PRACE NAUKOWE
Uniwersytetu Ekonomicznego we Wrocławiu
RESEARCH PAPERS
of Wrocław University of Economics

Nr 327

Taksonomia 22
Klasyfikacja i analiza danych – teoria i zastosowania

Redaktorzy naukowi
Krzysztof Jajuga, Marek Walesiak

Wydawnictwo Uniwersytetu Ekonomicznego we Wrocławiu
Wrocław 2014

Redaktor Wydawnictwa: Barbara Majewska
Redaktor techniczny: Barbara Łopusiewicz
Korektor: Barbara Cibis
Łamanie: Beata Mazur
Projekt okładki: Beata Dębska

Publikacja jest dostępna w Internecie na stronach:
www.ibuk.pl, www.ebscohost.com,
w Dolnośląskiej Bibliotece Cyfrowej www.dbc.wroc.pl,
The Central and Eastern European Online Library www.ceeol.com,
a także w adnotowanej bibliografii zagadnień ekonomicznych BazEkon
http://kangur.uek.krakow.pl/bazy_ae/bazekon/nowy/index.php

Informacje o naborze artykułów i zasadach recenzowania znajdują się
na stronie internetowej Wydawnictwa
www.wydawnictwo.ue.wroc.pl

Tytuł dofinansowany ze środków Narodowego Banku Polskiego
oraz ze środków Sekcji Klasyfikacji i Analizy Danych PTS

ISSN 1899-3192 (Prace Naukowe Uniwersytetu Ekonomicznego we Wrocławiu)
ISSN 1505-9332 (Taksonomia)

Wersja pierwotna: publikacja drukowana

Druk: Drukarnia TOTEM

Spis treści

Wstęp 9

Eugeniusz Gatnar, Balance of payments statistics and external competitiveness of Poland 15
Andrzej Sokołowski, Magdalena Czaja, Efektywność metody *k*-średnich w zależności od separowalności grup 23
Barbara Pawełek, Józef Pociecha, Adam Sagan, Wielosektorowa analiza ukrytych przejść w modelowaniu zagrożenia upadłością polskich przedsiębiorstw 30
Elżbieta Gołata, Zróżnicowanie procesu starzenia i struktur demograficznych w Poznaniu i aglomeracji poznańskiej na tle wybranych dużych miast Polski w latach 2002-2011 39
Aleksandra Łuczak, Feliks Wysocki, Ustalanie systemu wag dla cech w zagadnieniach porządkowania liniowego obiektów 49
Marek Walesiak, Wzmacnianie skali pomiaru dla danych porządkowych w statystycznej analizie wielowymiarowej 60
Paweł Lula, Identyfikacja słów i fraz kluczowych w tekstach polskojęzycznych za pomocą algorytmu *RAKE* 69
Mariusz Kubus, Propozycja modyfikacji metody złagodzonego LASSO 77
Andrzej Bąk, Tomasz Bartłomowicz, Wielomianowe modele logitowe wyborów dyskretnych i ich implementacja w pakiecie `DiscreteChoice` programu R 85
Justyna Brzezińska, Wykorzystanie modeli logarytmiczno-liniowych do analizy bezrobocia w Polsce w latach 2004-2012 95
Andrzej Bąk, Marcin Pełka, Aneta Rybicka, Zastosowanie pakietu `dcMNM` programu R w badaniach preferencji konsumentów wódki 104
Barbara Batóg, Jacek Batóg, Analiza stabilności klasyfikacji polskich województw według sektorowej wydajności pracy w latach 2002-2010 113
Małgorzata Markowska, Danuta Strahl, Klasyfikacja europejskiej przestrzeni regionalnej ze względu na filary inteligentnego rozwoju z wykorzystaniem referencyjnego systemu granicznego 121
Kamila Migdał-Najman, Krzysztof Najman, Formalna ocena jakości odwzorowania struktury grupowej na mapie Kohonena 131
Kamila Migdał-Najman, Krzysztof Najman, Graficzna ocena jakości odwzorowania struktury grupowej na mapie Kohonena 139
Beata Basiura, Anna Czapkiewicz, Badanie jakości klasyfikacji szeregów czasowych 148
Michał Trzęsiok, Wybrane metody identyfikacji obserwacji oddalonych 157

Grażyna Dehnel, Tomasz Klimanek, Taksonomiczne aspekty estymacji pośredniej uwzględniającej autokorelację przestrzenną w statystyce gospodarczej 167
Michał Bernard Pietrzak, Justyna Wilk, Odległość ekonomiczna w modelowaniu zjawisk przestrzennych z wykorzystaniem modelu grawitacji..... 177
Maciej Beręsewicz, Próba zastosowania różnych miar odległości w uogólnionym estymatorze Petersena 186
Marcin Szymkowiak, Tomasz Józefowski, Konstrukcja i praktyczne wykorzystanie estymatorów typu SPREE na przykładzie dwuwymiarowych tabel kontyngencji 195
Marcin Pełka, Klasyfikacja pojęciowa danych symbolicznych w podejściu wielomodelowym 202
Małgorzata Machowska-Szewczyk, Ocena klas w rozmytej klasyfikacji obiektów symbolicznych 210
Justyna Wilk, Problem wyboru liczby klas w taksonomicznej analizie danych symbolicznych 220
Andrzej Dudek, Metody analizy skupień w klasyfikacji markerów map Google 229
Ewa Roszkowska, Ocena ofert negocjacyjnych w słabo ustrukturyzowanych problemach negocjacyjnych z wykorzystaniem rozmytej procedury SAW 237
Marcin Szymkowiak, Marek Witkowski, Zastosowanie analizy korespondencji do badania kondycji finansowej banków spółdzielczych 248
Bartłomiej Jefmański, Budowa rozmytych indeksów satysfakcji klientów z zastosowaniem programu R........ 257
Karolina Bartos, Odkrywanie wzorców zachowań konsumentów za pomocą analizy koszykowej danych transakcyjnych 266
Joanna Trzęsiok, Taksonomiczna analiza krajów pod względem dzietności kobiet oraz innych czynników demograficznych 275
Beata Bal-Domańska, Próba identyfikacji większych skupisk regionalnych oraz ich konwergencja........ 285
Beata Bieszk-Stolorz, Iwona Markowicz, Wpływ zasiłku na proces poszukiwania pracy 294
Marta Dziechciarz-Duda, Klaudia Przybysz, Wykształcenie a potrzeby rynku pracy. Klasyfikacja absolwentów wyższych uczelni........ 303
Tomasz Klimanek, Problem pomiaru procesu dezagraryzacji wsi polskiej w świetle wielowymiarowych metod statystycznych........ 313
Małgorzata Sej-Kolasa, Mirosława Sztemberg-Lewandowska, Wybrane metody analizy danych wzdłużnych........ 321
Artur Zaborski, Zastosowanie miar odległości dla danych porządkowych do agregacji preferencji indywidualnych 330
Mariola Chrzanowska, Nina Drejerska, Iwona Pomianek, Zastosowanie analizy korespondencji do badania sytuacji mieszkańców strefy podmiejskiej Warszawy na rynku pracy........ 338

