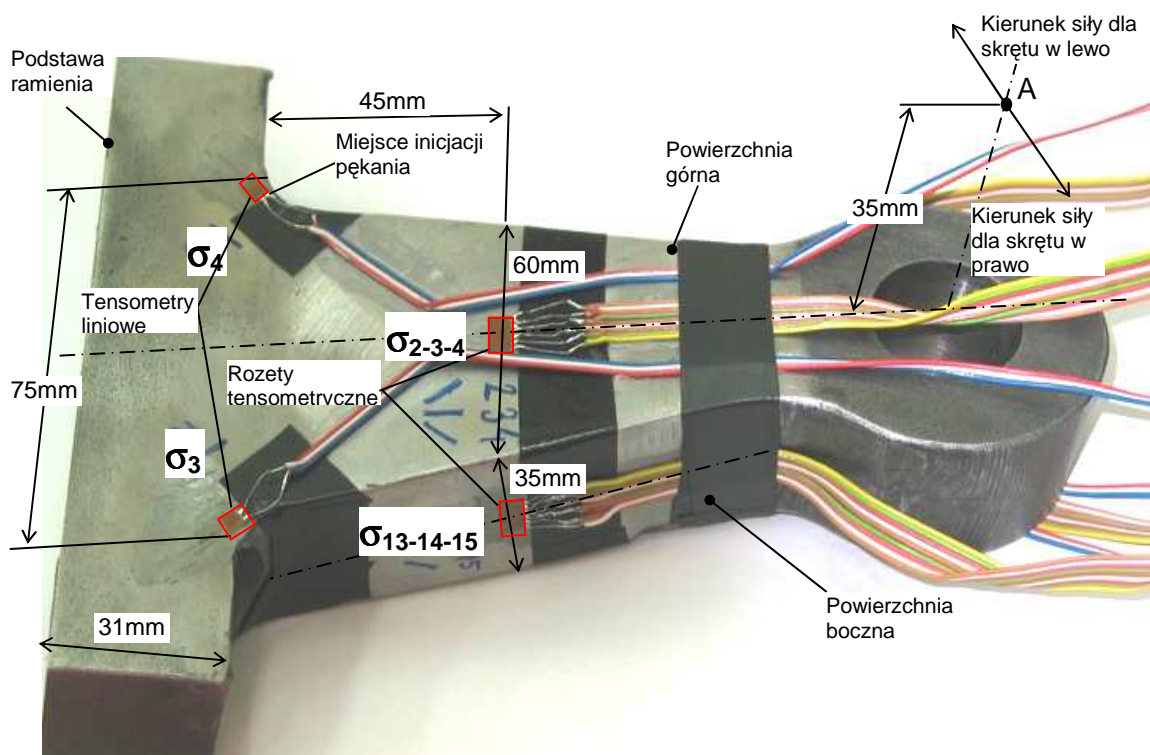
σ_z – naprężenia zredukowane

W_g – zastępczy wskaźnik przekroju poprzecznego na zginanie ze skręcaniem

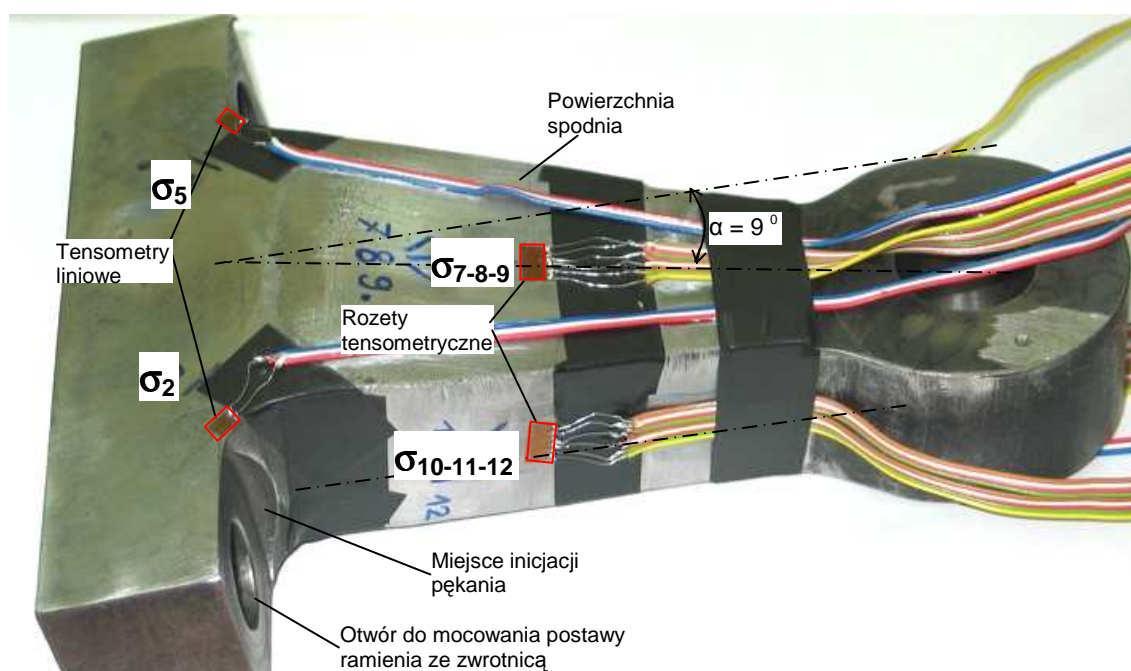
W przeprowadzonych testach do określenia zmienności obciążenia zewnętrznego w czasie wykorzystano cztery rozety tensometryczne oraz pojedyncze tensometry σ₂, σ₃, σ₄ i σ₅, umieszczone w pobliżu karbów zwrotnicy, jak na rys. 4.7 i 4.8.

4.3. Badania eksperymentalne naprężeń

W niniejszym podrozdziale przedstawiono wyniki badań naprężeń otrzymanych przy obciążeniach statycznych, cyklicznych oraz eksploatacyjnych w wybranych punktach zwrotnicy (rys. 4.7 i 4.8) układu kierowniczego samochodu ciężarowo – terenowego marki Jelcz D43. Naprężenia w warunkach obciążeń statycznych i cyklicznych wyznaczono poprzez pomiar odkształceń przy użyciu maszyny wytrzymałościowej firmy Instron 8802.



Rys. 4.7. Rozmieszczenie tensometrów na powierzchni górnej zwrotnicy



Rys. 4.8. Rozmieszczenie tensometrów na powierzchni dolnej zwrotnicy

Naprężenia eksploatacyjne wyznaczono przy użyciu tensometrów foliowych, z wykorzystaniem wzmacniacza tensometrycznego. W oparciu o otrzymane wyniki pomiarów odkształceń z tensometrów liniowych i rozet tensometrycznych obliczono (przy użyciu arkusza kalkulacyjnego MS Excel) wartości naprężeń normalnych, głównych oraz zredukowanych.

Celem pomiarów tensometrycznych było wyznaczenie eksploatacyjnych odkształceń i naprężeń jakie powstają w ramieniu zwrotnicy układu kierowniczego pojazdu marki Jelcz D43. Otrzymane wyniki pomiarów wykorzystano w obliczeniach metodami numerycznymi.

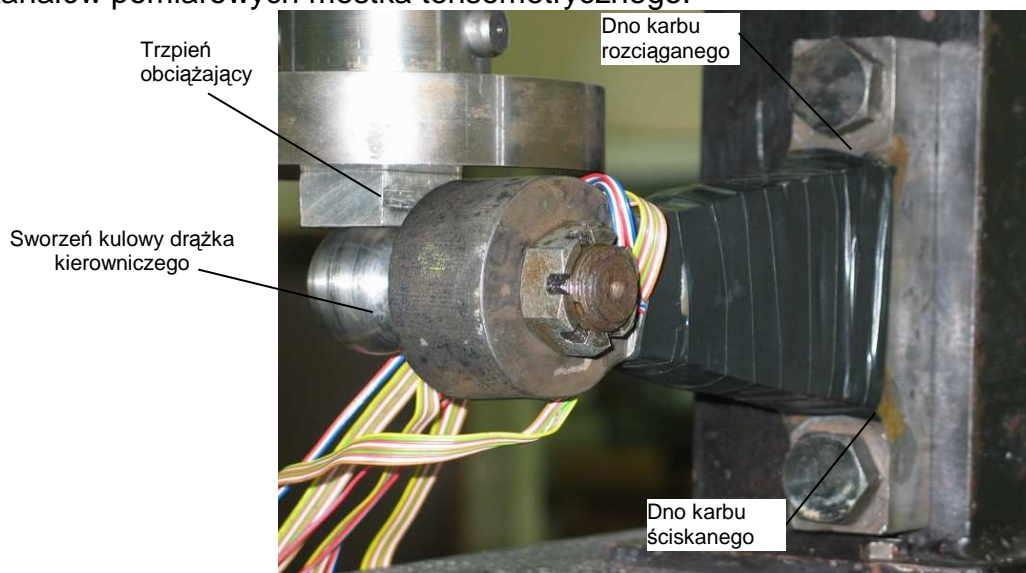
Pomiary tensometryczne przeprowadzono w czterech etapach:

- 1 etap – przy obciążeniu statycznym i cyklicznym na maszynie wytrzymałościowej,
- 2 etap – przy skręcaniu kół w czasie postoju na prostych nawierzchniach,
- 3 etap – w trakcie jazdy w linii prostej i na łukach dróg na różnych nawierzchniach,
- 4 etap – podczas skręcania kół znajdujących się w koleinie w czasie postoju.

Pomiary zostały wykonane w układzie ćwierć-mostka z kompensacją temperatury. Użyto wzmacniacza tensometrycznego Traveller EPP Plus firmy Vishay Measurements Group. Zastosowany wzmacniacz, zasilany stałym napięciem 12V, umożliwia pomiar w układzie ćwierć-mostka, pół-mostka oraz pełnego mostka przy rezystancjach tensometrów 120Ω [49, 50].

4.3.1. Badania statyczne zwrotnicy na maszynie wytrzymałościowej

Badania polegały na statycznym obciążaniu zwrotnicy od zera do siły maksymalnej $F_z = 15,532$ kN. Badania zostały przeprowadzone na maszynie wytrzymałościowej firmy Instron 8802. Sposób przyłożenia siły odpowiadał skrętowi kół w prawo i został przedstawiony na rys. 4.9, na którym zaznaczono dna karbu rozciąganego i ściskanego. Cały cykl obciążania trwał ok. 44 sekundy. Do badań wykorzystano 16 kanałów pomiarowych mostka tensometrycznego.



Rys. 4.9. Sposób przyłożenia siły obciążającej zwrotnicę

Wyniki pomiarów zarejestrowano przy wykorzystaniu aparatury pomiarowej przez komputer sterujący w postaci zbiorów o rozszerzeniu *.txt i wczytano do programu MS Excel. Następnie poddano je odpowiedniej obróbce, tzn. na podstawie znajomości

odkształceń w punktach pomiarowych nr 4,3,5,2 wyznaczono wartości naprężeń (z prawa Hooke'a):

$$\sigma = E \cdot \varepsilon \quad (4.3)$$

gdzie: E - moduł Younga (dla materiału 40HM przyjęto E = 210 000 MPa);
 ε - zmierzone odkształcenie,

Na rys. 4.10 przedstawiono wykresy zmian siły wymuszającej $F_z(t)$ i naprężeń $\sigma_2(t)$, $\sigma_3(t)$, $\sigma_4(t)$ i $\sigma_5(t)$.

W kolejnym kroku zostały wyznaczone naprężenia zredukowane σ_z według hipotezy Hubera – Misesa – Hencky'ego (H-M-H), na podstawie odkształceń z rozet tensometrycznych.

Mając dane odkształcenia $\varepsilon_1, \varepsilon_2, \varepsilon_3$ otrzymane z tensometrycznej rozety prostokątnej obliczono maksymalne ε_I i minimalne ε_{II} odkształcenia główne [50]:

$$\varepsilon_{I,II} = \frac{\varepsilon_1 + \varepsilon_3}{2} \pm \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{(\varepsilon_1 - \varepsilon_2)^2 + (\varepsilon_2 - \varepsilon_3)^2} \quad (4.4)$$

Następnie obliczono maksymalne naprężenia główne:

$$\sigma_1 = \frac{E}{1-\nu^2} (\varepsilon_I + \nu \varepsilon_{II}) \quad (4.5)$$

oraz minimalne naprężenia główne:

$$\sigma_2 = \frac{E}{1-\nu^2} (\varepsilon_{II} + \nu \varepsilon_I) \quad (4.6)$$

gdzie: ν - współczynnik Poissona (dla stali 40 HM przyjęto $\nu=0,3$)

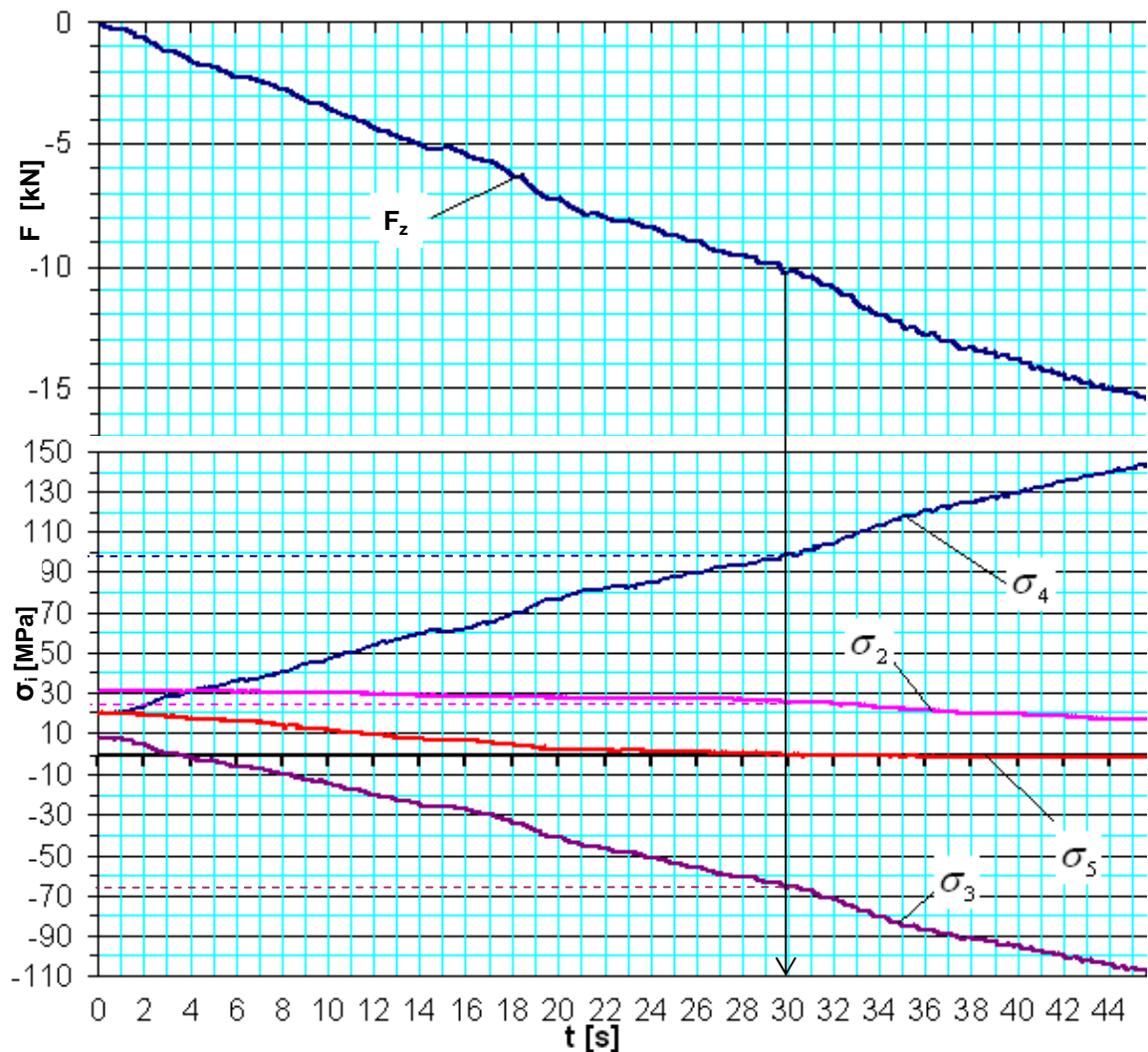
Naprężenia zredukowane obliczono zgodnie z następującym wzorem:

$$\sigma_z = \sqrt{\sigma_1^2 + \sigma_2^2 - \sigma_1 \sigma_2} \quad (4.7)$$

Wartości maksymalne naprężeń zostały zestawione w tabeli 4.1, natomiast przebiegi naprężeń zredukowanych w czasie zilustrowane zostały na rys. 4.11.

Tablica 4.1. Naprężenia maksymalne w punktach pomiarowych zwrotnicy przy próbie statycznej oraz współczynniki proporcjonalności

Nr punktu (rozeta tensom.) σ_{i-j-k}	Naprężenia zredukowane wg H-M-H $\sigma_{z\ i-j-k}$ [MPa]	Wsp. prop. $\sigma_{z\ i-j-k}/F_z$ [MPa/kN]	Nr punktu (tensometr liniowy) σ_j	Naprężenia normalne σ_i [MPa]	Wsp. prop. σ_i/F_z [MPa/kN]
σ_{2-3-4}	75	4,84	σ_4	145	9,35
σ_{7-8-9}	64	4,13	σ_3	-109	-7,03
$\sigma_{10-11-12}$	88	5,68	σ_5	20	1,29
$\sigma_{13-14-15}$	92	5,94	σ_2	31	2,00



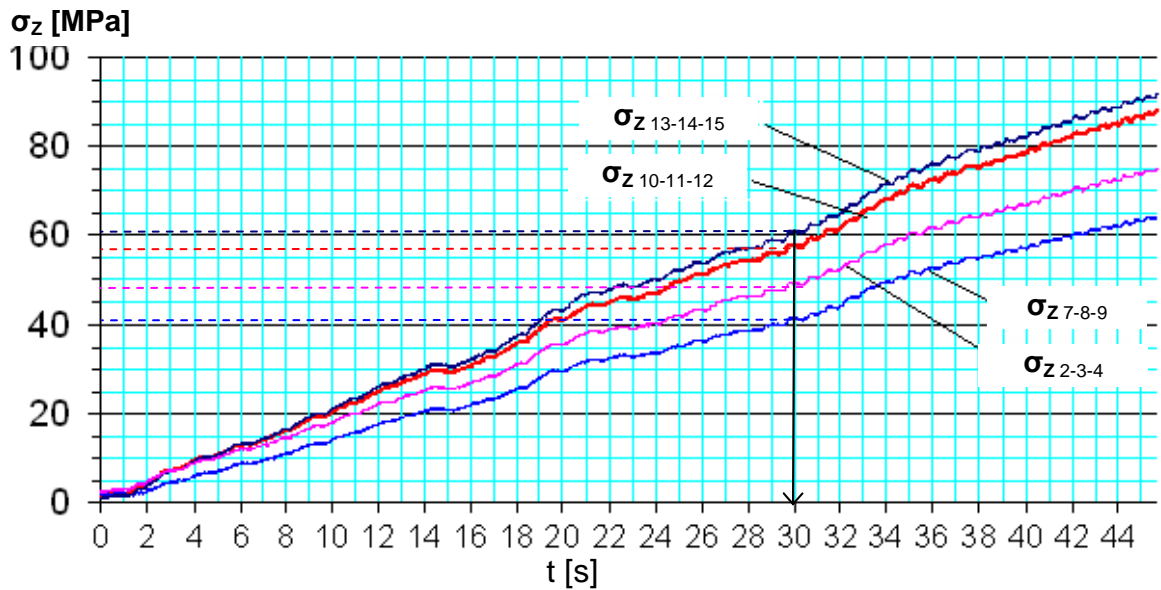
Rys. 4.10. Przebiegi siły obciążającej F_z i naprężeń w czasie w miejscach naklejenia tensometrów liniowych nr 4 i 2 – przy karbie rozciągającym oraz nr 3 i 5 – przy karbie ściskającym.

Wartości początkowe naprężeń w chwili $t = 0$ są różne od zera (naprężenia rozciągające około 31MPa - w punkcie pomiarowym nr 2, ściskające 10MPa - w punkcie pomiarowym nr 3) i oznaczają naprężenia wstępne powstałe po przykręceniu ramienia zwrotnicy do wspornika podstawy w maszynie wytrzymałościowej (rys.4.9). Kompensację mostka wykonano przed przykręceniem ramienia zwrotnicy.

W wyniku równomiernego obciążania, naprężenia rozciągające i ściskające od strony obciążanego sworznia (rys. 4.10), w punktach 3 i 4 narastały monotonicznie do ekstremalnych wartości odpowiednio -109MPa oraz 145MPa.

Naprężenia po przeciwnej stronie sworznia, w punkcie nr 2 malały od 31MPa do wartości 20 MPa, a w punkcie nr 5 od 10MPa do -2MPa. Na rys. 4.10 zaznaczono wartość chwilowego obciążenia ($t=30$ s, $F_z= -10$ kN), dla którego w punkcie pomiarowym nr 5 panuje stan zerowego naprężenia.

Malejące naprężenia w punkcie nr 5 są równoważone przez naprężenia powstałe w podstawie ramienia zwrotnicy od momentu skręcającego wywołanego siłą przyłożoną w punkcie A (rys. 4.6), odległym o 35mm od górnej powierzchni zwrotnicy.



Rys. 4.11. Przebiegi naprężeń zredukowanych $\sigma_{z\ i-j-k}$ w czasie w punktach pomiarowych nr 2-3-4 i 7-8-9 oraz 10-11-12 i 13-14-15

Rysunek 4.11 przedstawia przebiegi naprężeń zredukowanych w punktach pomiarowych nr 2-3-4 i 7-8-9 oraz 10-11-12 i 13-14-15. Zestawienie parami przebiegów z poszczególnych punktów pomiarowych ma na celu porównanie przebiegów naprężeń zredukowanych panujących na przeciwległych powierzchniach ramienia. W chwili $t=30s$ wartość naprężeń zredukowanych w punkcie 2-3-4, na powierzchni górnej wynosiła 48MPa, a na powierzchni dolnej, w punkcie 7-8-9 wynosiła 41MPa. Naprężenia zredukowane w tej samej chwili, w punktach pomiarowych 10-11-12 (powierzchnia rozciągana) oraz 13-14-15 (powierzchnia ściskana) różniły się między sobą w chwili $t = 30s$ tylko o 5MPa i wynosiły odpowiednio 55MPa i 60MPa, co potwierdza zgodność przeprowadzanych badań.

Z analizowanych przebiegów naprężeń wynika, że przy liniowo zmieniającym się obciążeniu statycznym naprężenia w czasie tworzą linie proste, których wartości są proporcjonalne do działającego obciążenia. Zależności wyznaczonych naprężeń od siły obciążającej można wyrazić za pomocą stałych współczynników $\sigma_{z\ i-j-k}/F_z$ i σ_i/F_z . Z tablicy 4.1 wynika, że maksymalne wartości przebiegów naprężeń oraz ich współczynniki proporcjonalności do obciążenia przypadają na punkty pomiarowe σ_4 oraz $\sigma_{13-14-15}$.

Zgodnie z powyższym, do określania zmienności obciążenia zewnętrznego $F(t)$ wykorzystano obliczone przebiegi naprężeń w czasie, odpowiadające maksymalnym wartościom otrzymanym w czasie próby statycznej, a więc dla punktu pomiarowego $\sigma_{13-14-15}$, gdzie $\sigma_{z13-14-15}/F_z$ wynosi 5,94[MPa/kN]. Dla przekroju poprzecznego z rys. 4.6, po przekształceniu zależności (4.1) zastępczy wskaźnik przekroju na zginanie ze

skręcaniem przyjmuje wartość $W_g = \frac{F_z L_z}{\sigma_z} = 0,0192243 \frac{kNm}{MPa}$, gdzie $\sigma_z=59,3MPa$ jest

obliczoną analitycznie wartością naprężeń zredukowanych dla siły zewnętrznej $F_z=10kN$ i długości $L_z=114mm$. Z otrzymanych z badań testowych przebiegów naprężeń zredukowanych na rys. 4.11 łatwo zauważyć, że dla zaznaczonego poziomu obciążenia najbardziej zgodny z obliczoną wcześniej wartością σ_z jest przebieg naprężenia $\sigma_{z13-14-15}(t)$, ponieważ dla czasu $t=30s$, $\sigma_{z13-14-15}(t)=60MPa$. Dlatego więc ten punkt pomiarowy zostanie wykorzystany do odtworzenia obciążenia zewnętrznego $F_z(t)$ poprzez wykorzystanie równań (4.1) i (4.2):

$$F_z(t) = \sigma_z(t) \frac{W_g}{L_z} = \sigma_z(t) W_{gz} \quad (4.8)$$

Wartość $W_{gz}=0,1683$ kN/MPa, jest mnożnikiem dla naprężeń zredukowanych $\sigma_z(t)$, odpowiadających rozecie tensometrycznej $\sigma_{13-14-15}$, umieszczonej na bocznej stronie rozciąganej zwrotnicy. Znak siły zewnętrznej określono zgodnie z rodzajem naprężeń panujących w drążku podłużnym łączącym zwrotnicę z przekładnią kierowniczą, który poddawany jest tylko naprężeniom ściskającym i rozciągającym. Rodzaj tych naprężeń jest zgodny ze znakiem odkształcenia ε_2 w rozecie tensometrycznej σ_{2-3-4} , umieszczonej w środku górnej ściany zwrotnicy, jak na rys. 4.7. Znak odkształcenia ε_2 jest zgodny ze znakiem ε_{14} z rozety $\sigma_{13-14-15}$, lub ze znakiem ε_{11} z rozety $\sigma_{10-11-12}$, co potwierdza zgodność prowadzonych pomiarów. Ze względu na zmianę kierunku działania siły zewnętrznej, wywołanej obrotem ramienia wokół osi zwrotnicy podczas skrętu koła, maksymalne wartości naprężeń zredukowanych mogą przyjąć inne punkty pomiarowe. Dlatego też w kolejnych obliczeniach przyjęto zmienny wskaźnik zastępczy W_{gz} , który jest zależny od punktu pomiarowego, w którym naprężenia zredukowane w badanym przedziale czasowym przyjmują maksymalną wartość. W przypadku, gdy naprężenia zredukowane będą maksymalne dla punktu σ_{2-3-4} , obliczony w oparciu o rys. 4.11 nowy parametr zastępczy będzie wynosił $W_{gz\sigma_{2-3-4}}=0,21$, ponieważ $\sigma_{2-3-4}(t=30s)=47,7\text{MPa}$, co zgodnie z równaniem (4.8) daje $F_z=47,7\text{MPa} \times 0,21\text{kN/MPa}=10\text{kN}$.

Celem badań statycznych było określenie wpływu obciążenia zewnętrznego na wartości naprężeń w najbardziej wyężonych punktach ramienia, by w ten sposób oszacować poziom naprężeń w kolejnych próbach wytrzymałościowych.

4.3.2. Badania przy obciążeniach cyklicznych na maszynie wytrzymałościowej

Celem badań było przeprowadzenie próby wytrzymałościowej zwrotnicy, wyznaczenie jej trwałości zmęczeniowej przy obciążeniach cyklicznych o dwóch częstotliwościach i zarejestrowanie wartości zmian naprężeń w miejscach naklejonych tensometrów. Do badań wykorzystano cztery tensometry liniowe nr 2, 3, 4 i 5, rozmieszczone jak na rys. 4.7 i 4.8, po obu stronach korbów.



Rys. 4.12. Stanowisko do badań zmęczeniowych zwrotnicy przy obciążeniach cyklicznych

Przeprowadzono cztery testy zmęczeniowe o tej samej amplitudzie obciążeń siłą $F_{za} = 60\text{kN}$, o przebiegu wahadłowym i częstotliwościach 3 i 4 Hz, na stanowisku przedstawionym na rys 4.12. Częstotliwość próbkowania sygnału wynosiła 100 punktów

na sekundę i była taka sama dla wszystkich przebiegów. Założone obciążenie odpowiada maksymalnemu poziomowi naprężeń otrzymanych w czasie próby eksploatacyjnej przy blokowanych kołach. Przedział czasowy ograniczony był wytrzymałością zmęczeniową sworznia zwrotnicy, który w kilku przypadkach ulegał zniszczeniu. Średnie czasy trwania prób wynosiły: $t_1=695s$ – przy obciążeniu o częstotliwości 4Hz oraz $t_2=620s$ – przy obciążeniu o częstotliwości 3Hz, co oznacza, że złom zmęczeniowy sworznia nastąpił po odpowiednio 2780 i 1860 cyklach. Rysunek 4.13 przedstawia przykład otrzymanego złomu zmęczeniowego sworznia.



Rys. 4.13. Przykład otrzymanego złomu zmęczeniowego sworznia zwrotnicy przy obciążeniu cyklicznym o amplitudzie $F_{za}=60kN$

Rysunek 4.14 przedstawia przykład uszkodzenia ramienia zwrotnicy otrzymany w czterech testach zmęczeniowych o częstotliwościach siły wymuszającej 3Hz i 4Hz.

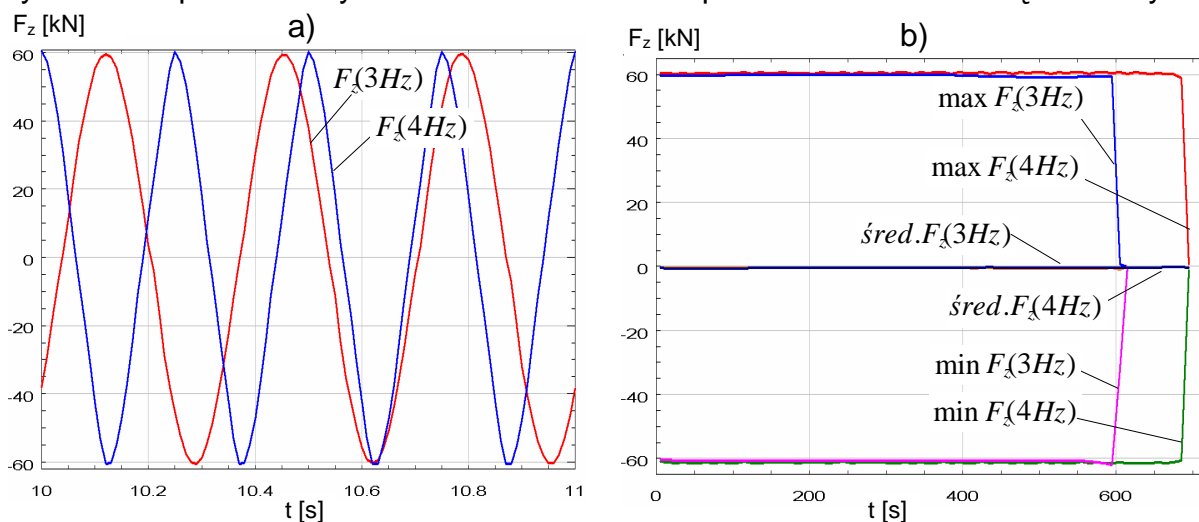


Rys. 4.14. Przykład otrzymanego złomu zmęczeniowego zwrotnicy przy obciążeniu cyklicznym o wartości $F_{za}=60kN$: a) zwrotnica zamontowana na wsporniku, b) przekrój poprzeczny złomu

Przedstawione uszkodzenie zwrotnicy nastąpiło po około 50 tysiącach cykli. Pęknięcie elementu nastąpiło w karbie odpowiadającym położeniu tensometrów w punktach nr 4 i 2, gdzie wyznaczono naprężenia $\sigma_4(t)$ i $\sigma_2(t)$. Kąt nachylenia

płaszczyzny pęknięcia i miejsce jej wystąpienia odpowiadają podobnym parametrom co uszkodzona w czasie rzeczywistych warunków pracy zwrotnica, przedstawiona na rys. 1.3 we wstępie pracy.

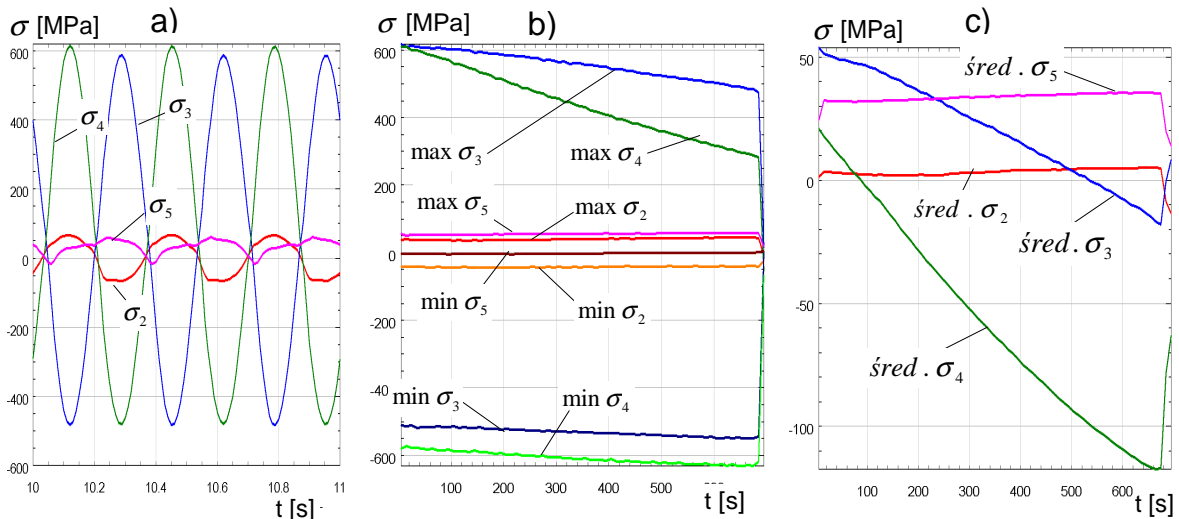
Te liczby cykli obciążeń wskazują, że uszkodzenia sworzni kulowych i ramion zwrotnicy zachodziły w zakresie niskocyklowej wytrzymałości zmęczeniowej materiału, przy obecności odkształceń plastycznych. Zarejestrowane przebiegi obciążeń i wyznaczone przebiegi naprężeń w zwrotnicy pozwoliły na prześledzenie charakteru ich zmian, przy bardzo wysokich stanach obciążeń, które zaobserwowano przy skręceniu kół pojazdu blokowanych przez krawężnik drogi. Z badań tych wynika też, że w zakresie małej liczby cykli obciążeń wytrzymałość zmęczeniowa sworzni kulowych jest mniejsza niż zwrotnicy. Biorące udział w testach sworznie nie pochodzą od jednego producenta, stąd też analizując średnie czasy trwania prób – dłuższy czas dla wyższej częstotliwości i krótszy dla niższej, dla innego sworznia – widoczne są rozbieżności w trwałości zmęczeniowej wynikające z różnej jakości procesu technologicznego ich wykonania. Na rys. 4.15a zamieszczono przykładowe przebiegi sił obciążających, które jak wynika z rys. 4.15b - pozostawały stabilne w czasie aż do powstania złomów zmęczeniowych.



Rys. 4.15. Przykładowe historie: a) sił obciążających sworzni kulowy zwrotnicy o częstotliwości 3Hz i 4Hz oraz b) ich wartości maksymalnych, minimalnych i średnich stosowane w testach zmęczeniowych

W każdym przypadku obciążeń wyznaczono przebiegi naprężeń normalnych w punktach pomiarowych odkształceń nr 3 i 4 na górnej powierzchni oraz w punktach nr 2 i 5, na dolnej powierzchni zwrotnicy w pobliżu karbu (zgodnie z rys. 4.7 i 4.8).

Przykładowe historie naprężeń $\sigma_2(t)$, $\sigma_3(t)$, $\sigma_4(t)$ i $\sigma_5(t)$, wyznaczone na początku testu zmęczeniowego ilustruje rys. 4.16a, natomiast w czasie całego testu zmiany ich wartości maksymalnych i minimalnych pokazano na rys. 4.16b oraz wartości średnich na rys. 4.16c.



Rys. 4.16. Przykładowe historie naprężeń $\sigma_2(t)$, $\sigma_3(t)$, $\sigma_4(t)$ i $\sigma_5(t)$ przy obciążeniu cyklicznym o częstotliwości 3Hz: a) na początku testu zmęczeniowego oraz b) wartości maksymalnych i minimalnych, c) wartości średnich podczas testu do złomu sworznia zwrotnicy

Analizując przebiegi naprężeń $\sigma_2(t)$ i $\sigma_5(t)$ należy odnotować ich stabilność i bardzo małą zmianę w czasie testu pod wpływem dużego obciążenia cyklicznego. Jest to zgodne z wynikami uzyskanymi w próbie przy monotonicznym obciążeniu zwrotnicy zamieszczonymi na rys 4.10. Natomiast wystąpiły bardzo duże amplitudy naprężeń $\sigma_3(t)$ i $\sigma_4(t)$, które dla $\sigma_4(t)$ na początku testu wynosiły około 600MPa, po czym zmniejszyły się systematycznie do wartości około 460MPa, przy jednoczesnym spadku wartości średniej o około 160MPa. Podobne zmiany, choć nieco mniejsze zachodziły w przebiegach $\sigma_3(t)$. Te spadki amplitud naprężeń σ_{a3} i σ_{a4} są związane ze spadkami amplitud zmierzonych odkształceń, co przy stałej, kontrolowanej amplitudzie obciążeń oznacza, że materiał zwrotnicy (stal 40HM) umacniał się cyklicznie w czasie testu zmęczeniowego.

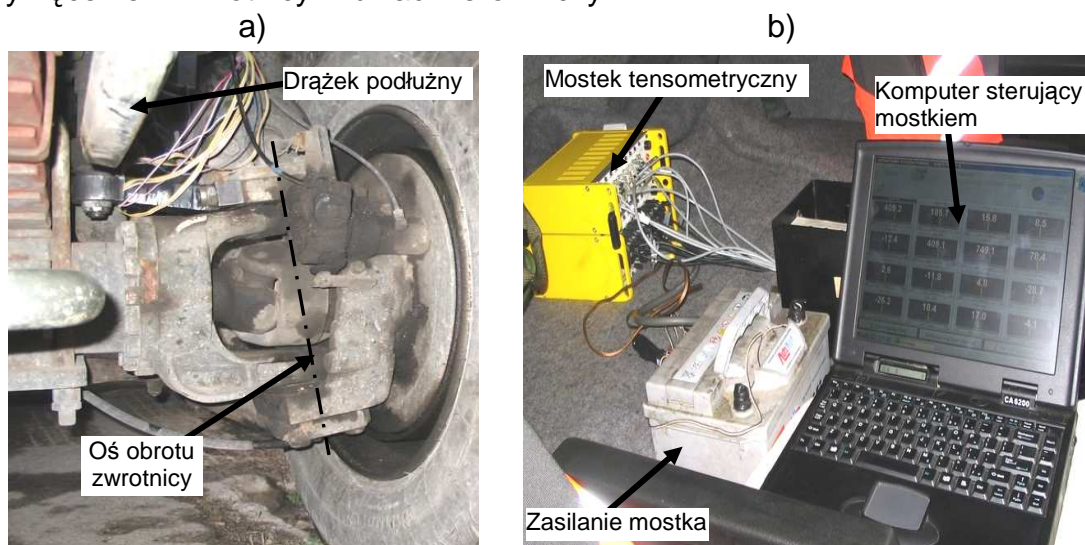
W przeprowadzonych testach wytrzymałościowych przy obciążeniu cyklicznym mierzono również przemieszczenia sworznia zwrotnicy pochodzące od siły obciążającej. Na podstawie znajomości obciążenia i wielkości przemieszczenia swobodnego końca zwrotnicy można obliczyć sztywność badanego elementu. Jednakże należy pamiętać, że otrzymane wyniki przemieszczeń są sumą ugięcia zwrotnicy, sworznia kulowego oraz wspornika mocującego. Dlatego też obliczoną wartość sztywności należy traktować jako dane orientacyjne. W związku z powyższym dla obciążenia cyklicznego o częstotliwości $f=3\text{Hz}$ (rys. 4.15a) obliczono średnią wartość sztywności z początkowego, środkowego i końcowego fragmentu obciążenia. Sztywność mierzono na zboczu narastającym, od zera do maksymalnej amplitudy obciążenia równej $F_{za}=60\text{kN}$. Dla takiego fragmentu obciążenia zarejestrowane średnie ugięcie zwrotnicy wynosiło $f_z = 3,1\text{mm}$. Obliczona średnia wartość sztywności badanej konstrukcji jest na poziomie:

$$k_z = F_{za}/f_z = 1,935 \cdot 10^7 \text{ N/m} \quad (4.9)$$

Powyższa wartość zostanie wykorzystana w analizie modalnej do konfrontacji otrzymanych wyników obliczeń.

4.3.3. Przebiegi naprężeń w warunkach eksploatacyjnych – podczas postoju samochodu

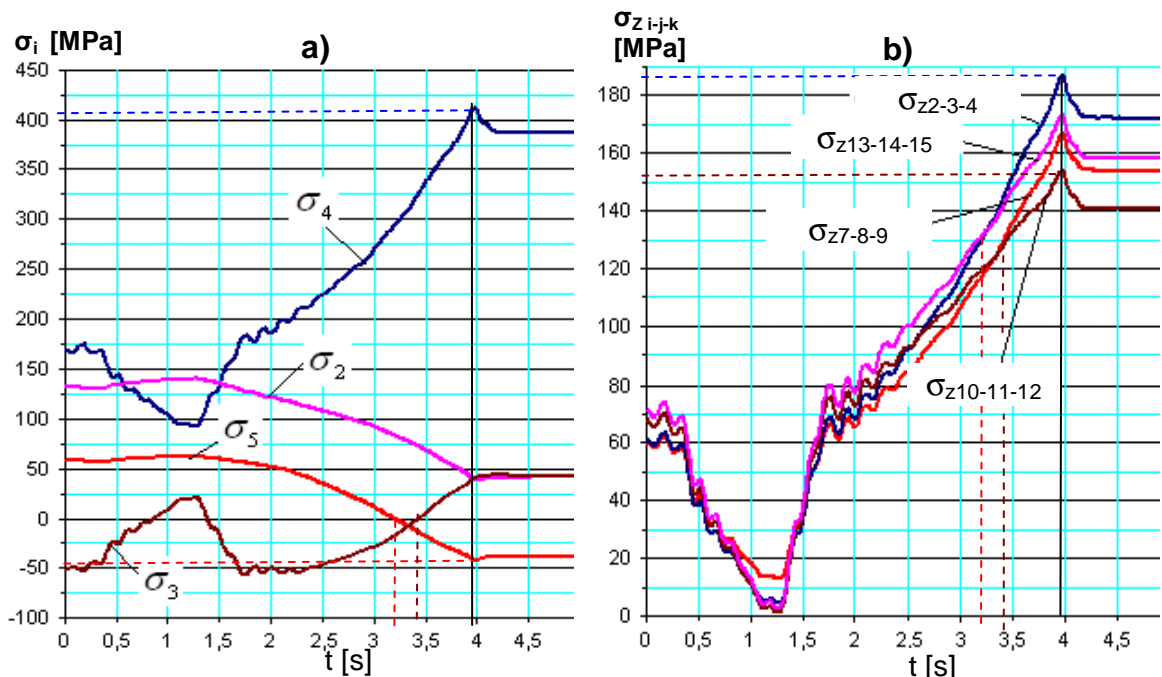
W kolejnym etapie przeprowadzono badania w samochodzie **nieobciążonym ładunkiem** na postoju przy zamontowanej zwrotnicy z tą samą liczbą i rozmieszczeniem tensometrów, co w próbach statycznych (rys. 4.17a). Przewody elektryczne przeciągnięto do kabiny kierowcy, w której umieszczono aparaturę pomiarową (rys. 4.17b). Mostek tensometryczny został wyzerowany przed przykręceniem zwrotnicy w układ kierowniczy.



Rys. 4.17. Sposób wykonania pomiarów eksploatacyjnych: a) widok ramienia zwrotnicy zamontowanej w układzie kierowniczym samochodu wraz z przewodami łączącymi z mostkiem tensometrycznym, b) stanowisko pomiarowe w kabinie pojazdu

4.3.3.1. Pomiary podczas skrętów kół w miejscu na prostej nawierzchni

Badania prowadzono na prostej nawierzchni betonowej przy ustawieniu kół na wprost. W trakcie pomiarów na postoju skręcano kołami w prawo do oporu i w lewo do oporu. Rysunek 4.18a przedstawia przebiegi w czasie naprężeń obliczone w oparciu o pomiary tensometrami liniowymi i wzór (4.3). Rysunek 4.18b przedstawia przebiegi w czasie naprężeń zredukowanych obliczone w oparciu o pomiary odkształceń rozetami tensometrycznymi i wzór (4.7). Przebiegi naprężeń zredukowanych obliczono na podstawie otrzymanych wcześniej naprężeń głównych i wzorów (4.5) i (4.6).



Rys. 4.18. Przebiegi w czasie naprężeń podczas skrętu kół na postoju w prawo na nawierzchni betonowej: a) naprężeń normalnych: $\sigma_2(t)$, $\sigma_4(t)$ przy karbie rozciągającym, $\sigma_3(t)$, $\sigma_5(t)$ przy karbie ściskającym, b) naprężeń zredukowanych: $\sigma_{z2-3-4}(t)$ na górnej powierzchni, $\sigma_{z7-8-9}(t)$ na dolnej powierzchni, $\sigma_{z10-11-12}(t)$ od strony rozciąganej, $\sigma_{z13-14-15}(t)$ od strony ściskanej zwrotnicy

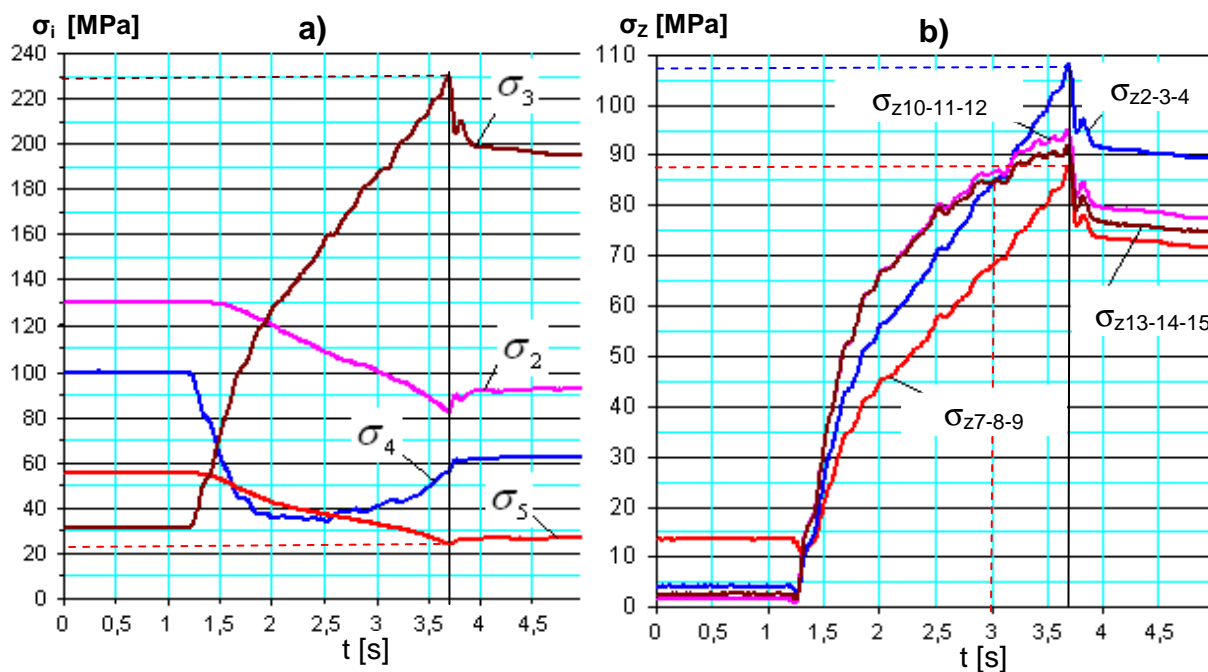
Przy skręceniu kół w prawo w punktach pomiarowych o numerach 2 i 4 panuje stan naprężeń rozciągających natomiast w punkcie 3 – stan naprężeń ściskających, a w punkcie 5 zmienia się z naprężeń rozciągających do ściskających. Maksymalne naprężenie – ok. 410MPa (rys. 4.18a) występuje w punkcie nr 4 na górnej powierzchni zwrotnicy. W takiej pozycji kół w punkcie nr 2 na dolnej powierzchni zwrotnicy naprężenia wynoszą wtedy zaledwie około 45MPa.

Z rys. 4.18b wynika, że wraz ze wzrostem obciążenia zwrotnicy narasta różnica pomiędzy wartościami poszczególnych naprężeń zredukowanych do wartości ok. 30 MPa w 4 sekundy, gdy koła pojazdu zostały maksymalnie skręcone w prawo. Chwilowy spadek naprężeń zredukowanych w przedziale czasowym od 0,5s do 1,5s powstał w wyniku chwilowego puszczenia kierownicy przez kierowcę. Maksymalne wartości tych naprężeń dla poszczególnych punktów pomiarowych układają się w podobnej kolejności jak dla statycznego obciążania (por. rys. 4.10 i rys. 4.11). Widoczny jest monotoniczny charakter przyrostu naprężeń zredukowanych od chwilowego spadku do wartości maksymalnej. W punktach nr 2-3-4 i 7-8-9, leżących na ścianach równoległych oraz w punktach nr 10-11-12 i 13-14-15, leżących na ścianach bocznych zwrotnicy różnica pomiędzy maksymalnymi wartościami naprężeń zredukowanych wynosi ok. 20MPa.

Ponadto z rys. 4.18 można zauważyć, że istnieje pewna zależność pomiędzy zmianą znaku naprężeń normalnych a zmianą wartości maksymalnych naprężeń zredukowanych. Naprężenia normalne w punkcie σ_5 zmieniają znak na ujemny w chwili $t=3,2s$, (zaznaczone czerwoną, pionową linią przerywaną na rys.4.18a), której odpowiada zmiana maksymalnych naprężeń zredukowanych z $\sigma_{z13-14-15}$ na σ_{z2-3-4} (zaznaczone czerwoną, pionową linią przerywaną na rys.4.18b). Przyczyną takich zmian może być zmiana kierunku działającej siły zewnętrznej, powstałej w wyniku obrotu kół wokół osi zwrotnicy.

Maksymalna wartość siły działającej na zwrotnicę w czasie skrętu kół na postoju w prawo, na nawierzchni betonowej, obliczona na podstawie zależności (4.8) jest na poziomie 29,7kN.

Dla porównania przedstawionych na rys. 4.18 przebiegów naprężeń podczas skrętu kół w prawo na rys. 4.19 przedstawiono przebiegi naprężeń przy skręceniu kół w lewo.



Rys. 4.19. Przebiegi w czasie naprężeń podczas skrętu kół na postoju w lewo na nawierzchni betonowej: a) naprężeń normalnych: $\sigma_2(t)$, $\sigma_4(t)$ przy karbie ściskanym, $\sigma_3(t)$, $\sigma_5(t)$ przy karbie rozciągającym, b) naprężeń zredukowanych: $\sigma_{z2-3-4}(t)$ na górnej powierzchni, $\sigma_{z7-8-9}(t)$ na dolnej powierzchni, $\sigma_{z10-11-12}(t)$ od strony ściskanej, $\sigma_{z13-14-15}(t)$ od strony rozciąganej zwrotnicy

Przy skręceniu kół w lewo następuje zmiana stanu naprężeń zarówno w punktach pomiarowych o numerach 2 i 4 (przy karbie ściskanym), jak i w punktach nr 3 i 5 (przy karbie rozciągającym) na naprężenia dodatnie. Maksymalne naprężenie – około 230 MPa (rys. 4.19a) występuje podobnie jak dla skrętu w prawo na górnej powierzchni zwrotnicy, jednak tym razem w punkcie nr 3. Dla kół skręconych w lewo do oporu w punkcie nr 5 na dolnej powierzchni zwrotnicy naprężenia wynoszą zaledwie około 25 MPa. Wartości maksymalne naprężeń przy skręceniu w lewo są niemal o połowę mniejsze niż przy skręceniu w prawo, co świadczy o nierównomiernych wartościach sił działających na ramię zwrotnicy, generowanych przez układ wspomaganie kierowniczy dla poszczególnych położeni kół.

Na rys. 4.19b zestawiono wykresy naprężeń zredukowanych w czasie w punktach pomiarowych na ściankach ramienia zwrotnicy. Wraz ze wzrostem obciążenia ramienia zwrotnicy narasta różnica pomiędzy wartościami naprężeń zredukowanych w punktach leżących na górnej (punkt nr 2-3-4) i dolnej (punkt nr 7-8-9) powierzchni zwrotnicy do wartości około 20 MPa w momencie, gdy koła pojazdu zostały maksymalnie skręcone w lewo. Natomiast dla punktów nr 10-11-12 i 13-14-15, leżących na ścianach bocznych ramienia różnica ta maleje i wynosi ok. 5MPa. Podobnie jak dla skrętu w prawo w chwili $t=3$ s (rys 4,19b) dochodzi do przecięcia się wykresów naprężeń zredukowanych, w których maksymalne wartości przypadają dla punktu nr 2-3-4.

Przyczyną niezachowania proporcjonalności w zmianach naprężeń pomiędzy badanymi punktami pomiarowymi może być wpływ kąta obrotu wokół osi zwrotnicy, o wartości bliskiej 40 stopni, odpowiadającej blokowaniu się kół przy maksymalnym skręcie w prawo.

Maksymalna wartość siły dla punktu pomiarowego $\sigma_{13-14-15}$ wynosi 15,51kN i jest około dwukrotnie mniejsza niż dla skrętu w prawo. Wobec powyższego sztywność skrętna osi zwrotnicy dla skrętu w lewo jest również o połowę mniejsza od sztywności skrętnej dla skrętu w prawo.

Obserwując wartości sił potrzebnych do wykonania skrętów można w dość prosty sposób obliczyć orientacyjną wielkość momentu obrotowego potrzebnego do zataczania kół kierowanych przedniej osi, w czasie postoju pojazdu. Długość ramienia działania momentu obrotowego wynosi $L_p=213,5\text{mm}$ i jest sumą długości zwrotnicy od podstawy do osi sworznia zwrotnicy (164,5mm) oraz odcinka od postawy do osi zwrotnicy (50mm). Dla maksymalnej wartości siły otrzymanej podczas skrętu w prawo, tj. $F_p = 39,4\text{kN}$ (dla σ_{2-3-4} , rys. 4.18b), orientacyjny moment obrotowy przekazywany poprzez zwrotnicę wynosi:

$$M_o = F_p L_p = 8395\text{Nm} \quad (4.10)$$

W czasie wykonywania badań skręcano kołami z pozycji na wprost w prawo do oporu. Zgodnie ze wskazaniem producenta maksymalny kąt skrętu kół wynosi 40° (0,7rad), przez co orientacyjna sztywność skrętna kół kierowanych jest na poziomie 11992,0 Nm/rad. Sztywność ta jest sztywnością obrotową zwrotnicy i dotyczy jedynie układu koła ze zwrotnicą, do miejsca, w którym obliczono zmiany działającej siły w czasie (drażek podłużny). Jest to tylko wartość częściowa całkowitej sztywności układu kierowniczego względem osi zwrotnicy, którą oblicza się blokując koło jezdne, bądź koło kierownicy. W obliczeniach numerycznych według schematu z rys. 4.5 uwzględniono sztywność całkowitą układu kierowniczego względem osi zwrotnicy, wykorzystując dane zaczerpnięte z literatury.

Dla lepszego zobrazowania różnic pomiędzy maksymalnymi wartościami naprężeń przeprowadzono także pomiary na nawierzchni z kostki brukowej. W tablicy 4.2 zestawiono wartości maksymalnych naprężeń zredukowanych oraz naprężeń normalnych wszystkich punktów pomiarowych zwrotnicy, na dwóch rodzajach nawierzchni: betonu i posadzki z kostki brukowej.

Tablica 4.2. Naprężenia maksymalne w punktach pomiarowych podczas skrętu na postoju w prawo i w lewo na dwóch rodzajach nawierzchni

Rodzaj nawierzchni	Nr rozety tensometrycznej σ_{i-j-k}	Naprężenia zredukowane wg H-M-H $\sigma_{z\ i-j-k}$ [MPa]		Nr punktu (tensometr liniowy) σ_j	Naprężenia normalne σ_i [MPa]	
		Skręt w lewo	Skręt w prawo		Skręt w lewo	Skręt w prawo
1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.
Kostka brukowa	2-3-4	119	186	4	81	404
	7-8-9	105	161	2	149	148
	10-11-12	105	153	3	245	40
	13-14-15	100	173	5	67	66

1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.
Beton	2-3-4	108	187	4	100	412
	7-8-9	88	167	2	131	141
	10-11-12	95	154	3	230	44
	13-14-15	92	173	5	55	62

Z tablicy 4.2 wynika, że maksymalna wartość naprężeń 412MPa na nawierzchni betonowej i 404MPa na kostce brukowej występuje w punkcie pomiarowym nr 4, przy skręcie w prawo.

