

**Krzysztof S. Cichocki**

Instytut Badań Systemowych PAN

---

## **WYKORZYSTANIE MODELI OPTIMALIZACYJNYCH DO WSPOMAGANIA WIELOLETNIEGO PLANOWANIA FINANSOWEGO W SEKTORZE SAMORZĄDOWYM\***

---

**Streszczenie:** Sformułowano model optymalizacji finansów jednostki samorządu terytorialnego (JST) z uwzględnieniem dodatkowych warunków, np. nakładanych na dług. Zaprezentowano rozwiązania modelu – długoterminową analizę i prognozę finansów JST dla konkretnej gminy. Opracowano schemat przepływów finansowych budżetu i ich międzyokresowych powiązań. Z pomocą wspomaganego komputerowo modelu określa się maksymalne możliwości finansowania inwestycji oraz bezpieczny poziom długu i strukturę jego spłaty w każdym roku wybranego okresu, np. 8 lat. Dla każdego roku zapewniona jest płynność budżetu JST oraz zgodność wskaźników zadłużenia i wydatków z przepisami prawa. Pokazano dwa scenariusze rozwiązania modelu dla różnych poziomów funduszy z UE – zmiennych egzogenicznych. Umożliwia to analizę realizacji różnych polityk finansowych.

**Słowa kluczowe:** model, optymalizacja, dług, inwestycje, samorząd.

### **1. Wieloletnie zarządzanie finansami JST**

Zarządzanie finansami jednostki samorządu terytorialnego (JST) to ciągły proces planowania i prognozowania w perspektywie wieloletniej oraz rocznej i realizacja planów w zmieniających się warunkach. W ramach powyższego procesu realizowane są priorytety formułowane w strategii rozwoju JST oraz podejmowane decyzje operacyjne, w tym dotyczące planów rocznych (budżetu) i planów wieloletnich. We wszystkich JST konieczne jest wykonywanie zadań, których okres realizacji przekracza jeden rok. Niezbędne jest świadome podejmowanie decyzji o liczbie zadań i ich sumarycznej wartości kosztorysowej w każdym roku – w perspektywie co najmniej 7-8 lat. W każdym roku przyszłego okresu konieczne jest zapewnienie środków finansowych na podejmowanie nowych i kontynuację rozpoczętych zadań inwestycyjnych. Dodatkowo niezbędne jest zapewnienie środków finansowych na

---

\* Praca powstała częściowo (w 50% ) w wyniku realizacji grantu MNiSzW nr NN113 231339.

eksploatację obiektów, które powstały w wyniku realizacji zadań inwestycyjnych. Wielkość wydatków inwestycyjnych nie może zaburzyć realizacji bieżących zadań statutowych i bezpieczeństwa finansowego JST, a przede wszystkim płynności budżetu.

Wiąże się to z dwoma bardzo ważnymi problemami. Po pierwsze z efektywną, odpowiednią do potrzeb, gospodarką majątkiem JST – opracowaniem i realizacją wieloletniego programu prywatyzacji majątku, szacowaniem jego wartości i rozważną, planową sprzedażą majątku. Po drugie, z odpowiednią polityką zarządzania długiem, który może być, w rozważny i bezpieczny sposób, wykorzystany do finansowania zadań inwestycyjnych [Bitner, Cichocki, Sierak 2013]. Po zaciągnięciu zobowiązań trzeba zapewnić środki finansowe na obsługę długu – na płatności odsetkowe, spłaty rat oraz zabezpieczenie zobowiązań gwarancyjnych (spłatę udzielonych poręczeń i gwarancji), zgodnie z przepisami obowiązującego prawa. Decydenci muszą ocenić i oszacować finansowe skutki podejmowanych obecnie decyzji, które w ciągu wielu kolejnych lat będą oddziaływały na możliwości budżetowe i inwestycyjne JST. Będą wpływały na standard i jakość życia mieszkańców gminy lub regionu. Planowanie roczne nie jest ani wystarczające, ani w dostatecznym stopniu bezpieczne w zarządzaniu finansami JST oraz finansami państwa, w szczególności w dynamicznie zmieniającej się rzeczywistości.