Katarzyna Wawrzyniak, Klasyfikacja województw według stopnia realizacji priorytetów Strategii Rozwoju Kraju 2007-2015 z wykorzystaniem wartości centrum wierszowego 346

Summaries

Eugeniusz Gatnar, Statystyka bilansu płatniczego a konkurencyjność gospodarki Polski 22
Andrzej Sokołowski, Magdalena Czaja, Cluster separability and the effectiveness of *k*-means method 29
Barbara Pawełek, Józef Pociecha, Adam Sagan, Multisectoral analysis of latent transitions in bankruptcy prediction models..... 38
Elżbieta Gołata, Differences in the process of aging and demographic structures in Poznań and the agglomeration compared to selected Polish cities in the years 2002-2011 48
Aleksandra Łuczak, Feliks Wysocki, Determination of weights for features in problems of linear ordering of objects 59
Marek Walesiak, Reinforcing measurement scale for ordinal data in multivariate statistical analysis 68
Paweł Lula, Automatic identification of keywords and keyphrases in documents written in Polish 76
Mariusz Kubus, The proposition of modification of the relaxed LASSO method 84
Andrzej Bąk, Tomasz Bartłomowicz, Microeconomic multinomial logit models and their implementation in the `DiscreteChoice` R package. 94
Justyna Brzezińska, The analysis of unemployment data in Poland in 2004--2012 with application of log-linear models 103
Andrzej Bąk, Marcin Pełka, Aneta Rybicka, Application of the MMLM package of R software for vodka consumers preference analysis 112
Barbara Batóg, Jacek Batóg, Analysis of the stability of classification of Polish voivodeships in 2002-2010 according to the sectoral labour productivity 120
Małgorzata Markowska, Danuta Strahl, Classification of the European regional space in terms of smart growth pillars using the reference limit system..... 130
Kamila Migdał Najman, Krzysztof Najman, Formal quality assessment of group structure mapping on the Kohonen's map 138
Kamila Migdał Najman, Krzysztof Najman, Graphical quality assessment of group structure mapping on the Kohonen's map 147
Beata Basiura, Anna Czapkiewicz, Validation of time series clustering 156
Michał Trzęsiok, Selected methods for outlier detection..... 166

Grażyna Dehnel, Tomasz Klimanek, Taxonomic aspects of indirect estimation accounting for spatial correlation in enterprise statistics 176
Michał Bernard Pietrzak, Justyna Wilk, Economic distance in modeling spatial phenomena with the application of gravity model......................... 185
Maciej Beręsewicz, An attempt to use different distance measures in the Generalized Petersen estimator 194
Marcin Szymkowiak, Tomasz Józefowski, Construction and practical using of SPREE estimators for two-dimensional contingency tables................. 201
Marcin Pełka, The ensemble conceptual clustering for symbolic data.......... 209
Małgorzata Machowska-Szewczyk, Evaluation of clusters obtained by fuzzy classification methods for symbolic objects.. 219
Justyna Wilk, Problem of determining the number of clusters in taxonomic analysis of symbolic data 228
Andrzej Dudek, Clustering techniques for Google maps markers................. 236
Ewa Roszkowska, The evaluation of negotiation offers in ill structure negotiation problems with the application of fuzzy SAW procedure 247
Marcin Szymkowiak, Marek Witkowski, The use of correspondence analysis in analysing the financial situation of cooperative banks................... 256
Bartłomiej Jefmański, The construction of fuzzy customer satisfaction indexes using R program.. 265
Karolina Bartos, Discovering patterns of consumer behaviour by market basket analysis of the transactional data... 274
Joanna Trzęsiok, Cluster analysis of countries with respect to fertility rate and other demographic factors 284
Beata Bal-Domańska, An attempt to identify major regional clusters and their convergence 293
Beata Bieszk-Stolorz, Iwona Markowicz, The influence of benefit on the job finding process 302
Marta Dziechciarz-Duda, Klaudia Przybysz, Education and labor market needs. Classification of university graduates 312
Tomasz Klimanek, The problem of measuring deagrarianisation process in rural areas in Poland using multivariate statistical methods...................... 320
Małgorzata Sej-Kolasa, Mirosława Sztemberg-Lewandowska, Selected methods for an analysis of longitudinal data... 329
Artur Zaborski, The application of distance measures for ordinal data for aggregation individual preferences 337
Mariola Chrzanowska, Nina Drejerska, Iwona Pomianek, Application of correspondence analysis to examine the situation of the inhabitants of Warsaw suburban area in the labour market 345
Katarzyna Wawrzyniak, Classification of voivodeships according to the level of the realization of priorities of *the National Development Strategy 2007-2015* with using the values of centroid of the rows 355