Maksymalna wartość naprężeń przy skręcie w lewo wynosi tylko 245MPa na kostce brukowej i 230MPa, w punkcie pomiarowym nr 3, co jest przyczyną mniejszej wydolności wspomagania układu kierowniczego. Maksymalne wartości naprężeń zredukowanych są niższe od naprężeń obliczonych w oparciu o wyniki z tensometrów liniowych umieszczonych w punktach, w których dochodziło do powstawania pęknięć. Dlatego więc w dalszych rozważaniach przedstawiono przebiegi naprężeń obliczone na podstawie danych pochodzących z tensometrów liniowych nr 4,3,5, i 2.

Z tablicy 4.2 wynika również, że rodzaj powierzchni drogi (beton i kostka brukowa) ma nieznaczny wpływ na wartości maksymalne naprężeń w zwrotnicy przy skręcie kół pojazdu na postoju w prawo i w lewo.

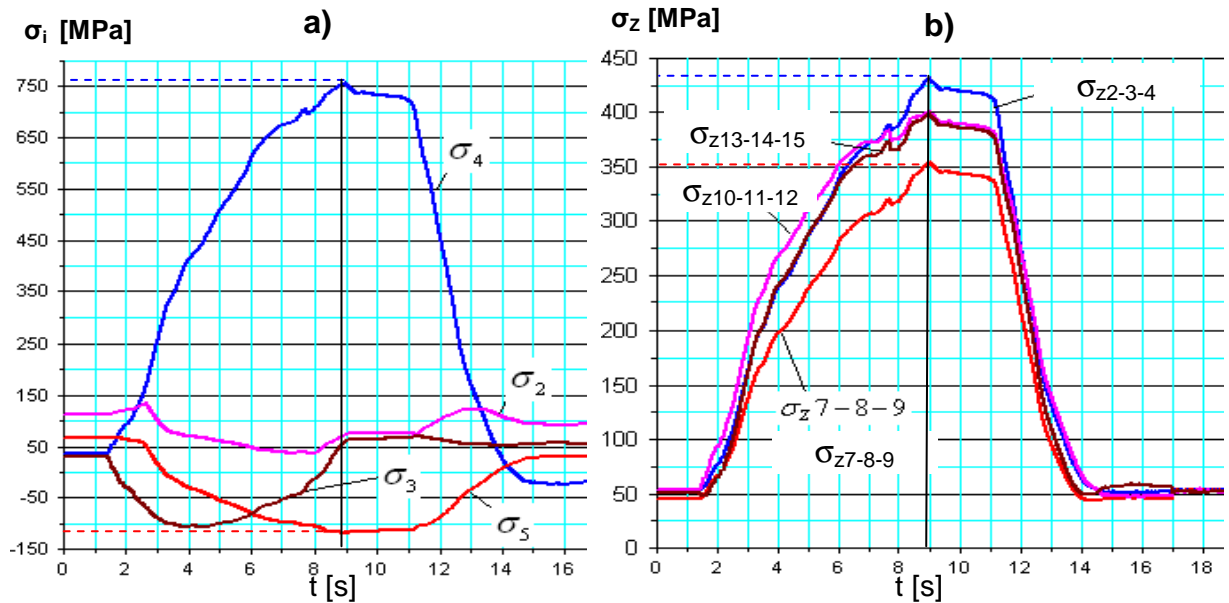
4.3.3.2. Pomiary podczas skrętów na postoju w koleinie

Badania prowadzone były podczas skrętu kół z pozycji na wprost, które znajdowały się w koleinie i były blokowane przez krawężnik (rys. 4.20).



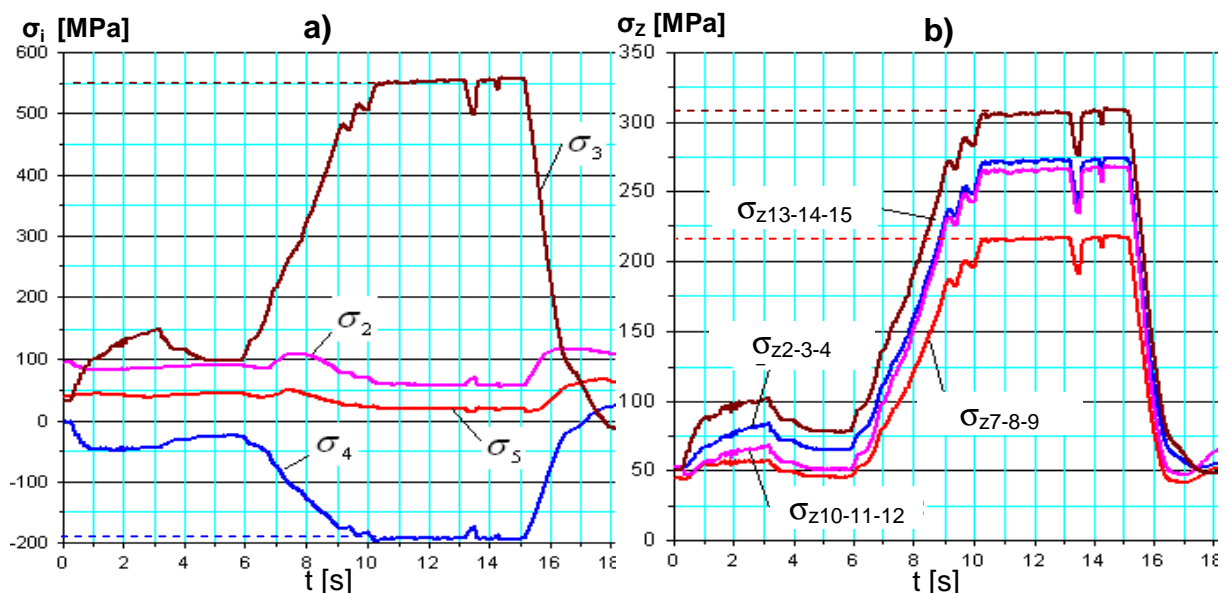
Rys. 4.20. Sposób blokowania skrętu kół przednich w koleinie

W trakcie pomiarów skręcano kołami na postoju w prawo do oporu i w lewo do oporu. Wykresy przebiegów naprężeń normalnych w czasie w punktach pomiarowych nr 4,3,5 i 2 przedstawiono na rys. 4.21a - podczas skrętu w prawo, a na rys. 4.22a - podczas skrętu w lewo.



Rys. 4.21. Przebiegi naprężeń podczas skrętu w prawo na postoju przy blokowanych kołach w koleinie: a) naprężeń normalnych w punktach pomiarowych nr 2, 3, 4, 5; b) naprężeń zredukowanych w punktach pomiarowych nr 2-3-4 i 7-8-9 oraz nr 10-11-12 i 13-14-15

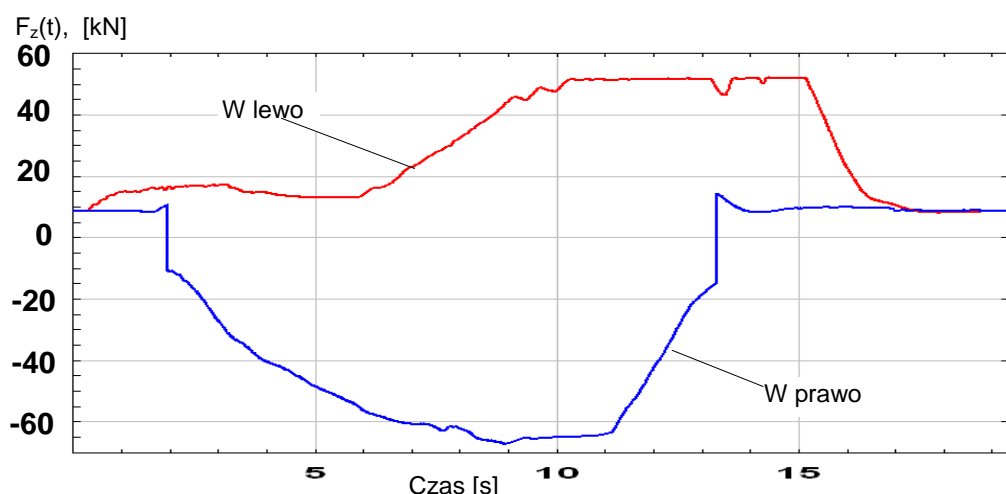
Z rysunku 4.21a wynika, że maksymalne naprężenie normalne wynosi 757MPa i występuje w punkcie nr 4 na górnej powierzchni ramienia zwrotnicy, przy kołach blokowanych przez krawężnik podczas skrętu w prawo. Około dziesięciokrotnie niższa wartość naprężeń występuje w punkcie nr 2 na dolnej powierzchni zwrotnicy i wynosi około 75MPa. Przebieg naprężeń w punkcie nr 2 jest bardzo stabilny podczas całego manewru skrętu. W punktach pomiarowych nr 5 i 3 przebiegi naprężeń zmieniają się odpowiednio z 75MPa do -125MPa i z 50MPa malejąco do -100MPa a następnie rosnąco do 75MPa.



Rys. 4.22. Przebiegi naprężeń podczas skrętu w lewo na postoju przy blokowanych kołach w koleinie: a) naprężeń normalnych w punktach pomiarowych nr 2, 3, 4, 5; b) naprężeń zredukowanych w punktach pomiarowych nr 2-3-4 i 7-8-9 oraz nr 10-11-12 i 13-14-15

Rysunek 4.22 przedstawia przebiegi naprężeń dla takich samych warunków jak na rys. 4.21, lecz podczas skrętu kół w lewo. Otrzymano w ten sposób maksymalne naprężenie podczas skrętu na postoju w lewo, o wartości 560 MPa, w punkcie nr 3 na górnej powierzchni ramienia zwrotnicy. W punkcie nr 5 na dolnej powierzchni ramienia zwrotnicy, wartość naprężenia wynosi około 25 MPa. W punkcie pomiarowym nr 4 wraz ze wzrostem obciążenia narastają ujemne wartości naprężeń normalnych.

Rysunek 4.22b przedstawia przebiegi naprężeń zredukowanych przy kołach blokowanych przez krawężnik i skręcanych w lewo. Również i na tych wykresach można wyróżnić odcinki o stabilnym przebiegu naprężeń w przedziale czasowym 10 – 15 s, odpowiadające maksymalnej sile działającej na ramię zwrotnicy podczas skrętów w lewo. Porównanie wartości maksymalnych przebiegów naprężeń normalnych σ_i z rys.4.21a i rys.4.22a, oraz naprężeń zredukowanych σ_z z rys. 4.21b i rys. 4.22b wskazuje, że zwrotnica podlega większemu wytężeniu podczas skrętu kół w prawo. Dla podanych na rys. 4.21 i rys. 4.22 przebiegów naprężeń odtworzono przebieg obciążeń zewnętrznych, które przedstawiono na rys. 4.23.



Rys. 4.23. Zestawienie wykresów historii obciążenia siły zewnętrznej $F_z(t)$ działającej na sworzeń zwrotnicy podczas manewrów na postoju w kolejinie

Na rys. 4.23 umieszczono maksymalne przebiegi obciążeń zewnętrznych jakie otrzymano w trakcie wszystkich testów. Widać tu wyraźnie ograniczenia w wydolności układu kierowniczego dla skrętu w lewo, które wynikają z cech konstrukcyjnych przekładni kierowniczej i wspomaganie. Skręt w prawo nie ma takich ograniczeń, dlatego więc maksymalna wartość obciążenia przekroczyła używaną do obciążeń cyklicznych wartość 60kN.

Tablica 4.3. Naprężenia maksymalne w punktach pomiarowych zwrotnicy podczas skrętów kół blokowanych przez krawężnik na postoju

Rodzaj nawierzchni	Nr rozety tensometrycznej σ_{i-j-k}	Naprężenia zredukowane wg H-M-H $\sigma_{z\ i-j-k}$ [MPa]		Nr punktu (tensometr liniowy) σ_j	Naprężenia normalne σ_i [MPa]	
		Skręt w lewo	Skręt w prawo		Skręt w lewo	Skręt w prawo
Koleina	2-3-4	275	432	4	33	757
	7-8-9	218	354	2	116	134
	10-11-12	270	401	3	560	65
	13-14-15	311	399	5	67	68

W tabeli 4.3 zestawiono otrzymane wyniki maksymalnych naprężeń normalnych podczas skrętów kół w koleinie. Maksymalna wartość naprężeń podczas skrętu kół w prawo wynosi 757MPa w punkcie pomiarowym nr 4. Wartość ta odpowiada maksymalnym naprężeniom jakie mogą powstać w ramieniu zwrotnicy w czasie jazdy oraz wykonywania manewrów. Zwiększenie naprężeń jest ograniczone przez wydolność układu wspomagania kierowniczego. Należy również wziąć pod uwagę sytuacje, w których dochodzi do uderzenia w czasie jazdy kołami skrętnymi w przeszkodę. Dla takich sytuacji powstałe naprężenia mogą znacznie przewyższyć wartości maksymalne przedstawione w tablicy 4.3. Przyjmując granicę plastyczności materiału, z którego wykonana jest zwrotnica, równą $R_e=780\text{MPa}$ wynika, że w trakcie wykonywania pomiarów przy blokowanych kołach w koleinie mogło dojść do powstania lokalnych obszarów uplastycznienia ramienia zwrotnicy. Uwzględniając dodatkowo sytuację uderzenia kół w przeszkodę, naprężenia powstałe w ten sposób w ramieniu zwrotnicy mogą znacznie przekroczyć granicę plastyczności materiału. Biorąc też pod uwagę, że wszystkie pomiary odkształceń w warunkach eksploatacyjnych przeprowadzono w samochodzie nieobciążonym ładunkiem, stąd obliczone wartości naprężeń podane w tab.4.2 i 4.3 będą zdecydowanie wyższe w samochodzie obciążonym ładunkiem (do 20 ton) i prawdopodobieństwo przekroczenia granicy plastyczności materiału R_e zbliży się do jedności, co przy niewielkiej liczbie takich zdarzeń może skutkować uszkodzeniem w okolicy podstawy zwrotnicy, jak na rys. 1.3.

4.3.4. Analiza wyników otrzymanych w czasie jazdy na wprost na różnych nawierzchniach

Badania podczas jazdy na wprost prowadzone były na asfalcie, kostce brukowej i drodze wyboistej, przy prędkości pojazdu około 30km/godz. Wykresy przebiegów w czasie naprężeń normalnych obliczonych na podstawie odkształceń z tensometrów liniowych przedstawiono na rys. 4.24 - na nawierzchni asfaltowej, a na rys. 4.25 - na nawierzchni wyboistej.

Do opisu losowych właściwości przebiegów obciążeń i naprężeń eksploatacyjnych zwrotnicy przyjęto następujące charakterystyki probabilistyczne:

a) w dziedzinie amplitudy - funkcja gęstości prawdopodobieństwa (PDF) [38] :

$$f(x) = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{P(x \leq x(t) < x + \Delta x)}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{1}{\Delta x} \left[\lim_{T \rightarrow \infty} \frac{T_x}{T} \right] \quad (4.11)$$

gdzie:

- $T_x = \sum_{i=1}^k \Delta t_i$ – suma czasów, w których wartości sygnału $x(t)$ znajdują się w przedziale o szerokości Δx
- T – czas obserwacji sygnału $x(t)$,
- $P(\cdot)$ – prawdopodobieństwo, że wartości sygnału zawarte są w przedziale $[x, x+\Delta x]$.

b) w dziedzinie czasu – funkcja autokorelacji $R_x(\tau)$,

c) w dziedzinie częstotliwości – funkcja gęstości widmowej mocy $G_x(f)$ (PSDF) wykorzystująca przekształcenia Fouriera,

d) pierwiastek z wartości średniokwadratowej (RMS):

$$\psi_x = \sqrt{\lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T x^2(t) dt} \quad (4.12)$$

e) odchylenie standardowe (SD):

$$\sigma_x = \sqrt{\lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T [x(t) - \mu_x]^2 dt} \quad (4.13)$$

gdzie: μ_x – wartość średnia sygnału $x(t)$ (Mean),

f) współczynnik korelacji między sygnałami $x(t)$ i $y(t)$:

$$\rho_{xy} = \frac{\text{cov}(X,Y)}{\sqrt{D^2X \cdot D^2Y}} \quad (4.14)$$

gdzie:

$\text{cov}(X,Y)$ – kowariancja zmiennych losowych X,Y :

$$\text{cov}(X,Y) = E(XY) - EX \cdot EY \quad (4.15)$$

$E(XY)$ – wartość oczekiwana iloczynu zmiennych losowych X i Y ,

EX, EY – wartości oczekiwane odpowiednio zmiennych losowych X i Y ,

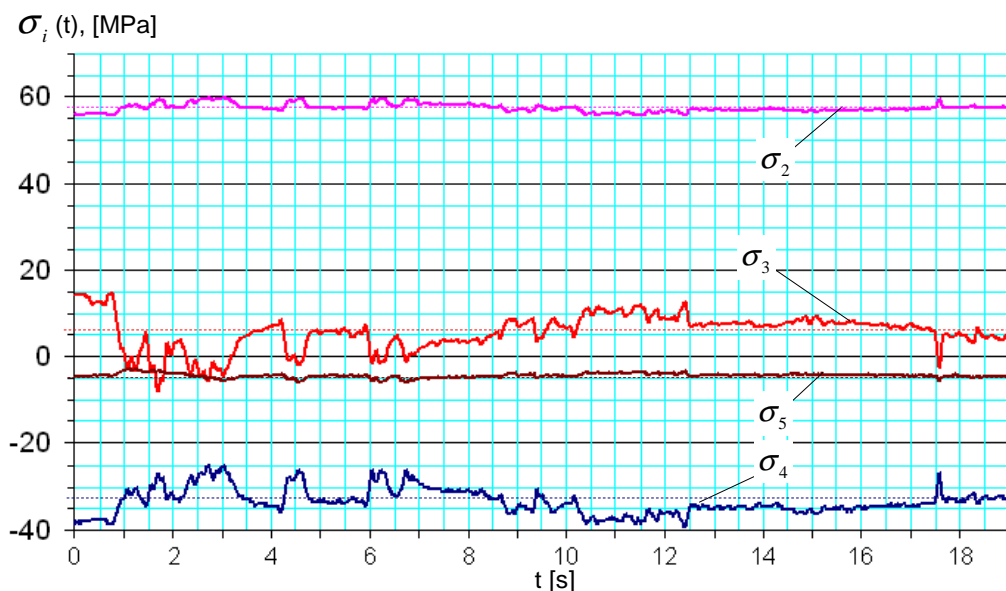
D^2X, D^2Y – wariancje odpowiednio zmiennych losowych X i Y :

$$D^2X = E(X^2) - (EX)^2 \quad (4.16)$$

$$D^2Y = E(Y^2) - (EY)^2 \quad (4.17)$$

$E(X^2), E(Y^2)$ – wartości średniokwadratowe zmiennych losowych X i Y .

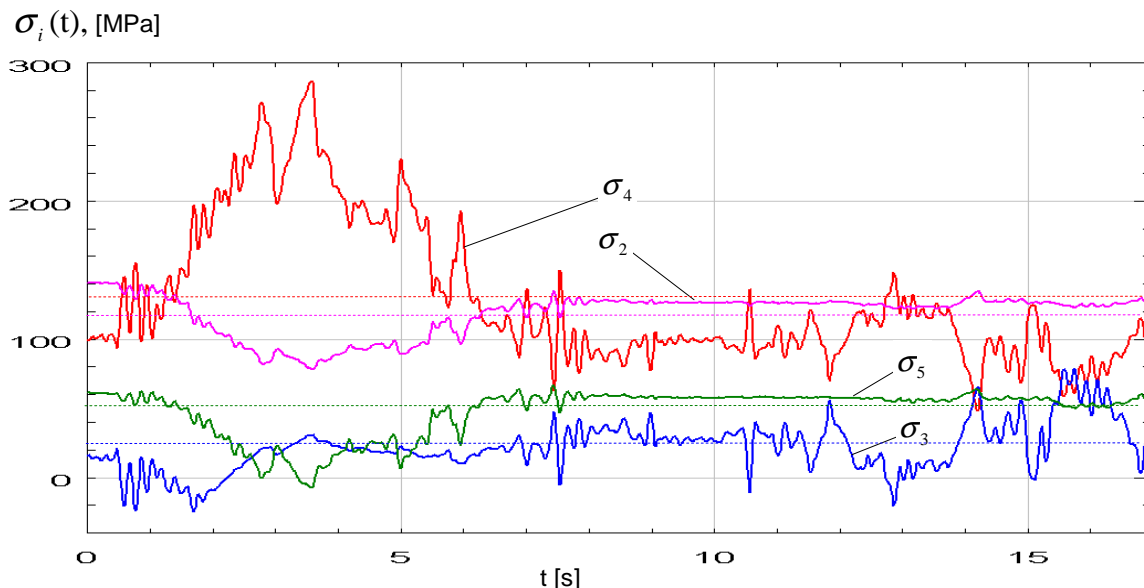
Na rys. 4.24 przerywaną linią zaznaczono wartości średnie z przebiegów naprężeń obliczonych w punktach pomiarowych nr 2,3,4,5 podczas jazdy na nawierzchni asfaltowej.



Rys. 4.24. Przebiegi w czasie naprężeń normalnych w punktach pomiarowych nr 4, 3, 5,2 podczas jazdy na wprost na nawierzchni asfaltowej

Naprężenia w punktach nr 5 i 2 charakteryzują się dość stabilnymi przebiegami, o wartościach średnich na poziomie odpowiednio -4MPa i 57MPa, i zakresach zmiany naprężeń około 5MPa. Przebiegi naprężeń w punktach pomiarowych nr 4 i 3 mają większe zakresy zmiany naprężeń, ok. 25MPa, przy mniejszych wartościach średnich, na poziomach odpowiednio -33MPa i 6MPa.

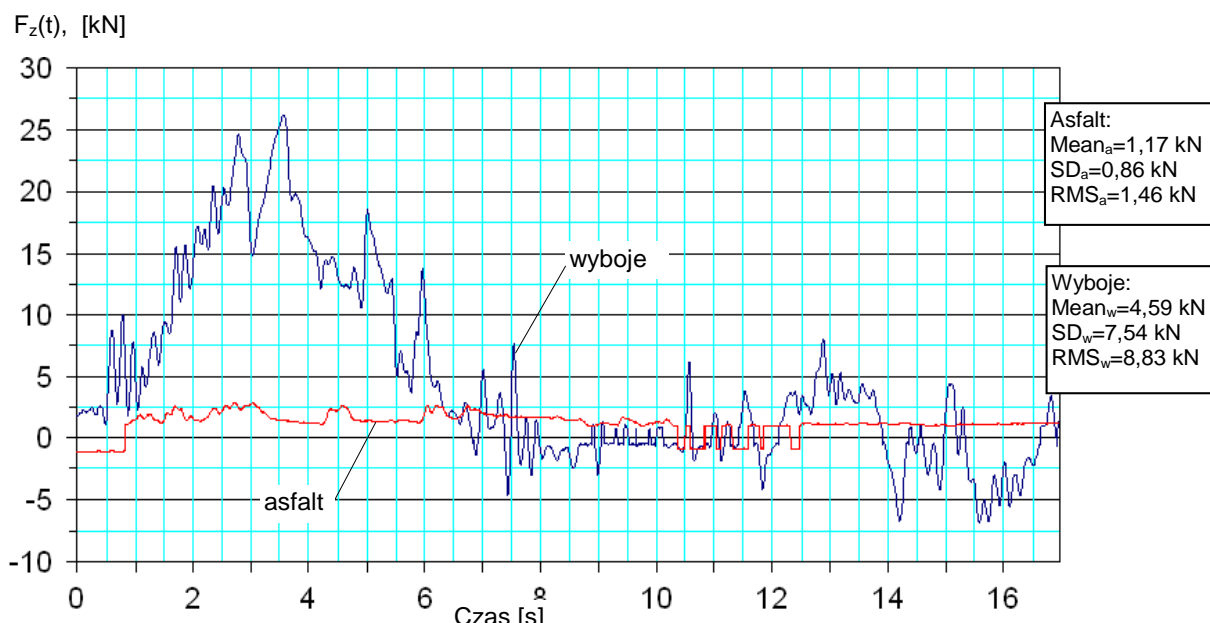
Na rysunku 4.25 naprężenia podczas jazdy na nawierzchni wyboistej, w punktach nr 5 i 2 charakteryzują się dość stabilnymi przebiegami, o wartościach średnich na poziomach odpowiednio 48MPa i 118MPa, i zakresach zmian naprężeń około 60MPa.



Rys. 4.25. Przebiegi w czasie naprężeń normalnych w punktach pomiarowych nr 4, 3, 5, 2 podczas jazdy na wprost na nawierzchni wyboistej

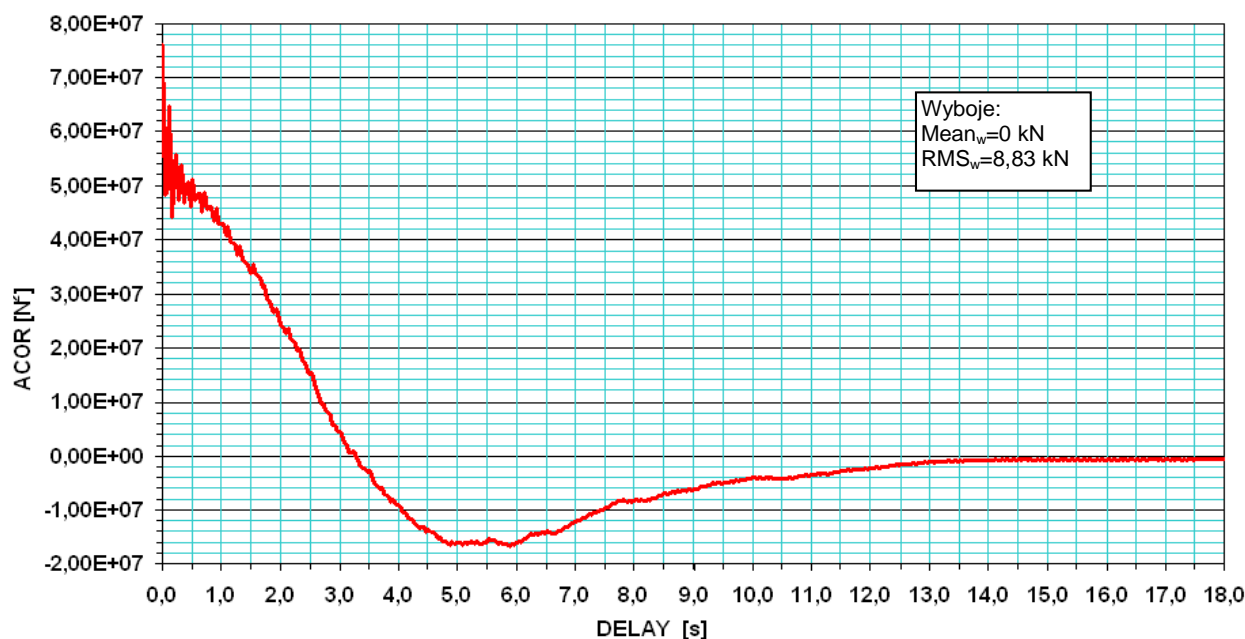
Przebiegi naprężeń w punktach pomiarowych nr 4 i 3 mają większe wartości zakresów zmian naprężeń (około 240 i 100MPa), i wartości średnie, które są na poziomie odpowiednio 129MPa i 22MPa. Istotny wpływ na przebieg obciążeń eksploatacyjnych w czasie jazdy przy stałej prędkości na wprost ma nierówność nawierzchni drogi. Wzrost nierówności nawierzchni wpływa na znaczne zwiększenie się średnich poziomów naprężeń występujących na powierzchni górnej ramienia i w mniejszym stopniu na wartości średnie naprężeń występujących na dolnej powierzchni ramienia zwrotnicy.

Dla zobrazowania poziomu i kierunku działającej na zwrotnicę siły $F_z(t)$, na rys. 4.26 przedstawiono przykładowe historie obciążenia podczas jazdy na dwóch rodzajach nawierzchni dróg.

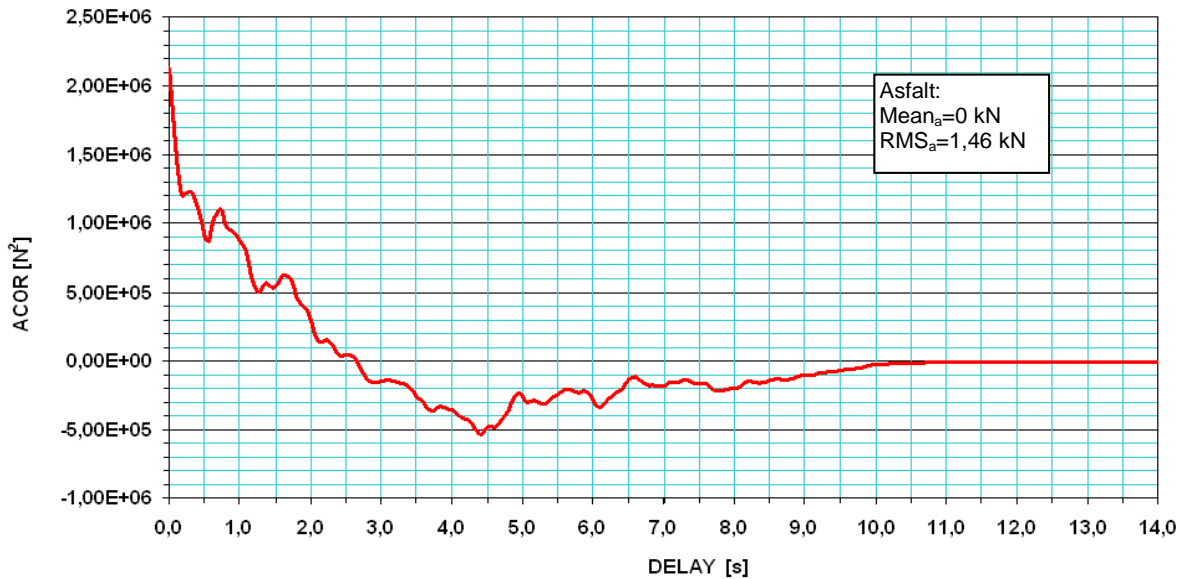


Rys. 4.26. Zestawienie przykładowych wykresów historii obciążenia siły zewnętrznej $F_z(t)$, podczas jazdy na dwóch rodzajach nawierzchni dróg

Przedstawione na rys. 4.26 losowe przebiegi czasowe obciążeń $F_z(t)$ poddano analizie w dziedzinie czasu, częstotliwości i amplitudy, przy użyciu solwera Nastran, które zobrazowano na rys.4.27 - 4.31. Przed obliczaniem funkcji autokorelacji (ACOR) i funkcji gęstości widmowej mocy (PSDF), przebiegi siły $F_z(t)$ z rys. 4.26 poddano operacji centrowania, tj. od ich bieżących wartości odjęto wartości średnie. Przebiegi scentrowane mają zerowe wartości średnie.



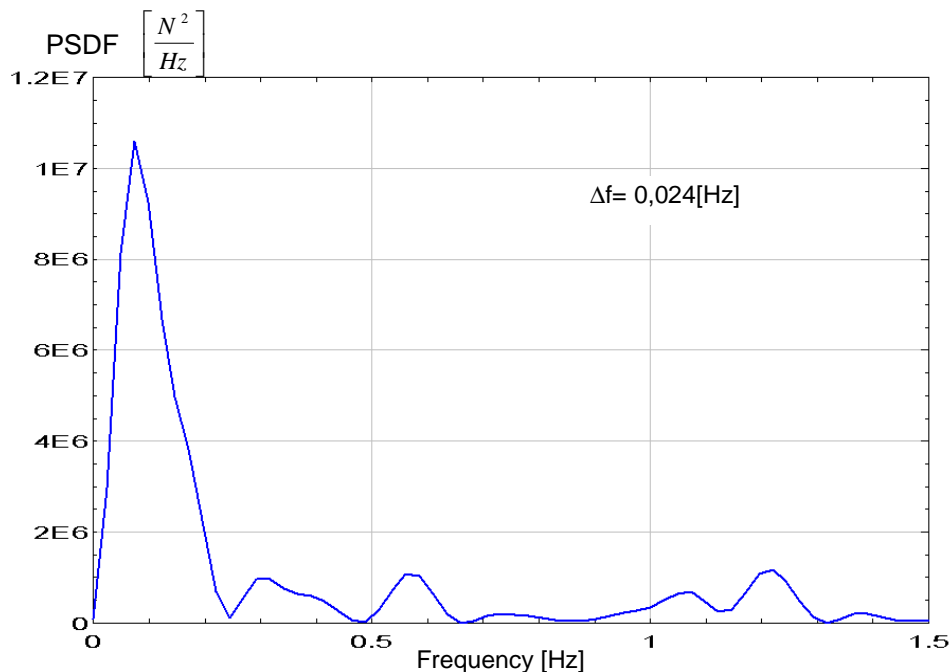
Rys. 4.27. Wykres autokorelacji scentrowanego przebiegu siły zewnętrznej $F_z(t)$, podczas jazdy na nawierzchni wyboistej



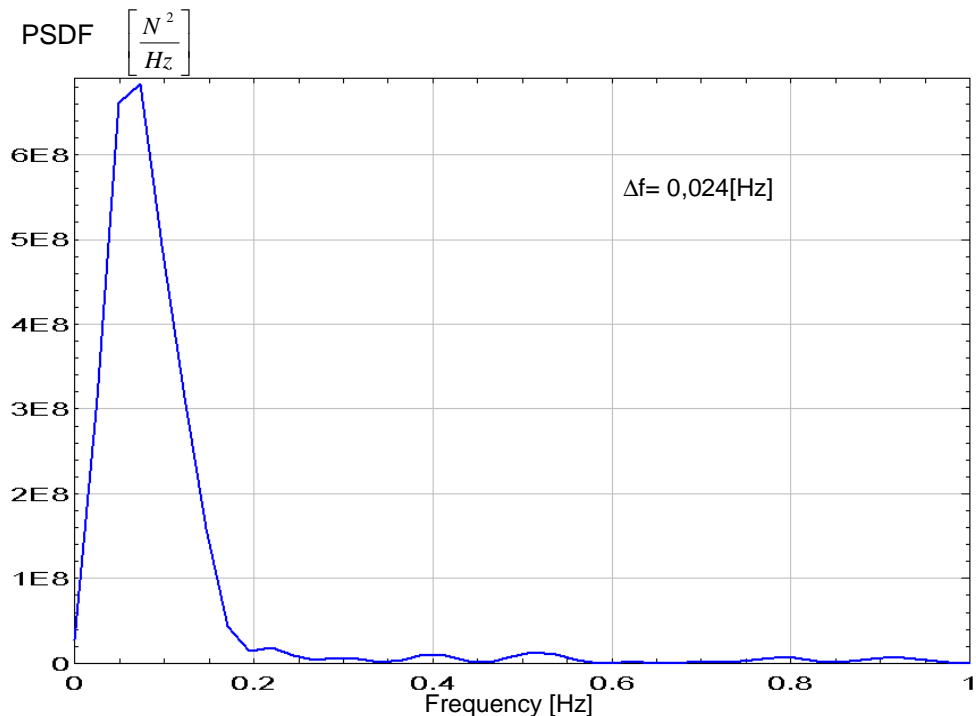
Rys. 4.28. Wykres autokorelacji scentrowanego przebiegu siły zewnętrznej $F_z(t)$, podczas jazdy na nawierzchni asfaltowej

Z wykresów na rys.4.27 i 4.28 wynika, że funkcje autokorelacji sił $F_z(t)$ stabilizują się na poziomie zerowym po około 11s. Dla obciążenia podczas jazdy na nawierzchni asfaltowej $RMS_a=SD_a=1,46kN$, natomiast na nawierzchni wyboistej $RMS_w=SD_w=8,83kN$, a wartości średnie obu sygnałów są równe zero, co jest zgodne wykresami autokorelacji (ACOR) przedstawionymi na rys. 4,27 i 4,28.

Na podstawie scentrowanych przebiegów $F_z(t)$ obliczono gęstości widmowe mocy PSDF, o optymalnym kroku częstotliwości Δf , których przebiegi przedstawiono na rys. 4.29 i 4.30.



Rys. 4.29. Wykres funkcji gęstości widmowej mocy PSDF scentrowanego przebiegu siły zewnętrznej $F_z(t)$, podczas jazdy na wprost na nawierzchni asfaltowej



Rys. 4.30. Wykres funkcji gęstości widmowej mocy PSDF scentrowanego przebiegu siły zewnętrznej $F_z(t)$, podczas jazdy na wprost na nawierzchni wyboistej

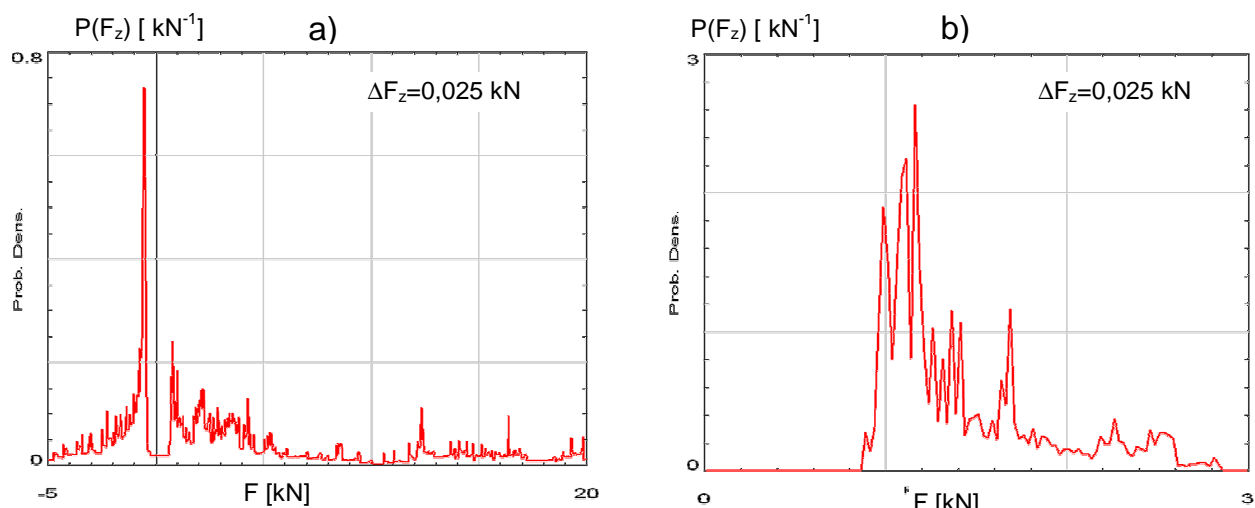
W solverze Nastran transformacja z charakterystyki czasowej na częstotliwościową odbywa się przy wykorzystaniu algorytmu szybkiej transformaty Fouriera (FFT). Natomiast wykresy autokorelacji obliczane są z przebiegów gęstości widmowych mocy, przy wykorzystaniu algorytmu odwrotnej, szybkiej transformaty Fouriera (IFFT).

Określenie prawidłowego kroku częstotliwościowego Δf przy wyznaczaniu funkcji gęstości widmowej mocy, jest wyznacznikiem uzyskania zbliżonych poziomów RMS dla scentrowanego przebiegu czasowego i charakterystyki częstotliwościowej, co potwierdza zgodność pomiędzy rys. 4.26, a 4.27 i 4.28.

Z rys. 4.29 i 4.30 wynika, że w gęstościach widmowych mocy sił $F_z(t)$ dominują składowe o bardzo niskich częstotliwościach. Maksymalne wartości przypadają na zakres $0 \div 0,2$ Hz. Z dostępnych w literaturze badań eksperymentalnych dla samochodów ciężarowych [42, 43, 45] wynika, że w trakcie jazdy nawet na gładkiej nawierzchni widoczna jest w tym zakresie częstotliwości zgodność z kątem obrotu kierownicy. Natomiast w zakresie $1 \div 5$ Hz występują drgania kół kierowanych niewiadomego pochodzenia, na które mogą mieć wpływ nierówności nawierzchni bądź luzy w łożyskach mocujących zwrotnicy. W zakresie częstotliwości $6 \div 20$ Hz dominują drgania belki osi przedniej, pochodzące od przechyłu bocznego pojazdu, o częstotliwości odpowiadającej około dwukrotnej częstotliwości ruchu obrotowego kół jezdnych.

Dodatkowo z wykresów PSDF obciążenia na rys. 4.29 i 4.30 wynika, że rodzaj nawierzchni nie wpływa znacząco na strukturę częstotliwościową, ale ma istotny wpływ na poziom mocy sygnału. Różnica w poziomie mocy dla dominanty o wartości 0,1 Hz jest w przypadku nawierzchni wyboistej o prawie 900 razy większa niż dla nawierzchni asfaltowej.

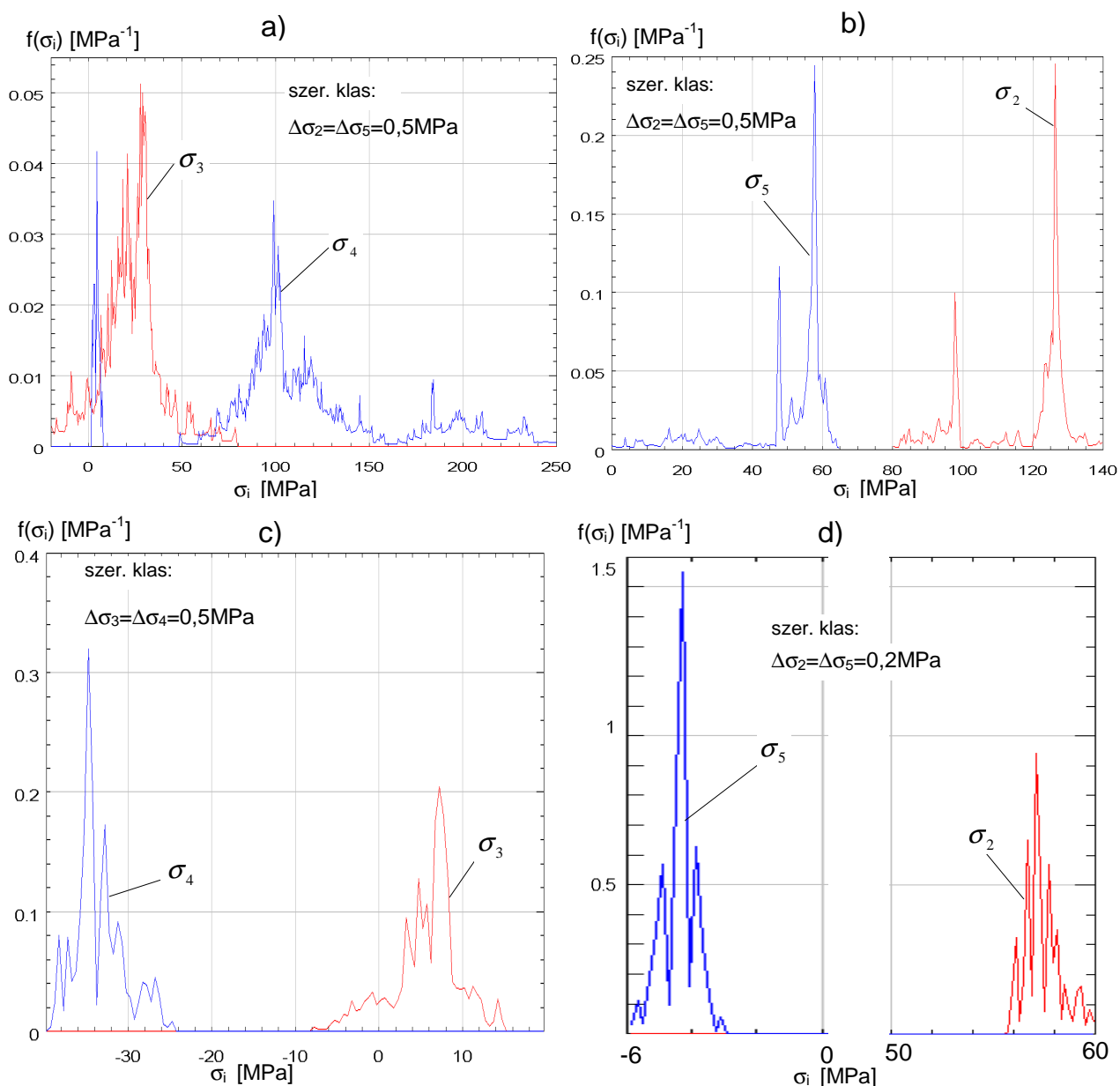
Na wykresach gęstości prawdopodobieństwa PDF (rys. 4.31) widoczna jest różnica w zakresach działających obciążeń $F_z(t)$ uwarunkowanych od rodzaju nawierzchni.



Rys. 4.31. Zestawienie wykresów funkcji gęstości prawdopodobieństwa PDF obciążenia siły zewnętrznej $F_z(t)$, podczas jazdy na nawierzchni: a) wyboistej, b) asfaltowej

Na nawierzchni asfaltowej rozpiętość obciążenia wynosi około $0,75 \text{ kN}$, podczas gdy na nawierzchni wyboistej rozpiętość jest w granicach około 25 kN . Oznacza to, że duże nierówności nawierzchni oprócz oddziaływań na oś przednią i nadwozie, są przenoszone w kierunku wzdłużnym pojazdu i wpływają na wzrost amplitudy siły działającej na zwrotnicę pojazdu.

W celu przedstawienia rozkładów i zakresów zmian wartości naprężeń eksploatacyjnych na rys.4.32 zestawiono wykresy ich funkcji gęstości prawdopodobieństwa $f(\sigma_i)$, odpowiadające poruszaniu się pojazdu na wprost na dwóch rodzajach nawierzchni - asfaltowej i wyboistej.



Rys. 4.32. Zestawienie wykresów funkcji gęstości prawdopodobieństwa (PDF) otrzymanych z przebiegu naprężeń, podczas jazdy na wprost na nawierzchni: a) wyboistej dla naprężeń σ_3 , σ_4 ; b) wyboistej dla naprężeń σ_2 , σ_5 ; c) asfaltowej dla naprężeń σ_3 , σ_4 ; d) asfaltowej dla naprężeń σ_2 , σ_5

Wykresy PDF przebiegów naprężeń eksploatacyjnych zestawiono ze sobą pod względem występowania maksimum dla tych funkcji, przy różnych poziomach naprężeń, tj. różnych wartościach modalnych. Na rys. 4.32a wykresy PDF odpowiadają naprężeniom σ_3 i σ_4 punktów pomiarowych z górnej powierzchni ramienia zwrotnicy i wyróżniają się największymi zakresami zmian naprężeń. Zakresy naprężeń wynoszą $\Delta\sigma_3 = 104 \text{ MPa}$ i $\Delta\sigma_4 = 238 \text{ MPa}$, a wartości modalne naprężeń kolejno dla $\sigma_3 = 20 \text{ MPa}$ i $\sigma_4 = 90 \text{ MPa}$. Wykresy PDF na rys. 4.30b odpowiadają naprężeniom σ_2 i σ_5 punktów pomiarowych na dolnej powierzchni ramienia zwrotnicy i przyjmują mniejsze zakresy naprężeń $\Delta\sigma_2 = 63 \text{ MPa}$ i $\Delta\sigma_5 = 74 \text{ MPa}$, natomiast większe wartości modalne naprężeń kolejno o wartościach $\sigma_2 = 58 \text{ MPa}$ i $\sigma_5 = 126 \text{ MPa}$, ale ich liczba występowania jest około sześciokrotnie większa niż dla maksimum $f(\sigma_i)$ z rys. 4.32a.

Rysunki 4.32c i 4.32d przejrzysto obrazują wpływ nawierzchni asfaltowej na zmianę zakresów naprężeń i najczęściej występujących maksimum naprężeń. W czasie

ruchu pojazdu na gładkiej powierzchni, przebiegi naprężeń σ_3 i σ_4 (rys. 4.32c) przyjmują mniejsze zakresy naprężeń $\Delta\sigma_3=23\text{MPa}$ i $\Delta\sigma_4=14\text{MPa}$, a ich wartości modalne występują przy niższych poziomach naprężeń ($\sigma_3=6\text{MPa}$ i $\sigma_4=-33\text{MPa}$). Podobny charakter zmian przyjmują naprężenia z rys. 4.32d, gdzie zakresy zmian naprężeń wynoszą odpowiednio: $\Delta\sigma_2=4\text{MPa}$ i $\Delta\sigma_5=3\text{MPa}$, a wartości modalne naprężeń odpowiednio $\sigma_2=57\text{MPa}$ i $\sigma_5=-4\text{MPa}$.

W celu porównania otrzymanych wyników funkcji $f(\sigma_i)$, w tab. 4.4 zestawiono wartości maksymalne, minimalne i średnie naprężeń. Zarejestrowane przebiegi czasowe wynosiły odpowiednio 22s dla nawierzchni asfaltowej, 15s dla nawierzchni z kostki brukowej i 20s dla nawierzchni wyboistej. Są to krótkie przebiegi losowe w czasie i trudne do dokładnej weryfikacji pod kątem parametrów statystycznych. Jednakże można na ich podstawie określić poziomy obciążenia i wygenerować obciążenia o odpowiedniej długości w celu wykonania sprawdzających obliczeń numerycznych.

Tablica 4.4. Naprężenia maksymalne, minimalne i średnie w punktach pomiarowych podczas jazdy samochodu na wprost na różnych nawierzchniach

Rodzaj nawie rzchni	Nr rozety tensome trycznej σ_{i-j-k}	Naprężenia zredukowane wg hipotezy H-M-H σ_z [MPa]			Nr tenso metru σ_i	Naprężenia normalne σ_i [MPa]		
		max	min	średn.		max	min	średn.
Asfalt	σ_{2-3-4}	55	52	53	4	10	-4	2
	7-8-9	47	42	44	2	95	91	93
	10-11-12	58	50	53	3	50	27	41
	13-14-15	54	49	51	5	32	29	31
Kostka bruk.	2-3-4	60	52	54	4	26	16	4
	7-8-9	57	52	53	2	106	93	98
	10-11-12	66	47	53	3	72	9	30
	13-14-15	67	48	52	5	53	42	48
Naw. wyboist.	2-3-4	125	1	29	4	287	49	129
	7-8-9	106	4	25	2	141	78	119
	10-11-12	99	0	25	3	79	-25	22
	13-14-15	112	1	28	5	67	-7	48

Wykresy na rys. 4.32 wykazują silną asymetrię funkcji gęstości prawdopodobieństwa naprężeń $f(\sigma_i)$, stąd obliczone wartości średnie naprężeń normalnych σ_i , podane w tab.4.4 różnią się od wartości modalnych tych naprężeń. Kolejne parametry statystyczne naprężeń normalnych σ_i zamieszczono w tab 4.5.

Tablica 4.5. Wartości odchylenia standardowego (SD), pierwiastka z wartości średniokwadratowej (RMS) oraz współczynnika korelacji przebiegów naprężeń podczas jazdy na wprost na różnych nawierzchniach

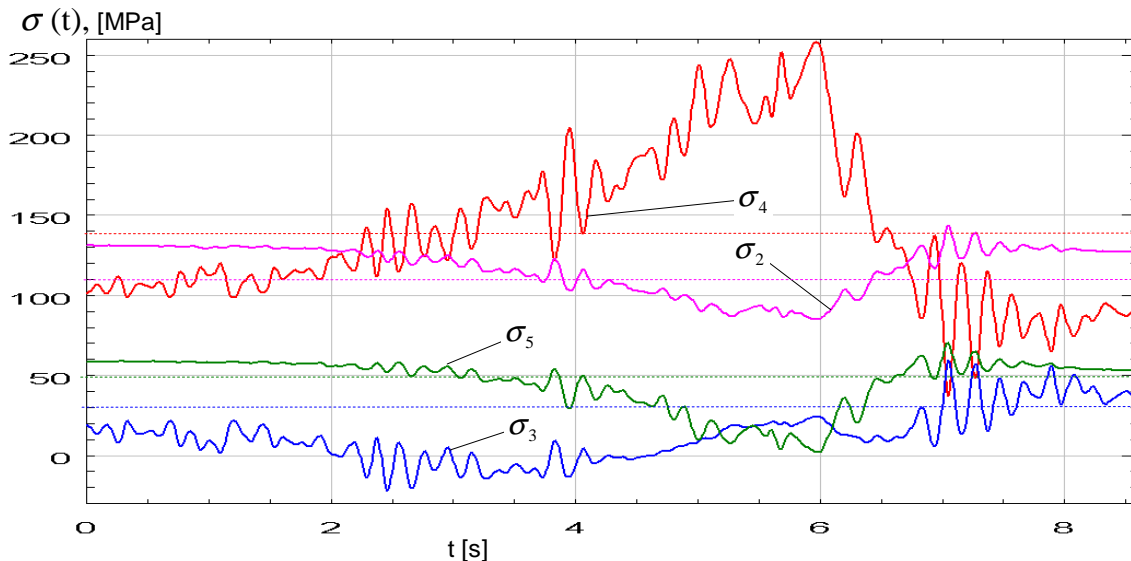
	SD, MPa					wsp. korelacji, ρ-wzór (4.14)			
Asfalt	$\sigma_2(t)$	$\sigma_3(t)$	$\sigma_4(t)$	$\sigma_5(t)$		$\sigma_3(t)$	$\sigma_4(t)$	$\sigma_5(t)$	
	0,90	4,08	2,98	0,52	$\sigma_2(t)$	-0,95	0,99	-0,65	
	RMS, MPa				$\sigma_3(t)$	1,00	-0,95	0,41	
	1,28	5,77	4,22	0,73	$\sigma_4(t)$	-0,95	1,00	-0,64	
	SD, MPa					wsp. korelacji, ρ-wzór (4.14)			
Kostka bruk.	$\sigma_2(t)$	$\sigma_3(t)$	$\sigma_4(t)$	$\sigma_5(t)$		$\sigma_3(t)$	$\sigma_4(t)$	$\sigma_5(t)$	
	1,85	8,64	6,24	1,10	$\sigma_2(t)$	0,40	-0,66	-0,63	
	RMS, MPa				$\sigma_3(t)$	1,00	-0,95	-0,96	
	1,53	12,03	8,67	30,74	$\sigma_4(t)$	-0,95	1,00	1,00	
	SD, MPa					wsp. korelacji, ρ-wzór (4.14)			
Naw. Wyboist.	$\sigma_2(t)$	$\sigma_3(t)$	$\sigma_4(t)$	$\sigma_5(t)$		$\sigma_3(t)$	$\sigma_4(t)$	$\sigma_5(t)$	
	18,98	22,17	58,44	47,78	$\sigma_2(t)$	0,13	-0,91	0,97	
	RMS, MPa				$\sigma_3(t)$	1,00	-0,45	0,14	
	21,37	24,83	72,36	24,29	$\sigma_4(t)$	-0,45	1,00	-0,94	

Z tablicy 4.5 wynika, że istnieje wpływ rodzaju nierówności na wartości współczynników korelacji pomiędzy naprężeniami w punktach pomiarowych znajdujących się na obu powierzchniach ramienia zwrotnicy. Duża korelacja utrzymuje się pomiędzy przebiegami naprężeń σ_3 i σ_4 , leżącymi na górnej powierzchni ramienia zwrotnicy, bez względu na wzrost nierówności. Korelacja punktów pomiarowych leżących na jednej powierzchni (σ_3 i σ_4) jest wyższa niż korelacja punktów leżących po jednej stronie karbu, lecz na dwóch równoległych powierzchniach (σ_2 i σ_4 oraz σ_3 i σ_5), co oznacza, że moment skręcający wywiera istotny wpływ na zmiany naprężeń panujących w korbach ramienia zwrotnicy.

Maksymalną wartość średnich naprężeń normalnych (tablica 4.4), wynoszącą 129 MPa, otrzymano na nawierzchni wyboistej w punkcie pomiarowym nr 4. Wzrastanie nierówności nawierzchni wpływa na wzrost wartości średnich naprężeń normalnych, natomiast zauważono prawie dwukrotny spadek wartości średnich naprężeń zredukowanych (z 53MPa dla nawierzchni asfaltowej do 29MPa dla nawierzchni wyboistej dla σ_{22-3-4}). Wzrost nierówności nawierzchni powoduje głównie wzrost maksymalnych wartości naprężeń normalnych i zredukowanych.