Wieloletni plan finansowy (WPF) powinien być próbą finansowania przyszłości [Kavanagh 2007], kształtowaniem przyszłości i wpływaniem na nią, a nie dopasowywaniem się do przyszłych wydarzeń [Government Finance Officers Association 2008, cyt. za Bitner, Cichocki, Sierak 2013]. Kaplan i Norton [1996] piszą, że dokumenty WPF oraz strategii JST mają umożliwić zmniejszanie luki pomiędzy obecną sytuacją w JST, jej usługami i infrastrukturą a wizją lokalnej społeczności – przyszłym poziomem usług oraz kształtem i stanem środowiska, w którym mieszkańcy będą żyli (zob. także [Cichocki 2001]).

Wieloletnie planowanie finansowe – proces przygotowania WPF to model aktywnego wpływania na przyszłe wydarzenia, metoda identyfikacji problemów o charakterze długoplanowym i kierowanie funduszy oraz zasobów do rozwiązywania tych problemów przez okres 5-10 lat. Jest to model zarządzania finansami, który istotnie różni się od modelu wykorzystywanego do połowy lat 90. XX w. przede wszystkim pełną analizą konsekwencji podejmowanych decyzji. Wieloletnie planowanie finansowe jest absolutnie niezbędne przy wdrażaniu strategii rozwoju gospodarczego JST, gdyż umożliwia określenie zakresu finansowania wieloletnich planów inwestycyjnych i strategicznych celów rozwoju JST. WPF odgrywa także istotną rolę w wykrywaniu obszarów działania JST o niskiej efektywności [Cichocki 2001; 2013]. Możliwości finansowe JST, weryfikowane każdego roku, szacuje się z pomocą procesu identyfikującego mocne i słabe strony kondycji finansowej i ustalenie, czy dana JST jest i będzie zdolna spłacać wszelkie długi i zobowiązania. Posiadanie tzw. zdolności kredytowej gwarantuje taką koordynację strumieni dochodów i płatności w okresie kilku lat, która umożliwia dokonywanie wypłat wynikających ze wszystkich zobowiązań, zgodnie z terminem ich wymagalności.

PF obejmuje prognozę dochodów i wydatków (bieżących i inwestycyjnych) oraz tzw. przychodów, w szczególności długu i rozchodów – spłat długu. Na ogół wieloletni plan finansowy obejmuje okres roku budżetowego oraz co najmniej 3 kolejnych lat budżetowych (np. w Polsce wieloletnia prognoza finansowa obejmuje okres 4 lat, natomiast prognozę kwoty długu i jego spłaty, która stanowi część WPF, sporządza się do końca zapadalności zobowiązań, nie tylko na okres, na który planuje się zaciągnąć zobowiązania (ustawa o finansach publicznych (ufp), 2009 z późn. zm., a także [Bitner, Cichocki 2008; Krajewska, Jońca 2012; Cichocki 2010; 2013]). W Niemczech i Wielkiej Brytanii WPF obejmuje okres minimum 4 lat [Mittelfristige Ergebnis... 2009, s. 938-941; CIPFA 2007], w Austrii – od 3 do 6 lat [Enzinger, Papst 2009], w Kanadzie i Szwajcarii – 3 lata [Schedler, Summermatter 2009]. Natomiast w USA jest to okres pomiędzy 5 a 10 lat, a czasami nawet 20 lat [Kavanagh 2007].

## 2. Modele wspomagające wieloletnie planowanie finansowe

### 2.1. Potrzeba budowy modeli

Praca nad modelami (ich koncepcją, konstrukcją oraz testowaniem) jest potrzebna z co najmniej dwóch powodów:

- a) model oraz praca nad nim umożliwia lepsze poznanie badanych zjawisk,
- b) model, sprawdzony *ex-post*, umożliwia prognozowanie analizowanych zjawisk (zmiennych lub zbioru zmiennych, które te zjawiska opisują).

Modele powinny sprawdzać się w analizie *ex-post* i pokazywać skutki podjętych decyzji. W czasie prac nad konstrukcją i testowaniem modeli (ich dopasowaniem do opisu rzeczywistych procesów) zdobywana jest wiedza na temat czynników, uwarunkowań i analizowanych procesów, z uwzględnieniem gospodarczych i finansowych skutków podjętych decyzji, a często ich wymiaru społecznego.

Model (lub system modeli) winien służyć analizie różnych scenariuszy i trendów rozwojowych, identyfikować główne szanse oraz zagrożenia i uwzględniać najważniejsze czynniki wzrostu gospodarczego i rozwoju społecznego mieszkańców np. gminy, regionu lub całego kraju. Ponadto opis bardzo złożonych zależności winien wykorzystywać wiedzę ekspertów z poszczególnych dziedzin (ekonomii, ekonometrii, finansów, matematyki, zarządzania), a jednocześnie metoda analizy z wykorzystaniem modeli oraz wyniki analizy powinny być komunikowane w prosty, zrozumiały dla mieszkańców sposób.