PRACE NAUKOWE UNIWERSYTETU EKONOMICZNEGO WE WROCŁAWIU
RESEARCH PAPERS OF WROCŁAW UNIVERSITY OF ECONOMICS nr 327 • 2014
Taksonomia 22 ISSN 1899-3192
Klasyfikacja i analiza danych – teoria i zastosowania

Ewa Roszkowska
Uniwersytet w Białymstoku

OCENA OFERT NEGOCJACYJNYCH W SŁABO USTRUKTURYZOWANYCH PROBLEMACH NEGOCJACYJNYCH Z WYKORZYSTANIEM ROZMYTEJ PROCEDURY SAW[1]

Streszczenie: W pracy przedstawiono model słabo ustrukturyzowanego problemu negocjacyjnego z wykorzystaniem technik wielokryterialnego podejmowania decyzji w środowisku rozmytym. Pokazano możliwości zastosowania rozmytej metody SAW do oceny ofert negocjacyjnych w sytuacji, gdy ocena ofert przebiega w warunkach niepewności, informacja o wartościach opcji jest nieprecyzyjna, niedokładna lub określona za pomocą wyrażeń werbalnych. Rozpoznano różne techniki wyostrzania wartości rozmytych z punktu widzenia możliwości ich zastosowania do oceny oraz porządkowania ofert negocjacyjnych.

Słowa kluczowe: negocjacje, metody wielokryterialne, rozmyta SAW, liczby rozmyte.

1. Wstęp

We wspomaganiu podejmowania decyzji w negocjacjach stosowane są techniki analizy wielokryterialnej, przy czym dobór techniki uzależniony jest od struktury problemu negocjacyjnego, rodzaju i zakresu dostępnej informacji oraz modelu preferencji negocjatora [Salo, Hämäläinen 2010; Brzostowski i in. 2012]. Jedną z najprostszych i najczęściej stosowanych metod jest klasyczna procedura *Simple Additive Weighing* (SAW), wykorzystywana także w wielu systemach wspomagania negocjacji (np. Inspire, Smart Settle). Klasyczna procedura SAW stanowi użyteczne narzędzie do oceny ofert negocjacyjnych w dobrze ustrukturyzowanych problemach negocjacyjnych, czyli wówczas, gdy wartości opcji zagadnień negocjacyjnych są zadane przez wartości rzeczywiste.

Celem opracowania jest prezentacja rozmytej wersji metody SAW w aspekcie możliwych zastosowań do porządkowania ofert negocjacyjnych w słabo ustruktu-

[1] Praca została sfinansowana ze środków Narodowego Centrum Nauki przyznanych na podstawie decyzji numer DEC-2011/03/B/HS4/03857.

ryzowanych problemach negocjacyjnych, czyli gdy ocena ofert przebiega w warunkach niepewności, informacja o wartościach opcji jest nieprecyzyjna, niedokładna lub określona za pomocą wyrażeń werbalnych.

2. Podstawowe pojęcia z zakresu teorii zbiorów rozmytych

Powstanie i rozwój teorii zbiorów rozmytych związany był z potrzebą matematycznego ujęcia zjawisk złożonych, nieprecyzyjnych i wieloznacznych lub pojęć słabo zdefiniowanych, trudnych do określenia za pomocą klasycznego aparatu matematycznego [Zadeh 1965]. Sytuacja tego typu towarzyszy często podejmowaniu decyzji w negocjacjach. Stąd narzędzia teorii zbiorów rozmytych mogą być użyteczne do oceny ofert negocjacyjnych w warunkach niepewności, z uwzględnieniem zmiennych lingwistycznych.

Niech X będzie przestrzenią obiektów. Zbiór rozmyty $\widehat{A}$ definiuje się za pomocą równości

$$\widehat{A} = \left\{ \left(x, \mu_{\widehat{A}}(x) \right) : x \in X,\ \mu_{\widehat{A}}(x) \in \langle 0,1 \rangle \right\},$$

gdzie $\mu_{\widehat{A}}$ jest tzw. funkcją przynależności określoną na X i przyjmującą wartości z przedziału $\langle 0,1 \rangle$. Liczby rozmyte to ograniczone, domknięte, wypukłe i normalne podzbiory prostej rzeczywistej $\Re$. Trójkątną liczbą rozmytą $\widehat{A}$ nazywa się trójkę postaci (a,b,c) o funkcji przynależności zdefiniowanej następująco [Kwang 2005; Wang i in. 2009][2]:

$$\mu_{\widehat{A}}(x) = \begin{cases} \dfrac{x-a}{b-a} & \text{dla} \quad a \le x \le b \\ \dfrac{c-x}{c-b} & \text{dla} \quad b \le x \le c \\ 0 \quad \text{dla pozostałych}\, x \end{cases}, \tag{1}$$

gdzie $a,b,c \in \Re$.

Trójkątną liczbę rozmytą $\widehat{A} = (a,b,c)$ nazywamy dodatnią, gdy $a \ge 0$, symetryczną, gdy $b-a = c-b$, znormalizowaną, gdy $a \ge 0$ oraz $c \le 1$.

[2] Podstawowe definicje i własności działań na trójkątnych liczbach rozmytych np. [Kwang 2005; Wang i in. 2009].