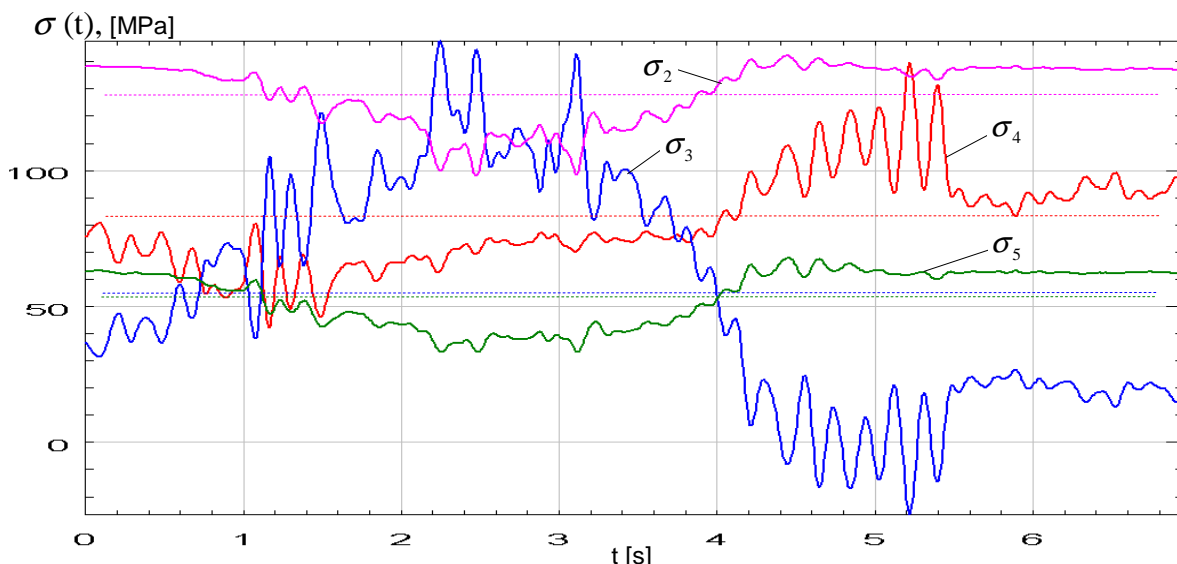
4.3.5. Pomiary w czasie skrętów przy prędkości 20 km/h na nawierzchni brukowej

W celu zbadania wpływu obciążeń dynamicznych pochodzących od układu kierowniczego, a także układu jezdnego i zawieszenia pojazdu na zwrotnicę, przeprowadzono pomiar przebiegów odkształceń w ruchu podczas wykonywania manewrów. Przy prędkości pojazdu około 20 km/h wykonano skręty kół do oporu w lewo oraz w prawo. Wykresy przebiegów naprężeń w czasie w punktach pomiarowych nr 2, 3, 4 i 5 podczas jazdy na nawierzchni z kostki brukowej i skrętu w prawo przedstawiono na rys. 4.33, natomiast podczas skrętu w lewo na rys. 4.34.



Rys. 4.33. Przebiegi w czasie naprężeń normalnych w punktach pomiarowych nr 4,3,5,2 podczas skrętu w prawo przy prędkości samochodu 20 km/h na nawierzchni brukowej

Podczas skrętu w prawo (rys. 4.33) punkty pomiarowe nr 4 i 2 leżą po stronie rozciąganej ramienia zwrotnicy, natomiast punkty nr 3 i 5 – leżą po stronie ściskanej. Maksymalne chwilowe naprężenie występujące w punkcie nr 4 jest mniejsze od naprężenia podczas skrętu na postoju w prawo i wynosi 257MPa (podczas skrętu na postoju wynosiło 410MPa) na górnej powierzchni zwrotnicy. W chwili $t=6s$, w punkcie nr 2 na dolnej powierzchni zwrotnicy naprężenia wynoszą około 80MPa. Wbrew oczekiwaniom (rys. 4.18) w punktach nr 3 i 5 też występują dodatnie naprężenia.

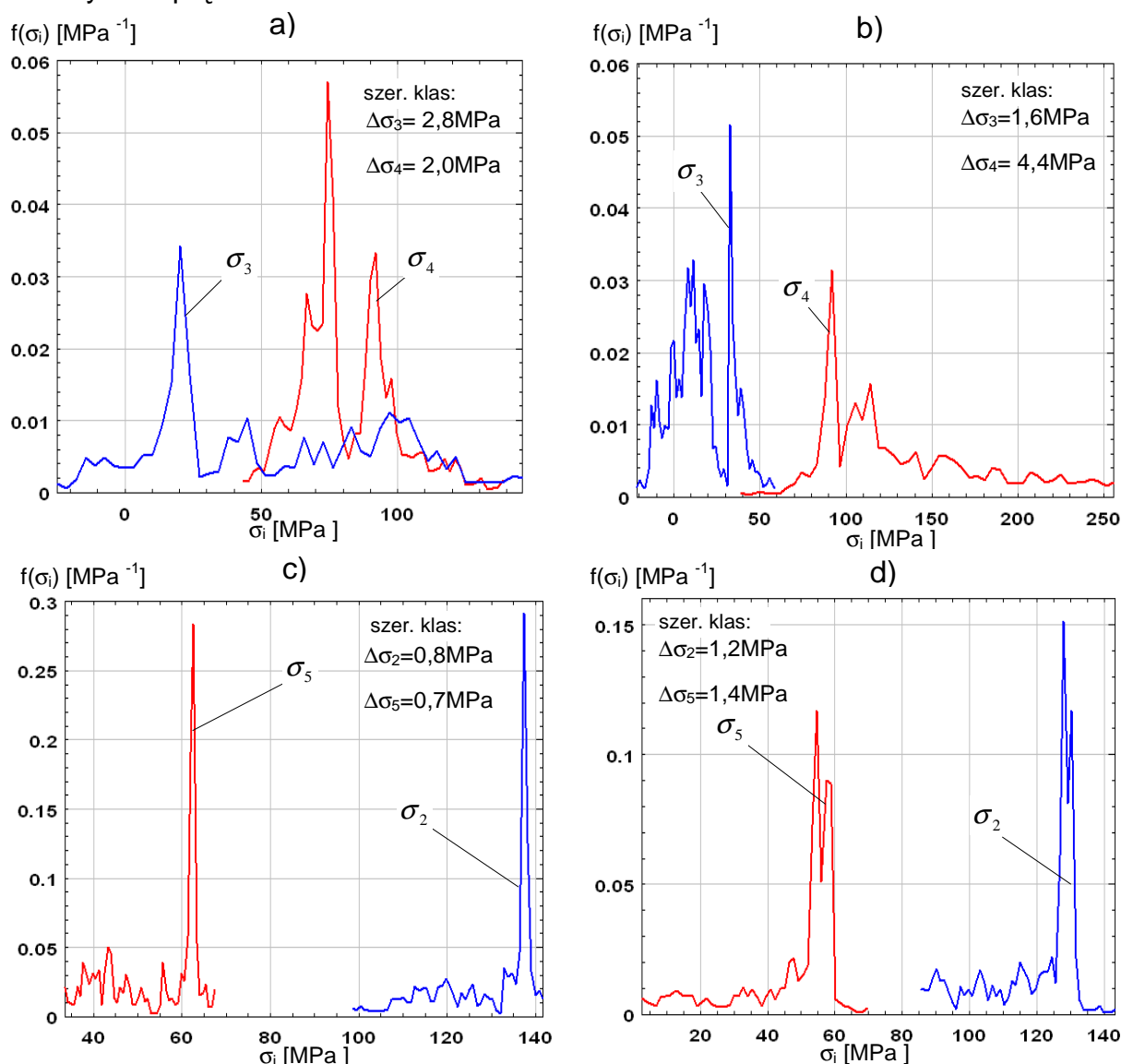


Rys. 4.34. Przebiegi w czasie naprężeń normalnych w punktach pomiarowych nr 2, 3, 4, 5 podczas skrętu w lewo przy prędkości samochodu 20 km/h na nawierzchni brukowej

Podczas skrętu w lewo (rys. 4.34) punkty pomiarowe nr 2 i 4 leżą po stronie ściskanej ramienia zwrotnicy natomiast punkty nr 3 i 5 – leżą po stronie rozciąganej. Maksymalne chwilowe naprężenie występujące w punkcie nr 3 jest mniejsze od naprężenia podczas skrętu na postoju w lewo i wynosi 148MPa (podczas skrętu na

postoiu (rys.4.19) wynosiło 230MPa) na górnej powierzchni zwrotnicy. Pomimo, iż chwilowe wartości naprężeń są maksymalne w punkcie nr 3 po stronie rozciąganej ramienia zwrotnicy, to jednak wartości średnie naprężeń są większe po stronie ściskanej zwrotnicy i wynoszą w punktach nr 2 i 4 odpowiednio 129MPa i 81MPa, z różnicą 48MPa, a po stronie rozciąganej w punktach nr 3 i 5 wynoszą odpowiednio 55MPa i 54MPa, z różnicą 1MPa.

Wykresy PDF przebiegów naprężeń eksploatacyjnych zestawiono ze sobą na rys.4.35 dla uwidocznienia zakresów zmian poszczególnych naprężeń i wartości modalnych naprężeń.



Rys. 4.35. Zestawienie wykresów funkcji PDF przebiegów naprężeń, podczas manewrów w ruchu: a) skręt w lewo dla naprężeń σ_3 , σ_4 ; b) skręt w prawo dla naprężeń σ_3 , σ_4 ; c) skręt w lewo dla naprężeń σ_2 , σ_5 ; d) skręt w prawo dla naprężeń σ_2 , σ_5

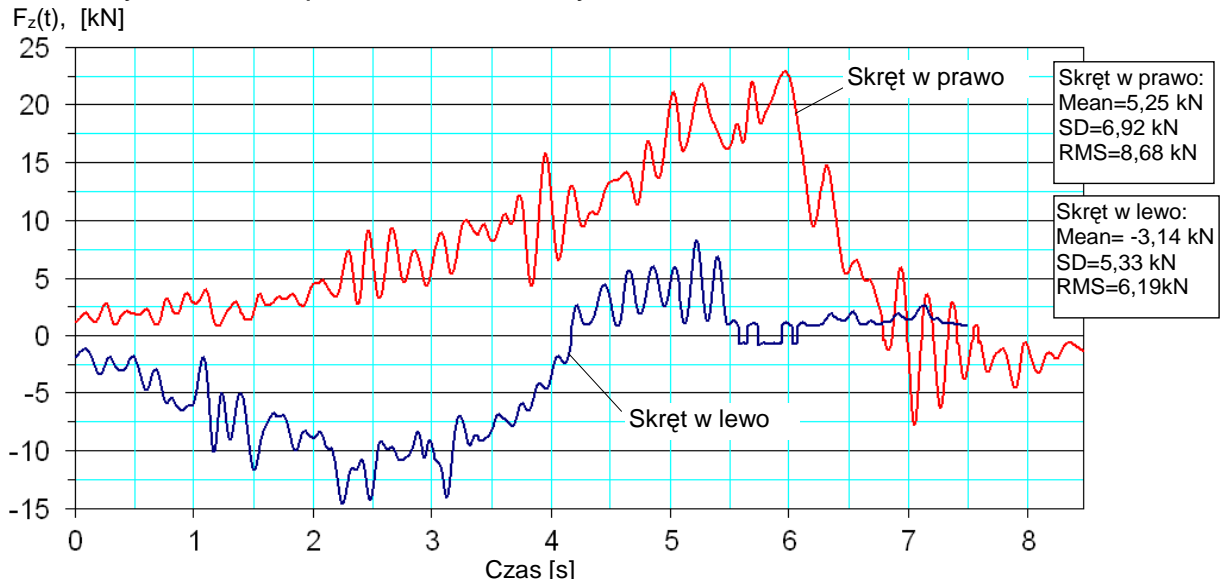
Dla manewru skrętu w lewo, (rys. 4.35a) wartości modalne naprężeń wynoszą $\sigma_3=30$ MPa i $\sigma_4=75$ MPa, a zakresy naprężeń $\Delta\sigma_3 =170$ MPa i $\Delta\sigma_4=100$ MPa.

Wykresy funkcji PDF dla manewru skrętu w prawo (rys. 4.35b) posiadają podobne jak na rys. 4.35a wartości modalne, tj. $\sigma_3=30$ MPa i $\sigma_4=90$ MPa, lecz inne zakresy naprężeń, tj. $\Delta\sigma_3 =80$ MPa i $\Delta\sigma_4 =220$ MPa. Warto zauważyć, że dla karbu rozciąganego

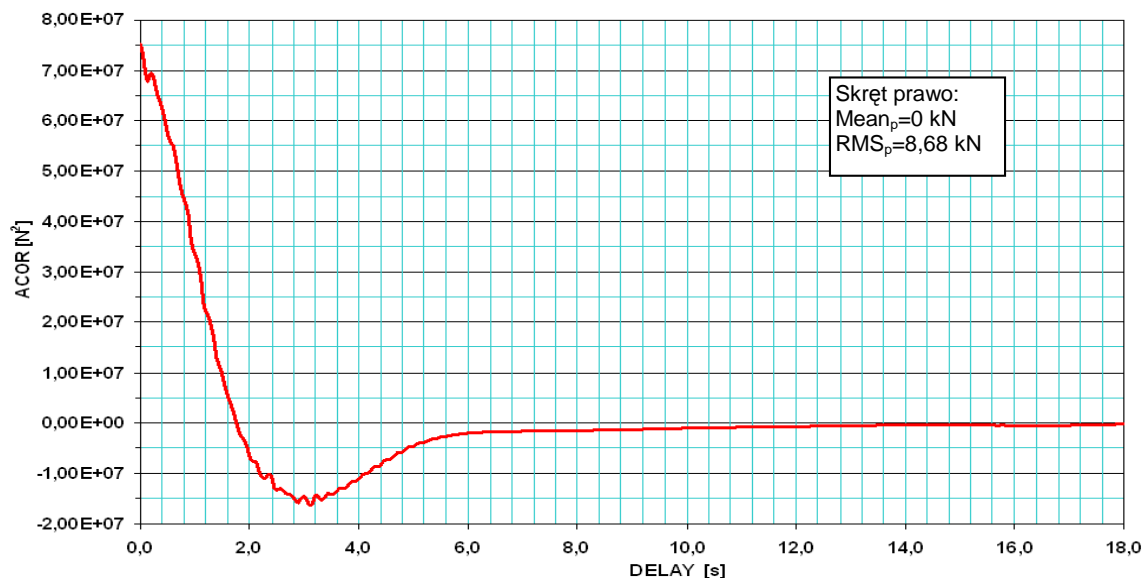
(punkt nr 4 dla skrętu w prawo i nr 3 dla skrętu w lewo) dochodzi do około dwukrotnego wzrostu zakresu naprężeń i zmniejszenia wartości modalnych w stosunku do przeciwległego karbu ściskanego, leżącego w tej samej płaszczyźnie.

Wykresy funkcji PDF przedstawione na rys. 4.35c i 4.35d wykazują, że dla naprężeń σ_2 , σ_5 w punktach pomiarowych na dolnej powierzchni ramienia zwrotnicy zarówno ich wartości modalne, jak i zakresy naprężeń utrzymują się na zbliżonych poziomach i są mniej wrażliwe na rodzaj manewru skrętu.

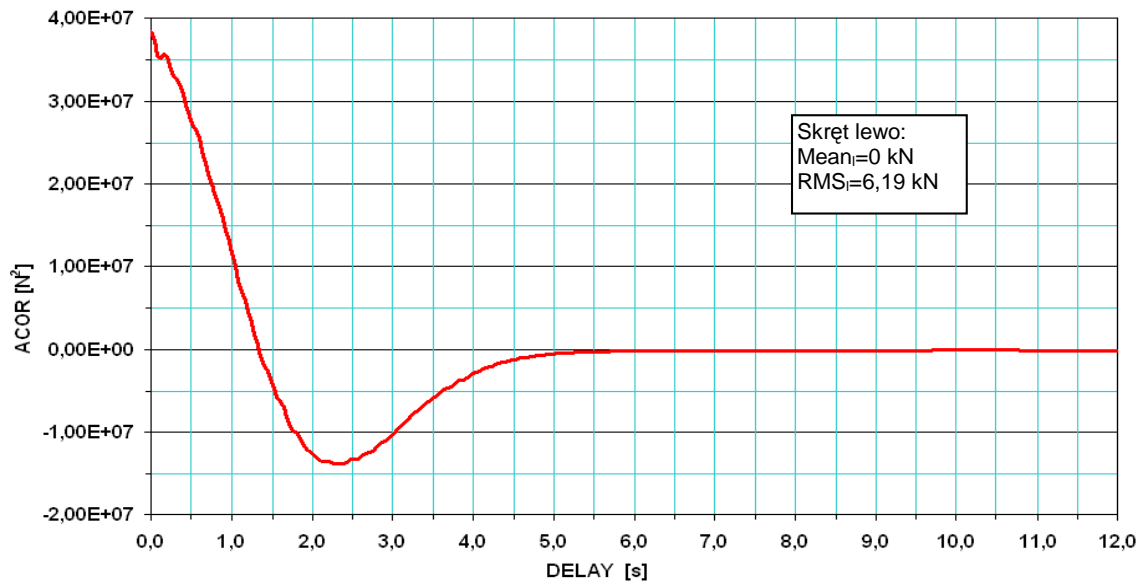
Dla przedstawionych powyżej przebiegów naprężeń obliczono wartości sił zewnętrznych $F_z(t)$, działających w trakcie wykonywania manewrów oraz ich funkcje probabilistyczne, które przedstawiono na rys. 4.36 - 4.41.



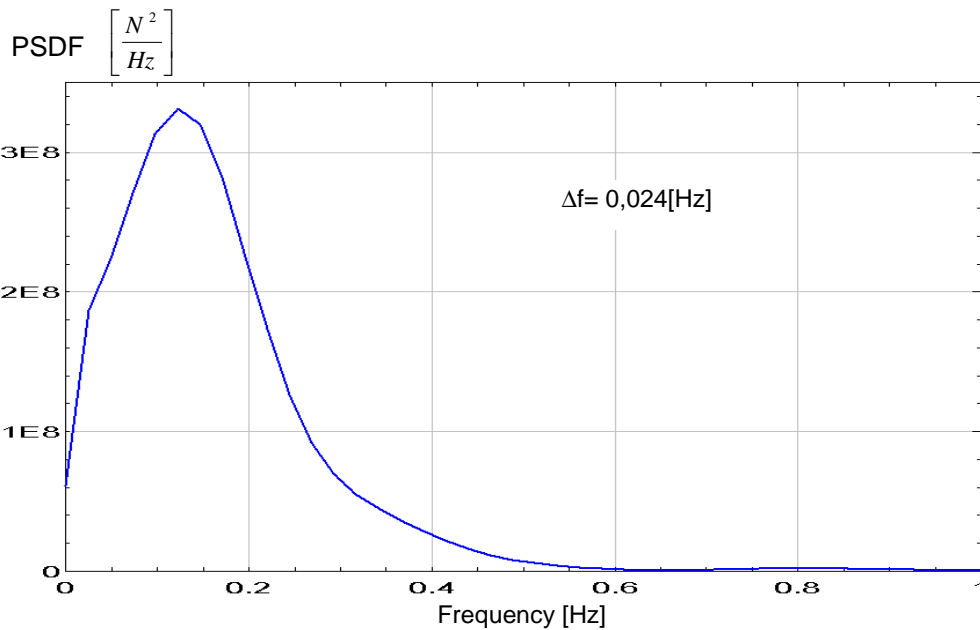
Rys. 4.36. Zestawienie przykładowych wykresów historii obciążenia siły zewnętrznej $F_z(t)$, podczas manewrów skrętu w lewo i w prawo z prędkością 20km/h na nawierzchni brukowej



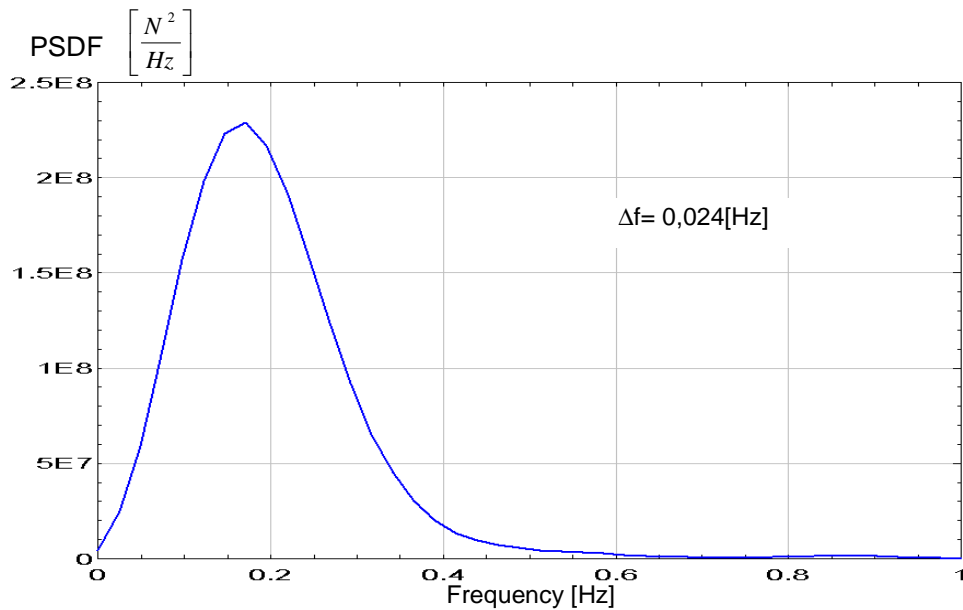
Rys. 4.37. Wykres autokorelacji scentrowanego przebiegu siły zewnętrznej $F_z(t)$ podczas manewru skrętu w prawo z prędkością 20 km/h, na nawierzchni brukowej



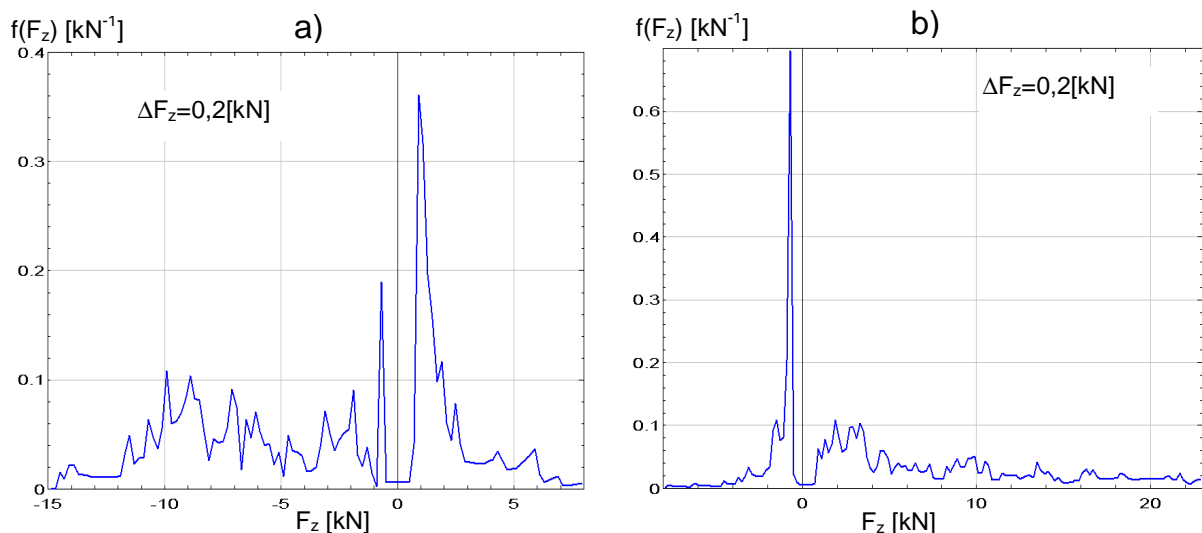
Rys. 4.38. Wykres autokorelacji scentrowanego przebiegu siły zewnętrznej $F_z(t)$ podczas manewru skrętu w lewo z prędkością 20 km/h, na nawierzchni brukowej



Rys. 4.39. Wykres funkcji gęstości widmowej mocy PSDF scentrowanego przebiegu siły zewnętrznej $F_z(t)$, podczas manewru skrętu w prawo z prędkością 20 km/h, na nawierzchni brukowej



Rys. 4.40. Wykres funkcji gęstości widmowej mocy PSDF scentrowanego przebiegu siły zewnętrznej $F_z(t)$, podczas manewru skrętu w lewo z prędkością 20 km/h, na nawierzchni brukowej



Rys. 4.41. Zestawienie wykresów funkcji PDF obciążenia siły zewnętrznej $F_z(t)$, podczas manewrów: a) skrętu w lewo, b) skrętu w prawo z prędkością 20 km/h, na nawierzchni brukowej

Z historii obciążenia $F_z(t)$ na rys. 4.36 wynika, że wartości przebiegu dla skrętu w prawo są większe niż dla skrętu w lewo, a zakres ich wartości jest prawie dwukrotnie większy. Jednakże z rozkładów funkcji gęstości prawdopodobieństwa $f(F_z)$ na rys. 4.41 widać, że ich wartości modalne przypadają w okolicach zera.

Wykresy PSDF obciążenia zewnętrznego $F_z(t)$ (rys. 4.39 i 4.40) wskazują, że posiadają zbieżny skład częstotliwościowy, w paśmie 0 – 0,5Hz.

Skład częstotliwościowy PSDF rys. 4.39 i 4.40 podczas wykonywania manewrów w ruchu jest zbliżony do składu przy jeździe na wprost na różnych nawierzchniach (rys.4.29 i 4.30), co również oznacza występowanie małych wartości częstotliwości, którym odpowiadają maksymalne amplitudy przebiegów naprężeń.

Przedstawione na rys.4.41 funkcje PDF wykazują tendencję do zwiększania zakresu dodatniego obciążenia dla skrętu w prawo ($\Delta F_{p+}=23\text{kN}$) oraz zwiększania

zakresu ujemnego dla skrętu w lewo ($\Delta F_L=15\text{kN}$). Wartości maksymalne obciążeń wynoszą $F_p =22,88\text{kN}$ i $F_L=8,36\text{kN}$, a całkowite zakresy obciążeń $\Delta F_p =31\text{kN}$ i $\Delta F_L=23\text{kN}$.

W tab. 4.6 zestawiono wartości maksymalne, minimalne i średnie naprężeń w czasie wykonywania skrętów w prawo i w lewo przy prędkości 20 km/h, na nawierzchni z kostki brukowej, a w tab. 4.7 ich odchylenia standardowe (SD) i pierwiastki z wartości średniokwadratowych (RMS) oraz współczynniki korelacji.

Maksymalną wartość średnich naprężeń normalnych (tab. 4.6), wynoszącą 138MPa otrzymano podczas manewru skrętu w prawo w punkcie pomiarowym nr 4. Skręcanie kołami w czasie ruchu powoduje powstawanie dodatkowych drgań układu kierowniczego, co jest zobrazowane w postaci impulsowych zmian naprężeń normalnych.

Ruch pojazdu ma również wpływ na wartość naprężeń zredukowanych, które są stosunkowo niższe w odniesieniu do naprężeń podczas skrętu na postoju.

Tablica 4.6. Naprężenia maksymalne, minimalne i średnie w punktach pomiarowych w czasie wykonywania manewrów w prawo i w lewo przy prędkości 20 km/h, na nawierzchni z kostki brukowej

Rodzaj nawierzchni	Nr rozety tensometrycznej σ_{i-j-k}	Naprężenia zredukowane wg hipotezy H-M-H σ_z [MPa]			Nr tenso metru σ_i	Naprężenia normalne σ_i [MPa]		
		max	min	średn.		max	min	średn.
Skręt w prawo	2-3-4	109	2	34	4	258	37	138
	7-8-9	98	8	33	2	144	-22	118
	10-11-12	86	0	30	3	60	2	13
	13-14-15	98	1	33	5	70	85	46
Skręt w lewo	2-3-4	69	3	25	4	140	42	81
	7-8-9	60	6	22	2	142	98	129
	10-11-12	63	0	24	3	148	-27	55
	13-14-15	61	1	23	5	68	33	54

Tablica 4.7. Wartości odchylenia standardowego (SD), pierwiastka z wartości średniokwadratowej (RMS) oraz współczynnika korelacji dla przebiegów naprężenia podczas skrętu kół w prawo i w lewo przy prędkości 20 km/h, na nawierzchni z kostki brukowej.

	SD, MPa				wsp. korelacji, ρ -wzór (4.14)			
	$\sigma_2(t)$	$\sigma_3(t)$	$\sigma_4(t)$	$\sigma_5(t)$	$\sigma_2(t)$	$\sigma_3(t)$	$\sigma_4(t)$	$\sigma_5(t)$
Skręt w prawo	14,03	16,83	48,11	15,38	$\sigma_2(t)$	0,32	-0,96	0,98
	RMS, MPa				$\sigma_3(t)$	1,00	-0,50	0,19
	19,85	23,81	68,04	21,75	$\sigma_4(t)$	-0,50	1,00	-0,94
					$\sigma_5(t)$			
Skręt w lewo	SD, MPa				wsp. korelacji, ρ -wzór (4.14)			
	11,17	42,23	17,53	10,18	$\sigma_2(t)$	-0,92	0,51	0,98
	RMS, MPa				$\sigma_3(t)$	1,00	-0,81	-0,95
	15,80	59,72	24,79	14,39	$\sigma_4(t)$	-0,81	1,00	0,60

Z tablicy 4.7 wynika, że najslabsza korelacja pomiędzy przebiegami naprężeń σ_3 i σ_5 , znajdującymi się po obu stronach karbu ściskanego zachodzi dla skrętu w prawo. Jednocześnie pomiędzy σ_2 i σ_4 – punktów karbu rozciąganego występuje wysoki współczynnik korelacji. Zależność umiarkowanej korelacji zachodzi również dla karbu ściskanego pomiędzy σ_2 i σ_4 , dla skrętu w lewo, natomiast mocna korelacja zachodzi pomiędzy σ_3 i σ_5 znajdującymi się w pobliżu karbu rozciąganego.

Korelacja pomiędzy naprężeniami na dolnej powierzchni ramienia przyjmuje dla obu manewrów wysokie wartości bliskie jedności, przy jednocześnie umiarkowanym skorelowaniu pomiędzy naprężeniami z górnej powierzchni ramienia.

Istotnym staje się fakt, że dla przebiegów naprężeń eksploatacyjnych wywołanych manewrami skrętu korelacja przyjmuje wysokie wartości pomiędzy naprężeniami znajdującymi się w pobliżu karbu ściskanego i maleje dla naprężeń w pobliżu karbu rozciąganego.

4.4. Podsumowanie badań eksperymentalnych

W przedstawionym rozdziale zestawiono wyniki badań ramienia zwrotnicy poddanego obciążeniom w warunkach narastających monotonicznie, cyklicznych oraz eksploatacyjnych.

W badaniach przy monotonicznie narastających obciążeniach ramienia zwrotnicy stwierdzono, że wartość maksymalnego naprężenia normalnego 144MPa (w punkcie nr 4), odpowiada obciążeniu 15,5kN, tj. w miejscu, gdzie doszło do eksploatacyjnego uszkodzenia karbu zwrotnicy.

W badaniach eksploatacyjnych, przy zamontowanym ramieniu zwrotnicy w układzie kierowniczym, podczas skrętów kół w miejscu (na płaskiej nawierzchni), stwierdzono, że bez względu na rodzaj nawierzchni naprężenia maksymalne przy skręcie w prawo są o około 60% większe niż przy skręcie w lewo w pobliżu karbu rozciąganego (punkt nr 4) i wynoszą 403,5MPa.

Badania eksploatacyjne podczas jazdy na wprost pozwoliły określić, że rodzaj nierówności drogi ma niewielki wpływ na wartości średnich naprężeń, natomiast ma istotny wpływ na wartości chwilowe naprężeń, których maksymalna wartość w punkcie nr 4 wyniosła 286,6MPa.

W celu wyznaczenia maksymalnych wartości przebiegów naprężeń występujących w analizowanym ramieniu zwrotnicy w ostatnim etapie przeprowadzono badania eksploatacyjne wykonując skręty w miejscu kół blokowanych przez koleinę, w których wartość maksymalna naprężeń, jakie otrzymano w trakcie badań wyniosła 757MPa, podczas skrętu kół w prawo w punkcie nr 4.

Przedstawione w powyższym rozdziale charakterystyki obciążeń w czasie umożliwiają określenie ich wpływu na poziom wyężenia materiału oraz dokładną identyfikację w niebezpiecznych punktach zwrotnicy.

W celu zbadania składu częstotliwościowego zarejestrowanych obciążeń, sporządzono wykresy gęstości widmowej mocy. Istotne wartości PSDF układają się w zakresie 0-2Hz, a cały zakres otrzymanych częstotliwości znajduje się w przedziale do 10Hz. Niski zakres częstotliwości potwierdza prawidłowość badań, które wykonywano na pojeździe ciężarowym, dla niskich prędkości postępowych pojazdu.

Analizując powyższe spostrzeżenia, wynika z nich, że w każdym z przypadków obciążeń otrzymane wartości maksymalnych naprężeń występują w strefie, w której doszło do eksploatacyjnego uszkodzenia ramienia zwrotnicy.

5. ANALIZA NUMERYCZNA RAMIENIA ZWROTNICY

W niniejszym rozdziale przeprowadzono analizę numeryczną rozkładów naprężeń w ramieniu zwrotnicy w oparciu o rzeczywiste przebiegi obciążeń wyznaczone w trakcie pomiarów. Otrzymane wyniki w postaci poziomów wyęczenia materiału posłużą jako następny etap analizy, mającej na celu oszacowanie trwałości zmęczeniowej zwrotnicy.

5.1 Budowa modelu numerycznego

Geometria ramienia zwrotnicy została utworzona na podstawie dokumentacji technicznej układu kierowniczego [75], przy wykorzystaniu oprogramowania MSC Patran.

Elementy skończone typu heksagonalnego są najczęściej stosowanymi elementami trójwymiarowymi [56]. Podstawową zaletą tych elementów jest posiadanie liniowych funkcji kształtu, dzięki czemu wyznaczenie macierzy sztywności dla tych elementów nie następuje większych trudności.

Przejęcie z modelu geometrycznego na model dyskretny odbywa się poprzez podział objętości na trójwymiarowe elementy skończone typu HEX8. Do analizy przyjęto materiał 40 HM, o właściwościach opisanych w rozdziale 7.

We wstępnej fazie badań przeprowadzono obliczenia wytrzymałościowe zbieżności modelu [86]. W tym celu przeprowadzono obliczenia statyczne dla dwóch gęstości siatki elementów: $N_{e1}=5000$ elementów i $N_{e2}=11000$ elementów i porównano je z obliczeniami analitycznymi. Dla siatki rzadszej, którą wykorzystano do dalszej analizy naprężenie zredukowane w dnie karbu rozciąganego było o około 2% mniejsze niż dla siatki gęstszej. Uznano, że takie odchylenia od rezultatów są dopuszczalne.

Zamocowanie oraz obciążenie ramienia zwrotnicy (rys. 4.4 i 4.6) ma na celu możliwie najdokładniej odzwierciedlić rzeczywisty charakter pracy ramienia podczas jego eksploatacji w układzie kierowniczym pojazdu.

Obciążenie zewnętrzne jest przekazywane z przekładni kierowniczej za pośrednictwem drążka wzdłużnego poprzez złącze ruchome, jakim jest sworzeń kulowy. W obliczeniach przyjęto, że siła zewnętrzna jest przyłożona do środka części kulowej sworznia i działa na kierunku prostopadłym do osi symetrii ramienia. Dodatkowo uwzględniono rzeczywiste wymiary geometryczne sworznia kulowego w celu obliczenia rozkładów naprężeń działających w karbie sworznia.

Podczas eksploatacji ramienia obciążenie od drążka wzdłużnego jest równoważone przez siły działające od podłoża, i są przekazywane na ramię za pośrednictwem koła, osi koła, piasty i zewnętrznej obudowy zwrotnicy. Z badań eksploatacyjnych (rozdział 4) wykonanych w czasie ruchu pojazdu na wprost i po łuku, na różnych powierzchniach wynika, że na ramie przenoszone są drgania o niskiej częstotliwości powstające od kontaktu opony z podłożem. Drgania w układzie kierowniczym są wytłumiane przez mechanizm wspomagania, jak również poprzez amortyzatory wiskotyczne i oponę.

5.2. Implementacja warunków brzegowych ramienia zwrotnicy w programach MSC

W pierwszym etapie obliczeń przeprowadzono weryfikację warunków brzegowych prostego modelu zredukowanego do ramienia zwrotnicy o utwierdzonej podstawie i obciążeniu w środku sworznia zwrotnicy, na kierunku działania równoległym do dłuższej krawędzi podstawy (rys.4.6, rozdział 4). Wyniki obliczeń porównano z wynikami badań przy obciążeniach statycznych, na stanowisku laboratoryjnym oraz w warunkach eksploatacyjnych, podczas skrętu kół na postoju. Celem pierwszego etapu było zbadanie

wpływu mocowania ramienia do podstawy na wartości rozkładów naprężeń zredukowanych, w wybranych punktach zwrotnicy (rys. 5.1), które posłużą do dalszych obliczeń, poprzez testy numeryczne przy czterech wariantach warunków brzegowych utwierdzenia:

- Wariant 1: Odebranie trzech translacyjnych stopni swobody w otworach ramienia oraz odebranie jednego stopnia swobody, na kierunku prostopadłym do kierunku działania obciążenia, na całej długości podstawy ramienia.
- Wariant 2: Odebranie trzech translacyjnych stopni swobody w otworach ramienia oraz odebranie jednego stopnia swobody, na kierunku prostopadłym do kierunku działania obciążenia, na brzegach podstawy ramienia, wokół otworów. Wariant ten wynika z geometrii ramienia, zgodnie z którą część środkowa podstawy jest podcięta na głębokość 0,5mm, a kontakt z podłożem występuje na długości 42mm podstawy ramienia od obu końców podstawy.
- Wariant 3: Celem określenia wpływu połączeń śrubowych na wartości naprężeń, zamodelowano elementy śrubowe, którym u podstaw odebrano trzy stopnie swobody. Dodatkowo podstawa ramienia została utwierdzona jak w wariacie 2 (rys. 5.4a).
- Wariant 4: W tym przypadku uwzględniono wpływ docisku wstępnego pochodzącego od połączenia śrubowego. W tym celu do dolnej części śrub, mocujących podstawę ramienia z podłożem, przyłożono siły węzłowe działające w kierunku rozciągania śrub. Podstawę ramienia utwierdzono jak w wariacie 2 (rys. 5.5a). Wartości sił dobrano na podstawie poniższych obliczeń [29].

Właściwości materiałowe śrub mocujących oraz wymiary geometryczne dla klasy wytrzymałości 10.9 przyjęto jak poniżej:

Granica plastyczności	$R_e = 880 \text{ MPa}$
Wytrzymałość na rozciąganie	$R_m = 1030 \text{ MPa}$
X_e – współczynnik bezpieczeństwa	$X_e = 2,4;$
k_r – dopuszczalne naprężenia na rozciąganie:	

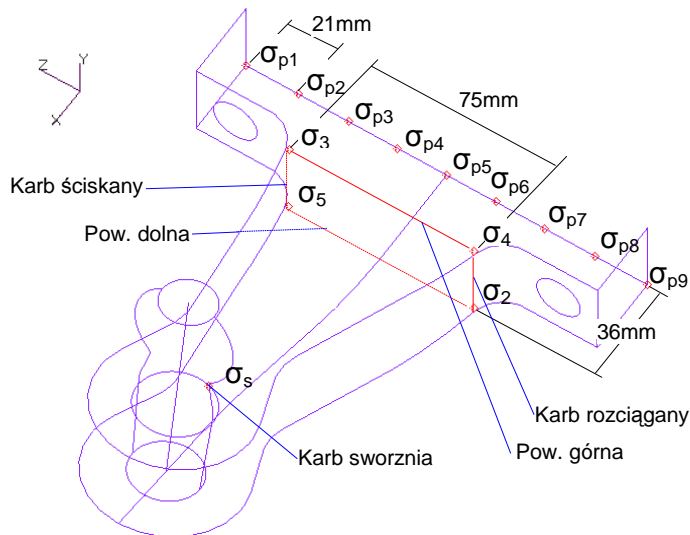
$$k_r = \frac{R_e}{X_e} = 366,6 \text{ MPa}, \text{ przyjęto} \quad k_r = 300 \text{ MPa}$$

Średnica podziałowa śruby $d_1 = 18 \text{ mm}$

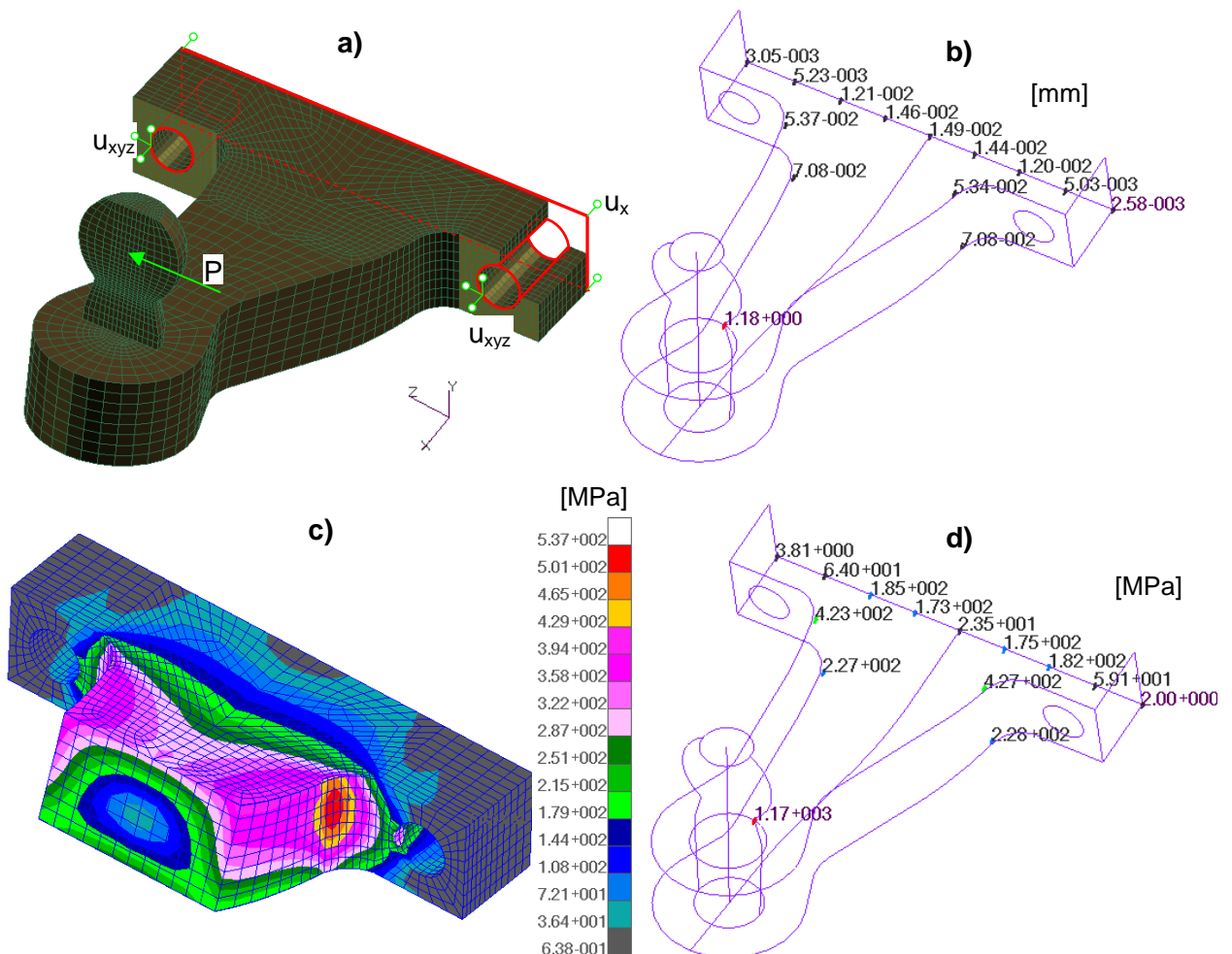
Siła zewnętrzna Q pochodząca od docisku śruby obliczono z zależności:

$$\sigma_r = \frac{4Q}{\pi \cdot d_1^2 \cdot 0,8} \leq k_r \quad \Rightarrow \quad Q = k_r \cdot \pi \cdot d_1^2 \cdot 0,2 \quad Q = 54475,22 \text{ N}$$

Dla obliczeń przyjęto wartość siły zewnętrznej $Q = 54500 \text{ N}$, natomiast wartość siły węzłowej F , działającej na powierzchni kontaktu ramienia z podkładką wynosi $F = 606 \text{ N}$.

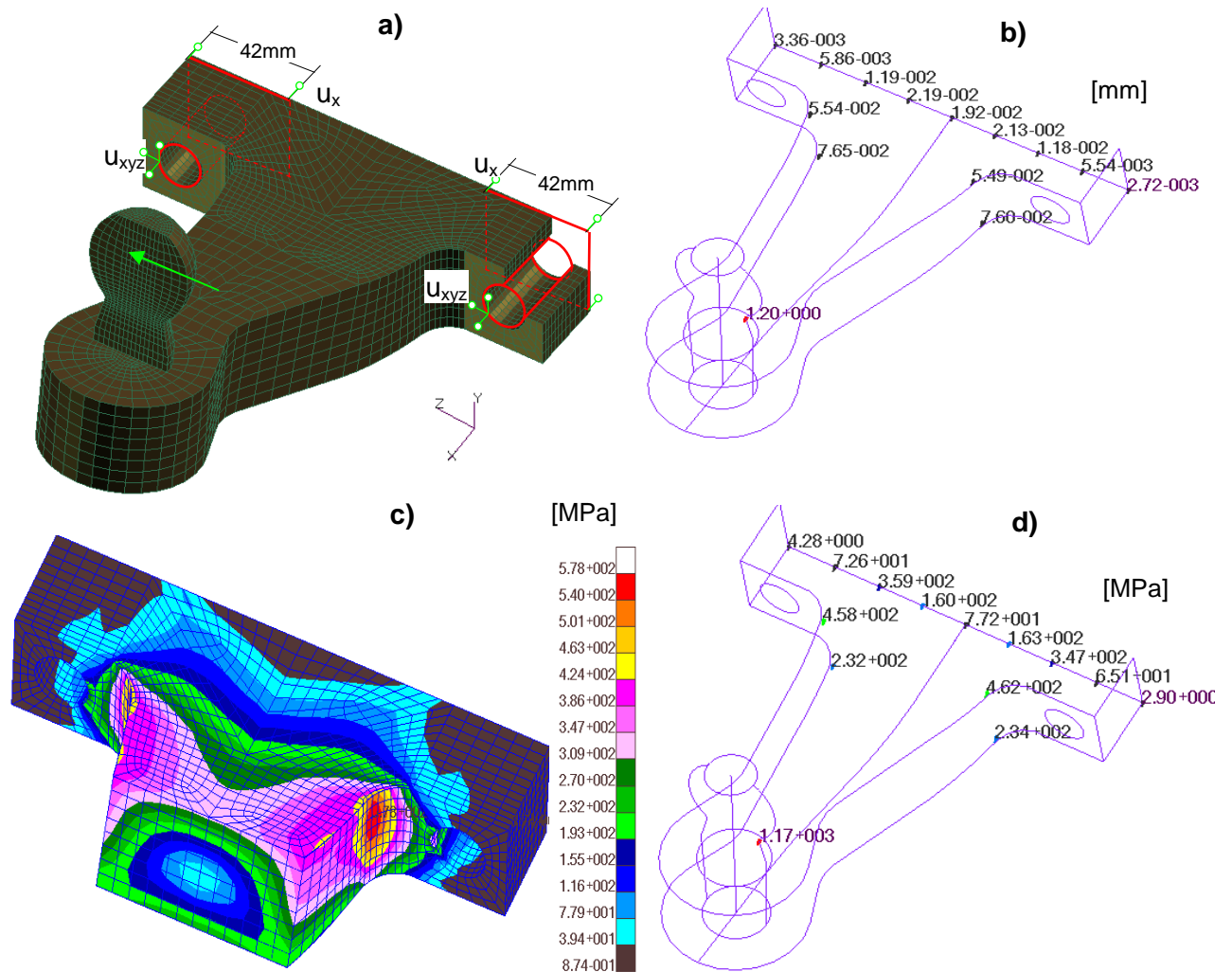


Rys. 5.1. Rozmieszczenie punktów zwrotnicy przyjętych do analizy numerycznej
 W wyniku przeprowadzonej analizy numerycznej otrzymano przemieszczenia oraz naprężenia zredukowane wg hipotezy Hubera-Misesa-Hencky'ego, które przedstawiono dla czterech wariantów warunków brzegowych zamocowania zwrotnicy na rysunkach 5.2 do 5.5.

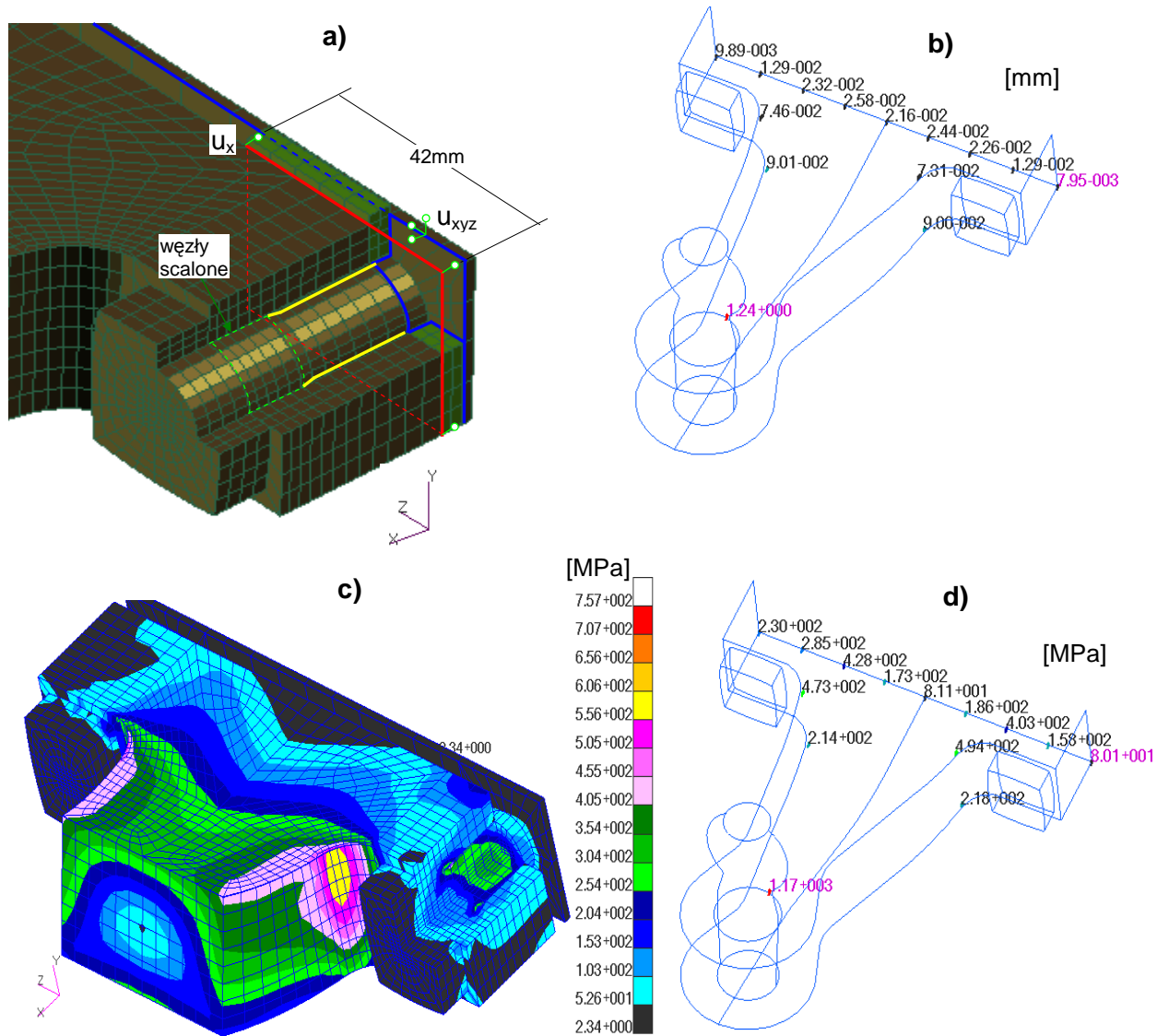


Rys. 5.2. Wyniki obliczeń dla wariantu 1: a) warunki brzegowe; b) wartości przemieszczeń w analizowanych punktach; c) rozkłady naprężeń na powierzchniach ramienia; d) wartości naprężeń w analizowanych punktach zwrotnicy

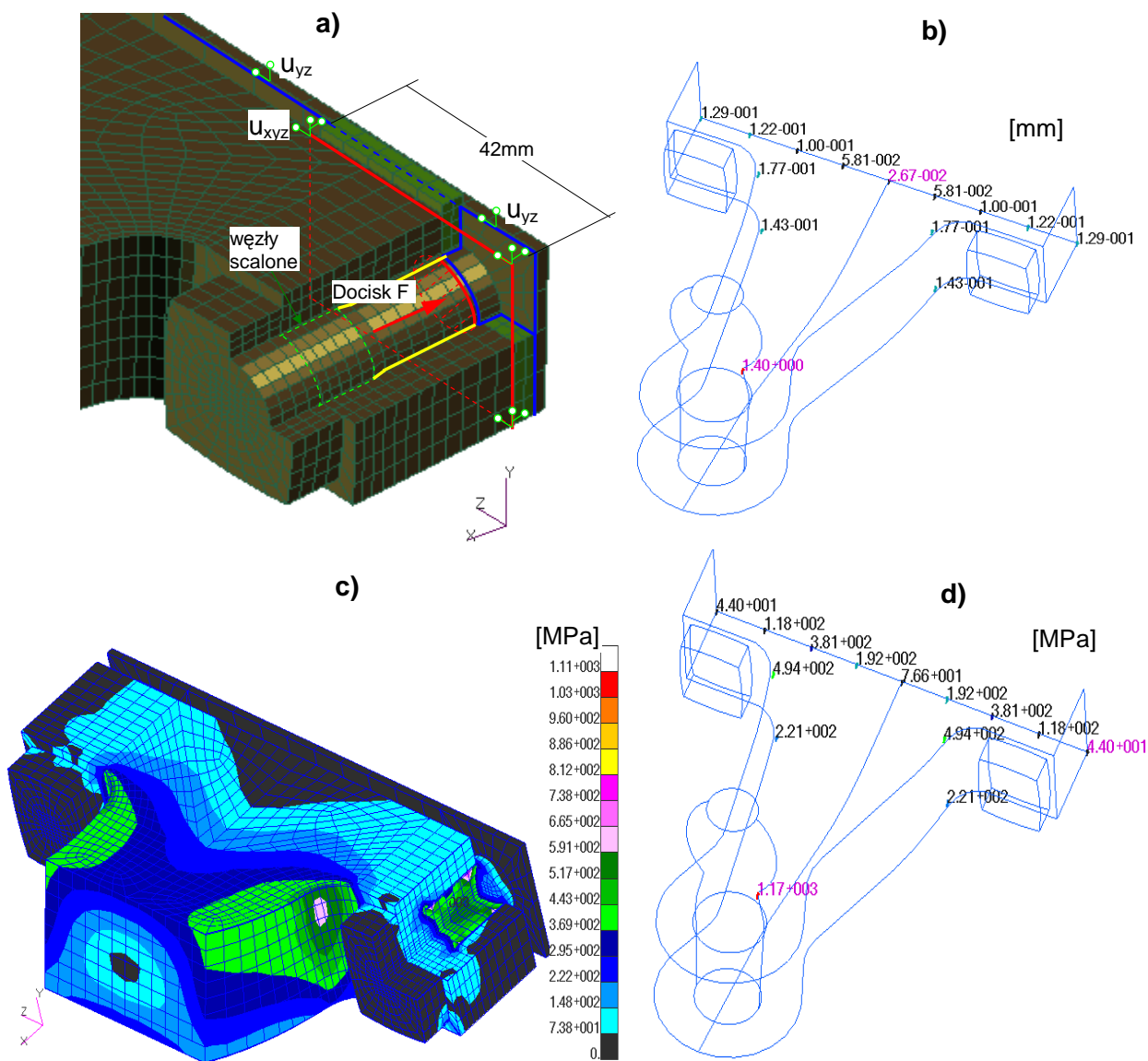
Wartości liczbowe maksymalnych naprężeń dla kolejnych wariantów zamocowania zestawiono w tabelcy 5.1, a wartości maksymalnych przemieszczeń w tabelcy 5.2. Wartości naprężeń i przemieszczeń dla punktów leżących w karcie ramienia i sworznia zestawiono w tabelcy 5.3.