Modele są wykorzystywane najczęściej do:

1. Diagnozy stanu obecnego i określenia potencjału rozwojowego wybranego obszaru (miasta, powiatu, regionu) – na podstawie analizy *ex-post*:
  - a) identyfikacji i opisu aktualnych ścieżek wzrostu wybranego obszaru,
  - b) określenia związków przyczynowo-skutkowych w procesach rozwoju.
2. Przygotowania prognoz dotyczących rozwoju badanego obszaru:
  - a) budowy, analizy i opisu różnych scenariuszy i trendów rozwojowych,

b) symulacji wpływu skutków możliwych założeń i rozwiązań modelu, scenariuszy rozwoju na realizację strategii, WPF i innych planów,

c) analizy finansowania poszczególnych scenariuszy (sprawdzenia możliwości realizacji przyjętej polityki) i zapewnienia bezpieczeństwa budżetu JST.

Warto także badać czynniki zewnętrzne; identyfikować występujące ryzyka (zagrożenia dla rozwoju) i analizować skutki poszczególnych rodzajów ryzyka na rozwój badanego obszaru.

Do rozwiązania modelu konieczna jest znajomość stanu początkowego finansów JST wynikająca z działań jednostki przez ostatnie kilka lat. Ponadto, aby sformułować odpowiedni model, trzeba określić wizję – np. obraz gminy, jej funkcjonowania i jakości życia jej mieszkańców w perspektywie kilkunastu lat. Trzeba zdefiniować zgodne z wizją cele strategiczne, które będą formułowane np. jako funkcje celu modelu optymalizacyjnego (niekiedy będą uwzględniane w ograniczeniach modelu). Model powinien, w perspektywie kilkunastu lat, zapewniać osiągnięcie celów strategii i umożliwić sprawdzenie, czy istnieje możliwość finansowania zaplanowanych zadań, w tym priorytetowych, przy spełnieniu warunku płynności budżetu oraz innych warunków wynikających z przepisów prawnych. Analiza powyższa powinna wspierać opracowanie wieloletniego planu finansowego na okres minimum 7-10 lat i związanego z nim Wieloletniego Planu Inwestycyjnego (WPI), dokładnego planu zadań na okres np. 4-5 lat.

## 2.2. Fundusze Unii Europejskiej

Do roku 2021 ważną rolę w finansowaniu zadań inwestycyjnych będą odgrywały fundusze UE, dodatkowy dochód dla JST – nowe źródło finansowania inwestycji i rozwoju, które można zdobyć przy zapewnieniu tzw. wkładu własnego na poziomie ok. 20% nakładów. Każda JST, np. gmina, powinna sobie odpowiedzieć na następujące pytania:

1. Czy może finansować swoje wieloletnie programy i zadania (strategię rozwoju) i jakie są dopuszczalne wydatki inwestycyjne w kolejnych latach?

a) jakie środki z UE są potrzebne, aby realizować zaplanowane, dopuszczalne wydatki inwestycyjne?

b) czy gmina jest w stanie zapewnić wymagane przez UE środki na udział własny ze środków budżetowych lub kredytów i pożyczek?

c) w jakim stopniu wykorzystanie środków UE zwiększy lokalne wydatki inwestycyjne?

2. Jaka jest zdolność kredytowa gminy? Jaki jest dopuszczalny poziom długu (kredytów, obligacji, pożyczek), który zapewni płynność finansową budżetu i realizację statutowych zadań bieżących?

Warto zastanowić się nad tym, czy możliwa jest optymalizacja procesu pozyskiwania i wykorzystania środków na finansowanie inwestycji, a ponadto, kiedy i ile pożyczać oraz jak i kiedy spłacać dług, aby nie naruszyć prawnych limitów dotyczących długu.