3. Model negocjacyjny jako dyskretny model decyzyjny w środowisku rozmytym

W pracy przyjęto następujące oznaczenia: *wariant decyzyjny* – pakiet negocjacyjny, który negocjator może przedstawić jako ofertę lub otrzymać od oponenta, *kryterium wariantu decyzyjnego* – zagadnienie negocjacyjne, *wartość kryterium* – opcja zagadnienia negocjacyjnego [Roszkowska 2012, 2013; Roszkowska, Wachowicz 2012]. Niech $Z = \{Z_1, Z_2,\dots, Z_n\}$ oznacza zbiór zagadnień negocjacyjnych, gdzie I jest zbiorem zagadnień typu zysk, tzn. im więcej, tym lepiej, J – zbiorem zagadnień typu strata, tzn. im mniej, tym lepiej. Model preferencji negocjatora zawiera dwa punkty odniesienia: *punkt aspiracji* – $P_{asp} = (a_1,....,a_n)$ oraz *punkt rezerwacji* $P_{res} = (r_1,....,r_n)$, gdzie a_j (r_j) jest maksymalną (minimalną) opcją z możliwych do zaakceptowania ($j = 1, 2,\dots, n$).

Zakładamy dalej, że problem negocjacyjny jest słabo ustrukturyzowany, tzn. ocena ofert przebiega w warunkach niepewności, informacja o wartościach opcji jest nieprecyzyjna, niedokładna lub określona za pomocą wyrażeń werbalnych. Ponadto ocena pakietów negocjacyjnych wymaga uwzględnienia danych z różnych źródeł i o różnym charakterze. Opcje zagadnień negocjacyjnych mogą być wartościami rzeczywistymi, przedziałowymi, rozmytymi lub wyrażone słownie. W celu umożliwienia wykonywania operacji porównawczych dokonano konwersji danych różnych typów na trójkątne liczby rozmyte. Przyjęto, że pakiet negocjacyjny P jest reprezentowany w postaci wektora $\widehat{P} = [\hat{x}_1, \hat{x}_2,..., \hat{x}_n]$, gdzie $\widehat{x}_j$ jest wartością opcji j-tego zagadnienia tego pakietu oraz $\widehat{x}_j = (a_j, b_j, c_j)$ jest trójkątną, dodatnią liczbą rozmytą ($a_j, b_j, c_j \in \Re$). Wartości danych oznaczają w przypadku kryterium typu zysk kolejno: a_j – ocenę pesymistyczną, b_j – ocenę najbardziej prawdopodobną, c_j – ocenę optymistyczną (kryterium typu strata–odwrotnie). Wartość zmiennej liczbowej jest reprezentowana przez trójkątną liczbę rozmytą postaci $\widehat{x} = (b,b,b)$, wartość danej należącej do przedziału (a,c), przez liczbę rozmytą postaci $\widehat{x} = \left(a, \frac{1}{2}(a+c), c\right)$. Wartości liczbowe wyrażeń lingwistycznych są reprezentowane przez trójkątne liczby rozmyte[3].

Przez $\hat{P}_{as} = [\hat{a}_1, \hat{a}_2,..., \hat{a}_n], \hat{P}_{rez} = [\hat{r}_1, \hat{r}_2,..., \hat{r}_n]$ oznaczymy odpowiednio rozmytą reprezentację *pakietu idealnego* oraz *antyidealnego*, gdzie $\hat{r}_j = (a_j^-, b_j^-, c_j^-)$, $\hat{a}_j = (a_j^+, b_j^+, c_j^+)$ są trójkątnymi liczbami rozmytymi odzwierciedlającymi poziom aspiracji oraz rezerwacji negocjatora ze względu j-te zagadnienie negocjacyjne lub najwyższą i najniższą ocenę werbalną wyznaczoną przez zmienną lingwistycz-

[3] Szerzej o pojęciu i własnościach zmiennych lingwistycznych oraz ich reprezentacji przez liczby rozmyte np. [Zadeh 1975; Kwang 2005; Chen 2000].

ną (j = 1, 2,…, n) [Roszkowska, Wachowicz 2012; Roszkowska 2013]. Wektor $w=[w_1, w_2,..., w_n]$ jest wektorem wag kryteriów i spełnia warunek $w_j > 0$, $w_1 + w_2 + .. + w_n = 1$.

Następnym etapem formalizacji modelu negocjacji jest budowa systemu oceny (tzw. systemu scoringowego) pakietów negocjacyjnych. Do budowy takiego systemu można wykorzystać rozmyte metody wielokryterialne, które pozwalają na rozszerzenie tradycyjnych metod oceny pakietów, umożliwiając stworzenie doskonalszego modelu obrazu sytuacji negocjacyjnej [Chen, Hwang 1992]. W niniejszym opracowaniu przeprowadzona zostanie analiza możliwości zastosowań zmodyfikowanej rozmytej procedury SAW do oceny pakietów negocjacyjnych. Rozważmy funkcję agregującą S, która przypisuje pakietowi negocjacyjnemu P kombinację liniową wektora wagowego oraz znormalizowanych wartości opcji zagadnień zgodnie ze wzorem:

$$S(P) = \sum_{j=1}^{n} w_j \cdot \hat{z}_j , \tag{2}$$

gdzie: $\hat{z}_j$ – znormalizowana wartość opcji ze względu na j-te zagadnienie, $w_j \in \Re^+$ współczynnik wagowy j-tego zagadnienia. Przykładowe formuły normalizacyjne[4]:

a) $$\hat{z}_j = \left(\frac{a_j}{c_j^+}, \frac{b_j}{c_j^+}, \frac{c_j}{c_j^+} \right), \text{gdy } j \in I,\ \hat{z}_j = \left(\frac{a_j^-}{c_j}, \frac{a_j^-}{b_j}, \frac{a_j^-}{a_j} \right), \text{gdy } j \in J, j = 1,2...,n, \tag{3}$$

b) $$\hat{z}_j = \left(\frac{a_j - a_j^-}{a_j^+ - a_j^-}, \frac{b_j - b_j^-}{b_j^+ - b_j^-}, \frac{c_j - c_j^-}{c_j^+ - c_j^-} \right), j = 1, \ldots, n. \tag{4}$$