Rys. 5.3. Wyniki obliczeń dla wariantu 2: a) warunki brzegowe; b) wartości przemieszczeń w analizowanych punktach; c) rozkłady naprężeń na powierzchniach ramienia; d) wartości naprężeń w analizowanych punktach zwrotnicy



Rys. 5.4. Wyniki obliczeń dla wariantu 3: a) warunki brzegowe; b) wartości przemieszczeń w analizowanych punktach; c) rozkłady naprężeń na powierzchniach ramienia; d) wartości naprężeń w analizowanych punktach zwrotnicy



Rys. 5.5. Wyniki obliczeń dla wariantu 4: a) warunki brzegowe; b) wartości przemieszczeń w analizowanych punktach; c) rozkłady naprężeń na powierzchniach ramienia; d) wartości naprężeń w analizowanych punktach zwrotnicy

Tablica 5.1. Wartości naprężeń w punktach podstawy dla kolejnych wariantów warunków brzegowych zamocowania zwrotnicy

Nr wariantu zamocowania	Naprężenia [MPa]								
	σ_{p1}	σ_{p2}	σ_{p3}	σ_{p4}	σ_{p5}	σ_{p6}	σ_{p7}	σ_{p8}	σ_{p9}
1	3,8	64,0	185,0	173,0	23,5	175,0	182,0	59,1	2,0
2	4,2	72,6	359,0	160,0	77,2	163,0	347,0	65,1	2,9
3	44,0	118,0	381,0	192,0	76,6	192,0	381,0	118,0	44,0
4	230,0	285,0	428,0	173,0	81,1	186,0	403,0	158,0	80,1

Tablica 5.2. Wartości przemieszczeń w punktach podstawy dla kolejnych wariantów warunków brzegowych zamocowania zwrotnicy

Nr wariantu zamocowania	Przemieszczenia [mm]								
	f_{p1}	f_{p2}	f_{p3}	f_{p4}	f_{p5}	f_{p6}	f_{p7}	f_{p8}	f_{p9}
1	0,0030	0,0052	0,0121	0,0146	0,0149	0,0144	0,0120	0,0050	0,0025
2	0,0036	0,0058	0,0119	0,0219	0,0192	0,0213	0,0118	0,0554	0,0272
3	0,1290	0,1220	0,1000	0,0581	0,0267	0,0581	0,1000	0,1220	0,1290
4	0,0098	0,0129	0,0232	0,0258	0,0216	0,0244	0,0226	0,0129	0,0079

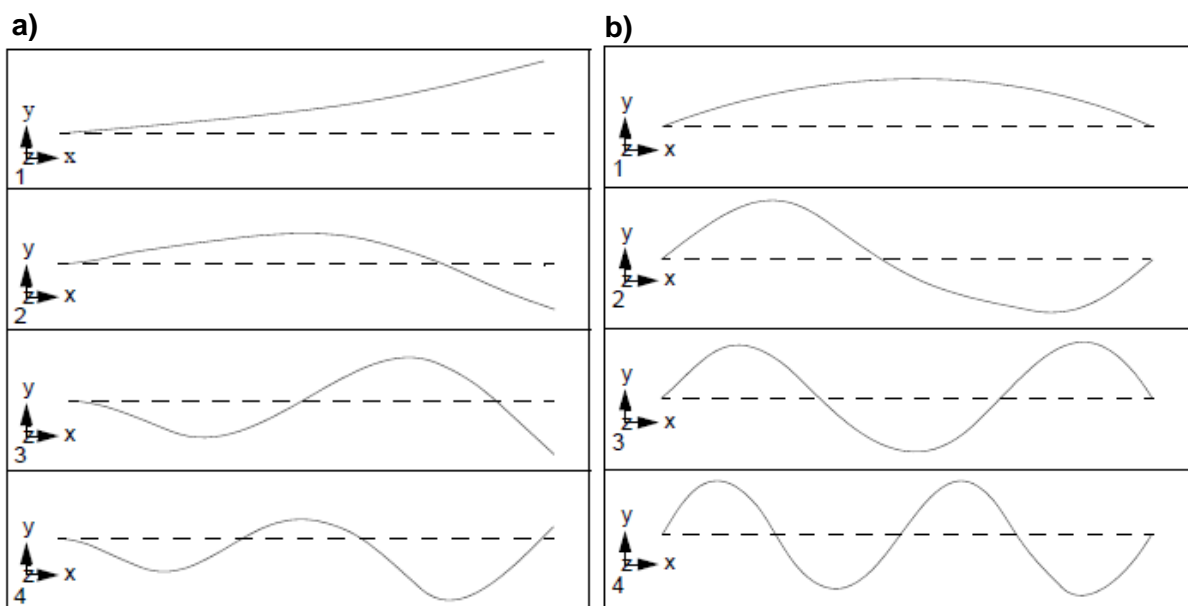
Tablica 5.3. Wartości naprężeń i przemieszczeń w punktach karbów ramienia i sworznia dla kolejnych wariantów warunków brzegowych zamocowania zwrotnicy

Nr wariantu zamocowania	Naprężenia [MPa]					Przemieszczenia [mm]				
	Pow. górna		Pow. dolna		Sworzień	Pow. górna		Pow. dolna		Sworzień
	σ_4	σ_3	σ_2	σ_5	σ_s	f_4	f_3	f_2	f_5	f_s
1	427,0	423,0	228,0	227,0	1170,0	0,0534	0,0537	0,0708	0,0708	1,180
2	462,0	458,0	234,0	232,0	1170,0	0,0549	0,0554	0,0760	0,0765	1,200
3	494,0	494,0	221,0	221,0	1170,0	0,1770	0,1770	0,1430	0,0143	1,400
4	494,0	473,0	218,0	214,0	1170,0	0,0731	0,0746	0,0900	0,0901	1,240

Z otrzymanych wyników można zauważyć, że punkt pomiarowy nr 4, leżący na górnej powierzchni karbu rozciąganego, jest punktem o dominującym naprężeniu dla wszystkich wariantów warunków brzegowych zamocowania zwrotnicy. Do dalszych obliczeń wykorzystano wariant zamocowania nr 1, z uwzględnieniem stopni swobody wynikających z mocowania ramienia z pozostałymi elementami układu kierowniczego.

5.3. Analiza numeryczna wpływu częstotliwości obciążenia na rozkład naprężeń z wykorzystaniem wybranych metod obliczeniowych

W tej części pracy badano wpływ obciążeń dynamicznych, a więc sił pojawiających się w układzie w wyniku interakcji pomiędzy obciążeniem zewnętrznym i dynamiką układu [81]. Otrzymane charakterystyki tzw. odpowiedzi układu są określane w dziedzinie czasu lub częstotliwości. Zarówno charakterystyki amplitudowo-czasowe jak i amplitudowo - częstotliwościowe uwzględniają mody własne drgań konstrukcji i tłumienie dynamiczne. Obliczone wartości modalne odpowiadają określonym kształtom ugięcia. Przykładowe kształty ugięcia belek dla pierwszych czterech częstotliwości drgań własnych przedstawiono na rys.5.6.



Rys. 5.6. Wpływ warunków brzegowych na postacie ugięcia pierwszych czterech postaci kształtu dla: a) belki jednostronnie sztywno umocowanej; b) belki obustronnie przegubowo umocowanej [23]

Do obliczeń wykorzystano analizę modalną, metodą Lanczosa [23], oraz metody opisane w rozdziale 3., tj. analizę odpowiedzi częstotliwościowej oraz odpowiedzi czasowej układu. Wybrane charakterystyki przedstawiono w punktach zwrotnicy zaznaczonych na rys.5.1.

5.3.1. Analiza modalna

Analiza modalna jest wygodnym narzędziem do identyfikacji parametrów modalnych elementu konstrukcji, układu mechanicznego lub całego obiektu, takich jak częstotliwości drgań własnych oraz postaci drgań własnych [64, 82]. Obliczenia dotyczą modelu liniowego obiektu, dla którego wyznacza się wartości własne i wektory własne. Wartości własne odpowiadają naturalnym częstotliwościom drgań obiektu, natomiast wektory własne, to określone mody kształtu przemieszczeń odpowiadające określonym częstotliwościom drgań obiektu. Rozwiązanie nie uwzględnia rodzaju obciążenia zewnętrznego działającego na konstrukcję ani wielkości współczynnika tłumienia, jednakże istotne znaczenie ma sposób utwierdzenia bazowego obiektu. Przyjęcie takich założeń powoduje, że wyniki analizy modalnej są liczbami rzeczywistymi, (nie uwzględnia się tłumienia obiektu). Zgodnie z powyższymi założeniami równanie Lagrange'a

w analizie modalnej jest w postaci:

$$[\mathbf{M}]\{\ddot{x}(t)\} + [\mathbf{K}]\{x(t)\} = 0 \quad (5.1)$$

a przewidywane rozwiązanie układu jako:

$$\{x\} = [\Phi] \sin \omega t \quad (5.2)$$

Po różniczkowaniu i podstawieniu (5.2) do (5.1) otrzymuje się:

$$-\omega^2 [\mathbf{M}][\Phi] \sin \omega t + [\mathbf{K}][\Phi] \sin \omega t = 0 \quad (5.3)$$

Po uproszczeniu

$$([\mathbf{K}] - \omega^2 [\mathbf{M}])[\Phi] = 0 \quad (5.4)$$

Równanie (5.4) można sprowadzić do postaci:

$$(\mathbf{A} - \lambda \mathbf{I})\mathbf{x} = 0 \quad (5.5)$$

Rozwiązanie nietrywialne zagadnienia własnego występuje, gdy:

$$\det([\mathbf{K}] - \omega_i^2 [\mathbf{M}]) = 0 \quad (5.6)$$

Równaniu charakterystycznemu (5.5) dla wartości własnej $\omega_i^2 = \lambda_i$ odpowiada wektor własny Φ_i , który spełnia równanie (5.4). Rozwiązaniem trywialnym równania (5.4) dla wyznacznika (5.6) różnego od zera jest macierz wektorów modalnych $\Phi = 0$. W przypadku rozwiązania nietrywialnego ($\det=0$) wartości wektorów modalnych Φ_i są różne od zera, dla których częstotliwości własne f_i wylicza się ze wzoru:

$$f_i = \frac{\omega_i}{2\pi} \quad (5.7)$$

Liczba wartości i wektorów własnych jest równa liczbie stopni swobody masy układu dynamicznego.

Dla układu liniowego drgania swobodne bądź wymuszone powodują zmianę kształtu, która dla każdej analizowanej częstotliwości opisana jest liniową kombinacją wszystkich N postaci kształtu.

$$\{x\} = \sum_{i=1}^N (\Phi_i) \xi_i \quad (5.8)$$

gdzie $\{x\}$ jest wektorem fizycznych przemieszczeń, (Φ_i) jest i -tym wektorem własnym, któremu odpowiada i -te modalne przemieszczenie ξ_i . Równanie (5.8) wykorzystywane jest do transformacji przemieszczeń modalnych (otrzymanych w analizie modalnej) na rzeczywiste wartości przemieszczeń, na podstawie których w prosty sposób obliczane są prędkości, przyspieszenia, naprężenia bądź siły działające na określone punkty układu.

Przyjmując założenia, że macierze \mathbf{K} i \mathbf{M} są symetryczne, spełnione są następujące równości [10]:

$$\Phi_j^T [\mathbf{M}] \Phi_j = m_j \text{ dla } i=j; \quad \Phi_i^T [\mathbf{M}] \Phi_j = 0 \text{ dla } i \neq j;$$

j -ta wartość uogólnionej sztywności wynosi:

$$\Phi_j^T [\mathbf{K}] \Phi_j = k_j = \omega^2 m_j \text{ dla } i=j; \quad \Phi_i^T [\mathbf{K}] \Phi_j = 0 \text{ dla } i \neq j.$$

Przy takich założeniach obliczenia j -tej wartości własnej odbywają się za pomocą ilorazu Rayleigha:

$$\omega_j^2 = \frac{\Phi_j^T [\mathbf{K}] \Phi_j}{\Phi_j^T [\mathbf{M}] \Phi_j} \quad (5.9)$$

Zachowanie ortogonalności wektorów kształtu sprawia, że poszczególne postaci modalne modelu fizycznego jest wyjątkowa i nie może zostać złożona w wyniku kombinacji liniowych pozostałych postaci kształtu.

Istotnym zagadnieniem w określaniu postaci modalnych konstrukcji jest skalowanie wektorów własnych. Równanie (5.4) opisuje otrzymane mody kształtu za pomocą relatywnych wartości [23]. Jeśli dwie lub więcej kolejnych postaci kształtu są proporcjonalne do siebie i spełniają równanie (5.4), to mogą one być w istocie tą samą wartością modalną. W celu standaryzacji obiektu o określonej liczbie stopni swobody wykorzystuje się współczynniki skali, które są przypisane do postaci modalnych. Dlatego obliczenia numeryczne wykorzystają normalizację masy, która skaluje każdy wektor własny do wartości jednostkowej przy wykorzystaniu masy uogólnionej, co opisuje równanie:

$$[\Phi_j]^T [M] [\Phi_j] = 1 \quad (5.10)$$

Rezultatem takiego złożenia jest macierz modalna masy, która jest również macierzą tożsamościową (jednostkową), przez co upraszcza się wykonywanie obliczeń numerycznych.

Określenie częstotliwości drgań układu i odpowiadających mu postaci kształtu odbywa się poprzez rozwiązanie uogólnionego problemu własnego zapisanego w postaci:

$$[K]\Phi = \Lambda[M]\Phi \quad (5.11)$$

gdzie K jest macierzą sztywności, M jest macierzą masy, Λ jest macierzą diagonalną wartości własnych λ_i , natomiast Φ jest macierzą opisującą wektory własne. Zachowując warunki ortogonalności macierzy oraz normalizację masy równanie można zapisać jako kombinacje transponowanych wektorów kształtu:

$$\Phi^T [M] \Phi = I; \quad \Phi^T [K] \Phi = \Lambda \quad (5.12)$$

Macierze K oraz M są symetryczne, określone dodatnio, natomiast I jest macierzą jednostkową. Macierz sztywności K może być nieujemnie określona jeśli sposób podparcia analizowanego obiektu pozwala mu na ruch jako ciała sztywnego. Macierz M może być nieujemnie określona, jeśli ma postać diagonalną z niektórymi miejscami zerowymi.

Do rozwiązania zagadnienia własnego wykorzystywane są numeryczne metody iteracyjne do których należy metoda Lanczosa, która łączy w sobie metody transformacyjne oraz metody przeszukiwania wyznacznika. Metoda ta jest optymalnym sposobem obliczania wartości własnych dla macierzy o dużych wymiarach. Głównym celem prowadzonych w tej metodzie iteracji jest wygenerowanie trójdzielnej macierzy T_j (indeks „j” oznacz numer iteracji) z wartościami własnymi o lepszym przybliżeniu niż wartości własne w oryginalnej macierzy A . Do wyznaczenia wartości własnych z macierzy T_j wykorzystywana jest tzw. metoda iteracji podprzestrzennej (QR) rozkładu na współczynniki. Rozkład QR transformuje nieosobliwą macierz A o wymiarze $n \times m$ zawierającą wektory ortogonalne na macierz trójdzielną T_j o wymiarze $n \times m$, która jest wyrażona jako:

$$T = Q^T A Q \quad (5.13)$$

gdzie Q zawiera kolumny ortogonalne q_i . Ortogonalność macierzy Q pozwala na jej zapis jako $Q^T Q = I$ oraz zachowanie równości:

$$A Q = Q T \quad (5.14)$$

Metoda Lanczosa zaimplementowana w solwerze Nastran wykorzystuje zmodyfikowaną procedurę ortogonalności Grama-Schmidt'a z rozkładem na współczynniki typu QR, gdzie podczas obliczeń tylko dwukrotnie wykonywana jest procedura mnożenia macierzy masy.

Operacja tworzenia macierzy trójdzielnej T_j wykorzystuje metodę rotacji Givensa. Algorytm Lanczosa jest zależny od ortogonalności bloków tworzących macierz trójdzielną T_j . Solwer Nastran wykorzystuje algorytm tworzenia macierzy T_j oraz metodę iteracji odwrotnej i tzw. przesunięcia (shiftingu), dla którego problem własny typu

$$K\Phi = \lambda M\Phi \quad (5.15)$$

o wartościach własnych λ_i zmniejszonych o przesunięcie σ spełniających nierówność:

$$\lambda_1 - \sigma \geq \lambda_2 - \sigma \geq \dots \geq \lambda_n - \sigma \quad (5.16)$$

opisuje jako:

$$\lambda = \mu + \sigma \quad (5.17)$$

Przenosząc wartość przesunięcia σ na lewą stronę równania powstaje:

$$(\mathbf{K} - \sigma\mathbf{M})\Phi = \mu\mathbf{M}\Phi \quad (5.18)$$

Zakładając odwracalność macierzy $(\mathbf{K} - \sigma\mathbf{M})$ z równania (5.18) i mnożąc przez wartość odwrotną $\mathbf{M}(\mathbf{K} - \sigma\mathbf{M})^{-1}$, równanie przesunięcia jest opisane jako:

$$\mathbf{M}(\mathbf{K} - \sigma\mathbf{M})^{-1}\mathbf{M}\Phi = \frac{1}{\lambda - \sigma}\mathbf{M}\Phi \quad (5.19)$$

Przy rozwiązywaniu tego typu problemu własnego wykorzystuje się metodę iteracji odwrotnej, której wyniki są zbieżne do wartości własnej $\mu = 1/(\lambda - \sigma)$, natomiast wartość przesunięcia σ jest zbliżona (tego samego rzędu) do najmniejszej niezerowej częstotliwości drgań własnych układu. Takie założenie pozwala obliczyć wartość przesunięcia σ po odpowiedniej liczbie iteracji, tak by w rezultacie otrzymać dobre przybliżenie macierzy wektorów własnych Φ [23]. Jednakże aby otrzymać wyniki o odpowiedniej zbieżności macierz obliczeń należy transformować do wygodniejszej postaci trójdzielnej macierzy Hessenberga.

Procedura przeprowadzenia analizy modalnej składa się z następujących faz:

- ustalenie modelu geometrycznego układu,
- określenie właściwości fizycznych materiału, z którego zbudowany jest dany układ,
- przyjęcie odpowiednich warunków brzegowych modelu,
- wygenerowanie sieci elementów skończonych,
- uruchomienie solwera obliczeniowego,
- skalowanie i wizualizacja wektorów własnych.

Analiza modalna w platformie Nastran jest uruchamiana przy użyciu komendy SOL 103. Jest to analiza nieuwzględniająca działania obciążeń zewnętrznych ani parametrów tłumienia występującego w układzie. Wygenerowany plik wsadowy zawiera informacje o położeniu siatki elementów skończonych modelu za pomocą punktów typu GRID, które w analizowanych przypadkach opisują ośmiowęgłowe elementy sześciennie typu HEX, a także elementy jednowymiarowe jako elementy sprężyste i elementy o nieskończonej sztywności. Do najważniejszych poleceń metody modalnej należy zaliczyć:

- METHOD - polecenie do uruchomienia metody obliczania rzeczywistych wartości i wektorów własnych
- SET – definiowanie grupy elementów bądź punktów, dla których wykonywane są obliczenia
- DISPLACEMENT (VECTOR) – obliczenia modalnego wektora przemieszczeń
- STRESS (ELSTRESS) – obliczenia modalnych naprężeń dla każdej mody kształtu
- ESE – obliczenia energii odkształcenia dla każdej mody kształtu
- VECTOR – obliczenia wektorów własnych
- PARAM, GRDPNT,0 – obliczenia i zapis do pliku parametrów masowych obiektu, takich jak środki ciężkości czy momenty bezwładności.
- EIGRL – uruchomienie obliczeń zagadnienia własnego metodą Lanczosa.
- CONM2 – definiowanie masy skupionej w punkcie oraz jej momentów bezwładności i przesunięć (tzw. offset) względem osi centralnych. Masa ta jest dodawana do punktów typu GRID.

- RBE2 – sztywny element węzłowy służący do przekazywania obciążeń zewnętrznych z węzła niezależnego na węzły zależne
- MAT1 – definiowanie parametrów materiałowych typu: moduł Younga, współczynnik Poissona, gęstość materiału izotropowego
- CELAS1 – definiowanie parametrów sztywności, tłumienia, położenia, dla elementu liniowo-sprężystego. Model taki nie uwzględnia masy własnej,
- FREQ1 – określenie pasma częstotliwości oraz wielkości przyrostu częstotliwości
- GRAV – definiowanie kierunku działania pola grawitacyjnego,

Do obliczeń numerycznych przyjęto następujące parametry materiałowe:

- Moduł Younga – 210000MPa
- Współczynnik Poissona – 0,3
- Ciężar właściwy materiału obliczono zachowując zgodność jednostek z jednostkami używanymi w solverze Nastran. Dla stali ciężar właściwy wynosi $\rho_m=7800 \text{ kg/m}^3$. Po zamianie jednostek kilogram na Newton i metr na milimetr otrzymano:

$$\rho_m = 7800 \left[\frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \right] = 7800,0 \left[\frac{\text{N} \cdot \text{s}^2}{\text{m}^4} \right] = \frac{7800}{1,0 \cdot 10^{12}} = 7,8 \cdot 10^{-9} \left[\frac{\text{N} \cdot \text{s}^2}{\text{mm}^4} \right]$$

Istotnym obciążeniem zewnętrznym jest wielkość i kierunek działania pola grawitacyjnego (GRAV). Metody odpowiedzi częstotliwościowej i odpowiedzi czasowej są wykonywane dla parametru $G_{\text{rav}}=9810\text{mm/s}^2$, o kierunku przeciwnym do kierunku osi „y” układu globalnego.

Drażek podłużny w układzie kierowniczym jest prętem przegubowym obustronnie podpartym o wadze około 16kg. Ze względu na zamocowanie do obliczeń przyjęto połowę jego masy m_{dr}

$$m_{\text{dr}} = 8[\text{kg}] = 8,0 \left[\frac{\text{N} \cdot \text{s}^2}{\text{m}} \right] = \frac{8}{1,0 \cdot 10^3} = 8,0 \cdot 10^{-3} \left[\frac{\text{N} \cdot \text{s}^2}{\text{mm}} \right]$$

Masa koła m_k kierowanego została skupiona w punkcie przecięcia osi symetrii przedniego mostu z płaszczyzną symetrii koła. Uwzględniając masę kompletnego koła oraz masę piasty, bębna hamulcowego, części przegubowej osi napędowej, przyjęto:

$$m_k = 150,0[\text{kg}] = 150,0 \left[\frac{\text{N} \cdot \text{s}^2}{\text{m}} \right] = \frac{150,0}{1,0 \cdot 10^3} = 1,5 \cdot 10^{-1} \left[\frac{\text{N} \cdot \text{s}^2}{\text{mm}} \right]$$

Przy szacowaniu masy zwrotnicy m_z , przyjęto, że stanowi ona połowę masy przedniego mostu kompletnego z resorami (900kg), pomniejszonej o wcześniej obliczoną masę koła:

$$m_z = 300,0[\text{kg}] = 300,0 \left[\frac{\text{N} \cdot \text{s}^2}{\text{m}} \right] = \frac{300,0}{1,0 \cdot 10^3} = 3,0 \cdot 10^{-1} \left[\frac{\text{N} \cdot \text{s}^2}{\text{mm}} \right]$$

Masa nadwozia m_n , stanowi ona połowę ciężaru dopuszczalnego na oś pojazdu (75000N), pomniejszonego o masę przedniego mostu kompletnego:

$$m_z = 3200,0[\text{kg}] = 32000,0 \left[\frac{\text{N} \cdot \text{s}^2}{\text{m}} \right] = \frac{32000,0}{1,0 \cdot 10^3} = 3,2 \left[\frac{\text{N} \cdot \text{s}^2}{\text{mm}} \right]$$

Przyjęte w obliczeniach parametry sztywności elementów układu kierowniczego oszacowano w oparciu o przeprowadzone pomiary oraz dane z literatury [34, 35]. Na podstawie opisanych w rozdziale 4 badań obciążenia zewnętrznego przy statycznych skrętach kół w miejscu w prawo (rys. 4.18), przyjęto maksymalną wartość momentu obrotowego działającego na ramię zwrotnicy równego 6210Nm. Dla takiej wartości momentu obrotowego przyjęto, że sztywność skrętna k_s układu kierowniczego występująca przy obracaniu kołem wokół osi zataczania zwrotnicy wynosi 8876,0 Nm/rad. Sztywność skrętna k_s jest wartością orientacyjną w układzie kierowniczym, w

którym żaden element nie jest zablokowany i zależy głównie od współczynnika tarcia podłoża, wielkości ciśnienia w kołach oraz masy pojazdu. Sztywność k_s jest uwzględniana w obliczeniach przy założeniu pominięcia momentu sił tarcia suchego występującego podczas obrotu osi zwrotnicy oraz pominięciu sztywności przekładni kierowniczej:

$$k_s = 8876,0 \left[\frac{\text{N} \cdot \text{m}}{\text{rad}} \right] = 8,876 \cdot 10^6 \left[\frac{\text{N} \cdot \text{mm}}{\text{rad}} \right]$$

W kolejnych obliczeniach, w zależności od przyjętych warunków utwierdzenia drążka wzłużnego, przyjęto z literatury [44] sztywność całkowitą względem osi zwrotnicy (k_z), uwzględniającą sztywność obrotową przekładni kierowniczej (uwzględniana przy warunku swobodnego przemieszczania się drążka wzłużnego – w celu przyłożenia obciążenia na kierunku osi wzłużnej drążka, z pominięciem momentu sił tarcia suchego występującego podczas obrotu osi zwrotnicy):

$$k_z = 1,2 \cdot 10^5 \left[\frac{\text{N} \cdot \text{m}}{\text{rad}} \right] = 120,0 \cdot 10^6 \left[\frac{\text{N} \cdot \text{mm}}{\text{rad}} \right]$$

Przy wyznaczaniu sztywności k_d podłużnego drążka kierowniczego (o długości 800mm i średnicy 50mm) - ze względu na przegubowe zamocowanie - przyjęto wielkość siły działającej podczas ściskania drążka (10kN) i obliczono ugięcie wzłuż osi drążka (0,028mm). Na tej podstawie sztywność k_d wynosi:

$$k_d = 3,509 \cdot 10^5 \left[\frac{\text{N}}{\text{mm}} \right]$$

Sztywność promieniowa opony k_o została określona jako średnia z 3 punktów charakterystyki opony o rozmiarze 295/80 R22,5 i ciśnieniu powietrza 0,5MPa.

$$k_o = \left(\frac{4400}{65} + \frac{3300}{52} + \frac{1650}{35} \right) / 3 = 59,4 \left[\frac{\text{daN}}{\text{mm}} \right] = 594,0 \left[\frac{\text{N}}{\text{mm}} \right]$$

Sztywność resoru k_r przyjęto za pracę [34] jako średnią z charakterystyki ugięcia:

$$k_r = 878,0 \left[\frac{\text{N}}{\text{mm}} \right]$$

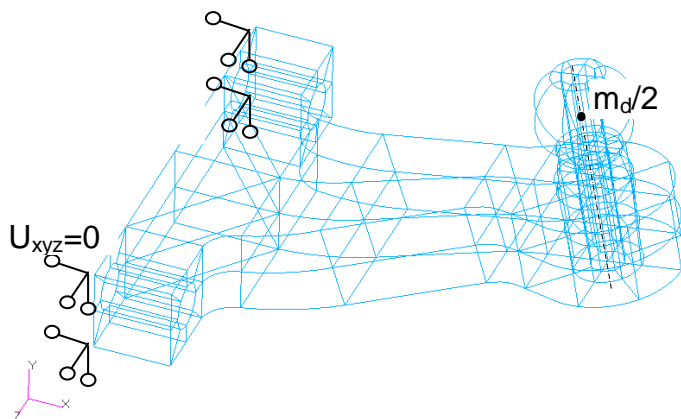
W celu zbadania wpływu warunków brzegowych oraz mas zewnętrznych na modalne przemieszczenia i naprężenia zwrotnicy samochodowej przeprowadzono rzeczywistą analizę modalną (SOL 103), która pomija wpływ parametrów tłumienia i obciążeń zewnętrznych układu kierowniczego (rys.5.7 i 5.8). Do symulacji ruchu obrotowego podstawy zastosowano elementy sztywne typu RBE2. Schemat kinematyczny układu przyjęto w oparciu o rzeczywiste wymiary geometryczne układu kierowniczego. Przyjęto, że w skład masy koła wchodzi masa piasty, bębna hamulcowego, przegubu napędowego koła, łączącego zwrotnicę z piastą, oraz obudowy zewnętrznej zwrotnicy (rys. 5.8). Przy takim założeniu orientacyjna masa koła wynosi 150kg, która skupiona jest w punkcie oddalonym od osi obrotu zwrotnicy o 232mm. Dodatkowo w układzie uwzględniono przemieszczanie się punktu Z (całej zwrotnicy, rys.5.8) na kierunku składowej „y” oraz sztywność drążka podłużnego, resoru i opony. W układzie pominięto tarcie występujące przy obracaniu koła z nawierzchnią. Zakładając różny stopień uproszczenia modelu, w analizie modalnej rozważono następujące przypadki warunków brzegowych:

1. W pierwszym przypadku przyjęto, że układ ma nieruchomą oś obrotu zwrotnicy (układ utwierdzony w punkcie Z przez odebranie sześciu stopni swobody) z możliwością przemieszczania się sworznia zwrotnicy (punktu S) we wszystkich kierunkach. Takie ograniczenie ruchu sprawia, że cała podstawa ramienia jest nieruchoma, a punkt S ma 6 stopni swobody, jak w analizie statycznej

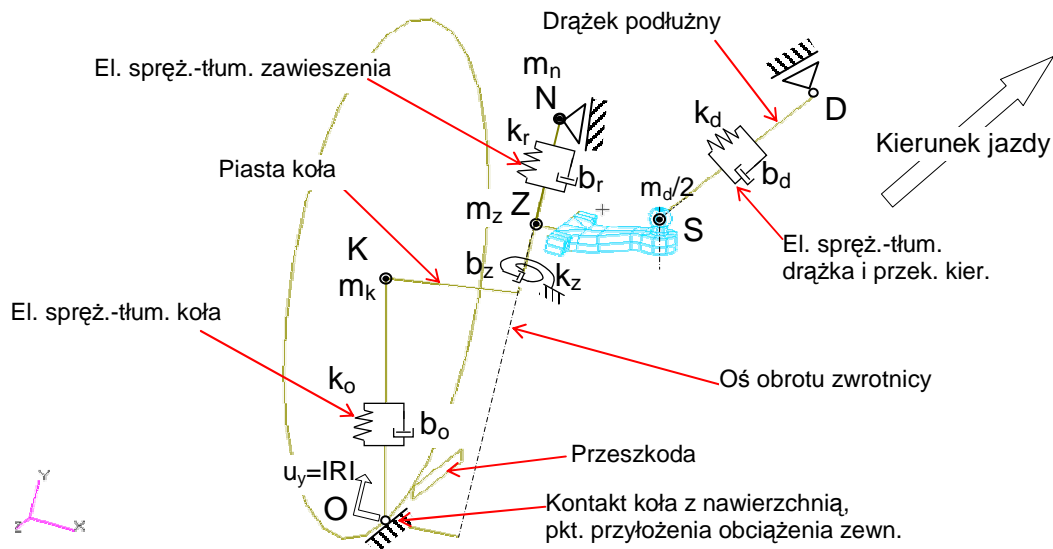
w początkowym etapie obliczeń. W celu uwzględnienia masy drążka przyłożono w punkcie S masę skupioną równą 8kg, co stanowi orientacyjną masę połowy drążka. Taki warunek umożliwi określenie częstości drgań własnych ramienia zwrotnicy, zależnych od sztywności ramienia i masy ramienia zwrotnicy powiększonej o połowę masy drążka kierowniczego.

2. W drugim przypadku, w celu zbadania wpływu mas i sztywności elementów resoru i koła, przy zablokowanej osi obrotu zwrotnicy (w punkcie Z), układ ma możliwość przemieszczania się na kierunku osi „y” oraz w punkcie D na kierunku osi „z”. Określone w ten sposób częstości drgań są zależne od całkowitej masy układu oraz od poziomu sztywności opony i resoru.
3. W trzecim przypadku, zbadano wpływ mas wirujących wokół osi zwrotnicy oraz sztywności obrotowej osi zwrotnicy (określonej współczynnikiem k_z). W tym celu układ ma możliwość obrotu tylko wokół osi zwrotnicy (pokrywającej się z osią „y”) oraz możliwość przemieszczania się punktu D na kierunku zgodnym z osią „z”.
4. Czwarty przypadek uwzględnia sztywności wszystkich parametrów opisanych na rys. 5.8. Taki wariant zakłada względnie małe ruchy przekładni kierowniczej (punktu D na kierunku osi „z”). W tym wariancie zwrotnica ma możliwość przemieszczania się na kierunku osi „y”, z możliwością obrotu (w wyniku odkształcenia zwrotnicy i drążka podłużnego) wokół osi zwrotnicy oraz utwierdzony swobodny koniec drążka wzdłużnego (punkt D).
5. Piąty przypadek uwzględnia sztywności wszystkich parametrów opisanych na rys. 5.8, w tym także sztywność przekładni kierowniczej (k_z). Zwrotnica ma możliwość przemieszczania się na kierunku osi „y” oraz swobodnego obrotu wokół osi zwrotnicy (nie utwierdzony swobodny koniec drążka wzdłużnego - punkt D).

Analiza pięciu przypadków utwierdzenia umożliwi określenie, które parametry układu mają największy wpływ na wielkość amplitud naprężeń i częstości kołowej oraz ich zmian w poszczególnych punktach pomiarowych zwrotnicy. Warunki brzegowe dla przypadku 1 analizy modalnej są takie same jak dla wariantu 1 analizy statycznej, co przedstawiono schematycznie na rys 5.7. Pozostałe przypadki analizy modalnej oparte są na modelu przedstawionym na rys.5.8.



Rys. 5.7. Schemat warunków brzegowych zwrotnicy odpowiadający pierwszemu przypadkowi obliczeń

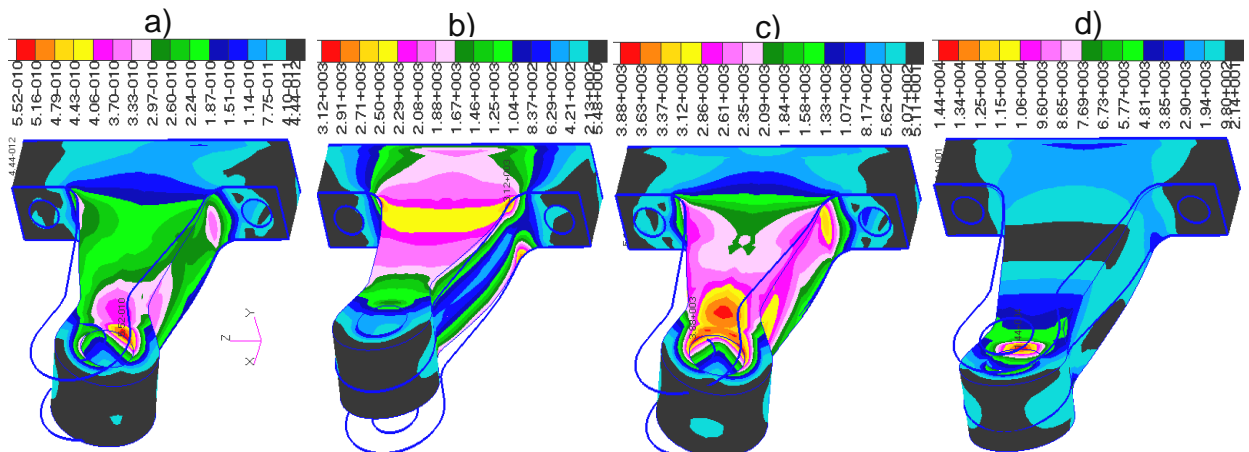


Rys. 5.8. Schemat układu zwrotnicy z oznaczeniami mas skupionych, współczynników sztywności i tłumienia, przyjętymi w przypadkach 2 – 5 obliczeń.

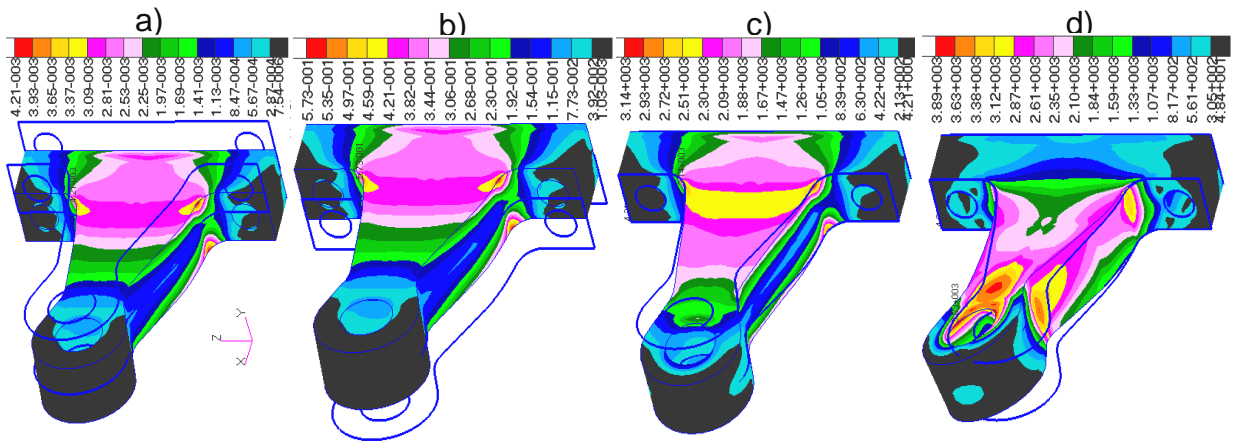
Układ kinematyczny ramienia zwrotnicy przedstawiony na rys. 5.8 zawiera następujące wymiary:

- ZS = 213,0mm – odległość środka symetrii sworznia od osi zwrotnicy
- SD = 800,0mm – długość drążka kierowniczego podłużnego
- ZK = 230,0mm – promień zataczania koła wokół osi zwrotnicy
- KO = 532,0mm – odległość masy koła od podłoża
- 2°40' - kąt wyprzedzenia sworznia zwrotnicy
- 1°30' - kąt pochylenia koła

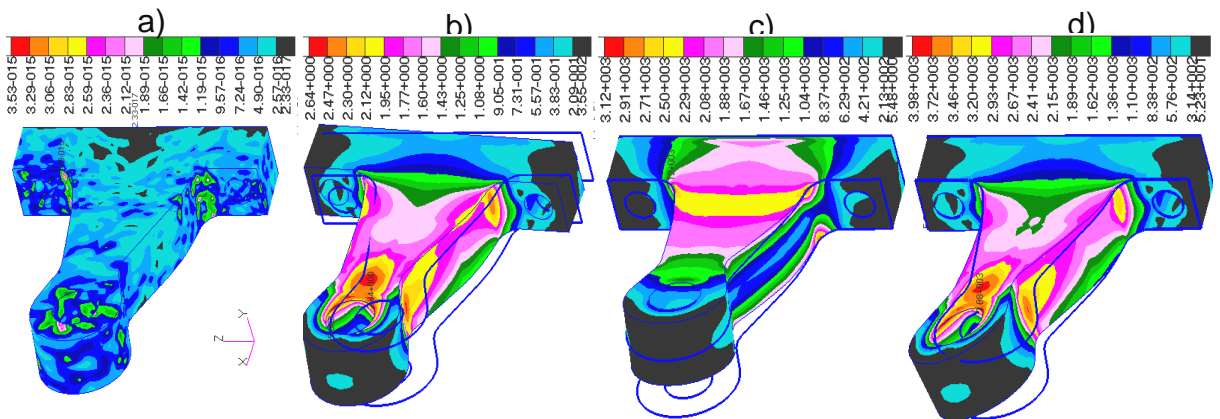
Dla opisanych wyżej założeń otrzymano wyniki postaci kształtu wraz z mapami naprężeń modalnych (SOL 103), które przedstawiono na rys.5.9-5.13. Obliczone cztery kolejne wartości modalne naprężeń i wektorów własnych dla punktu pomiarowego σ_4 , w pięciu analizowanych przypadkach utwierdzenia przedstawiono w tab. 5.4.



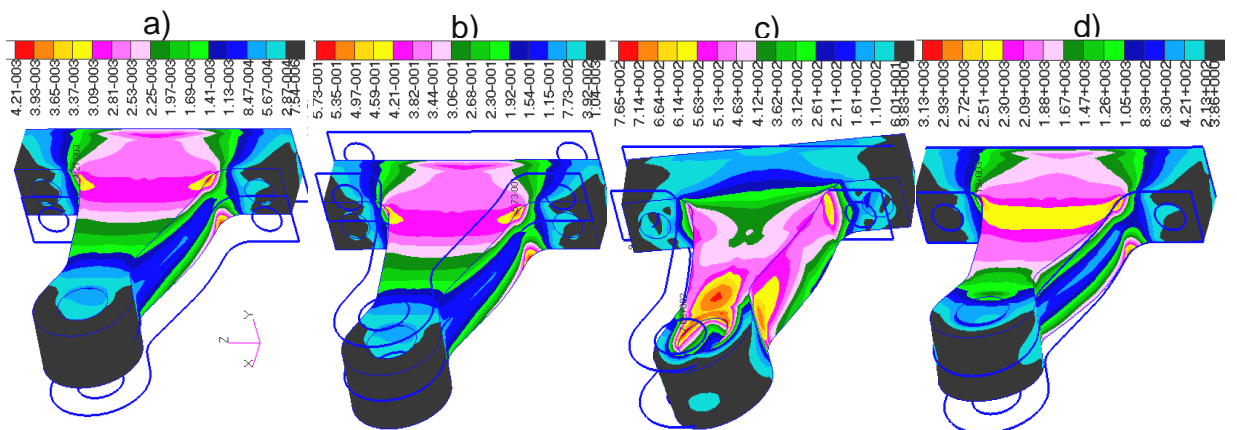
Rys. 5.9. Postacie kształtu z mapami naprężeń modalnych, **pierwszy** przypadek utwierdzenia: a) moda 1 – 2,6Hz, b) moda 2 – 236,7Hz, c) moda 3 – 328,0 Hz, d) moda 4 – 621,4Hz



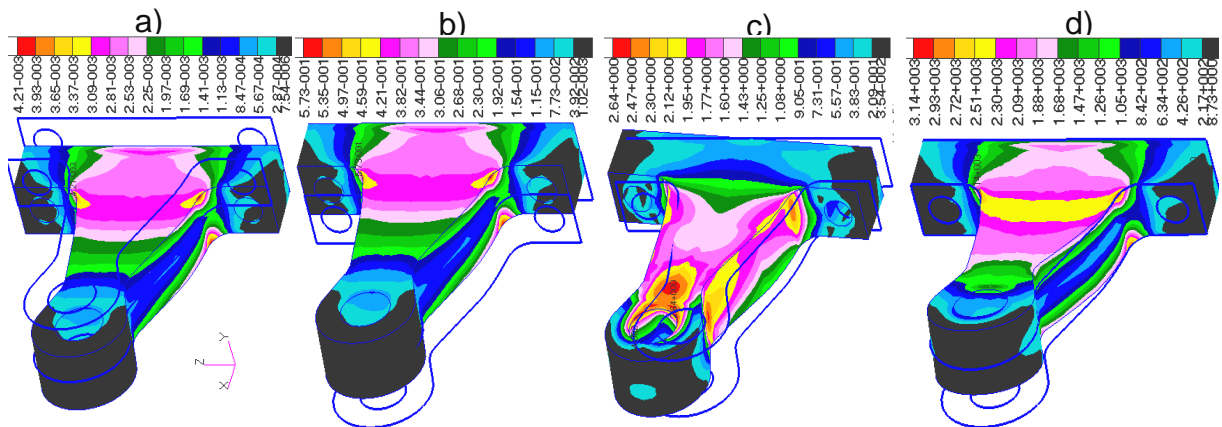
Rys. 5.10. Postacie kształtu z mapami naprężeń modalnych, **drugi** przypadek utwardzenia: a) moda 1 – 1,6Hz, b) moda 2 – 9,2Hz, c) moda 3 – 238,1Hz, d) moda 4 – 328,0Hz



Rys. 5.11. Postacie kształtu z mapami naprężeń modalnych, **trzeci** przypadek utwardzenia: a) moda 1 – 2,6Hz, b) moda 2 – 18,7Hz, c) moda 3 – 236,8Hz, d) moda 4 – 336,0Hz



Rys.5.12. Postacie kształtu z mapami naprężeń modalnych, **czwarty** przypadek utwardzenia: a) moda 1 – 1,6Hz, b) moda 2 – 9,2Hz, c) moda 3 – 69,5Hz, d) moda 4 – 238,2Hz



Rys. 5.13. Postacie kształtu z mapami naprężeń modalnych, **piąty** przypadek utwierdzenia: a) moda 1 – 1,6Hz, b) moda 2 – 9,2Hz, c) moda 3 – 18,7Hz, d) moda 4 – 238,2Hz

Z otrzymanych dla przypadku pierwszego postaci modalnych i map naprężeń modalnych (rys. 5.9) wynika, że dla przypadku uproszczonego utwierdzenia, tj. utwierdzona podstawa i swobodny sworznień, zwrotnica przyjmuje pierwszą i trzecią postać skrętną od momentu skręcającego M_x . Postać druga i czwarta odpowiada momentowi zginającemu M_z .

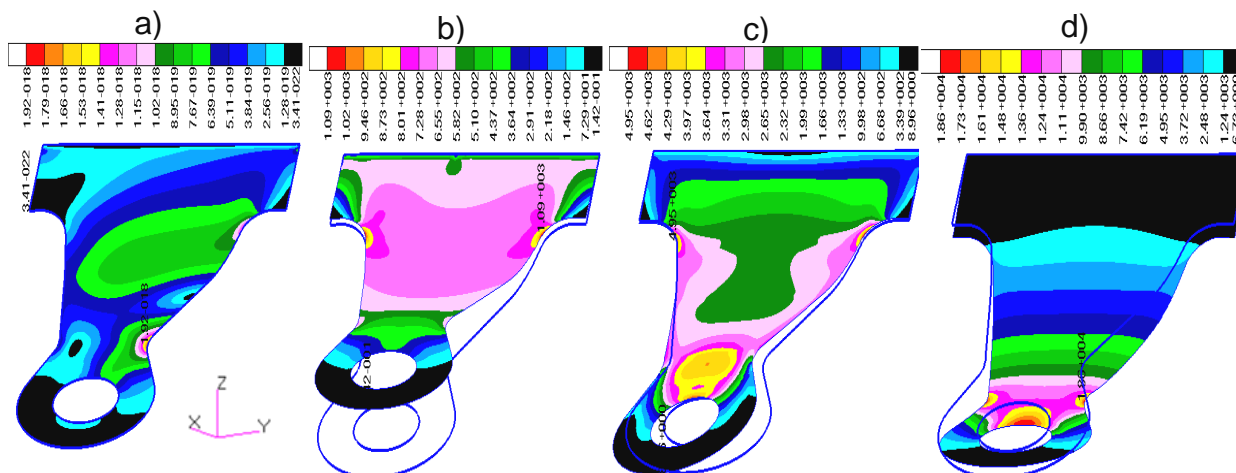
Drugi przypadek utwierdzenia przedstawiony na rys. 5.10 ukazuje, że umożliwienie pionowego ruchu posuwistego powoduje, że postacie kształtu odpowiadają przemieszczeniu na kierunku osi „y” (moda 1 i 2) oraz obrotu sworznia w wyniku działania momentu zginającego M_z (moda 3) i skręcającego M_x (moda 4). Częstość drgań własnych dla mody 1 (1,6Hz) jest na zbliżonym poziomie jak w przypadku 1 (2,6Hz). Wprowadzenie możliwości przemieszczania się zwrotnicy na kierunku osi „y” spowodowało obniżenie wartości pierwszych czterech częstotliwości drgań, jak również odpowiadających im poziomów naprężeń modalnych.

Trzeci przypadek (rys. 5.11) odpowiadający ruchowi obrotowemu wokół osi zwrotnicy (osi „y”) powoduje, że układ przyjmuje dwie postacie modalne odpowiadające swobodnemu obrotowi ramienia wokół osi zwrotnicy (rys. 5.11a,b), „wygięcia” ramienia w wyniku działania momentu M_z oraz postaci złożonej, będącej kombinacją zginania ze skręcaniem (rys. 5.11 d). Przyjęcie obrotowych stopni swobody w tym przypadku daje ten sam poziom naprężeń i częstotliwości drgań własnych, jak w przypadku drugim, przy translacyjnych stopniach swobody.

W czwartym przypadku (rys. 5.12) w wyniku złożenia ruchu postępowego (na kierunku osi „y”) i obrotowego (wokół osi „y”), przy jednoczesnym zablokowaniu jednego końca drążka podłużnego (punkt D) pierwsze dwie postacie własne i poziomy naprężeń modalnych są identyczne jak w przypadku drugim. Moda 3 (rys.5.12c), w wyniku ograniczenia ruchu obrotowego przez drążek kierowniczy przyjmuje postać pośrednią jako ugięcie (odkształcenie ramienia) w wyniku działania momentu M_y , z jednoczesnym ugięciem (odkształceniem) w wyniku działania momentu M_z . Odkształcenia wpływają na wzrost poziomu naprężeń modalnych i obniżenie częstotliwości drgań własnych (238,2Hz dla 4 postaci kształtu).

Piąty przypadek utwierdzenia różni się, w stosunku do czwartego przypadku, trzecią postacią modalną. W tym przypadku, w wyniku swobodnego ruchu sworznia ramię doznaje obrotu względem osi zwrotnicy, z nieznacznym odkształceniem, przez co maksymalne naprężenia modalne są na poziomie 4,62 (rys. 5.13c), a częstotliwość drgań spada do 18,7Hz.

Dla celów poglądowych zbadano wpływ uproszczonej budowy modelu zwrotnicy na postacie kształtu oraz mapy naprężeń modalnych otrzymane w analizie modalnej, co przedstawiono na rys. 5.14.



Rys. 5.14. Postacie kształtu z mapami naprężeń modalnych dla modelu płaskiego (2D) **pierwszy** przypadek utwierdzenia: a) moda 1 – 2,6Hz, b) moda 2 – 140,8Hz, c) moda 3 – 362,4 Hz, d) moda 4 – 844,7Hz

Z otrzymanych różnic pomiędzy rys. 5.14 a 5.9 wynika, że układ zbudowany z elementów płaskich typu QUAD4 przyjmuje zbliżone do modelu przestrzennego postacie kształtu. Jest to istotne w przypadku potrzeby uproszczenia modelu w zagadnieniach optymalizacji kształtu zwrotnicy, które rozwinięto w rozdziale 6.

W celu szczegółowego sprawdzenia wielkości naprężeń i wektorów własnych przeprowadzono analizę tych parametrów dla węzła odpowiadającego punktowi pomiarowemu σ_4 . Dla punktu σ_4 w tabelicy 5.4 zestawiono naprężenia i wektory modalne dla czterech kolejnych postaci modalnych i pięciu przypadków utwierdzenia.

Tablica 5.4. Zestawienie wartości własnych, wektorów własnych dla pierwszych czterech postaci modalnych i pięciu przypadków utwierdzenia zwrotnicy

Przypadek utwierdz.	Parametr analizy modalnej	Moda 1	Moda 2	Moda 3	Moda 4
1.	2.	3.	4.	5.	6.
Przyp. 1	Częstotl. Modalna [Hz]	2,6	236,7	328,0	621,4
	Napręż. Modalne w pkt. σ_4	$2,3^{-10}$	2710,0	2740,0	2240,0
	Wektor własny w pkt. σ_4	$5,3^{-14}$	0,5	0,4	0,8
Przyp. 1 (2D)	Częstotl. Modalna [Hz]	2,6	140,8	362,4	844,7
	Napręż. Modalne w pkt. σ_4	$2,3^{-19}$	286,0	954,0	664,0
	Wektor własny w pkt. σ_4	$5,3^{-22}$	1,47	0,6	3,56
Przyp. 2	Częstotl. Modalna [Hz]	1,6	9,2	238,1	328,0
	Napręż. Modalne w pkt. σ_4	$3,6^{-3}$	0,5	2720,0	2750,0
	Wektor własny w pkt. σ_4	0,3	1,4	0,4	0,4
Przyp. 3	Częstotl. Modalna [Hz]	2,6	18,7	236,8	336,0
	Napręż. Modalne w pkt. σ_4	$1,2^{-15}$	2,0	2710,0	2800,0
	Wektor własny w pkt. σ_4	$5,3^{-20}$	1,1	0,5	0,4

1.	2.	3.	4.	5.	6.
Przyp. 4	Częstotl. Modalna [Hz]	1,6	9,2	69,5	238,2
	Napręż. Modalne w pkt. σ_4	$3,6^{-3}$	0,5	517,0	2720,0
	Wektor własny w pkt. σ_4	0,3	1,4	1,0	0,4
Przyp. 5	Częstotl. Modalna [Hz]	1,6	9,2	18,7	238,2
	Napręż. Modalne w pkt. σ_4	$3,6^{-3}$	0,5	2,0	2720,0
	Wektor własny w pkt. σ_4	0,3	1,4	1,0	0,4

Pierwsza wartość modalna odpowiada niskiemu poziomowi naprężeń i niskim wartościom wektorów własnych we wszystkich pięciu przypadkach utwierdzenia. Najniższy poziom częstotliwości drgań równy 1,6Hz odpowiada przypadkom nr 2, 4 i 5, natomiast przypadki 1 i 3 posiadają częstotliwość drgań 2,6Hz, ale ich poziomy naprężeń modalnych są bliskie zeru. Niskie poziomy częstotliwości drgań własnych, jak również naprężeń modalnych i wektorów własnych świadczą o tym, iż pierwsza postać modalna powstała w wyniku interakcji pomiędzy elementami sprężystymi opony, resoru a masą całego układu. Ze względu na to, iż ramię zwrotnicy jest elementem o dużej sztywności, doznaje tzw. drgań swobodnych układu nieutwierdzonego przemieszcza się, w zależności od przypadku utwierdzenia, na kierunku osi „y”, bądź wokół osi zwrotnicy.

Charakterystyki drugiej wartości modalnej punktu pomiarowego zwrotnicy (σ_4) przyjmują dla poziomów naprężeń modalnych zbliżone wartości za wyjątkiem przypadku pierwszego. Przypadek ten posiada dla częstotliwości drgań równej 236,7Hz poziom naprężeń modalnych równy 2710, podczas gdy wektor własny jest na zbliżonym poziomie w stosunku do pozostałych przypadków i wynosi 0,5. Z powodu ograniczenia ruchu posuwistego i obrotowego niska wartość wektora własnego dotyczy odkształcenia wyłącznie ramienia zwrotnicy. Oznacza to, że duża wartość sztywności ramienia powoduje, że druga wartość modalna wychodzi poza zakresy pasm częstotliwości otrzymanych w czasie badań eksploatacyjnych. Dlatego pierwszy przypadek utwierdzenia, ze względu na wysoką wartość drugiej postaci drgań własnych, w niewielkim stopniu wpływa na wartości naprężeń modalnych w zakresie niskich częstotliwości (od 0Hz do 30 Hz).

Otrzymane poziomy naprężeń modalnych dla trzeciej postaci własnej układają się w sposób narastający, od najniższej dla przypadku 5, do najwyższych wartości dla przypadku 1. Wartości wektorów własnych układają się w odwrotnej kolejności, od najwyższej dla przypadku 5 malejąco do najmniejszej dla przypadku 1. Postacie kształtu dla trzeciej mody wpływają w znacznym stopniu na naprężenia modalne ramienia zwrotnicy we wszystkich pięciu przypadkach. Ponadto dla przypadku 5 częstotliwość własna jest najniższa - 18,7Hz i przypada na niski zakres częstotliwości, natomiast dla przypadku 4 już 69,5Hz.

Czwarta postać modalna ma istotne znaczenie w przypadku 5, gdyż dostarcza informacji, że częstotliwość drgań własnych dla tej postaci wychodzi poza zakres niskiego pasma częstotliwości. Postać kształtu dotyczy ramienia zwrotnicy, co wynika z wysokiego poziomu naprężeń modalnych w punkcie σ_4 (tab. 5.4) oraz rys. 5.9d - 5.13d.

Częstotliwości modalne modelu płaskiego są „przesunięte” względem częstotliwości otrzymanych z modelu przestrzennego (por. tab.5.4). Odpowiadające im naprężenia modalne są niższe dla układu 2D, natomiast wektory modalne są wyższe dla tego układu. Oznacza to, że zakładając uproszczony model zwrotnicy należy liczyć się z większą podatnością układu na deformacje.