### 2.3. Wykorzystanie modeli optymalizacji finansowej w JST

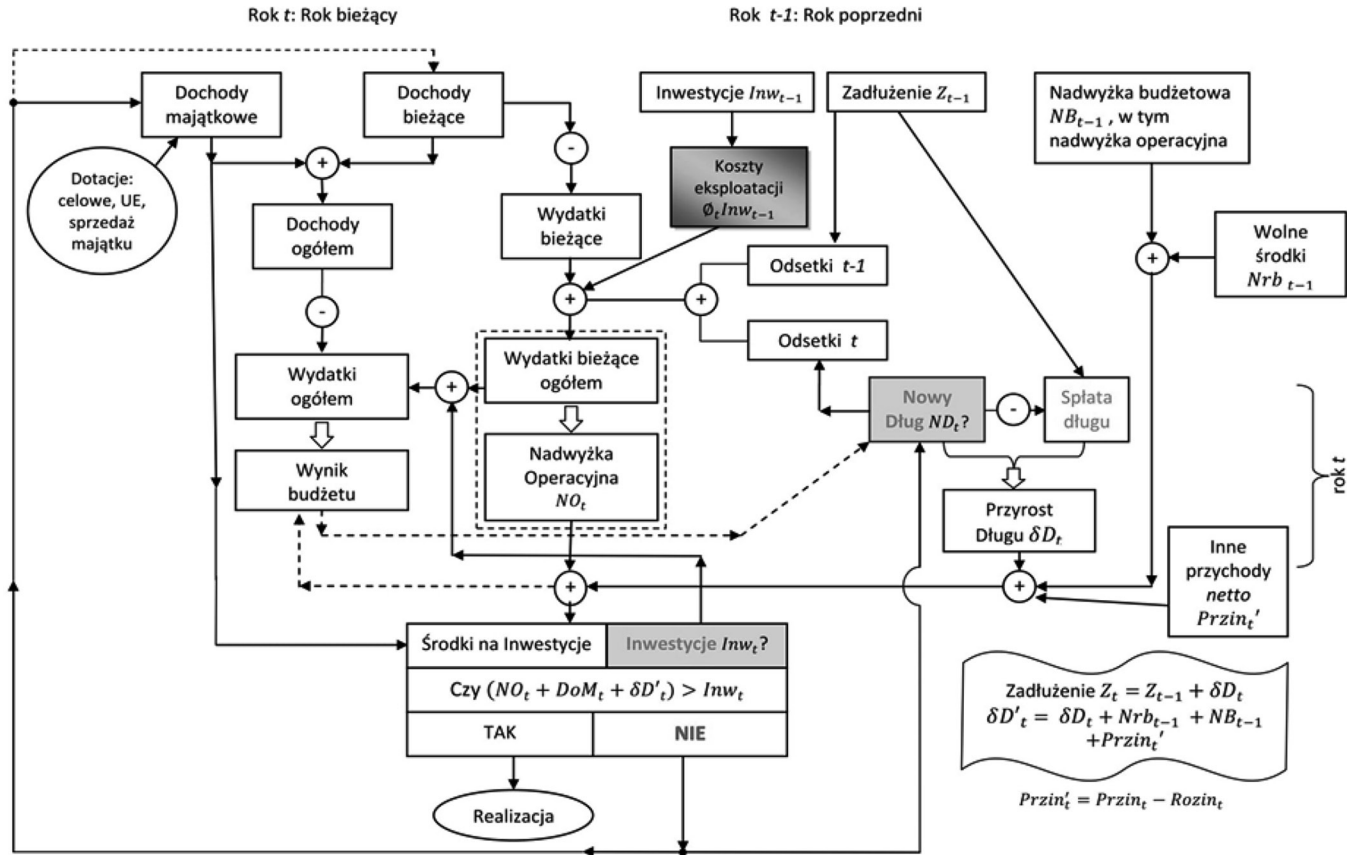
Na podstawie informacji zebranej z ponad 120 JST (otrzymanych ankiet) zidentyfikowano cele, jakie stawiają sobie JST w Polsce, opracowując wieloletnią prognozę finansową [Bitner, Cichocki, Sierak 2013]. Ponad 60% respondentów wskazało na maksymalizację środków z UE i na maksymalizację wydatków na inwestycje; 34% badanych JST wskazało wyłącznie na ten cel, ponad 10% respondentów wybrało maksymalizację wydatków inwestycyjnych równocześnie ze zmniejszeniem zadłużenia, natomiast 10% JST wskazało na maksymalizację środków z UE oraz na równoczesne zmniejszenie zadłużenia i deficytu budżetowego. Trzy powyższe oraz całkowitą likwidację zadłużenia jako cel przygotowania WPF wybrało 6% ankietowanych JST.