Zauważmy, że otrzymana za pomocą wzoru (2) ocena $S(P)$ pakietu P jest trójkątną liczbą rozmytą. Kluczową rolę w porządkowaniu ofert odgrywa sposób porównywania liczb rozmytych. W pracy wykorzystane zostaną metody bazujące na transformacji wielkości rozmytych do postaci liczb rzeczywistych, następnie porównywaniu tak otrzymanych wartości[5]. Przyjmujemy, że określona jest funkcja $F: TLR \to \Re$, zwana *funkcją wyostrzania* (lub wyostrzaczem), przypisująca trójkątnej liczbie rozmytej liczbę rzeczywistą.

---

[4] Obie formuły normalizacyjne stanowią modyfikację wzorów stosowanych w dyskretnych rozmytych metodach wielokryterialnych [Chen, Hwang 1992]. Modyfikacja polega na tym, że normalizacja bazuje na poziomie aspiracji i rezerwacji, a nie na wartościach maksymalnych i minimalnych ocen w skończonym zbiorze wariantów decyzyjnych.

[5] Wyróżnia się trzy główne klasy metod porównywania liczb rozmytych. Oprócz operacji wyostrzania stosowane są metody bazujące na zbiorach odniesienia i porównujące liczby rozmyte z tymi zbiorami oraz metody oparte na relacji rozmytej pomiędzy wielkościami rozmytymi i porównywaniu ich parami [Kwang 2005; Wang i in. 2009]

Dowolny skończony zbiór $\boldsymbol{P} = \{P_1, P_2, \ldots, P_m\}$ pakietów porządkuje się liniowo ze względu na wartość funkcji *FS* przy czym wyższe wartości $F\left(S(P_i)\right)$ świadczą o wyższej pozycji w rankingu *i*-tego pakietu. Warunkiem poprawnej stosowalności rozmytej procedury SAW jest założenie o wzajemnej niezależności kryteriów. Zaletą algorytmu rozmytej procedury SAW jest jego prostota obliczeniowa oraz łatwość interpretacji uzyskanego wyniku. Dodatkowo zmodyfikowana procedura normalizacyjna oparta na poziomie rezerwacji oraz aspiracji zapobiega zmianie uporządkowania pakietów w sytuacji dołączenia lub odrzucenia pakietu do zadanego zbioru pakietów negocjacyjnych [Roszkowska, Wachowicz 2012; Roszkowska 2013].

4. Własności funkcji wyostrzania w kontekście oceny pakietów negocjacyjnych

W literaturze przedmiotu można znaleźć szereg propozycji wyostrzania liczb rozmytych, czyli metod przypisania liczbie rozmytej liczby rzeczywistej. Podawane są ogólne kryteria metod wyostrzania, które mogą stanowić wytyczne pozwalające tworzyć poprawne modele. Przedmiotem rozważań w dalszej części pracy będą wybrane techniki wyostrzania w kontekście możliwości ich zastosowania do oceny ofert negocjacyjnych otrzymanych w oparciu o rozmytą procedurę SAW. Analizie poddana zostanie metoda FOM (*First of Maxima*), COG (*Center of Gravity*) [Yager 1980; Chenga 1998], Chu oraz Tsao [2000]; Liou oraz Wanga [1992]; Yao oraz Wu [2000], Chena oraz Hwanga [1992], Opricovica oraz Tzenga [2003]. Podane niżej formuły wyostrzania dotyczą dodatnich, znormalizowanych trójkątnych liczb rozmytych[6].

Twierdzenie 1. Niech $\widehat{A} = (a, b, c)$ będzie dodatnią oraz znormalizowaną trójkątną liczbą rozmytą o funkcji przynależności określonej wzorem (1). Wówczas zachodzi:

$$R_{FOM}(\tilde{A}) = b \text{ (metoda FOM)}, \tag{5}$$

$$R_{COG}\left(\tilde{A}\right) = \tfrac{1}{3}(a + b + c) \text{ (metoda COG)}, \tag{6}$$

$$R_{YW}(\tilde{A}) = \tfrac{1}{4}(a + 2b + c) \text{ (metoda Yao oraz Wu)}, \tag{7}$$

$$R_{ChH}\left(\tilde{A}\right) = \tfrac{1}{2}(x^l + x^r) \text{ (metoda Chena oraz Hwanga)}, \tag{8}$$

[6] Szerzej o metodach wyostrzania w odniesieniu do wielkości rozmytych np. [Yager 1980; Cheng 1998; Chu, Tsao 2000; Liou, Wang 1992; Yao, Wu 2000; Opricovic, Tzeng 2003; Wang i in. 2009].

$$R_{OT}\left(\tilde{A}\right)=\frac{x^l(1-x^l)+x^r x^r}{1-x^l+x^r} \text{ (metoda Opricovica oraz Tzenga),} \quad (9)$$

$$R_{LW}(\tilde{A})=\tfrac{1}{2}\alpha(a+b)+\tfrac{1}{2}(1-\alpha)(b+c) \text{ (metoda Liou oraz Wanga),} \quad (10)$$

gdzie: $x^l=\dfrac{b}{1+b-a}$, $x^r=\dfrac{c}{1+c-b}$;
α – indeks optymizmu (α = 0 oznacza pełny optymizm, α = 1 skrajny pesymizm).