Powyższa analiza dostarcza informacji w jakim stopniu wpływają ograniczenia ruchu elementów układu na poziom naprężeń modalnych w ramieniu zwrotnicy. Biorąc pod uwagę niski zakres częstotliwości własnych układu (1,6Hz) istotne wartości naprężeń modalnych ($3,6^{-3}$) występują w przypadkach 2, 4 i 5. Jednakże należy zauważyć, że przypadki 4 i 5 charakteryzują się największą liczbą stopni swobody, przez co otrzymane dla punktu σ_4 naprężenia modalne są na niskim poziomie. W związku z powyższym do dalszych rozważań wykorzystano czwarty i piąty przypadek utwierdzenia.

5.3.2. Analiza odpowiedzi częstotliwościowej układu

Modalna analiza odpowiedzi częstotliwościowej wykorzystuje obliczone wcześniej postacie kształtu, redukując w ten sposób rozmiar rozwiązywanych równań ruchu, co wpływa na większą wydajność obliczeń w odróżnieniu od bezpośredniej analizy odpowiedzi częstotliwościowej. Celem tego typu analizy jest określenie wpływu obciążeń dynamicznych na wartości przemieszczeń i naprężeń w wybranych punktach pomiarowych zwrotnicy, w niskim zakresie częstotliwości 0 - 30Hz.

Powyższa analiza uwzględnia opisane wcześniej parametry sztywności oraz tłumienia układu. Uogólniona macierz tłumienia w modalnej analizie częstotliwościowej jest opisana jako:

$$[\phi]^T [\mathbf{B}] [\phi] \neq \text{diag} \quad (5.20)$$

Tłumienie strukturalne układu opisuje globalna macierz sztywności $[\mathbf{K}]$:

$$[\phi]^T [\mathbf{K}] [\phi] \neq \text{diag} \quad (5.21)$$

gdzie:

$$\mathbf{K} = (1 + iG)[\mathbf{K}] + i \sum G_E [\mathbf{K}_E] \quad (5.22)$$

G – uogólniony współczynnik tłumienia strukturalnego,

G_E – elementarny współczynnik tłumienia strukturalnego,

\mathbf{K}_E – elementarna macierz sztywności,

i – liczba urojona.

Dla rozwiązania zespolonego nie ma potrzeby szacowania tłumienia wiskotycznego na podstawie tłumienia strukturalnego.

Do opisu parametrów tłumienia układu kierowniczego wykorzystano następujące zależności opisujące siłę tłumienia wiskotycznego f_v :

$$f_v = b_i \cdot v \quad (5.23)$$

gdzie: b_i - współczynnik tłumienia wiskotycznego

v – prędkość

oraz siłę tłumienia strukturalnego f_s :

$$f_s = i \cdot G_i \cdot k_i \cdot u \quad (5.24)$$

gdzie: G_i – współczynnik tłumienia strukturalnego

k_i – sztywność

u – przemieszczenie

Dla wymuszenia sinusoidalnego o stałej amplitudzie siła tłumienia strukturalnego f_s przyjmuje wartość stałą, natomiast siła tłumienia wiskotycznego f_v jest proporcjonalna do częstotliwości wymuszenia [52]. Dla określonej częstości drgań ω^* układu zachodzi równość pomiędzy dwoma typami tłumienia:

$$G_i k_i = b_i \omega^* \quad (5.25)$$

Dla częstości ω^* równej częstości naturalnej drgań układu ω_n współczynnik tłumienia wiskotycznego został opisany jako:

$$b_i = \frac{G_i k_i}{\omega_n} = G_i \omega_n m_i \quad (5.26)$$

Odnosząc powyższe wyrażenie do współczynnika wiskotycznego tłumienia krytycznego b_{kr} otrzymuje się zależność pomiędzy wartościami tłumienia wiskotycznego i strukturalnego opisaną za pomocą współczynnika tłumienia krytycznego ζ_i :

$$\zeta_i = \frac{b_i}{b_{kr}} = \frac{G_i \omega_n m_i}{2 \omega_n m_i} = \frac{G_i}{2} \quad (5.27)$$

Na podstawie zależności (5.22) do obliczeń można wprowadzić bezwymiarowy współczynnik tłumienia strukturalnego G_i , jednakże do analizy wykorzystano zaczerpnięte z literatury [45] uśrednione wartości wiskotycznego współczynnika tłumienia b_i oraz równoważniki tłumienia strukturalnego G_i :

- dla drążka kierowniczego:

$$b_d = 0,02 \frac{Ns}{mm} ; \quad G_d = \frac{b_d \omega_n}{k_d} = 1,4 \cdot 10^{-5}$$

- dla resoru:

$$b_r = 17,5 \frac{Ns}{mm} ; \quad G_r = \frac{b_r \omega_n}{k_r} = 0,639$$

- dla opony:

$$b_o = 1,75 \frac{Ns}{mm} ; \quad G_o = \frac{b_o \omega_n}{k_o} = 0,0945$$

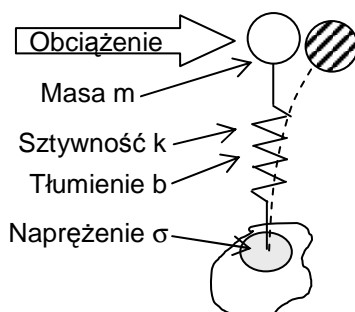
- względem osi zwrotnicy wraz z tłumieniem od obrotu koła wokół osi zwrotnicy (przy utwierdzonym końcu drążka podłużnego, dla współczynnika tłumienia i sztywności przekładni kierowniczej równych zero, przy założeniu względnie małych obrotów przekładni kierowniczej):

$$b_s = 5,43 \cdot 10^4 \frac{Nmms}{rad} ; \quad G_s = \frac{b_s \omega_n}{k_s} = 0,19$$

- względem osi zwrotnicy wraz z tłumieniem od obrotu przekładni kierowniczej [46] (przy warunku swobodnego przemieszczania się drążka podłużnego w celu przyłożenia obciążenia w osi drążka):

$$b_z = 8,8 \cdot 10^4 \frac{Nmms}{rad} ; \quad G_{z_p} = \frac{b_z \omega_n}{k_z} + G_s = 0,27$$

W większości przypadków do obliczeń przyjęto model zwrotnicy o jednym stopniu swobody (rys. 5.15), tj. jedna siła wymuszająca, bądź wymuszone przemieszczenie.



Rys. 5.15. Parametry układu liniowego o jednym stopniu swobody

W takim układzie każda i -ta postać modalna kształtu ξ_i opisana jest we współrzędnych modalnych zależnością:

$$\zeta_i(\omega) = \frac{p_i(\omega)}{-m_i\omega^2 + ib_i\omega + k_i} \quad (5.28)$$

Transformacja do układu fizycznego odbywa się za pomocą równania (5.28). Wartości tłumienia b_i dla i -tej mody kształtu opisane są za pomocą współczynnika tłumienia krytycznego tablicy TDAMP1. Wartość $p_i(\omega)$ jest wielkością obciążenia zewnętrznego, działającej przy częstotliwości drgań odpowiadającej i -tej modzie kształtu. Współczynnik tłumienia krytycznego ζ_i jest efektywnym sposobem na sprawdzenie wartości maksymalnych naprężeń, których wartości dla i -tej mody są określone za pomocą współczynnika wzmocnienia Q_i (określa ile razy zwiększyły się naprężenia maksymalne w analizie dynamicznej w stosunku do naprężeń z analizy statycznej):

$$Q_i = \frac{1}{2\zeta_i} \quad (5.29)$$

Wyjątkiem spośród badanych przypadków jest wariant 3 opisany poniżej z analizy częstotliwościowej, który jest przykładem układu o dwóch stopniach swobody i służy do zobrazowania różnic w poziomach naprężeń i przemieszczeń w określonych punktach układu.

Ponadto w przeprowadzonej analizie częstotliwościowej wykorzystano przypadek czwarty i piąty utwierdzenia z analizy modalnej. W celu lepszego zobrazowania otrzymanych charakterystyk, przeprowadzono obliczenia dla współczynnika tłumienia krytycznego $\zeta=0,01$ i zmiennych parametrów tłumienia wiskotycznego b_i , w czterech następujących wariantach obciążenia cyklicznego:

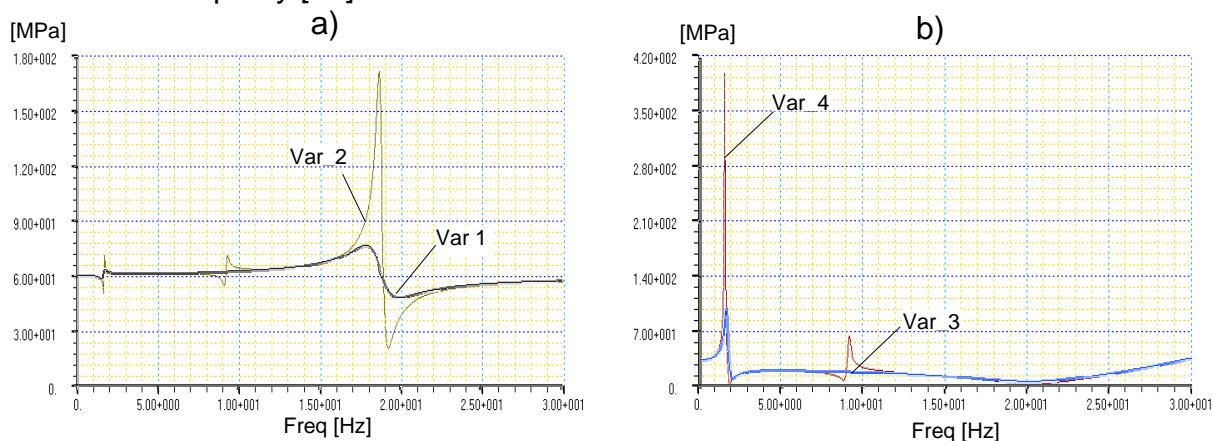
- Wariant 1 - obciążenie siłą zewnętrzną odpowiadającą wartości RMS $F_z=8,83\text{kN}$ (podczas jazdy po drodze wyboistej), przyłożoną w punkcie D (rys. 5.8) na kierunku osi „z”. Warunkiem do wykonania obliczeń jest możliwość przemieszczania się punktu S w wyniku obrotu zwrotnicy oraz ruch układu na kierunku osi „y”, co jest zgodne z warunkami brzegowymi dla przypadku utwierdzenia 5 z poprzedniej analizy modalnej,
- Wariant 2 – to układ jak w wariacie 1, o współczynniku tłumienia krytycznego $\zeta=0,01$ i zerowej wartości tłumienia wiskotycznego, w celu zobrazowania wpływu tłumienia,
- Wariant 3 - to układ o dwóch stopniach swobody z tłumieniem strukturalnym (jak w wariacie 1), w którym działa wymuszone przemieszczenie w punkcie O (rys. 5.8), na kierunku osi „y” o wartości $u_y=\text{RMS}=9,7\text{mm}$ (wartość nieregularności profilu drogi $\text{IRI}=9,7\text{mm/m}$, dla profilu drogi o dużej nierówności [28, 72]), oraz wymuszone przemieszczenie w punkcie D (zamiast siły zewnętrznej F_z), na kierunku osi „z” o wartości $u_z=f(u_y)=1,19\text{mm}$. Warunkiem do wykonania obliczeń jest przyjęcie warunków brzegowych zgodnych z przypadkiem utwierdzenia 5 analizy modalnej.
- Wariant 4 – to układ jak w wariacie 3, o współczynniku tłumienia krytycznego $\zeta=0,01$ i zerowej wartości współczynnika tłumienia wiskotycznego.

Określone warianty umożliwiają zobrazowanie różnic w wyznaczonych charakterystykach w niskim zakresie częstotliwości, wraz z określeniem wpływów poszczególnych obciążeń na poziom naprężeń i przemieszczeń w wybranych punktach układu. Warianty 1 i 2 odpowiadają przypadkowi piątemu warunków utwierdzenia z analizy modalnej, natomiast warianty 3 i 4 odpowiadają przypadkowi czwartemu analizy modalnej. Ponadto warianty 2 i 4 nie uwzględniają współczynników tłumienia wiskotycznego, są takie same jak warianty 1 i 3 i mają charakter poglądowy w celu zobrazowania wpływu parametrów tłumienia na zmiany odpowiedzi układu w otrzymanych charakterystykach.

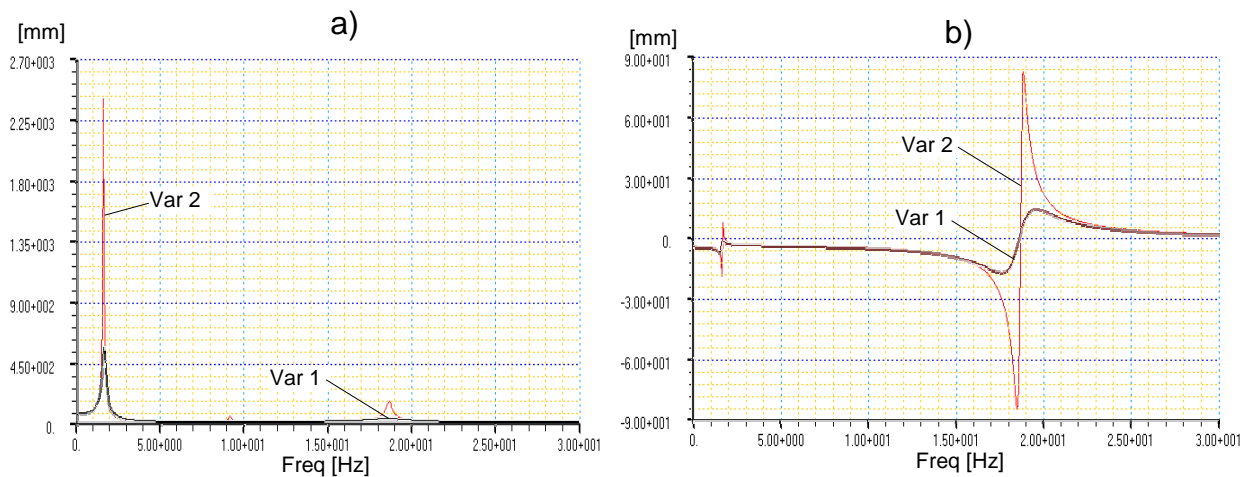
Analiza modalna odpowiedzi częstotliwościowej została uruchomiona w programie Nastran za pomocą komendy SOL 111, w której wykorzystano następujące polecenia:

- FREQUENCY – polecenie uruchomienia pasma częstotliwości obciążenia wymuszającego. Sposób szczegółowy przyjmowania kroków częstotliwościowych pasma określają polecenia FREQI.
- FREQ1 – określenie pasma częstotliwości i kroku całkowania.
- SDAMPING – polecenie uwzględniające wpływ tłumienia modalnego układu. Parametry szczegółowe opisujące tłumienie określone są w tablicy TABDMPi.
- TDAMP1 – definicja tłumienia modalnego w funkcji częstotliwości.
- DLOAD – uruchomienie platformy do obciążenia dynamicznego układu. Warunki dynamiczne obciążenia definiowane są jako liniowa kombinacja obciążeń określonych w tablicy RLOAD1.
- RLOAD1 – definicja obciążeń dynamicznych, dodatkowo wywołuje polecenia DAREA i TABLED1.
- DAREA – określa punkt przyłożenia, kierunek oraz współczynnik skali obciążenia dynamicznego.
- TABLED1 – opis obciążenia dynamicznego w funkcji częstotliwości.
- CBUSH – opis za pomocą węzłów położenia elementu sprężysto – tłumiącego.
- PBUSH – wprowadzenie parametrów sprężystych i tłumiących dla elementu sprężysto - tłumiącego.
- SDAMPING – opis tłumienia modalnego za pomocą współczynnika tłumienia krytycznego ζ .

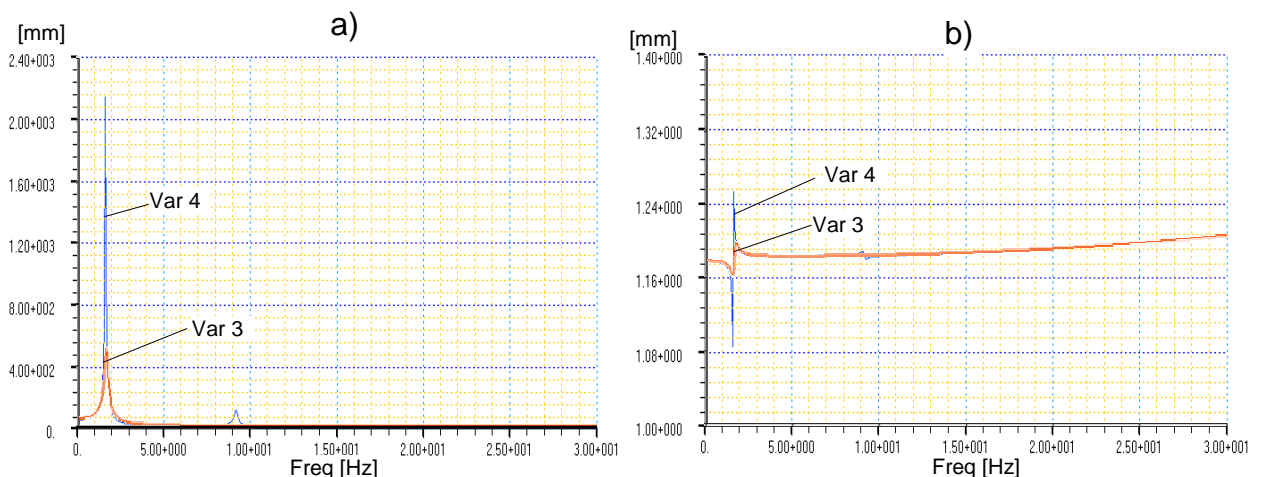
Otrzymane charakterystyki zestawiono na rys.5.16 – 5.18. Plik wsadowy analizy częstotliwościowej z uwzględnieniem warunków brzegowych dla wariantów 1 i 3, umieszczono w pracy [77].



Rys. 5.16. Charakterystyka amplitudowo-częstotliwościowa naprężeń H-M-H punktu pomiarowego σ_4 : a) wariant 1 i 2, b) wariant 3 i 4



Rys. 5.17. Charakterystyka amplitudowo-częstotliwościowa przemieszczeń punktu sworznia (punkt S, rys. 5.8) dla wariantu 1 i 2: a) przemieszczenia wypadkowe, b) przemieszczenia na kierunku osi „z”



Rys. 5.18. Charakterystyka amplitudowo-częstotliwościowa przemieszczeń punktu sworznia (punkt S, rys. 5.8) dla wariantu 3 i 4: a) przemieszczenia wypadkowe, b) przemieszczenia na kierunku osi „z”

Dla przedstawionych na rys. 5.16 - 5.18 charakterystyk uzyskane postacie kształtu i ich częstotliwości własne odpowiadają tym samym wartościom, co w analizie modalnej. Jednakże celem niniejszej analizy było zestawienie różnic wynikających z wielkości przyjętych parametrów tłumienia wiskotycznego, które przyjmują wartości zerowe dla wariantów 2 i 4 oraz wartości rzeczywiste dla wariantów 1 i 3.

Rysunek 5.16 przedstawia silny wpływ parametrów tłumienia na otrzymane przebiegi naprężenia, punktu pomiarowego σ_4 dla czterech rozpatrywanych wariantów (opisanych na początku niniejszego podrozdziału). Przebiegi dla pierwszego i drugiego wariantu rozpoczynają się tym samym poziomem naprężeń (rys. 5.16a - około 60MPa) i wzrastają do częstotliwości mody 3, równej 18,7Hz. Dla tłumienia rzeczywistego nastąpił wzrost o około 40MPa, natomiast dla wariantu 2 naprężenia maksymalne są prawie 3-krotnie wyższe w stosunku do naprężeń początkowych.

Przyłożone na kierunku osi „z” obciążenie w postaci siły zewnętrznej wpływa znacząco na maksymalne amplitudy przemieszczeń na tym kierunku (rys. 5.17a, b) i ze względu na wielkość współczynnika tłumienia występuje około 5-krotna różnica wielkości pomiędzy wariantami 1 i 2. Można zauważyć, że przy obciążeniu zewnętrznym

wywołującym ruch obrotowy zwrotnicy istotnym czynnikiem wpływającym na wielkość amplitud naprężeń i przemieszczeń jest dobór odpowiedniego poziomu współczynnika tłumienia występującego w czasie obrotu osi zwrotnicy. Dlatego w kolejnych analizach założono również niskie współczynniki tłumienia, gdyż przez to dochodzi do niekorzystnego zwiększenia amplitudy naprężeń w układzie. Ponadto w przypadku wiskotycznego tłumienia bliskiego zeru stają się widoczne amplitudy przemieszczeń na kierunku osi „z” odpowiadające częstotliwości własnej dla mody 1 (rys. 5.17b - 1,6Hz). Należy także zaznaczyć, że przy niskim współczynniku tłumienia bardzo istotny wpływ na wielkość amplitudy wypadkowej (rys. 5.17a) ma działanie pola grawitacyjnego, którego kierunek jest zgodny z kierunkiem osi „y” (działające prostopadle do kierunku ruchu układu z rys. 5.8).

Charakterystyki przedstawione na rys. 5.16b oraz 5.18 powstały po zastąpieniu siły zewnętrznej przemieszczeniami wymuszonymi (wirtualnymi przemieszczaniami) [98], zgodnie z wariantami 3 i 4. Przemieszczenie działające w punkcie D na kierunku osi „z” nie wywołuje widocznej odpowiedzi układu dla punktu S, co jest widoczne na rys. 5.18b. Wynika to z przyjętych warunków brzegowych, gdyż ruch obrotowy jest w tych wariantach ograniczony przez utwierdzenie drążka podłużnego w punkcie D (rys. 5.8) i przyłożenie w tym punkcie wirtualnego przemieszczenia, zgodnego z kierunkiem osi „z”. Natomiast wymuszone przemieszczenie w punkcie styku opony (punkcie – rys. 5.8), na kierunku osi „y” powoduje w obu wariantach znaczny wzrost amplitud przemieszczeń dla 1 i 2 mody (1,6Hz i 9,2Hz) częstotliwości drgań układu, dobrze widocznych dla tłumienia bliskiego zeru (wariant 4 – rys. 5.18a).

Dla badanych wariantów bardziej niekorzystnym założeniem pod względem wielkości amplitud naprężeń otrzymanych w analizie częstotliwościowej (rys. 5.16 i 5.18) jest przyjęcie obciążeń w postaci siły zewnętrznej, niż w postaci przemieszczeń wymuszonych wynikających z kinematyki układu. Ponadto tłumienie układu obliczone w oparciu o rzeczywiste współczynniki, powoduje znaczne obcięcie maksymalnych amplitud naprężeń. Uwzględnienie w dalszych obliczeniach niskich wartości parametrów tłumienia jest założeniem dużego zużycia poszczególnych elementów układu kierowniczego, które objawia się na przykład w postaci luzów w układzie.

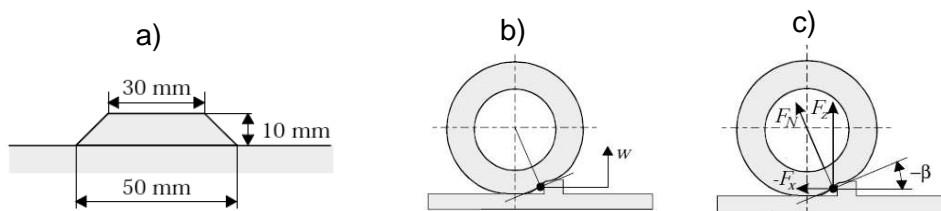
Wykorzystując równanie (5.29) wartości naprężeń i przemieszczeń są odpowiednio większe dla analizy częstotliwościowej niż dla analizy statycznej, co jest zgodne z otrzymanymi wynikami.

5.3.3. Analiza odpowiedzi czasowej układu

Analiza odpowiedzi układu w funkcji czasu jest wygodnym narzędziem do prowadzenia symulacji numerycznych ukazujących jaka jest odpowiedź układu kierowniczego przy najechaniu kołem na pojedynczą przeszkodę, bądź przy obciążeniu harmonicznym o określonej częstotliwości, a także dla obciążenia o określonej długości czasu mającym przebieg losowy.

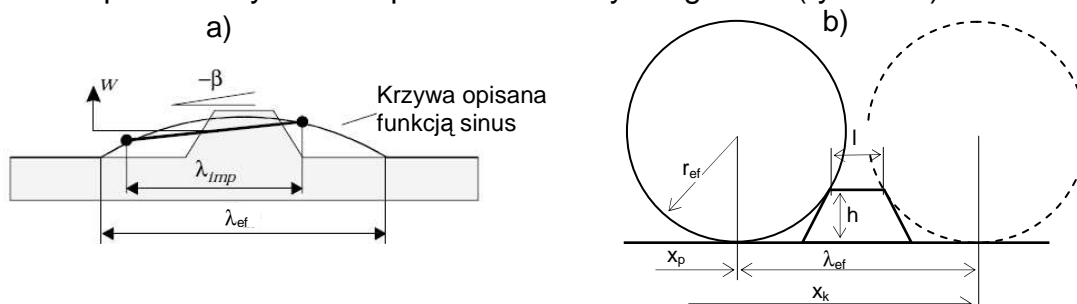
Zgodnie z powyższym przeprowadzono analizę czasową [3, 7], podzieloną na dwa etapy, które szczegółowo opisano poniżej.

W etapie 1 przeprowadzono symulację przejazdu przez przeszkodę z określoną prędkością. W celu weryfikacji stworzonego układu kształt przeszkody został określony na podstawie pracy [85], który przedstawiono na rys. 5.19.



Rys. 5.19. Wpływ kształtu rozpatrywanej przeszkody (a) na efektywne przemieszczenie się punktu W koła (b) oraz na efektywny kąt β wzniosu koła (c) [85]

Biorąc pod uwagę sprężysto-tłumiące właściwości opony, przemieszczanie się punktu środka koła w czasie, względem płaszczyzny toczenia można opisać za pomocą funkcji o przebiegu sinusoidalnym, której półokres zależy od prędkości toczenia się koła, wymiarów przeszkody oraz od promienia efektywnego koła (rys. 5.20).

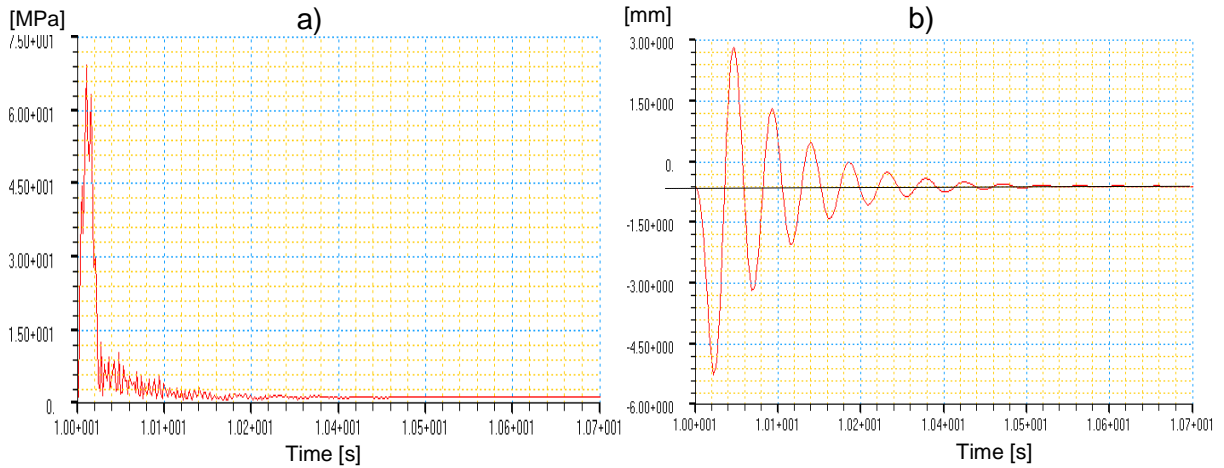


Rys. 5.20. Oddziaływanie kształtu przeszkody na rzeczywiste przemieszczenia osi koła a) nowy profil przeszkody opisany funkcją sinus [85], b) efektywna długość λ_{ef} przeszkody

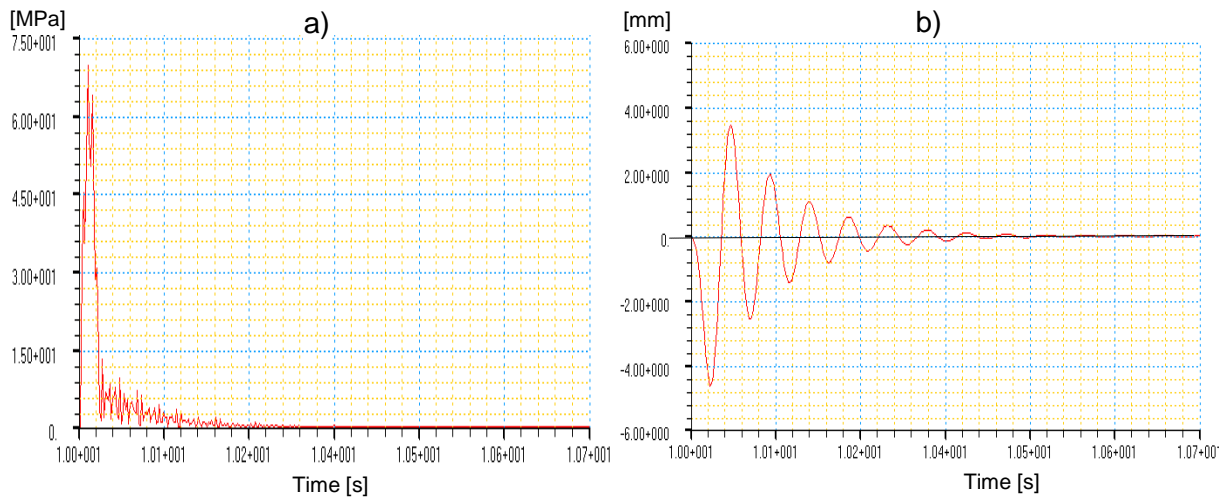
Na podstawie wymiarów przeszkody (rys.5.19a) i promienia efektywnego koła r_{ef} , efektywna długość wynosi $\lambda_{ef} = x_k - x_p$, gdzie x_k i x_p są odpowiednio długością początkową i końcową przebytej drogi. Prędkość toczenia koła przyjęto 25km/h na podstawie [30]. Do opisu obciążenia wymuszającego wykorzystano dostępną w solverze Nastran funkcję TLOAD2 opisaną wzorem (4.8) (rozdział 4). Dla funkcji TLOAD2 przyjęto przedział czasowy od $T_1=0$, do $T_2=0,028s$, co stanowi czas przebytej drogi $\lambda_{ef}=192mm$, przy założonej prędkości i częstotliwość $f=18,08Hz$, którą obliczono jako odwrotność półokresu ($1/2T_2$). W etapie tym wykorzystano obliczone na początku rozdziału (zbliżone do rzeczywistych) sztywności elementów i parametry tłumienia układu oraz rozpatrzono warianty obciążenia 1 i 3 opisane w analizie częstotliwościowej oraz zbadano wpływ działania pola grawitacyjnego na układ. Przyjęto współczynnik tłumienia krytycznego na poziomie 0,05. W związku z powyższym wprowadzono następujące oznaczenia dla prowadzonych obliczeń:

- Wariant 1 – zgodny z wariantem 1 analizy częstotliwościowej (obciążenie siłą działającą na kierunku osi „z”),
- Wariant 2 – taki sam, co wariant powyższy, lecz w warunkach obciążenia nie występuje działanie pola grawitacyjnego,
- Wariant 3 – zgodny z wariantem 3 analizy częstotliwościowej (obciążenie wymuszonymi przemieszczeniami na kierunku osi „y” i „z”),
- Wariant 4 - taki sam, co wariant powyższy, lecz w warunkach obciążenia nie występuje działanie pola grawitacyjnego,

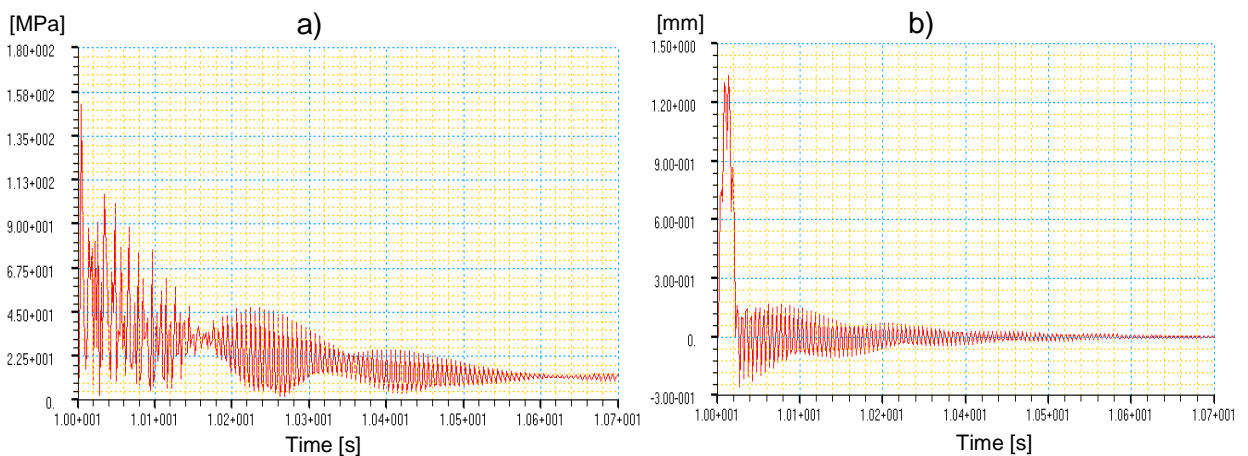
Otrzymane wyniki przedstawiono na rys. 5.21-5.25, a plik wsadowy z kodem źródłowym został umieszczony w pracy [77].



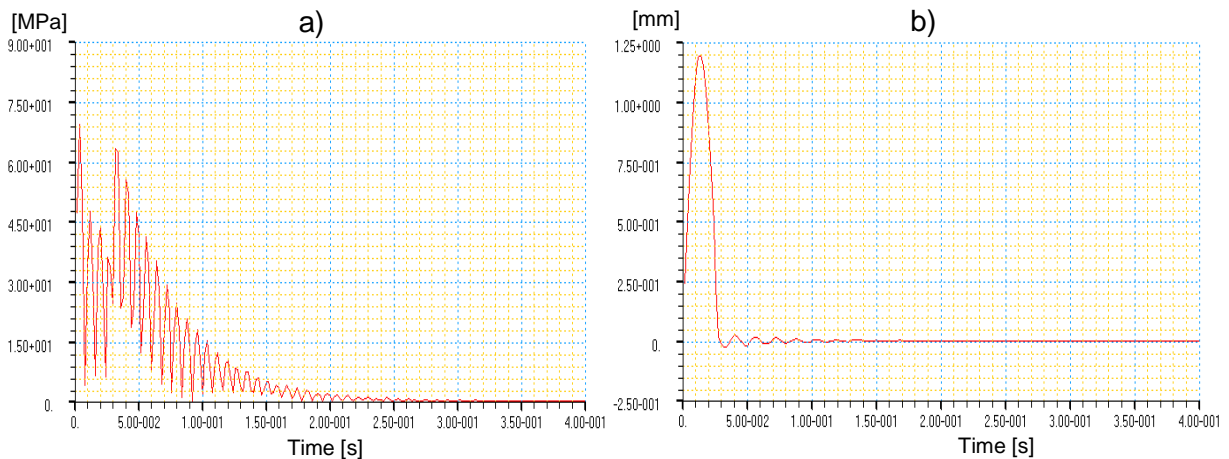
Rys. 5.21. Charakterystyki czasowe dla **wariantu 1**: a) przebieg naprężeń H-M-H dla punktu σ_4 , b) przemieszczenia punktu S na kierunku osi „z”



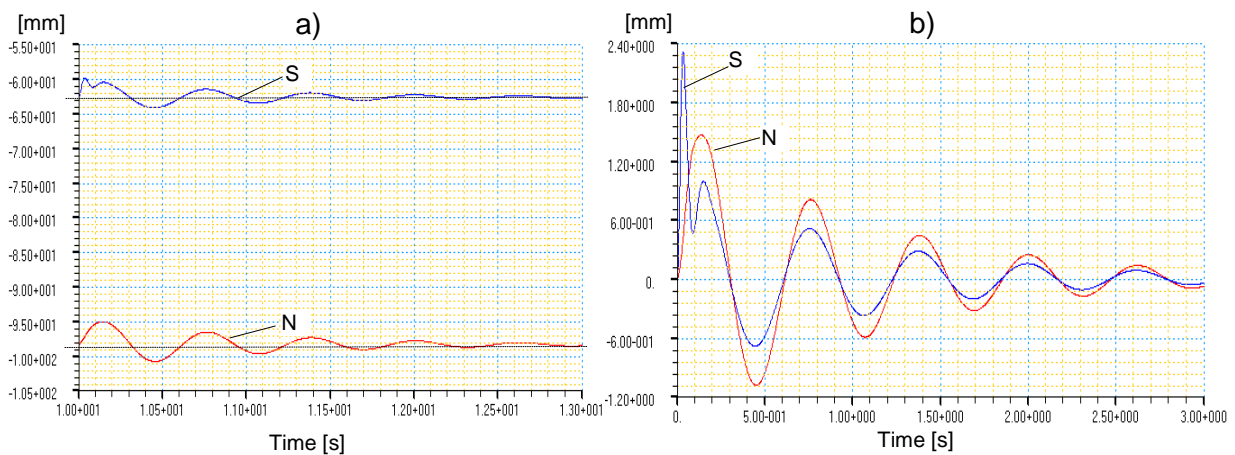
Rys. 5.22. Charakterystyki czasowe dla **wariantu 2** (brak wpływu pola grawitacyjnego): a) przebieg naprężeń H-M-H dla punktu σ_4 , b) przemieszczenia punktu S na kierunku osi „z”



Rys. 5.23. Charakterystyki czasowe dla **wariantu 3**: a) przebieg naprężeń H-M-H dla punktu σ_4 , b) przemieszczenia punktu S na kierunku osi „z”



Rys. 5.24. Charakterystyki czasowe dla **wariantu 4** (brak wpływu pola grawitacyjnego): a) przebieg naprężeń H-M-H dla punktu σ_4 , b) przemieszczenia punktu S na kierunku osi „z”



Rys. 5.25. Charakterystyki czasowe przemieszczeń punktu zwrotnicy (punkt S) oraz nadwozia (punkt N) na kierunku osi „y”: a) **wariant 3**, b) **wariant 4**

Otrzymane na rys 5.21 – 5.22 charakterystyki są wynikiem działania siły zewnętrznej opisanej półokresem funkcji sinus, o czasie działania odpowiadającym prędkości przejazdu koła przez przeszkodę. W przebiegu naprężenia punktu σ_4 (rys.5.21a i 5.22) widoczny jest nieznaczny wpływ pola grawitacyjnego podczas działania obciążenia w postaci siły, gdyż kolejne amplitudy po czasie 1,3s są wytłumiane do zera dla wariantu 2 (rys. 5.22a), natomiast dla wariantu 1 (rys. 5.21a) do poziomu około 3MPa. Maksymalna amplituda drgań dla przebiegu naprężenia przyjmuje tą samą wartość (ok. 75MPa) maksymalną jak w analizie częstotliwościowej (rys. 5.16) przy tych samych założeniach układu, co potwierdza zgodność prowadzonych obliczeń. Zależność przesunięcia wartości średniej można także dostrzec w przebiegach przemieszczeń punktu S na kierunku osi „z” (rys. 5.21b, 5.22b), w których dodatkowo widać nieznaczne różnice w amplitudzie przebiegów (dla wariantu 1 amplituda przemieszczeń jest nieznacznie większa, a wartość średnia jest przesunięta o około 7mm poniżej zera). Czas wygaszania amplitud przemieszczeń na kierunku osi „z” sworzni zwrotnicy (punkt S) wynosi w obu przypadkach około 0,35s, co w odniesieniu do otrzymanych wyników w pozycji [85] potwierdza zgodność dobranych parametrów układu. Ponadto można zauważyć, że występują inne okresy drgań dla naprężeń i przemieszczeń. W przypadku przemieszczeń częstotliwość tłumienia układu jest na poziomie 30Hz, natomiast

w przebiegu naprężeń w obu wariantach widoczny jest szum o większej częstotliwości niż częstotliwość tłumienia przemieszczeń.

Dla wariantu trzeciego i czwartego obciążeniem zewnętrznym były dwa skorelowane ze sobą wymuszone przemieszczenia, przyłożone na końcu drążka podłużnego (punkt D), na kierunku osi „z” oraz w miejscu styku koła z nawierzchnią (punkt O), na kierunku osi „y”. Wymuszone przemieszczenie działające w punkcie D wpływa znacząco na przebieg naprężeń punktu σ_4 (rys.5.23a i 5.24a). Charakterystyczne jest tu naprężenie wtórne, powstające po czasie ok. 0,03s, które posiada większą częstotliwość i amplitudę drgań dla wariantu 3 (w polu grawitacyjnym, rys. 5.23), niż dla wariantu 4 (rys.5.24). Ponadto maksymalna amplituda naprężenia i przemieszczenia przypada w obu wariantach na wartość początkową przemieszczenia (bliską zeru), po czym maleje do czasu zakończenia działania wymuszenia, a przebieg ma podobny charakter zmian w cyklu wtórnym. Układ z wariantu 3 i 4 pozwala zauważyć wyraźny wpływ masy koła oraz działania pola grawitacyjnego na przebieg naprężeń w punkcie σ_4 zwrotnicy, przy zachowaniu parametrów tłumienia i sztywności układu, zakładając, że podczas przejazdu przez przeszkodę drążek wzdłużny doznaje wymuszonego przemieszczenia o amplitudzie 1,2mm.

Rysunek 5.25 ma charakter poglądowy i służy do weryfikacji układu. Iloraz ciężaru nadwozia do wartości przemieszczenia punktu N winien być równy przyjętej sztywności resoru, co jest zgodne z rysunkiem 5.25a. Ze względu na oszacowanie parametrów sprężysto-tłumiących na podstawie wartości rzeczywistych amplituda przemieszczeń nadwozia (punktu N) na kierunku osi „y” winna być mniejsza od amplitudy wejściowej, co jest zgodne z rys. 5.25a i 5.25b. Ponadto działanie pola grawitacyjnego wpływa na powstawanie wyższych amplitud przemieszczeń, co również wynika z rys. 5.25.

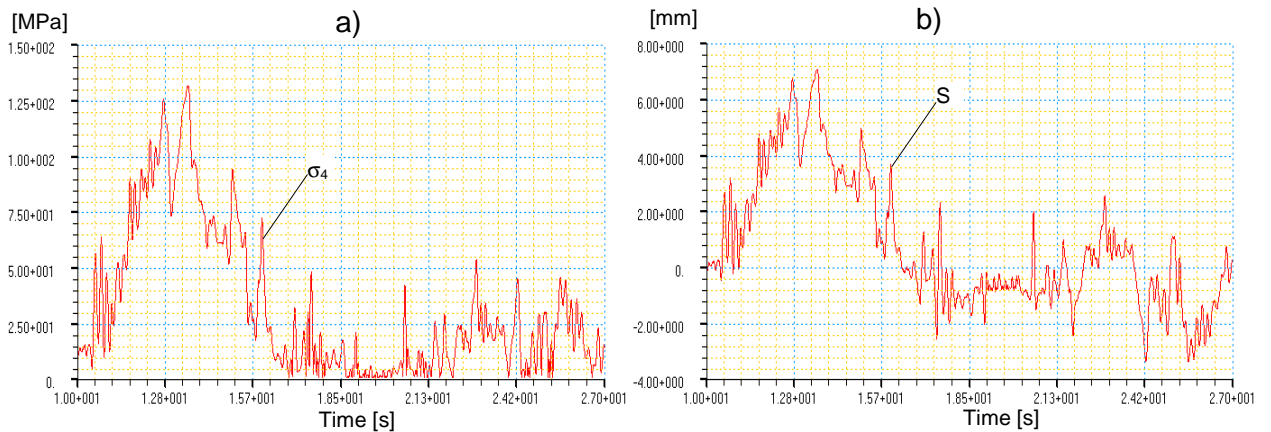
Etap 2 analizy odpowiedzi czasowej jest symulacją przejazdu na nawierzchni wyboistej, opisaną historią obciążenia zgodnie z rys. 4.26 rozdziału 4. W celach poglądowych wpływu nierówności na przemieszczenia punktu N (nadwozia) rozpatrzono 2 warianty.

W wariacie 1 obciążeniem jest tylko losowy przebieg siły zewnętrznej w czasie, działającej w punkcie D drążka wzdłużnego na kierunku zgodnym z osią „z”. Warunki brzegowe oraz punkt przyłożenia siły są takie same jak w wariacie 1 analizy częstotliwościowej.

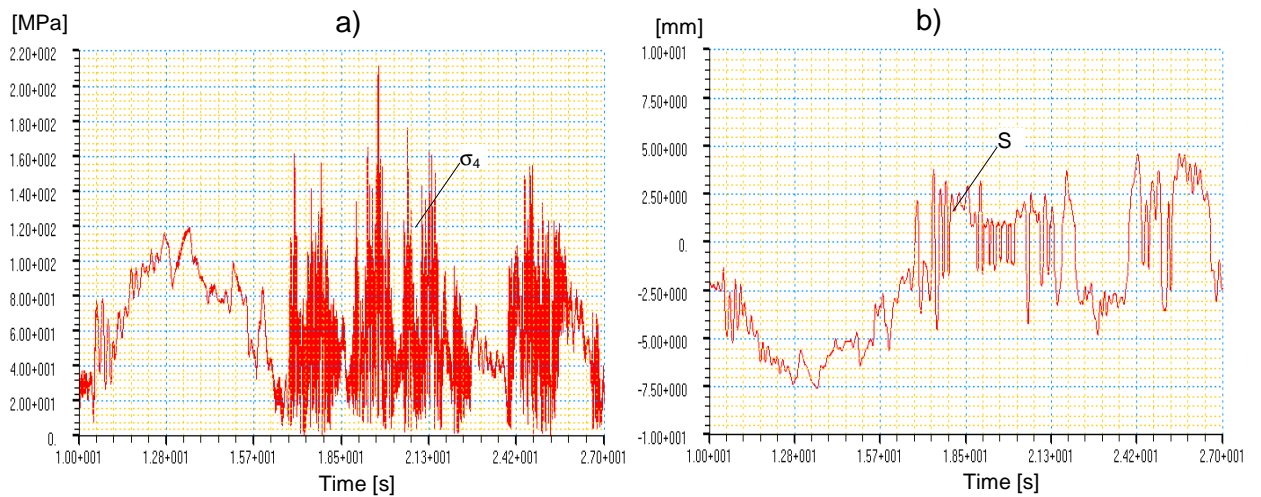
W wariacie 2 uwzględniono wpływ losowego obciążenia w postaci wymuszonego przemieszczenia na kierunku osi „y” przyłożonym w punkcie O (miejsce kontaktu opony z nawierzchnią, rys.5.8). Przemieszczenia u_y zostały przeskalowane na podstawie kinematyki układu, w funkcji przemieszczeń u_{z1} powstałych w wyniku działania siły jednostkowej. Wartości przemieszczenia jednostkowego u_{z1} przemnożono przez wielkość rzeczywistego przemieszczenia $u_z(t)$, powstałego w wyniku działającej siły w drążku wzdłużnym, którą wcześniej obliczono w oparciu o wyniki badań eksploatacyjnych podczas jazdy po nierównościach. Otrzymany w ten sposób losowy przebieg $u_z(t)$ przyłożono w punkcie D (rys. 5.8), który jest równoznaczny z przebiegiem siły zewnętrznej w czasie otrzymanej z pomiarów podczas jazdy po nierównościach. Warunki brzegowe i punkty przyłożenia obciążenia zewnętrznego są takie same jak w wariacie 3 analizy częstotliwościowej.

W celu zobrazowania zmienności i wielkości amplitudy badanych przebiegów naprężeń i przemieszczeń dla funkcji TLOAD1 wykorzystano dwie tablice dynamiczne TABLED1. W pierwszej tablicy zapisano losowy przebieg zmian przemieszczeń u_z na kierunku osi „z”, działających w punkcie D (rys. 5.8). W drugiej tablicy zapisano przemieszczenia u_y , które pokrywają się z kierunkiem osi „y” i zostały przyłożone w punkcie O. Takie wyznaczenie dwóch typów obciążeń sprawia, że oba obciążenia są

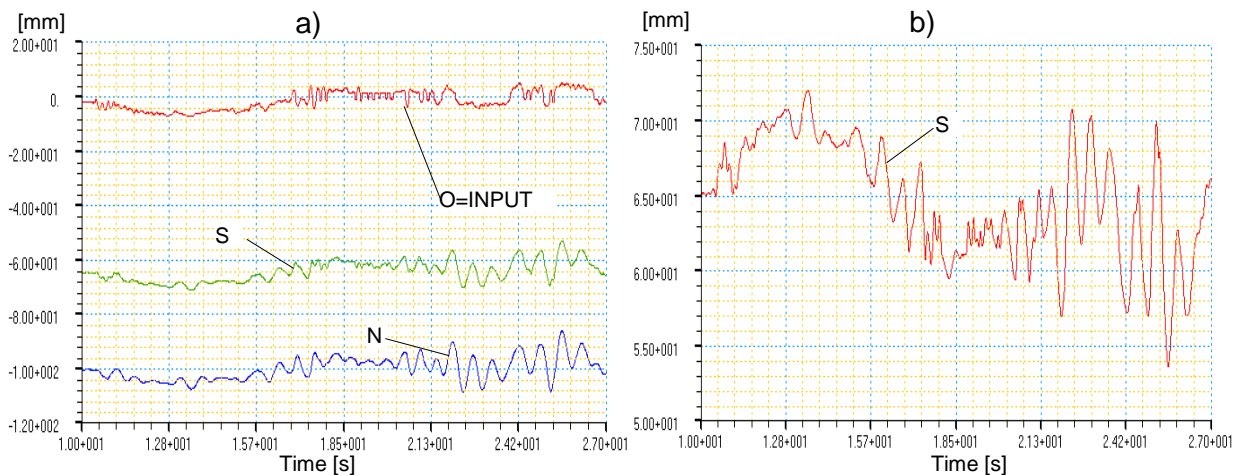
w pełni skorelowane ze sobą. Otrzymane wyniki przedstawiono na rys.5.26 - 5.28, a plik wsadowy z kodem źródłowym został umieszczony w pracy [77].



Rys. 5.26. Charakterystyki czasowe punktów pomiarowych – etap 2, wariant 1: a) przebieg naprężeń H-M-H w punkcie σ_4 , b) przemieszczenia punktu S, na kierunku osi „z”



Rys. 5.27. Charakterystyki czasowe punktów pomiarowych – etap 2, wariant 2: a) przebieg naprężeń H-M-H w punkcie σ_4 , b) przemieszczenia punktu S, na kierunku osi „z”



Rys. 5.28. Charakterystyki czasowe przemieszczeń – etap 2, wariant 2: a) punktów O (styku opony), S i N na kierunku osi „y”, b) przemieszczenia wypadkowe punktu S

Przeprowadzona analiza czasowa dla różnych rodzajów obciążenia pozwala zauważyć pewne zależności w otrzymanych przebiegach naprężeń i przemieszczeń, będących odpowiedziami układu.

W wariantcie pierwszym **drugiego** etapu analizy czasowej obciążeniem zewnętrznym był losowy przebieg siły zewnętrznej przyłożonej na końcu drążka podłużnego (punkt D), otrzymanej z badań podczas jazdy na nawierzchni wyboistej. Otrzymany przebieg naprężenia zredukowanego dla punktu σ_4 (rys. 5.26a) jest zgodny z przebiegiem otrzymanym w tym samym punkcie w trakcie badań eksploatacyjnych, co oznacza, że układ jest poprawnie zbudowany. Różnice w maksymalnych wartościach przebiegów naprężeń wynikają z wprowadzonej wielkości sztywności obrotowej (przyjętej z literatury) układu wokół osi zwrotnicy i można je zminimalizować zakładając większą sztywność obrotową układu.

Wariant drugi etapu drugiego uwzględnia działanie pola grawitacyjnego. W otrzymanym przebiegu naprężenia zredukowanego dla punktu σ_4 (rys. 5.27a) widoczny jest wzrost częstotliwości przebiegu i wartości maksymalnych, co świadczy o powstawaniu sprzężenia w wyniku działania wymuszonych przemieszczeń na kierunkach „z” i „y”.

Dla celów poglądowych na rys 5.28 przedstawiono zachowanie się punktu nadwozia (punktu N) w czasie symulacji ruchu pojazdu po nierównościach, co rozpatrzono jako wariant 2 obliczeń. W wyniku działania losowych wymuszonych przemieszczeń w punkcie O i D, przemieszczenia sworznia nadwozia są wzmacniane przez układ, co wynika z rys. 5.28a i 5.28b. Dla przemieszczeń wypadkowych największe wartości przypadają dla punktu K, co przedstawiono na rys 5.31b.

Otrzymane na rys. 5.21-5.25 przebiegi czasowe wykazują charakter cykliczny, jednakże zauważalny wpływ na ich przebieg mają warunki brzegowe.

Funkcja TLOAD2 pozwala w wygodny sposób wykonywać obliczenia dla wybranej częstotliwości. Funkcja TLOAD1 pozwala na symulację losowych warunków obciążeń otrzymanych z pomiarów eksploatacyjnych, jak również badanie wpływu pola grawitacyjnego na wprowadzone obciążenia losowe.

Analizę czasową można wykorzystać do modelowania losowych przebiegów czasowych o różnej szerokości pasma.

Wyniki otrzymane w analizie odpowiedzi czasowej dają przebiegi naprężeń (odkształceń) w czasie, które są dość dobrze zbliżone do przebiegów rzeczywistych naprężeń, dlatego zostały one wykorzystane w analizie zmęczeniowej.

5.4. Analiza wpływu obciążeń losowych dla określonych zakresów częstotliwości

Aby uwzględnić wpływ losowych obciążeń eksploatacyjnych działających na ramię zwrotnicy przeprowadzono analizę dynamiczną, w której historia obciążenia w czasie jest zastąpiona charakterystyką gęstości widmowej mocy (PSDF). Obliczenia numeryczne oparte są na metodzie modalnej analizy częstotliwościowej układu (SOL 111). Dlatego wykorzystano wariant 1 i 2 warunków brzegowych z analizy częstotliwościowej. Wczytanie parametrów opisujących funkcję obciążenia w postaci $PSDF_{IN}$ oraz pozostałych komend uruchamiających obliczenia numeryczne w module analizy losowej jest możliwe jedynie na poziomie skryptowym (brak możliwości w interfejsie Patran).

Przy tworzeniu charakterystyki wejściowej $PSDF_{IN}$ rozpatrzono następujące przypadki:

- Przypadek 1: Funkcję wejściową $PSDF_{IN}$ obliczono przyjmując stały poziom amplitudy obciążenia, jak w analizie częstotliwościowej. Do analizy przyjęto dwa warianty, o różnych parametrach tłumienia (wariant 1 i 2 z analizy częstotliwościowej).
- Przypadek 2: Charakterystykę wejściową $PSDF_{IN}$ obliczono na podstawie wyników pomiarów obciążeń eksploatacyjnych, opisanych w rozdziale 4, z uwzględnieniem rodzaju nawierzchni oraz prędkości pojazdu.

5.4.1. Stała wartość funkcji gęstości widmowej mocy $PSDF_{IN}$

Moduł numeryczny do analizy dynamiki obciążeń losowych umożliwia wykorzystanie charakterystyki gęstości widmowej mocy (PSDF) opisującej działającą siłę zewnętrzną, przyspieszenie bądź wymuszenie układu. Stały poziom funkcji gęstości widmowej mocy w zakresie częstotliwości od 0 do 30Hz, został ustalony na podstawie wariantu 1 i 2 z przeprowadzonej wcześniej analizy częstotliwościowej, w której przyjęto, że amplituda obciążenia jest równa $RMS=8,83kN$. Wartość wejściową funkcji gęstości widmowej mocy $PSDF_{IN}$ obciążeń:

$$PSDF_{IN} = \frac{RMS^2}{\Delta f} \left[\frac{N^2}{Hz} \right] \quad (5.30)$$

obliczono w taki sposób aby pierwiastek z pola $A=PSDF_{IN} \times 30Hz$ pod wykresem tej funkcji, w badanym przedziale częstotliwości był równy założonej w wariancie 1 wartości $RMS=8,83kN$. Stąd funkcja gęstości widmowej mocy (wykorzystana w obliczeniach numerycznych) jest na poziomie $PSDF_{IN} \approx 2,60 \cdot 10^6 [N^2/Hz]$.