W artykule definiujemy model, przy wykorzystaniu którego, zgodnie z obowiązującymi w Polsce przepisami, możliwe jest przeanalizowanie realizacji dwóch pierwszych celów: maksymalizacji wydatków inwestycyjnych oraz maksymalizacji tych wydatków łącznie ze stopniowym zmniejszeniem zadłużenia JST. Jest on dynamicznym (uwzględniającym zmiany analizowanych wielkości w czasie) modelem optymalizacji z ograniczeniami (równościami i nierównościami) oraz z opóźnieniami czasowymi zmiennych, które występują zarówno w funkcji celu, jak i w ograniczeniach. Model wspiera opracowanie wieloletniego planu finansowego JST.

Proponujemy, aby każdy z modeli był wykorzystywany w procesie symulacji – poprzez jego wielokrotne rozwiązywanie dla różnych polityk finansowych – wielkości egzogenicznych modelu (scenariuszy zachowania się tych wielkości w czasie). Okres prognozy wielkości egzogenicznych i rozwiązań modelu to ok. 10 lat (okres ten może być dłuższy)<sup>1</sup>. Dopuszczalne rozwiązania modelu, spełniające ograniczenia oraz pozwalające maksymalizować funkcję celu, prezentujemy dla całego okresu prognozy – 8 lat. W celu zidentyfikowania zachowania się (trendów) wielkości egzogenicznych w wybranej JST analizujemy przepływy finansowe za ostatnie kilka lat; w modelu przyjęto okres 2004-2013 (10 lat). Tak więc analiza, łącznie z okresem prognozy, dotyczy okresu ok. 20 lat. W prezentacji modelu skupiamy się na opisie rzeczywistych przepływów finansowych. Wykorzystujemy konkretną interpretację zmiennych finansowych budżetu JST. Na rys. 1 przedstawiono przepływy finansowe wykorzystywane w modelu budżetu JST oraz wieloletnim planie finansowym JST. Zaprezentowane powiązania odzwierciedlają przepływy strumieni pieniądza w budżecie JST i będą wykorzystywane w prezentowanych modelach. Są one zgodne z ufp i pokazują powiązania zmiennych budżetu z przepływami z lat poprzednich.

---

<sup>1</sup> Zgodnie z ustawą o finansach publicznych (ufp), JST są corocznie zobowiązane do opracowania wieloletnich prognoz finansowych na okres 4 lat, a wybranych wielkości dotyczących spłaty długu – do końca zapadalności zobowiązań zaciągniętych w okresie tych 4 lat.



Rys. 1. Przepływy finansowe w modelu budżetu w roku  $t$

Źródło: opracowanie własne.



Model może być wykorzystywany w sposób kroczący. Każdego roku, lub częściej, jest rozwiązywany w okresie 8 lat, przy aktualizowanych parametrach dotyczących stanu początkowego i prognoz wielkości egzogenicznych (zaktualizowanej polityki finansowej). Jest on ważnym elementem WPF i WPI, które zapewniają realizację programów i celów strategii rozwoju JST. Podobnie jak WPF, model uwzględnia budżet roczny, przede wszystkim jego część inwestycyjną, i może być ważnym elementem zarządzania finansowego. Może być wykorzystany do bardzo szybkiego przygotowania korekt w budżecie rocznym i wieloletnim (WPI i WPF), do aktualizacji strategii oraz przy występowaniu wszelkiego rodzaju zmian związanych z pozyskiwaniem funduszy zewnętrznych z UE i z długu<sup>2</sup>.

Inne modele i ich rozwiązania, z innymi funkcjami celu i innymi ograniczeniami, a także współzależności między ograniczeniami poszczególnych modeli, przede wszystkim dotyczącymi ograniczeń zadłużenia, omówiono w [Cichocki 2013]. Wykorzystanie ograniczeń alternatywnych do sformułowanych w ufp przedstawiono także w [Cichocki 2011].

### **3. Opis modelu maksymalizacji środków na wydatki inwestycyjne JST. Model I**

Model umożliwi określenie maksymalnych, dopuszczalnych wydatków inwestycyjnych i bezpiecznego długu JST (np. gminy). Dopuszczalne wydatki i dług spełniają podstawowe warunki wynikające z zarządzania finansami, np. w zakresie zachowania płynności, oraz warunki zapisane w ufp. Definiujemy różne opcje – scenariusze realizacji strategii maksymalizacji inwestycji oraz bezpiecznego wykorzystania długu. W poszczególnych scenariuszach rozwiązania modelu przyjmujemy alternatywne kwoty bezzwrotnych funduszy UE wykorzystane na finansowanie inwestycji. W wybranych scenariuszach zmianie mogą ulec także tempo wzrostu gospodarczego i inflacji, przychody ze sprzedaży majątku oraz wielość wydatków i dochodów bieżących.