Wybór techniki porównywania wielkości rozmytych wymaga od decydenta pewnego kompromisu pomiędzy stratą informacji zawartych w wielkościach rozmytych (będącej konsekwencją operacji wyostrzania) a niemożnością podjęcia decyzji. Warto odnotować, że brakuje jednej uniwersalnej metody wyostrzania, a jej wybór uzależniony jest od analizowanego problemu oraz pożądanych przez decydenta własności procedury. Na przykładach opisane zostaną wybrane własności procedur wyostrzania, które mogą być podstawą oceny użyteczności (w tym rekomendacji) dla negocjatora określonych sposobów analizy pakietów negocjacyjnych. Tabela 1 zawiera wybrane dodatnie znormalizowane trójkątne liczby rozmyte wraz z ich wartościami otrzymanymi metodami (5)-(9). Na podstawie danych zawartych w tabeli 2 przeprowadzona zostanie dyskusja dotycząca własności wybranych metod wyostrzania.

Tabela 1. Przykładowe liczby rozmyte oraz wartości funkcji wyostrzania określone na tych liczbach

	Liczba rozmyta	R_{FOM}	R_{COG}	R_{YW}	R_{ChH}	R_{OT}
c	(0.1, 0.1, 0.1)	0.100	0.100	0.100	0.100	0.100
$\hat{A}$	(0.3,0.6,0.7)	0.600	0.533	0.550	0.549	0.556
$c\hat{A}$	(0.03,0.06,0.07)	0.600	0.053	0.055	0.064	0.059
$\hat{A}+c$	(0.4,0.7,0.8)	0.700	0.633	0.650	0.633	0.654
$\hat{B}$	(0.1,0.2,0.3)	0.200	0.200	0.200	0.227	0.205
$\hat{A}+\hat{B}$	(0.4, 0.8,1.0)	0.800	0.733	0.750	0.702	0.744
$\hat{A}_1$	(0.5, 0.7, 0.9)	0.700	0.700	0.700	0.667	0.691
$\hat{A}_2$	(0.3, 0.8, 1.0)	0.800	0.700	0.725	0.683	0726
$\hat{A}_3$	(0.3, 0.5, 0.7)	0.500	0.500	0.500	0.500	0.500
$\hat{A}_4$	(0.1, 0.6, 0.7)	0.600	0.467	0.500	0.518	0.522
$\hat{A}_5$	(0.1,0.3,0.5)	0.300	0.300	0.300	0.333	0.310
$\hat{A}_6$	(0.4,0.6, 0.8)	0.600	0.600	0.600	0.583	0.595
$\hat{A}_7$	(0.5,0.6,0.7)	0.600	0.600	0.600	0.591	0.598
$\hat{A}_8$	(0.3,0.4,0.5)	0.400	0.400	0.400	0.409	0.402
$\hat{A}_9$	(0.2,0.4,0.6)	0.400	0.400	0.400	0.417	0.405
$\hat{A}_{10}$	(0.2,0.3,0.4)	0.300	0.300	0.300	0.318	0.303

Źródło: opracowanie własne.

Twierdzenie 2. Dowolna funkcja wyostrzania $R \in \{R_{FOM}, R_{COG}, R_{YW}\}$ ma następujące własności:

i) $R(c) = c$,

ii) $R(\hat{A} + c) = R(\hat{A}) + c$,

iii) $R(c\hat{A}) = cR(\hat{A})$,

iv) $R(\hat{A} + \hat{B}) = R(\hat{A} + \hat{B})$,

v) $R(\hat{A}) = b$, gdy $\hat{A}$ jest symetryczną trójkątną liczbą rozmytą,

gdzie $c \in \Re$, $\hat{A}, \hat{B}$ – dodatnie trójkątne liczby rozmyte.

Własności ii-v nie mają funkcje wyostrzania $R \in \{R_{ChH}, R_{OT}\}$ (por. tabela 1). Najprostszą funkcją wyostrzania jest R_{FOM}. Ogólnie, w metodzie *FOM* (*First of Maxima*) wartość wyostrzenia ustalona jest dla pierwszej wartości, dla której funkcja przynależności osiąga wartość maksymalną jeden. W przypadku trójkątnych liczb rozmytych zachodzi $R_{FOM}(\tilde{A}) = b$. Oznacza to, że stosowanie funkcji R_{FOM} wiąże się z dużą stratą potencjalnych informacji zawartych w trójkątnej liczbie rozmytej (tj. symetria bądź jej brak, szerokość przedziału rozmytości, umiejscowienie na osi OX). Warto odnotować, że funkcje wyostrzania ze zbioru $R \in \{R_{FOM}, R_{COG}, R_{YW}\}$, chociaż podobne w konstrukcji, mogą prowadzić do różnego uporządkowania liczb trójkątnych (zob. $\hat{A}_1, \hat{A}_2$ oraz $\hat{A}_3, \hat{A}_4$ – tabela 1).

Twierdzenie 3. Niech $\hat{A} = (a, b, c)$ będzie dodatnią trójkątną liczbą rozmytą. Jeżeli

i) $b - a > c - b$, to $R(\hat{A}) < b$,

ii) $b - a < c - b$, to $R(\hat{A}) > b$,

gdzie $R \in \{R_{COG}, R_{YW}, R_{ChH}, R_{OT}\}$.

Twierdzenie 4. Jeśli $\hat{A} = (b - r, b, b + r)$ jest dodatnia liczbą trójkątną , to $R\left(\hat{A}\right) = b$ dla dowolnego $R \in \{R_{FOM}, R_{COG}, R_{YW}\}$.