W analizie losowej wykorzystano warunki brzegowe i miejsca przyłożenia obciążenia jak w wariacie 1 i 2 z analizy częstotliwościowej. Dla obu wariantów otrzymano wartości częstotliwości własnych – kolejnych mod kształtu jak w analizie modalnej.

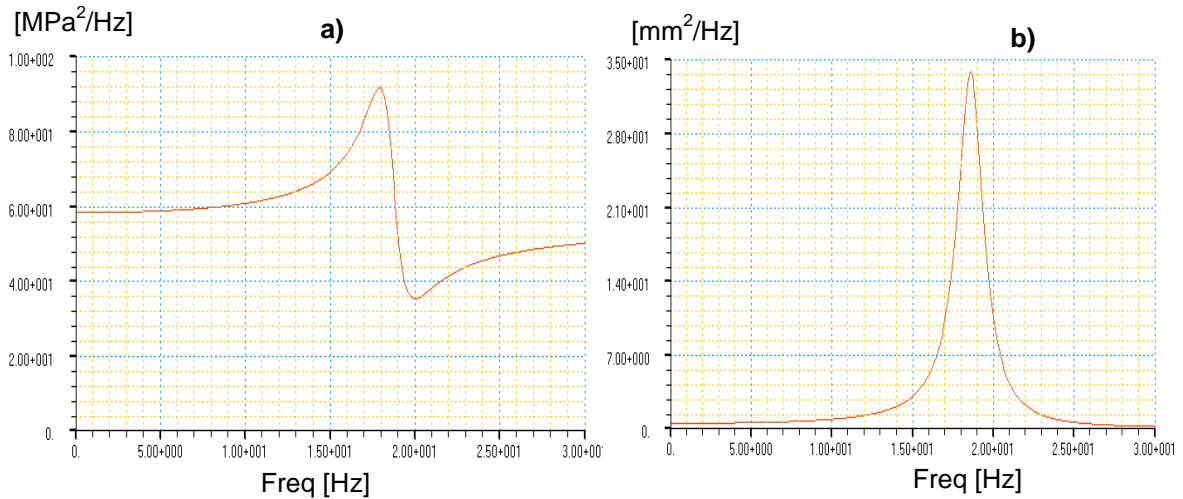
Dla stałej wartości funkcji $PSDF_{IN}$, obliczone numerycznie wartości RMS dla składowych naprężeń „x”, „y” i „z” z funkcji spektralnej odpowiedzi układu dla punktu pomiarowego σ_4 zaznaczono czerwoną ramką na rys. 5.29.

STRESSES IN HEXAHEDRON SOLID ELEMENTS (HEXA)								
(ROOT MEAN SQUARE)								
ELEMENT ID.	CORNER	-----CENTER AND CORNER POINT STRESSES-----						
	GRID-ID	NORMAL-X	NORMAL-Y	NORMAL-Z	SHEAR-XY	SHEAR-YZ	SHEAR-ZX	
a)	CENTER	3.815166E+01	1.205664E+00	1.441830E+01	9.121073E+00	3.528394E+00	2.107528E+01	
	370967	4.101423E+01	1.342401E+00	1.462394E+01	1.054816E+01	3.596311E+00	2.633575E+01	
	371013	3.192571E+01	9.714190E-02	1.417577E+01	7.915499E+00	2.836965E+00	2.340375E+01	
	371023	3.273481E+01	1.091438E+00	1.890800E+01	7.693967E+00	3.460469E+00	2.190626E+01	
	370978	4.133937E+01	2.485902E+00	2.013325E+01	1.032663E+01	4.219818E+00	2.437940E+01	
	370969	4.331371E+01	1.375364E+00	1.085791E+01	1.054817E+01	3.596314E+00	1.980714E+01	

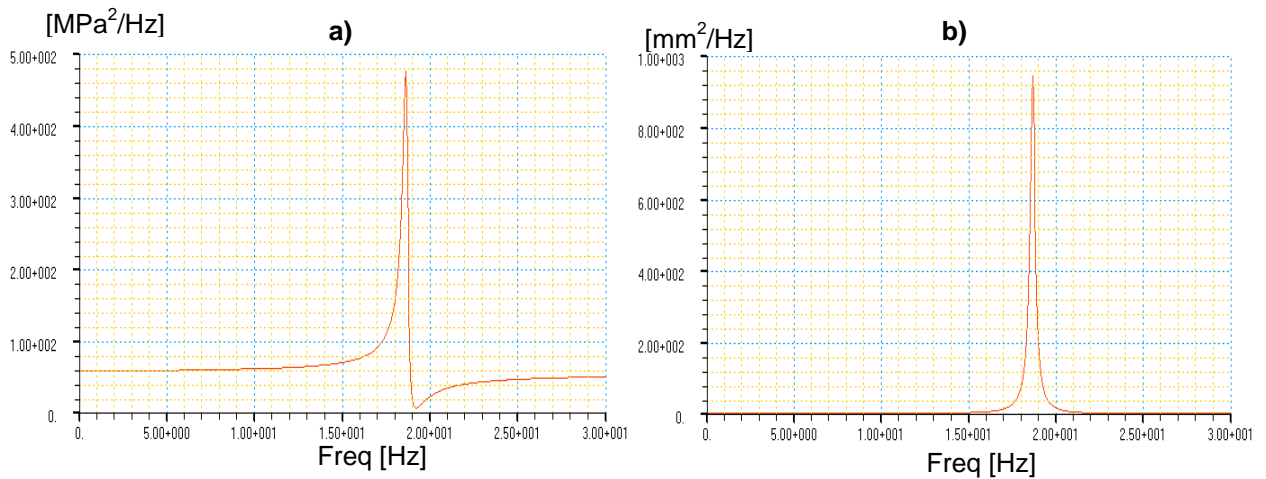
STRESSES IN HEXAHEDRON SOLID ELEMENTS (HEXA)								
(ROOT MEAN SQUARE)								
ELEMENT ID.	CORNER	-----CENTER AND CORNER POINT STRESSES-----						
	GRID-ID	NORMAL-X	NORMAL-Y	NORMAL-Z	SHEAR-XY	SHEAR-YZ	SHEAR-ZX	
b)	CENTER	3.997707E+01	1.260408E+00	1.504813E+01	9.475471E+00	3.666722E+00	2.200474E+01	
	370967	4.299018E+01	1.405659E+00	1.525645E+01	1.095736E+01	3.736833E+00	2.747775E+01	
	371013	3.349321E+01	9.947977E-02	1.478670E+01	8.223875E+00	2.948408E+00	2.441436E+01	
	371023	3.433606E+01	1.139061E+00	1.971548E+01	7.993574E+00	3.596607E+00	2.285482E+01	
	370978	4.332839E+01	2.596075E+00	2.099467E+01	1.072706E+01	4.385031E+00	2.543999E+01	
	370969	4.535388E+01	1.440229E+00	1.134612E+01	1.095737E+01	3.736837E+00	2.070087E+01	

Rys. 5.29. Obliczone wartości RMS dla składowych naprężeń (MPa), wybranych punktów pomiarowych: a) wariant 1, a) wariant 2

Charakterystyki spektralne $PSDF_{OUT}$ naprężeń oraz przemieszczeń dla badanych punktów układu przedstawiono na rys. 5.30-5.35



Rys. 5.30. Przebiegi funkcji wyjściowych $PSDF_{OUT}$ dla wariantu 1: a) naprężeń H-M-H dla punktu σ_4 ; b) przemieszczeń punktu S na kierunku osi „z”



Rys. 5.31. Przebiegi funkcji wyjściowych $PSDF_{OUT}$ dla wariantu 2: a) naprężeń H-M-H dla punktu σ_4 ; b) przemieszczeń punktu S na kierunku osi „z”

Wartości RMS dla poszczególnych składowych przemieszczeń punktów pomiarowych sworznia i korbów ramienia zaznaczono czerwoną ramką na rys. 5.32.

DISPLACEMENT VECTOR (ROOT MEAN SQUARE)									
POINT ID.	TYPE	T1	T2	T3	R1	R2	R3		
8	G	0.0	1.173046E-01	0.0	0.0	4.748454E-02	0.0		
9	G	0.0	1.173046E-01	1.116960E+01	0.0	4.748454E-02	0.0		
11	G	0.0	0.0	1.020741E+01	0.0	0.0	0.0		
15	G	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0		
16	G	0.0	1.424236E-01	0.0	0.0	0.0	0.0		
361000	G	1.459799E-04	1.174114E-01	1.020741E+01	0.0	0.0	0.0		
362000	G	5.735590E-01	1.212968E-01	1.032243E+01	0.0	0.0	0.0		
370967	G	1.797031E+00	1.172049E-01	4.303154E+00	0.0	0.0	0.0		
371583	G	1.798449E+00	1.172302E-01	4.301553E+00	0.0	0.0	0.0		
374205	G	1.797019E+00	1.178533E-01	4.303152E+00	0.0	0.0	0.0		

DISPLACEMENT VECTOR (ROOT MEAN SQUARE)									
POINT ID.	TYPE	T1	T2	T3	R1	R2	R3		
8	G	0.0	4.264279E-01	0.0	0.0	1.096931E-01	0.0		
9	G	0.0	4.264279E-01	2.580267E+01	0.0	1.096931E-01	0.0		
11	G	0.0	0.0	2.350904E+01	0.0	0.0	0.0		
15	G	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0		
16	G	0.0	3.234138E-01	0.0	0.0	0.0	0.0		
361000	G	4.388327E-04	4.268706E-01	2.350904E+01	0.0	0.0	0.0		
362000	G	1.323938E+00	4.252551E-01	2.379822E+01	0.0	0.0	0.0		
370967	G	4.151196E+00	4.258579E-01	9.993937E+00	0.0	0.0	0.0		
371583	G	4.152900E+00	4.257303E-01	9.993718E+00	0.0	0.0	0.0		
374205	G	4.151154E+00	4.271750E-01	9.993936E+00	0.0	0.0	0.0		

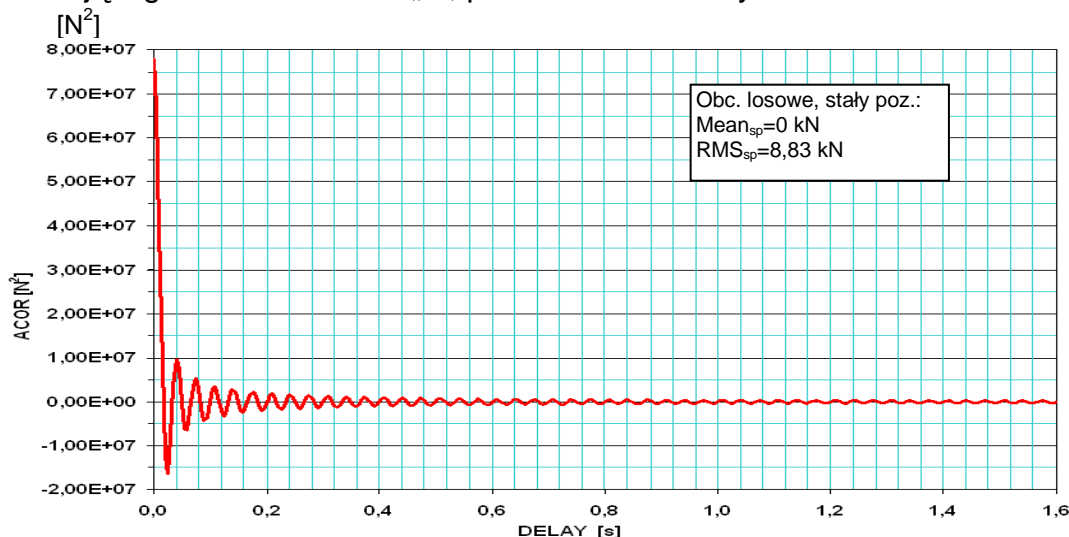
Rys.5.32. Wartości RMS dla składowych przemieszczeń (mm) punktów pomiarowych ramienia (punkt 9 – K, punkt 361000 – S): a) wariant 1, b) wariant 2

Do analizy naprężeń otrzymanych przy użyciu modułu obciążeń losowych wybrano punkt pomiarowy σ_4 , leżący na górnej płaszczyźnie karbu rozciąganego, w którym w odniesieniu do pomiarów statycznych, jak również eksploatacyjnych występowały maksymalne obciążenia. Wartości RMS przebiegu obciążenia zewnętrznego dla punktu D (końca drążka podłużnego), przedstawiono czerwoną ramką na rys. 5.33.

LOAD VECTOR (ROOT MEAN SQUARE)									
POINT ID.	TYPE	T1	T2	T3	R1	R2	R3		
361000	G	0.0	0.0	8.831770E+03	0.0	0.0	0.0		
					FEBRUARY	1, 2013	MD NASTRAN	12/15/10	PAGE

Rys. 5.33. Wartości RMS dla obciążenia zewnętrznego (N) (węzeł nr 361000 – punkt S) dla wariantu 1 i 2

Przebiegi autokorelacji obciążenia zewnętrznego, przyłożonego w punkcie D, działającego na kierunku osi „z”, przedstawiono na rysunku 5.34.



Rys. 5.34. Przebieg funkcji autokorelacji obciążenia zewnętrznego, wariant 1 i 2

Wyżej przedstawione charakterystyki otrzymano w obliczeniach metodą analizy losowej, zakładając stałą wartość (w przedziale od 0 do 30Hz) funkcji wejściowej $PSDF_{IN}$. Takie podejście pozwala na szybką weryfikację otrzymanych wyników na podstawie ustalonych punktów pomiarowych. Przyjęcie dwóch wariantów o różnych współczynnikach tłumienia umożliwiło zobrazowanie ich wpływu na zmiany charakterystyk wynikowych.

Zaznaczone na rys. 5.29a poszczególne składowe wartości RMS naprężeń dla punktu pomiarowego σ_4 różnią się nieznacznie (w zakresie 2MPa) od wartości składowych RMS dla układu o niskim współczynniku tłumienia krytycznego (rys. 5.29b dla $\zeta=0,01$). Natomiast w przypadku funkcji gęstości $PSDF_{OUT}$ różne parametry tłumienia znacząco zmieniają amplitudę funkcji naprężenia w zakresie mody 3 częstotliwości drgań własnych układu (18,7Hz – rys. 5.30a i 5.31a). Istotne różnice zachodzą również w wartościach RMS przemieszczeń układu, które dla punktu środka koła (punkt 9 rys 5.32) zmieniają się na kierunku osi „z” z 11,1mm do 25,8mm dla wariantu 2 obliczeń.

W celu weryfikacji poprawności obliczeń na rys. 5.33 przedstawiono wartość RMS obciążenia zewnętrznego obliczona metodą numeryczną, która dla obu wariantów jest

zgodna z wartością RMS równą 8,83kN dla przyjętego obciążenia, co świadczy o poprawności prowadzonych obliczeń. Funkcja autokorelacji (rys. 5.34) pozwala zauważyć, że obciążenie zewnętrzne ma charakter szumu szerokopasmowego (duży skok pomiędzy pierwszą a drugą amplitudą funkcji), o średniej amplitudzie równej zero i wartości RMS odpowiadającej amplitudzie losowego obciążenia zewnętrznego.

W związku z powyższymi spostrzeżeniami do dalszej analizy wpływu obciążeń eksploatacyjnych w module analizy losowej przyjęto układ o rzeczywistych współczynnikach tłumienia oraz dla dwóch rodzajów rzeczywistego obciążenia zewnętrznego układu, odpowiadających zmiennym wartościom funkcji gęstości widmowej mocy $PSDF_{IN}$.

5.4.2. Zmienna wartość funkcji gęstości widmowej mocy $PSDF_{IN}$

Do obliczenia rzeczywistego przebiegu funkcji wejściowej gęstości widmowej mocy $PSDF_{IN}$ wykorzystano zarejestrowane przebiegi naprężeń eksploatacyjnych ramienia zwrotnicy. W tym celu wykorzystano opisane w rozdziale 4 przebiegi czasowe siły zewnętrznej obliczone w oparciu o wyniki pomiarów eksploatacyjnych. Przedstawione w powyższym rozdziale obliczenia numeryczne zostały przeprowadzone dla dwóch funkcji gęstości widmowych mocy $PSDF_{IN}$, utworzonych z przebiegów obciążenia otrzymanych podczas jazdy na drodze wyboistej oraz podczas jazdy po łuku w prawo, które przedstawiono w rozdz. 4 odpowiednio na rys.4.30 i 4.39. Powyższe rzeczywiste charakterystyki wejściowe odpowiadają zakresowi o niskiej częstotliwości (do 10Hz), o przyroście częstotliwości $\Delta f=0,024\text{Hz}$.

Obliczenia dla zmiennej wartości funkcji $PSDF_{IN}$ zostały przeprowadzone dla rzeczywistych parametrów sprężysto-tłumiących i warunków brzegowych zgodnie z wariantem 1 analizy częstotliwościowej.

Przedstawione w rozdziale 4 wartości funkcji $PSDF_{IN}$ wykorzystano w kodzie źródłowym do solwera NASTRAN, do którego funkcje te zostały wczytane jako obciążenie zewnętrzne. Kod źródłowy programu zamieszczono w pracy [77]. Powyższe dwa przypadki obciążenia opisano jako:

- wariant 1 – dla wartości $PSDF_{IN}$ otrzymanej z badań podczas jazdy na drodze wyboistej,
- wariant 2 – dla wartości $PSDF_{IN}$ otrzymanej z badań podczas jazdy po łuku w prawo.

Na podstawie powyższych założeń, po przeprowadzonych obliczeniach otrzymano następujące wartości RMS dla, składowych „x”, „y” i „z” naprężeń oraz przemieszczeń funkcji spektralnej odpowiedzi układu, dla punktów pomiarowych σ_4 i S, które zaznaczono czerwoną ramką na rys. 5.34 i 5.35.

a)

STRESSES IN HEXAHEDRON SOLID ELEMENTS (HEXA)							
(ROOT MEAN SQUARE)							
ELEMENT ID.	CORNER GRID-ID	NORMAL-X	NORMAL-Y	NORMAL-Z	SHEAR-XY	SHEAR-YZ	SHEAR-ZX
235678	OGRID CS 8 GP						
	CENTER	3.315100E+01	1.412115E+02	1.325650E+01	1.527620E+01	8.558223E+00	7.659408E-01
	361999	4.735688E+01	1.832953E+02	1.560737E+01	1.958491E+01	1.114499E+01	1.539902E+00
	362000	4.790681E+01	1.862120E+02	1.427479E+01	1.998829E+01	1.132669E+01	1.734865E+00
	362004	4.061747E+01	1.850516E+02	1.041013E+01	2.107914E+01	1.152916E+01	1.718405E+00
	362003	4.025231E+01	1.821555E+02	1.106771E+01	2.066335E+01	1.147100E+01	1.605728E+00
	362011	2.507313E+01	9.573696E+01	1.699619E+01	9.276649E+00	5.325628E+00	3.223835E-01
	362012	2.476009E+01	1.000045E+02	1.638910E+01	1.002759E+01	5.398305E+00	2.959801E-01
	362016	1.948421E+01	1.008431E+02	1.068654E+01	1.117608E+01	6.121375E+00	5.675143E-02
	362015	1.975707E+01	9.639342E+01	1.062018E+01	1.041360E+01	6.148620E+00	9.024204E-02
243536	OGRID CS 8 GP						
	CENTER	3.790955E+01	1.198186E+00	1.432975E+01	9.066794E+00	3.507484E+00	2.094525E+01
	370967	4.075144E+01	1.333972E+00	1.453394E+01	1.048541E+01	3.574983E+00	2.617344E+01
	371013	3.171868E+01	9.663968E-02	1.408861E+01	7.868385E+00	2.820146E+00	2.325942E+01

b)

STRESSES IN HEXAHEDRON SOLID ELEMENTS (HEXA)							
(ROOT MEAN SQUARE)							
ELEMENT ID.	CORNER GRID-ID	NORMAL-X	NORMAL-Y	NORMAL-Z	SHEAR-XY	SHEAR-YZ	SHEAR-ZX
235678	OGRID CS 8 GP						
	CENTER	3.306140E+01	1.408300E+02	1.322067E+01	1.523492E+01	8.535092E+00	7.638716E-01
	361999	4.722890E+01	1.827999E+02	1.556520E+01	1.953197E+01	1.111487E+01	1.535741E+00
	362000	4.77734E+01	1.857088E+02	1.423621E+01	1.993428E+01	1.129609E+01	1.730176E+00
	362004	4.050771E+01	1.845515E+02	1.038200E+01	2.102219E+01	1.149801E+01	1.713761E+00
	362003	4.014352E+01	1.816633E+02	1.103780E+01	2.060750E+01	1.144000E+01	1.601390E+00
	362011	2.500537E+01	9.547823E+01	1.695026E+01	9.251583E+00	5.311234E+00	3.215123E-01
	362012	2.469318E+01	9.973419E+01	1.634481E+01	1.000050E+01	5.383716E+00	2.951803E-01
	362016	1.943155E+01	1.005706E+02	1.065766E+01	1.114588E+01	6.104834E+00	5.659811E-02
	362015	1.970367E+01	9.613290E+01	1.059148E+01	1.038546E+01	6.132002E+00	8.999819E-02
243536	OGRID CS 8 GP						
	CENTER	3.780704E+01	1.194947E+00	1.429101E+01	9.042283E+00	3.498005E+00	2.088861E+01
	370967	4.064122E+01	1.330364E+00	1.449464E+01	1.045707E+01	3.565320E+00	2.610267E+01
	371013	3.163289E+01	9.637879E-02	1.405052E+01	7.847116E+00	2.812523E+00	2.319653E+01

Rys. 5.35. Obliczone wartości RMS dla składowych naprężeń (MPa), wybranych punktów pomiarowych: a) wariant 1, a) wariant 2

a)

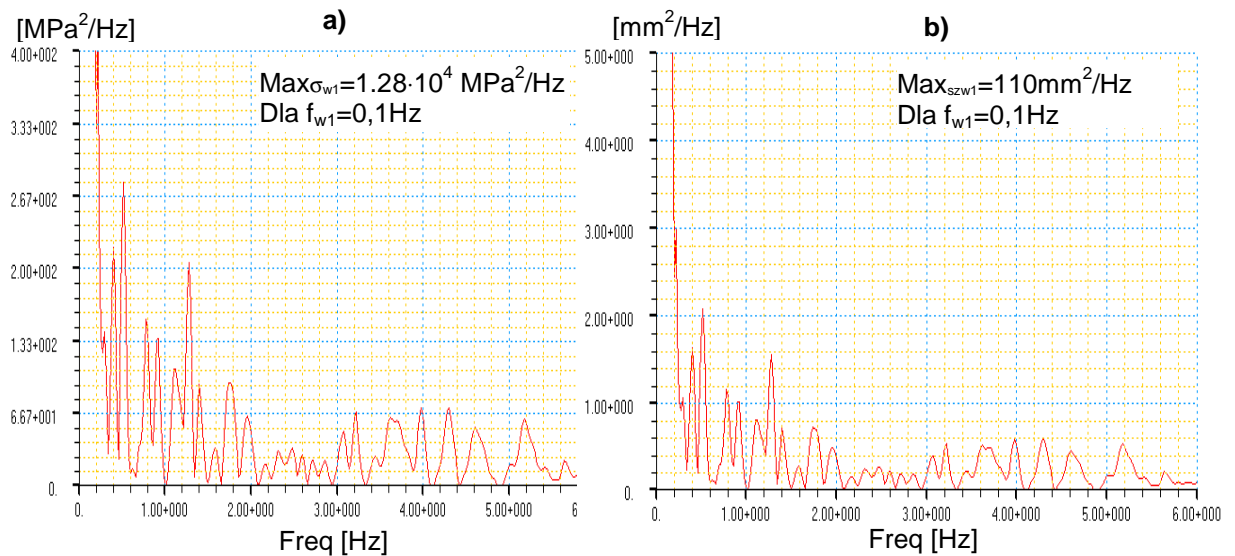
DISPLACEMENT VECTOR								
(ROOT MEAN SQUARE)								
POINT ID.	TYPE	T1	T2	T3	R1	R2		
8	G	0.0	1.640701E-01	0.0	0.0	1.547301E-02	0.0	0.0
9	G	0.0	1.640701E-01	3.639654E+00	0.0	1.547301E-02	0.0	0.0
11	G	0.0	0.0	3.546780E+00	0.0	0.0	0.0	0.0
15	G	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
16	G	0.0	1.842445E-01	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
361000	G	2.527464E-06	1.640712E-01	3.546780E+00	0.0	0.0	0.0	0.0
362000	G	1.906098E-01	1.967439E-01	3.514888E+00	0.0	0.0	0.0	0.0
370967	G	5.858957E-01	1.704479E-01	1.406430E+00	0.0	0.0	0.0	0.0
371583	G	5.915377E-01	1.717918E-01	1.400811E+00	0.0	0.0	0.0	0.0
374205	G	5.858957E-01	1.577565E-01	1.406430E+00	0.0	0.0	0.0	0.0
374821	G	5.915377E-01	1.564426E-01	1.400811E+00	0.0	0.0	0.0	0.0

b)

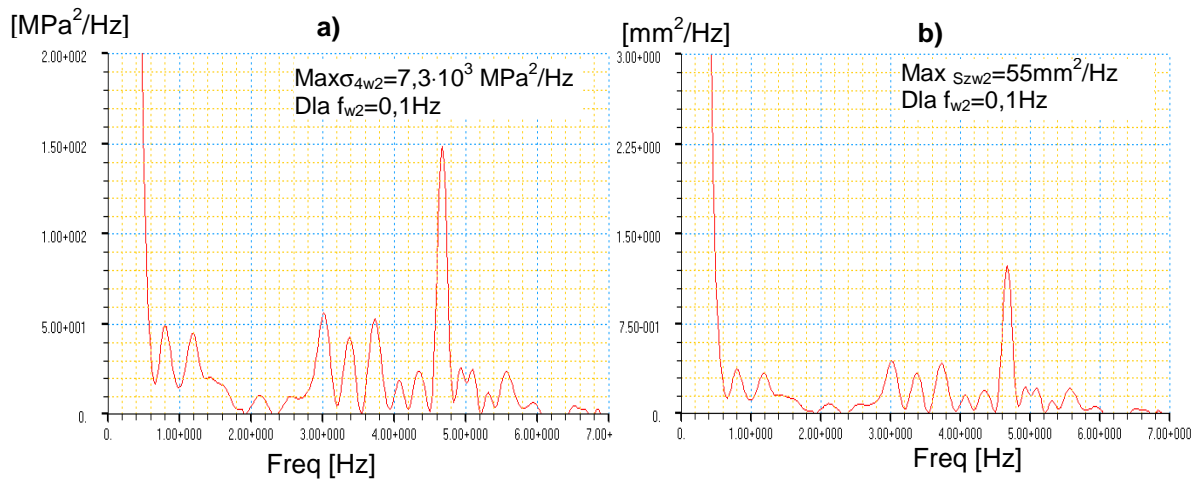
DISPLACEMENT VECTOR									
(ROOT MEAN SQUARE)									
POINT ID.	TYPE	T1	T2	T3	R1	R2	R3		
8	G	0.0	1.563549E-01	0.0	0.0	1.542798E-02	0.0	0.0	0.0
9	G	0.0	1.563549E-01	3.629063E+00	0.0	1.542798E-02	0.0	0.0	0.0
11	G	0.0	0.0	3.536510E+00	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
15	G	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
16	G	0.0	1.649776E-01	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
361000	G	2.262389E-06	1.563557E-01	3.536510E+00	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
362000	G	1.900560E-01	1.907716E-01	3.504694E+00	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
370967	G	5.841906E-01	1.631344E-01	1.402339E+00	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
371583	G	5.898179E-01	1.645584E-01	1.396793E+00	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
374205	G	5.841906E-01	1.496061E-01	1.402339E+00	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
374821	G	5.898178E-01	1.481965E-01	1.396793E+00	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0

Rys. 5.36. Obliczona numerycznie wartość RMS dla przemieszczeń (mm) w analizowanych punktach pomiarowych a) wariant 1, b) wariant 2

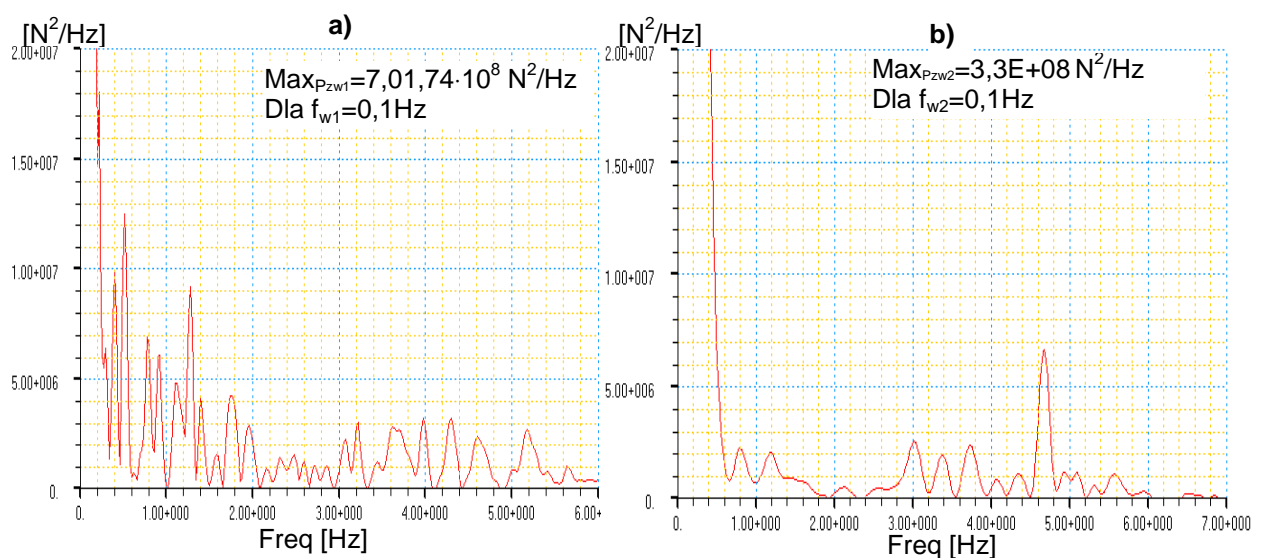
Funkcje gęstości widmowej dla naprężeń oraz przemieszczeń w ustalonych punktach pomiarowych, dla dwóch wariantów obciążenia przedstawiono na rys. 5.37 – 5.38. Charakterystyki funkcji wejściowych PSD_{IN} gęstości widmowych mocy dla wariantów 1 i 2 przedstawiono na rys. 5.39.



Rys. 5.37. Przebiegi funkcji wyjściowych PSDF_{OUT} dla wariantu 1: a) naprężeń H-M-H dla punktu σ_4 ; b) przemieszczeń punktu S na kierunku osi „z”



Rys. 5.38. Przebiegi funkcji wyjściowych PSDF_{OUT} dla wariantu 2: a) naprężeń H-M-H dla punktu σ_4 ; b) przemieszczeń punktu S na kierunku osi „z”



Rys. 5.39. Wielkość obciążenia PSDF_{IN} dla: a) wariantu 1 b) wariantu 2

Dla pierwszego i drugiego wariantu obliczone numerycznie wartości RMS funkcji $PSDF_{IN}$ obciążenia zewnętrznego, dla składowej „z” (punkt D – koniec drążka podłużnego) zaznaczono czerwoną ramką na rys. 5.40.

LOAD VECTOR (ROOT MEAN SQUARE)									
POINT ID.	TYPE	T1	T2	T3	R1	R2	R3		
361000	G	0.0	0.0	8.791584E+03	0.0	0.0	0.0		

LOAD VECTOR (ROOT MEAN SQUARE)									
POINT ID.	TYPE	T1	T2	T3	R1	R2	R3		
361000	G	0.0	0.0	8.670509E+03	0.0	0.0	0.0		

Rys. 5.40. Obliczona numerycznie wartość RMS dla obciążenia zewnętrznego: a) wariant 1, b) wariant 2

Przedstawione na rys. 5.35, zaznaczone czerwoną ramką wartości naprężeń RMS dla punktu pomiarowego σ_4 dla składowej „x” są na zbliżonym poziomie, tj. 22MPa i 20MPa (dla wariantu 2). Ze względu na charakter obliczeń przy wyznaczaniu trwałości zmęczeniowej układu zbieżność wartości RMS naprężeń dla różnych kształtów funkcji wejściowych gęstości mocy ma tu szczególnie istotne znaczenie. Złożone kształty funkcji wejściowych gęstości widmowych można aproksymować łamanymi z zachowaniem stałego poziomu (jak w przypadku 1) RMS obciążenia. Podobnie jest w przypadku przemieszczeń (rys. 5.35), gdzie wartości RMS przyjmują wartości 1,8mm i 1.9mm dla wariantu 2.

Otrzymane wartości końcowe RMS różnią się nieznacznie dla wariantu podczas jazdy po nierównościach od wyników przedstawionych w rozdziale 4 (rys.4.40a). Przyczyną rozbieżności były błędy interpolacji w solverze. Różnice w rozbieżności RMS są niewielkie (poniżej 1%) i są dopuszczalne i świadczą o poprawności przeprowadzonej analizy numerycznej.

Rozbieżności w otrzymanych wartościach RMS obciążenia zewnętrznego wynikają ze sposobu ich wyliczania. W rozdziale 4 obliczono wartości RMS bezpośrednio z przebiegu czasowego obciążenia, w którym uwzględniono wpływ wartości średniej. Natomiast w analizie losowej transformacja z dziedziny czasu do częstotliwości odbywa się przy użyciu funkcji autokorelacji sygnału scentrowanego i nie uwzględnia wartości średniej obciążenia losowego. Wynika to z założeń programowych, w których sygnał losowy jest opisany za pomocą rozkładu normalnego.

Charakterystyki wyjściowe naprężeń i przemieszczeń (rys. 5.37 i 5.38) odpowiadają dwóm wariantom obciążenia eksploatacyjnego, mają przebieg nieregularny oraz mieszczą się w tym samym paśmie częstotliwości. Ich wartości maksymalne są tego samego rzędu i przypadają na zakres częstotliwości bliski zeru. W zakresie częstotliwości drgań układu dla mody 1, równej 1,6Hz (zgodnie z wariantem 5 analizy częstotliwościowej) brak jest widocznego wpływu tej częstotliwości na odpowiedź układu, co jest zgodne z otrzymanymi wcześniej wynikami w tym zakresie.

5.5. Podsumowanie otrzymanych wyników

Z przeprowadzonej w niniejszym rozdziale analizy ramienia zwrotnicy nasuwają się następujące stwierdzenia:

- Istotne znaczenie w procesie modelowania elementu ramienia zwrotnicy ma odpowiednie utwierdzenie, które musi odzwierciedlać rzeczywiste warunki

pracy elementu konstrukcji. Duży wpływ na otrzymane poziomy naprężeń w analizie statycznej ma uwzględnienie połączenia śrubowego, jak również panującego w nim docisku wstępnego, w którym zgodnie z zebranymi w tablicy 5.1 danymi powstają największe naprężenia.

- W analizie numerycznej odpowiedzi czasowej układu wygodnym narzędziem do modelowania historii obciążenia losowego jest tablica dynamiczna TLOAD1, która umożliwia wczytanie przebiegu czasowego o kreślonym paśmie częstotliwości i wartości RMS. Do modelowania obciążenia cyklicznego wykorzystano tablicę dynamiczną TLOAD2, która w prosty sposób umożliwia utworzenie sygnału czasowego o wskazanej częstotliwości, amplitudzie obciążenia i przesunięciu fazowym.
- W kolejnym etapie analizy spektralnej, zbadano wpływ funkcji wejściowej gęstości widmowej mocy na postać funkcji gęstości widmowej mocy na wyjściu z układu. Wykonano dwa warianty obliczeń, w których sygnał wejściowy $PSDF_{IN}$ miał tę samą wartość RMS, lecz różnił się kształtem i zakresem częstotliwości. Dla sygnału $PSDF_{IN}$ w postaci linii o stałym poziomie sygnał wyjściowy $PSDF_{OUT}$ ma ustalony przebieg, o częstotliwości własnej równej 18,5Hz. W drugim przypadku wykorzystano rzeczywisty przebieg obciążenia zewnętrznego, w skład którego wchodzi sygnał zarejestrowany w czasie jazdy po drodze wyboistej. Otrzymane w tym przypadku charakterystyki wyjściowe, mają przebieg nieregularny oraz mieszczą się w tym samym paśmie częstotliwości. Ich wartości maksymalne przypadają na zakres częstotliwości bliski zeru. W zakresie częstotliwości drgań układu dla mody 1, równej 1,6Hz (zgodnie z wariantem 5 analizy częstotliwościowej) brak jest widocznego wpływu tej częstotliwości na odpowiedź układu, co jest zgodne z otrzymanymi wcześniej wynikami w tym zakresie.

Otrzymane charakterystyki gęstości widmowych mocy naprężeń punktu pomiarowego σ_4 są poprawne, gdyż zgodnie odwzorowują przebiegi obciążenia zewnętrznego na wejściu układu. Jednakże zastosowany rodzaj obliczeń uwzględniający losowy przebieg obciążenia, ma charakter uniwersalny i może być stosowany do każdego pasma częstotliwości zmian obciążenia zewnętrznego. Otrzymane w ten sposób wyniki w postaci gęstości widmowych mocy naprężeń zostaną wykorzystane w dalszej części pracy do badania wpływu losowego charakteru obciążeń na trwałość zmęczeniową zwrotnicy.

6. OPTIMALIZACJA NUMERYCZNA ZWROTNICY

Ważnym elementem w etapie projektowania konstrukcji jest optymalizacja, która oznacza często maksymalizację funkcji celu, jakim może być na przykład zysk ekonomiczny. Metody optymalizacji pozwalają na skuteczną analizę wpływu nadmiaru bądź ubytku materiału konstrukcji na zmiany rozkładów naprężeń.

W zapisie matematycznym optymalizacja sprowadza się do minimalizacji funkcji celu $F(\mathbf{X})$ względem wybranych argumentów $\mathbf{X}=\{x_1, x_2, \dots, x_n\}$, zwanych parametrami projektowymi. W niniejszym rozdziale wyjaśniono zasadę działania metod **gradientowych** optymalizacji wykorzystywanych w analizie numerycznej. Metody te zostały wykorzystane do przeprowadzenia dwóch typów optymalizacji numerycznej zwrotnicy:

- Typ 1 oparty jest na optymalizacji topologicznej, w której parametrami projektowymi są własności materiałowe (moduł Younga E , gęstość właściwa materiału ρ). Przy założonym stosunkowo wysokim stopniu redukcji masy i zachowaniu stałej sztywności w układzie pozostają elementy skończone modelu dyskretnego konstrukcji, powyżej przyjętego progu gęstości właściwej materiału. W związku z powyższym ilość parametrów projektowych w optymalizacji topologicznej jest równa liczbie elementów skończonych, za pomocą których modelowana jest badana konstrukcja.
- Typ 2 polegający na optymalizacji kształtu, w której występuje mniejsza liczba parametrów projektowych. W przypadku optymalizacji konstrukcji przy obciążeniu statycznym parametry projektowe są powiązane z wymiarami geometrycznymi konstrukcji. W optymalizacji uwzględniającej wpływ obciążeń dynamicznych dodatkowo uwzględniane są parametry mające wpływ na odpowiedź układu, takie jak sztywność czy tłumienie.

Zagadnienie optymalizacji o nazwie DOT (Design Optimisation Tool) [13, 54, 58, 79], użyte w obliczeniach numerycznych zostało sformułowane poprzez poszukiwanie minimum funkcji celu $F(\mathbf{X})$, w której \mathbf{X} opisuje parametry projektowe $\mathbf{X}=\{x_1, x_2, \dots, x_n\}$, przy spełnieniu następujących ograniczeń:

- funkcje $g_j(\mathbf{X})$ jako ograniczenia nierównościowe:

$$g_j(\mathbf{X}) \leq 0 ; j=1, \dots, n_g \quad (6.1)$$

- funkcje $h_k(\mathbf{X})$ jako ograniczenia równościowe:

$$h_k(\mathbf{X}) = 0 ; k=1, \dots, n_h \quad (6.2)$$

- ograniczenia zakresów – dolne (z indeksem L) i górne (z indeksem U):

$$x_i^L \leq x_i \leq x_i^U ; i=1, \dots, n \quad (6.3)$$

Przedstawiony powyżej problem optymalizacji nazywany jest procedurą minimalizacji, gdyż problem maksymalizacji funkcji $F(\mathbf{X})$ można zastąpić problemem minimalizacji poprzez zmianę znaku funkcji. Ponadto w metodzie numerycznej ograniczenia równościowe są transformowane na ograniczenia nierównościowe, które opisane są jako określony zakres tolerancji przy wyznaczaniu zbieżności funkcji celu.

Parametry projektowe w optymalizacji numerycznej – prostej, są opisywane poprzez jednowymiarowy wektor:

$$\mathbf{X} = \mathbf{X}^0 + \alpha^* \mathbf{S}^1 \quad (6.4)$$

gdzie:

\mathbf{X}^0 - wektor początkowy zmiennych konstrukcyjnych,

\mathbf{S}^1 - początkowy wektor przeszukiwań (w pierwszej iteracji),

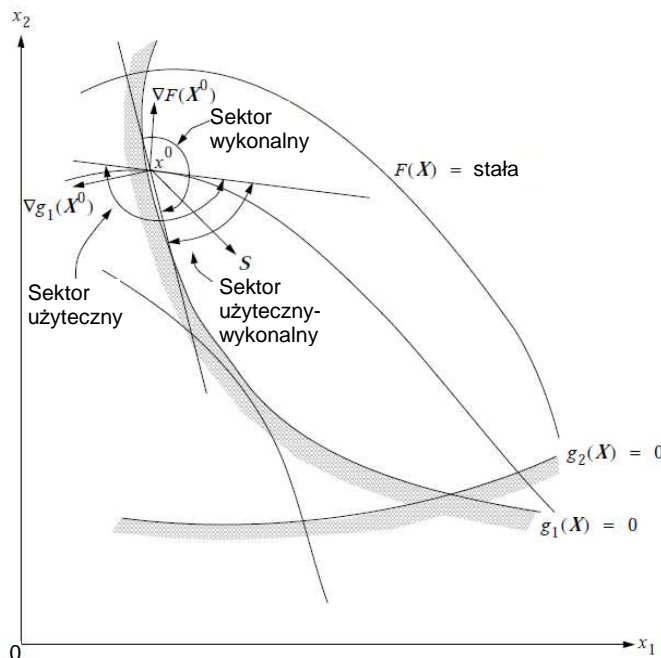
α^* - parametr przeszukiwań, optymalna wielkość kroku na kierunku przeszukiwań, określonym przez \mathbf{S}^1 spełniający wprowadzone ograniczenia.

W pierwszej iteracji wyznaczone zostają optymalna długość kroku α^* oraz kierunek przeszukiwań dla kolejnej iteracji, przy spełnieniu wcześniej podanych ograniczeń.

W przypadku niespełnienia przez parametr α^* wprowadzonych ograniczeń, wyznaczany jest w kolejnej iteracji nowy kierunek przeszukiwań \mathbf{S}^2 . Kierunek \mathbf{S}^2 wyznaczany jest metodą największego spadku funkcji, aby w ten sposób najskuteczniej skrócić drogę do punktu wyznaczającego minimum funkcji celu $F(\mathbf{X})$, przy uwzględnieniu wprowadzonych ograniczeń. Nowy kierunek określony został mianem „użyteczny-wykonalny”, (rys.6.1) i oznacza kierunek o największym spadku, wyrażony poprzez gradient funkcji $F(\mathbf{X})$:

$$\nabla F(\mathbf{X})^T \cdot \mathbf{S} \leq 0 \quad (6.5)$$

Znaczenie „użyteczny” dotyczy określenia kierunku funkcji celu o największym spadku, natomiast „wykonalny” oznacza, że przyjęty kierunek nie narusza wprowadzonych ograniczeń, nawet dla małego kroku.



Rys. 6.1. Opis graficzny dla kierunku przeszukiwania typu „użyteczny-wykonalny” [58]

Zgodnie z rys. 6.1, nowy kierunek przeszukiwań \mathbf{S}^2 do znalezienia minimum funkcji celu jest iloczynem wielkości gradientu $\nabla F(\mathbf{X})$, z wektorem \mathbf{S} oraz z kosinusem kąta pomiędzy wektorami, który musi spełniać ograniczenia dla sektora użytecznego:

$$\nabla g_j(\mathbf{X})^T \mathbf{S} \leq 0 \quad (6.6)$$

przy założeniu, że wektor kierunku przeszukiwań spełnia nierówność:

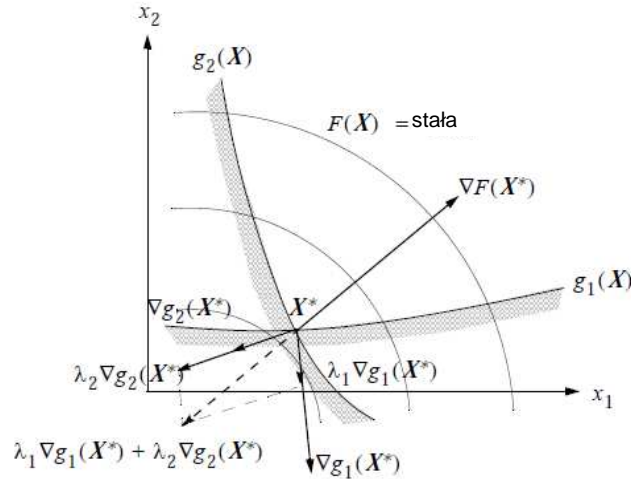
$$\mathbf{S}^T \mathbf{S} \leq 1 \quad (6.7)$$

gdzie j jest liczbą ograniczeń, których wartości są równe zero, przy założeniu określonej numerycznie tolerancji wartości zerowej.

Do określenia czy funkcja celu osiągnęła minimum w danym punkcie projektowym, wykorzystywane są warunki stacjonarności funkcji Lagrange’a $L(\mathbf{X}, \lambda)$, które przyjmują założenia Kuhn’a-Tucker’a (przy prowadzeniu ograniczeń równościowych):

$$L(\mathbf{X}, \lambda) = F(\mathbf{X}) + \sum_{j=1}^M \lambda_j g_j(\mathbf{X}) \quad (6.8)$$

gdzie parametry λ_j opisują wektory mnożników Lagrange'a o wartościach $\lambda_j \geq 0$, dla $j = 1, 2, \dots, M$ (rys.6.2).



Rys. 6.2. Warunki Kuhn'a-Tucker'a dla optymalnego parametru projektowego \mathbf{X}^* [58]

Z rys. 6.2 wynika, że dla przykładowych dwóch aktywnych funkcji ograniczeń ($g_1(\mathbf{X})$ i $g_2(\mathbf{X})$), funkcja Lagrange'a musi mieć zanikający gradient w optymalnym punkcie parametru projektowego \mathbf{X}^* . Ograniczenia równościowe są zastępowane w metodach numerycznych poprzez ograniczenia nierównościowe poprzez wprowadzenie dodatkowych zmiennych ujemnych. Po uwzględnieniu tych ograniczeń powstają następujące warunki Kuhna-Tuckera:

$$\nabla F(\mathbf{X}^*) + \sum_{j=1}^M \lambda_j \nabla g_j(\mathbf{X}^*) = 0 \quad (6.9)$$

dla:

1. $\lambda_j \geq 0 \quad j = 1, 2, \dots, M$
2. $\lambda_j g_j(\mathbf{X}^*) = 0$
3. $g_j(\mathbf{X}^*) \leq 0$

Oznacza to, że dla optymalnego parametru projektowego \mathbf{X}^* suma gradientu funkcji celu i iloczynu mnożników Lagrangea z gradientem aktywnych ograniczeń musi wektorowo wynosić zero. Jako parametry wejściowe w metodzie numerycznej wprowadzane są:

- parametr \mathbf{X} (XINIT) jako wartość początkowa parametrów projektowych,
- krok przeszukiwań α^* (DELXV) jako wartość maksymalna zmiany parametrów projektowych,
- ograniczenia zakresów (dolny-XLB, górny-XUB) w zależności od potrzeb.

W wykorzystywanym przez metody numeryczne tzw. algorytmie o użytecznym kierunku przeszukiwań, kolejne iteracje dla parametrów projektowych przyjmują następujący zapis:

$$\mathbf{X}^q = \mathbf{X}^{q-1} + \alpha^* \mathbf{S}^q \quad (6.10)$$

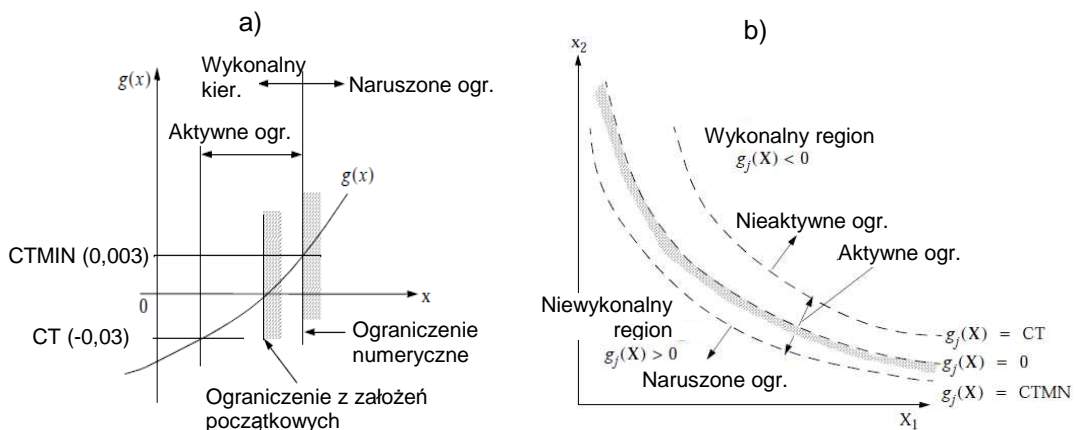
gdzie q oznacza kolejny numer iteracji.

Algorytm optymalizacji składa się z następujących etapów:

1. uruchomienie pierwszej iteracji dla $q=0$ oraz inicjalizacja zmiennych projektowych $\mathbf{X} = \mathbf{X}^0$

2. wykonywanie kolejnych iteracji aż do otrzymania określonej zbieżności rozwiązania, w których prowadzone są obliczenia:
 - określone są wartości funkcji celu $F(\mathbf{X})$ oraz funkcji ograniczeń $g_j(\mathbf{X})$ dla $j=1,2,\dots,n_g$,
 - sprawdzanie warunków ograniczeń oraz identyfikacja krytycznych ograniczeń (tzw. aktywnych i naruszonych) n_g ,
 - aproksymacja gradientu funkcji celu oraz gradientu krytycznych ograniczeń $\nabla F(\mathbf{X})$ i $\nabla g_j(\mathbf{X})$ dla $j \in n_g$,
 - określany jest „użyteczny-wykonalny” kierunek \mathbf{S}^q ,
 - wykonywana jest operacja jednowymiarowego przeszukiwania w celu znalezienia optymalnej wielkości kroku α ,
 - prowadzona jest aktualizacja zmiennych projektowych zgodnie z $\mathbf{X}^q = \mathbf{X}^{q-1} + \alpha^* \mathbf{S}^q$,
 - sprawdzana jest zbieżność rozwiązania dla określonej wartości \mathbf{X}^q : jeśli wynik mieści się w granicach tolerancji, obliczenia są zatrzymane, w przeciwnym wypadku następuje powrót do punktu 2, po uprzednim zwiększeniu numeru iteracji.

Przy określaniu „użytecznego-wykonalnego” kierunku przeszukiwań sprawdzane są przyjęte ograniczenia, czy nadal są aktywne, czy też zostały naruszone. W metodzie numerycznej do sprawdzenia tego warunku służą dwa parametry (rys. 6.3): mała liczba ujemna CT (o wartości -0,03) oraz mała liczba dodatnia $CTMIN$ (o wartości 0,003).



Rys. 6.3. Graficzna interpretacja parametrów CT i $CTMIN$: a) identyfikacja aktywnych ograniczeń na tle ograniczeń początkowych, b) rozmieszczenie wprowadzonych parametrów w regionach „wykonalny - niewykonalny” [58]

Parametry CT , $CTMIN$ tworzą trzy niezbędne warunki do określenia „użytecznego-wykonalnego” kierunku przeszukiwań:

- warunek 1: $g_j(\mathbf{X}) \leq CT$ – oznacza ograniczenie nieaktywne lub naruszone ograniczenie,
- warunek 2: $CT \leq g_j(\mathbf{X}) \leq CTMIN$ – oznacza, że jedno lub więcej ograniczeń jest aktywne i ograniczenia nie są naruszone,
- warunek 3: $g_j(\mathbf{X}) \geq CTMIN$ – oznacza, że jedno lub więcej ograniczeń zostało naruszone.

Ograniczenia powyższe mają zastosowanie w przypadku zbliżania się funkcji celu do końca zakresu przeszukiwań i powodują „odbicie się” od tych zakresów poprzez wprowadzenie dla każdego z trzech powyższych warunków ograniczeń do wyznaczenia nowego kierunku przeszukiwań.

Po każdej wykonanej iteracji następuje sprawdzenie zbieżności dla liczonej funkcji celu. Dodatkowo algorytm obliczeń zostaje zatrzymany w następujących przypadkach:

- gdy został osiągnięta maksymalna liczba iteracji,
- gdy nie został znaleziony „wykonalny” kierunek przeszukiwań (tzn. brak jest rozwiązania),
- kiedy gradient funkcji celu jest zanikający (bliski zeru),
- gdy dochodzi do znikomej (nieznaczącej) zmiany parametrów projektowych.

Opisana wyżej idea obliczeń wykorzystana została w metodach numerycznych i polega przede wszystkim na znajdowaniu lokalnego minimum funkcji celu. Metody te, pomimo wprowadzenia aproksymacji funkcji celu i ograniczeń są skutecznym narzędziem w procesie optymalizacji konstrukcji.

6.1. Optymalizacja topologiczna

Optymalizacja topologiczna wykorzystuje opisane w części początkowej algorytmy badania wrażliwości funkcji celu oraz funkcji ograniczeń w odniesieniu do wprowadzonych zmiennych projektowych. Istotą tego typu obliczeń jest określenie optymalnego rozmieszczenia punktów materialnych (parametrów projektowych) w przestrzeni izotropowej materiału [4, 79]. Zgodnie z powyższym zmienna konstrukcyjna \mathbf{X} , posiada parametry projektowe, które opisują właściwości materiałowe każdego elementu skończonego w modelu badanej konstrukcji. Każdy parametr projektowy x_n , opisujący element skończony, przyjmuje różne wartości gęstości względnej materiału, przez co przyjmuje również znormalizowaną wartość modułu Younga:

$$x_i = \frac{\rho_i}{\rho_0} = \rho \quad (6.11)$$

$$E_e = x_i^p \cdot E_0 \quad (6.12)$$

gdzie:

ρ_i - zmodyfikowana gęstość elementu skończonego,

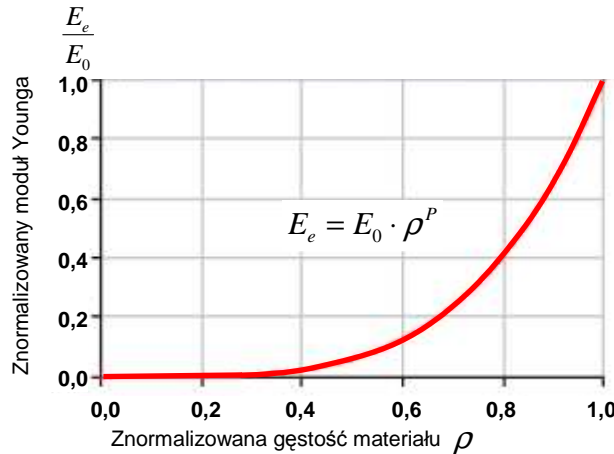
ρ_0 - gęstość początkowa elementu skończonego,

ρ - znormalizowana gęstość elementu skończonego

E_e - zmodyfikowany moduł Younga po uwzględnieniu gęstości względnej elementu skończonego,

E_0 - początkowy moduł Younga

Parametr p w równaniu (6.12) jest wykładnikiem tzw. funkcji kary (rys. 6.4) i został on określony w przedziale od 1 do 5, za pomocą obliczeń metodą prób i błędów. Zazwyczaj parametr ten przyjmuje wartość 3, którą wykorzystano w obliczeniach numerycznych.