Dla każdego z alternatywnych założeń w modelu optymalizacyjnym – badanych scenariuszy – poszukujemy takich warunków finansowania, w tym poziomu bezpiecznego długu (spełniającego sformułowane w ufp wymogi dotyczące kosztów obsługi długu i poziomu wydatków bieżących), które zapewniają płynność budżetu i umożliwiają finansowanie zadań inwestycyjnych o maksymalnej wartości w każdym roku  $t$ , z badanego okresu  $\{t_1, T_N\}$ .

---

<sup>2</sup> W okresie ostatnich 20 lat opracowano wiele strategii rozwoju, które często były zbiorem deklaracji i dobrych chęci, podbudowanych analizą SWOT i nieprecyzyjnie sformułowanymi oczekiwaniami dotyczącymi ważnych zadań i środków z UE – były budowane „na wyrost”. Od 2011 r. JST w Polsce są zobowiązane do opracowania wieloletniej prognozy budżetu (WPF). Część JST wykonuje analizy finansowe bardzo dokładnie.

### Sformułowanie modelu I

Dla każdego roku  $t \in \{t_1, T_N\}$  poszukujemy:

- wielkości wydatków inwestycyjnych  $Inw_p$ ,
- wielkości nowego długu (kredytów i obligacji):  $ND_t = NC_t + NB_p$ ,
- wielkości spłat nowego długu:  $SND_t = SNC_t + SNB_p$ ,

takich, dla których w każdym roku  $t$  otrzymujemy maksymalne środki na finansowanie inwestycji

$$\text{maximum } [NO_t + \delta D_t' + DoM_t], \quad (1)$$

$$Inw_p, ND_p, SND_t$$

gdzie  $NO_t$  jest nadwyżką operacyjną budżetu bieżącego; wielkość  $\delta D_t'$  wyznacza, zgodnie z ufp, tzw. przychody budżetu, których znaczącą część stanowi wielkość  $\delta D_t$  – przyrost zadłużenia *netto*, który wystąpił w roku  $t$  (różnica pomiędzy zadłużeniem na koniec roku  $t$  oraz na koniec roku  $t - 1$ );  $DoM_t$  są w modelu wielkością egzogeniczną – oznaczają wielkość dochodów majątkowych budżetu JST w roku  $t$ . Dochody majątkowe budżetu JST są sumą dotacji na inwestycje, środków z Unii Europejskiej otrzymanych na finansowanie inwestycji oraz dochodów ze sprzedaży majątku. Dochody te są oddzielnie prognozowane na okres  $t \in \{t_1, T_N\}$ , w kilku wariantach (scenariuszach);  $DoM_t \geq 0$ . Wielkości  $NO_t$  oraz  $\delta D_t$  mogą przyjmować wartości zarówno dodatnie, jak i ujemne; zależą od zmiennych modelu  $ND_p, SND_t$  i  $Inw_t$ .

Nadwyżka operacyjna budżetu JST (gminy) w roku  $t$  jest równa różnicy dochodów bieżących  $Dob_t$  oraz sumarycznych wydatków bieżących  $Wb'_p$ ,

$$NO_t = Dob_t - Wb'_t \quad (2)$$

Na sumaryczne wydatki bieżące w roku  $t$  składają się tzw. bazowe wydatki bieżące,  $Wb_p$ , których znaczną część stanowią wydatki na wynagrodzenia, koszty związane z utrzymaniem (eksploatacją) majątku trwałego oraz koszty odsetek od zaciągniętego długu  $Od_t$ . Bazowe wydatki bieżące  $Wb_p$  w przybliżeniu, zależą od wydatków bieżących w roku poprzednim,  $t - 1$ , które zwiększamy o wskaźnik wzrostu koniunktury  $\gamma_p$  (iloczyn inflacji  $\pi_t$  i tempa wzrostu PKB – dPKB<sub>p</sub>), reprezentujący wzrost gospodarczy, który może być korygowany lokalnie. W modelu przyjmujemy, że koszty eksploatacji majątku w roku  $t$  zależą od wydatków inwestycyjnych w roku  $t - 1$ <sup>3</sup>

$$Wb'_t = Wb_t + \Phi_t Inw_{t-1} + Od_t, \quad t = t_1, t_2, \dots, t_N \quad (3)$$