Funkcje wyostrzania $R \in \{R_{FOM}, R_{COG}, R_{YW}\}$ nie rozróżniają dwóch symetrycznych trójkątnych liczb o tej samej wartości *b* (zob. $\hat{A}_6, \hat{A}_7$ lub $\hat{A}_8, \hat{A}_9$ lub $\hat{A}_5, \hat{A}_{10}$ – tabela 1). Wartość funkcji wyostrzania ze zbioru $R \in \{R_{ChH}, R_{OT}\}$ dla symetrycznej trójkątnej liczby rozmytej zależy nie tylko od długości przedziału, ale także od wartości *b*.

Twierdzenie 5 [por. Opricovic, Tzeng 2003]. Jeśli $\hat{A} = (b - r, b, b + r)$ jest znormalizowaną trójkątną liczbą dodatnią, to:

i) $R(\hat{A}) > b$ dla $b < 0.5$,

ii) $R(\hat{A}) < b$ dla $b > 0.5$,

iii) $R(\hat{A}) = 0.5$ dla $b = 0.5$,

gdzie $R \in \{R_{ChH}, R_{OT}\}$.

Stąd np. $R(\hat{A}_6) \le 0.6$, $R(\hat{A}_7) \le 0.6$, $R(\hat{A}_8) \ge 0.4$, $R(\hat{A}_9) \ge 0.4$ dla $R \in \{R_{ChH}, R_{OT}\}$ (tab. 1).

Twierdzenie 6 [por. Opricovic, Tzeng 2003]. Niech $\hat{A} = (b - r_1, b, b + r_1)$, $\hat{B} = (b - r_2, b, b + r_2)$ dwie znormalizowane trójkątne liczby dodatnie. Jeżeli $r_1 > r_2$, to

i) $R(\hat{A}) < R(\hat{B})$ dla $b > 0.5$,

ii) $R(\hat{A}) > R(\hat{B})$ dla $b < 0.5$,

iii) $R(\hat{A}) = R(\hat{B})$ dla $b = 0.5$,

gdzie $R \in \{R_{ChH}, R_{OT}\}$.

Stąd np. $R(\hat{A}_7) > R(\hat{A}_6)$ oraz $R(\hat{A}_9) > R(\hat{A}_8)$ dla $R \in \{R_{ChH}, R_{OT}\}$ (tab. 1).

Można także pokazać [Opricovic, Tzeng 2003], że jeśli $\hat{A} = (b - r_1, b, b + r_1)$, $\hat{B} = (b - r_2, b, b + r_2)$ dwie symetryczne oraz znormalizowane trójkątne liczby dodatnie, to gdy rośnie wartość wyrażenia $|b - 0.5|$, również rośnie wartość wyrażenia $|R_{OT}(\hat{A}) - R_{OT}(\hat{B})|$ (zob. np. liczby $\hat{A}_6, \hat{A}_7$ oraz $\hat{A}_5, \hat{A}_{10}$, oraz $\hat{A}_8, \hat{A}_9$ w tabeli 1).

Ciekawą postać, z punktu widzenia zastosowań w analizie pakietów negocjacyjnych, ma funkcja wyostrzania opisana wzorem (10), która uwzględnia nie tylko reprezentację danych w postaci trójkątnych liczb rozmytych, ale także stopień optymizmu związany z problemem decyzyjnym.

5. Przykład obliczeniowy

Prezentowany przykład, oparty na danych umownych, nie wykorzystuje wszystkich potencjalnych zastosowań rozmytej procedury SAW do analizy procesu negocjacji i służy jedynie jako jej ilustracja. Załóżmy, że podczas oceny ofert negocjacyjnych decydent dokonuje oceny pakietów negocjacyjnych ze względu na trzy zagadnienia: Z_1, Z_2, Z_3. Wagi zagadnień mają postać: $w_1 = 0.4$, $w_2 = 0.5$, $w_3 = 0.1$. Przedmiotem analizy jest ocena i porządkowanie pięciu pakietów P_1, P_2, P_3, P_4, P_5. Dla uproszczenia przyjęto, że Tabela 2 przedstawia już znormalizowane wartości opcji zagadnień negocjacyjnych oraz wartości funkcji scoringowej otrzymanej za pomocą wzoru (2).

Tabela 2. Znormalizowane wartości opcji zagadnień negocjacyjnych oraz wartości funkcji scoringowej wyznaczonej za pomocą rozmytej SAW

Pakiet	Z_1	Z_2	Z_3	$S(P_i)$
P_1	(0.1, 0.65, 0.7)	(0.1, 0.3, 0.5)	(0.4 ,0.5, 0.6)	(0.13, 0.46, 0.59)
P_2	(0.3, 0.5, 0.7)	(0.3, 0.4, 0.6)	(0.5, 0.6, 0.7)	(0,32, 0.46, 0.65)
P_3	(0.6, 0.8, 0.9)	(0.1, 0.2, 0.4)	(0.1, 0.3, 0.3)	0.3, 0.45, 0.59)
P_4	(0.1, 0.2, 0.5)	(0.5, 0.6, 0.7)	(0.6, 0.7, 0.8)	(0.35,0.45, 0.63)
P_5	(0.3, 0.5, 0.7)	(0.4, 0.4, 0.4)	(0.4, 0.5, 0.6)	(0.36, 0.45, 0.54)

Źródło: opracowanie własne.

Tabela 3 zawiera zestawienie systemu ocen pięciu pakietów negocjacyjnych otrzymanych za pomocą różnych metod wyostrzania. Otrzymane wyniki pokazują, że na ranking pakietów negocjacyjnych istotny wpływ ma funkcja wyostrzania.