Rys. 6.4. Metoda wykładnicza kary opisująca zmianę modułu Younga w funkcji gęstości materiału. [58]

Z rys. 6.4 wynika, że znormalizowany moduł Younga (określony w zakresie od 0 do 1) jest ściśle związany z gęstością względną materiału (o zakresie od 0 do 1) w funkcji wykładniczej z parametrem p .

W optymalizacji topologicznej poszukiwane jest minimum funkcji zgodności $c(\mathbf{X})$ poprzez kolejne redystrybucje gęstości względnej, przy zachowanych warunkach ograniczeń Kuhna-Tuckera.

$$c(\mathbf{X}) = \mathbf{f}^T \mathbf{u} \quad (6.13)$$

Funkcja zgodności opisana równaniem (6.13) jest iloczynem wektora sił zewnętrznych \mathbf{f} na przemieszczeniach \mathbf{u} , które w metodzie elementów skończonych powiązane są sztywnością konstrukcji \mathbf{K} w następujący sposób:

$$\mathbf{K}(\mathbf{X}) \mathbf{u} = \mathbf{f} \quad (6.14)$$

Minimum funkcji zgodności c (co oznacza zgodność redystrybucji gęstości ze sztywnością konstrukcji na początku optymalizacji), przy uwzględnieniu powyższych równań, jest obliczane z sumy zgodności dla N -elementów skończonych konstrukcji:

$$\min : c(\mathbf{X}) = \sum_{i=1}^N \mathbf{u}_i^T \mathbf{k}_i(X_i) \mathbf{u}_i \quad (6.15)$$

Parametry składowe równania (6.15) są znormalizowane do zakresu od zera do jedności, dlatego w celu pominięcia osobliwości macierzy (eliminacji wartości zerowych), górny g_i^{up} i dolny g_i^{low} zakresy gęstości muszą spełniać założenia:

$$g_i^{low} = x_{\min} - x_i \leq 0 \quad (6.16)$$

$$g_i^{up} = x_i - 1 \leq 0 \quad (6.17)$$

Zmiana rozkładów gęstości materiału odbywa się przy założeniu, że przy zmodyfikowanej objętości $V(\mathbf{X})$ całkowita masa układu jest stała:

$$h(\mathbf{X}) = \sum_{i=1}^N V_i \rho_i - M_0 = 0 \Leftrightarrow \frac{V(\mathbf{X})}{V_0} = const \quad (6.18)$$

W metodach numerycznych opisana równaniem (6.18) niezmiennosc masy układu opisana jest współczynnikiem $h(\mathbf{X})$, który obliczony jest jako różnica masy modyfikowanej układu N - elementów $\sum_{i=1}^N V_i \rho_i$ i masy układu M_0 na początku optymalizacji. Zapis ogólny powyższych założeń dla funkcji celu optymalizacji topologicznej wygląda następująco:

$$\min_{\mathbf{x} \in R} \{c(\mathbf{X}) \mid h(\mathbf{X}) = 0, g^{low} \leq 0, g^{up} \leq 0\} \quad (6.19)$$

Zaletą opisaną powyżej metody jest to, że można uzyskać wstępny, optymalny kształt dowolnej konstrukcji na podstawie ogólnych warunków, takich jak sposób podparcia i obciążenia konstrukcji. Poszukiwany kształt konstrukcji powstaje w wyniku optymalnej redystrybucji gęstości względnej materiału z zachowaniem (na podstawie funkcji zgodności) maksymalnej sztywności konstrukcji.

W programie Nastran wykorzystano procedurę BIGDOT optymalizacji, którą stosuje się powyżej 4000 zmiennych projektowych, a maksymalna liczba może osiągnąć do miliona zmiennych projektowych. Do przeprowadzenia zadania optymalizacyjnego wykorzystane zostały następujące procedury oraz dane wejściowe:

- DOPTPRM – określenie parametrów optymalizacji, takich jak:
- DESMAX – maksymalna liczba iteracji (20 iteracji).
- CONV1- tolerancja zbieżności rozwiązania (CONV1=0,001).
- CONVDV – zbieżność względna zmiennych projektowych (CONVDV =0,0001).
- TDMIN – minimalna grubość najmniejszego elementu w optymalizowanym kształcie (przyjęto wartość zerową).
- DESOBJ – parametr projektowy celu optymalizacji.
- DRESP– optymalizacja redukcji masy i funkcji zgodności.
- DCONSTR– ograniczenia dotyczące redukcji materiału, np. dla DCONSTR=0,5 - oznacza redukcję 50% materiału konstrukcji pierwotnej.
- TOPVAR – określenie zakresu parametrów projektowych odpowiadających ilości elementów (w badanym układzie - 8 tysięcy) skończonych. Dodatkowo procedura ta umożliwia wprowadzenie następujących ograniczeń dla funkcji celu:
- XINIT – określenie wartości początkowej zmiennych projektowych, (XINIT=0,5).
- XLB – ograniczenia dolnego zakresu przeszukiwań (XLB =0,001)
- DELXV – określenie kroku przeszukiwań (maksymalna zmiana parametrów projektowych, DELXV=0,2).
- POWER – współczynnik kary ($P=3$).
- SYM – ograniczenia symetrii względem płaszczyzny prostopadłej do podstawy zwrotnicy, przechodzącej przez oś symetrii sworzni zwrotnicy.
- CAST – ograniczenia kierunku formowania materiału – kierunek prostopadły, od górnej do dolnej płaszczyzny podstawy.

Jako obciążenie zewnętrzne zwrotnicy przyjęto maksymalną wartość siły obliczoną z przeprowadzonych pomiarów eksperymentalnych, równej $F_{stat}=60\text{kN}$ oraz $F_{czest}=8,83\text{kN}$.

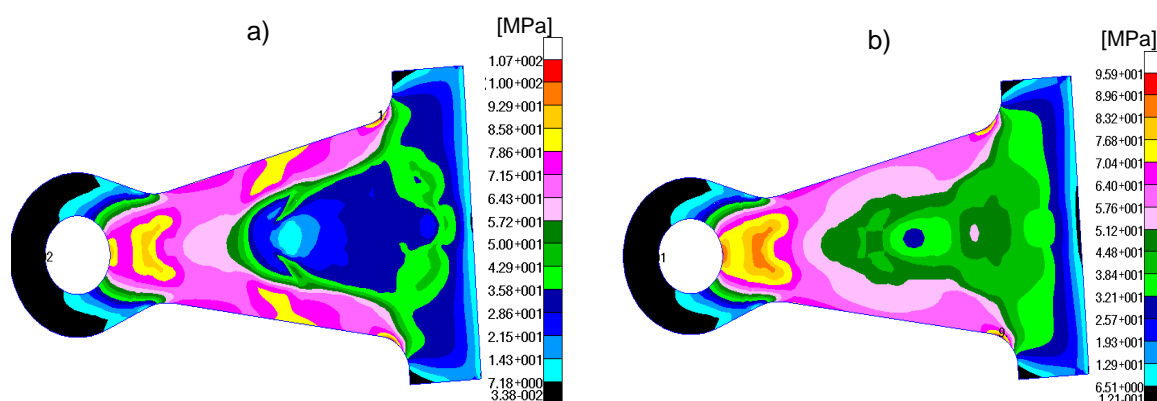
Opisany wyżej algorytm optymalizacji został wykorzystany do przeprowadzenia obliczeń na modelu zwrotnicy przy użyciu dwóch metod: metodą optymalizacji topologicznej i optymalizacji kształtu.

W optymalizacji topologicznej wykorzystano modele 2D oraz 3D zwrotnicy, w których weryfikowano mapy naprężeń otrzymane metodą analizy statycznej przy obciążeniu zewnętrznym $F_{czest}=8,83\text{kN}$. Natomiast w optymalizacji kształtu (o 19 zmiennych projektowych) korzystano z modelu 2D zwrotnicy (bez sworzni zwrotnicy), opisanego w rozdziale 4, dla dwóch rodzajów analiz: analizy statycznej oraz dynamicznej, przy dwóch wielkościach obciążenia zewnętrznego: $F_{stat}=60\text{kN}$ oraz $F_{czest}=8,83\text{kN}$.

6.1.1. Optymalizacja topologiczna, analiza statyczna modelu płaskiego (2D), zbudowanego z elementów QUAD4

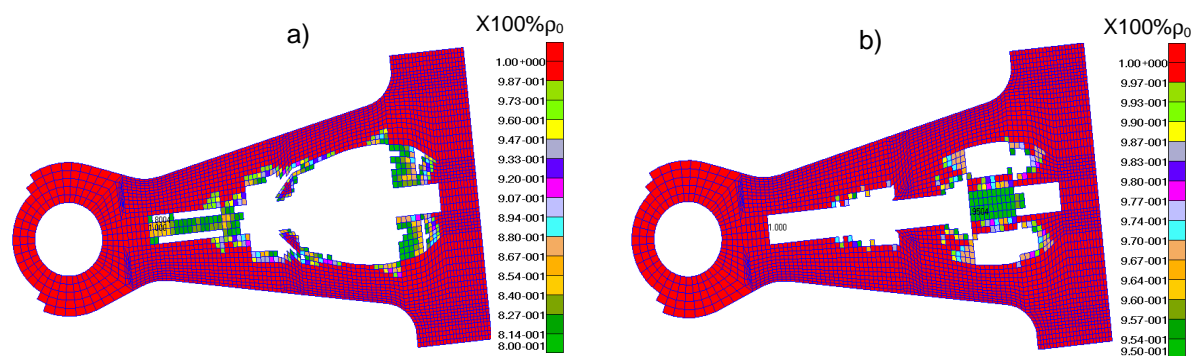
Wyniki przeprowadzonej optymalizacji metodą analizy statycznej, dla modelu płaskiego zwrotnicy zostały przedstawione na rys. 6.5. W celach porównawczych przeprowadzono analizę dla dwóch przypadków redukcji materiału:

- przypadek 1 - redukcja do 80% masy początkowej materiału
- przypadek 2 - redukcja do 95% masy początkowej materiału

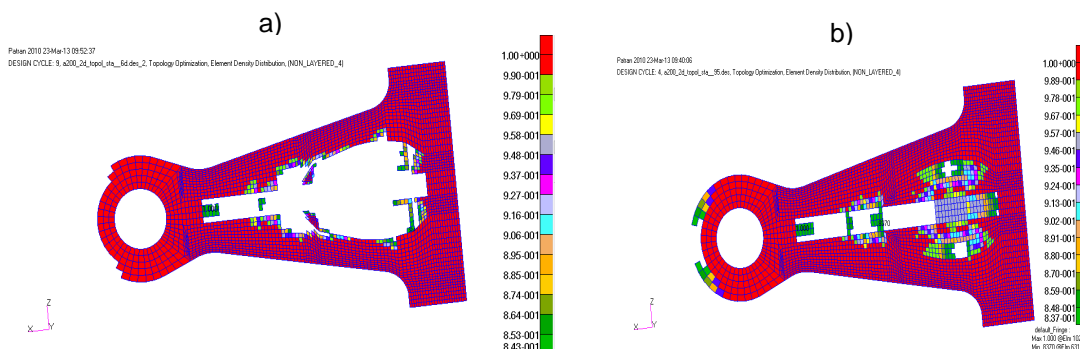


Rys. 6.5. Rozkłady naprężeń modelu 2D ramienia zwrotnicy z analizy statycznej otrzymane za pomocą optymalizacji topologicznej: a) przypadek 1, iteracja nr 9; b) przypadek 2 iteracja nr 4

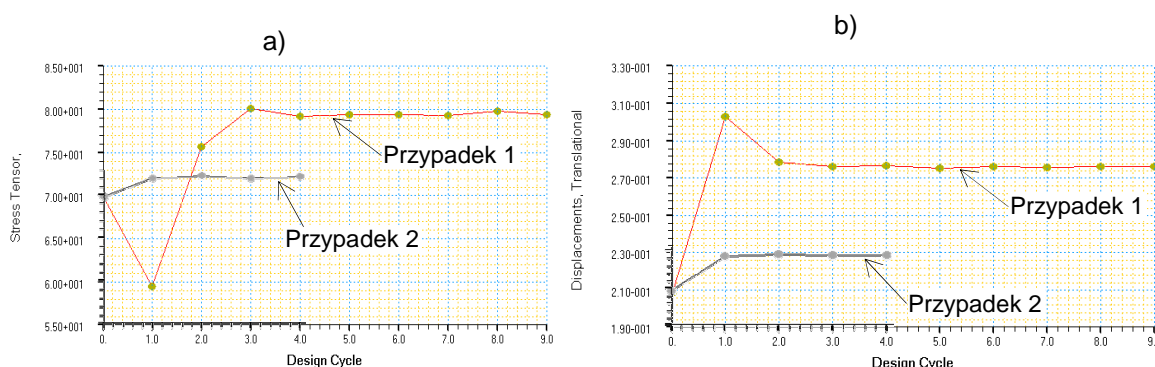
W wyniku zastosowania algorytmu optymalizacji topologicznej w modelu 2D zwrotnicy otrzymano symetryczny otwór owalny, co przedstawiono na rys. 6.6 i 6.7. Wpłynęło to na znaczną redukcję materiału, przy niewielkim podwyższeniu naprężeń zredukowanych σ_4 i przemieszczeń w punkcie S (rys.6.8).



Rys. 6.6. Rozkład elementów o określonym przedziale gęstości: a) przypadek 1, rozkład elementów o gęstości powyżej 80% gęstości nominalnej, b) przypadek 2, rozkład elementów o gęstości powyżej 95% gęstości nominalnej



Rys. 6.7. Redukcja masy zwrotnicy w wyniku optymalizacji topologicznej: a) przypadek 1, ubytek 20% minimalnej gęstości materiału (636 z 3858 elementów), b) przypadek 2, ubytek 5% minimalnej gęstości materiału (437 z 3858 elementów)



Rys. 6.8. Zmiany wartości naprężeń (MPa) i przemieszczeń (mm) w kolejnych iteracjach, przypadek 1 i 2: a) zmiany wartości naprężeń zredukowanych (σ_4), b) zmiany wartości przemieszczeń w osi symetrii sworzni zwrotnicy (punkt S)

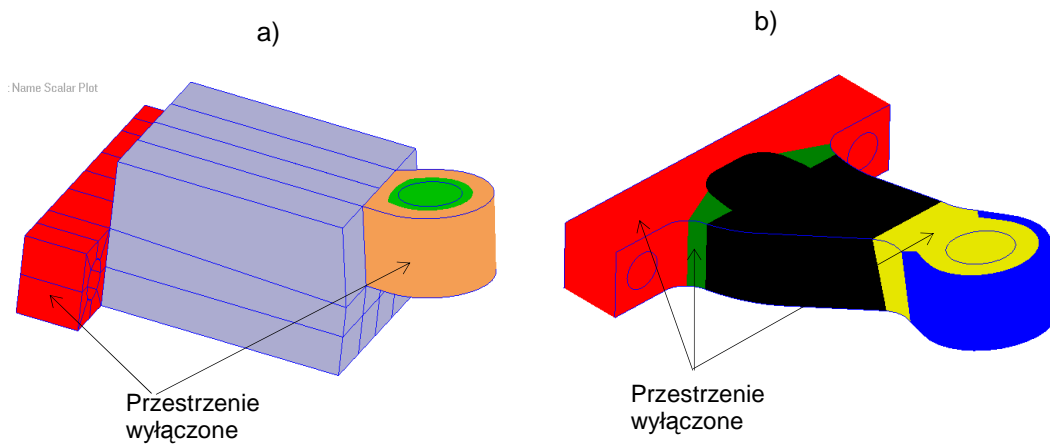
Cechą niekorzystną w kolejnych iteracjach optymalizacji topologicznej w przedstawionym na rys. 6.8b zmianom iteracji jest wzrost przemieszczeń w punktach obliczeniowych, w stosunku do położenia początkowego. Naprężenia σ_4 w końcowych iteracjach przyjmują stałe wartości, wyższe od naprężeń w zerowej iteracji. Wzrost wartości naprężeń jest jednak niewielki w stosunku do granicy plastyczności materiału.

6.1.2. Optymalizacja topologiczna, analiza statyczna modelu przestrzennego (3D) typu HEX8

W optymalizacji topologicznej modelu przestrzennego, zbudowanego z elementów sześciennych typu HEX8 przeprowadzono analizę statyczną dla dwóch rodzajów zwrotnicy:

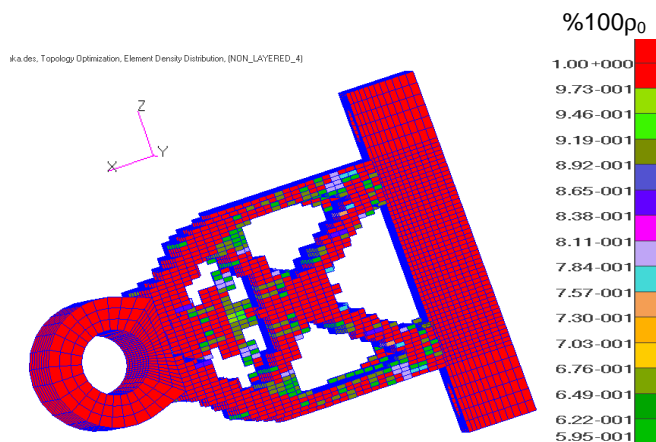
- Przypadek 1 wykorzystuje model przestrzenny, w którym optymalizacji poddawana jest część środkowa ramienia, którą zbudowano w kształcie kostki (rys. 6.9). Przypadek ten ma charakter poglądowy i służy do zobrazowania powstawania ubytków materiału umieszczonego w przestrzeni o określonej objętości. W celu zachowania warunków montażowych analizie nie poddano elementów mocujących ramię z innymi zespołami, tj. podstawy ramienia wraz z otworami montażowymi oraz otworu mocującego zwrotnicę ze sworzniem. Dla lepszej wizualizacji zastosowano redukcję materiału części środkowej zwrotnicy do 60% masy początkowej.

- Przypadek 2 wykorzystuje te same założenia jak w przeprowadzonej wcześniej optymalizacji topologicznej modelu płaskiego, przy redukcji masy początkowej do 80%.

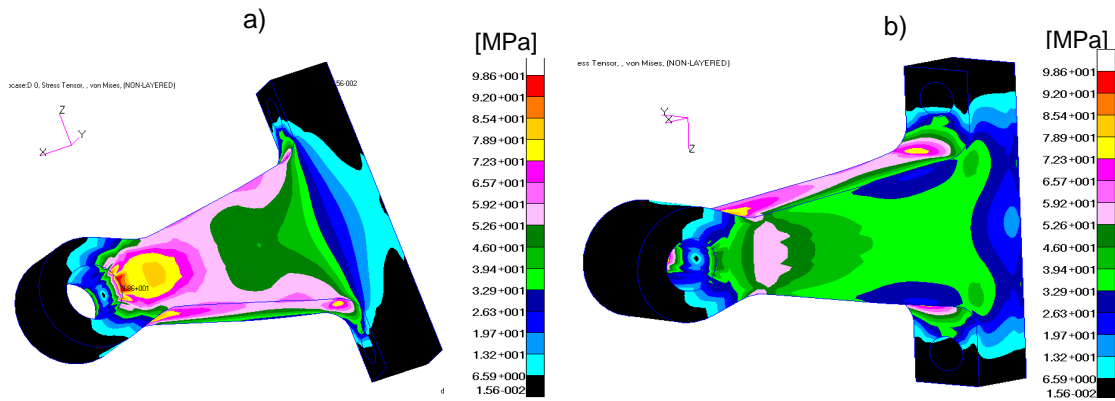


Rys. 6.9. Rozpatrywane przypadki w optymalizacji topologicznej modelu przestrzennego:
a) przypadek 1, b) przypadek 2

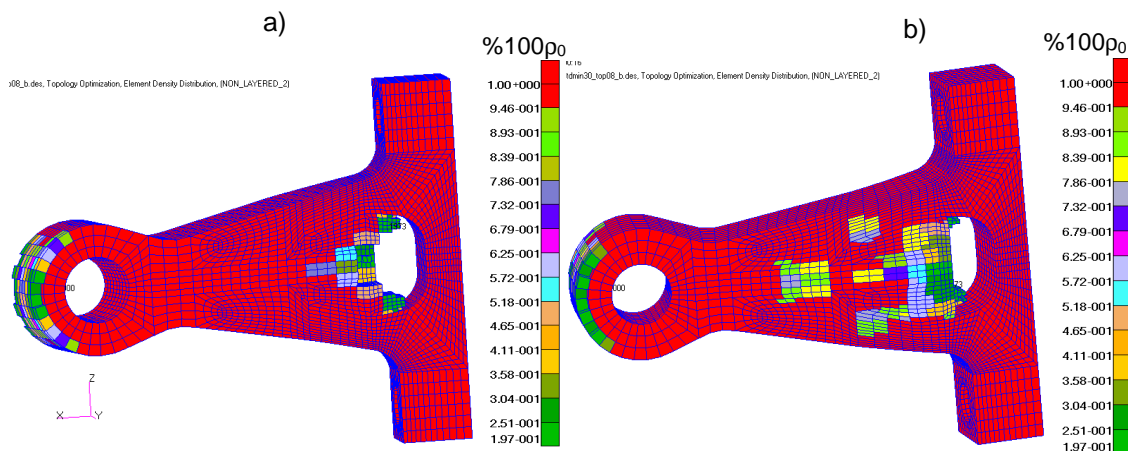
Analizowany układ składał się z ponad 50 tysięcy elementów sześciennych, a jego masa została zredukowana do postaci jak na rys. 6.10. Wyniki kolejnych obliczeń optymalizacyjnych przedstawiono na rys.6.11 do 6.14.



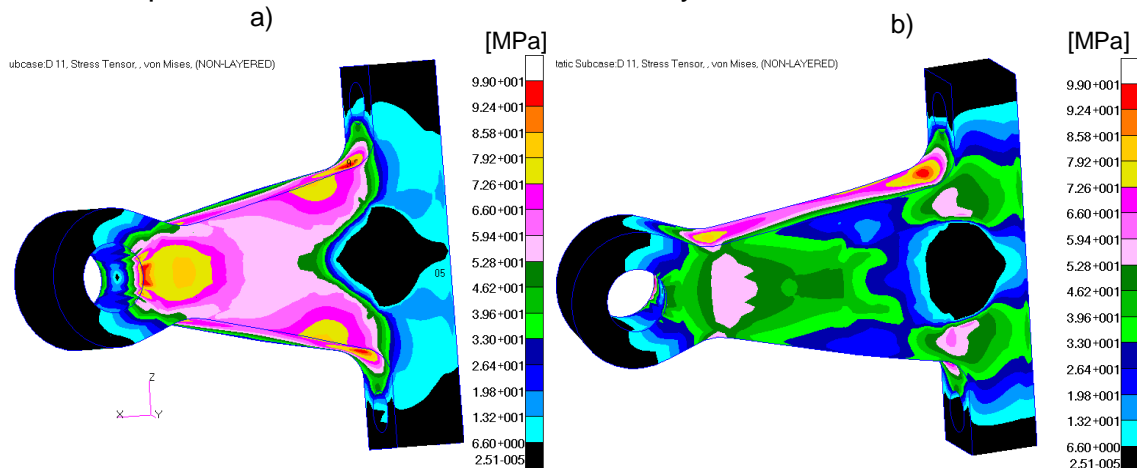
Rys. 6.10. Rozkład gęstości i poglądowy kształt zwrotnicy po zakończonej optymalizacji modelu 3D, z redukcją do 60% masy początkowej, iteracja 20



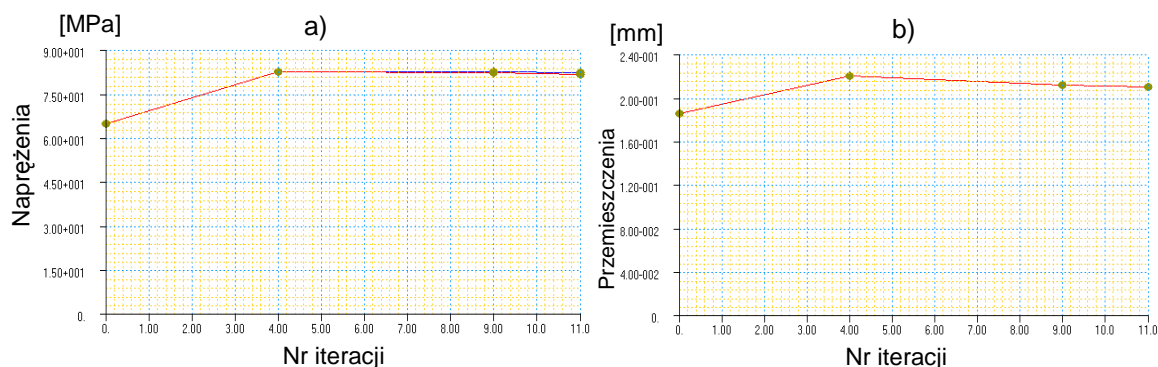
Rys. 6.11. Rozkład naprężeń w modelu 3D przed optymalizacją, przy obciążeniu siłą o wartości 8,83kN: a) powierzchnia górna; b) powierzchnia dolna ramienia zwrotnicy



Rys. 6.12. Rozkład gęstości w modelu 3D, przy obciążeniu siłą o wartości 8,83kN i redukcji do 80% masy początkowej, iteracja 11: a) powierzchnia górna, b) powierzchnia dolna ramienia zwrotnicy



Rys. 6.13. Rozkłady naprężeń w modelu 3D po optymalizacji, przy obciążeniu siłą o wartości 8,83kN i redukcji do 80% masy początkowej, iteracja 11: a) powierzchnia górna, b) powierzchnia dolna ramienia zwrotnicy

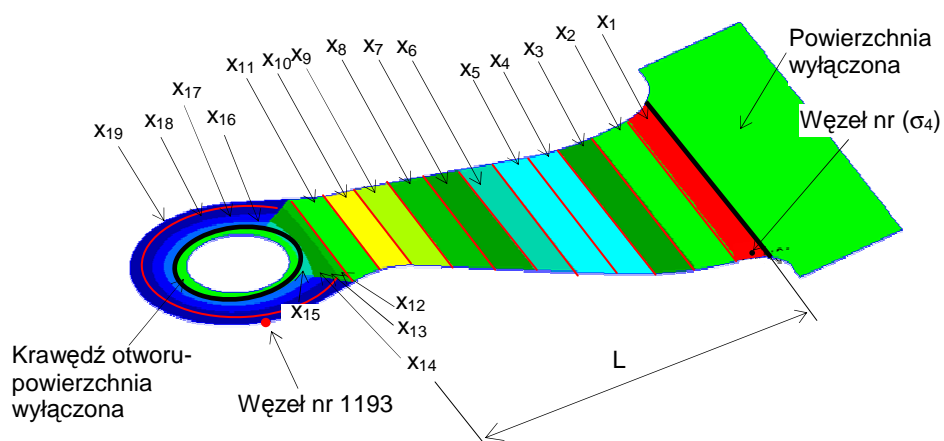


Rys. 6.14. Wpływ kolejnych iteracji na zmiany wartości naprężeń i przemieszczeń w modelu 3D: a) zmiany naprężeń zredukowanych σ_4 , b) zmiany przemieszczeń w punkcie S

Optymalizacja topologiczna przy redukcji materiału o 20%, dla modelu przestrzennego 3D daje nieznacznie niższe poziomy naprężenia σ_4 niż optymalizacja dla modelu płaskiego 2D, co wynika z map naprężeń rys. 6.5 i 6.13. Jest to korzystna cecha modelu 2D, gdyż mimo, iż jest modelem znacznie uproszczonym w stosunku do modelu 3D, wykazuje lepiej niekorzystne warunki obciążenia, przez co wykorzystano go do optymalizacji kształtu opisaną w dalszej części rozdziału.

6.2. Optymalizacja kształtu modelu płaskiego (2D) typu QUAD

W analizie numerycznej przeprowadzono optymalizację grubości dla modelu ramienia zwrotnicy zbudowanego z płaskich elementów powłokowych typu QUAD4 [58]. W celu zbadania wpływu obciążenia na grubość elementów powłokowych w optymalizacji statycznej i dynamicznej, obliczenia przeprowadzono dla dwóch wielkości obciążenia zewnętrznego: przy obciążeniu $F_{RMS}=8,83kN$ i przy wartości maksymalnej $F=60kN$. Dla tego typu optymalizacji powierzchnię zwrotnicy podzielono symetrycznie na 19 segmentów, które są parametrami projektowymi x_i o zmiennej grubości i oznaczeniach jak na rys. 6.15.

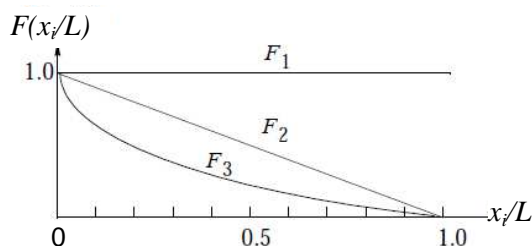


Rys. 6.15. Opis zmiennych projektowych oraz przyjęte punkty odniesienia

Parametry projektowe x_1-x_{11} odpowiadają części środkowej zwrotnicy i są powiązane ze sobą za pomocą kombinacji liniowych parametru grubości α_i z funkcją stałą $F_1(x_i)$, liniową $F_2(x_i)$ i kwadratową $F_3(x_i)$ w następujący sposób [58]:

$$F_1\left(\frac{x_i}{L}\right) = \alpha_1 \cdot 1.0; F_2\left(\frac{x_i}{L}\right) = \alpha_2 \left(1 - \frac{x_i}{L}\right); F_3\left(\frac{x_i}{L}\right) = \alpha_3 \left(1 - \frac{x_i}{L}\right)^2 \quad (6.20)$$

Opisane równaniem (6.20) funkcje bazowe przedstawiono schematycznie na rys. 6.16.



Rys. 6.16. Funkcje bazowe użyte do powiązania parametrów projektowych x_1 - x_{11}

Po uwzględnieniu długości części środkowej zwrotnicy L w równaniu (6.20) otrzymano następujące zależności pomiędzy parametrami x_1 - x_{11} a parametrami α_1 - α_3 .

$$\begin{Bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \cdot \\ x_{11} \end{Bmatrix} = \alpha_1 \begin{Bmatrix} 1.0 \\ 1.0 \\ \cdot \\ 1.0 \end{Bmatrix} + \alpha_2 \begin{Bmatrix} 1.00 \\ 0.91 \\ \cdot \\ 0,09 \end{Bmatrix} + \alpha_3 \begin{Bmatrix} 1.0000 \\ 0.8264 \\ \cdot \\ 0,0082 \end{Bmatrix} \quad (6.21)$$

Wprowadzona zależność (6.21) pozwala na otrzymanie posegregowanych malejąco parametrów projektowych x_1 - x_{11} , jak również wpływa na uproszczenie prowadzonych obliczeń.

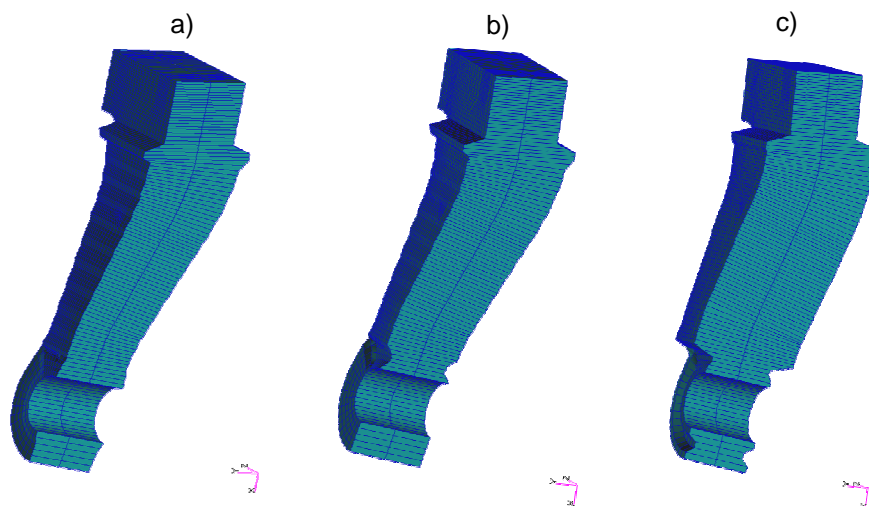
Przyjęto następujące wartości początkowe parametru α_i : $\alpha_1=12\text{mm}$, $\alpha_2=11\text{mm}$ i $\alpha_3=11\text{m}$. Pozostałe parametry projektowe x_{12} - x_{19} , nie zostały ze sobą powiązane, jednakże w celu uniknięcia przyrostu grubości w tej części zwrotnicy, parametry te ograniczono do grubości maksymalnej nie większej niż grubość początkowa (34mm).

Na podstawie przeprowadzonej w rozdziale 5 analizy numerycznej przyjęto następujące ograniczenia:

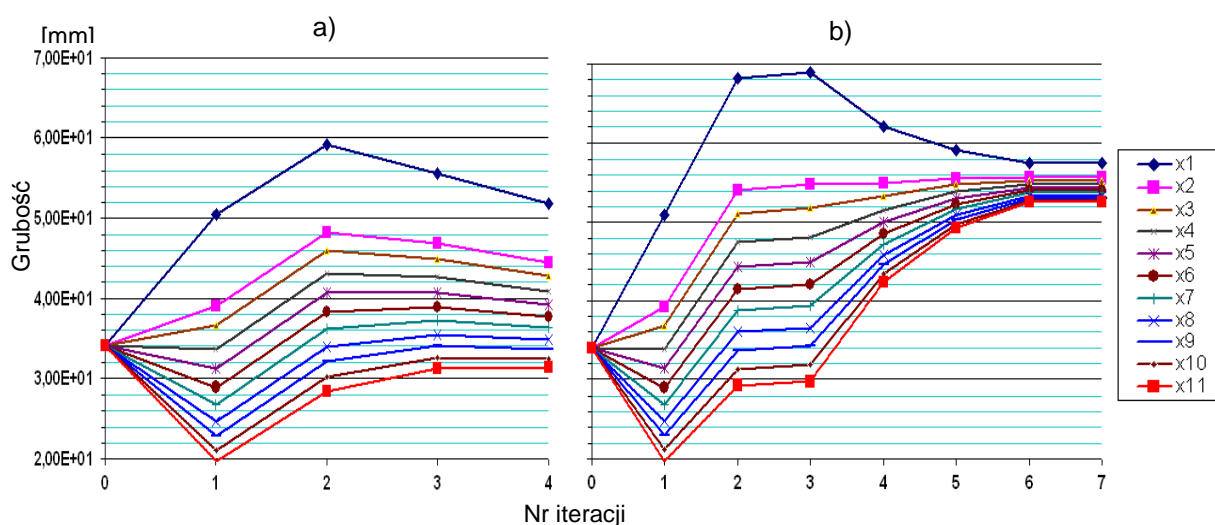
- Ograniczenie 1: dla obciążenia $F_{\text{RMS}}=8,83\text{kN}$, maksymalne naprężenia zredukowane są mniejsze niż 92MPa i maksymalne przemieszczenie węzła nr 1193 (punkt S) jest mniejsze niż 0,124mm, w zakresie niskich częstotliwości 0-30Hz.
- Ograniczenie 2: dla obciążenia $F_{\text{RMS}}=60\text{kN}$ maksymalne naprężenia zredukowane są mniejsze niż 460MPa i maksymalne przemieszczenie węzła nr 1193 jest mniejsze niż 0,65mm, dla zakresu niskich częstotliwości 0-30Hz.
- Ograniczenie 3: dla obciążenia $F=8,83\text{kN}$, maksymalne naprężenia zredukowane są mniejsze niż 3600 MPa, i maksymalne przemieszczeni węzła nr 1193 jest mniejsze niż 5,4mm, dla zakresu wysokich częstotliwości 0-450Hz.

Ograniczenie 1 wynika z otrzymanych w analizie statycznej maksymalnych wartości naprężeń i przemieszczeń w zakresie częstotliwości otrzymanych w warunkach eksploatacyjnych. Ograniczenie 2 dotyczy obciążeń maksymalnych, występujących przy kołach zablokowanych w koleinie. Ograniczenie 3 ma na celu zbadanie wpływu wysokich częstotliwości na wyniki optymalizacji, by w ten sposób uwzględnić oddziaływania dynamiczne układu. Dodatkowo w każdym z trzech ograniczeń uwzględniono przypadek optymalizacji statycznej, natomiast drugi etap optymalizacji dynamicznej obejmował analizę częstotliwościową dla wskazanych przedziałów częstotliwości. Wartości graniczne odpowiadają wartościom statycznym pomnożonym przez współczynnik wzmocnienia (równanie 5.29). Warunki utwierdzenia zwrotnicy odpowiadają wariantowi 1 analizy modalnej z rozdz. 5.

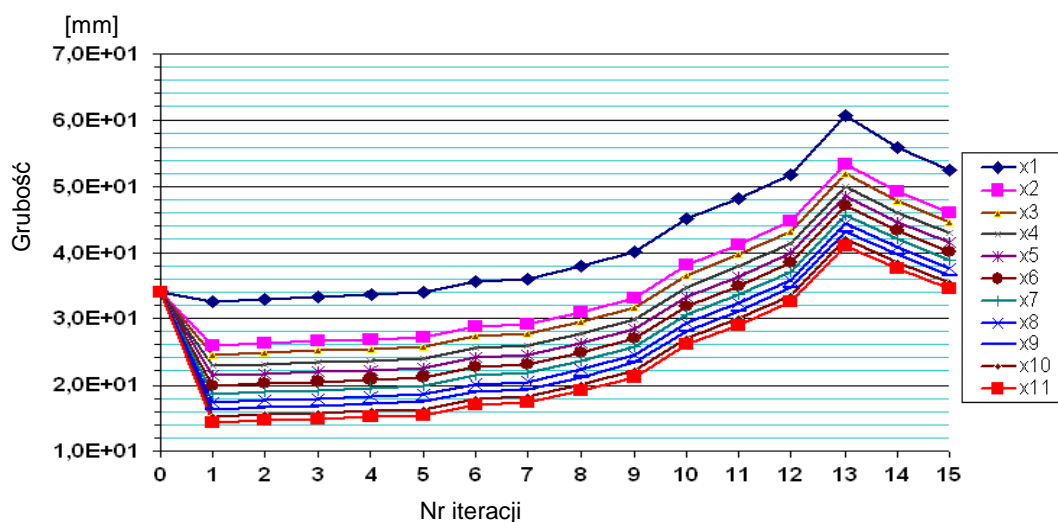
Po uwzględnieniu wyżej opisanych parametrów, przeprowadzono optymalizację kształtu, z uwzględnieniem analizy statycznej i dynamicznej oraz trzech ograniczeń. Poglądowe kształty zwrotnicy uwzględniające parametry końcowe optymalizacji przedstawiono na rys. 6.17, a szczegółowe wartości obliczeń zilustrowano na rys. 6.18-6.26.



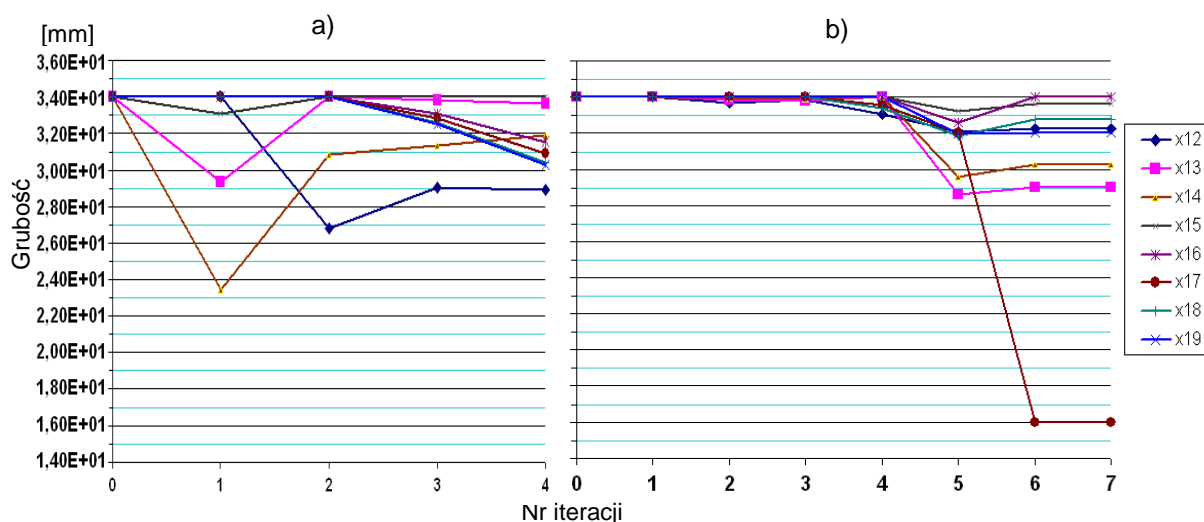
Rys. 6.17. Poglądowe kształty przekroju zwrotnicy po uwzględnieniu parametrów końcowych procesu optymalizacji: a) ograniczenie 1 – iteracja nr 4, b) ograniczenie 2 – iteracja nr 7, c) ograniczenie 3 – iteracja nr 15



Rys. 6.18. Zmiany parametrów projektowych x_1 - x_{11} : a) ograniczenie 1, b) ograniczenie 2



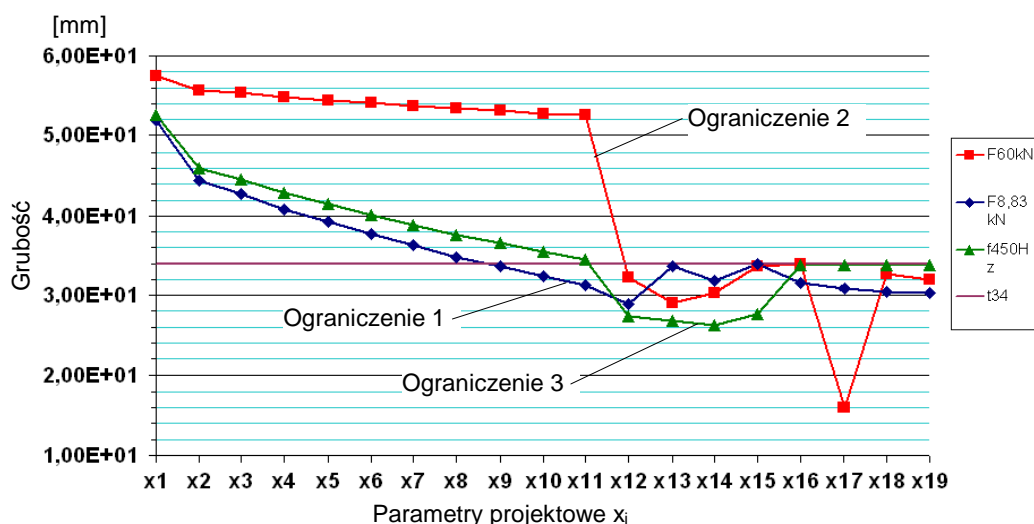
Rys. 6.19. Zmiany parametrów projektowych x_1 - x_{11} , ograniczenie 3,



Rys. 6.20. Zmiany parametrów projektowych x_{12} - x_{19} : a) ograniczenie 1, b) ograniczenie 2

Z rys 6.18 wynika, że zwiększone obciążenie z 8,83kN do 60kN powoduje prawie dwukrotne wydłużenie optymalizacji (7 iteracji) oraz większą rozpiętość zmian parametrów projektowych x_1 - x_{11} . W efekcie końcowym dla większego obciążenia zmienne x_1 - x_{11} przyjmują wartości o grubości większej w zakresie 52-58mm, niż dla obciążenia z ograniczenia 1, które mieszczą się w zakresie 31-52mm. Wprowadzenie ograniczenia 3 by uwzględnić efekty dynamiczne wydłużyło proces obliczeń prawie czterokrotnie (do 15 iteracji), natomiast zmienne x_1 - x_{11} mieszczą się w zakresie 34 - 54mm. Zmiany parametrów x_{12} - x_{19} z rys. 6.20 świadczą o ich niewielkim wpływie na przyrost grubości i służą do celów poglądowych.

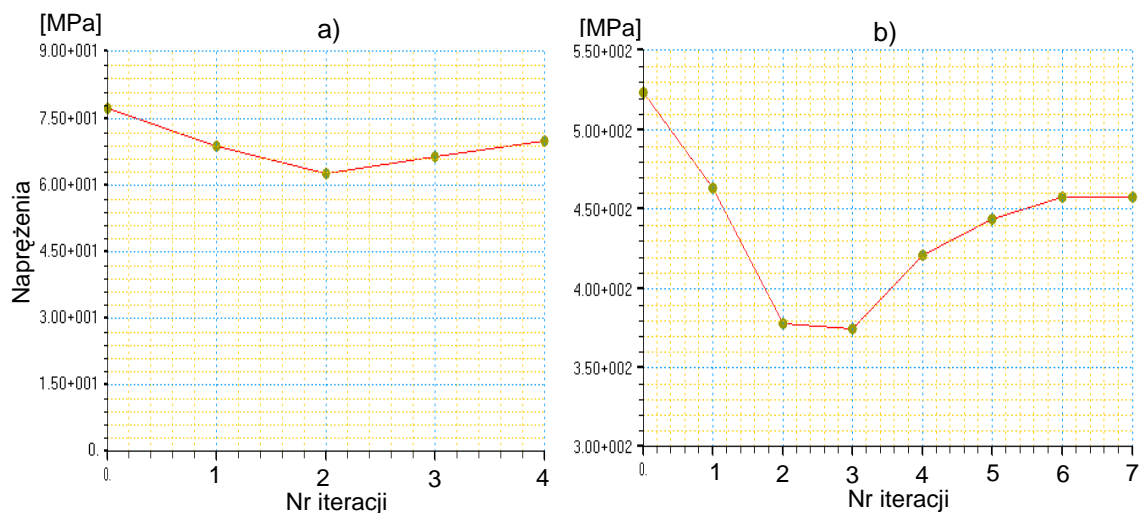
W celu zbadania wpływu poszczególnych ograniczeń na wartości końcowe parametrów x_i , zestawiono te wartości razem na rys 6.21.



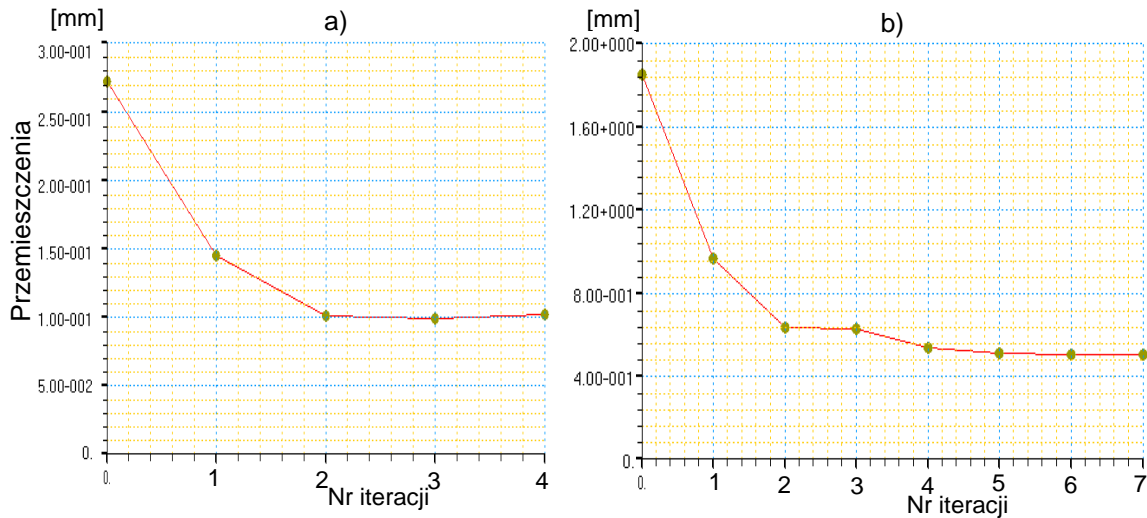
Rys. 6.21. Zestawienie grubości parametrów projektowych x_1 - x_{19} otrzymanych z procesu optymalizacji z uwzględnieniem przyjętych ograniczeń

Rysunek 6.21 potwierdza zgodność prowadzonych obliczeń z założonymi ograniczeniami. Największe wartości grubości przyjmuje parametr x_1 , który jest pierwszym sektorem części środkowej, w karbie zwrotnicy, gdzie występują największe naprężenia. Stopniowy spadek grubości dla kolejnych parametrów (aż do x_{11}) wynika z zastosowania funkcji bazowych. Parametry x_{12} - x_{19} są niepowiązane ze sobą i przyjmują wartości poniżej 34mm. Ograniczenia tych parametrów wynikają ze względów technologicznych montażu sworznia w zwrotnicy.

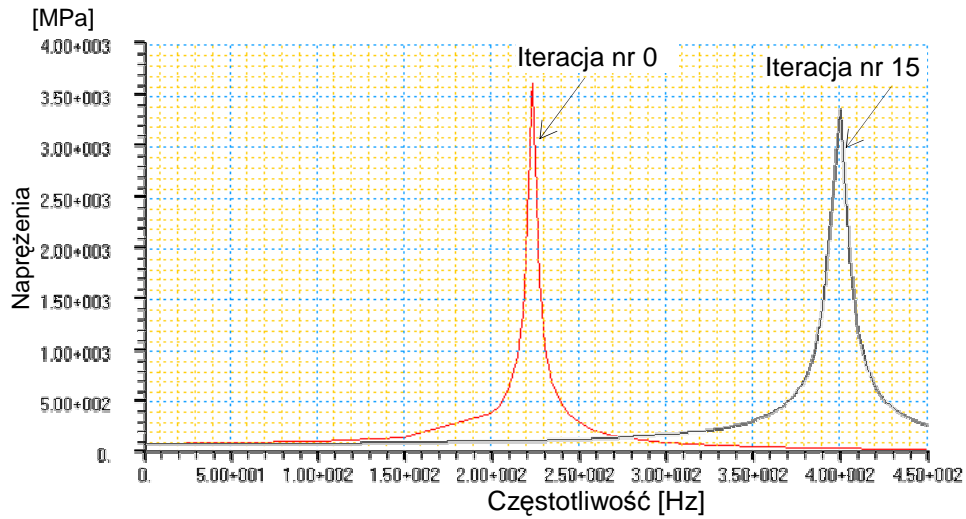
Niekorzystny z punktu zysku ekonomicznego wzrost parametrów grubości w części środkowej zwrotnicy jest uzasadniony przy zachowaniu ograniczeń dla maksymalnych wartości naprężeń i przemieszczeń występujących w modelu. Powyższe założenia zostały spełnione, co potwierdzono na rys. 6.22-6.26.



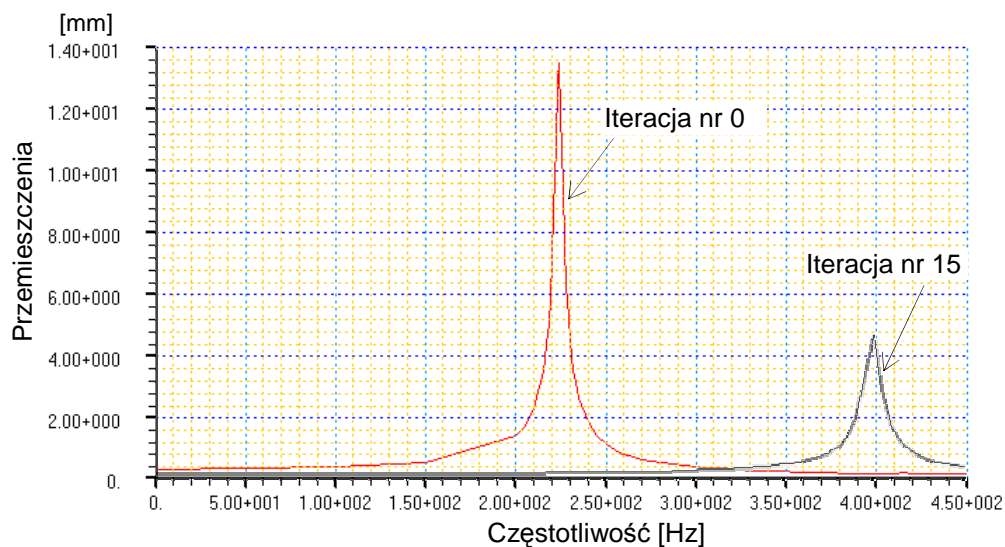
Rys. 6.22. Zmiany naprężenia zredukowanego σ_4 w kolejnych iteracjach: a) ograniczenie 1, b) ograniczenie 2



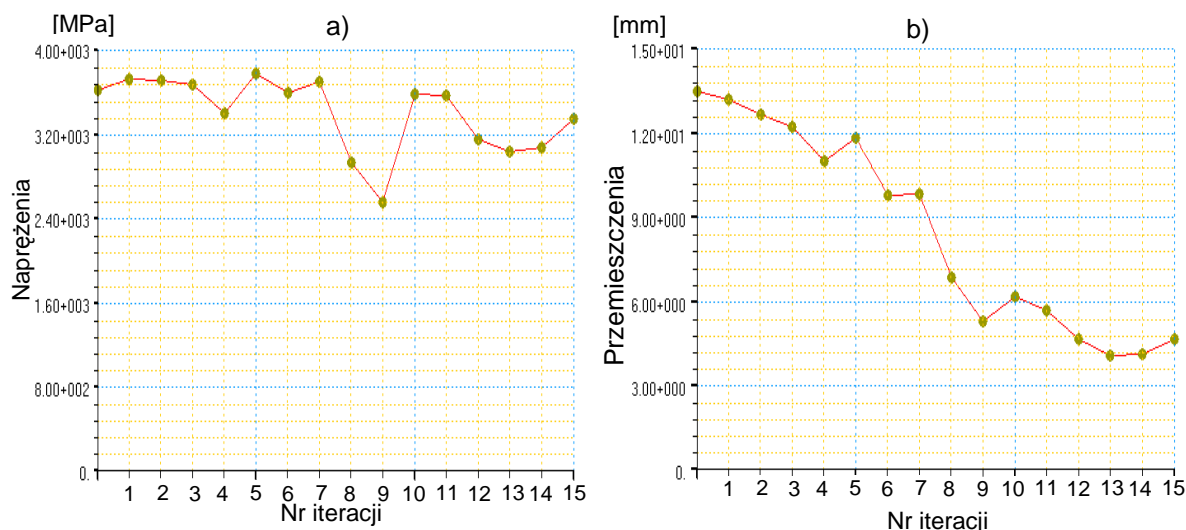
Rys. 6.23. Przebieg zmian przemieszczenia w punkcie 1193 w kolejnych iteracjach: a) ograniczenie 1, b) ograniczenie 2



Rys. 6.24. Charakterystyki amplitudowo-częstotliwościowe naprężeń σ_4 przed (iteracja nr 0) i po optymalizacji (iteracja nr 15), ograniczenie 3



Rys. 6.25. Zestawienie charakterystyk amplitudowo-częstotliwościowych w punkcie 1193 przed (iteracja nr 0) i po optymalizacji (iteracja nr 15), ograniczenie 3

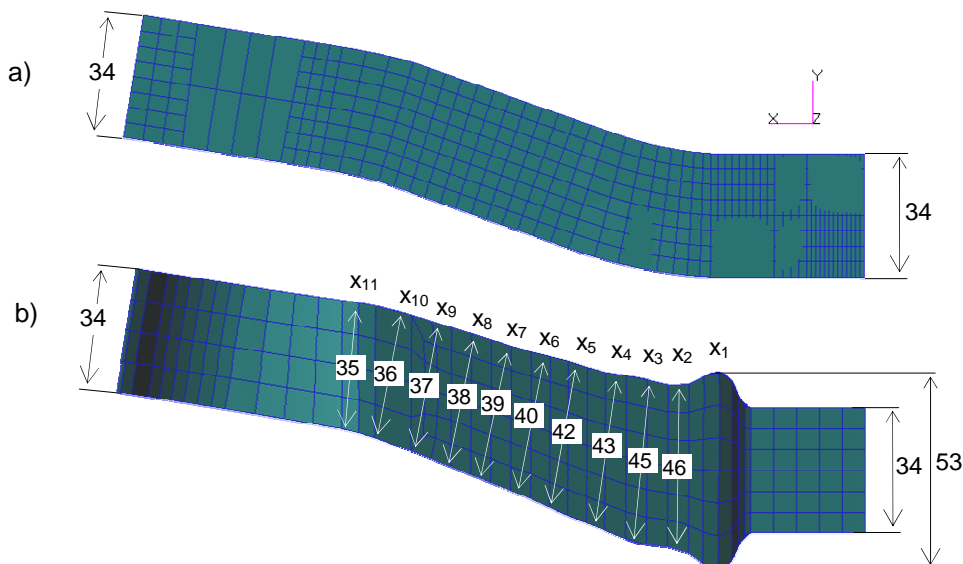


Rys. 6.26. Przebieg zmian maksymalnych wartości w kolejnych iteracjach, przy ograniczeniu 3: a) naprężenia σ_4 , b) przemieszczenia w punkcie 1193

Z rys. 6.22 i 6.23 widać, że naprężenia σ_4 i przemieszczenia punktu 1193 maleją w kolejnych iteracjach, zarówno przy ograniczeniach 1 jak i 2. Wynika to z przyjęcia większych grubości w segmentach, w których znajdują się analizowane punkty. Nawet dla obciążenia 60kN, aby wartości naprężeń i przemieszczeń znajdowały się na niższym poziomie w stosunku do wartości początkowych, należało odpowiednio zwiększyć grubość elementu.