Wskaźnik  $\Phi_t$  wyznacza udział kosztów utrzymania inwestycji (majątku) w roku  $t$  w wydatkach inwestycyjnych roku  $t - 1$  (zazwyczaj stanowi kilka procent tych wydatków). Natomiast bazowe wydatki bieżące

<sup>3</sup> Koszty utrzymania obiektów inwestycyjnych w roku  $t$  zależą od wydatków inwestycyjnych w roku  $t - 1$ , w latach wcześniejszych oraz wydatków w roku  $t$ . Jednakże, w długim okresie, dla kolejnych lat  $t = 1, 2, \dots, N$  koszty utrzymania majątku powstałego w wyniku nakładów inwestycyjnych kumulują się jak w (3).



$$Wb_t = \gamma_t Wb_{t-1}, \text{ gdzie} \quad (3a)$$

$$\gamma_t = (1 + \pi_t \times \delta \text{ PKB}_t), \quad (3b)$$

$Wb_{t-1}$  – to wydatki bieżące w roku poprzednim,  $t - 1$ .

Przychody w roku  $t$  są sumą przyrostu długu w roku  $t$ ,  $\delta D_t$ , nadwyżki na rachunku bieżącym  $Nrb_{t-1}$  (tzw. wolnych środków) wynikającej z rozliczeń wyemitowanych papierów wartościowych, kredytów i pożyczek z lat ubiegłych oraz nadwyżki budżetu  $NB_{t-1}$ , w roku  $t - 1$ , a także innych przychodów, np. z tytułu prywatyzacji, pomniejszonych o inne rozchody,  $Rozin_t$ , niezwiązane z długiem.

$$\delta D_t' = \delta D_t + Nrb_{t-1} + NB_{t-1} + Przin_t', \text{ jeżeli } NB_{t-1} > 0 \quad (4)$$

W równaniu (4)  $NB_{t-1}$  występuje wtedy, gdy wynik budżetu jest dodatni,  $NB_{t-1} > 0$  (obserwujemy nadwyżkę). Jeżeli  $NB_{t-1} < 0$ , to przyjmujemy  $NB_{t-1} = 0$ ; w takim przypadku deficyt jest pokrywany z długu, z innych przychodów albo z  $Nrb_{t-1}$ .

$$Przin_t' = Przin_t - Rozin_t \quad (4a)$$

Przyrost długu w roku  $t$  (nowy dług *netto* w roku  $t$ ) jest równy różnicy zadłużenia na koniec roku  $t$  oraz na koniec roku  $t - 1$ . Jest on także równy wielkości nowego długu, zaciągniętego w roku  $t$ , pomniejszonego o spłatę długu w roku  $t$  i kwotę umorzenia.

$$\delta D_t = Z_t - Z_{t-1} = ND_t - SD_t - UmD_t \quad \text{lub} \quad (5)$$

$$ND_t = \delta D_t + SD_t + UmD_t, \quad t = t_1, t_2, \dots, t_N = T_N \quad (5a)$$

Bardziej naturalny jest zapis zależności (5) w postaci

$$Z_t = Z_{t-1} + ND_t - SD_t - UmD_t \quad (5b)$$

gdzie  $Z_t$  oznacza zadłużenie na koniec roku  $t$ ,  $Z_{t-1}$  – zadłużenie na koniec roku  $t - 1$ ,  $SD_t$  – wielkość spłat długu, natomiast  $UmD_t$  oznacza umorzenie długu w roku  $t$ , o które pomniejszamy zadłużenie na koniec roku  $t$ . Spłata długu obejmuje spłaty rat kredytów i pożyczek,  $SC_t$ , łącznie ze spłatą kwot wynikających z poręczeń i gwarancji udzielonych przez JST, oraz wykup obligacji i papierów wartościowych w roku  $t - SB_t$ ;  $SD_t = SC_t + SB_t$ .