Tabela 3. Wartości funkcji wyostrzania dla rozmytych ocen pakietów negocjacyjnych

Pakiet	R_{FOM}	R_{COG}	R_{YW}	R_{ChH}	R_{OT}	R_{LW} $\alpha = 0$	R_{LW} $\alpha = 0.5$	R_{LW} $\alpha = 1$
P_1	0.460	0.393	0.410	0.434	0.424	0.525	0.410	0.295
P_2	0.460	0.477	0.473	0.475	0.472	0.555	0.473	0.390
P_3	0.450	0.447	0.448	0.454	0.449	0.520	0.448	0.375
P_4	0.450	0.477	0.470	0.471	0.468	0.540	0.470	0.400
P_5	0.450	0.450	0.450	0.454	0.451	0.495	0.450	0.405

Źródło: opracowanie własne na podstawie danych z tabeli 2.

6. Podsumowanie

W opracowaniu zaprezentowano rozmytą metodę *Simple Additive Weighing* (SAW) w aspekcie możliwych zastosowań do porządkowania ofert negocjacyjnych w słabo ustrukturyzowanych problemach decyzyjnych. Rozpoznano różne techniki wyostrzania wartości rozmytych z punktu widzenia możliwości ich zastosowania do oceny oraz porządkowania ofert negocjacyjnych. Dokonując rekomendacji metody, warto odnotować, że metoda FOM, chociaż najprostsza, jest najmniej użyteczna ze względu na dużą utratę informacji. Z omawianych technik wyostrzania jedynie metody (8) oraz (9) rozróżniają symetryczne liczby rozmyte ze względu na ich rozpiętość oraz maksymalną wartość funkcji przynależności.

Literatura

Brzostowski J., Roszkowska E., Wachowicz T. (2012), *Using Multiplie Criteria Decision Making Methods in Negotiation Support*, „Optimum. Studia Ekonomiczne", 5(59), s. 3-29.

Chen C.T. (2000), *Extension of the TOPSIS for group decision-making under fuzzy environment*, „Fuzzy Sets and Systems", no. 114, s. 1-9.

Chen S.J., Hwang C.L. (1992), *Fuzzy Multiple Attribute Decision Making: Methods and Applications*, Springer-Verlag, Berlin.

Cheng H.C. (1998), A *new approach for ranking fuzzy number by distance method*, „Fuzzy Sets and Systems", 95, s. 307-317.

Chu T.C., Tsao C.T. (2000), *Ranking fuzzy Number with and Area between the centroid point and original point*, „Computers and Mathematics with Applications", 43, s. 111-117.

Liou T.S., Wang M.J. (1992), *Ranking fuzzy numbers with integral value*, „Fuzzy Sets and Systems", 50(3), s. 247-255.

Kwang H.L., *First Course on Fuzzy Theory and Applications*, Advances in Soft Computing, Springer Verlag, Berlin – Heidelberg 2005.

Opricovic S., Tzeng G. (2003), *Defuzzification within a multicriteria decision model*, „International Journal of Uncertainty Fuzziness and Knowledge-Based Systems", vol. 11, no. 5, s. 635-652.

Roszkowska E. (2012), *Zastosowanie metody TOPSIS do wspomagania procesu negocjacji*, [w:] K. Jajuga, M. Walesiak (red.), *Klasyfikacja i analiza danych – teoria i zastosowania*, Prace Naukowe Uniwersytetu Ekonomicznego we Wrocławiu nr 242, Taksonomia 19, Wydawnictwo UE, Wrocław, s. 68-75.

Roszkowska E. (2013), *Zastosowanie rozmytej metody TOPSIS do oceny ofert negocjacyjnych*, [w:] K. Jajuga, M. Walesiak (red.), *Klasyfikacja i analiza danych – teoria i zastosowania*, Prace Naukowe Uniwersytetu Ekonomicznego we Wrocławiu nr 278, Wydawnictwo UE, Wrocław, s. 74-84.

Roszkowska E., Wachowicz T. (2012), *Negotiation Support with Fuzzy TOPSIS*, [w:] A.T. Almeida, D.C. Morais, S.F. Daher (red.), *Group Decision and Negotiation 2012, Proceedings*, Recife, Brasil, s. 161-175.

Yager R.R. (1980), *On a general class of fuzzy connectives*, „Fuzzy Sets and Systems", 4(3), s. 235-242.

Yao J.S., Wu K. (2000), *Ranking fuzzy numbers based on decomposition principle and signed distance*, „Fuzzy Set and Systems", vol. 116, s. 75-88.

Salo A., Hämäläinen R.P. (2010), *Multicriteria Decision Analysis in Group Decision Processes* [w:] D.M. Kilgour, C. Eden (red.), *Handbook of Group Decision and Negotiation*, Springer, New York, s. 269-283.

Wang X., Ruan D., Kerre E.E. (2009), *Mathematics of Fuzziness – Basic Issues*, Studies in Fuzziness and Soft Computing, vol. 245, Springer Verlag, Berlin – Heidelberg.

Zadeh L.A. (1965), *Fuzzy sets*, „Information and Control", vol. 8, s. 338-353.

Zadeh L.A. (1975), *The concept of a linguistic variable and its application to approximate reasoning: Part 1*, „Information Sciences", no. 8, s. 199-249.

THE EVALUATION OF NEGOTIATION OFFERS IN ILL STRUCTURE NEGOTIATION PROBLEMS WITH THE APPLICATION OF FUZZY SAW PROCEDURE

Summary: In the paper we built a model of the ill-structured negotiation problems using the multi-criteria decision making techniques in fuzzy environment. Some possibilities of application of the fuzzy SAW procedure to evaluation of the negotiation offers in the conditions of uncertainty, lack of information or verbal definition of preferences were discussed. The techniques of defuzzification of the fuzzy numbers were also considered from the viewpoint of their application to the estimation and ordering of the negotiation offers.

Keywords: negotiation, multi-criteria decision making, fuzzy SAW, fuzzy numbers.