Optymalizacja grubości w procesie analizy częstotliwościowej w zakresie 0-450Hz wpłynęła korzystnie na maksymalne wartości amplitud naprężeń i przemieszczeń oraz ich częstotliwości modalne w stosunku do iteracji zerowej, co wynika z rys. 4.24 i 4.25. Zostały utrzymane niższe wartości amplitud w stosunku do wartości początkowych, jak również poprzez odpowiednią zmianę grubości, częstotliwości modalne prezentowanych punktów zostały przesunięte w kierunku wyższym. Proces zmian maksymalnych amplitud naprężeń i przemieszczeń wybranych punktów w cyklu 15 iteracji przedstawia rys. 6.26. Widoczna jest tu tendencja do zmiany amplitud w kierunku niższych wartości.

Na podstawie przedstawionych na rys 6.21 zmian parametrów projektowych części środkowej zwrotnicy opracowano nowy model zwrotnicy, który dla celów porównawczych zestawiono wraz z modelem początkowym na rys. 6.27.



Rys. 6.27. Zestawienie bocznych profili zwrotnicy: a) przed optymalizacją, b) po optymalizacji dla ograniczenia 3

Przedstawiony na rys.6.27b nowy profil boczny zwrotnicy uwzględnia zaznaczone parametry projektowe wynikające z ograniczenia 3. Po dobraniu wyżej przedstawionych wielkości zmiennych x_1 - x_{11} , nowy profil został aproksymowany krzywą typu SPLINE. Istotne znaczenie przy tworzeniu nowego profilu zwrotnicy mają względy technologiczne oraz ograniczenia wynikające ze sposobu montowania zwrotnicy w pojeździe.

6.3. Podsumowanie metod optymalizacji modeli 2D i 3D zwrotnicy

W niniejszym rozdziale zaproponowano dwa rodzaje optymalizacji – topologiczną oraz kształtu dla modeli płaskich (2D) oraz przestrzennych (3D). W tablicach 6.1 – 6.2 zestawiono wyniki obliczeń dla pierwszej i ostatniej iteracji, z zaznaczeniem procentowej różnicy w otrzymanych wynikach.

Tablica 6.1. Wartości zmiennych projektowych dla pierwszej i ostatniej iteracji w optymalizacji topologicznej modelu 3D ramienia zwrotnicy

			Zmienne projektowe, nr węzła	
			σ_4	S
Ramię zwrotnicy	Przem. [mm]	l_0	-	0,184
		l_3	-	0,212
	Zmiana	[%]	-	15,0
	Napręż. [MPa]	l_0	66,0	-
		l_3	82,5	-
	Zmiana	[%]	25,0	-

Tablica 6.2. Zestawienie badanych parametrów w optymalizacji kształtu modelu 2D zwrotnicy, przy spełnieniu warunków analizy statycznej i dynamicznej

Nr węzła	Napręż. [MPa]		Zmiana [%]	Przem. [mm]		Zmiana [%]	Masa układu [kg]		Zmiana [%]
	Nr iteracji			Nr iteracji			Nr iteracji		
Ograniczenie 1									
	i_0	i_4		i_0	i_4		i_0	i_4	
1193	-	-	-	0,271	0,098	-63,838	3,383	3,635	7,449
σ_4	76,9	66,1	-14,044	-	-	-			
Ograniczenie 2									
	i_0	i_7		i_0	i_7		i_0	i_7	
1193	-	-	-	-	-	-	3,383	4,399	30,033
σ_4	523	457	-12,620	1,84	0,5	-72,826			
Ograniczenie 3									
	i_0	i_{15}		i_0	i_{15}		i_0	i_{15}	
1193	-	-	-	0,271	0,096	-64,576	3,383	3,771	11,469
σ_4	76,9	69,7	-9,363	-	-	-			

Powstałe w wyniku optymalizacji topologicznej (tablica 6.1) ubytki materiału wpłynęły na 25% wzrost naprężeń zredukowanych σ_4 w najbardziej wyężonym punkcie elementu ramienia zwrotnicy i jednoczesny wzrost wartości przemieszczenia o 15% punktu S sworznia.

Optymalizacja kształtu korzystnie wpłynęła na zmniejszenie wartości naprężeń i przemieszczeń przy trzech rodzajach ograniczeń, co zostało zestawione w tablicy 6.2. Wzrost masy w każdym z ograniczeń jest uzasadniony potrzebą zachowania odpowiednich poziomów przemieszczeń i naprężeń i świadczy o tym, że badana zwrotnica została wykonana bez odpowiedniego „zapasu” bezpieczeństwa.

Ograniczenie nr 2 jest dość teoretycznym założeniem, jednakże dostarcza istotnych informacji jaki wpływ na parametry projektowe wywierają oddziaływania dynamiczne o wyższych częstotliwości, które mogą występować w wyniku drgań rezonansowych w podzespołach samochodu. Dlatego też narzędzie wykorzystane w procesie obliczeń optymalizacji dla tego ograniczenia ma charakter uniwersalny i może być wykorzystane do obliczeń elementów konstrukcji o dużym wpływie oddziaływań dynamicznych.

Przedstawione charakterystyki optymalizacji kształtu są zgodne z założeniami, a otrzymany w tym procesie model zostanie wykorzystany do celów porównawczych w analizie zmęczeniowej opisanej w rozdziale 7.

7. ANALIZA NUMERYCZNA TRWAŁOŚCI ZMĘCZENIOWEJ ZWROTNICY

W niniejszym rozdziale przedstawiono wyniki analiz numerycznych trwałości zmęczeniowej metodami dostępnymi w solverze Fatigue, które w celach porównawczych zestawiono w poszczególnych grupach. Do obliczeń wykorzystano dwa modele numeryczne zwrotnic:

- Model 1 - 3D o stałej grubości (34mm), opisany w rozdziale 4 (rys.4.6) i rozdziale 5,
- Model 2 - 3D o zmiennej grubości (34-53mm) otrzymany w procesie optymalizacji, o wymiarach przedstawionych na rys. 6.27 w rozdziale 6.

Do obliczenia trwałości zmęczeniowej solver Fatigue wykorzystuje mapy naprężeń powyższych modeli uzyskane za pomocą analizy MES, przedstawionej w rozdz. 5, (w solverze Nastran). Ponadto duże znaczenie na wielkość otrzymanych wyników ma rodzaj materiału o określonych właściwościach statycznych, cyklicznych i charakterystykach zmęczeniowych, które przedstawiono w dalszej części pracy (podrozdz.7.1).

W obliczeniach wykorzystano trzy numeryczne metody wyznaczenia trwałości zmęczeniowej [76]:

- a) Metoda zmęczenia wysokocyklowego TOTAL – LIFE (S-N), oceny wg krzywej Wöhlera.
- b) Metoda inicjacji pęknięcia (CI), z uwzględnieniem obliczenia trwałości dla wieloosiowego stanu obciążenia.
- c) Metoda obciążeń dynamicznych (VIBRATION).

Metodę S-N wykorzystuje się w przypadku:

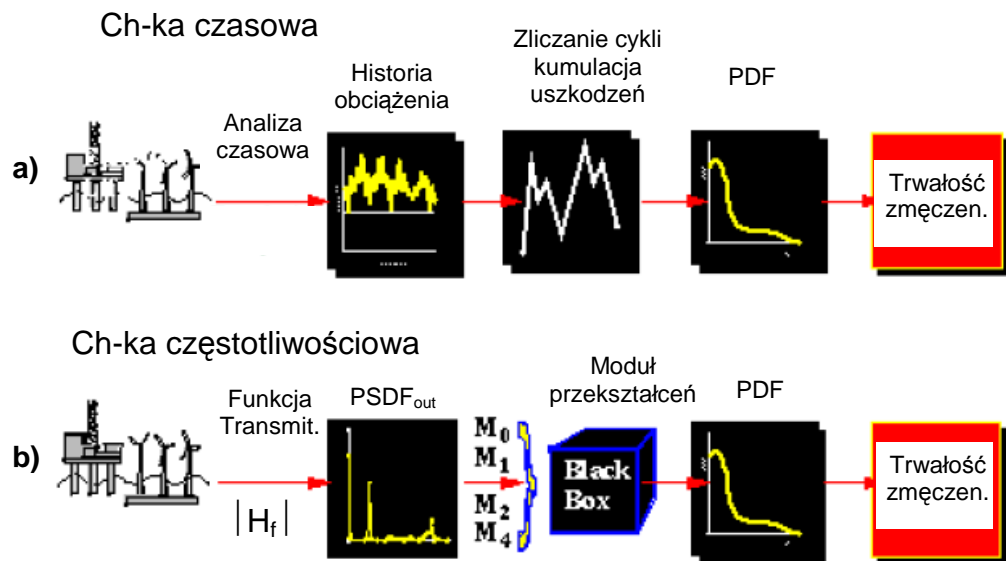
1. Problemów długiej trwałości zmęczeniowej (z małą plastycznością), gdyż metoda ta oparta jest na niskich naprężeniach.
2. Obliczania trwałości zmęczeniowej materiałów kompozytowych, tworzyw sztucznych, spoin i materiałów nieżelaznych.
3. Analizy spoin punktowych i drgań wywołujących problemy zmęczenia.

Metodę CI wykorzystuje się w przypadku:

1. Określenia punktów, gdzie pęknięcie może być zainicjowane, skąd można by rozpatrywać rozwój pęknięcia.
2. Dla materiałów metalowych oraz izotropowych ciągliwych (plastycznych), które posiadają symetryczne, cykliczne zachowanie naprężenie – odkształcenie.
3. Produkty, które doświadczają krótkiej trwałości – niskocyklowa wytrzymałość zmęczeniowa, gdzie dominuje plastyczność.

Metodę VIBRATION wykorzystuje się w przypadku:

1. Dla struktur poddanych obciążeniom dynamicznym
2. Określenia trwałości z uwzględnieniem dynamiki konstrukcji, na podstawie uzyskanych historii czasowych obciążeń i charakterystyk amplitudowo-częstotliwościowych (rys. 7.1).



Rys. 7.1. Sposoby wyznaczania trwałości zmęczeniowej metodą VIBRATION [32]:
a) w dziedzinie czasu; b) w dziedzinie częstotliwości

Przedstawione na rys.7.1 metodą VIBRATION sposoby wyznaczania trwałości zmęczeniowej uwzględniają efekty dynamiczne oddziaływania konstrukcji i oparte są na dwóch rodzajach przekształceń historii obciążenia zewnętrznego: w dziedzinie czasu i częstotliwości.

W dziedzinie czasu (rys.7.1a), solver Fatigue wykorzystuje obliczone wcześniej (przy użyciu solwera Nastran) mapy naprężeń (opisane w podrozdz. 5.3.3 – analiza czasowa) dla obciążenia zewnętrznego o zwykle krótkim (ze względu na czasochłonność obliczeń) przedziale czasowym z odpowiednim krokiem czasowym. Mapy naprężeń z analizy czasowej (MES) uwzględniają oddziaływania dynamiczne układu i są zestawione w funkcji czasu. W kolejnym etapie przeskalowany przebieg obciążenia przekształcany jest za pomocą metody „rainflow” na histogram gęstości prawdopodobieństwa rozkładu amplitud (PDF), na podstawie którego obliczana jest trwałość.

W dziedzinie częstotliwości (rys.7.1b), w pierwszej kolejności wyznaczana jest funkcja transmitancji układu H_f , jako odpowiedź układu na wymuszenie jednostkowe. Do tego celu solver Fatigue wykorzystuje dwa rodzaje wprowadzania obciążenia zewnętrznego obliczanych wcześniej w solverze Nastran:

- Rodzaj 1 – Transfer Function - analiza częstotliwościowa MES (opisana w podrozdz. 5.3.2), w której transmitancję układu otrzymuje się przy założeniu obciążenia jednostkowego w określonym przedziale częstotliwości. Dodatkowo do solwera Fatigue należy dołączyć funkcję gęstości widmowej PSDF obciążenia zewnętrznego i na podstawie zależności funkcji transmitancji i gęstości widmowej mocy obliczana jest gęstość widmowa na wyjściu układu $PSDF_{out}$.
- Rodzaj 2 – Power Spektrum - wykorzystuje losową analizę częstotliwościową MES, o obciążeniu zewnętrznym w postaci funkcji gęstości widmowej PSDF (opisanej w podrozdz. 5.4), w którym (na potrzeby transmitancji) działająca siła obciążenia zewnętrznego ma wartość jednostkową. Następnie w solverze Fatigue z relacji transmitancji H_f i gęstości widmowej obciążenia obliczana jest odpowiedź układu jako gęstość widmowa wyjściowa $PSDF_{out}$.

W obu rodzajach analiz otrzymuje się tę samą funkcję gęstości widmowej $PSDF_{out}$, z której za pomocą przekształceń opisanych w rozdz. 3 otrzymuje się histogram PDF wykorzystywany do obliczenia trwałości.

W analizie trwałości zmęczeniowej metodami CI oraz S-N solver Fatigue wykorzystuje ten sam algorytm (charakterystyki czasowej) jak na rys.7.2 metody VIBRATION. Różnice polegają na tym, że metody te korzystają z modułu analizy statycznej, a wprowadzone mapy naprężeń obliczane są (w solverze Nastran) również metodą analizy statycznej.

Proces określenia trwałości (LIFE ESTIMATION PROCESS) opiera się na dwóch założeniach:

1. Dotyczy związku pomiędzy warunkami obciążenia a naprężeniami i odkształceniami w modelu. Związek obciążenie - odkształcenie, obciążenie – naprężenie jest określony przy użyciu modelu MES i liniowej analizy sprężystości. Zależy on od charakterystyki właściwości materiałowych i w kilku przypadkach wymaga procedur korekcji karbu.
2. Dotyczy wpływu odkształcenia i naprężenia na trwałość modelu. Każda metoda wyznaczania trwałości zmęczeniowej ma swoje własne techniki aby wyznaczyć i zsumować zniszczenia, które mogą powstać w trakcie rozwiązywania problemu.

7.1. Charakterystyka parametrów wejściowych wykorzystywanych przy obliczaniu trwałości zmęczeniowej

Do obliczenia trwałości zmęczeniowej w programie Fatigue uwzględniono właściwości materiałowe, które zawierają informacje na temat zachowania materiału poddanego obciążeniu cyklicznemu (wyznaczone eksperymentalnie przy różnych poziomach obciążenia) lub monotonicznemu (wyznaczone eksperymentalnie przy obciążeniu narastającemu równomiernie aż do złamania próbki).

W celu wprowadzania danych materiałowych, wykorzystano opcję manualnego wprowadzenia zmiennych materiałowych. Materiał, z którego zostało wykonane ramie zwrotnicy to stal stopowa konstrukcyjna 40HM [9, 14, 82, 83] do ulepszania cieplnego i hartowania powierzchniowego o właściwościach przedstawionych w tabelicy 7.1 – 7.3. Charakterystyki materiałowe stali zaczerpnięto z literatury [9] i przedstawiono na rys.7.2 do 7.4.

Tablica 7.1. Procentowy skład chemiczny stali 40HM

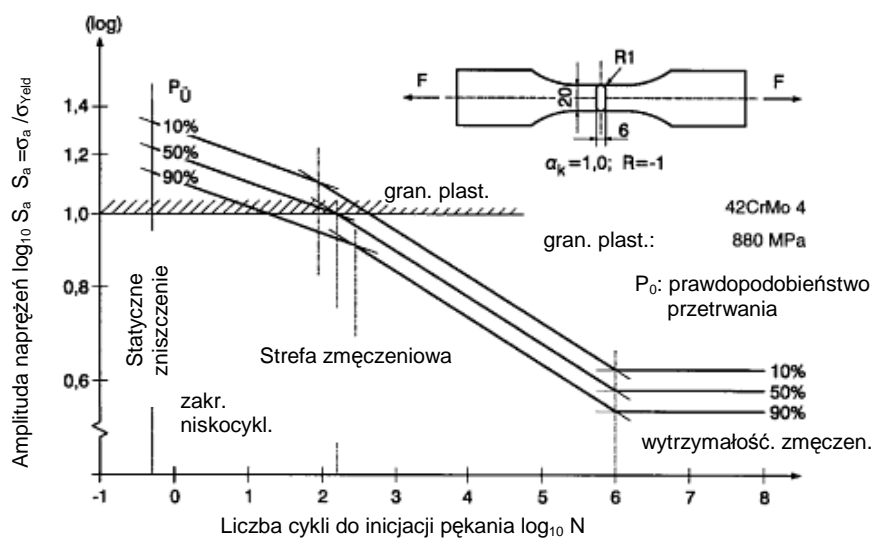
C	Mn	Si	P	S	Cr	Ni	Mo	W	V	Cu
0,38-0,45	0,4-0,7	0,17-0,37	MAX 0,035	MAX 0,035	0,8-0,12	MAX 0,3	0,15-0,25	MAX 0,2	MAX 0,05	MAX 0,25

Tablica 7.2. Właściwości statyczne materiału 40HM

σ_y [MPa]	σ_u [MPa]	A_5 [%]	Z [%]	E [MPa]	ν
880	1030	10	45	207000	0,3

Tablica 7.3. Właściwości cykliczne materiału 40HM

σ'_f [MPa]	ϵ'_f [MPa]	b	c	n'	K' [MPa]
1154	0,18	-0,067	-0,53	0,12	1420

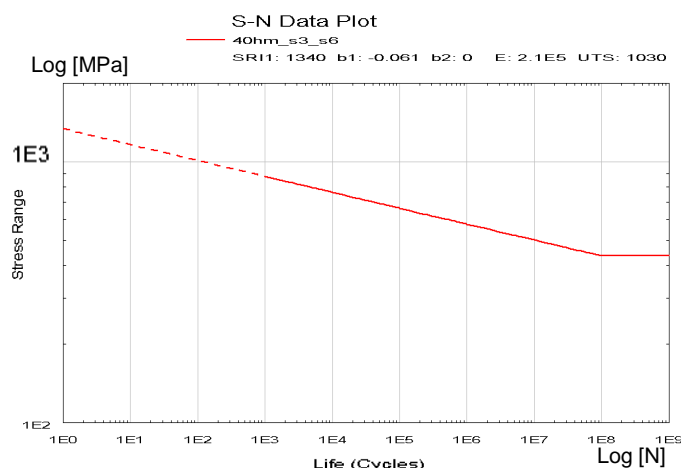


Rys. 7.2. Charakterystyka S-N stali 40HM (EN: 42CrMo4) w zakresie nisko i wysokocyklowym, z określonym procentowo pasmem rozrzutu. [9]

Na podstawie wyżej przedstawionych charakterystyk dla stali 40HM w module PFMAT (rys.7.3) przedstawiono parametry materiałowe, które uwzględniono w analizie. Brakujące parametry zostały wygenerowane na podstawie wytrzymałości na rozciąganie i modułu Young'a.

Material Type (number or code)	22
YS: Yield Strength (MPa)	880
UTS: Ultimate Tensile Strength (MPa)	1030
E: Elastic modulus (MPa)	2.07E5
K1C: Fracture toughness (MPa m ^{1/2})	34.75
Sf: Fatigue strength coefficient (MPa)	1154
b: Fatigue strength exponent	-0.061
c: Fatigue ductility exponent	-0.53
Ef: Fatigue ductility coefficient	0.18
n: Cyclic strain-hardening exponent	0.12
K: Cyclic strength coefficient (MPa)	1420
Nc: Cut-off (reversals) [default 2E8]	2E8
SEe: Std Error of Log(e) (elastic) [0]	0.1
SEp: Std Error of Log(e) (plastic) [0]	0.1
SEc: Std Error of Log(e) (cyclic) [0]	0.1

Rys. 7.3. Parametry materiałowe stali 40HM wykorzystane w solverze Fatigue



Rys. 7.4. Charakterystyka S-N stali 40HM wykorzystana do obliczeń numerycznych

W modelu MES lokalne naprężenia i odkształcenia są znane we wszystkich punktach, stąd współczynnik koncentracji naprężeń $K_t = 1$ dla każdego punktu.

7.2. Metoda wysokocyklowego (S-N) oraz inicjacji pęknięcia (CI) obliczania trwałości

W pierwszym etapie wykonano obliczenia metodą S-N oraz CI, które oparte są o algorytm obliczeń jak na rys.7.1a. Metody te wykorzystują obliczone w analizie statycznej mapy naprężeń i odkształceń badanego elementu konstrukcji. Dlatego obliczenia trwałości przeprowadzono dla warunków brzegowych i obciążenia odpowiadających wariantowi pierwszemu analizie statycznej utwierdzenia ramienia zwrotnicy (podrozdz. 5.2). Analiza trwałości została przeprowadzona dla tych samych punktów pomiarowych, odpowiadającym najbardziej wyęzonym miejscom konstrukcji. W tym przypadku punktem do obliczania trwałości jest punkt σ_4 . Spośród dostępnych w solverze Fatigue rodzajów obliczeń, opisanych w rozdz. 3, wykorzystano te, które dostarczają bardziej niekorzystne wyniki trwałości. W związku z powyższym obliczenia w analizie S-N przeprowadzono dla korekcji naprężeń średnich Goodmana natomiast dla analizy CI - korekcję Neubera (dla odkształceń opisanych równaniem wg SWT). W obu przypadkach poziom prawdopodobieństwa przetrwania wynosił 99,8%. Biorąc pod uwagę przeprowadzone w testach stanowiskowych i pomiarach eksploatacyjnych przeprowadzono obliczenia dla dwóch obciążeń:

- Obciążenie 1 - siła $F_z=60\text{kN}$ o cyklach wahadłowych i częstotliwości 3Hz, dla przedziału czasowego od 0 do 0,34s (jeden cykl).
- Obciążenie 2 - obciążenie losowe $F_z(t)$ odpowiadające pomiarom podczas jazdy po nierównościach o wartości $\text{RMS}=8,83\text{kN}$, dla przedziału czasowego od 0 do 17s (jako jeden cykl).

Otrzymane wyniki dla ramienia zwrotnicy o stałej grubości przedstawiono w tab. 7.4.

Tablica 7.4 Zestawienie obliczeń trwałości modelu 1 punktu pomiarowego σ_4 otrzymane w analizie S-N, CI oraz wieloosiowego stanu obciążenia

Rodzaj obciążenia	S-N	CI	Multiaxial CI		
			Normal Strain	STW-Banantine	Fatemi-Socie
			[Liczba cykli]		
Obciążenie 1	1,80E+5	4,36E+4	1,16E+4	1,12E+4	1,65E+4
Obciążenie 2	1,0E+18	1,0E+18	1,16E+12	1,16E+12	1,16E+12

Zebrane w tab. 7.4 wyniki dotyczą modelu 1, o stałej grubości ramienia równej 34mm. Przy obciążeniu cyklicznym o częstotliwości 3Hz, $t=0,34s$, $F=60kN$ najniższą trwałość otrzymano w analizie wieloosiowej metodą STW Banantine. Jest to wartość zakresu niskocyklowego zmęczenia i jest wynikiem cząstkowym całkowitej trwałości ze względu na założenie występowania lokalnych odkształceń.

Dość dobrą zgodność obliczeń z wynikami badań laboratoryjnych dla tych samych warunków obciążenia wykazuje metoda S-N, dla której trwałość jest rzędu $1,8E+5$ cykli. Dla obciążenia 2, które jest obciążeniem losowym $F_z(t)$ otrzymano nieograniczoną trwałość, co również potwierdza zgodność obliczeń z założonymi warunkami obciążeń. Oznacza to, że przy 99,8% prawdopodobieństwie przetrwania zwrotnica nie powinna się uszkodzić przy powtarzalnym obciążeniu losowym $F_z(t)$, o długości 17s, odpowiadającym jeździe po drodze wyboistej.

Dla modelu 2 odpowiadającego zmiennej grubości ramienia dla obu przypadków obciążeń we wszystkich metodach obliczeń otrzymano nieograniczoną trwałość dla punktu pomiarowego σ_4 .

7.3. Analiza trwałości ramienia z uwzględnieniem oddziaływań dynamicznych układu

7.3.1. Analiza czasowa – Transient Fatigue

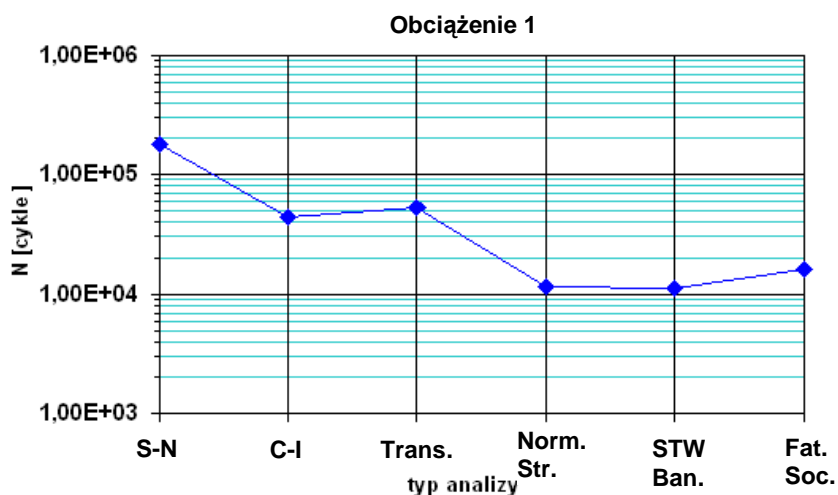
Obliczenia przeprowadzono zgodnie ze schematem przedstawionym na rys.7.1a dla obciążenia zewnętrznego jak dla analizy S-N.

W pierwszym etapie wykonano obliczenia dla obciążenia siła $F_z=60kN$ o cyklach wahadłowych i częstotliwości 3Hz, dla przedziału czasowego od 0 do 0,34s (jeden cykl).

W drugim etapie do analizy czasowej wykorzystano mapy naprężeń dla obciążenia zewnętrznego podczas ruchu na nawierzchni wyboistej. W obu etapach obliczenia przeprowadzono dla dwóch wariantów utwierdzenia: wariantu 1 i wariantu 5 (rozd.4). Otrzymane wyniki zostały zestawione w tab. 7.5.

Tablica 7.5. Zestawienie obliczeń trwałości modelu 1 punktu pomiarowego σ_4 otrzymane w analizie Transient Fatigue

Rodzaj obciążenia	Wariant utwierdzenia	Transient Fatigue [Liczba cykli]
Obciążenie 1	War. 1 (nieruchomy)	5,17E+4
	War. 5 (ruchomy)	7,66E+4
Obciążenie 2	War. 1 (nieruchomy)	1,0E+12
	War. 5 (ruchomy)	1,0E+12



Rys. 7.5. Zestawienie wyników trwałości zmęczeniowej dla modelu 1, obciążenia 1, w zależności od rodzaju obliczeń

Przedstawione na rys.7.5 wyniki mają charakter poglądowy i służą do zobrazowania zakresu trwałości zmęczeniowej otrzymanej różnymi metodami w analizie statycznej oraz metodą Transient Fatigue. Widać wyraźnie, że metoda Transient daje wyniki na tym samym poziomie, co metody analizy statycznej. Oznacza to, że dział oddziaływań dynamicznych w układzie jest niezauważalny dla tej metody obliczeń oraz świadczy o poprawności prowadzonych obliczeń. Wynika stąd, że metoda ta ma ona charakter uniwersalny i może być stosowana do obliczeń trwałości zmęczeniowej zarówno w analizie statycznej jak i dynamicznej.

Dla modelu 2 ramienia o zmiennej grubości, metoda Transient daje nieograniczoną trwałość dla obu przypadków obciążeń (zarówno obciążenia cyklicznego jak i losowego), co potwierdza zgodność prowadzonych obliczeń.

7.3.2. Analiza częstotliwościowa – Vibration Fatigue

a) Transfer Function

Moduł Transfer Function wykorzystuje funkcję transmitancji, otrzymaną z analizy MES, która została opisana w rozdziale 5. Obciążenie zewnętrzne stanowi taki sam przebieg czasowy jak w obciążeniu 2 (obciążenie losowe) analizy S-N.

W tabelicy 7.6 przedstawiono wyniki obliczeń trwałości modelu 1 punktu pomiarowego σ_4 otrzymane w analizie Transfer Function, przy obciążeniu 2.

Tablica 7.6. Zestawienie obliczeń trwałości modelu 1 punktu pomiarowego σ_4 otrzymane w analizie Transfer Function

Rodzaj obciążenia	Wariant utwierdzenia	Transfer Function [s]/[liczba cykli]	
		Dirlik	Narrow Band
Obciążenie 2	Metoda obl.		
	War. 1 (nieruchomy)	2,72E+10/ 1,55E+9	6,44E+8/ 3,68E+7
	War. 5 (ruchomy)	1,0E+16/ 5,7E+14	1,0E+16/ 5,7E+14

Z tab.7.6 wynika, że wartości trwałości zmęczeniowej dla punktu nr σ_4 świadczą o zbieżności poprzednich analiz z analizą Transfer Function. Wyniki według metody Dirlika jak i Narrow Band są zbliżone do siebie, na poziomie zmęczenia wysokocyklowego. Niższa trwałość nieograniczona metody Narrow Band wynika z wielkości przyjętego pasma (1Hz) funkcji PSDF, przez co wyniki są najbliższe wyników z analizy statycznej.

b) Zakres 0-10Hz z wykorzystaniem modułu obliczeń losowych – Power Spectrum Fatigue

Moduł Power Spektrum obliczania wytrzymałości zmęczeniowej wykorzystuje obliczenia MES, w których zaimplementowana jest funkcja wejściowa PSDF_{IN} oraz obliczone charakterystyki transmitancji układu i funkcje wyjściowe PSDF_{OUT}. Obciążenie zewnętrzne stanowi taki sam przebieg czasowy jak w obciążeniu 2 analizy S-N. Otrzymane wyniki zestawiono w tab. 7.7.

Tablica 7.7. Zestawienie obliczeń trwałości modelu 1 punktu pomiarowego σ_4 przy otrzymane w analizie Power Spectrum

	War. Utw.	Power Spectrum [s] /[liczba cykli]						
Obciążenie 2	Metoda obl.	Dirlik	Hancko ck	Narrow Band	Tunna	Wirschi ng	KamDo ver	Steinber g
	War. 1	1,0E+18/5,7E+16						
	War. 5	1,0E+18/5,7E+16						

Obliczenia przedstawione w tab.7.7 mają charakter poglądowy i świadczą o zbieżności obliczeń otrzymanych różnymi metodami w zakresie trwałości wysokocyklowej.

7.4 Podsumowanie rozdziału

W niniejszym rozdziale zaprezentowano analizę numeryczną trwałości zmęczeniowej elementu ramienia zwrotnicy, wykorzystując wcześniej przeprowadzone analizy statyczne i dynamiczne, które uwzględniają dwa warianty warunków brzegowych i wykonane zostały na poziomie prawdopodobieństwa przetrwania równym 99,8%.

Dla podanych założeń przeprowadzono dwa etapy obliczeń, które uwzględniają: analizę statyczną oraz analizę dynamiczną układu.

Przy badaniu trwałości metodą analizy statycznej, dla obciążeń losowych odpowiadających jeździe po drodze wyboistej, otrzymane wyniki wykazują tendencję do układania się w zakresie nieograniczonej trwałości.

W celu zbadania wpływu oddziaływań dynamicznych układu na wielkość wyężenia zmęczeniowego badanej konstrukcji, w platformie Fatigue wykorzystano wykonane obliczenia dynamiczne MES, uwzględniające dwa rodzaje analiz: czasową i częstotliwościową.

Przeprowadzona dynamiczna analiza czasowa (Transient) w układzie obciążenia cyklicznego ($f=3\text{Hz}$), o przedziale czasowym 17s wykazała trwałość rzędu $5,17 \cdot 10^4$ cykli dla analizy Morrow'a (rys. 7.5), która jest na tym samym poziomie jak dla metody C-I ($4,36 \cdot 10^4$ cykli). Większa trwałość metodą Transient oznacza, że brak jest w układzie wpływu oddziaływań dynamicznych w stosunku do analizy statycznej w zakresie niskiej częstotliwości.

Otrzymane w metodzie Transfer Function wartości trwałości zmęczeniowej, dla punktu pomiarowego nr 4 (zestawiono w tablicy 7.5), są najbardziej konserwatywne w stosunku do obliczeń analizą Transient.

Analiza szacowania trwałości – Power Spectrum wykorzystuje wykonane obliczenia dynamiczne MES uwzględniające losowy charakter obciążenia. Obliczenia analizą Power Spektrum dają wyższe wyniki niż dla analizy Transfer Function. Różnice wynikają z przyjętych wyższych wartości RMS naprężeń dla analizy Transfer Function.

Rodzaj 2 obliczeń w metodzie Power Spektrum uwzględnia rzeczywisty charakter obciążenia, który pochodzi z przeprowadzonych pomiarów eksploatacyjnych. Obliczeniowa trwałość zmęczeniowa otrzymana różnymi metodami jest jak najbardziej zgodna z oczekiwaniami, gdyż otrzymany z pomiarów w ruchu poziom naprężeń nie uwzględnia ekstremalnych warunków pracy, w których pojazd jest maksymalnie dociążony i porusza się z większą prędkością, dlatego też otrzymane wyniki odpowiadają zakresowi wysokocyklowemu trwałości zmęczeniowej.

Uzyskane wyniki obliczeń trwałości zmęczeniowej zwrotnicy nie dają podstaw do wnioskowania, że jej uszkodzenie było spowodowane eksploatacyjnymi obciążeniami o charakterze zmęczeniowym.

8. WNIOSKI KOŃCOWE

W pracy przedstawiono wyniki badań doświadczalnych, metodykę oraz narzędzia analizy numerycznej służące do modelowania i wyężenia zwrotnicy samochodowej, wykorzystywane w procesie szacowania jej trwałości zmęczeniowej, przy obciążeniach eksploatacyjnych.

Na podstawie przeprowadzonych badań literaturowych stwierdzono, że spośród wielu metod opisujących losowy charakter obciążenia, metody spektralne oparte na dynamicznej analizie MES są skutecznym narzędziem przy obliczaniu trwałości zmęczeniowej.

Przeprowadzone badania eksperymentalne ramienia zwrotnicy (rozdział 4) umożliwiły pogłębioną analizę przebiegów czasowych obciążenia monotonicznego i cyklicznego w warunkach laboratoryjnych, jak również analizę składu częstotliwościowego i rozkładów funkcji gęstości prawdopodobieństwa obciążeń eksploatacyjnych. Przedstawione w tym rozdziale historie obciążeń umożliwiły określenie ich wpływu na poziom wyężenia materiału oraz identyfikację krytycznych punktów zwrotnicy. W celu zbadania składu częstotliwościowego zarejestrowanych obciążeń, sporządzono wykresy gęstości widmowej mocy (PSDF). Istotne wartości PSDF układają się w zakresie 0-2Hz, a cały zakres otrzymanych częstotliwości znajduje się w przedziale do 10Hz. W każdym z badanych przypadków obciążeń otrzymane wartości maksymalnych naprężeń wystąpiły w strefie, w której doszło do eksploatacyjnego uszkodzenia ramienia zwrotnicy.

Przedstawione w pracy badania ramienia zwrotnicy w rzeczywistych warunkach eksploatacyjnych umożliwiły obliczenie za pomocą dostępnych narzędzi numerycznych, rzeczywistego kształtu widma spektralnego obciążeń, które posłużyło obliczeń wyężenia zmęczeniowego za pomocą analizy dynamicznej MES.

W opisaney w rozdziale 5 analizie numerycznej nasuwają się następujące stwierdzenia:

- Istotne znaczenie w procesie modelowania elementu ramienia zwrotnicy ma odpowiednie jej utwierdzenie, które musi odzwierciedlać rzeczywiste warunki pracy elementu konstrukcji.
- W analizie numerycznej odpowiedzi czasowej, w której przeprowadzono symulację przejazdu przez przeszkodę, układ przy zadanych parametrach rzeczywistych zachowuje się poprawnie, zgodnie z dostępnymi w literaturze wynikami badań innych badaczy.
- W etapie analizy spektralnej, zbadano wpływ funkcji wejściowej gęstości widmowej mocy na postać funkcji gęstości widmowej mocy na wyjściu z układu. Wykonano dwa warianty obliczeń, w których sygnał wejściowy $PSDF_{IN}$ miał tę samą wartość RMS, lecz różnił się kształtem. Dla sygnału $PSDF_{IN}$ w postaci linii o stałym poziomie (tzw. biały szum), sygnał wyjściowy $PSDF_{OUT}$ ma ustalony przebieg, o częstotliwościach własnych większych od 1Hz. W przypadku obciążenia losowego odpowiadającego jeździe po nierównościach charakterystyki wyjściowe, mają przebieg nieregularny oraz mieszczą się w tym samym paśmie częstotliwości, a ich wartości maksymalne przypadają na zakres częstotliwości bliski zeru. Stwierdzono, że otrzymane charakterystyki gęstości widmowych mocy naprężeń punktu pomiarowego σ_4 poprawnie odwzorowują przebiegi obciążenia zewnętrznego na wejściu układu. Zastosowany rodzaj obliczeń uwzględniający losowy przebieg obciążenia, ma charakter uniwersalny i może być stosowany do każdego pasma częstotliwości zmian obciążenia zewnętrznego. Otrzymane w ten sposób wyniki w postaci gęstości widmowych mocy naprężeń są wykorzystane do badania wpływu losowego charakteru obciążeń na trwałość zmęczeniową zwrotnicy.

W pracy zaproponowano również nowy kształt geometryczny zwrotnicy otrzymany różnymi metodami optymalizacji konstrukcji (rozdział 6). Optymalizację topologiczną przeprowadzono i zwizualizowano przy użyciu dostępnego interfejsu w programie Patran. Otrzymany w wyniku zmiany topologii teoretyczny model wykazuje zbliżony do modelu pierwotnego poziom naprężeń, lecz pozbawiony jest zgodnie z założeniem znacznej ilości materiału. Optymalizację kształtu wykonano przy użyciu zmiennych projektowych grubości modelu 2D ramienia zwrotnicy i ograniczeniach w analizie statycznej i częstotliwościowej. Zaproponowana nowa postać zwrotnicy o zmiennej grubości, otrzymana metodą optymalizacji kształtu, pomimo niewielkiego wzrostu masy (około 11%) została wykorzystana do obliczeń porównawczych wyężenia zmęczeniowego. Taki tok postępowania wynika ze względów ekonomicznych (znikomy wzrost kosztów produkcji w stosunku do wzrostu masy całkowitej zwrotnicy) jak również ze względu na zachowanie optymalnego kształtu i odpowiedniego zapasu bezpieczeństwa dla zwrotnicy będącej kluczowym elementem układu kierowniczego. Przedstawione wyniki obliczeń ukazują, iż w zależności od wyboru metody optymalizacji możliwa jest redukcja masy konstrukcji z jednoczesnym zachowaniem odpowiedniego poziomu naprężeń maksymalnych oraz odpowiedniej sztywności i wytrzymałości.

Ostatni etap pracy posłużył jako element walidacji obliczeń MES i obliczeń trwałości zmęczeniowej elementu ramienia zwrotnicy, wykorzystując wcześniej przeprowadzone analizy statyczne i dynamiczne, dla których wykonano obliczenia na poziomie prawdopodobieństwa przetrwania równym 99,8%. Obliczeniowa trwałość zmęczeniowa otrzymana różnymi metodami nie uwzględnia ekstremalnych warunków pracy, w których pojazd jest maksymalnie dociążony i porusza się z większą prędkością, która wpływa na wzrost oddziaływań dynamicznych konstrukcji, dlatego też otrzymane wyniki odpowiadają nieograniczonej trwałości zmęczeniowej. Również dla ramienia zwrotnicy o zmiennej grubości, we wszystkich przypadkach obciążenia otrzymano zgodną z oczekiwaniami nieograniczoną trwałość zmęczeniową.

Na podstawie przeprowadzonych obliczeń wyężenia zmęczeniowego zwrotnicy samochodowej z uwzględnieniem obciążeń eksploatacyjnych wynika, że nie powinno dojść do uszkodzenia elementu w czasie całego cyklu eksploatacji samochodu, a otrzymane przypadki uszkodzeń powstały w wyniku działania wysokiego impulsu wyężenia materiału (jednokrotnego przeciążenia materiału), spowodowanego na przykład uderzeniem samochodu w przeszkodę.

Przedstawione metody obliczeń pokazały, iż algorytmy uwzględniające oddziaływania dynamiczne układu i losowy charakter obciążenia w analizowanych przypadkach przy obliczaniu trwałości zmęczeniowej dostarczają wyniki o podobnym poziomie trwałości w stosunku do tradycyjnie stosowanych metod z pominięciem oddziaływań dynamicznych konstrukcji.

Opracowane narzędzia programowe oraz skrypty analizy numerycznej mają charakter uniwersalny i mogą być zastosowane do dowolnej konstrukcji narażonej na uszkodzenia zmęczeniowe o charakterze cyklicznym i losowym.

Dalsze prace autora będą zmierzać w następujących kierunkach:

- Uszczegółowienie obliczeń numerycznych połączenia śrubowego w zakresie uwzględniającym zagadnienie kontaktu ogólnego i jego wpływu na trwałość zmęczeniową całej konstrukcji za pomocą pakietu MSC Marc.
- Rozszerzenie stosowalności dynamicznych metod obliczeniowych o zagadnienie uwzględniające dynamikę ruchu konstrukcji i oddziaływań obciążeń impulsowych, występujących podczas uderzenia pojazdu o przeszkodę za pomocą pakietu MSC Dytran.
- Rozwijanie narzędzi programowych wspomagających parametryczną optymalizację konstrukcji bazującą na trójwymiarowym modelu numerycznym.

9. SPIS LITERATURY

1. ASTM: Standard Practice for Statistical Analysis of Linear or Linearized Stress-Life (S-N) and Strain-Life (e-N) Fatigue Data, ASTM Standard E739-91, Vol. 03.01, American Society of Testing and Materials
2. Bannantine J.A., Socie D.F.: A variable amplitude multiaxial fatigue life prediction method. Fatigue under biaxial and multiaxial loading, ESIS Publication 10, Mechanical Engineering Publications, London, 1991, pp. 33-51
3. Barnett, Alan R., Ibrahim, Omar M., Sullivan, Timothy L., Goodnight, Thomas W.: Transient Analysis Mode Participation for Modal Survey Target Mode Selection Using MSC/NASTRAN DMAP, MSC 1994 World Users' Conf. Proc., Paper No. 8, June, 1994
4. Bendsoe M.P., Sigmund O.: Topology Optimization: Theory, Methods, and Applications, Springer, Berlin, 2003
5. Bishop N.W.M. and Sherratt F.: A Theoretical Solution for the Estimation of 'Rainflow' Ranges from Power Spectral Density data, Fatigue Fracture, Engineering Materials Structure, 13, 1990, pp. 311-326
6. Cebon D.: Interaction between Heavy Vehicles and Roads, Society of Automobile Engineers Inc., Special Publication SP-951, 81p.
7. Cifuentes A. O., Herting D. N.: Transient Response of a Beam to a Moving Mass Using a Finite Element Approach, Innovative Numerical Methods in Engineering, Proc. of the Fourth Int. Symp. on Numerical Methods in Engineering, Springer-Verlag, 1986, pp. 533-539
8. Crossald B.: Effects of large hydrostatic pressures on the torsional fatigue strength of alloy steel. International Conference on Fatigue of Metals, Institution of Mechanical Engineers, 1956
9. Cyril N., Fatemi A., Cryderman B.: Effects of sulfur level and anisotropy of sulfide inclusions on tensile, impact, and fatigue properties of SAE 4140 steel. SAE Technical Paper, Society of Automotive Engineers, USA, 2008
10. Dacko M., Borkowski W., Niezgodą T., Wieczorek M.: Metoda elementów skończonych w mechanice konstrukcji Arkady Warszawa 1994.
11. Deperrois A.: Sur le calcul de limites d'endurance des aciers, These de Doctorat, Ecole Polytechnique, France, 1991
12. Dietman H., Bhongbhibhat T., Schmid A.: Fatigue under biaxial and multiaxial loading, ESIS 10, pp. 449-464, Mechanical Engineering Publ., 1991
13. DOT User's Manual, Vanderplaats Research & Development, Colorado Springs, CO, 1995
14. Dowling N. E.: Mechanical Behaviour of Materials: Engineering Methods for Deformation, Fracture and Fatigue, Second Edition, Prentice Hall, New Jersey 1999
15. Fabryka Osi Napędowych S.S. Radomsko, Ramię zwrotnicy, nr rysunku 4312810003A, 2006
16. Fabryka Osi Napędowych S.S. Radomsko, Rysunek złożeniowy mostu przedniego typ MSS-010, nr rysunku 0312700042, 1994
17. Fatemi A., and Socie D. F.: A Critical Approach to Multi-axial Fatigue Damage Including Out-of-Phase Loading, Fatigue and Fracture of Eng. References Metals. and Structures, Vol. 11, No. 3. 1988. pp. 149-165.
18. Findley W.N.: A theory for the effect of mean stress on fatigue of metals under combined torsion and axial load or bending, Journal of Engineering for Industry, 1959, pp. 301-306
19. Findley W.N.: Fatigue of metals under combinations of stresses, Transaction of ASME, 1956, pp. 1337-1348

20. Fortuna Z., Macukow B., Własowski J.: Metody Numeryczne, WNT, 1993
21. Gallagher R.H.: Finite Element Analysis Fundamentals, Prentice – Hall, 1975
22. Gough H., Pollard H.: The strength of metals under combined alternating stress, Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Vol. 31 no. 3, pp.3-54
23. Grimes Roger G., Lewis John G., Simon Horst D., Komzsis L., Scott David S.: Shifted Block Lanczos Algorithm in MSC/NASTRAN, MSC/NASTRAN Users' Conf. Proc., Paper No. 12, March, 1985
24. Grubisic V., Simburger A.: International Conference Fatigue Testing and Design, pp.271-278, Society of Environmental Engineering, 1976
25. Guest J.J.: Recent research of combined stress, Proceedings of Institution of Automobile Engineers, Vol. 35, pp.33-72, 1940
26. Hertzberg Richard W.: Deformation and fracture mechanics of engineering materials, second edition. Reprinted by John Wiley and sons, New York 1983, pp.492-503
27. Hoffmann M., Seeger T.: Estimating multiaxial elastic-plastic notch stress and strains in combined loading. Biaxial and multiaxial fatigue, EGF3, 1989, pp.3-24
28. International Organization for Standardisation, Mechanical vibration - Road surface profiles - Reporting of measured data, ISO 8608, 1995
29. Jakubowicz A, Orłoś Z.: Wytrzymałość materiałów, WNT, Warszawa, 1970, s. 627
30. Kasprzyk T., Prochowski L., 1990: Obciążenia dynamiczne zawieszzeń, WKŁ, Warszawa
31. Khosrovaneh A. K. and Dowling N. E.: Fatigue Loading History Reconstruction based on the Rainflow Technique, International Journal of Fatigue, Vol. 12 No. 2. pp. 90-106.
32. Kilroy K.: MSC Fatigue Version 8.0 Quick Reference Guide. The MacNeal Schwendler Corporation, 1998
33. Kim K. S., Lee B. L. and Park, J. C.: Biaxial fatigue of stainless steel 304 under irregular loading, Fatigue and Fracture Mechanics: ASTM STP 1389 (Edited by G. R. Halford & Gallagher). American Society for Testing and Materials, West Conshohocken, 2000, pp. 79–93
34. Kleczkowski A.: Wyznaczanie charakterystyk ogólnych przedniego zawieszenia samochodu Star 1142, Praca zbiorowa, wykonana w Zakładzie Budowy Pojazdów Samochodowych Politechniki Krakowskiej, 1994
35. Kleiber M.: Metody elementów skończonych w nieliniowej mechanice kontinuum PWN, Warszawa – Poznań 1985
36. Knapczyk J., Walczak S.: Badania drgań przestrzennych zwrotnicy koła samochod wywołanych przez nierówności drogi, Materiały VII Międz. Konf. Nauk. Badania Symulacyjne w Technice Samochodowej, Kazimierz 1999
37. Kocańda S., Szala J.: Podstawy obliczeń zmęczeniowych, Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa 1977, s.288
38. Krysicki W., Bartos J., Dyczka W., Króliczkowska K., Wasilewski M.: Rachunek prawdopodobieństwa i statystyka matematyczna w zadaniach, cz.1, Rachunek prawdopodobieństwa, Wydawnictwa naukowe PWN, Warszawa 1998
39. Lee B. H. and Lee S. B.: Stochastic modeling of low-cycle fatigue damage in 316L stainless steel under variable multiaxial loading. Fatigue Fract. Engng Mater. Struct. 23, 2000, pp. 1007–1018.
40. Liu H.J., Hu S.R.: Fatigue under nonnormal random stress using Monte-Carlo method, Fatigue '87, Eds. R. O. Ritchie and E. A. Starke Jr. EMAS (U.K.), Vol. III, 1987, pp. 1439-1448
41. Liu, Y. Mahadevan, S.: A unified multiaxial fatigue damage model for isotropic and anisotropic materials, Int. J. Fatigue, 29, pp. 347-359, 2007

42. Lozia Z., Pieniążek W.: Real time 7 DOF Vehicle Dynamics Model and its Experimental Verifications, SAE Technical Papers 2002-01-1184, World Congress Detroit, USA, Michigan 2002
43. Lozia Z.: Modelowanie drgań osi przedniej i kół kierowanych samochodu ciężarowego, artykuł wykonany w ramach projektu celowego KBN nr 793/C.S6-7/93
44. Lozia Z.: ZL3DSYM. Program do symulacji ruchu samochodu dwuosiowego. Możliwości i ograniczenia, Materiały z IV Konferencji Naukowo-Technicznej: Pojazdy samochodowe. Problemy rozwoju i eksploatacji. Autoprogress'93, Jachranka 1993
45. Maas J. W. L. H.: A Comparison of Dynamic Tyre Models for Vehicle Shimmy Stability Analysis, Eindhoven University of Technology, 2009
46. Mangun D., A.: Simulation and Characterization of Titre Nonuniformity-Induced Steering Nibble Vibrations Through Integrated Subsystems Modeling, Thesis, Clemson University 2006
47. Marin J., In Proc. Int. Conf. On Fatigue of Metals, pp.184-194, Institution of Mechanical Engineers, 1956
48. Mataka T.: An explanation on fatigue limit under combined stress, Bulletin of the JSME, Vol. 20, No 141, 1977, pp. 257-26
49. Measurements Group Tech Note TN 509, Strain Gage Rosetts – Selection, Application and Data Reduction, Vishay Measurement Group, Inc., 1990, North Carolina
50. Measurements Group Tech Note TN 514, Shunt Calibration of Strain Gage Instrumentation, Vishay Measurement Group, Inc., 1988, North Carolina
51. Mitschke M.:Dynamika samochodu, WKŁ, Warszawa 1977
52. Moore Gregory J., Nagendra Gopal K.: Dynamic Response Sensitivities in MSC NASTRAN, The MSC 1991 World Users' Conf. Proc., Vol. I,1991, Paper No. 4
53. Morrow J.: Fatigue Properties of Metals, Fatigue Design Handbook, SAE, 1968, pp. 21-30
54. Mrzygłód M., Zieliński A. P.: Parametric struktural optimisation with respect to the multiaxial high-cycle fatigue criterion, Struct. Multidisc. Optim., Vol. 33, 2007, pp. 161-171
55. MSC.Fatigue [Computer Software], Los Angeles (CA, USA), 2003, MacNeal Schwendler Corporation
56. MSC.Software Corporation: MSC.Nastran Quick Reference Guide, MSC.Software Corporation, Santa Ana, CA, USA, 2005
57. MSC/FATIGUE User's Guide, Vol. 1&2, MSC Software Corporation, 2005, 1382 ps.
58. MSC/NASTRAN Design Sensitivity and Optimization User's Guide, Version 68, MacNeal-Schwendler Corp., 1994, Los Angeles, CA
59. Neimitz A.: Podstawy Mechaniki Pękania, WNT Warszawa 1999
60. Niesłony A., Macha E.: Wieloosiowe zmęczenia losowe elementów maszyn i konstrukcji. Część V. Metoda spektralna. Studia i Monografie z.160, Politechnika Opolska, Opole 2004
61. Niesłony A.: Wyznaczanie warstwicz uszkodzeń zmęczeniowych metodą spektralną. Studia i Monografie z.233, Politechnika Opolska, Opole 2008
62. OECD: Dynamic Interaction of Vehicle & Infrastructure Experiment - Asia-Pacific Concluding Conference, OECD DIVINE Project Concluding Conference, Melbourne 1997
63. Orzełowski S.: Budowa podwozi i nadwozi samochodowych, Wydawnictwa szkolne i pedagogiczne, wyd. 18, Warszawa 2010
64. Osiński Z.: Teoria drgań, WNT, Warszawa, 1979.
65. Pacejka H. B.: Tyre and vehicle dynamics, Butterworth-Heinemann, Oxford 2004

66. Papadopoulos I. V., Davoli P., Gorla C., Filippini M., Bernasconi A.: A comparative study of multiaxial high cycle fatigue criteria for metals, *International Journal of Fatigue*, Vol. 19, n.3, 1997, pp.219-235
67. Papadopoulos I.V., Panoskaltis V.P.: Invariant formulation of a gradient dependent multiaxial high-cycle fatigue criterion, *Engng Fract Mech*, 55(4), 1996, pp. 513-528
68. Preumont A., Piefort V., Prediction random high-cycle fatigue life with finite elements, *Journal of vibration and acoustics*, Vol. 116, 1994, pp245-248
69. Rakowski G., Kacprzyk Z.: *Metoda Elementów Skończonych w Mechanice Konstrukcji*, Oficyna Wyd. Politechniki Warszawskiej, 1993, Warszawa
70. Reference Manual, MSC.PATRAN, Version r2, MSC. Software 2001
71. Reimpell J., Stool H., Betzler J. W.: *The Automotive Chassis Engineering Principles*, Second Edition, Butterworth-Heinemann, Oxford 2001
72. Research Report FHWA-RD-07-1008-02: Impact of Truck Suspension and Road Roughness on Loads Exerted to Pavements, The University of Texas at El Paso, 2010
73. Sines G. and Ohgi G.: Fatigue Criteria Under Combined Stresses and strains, *Journal of Engineering Materials and Technology*, Vol. 103, 1981, pp. 82–90
74. Smith W., Watson P., Topper T.H.:A stress-strain function for the fatigue of metals, *Journal of Metals*, Vol. 5, No. 4, 1970, pp. 767-778
75. Stulen F.B, Cummings H.N.: A failure Criterion for multi-axial fatigue stresses, in *Proceedings ASMT*, Vol. 54, 1954, pp. 882-835
76. Szala J.: Hipotezy sumowania uszkodzeń zmęczeniowych, *Wydawnictwa Uczelniane ATR*, Bydgoszcz 1998, s.175
77. Toś P.: Kody źródłowe solverów MSC.Nastran i Fatigue dotyczące analizy dynamicznej oraz procesów optymalizacji i trwałości zmęczeniowej zwrotnicy samochodowej, Raport nr 2/2014 Katedry Mechaniki i PKM, Politechnika Opolska, Opole 2014
78. Uhl T.: *Współczesne trendy rozwojowe w analizie modalnej konstrukcji*, Wyd. Katedry Robotyki i Dynamiki Maszyn AGH Kraków, 2003, pp.124-136
79. Vanderplaats G. N.: *Numerical Optimization Techniques for Engineering Design With Applications*, 3rd Edition, Vanderplaats Research and Development, Inc.,1999, Colorado Springs, CO
80. Wang C. H., and Brown M. W.: Life Prediction Techniques for Variable Amplitude Multi-axial Fatigue- Parts 1 and 2, *Journal of Engineering Materials and Technology*, Vol. 118. 1996. pp. 367-374
81. Wirsching P. H., Paez T. L., and Ortiz K.: *Random Vibrations, Theory And Practice*, 1995, Wiley, New York
82. www.fatiguecalculator.com
83. www.pragtic.com
84. Young-Li L., Iwo P. Ritchard H., Mark B.: *Fatigue testing And Analysis*, 2005, Elsevier Inc.
85. Zegelaar P. W. A.: *The dynamic response of tyres to brake torque variations and road unevennesses*, dissertation, Delft University of Technology, The Netherlands 1998
86. Zienkiewicz, O. C., *The Finite Element Method*. McGraw-Hill Book Co. 1977.