Spłata zadłużenia w roku  $t$  (nazywana rozchodami budżetu) składa się z dwóch części: spłaty długu „starego”, zaciągniętego przed rokiem budżetowym (zadłużenia na koniec roku  $t_0$ ), oraz spłaty długu „nowego”, zaciągniętego, począwszy od roku budżetowego  $t_1$  przez kolejne lata, aż do roku  $t - 1$

$$SD_t = SD(Z_{t_0})_t + SND_t \quad (6)$$

Przyjmujemy, że spłaty „nowego” długu w roku  $t$  są *proporcjonalne do zadłużenia w roku poprzednim* –  $Z_{t-1}$ ; część zadłużenia z końca roku  $t - 1$  jest spłacana w roku  $t$ .

$$SND_t = \alpha_t Z_{t-1}, \text{ gdzie } 0 \leq \alpha_t \leq 1, \text{ oraz } Z_{t-1} = Z_{t_0} + \sum_{k=1}^{t-1} \delta D_{t-k}, \quad (6a)$$

$\alpha_t$  na ogół przyjmuje wartości pomiędzy 5% a 10%. Harmonogram spłat długu „starego”,  $Z_{t_0}$ , zaciągniętego przed rokiem budżetowym  $t_1$ , jest ustalana egzogenicznie (przed rozwiązaniem modelu) – wynika z zawartych umów kredytowych i perspektyw emisyjnych.

W modelu muszą być spełnione ograniczenia (2), (3), (3a), (4), (5b), (6) i (6a), a ponadto warunek (7) nałożony na koszty obsługi zadłużenia przez ustawę o finansach publicznych (ufp) z 2009 r., i warunek (8) dotyczący wydatków bieżących i dochodów bieżących. Ponadto muszą być spełnione warunki (9) oraz (11) i (12), które zapewniają płynność budżetu, a także zależności definicyjne (10), (13), (14).

Zgodnie z ufp koszty obsługi zadłużenia w roku  $t$ , w relacji do wykonanych dochodów ogółem w roku  $t$ , nie mogą być większe niż średnia arytmetyczna z obliczonych dla ostatnich 3 lat udziałów dochodów bieżących – powiększonych o dochody ze sprzedaży majątku oraz pomniejszonych o wydatki bieżące – w dochodach ogółem budżetu:

$$[(SD_t + Od_t)/Do_t] \leq 1/3 \sum_{i=1}^3 [(Do_{t-i} + Sm_{t-i} - Wb_{t-i})/Do_{t-i}], \quad t = t_1, t_2, \dots, t_N \quad (7)$$

oraz wydatki bieżące budżetu nie mogą być wyższe od dochodów bieżących, powiększonych o środki z roku ubiegłego, z nadwyżki budżetowej  $NB_{t-1}$ , jeżeli są ujemne, oraz z nadwyżki na rachunku bieżącym

$$Dob_t - Wb_t + Nrb_{t-1} + NB_{t-1} \geq 0, \text{ gdy } NB_{t-1} > 0 \quad (8)$$

Ponadto wynik budżetu (nadwyżka operacyjna powiększona o dochody majątkowe i pomniejszona o wydatki inwestycyjne) oraz przyrost długu *netto* i bilans innych przychodów i rozchodów w roku  $t$ , powiększone o sumę nadwyżki na rachunku bieżącym,  $Nrb_{t-1}$ , i ewentualnej nadwyżki budżetu  $NB_{t-1}$ , w roku  $t - 1$ , nie mogą być ujemne (skumulowany wynik kasowy budżetu jest dodatni lub zbilansowany):

$$NO_t + \delta D_t + DoM_t + Przin'_t + Nrb_{t-1} + NB_{t-1} - Inw_t \geq 0 \quad (9)$$

$NB_{t-1}$  oznacza nadwyżkę budżetu JST na koniec roku  $t - 1$ , jest ona traktowana identycznie jak w (4); jeżeli  $NB_{t-1} < 0$  (występuje deficyt), to  $NB_{t-1} = 0$ ; jeżeli  $NB_{t-1} > 0$ , to  $NB_{t-1} = NB_{t-1}$ .  $Inw_t \geq 0$  oznaczają wydatki inwestycyjne w roku  $t$ . W zależności (9) przyjęto, że wydatki inwestycyjne są tożsame z wydatkami majątkowymi, a różnica między wydatkami majątkowymi a wydatkami inwestycyjnymi nie wpłynie istotnie na wyniki analizy. Rok  $t$  jest indeksem kolejnych lat, w których analizujemy budżet;  $t = t_1$  oznacza rok budżetowy, pierwszy rok, na który ustalana jest relacja (7), natomiast  $t - 1$  – rok poprzedzający rok  $t$ .

Wynik budżetu w roku  $t$  jest różnicą dochodów ogółem i wydatków ogółem w tym roku, a suma dochodów (wydatków) majątkowych oraz dochodów (wydatków) bieżących daje nam dochody (wydatki) ogółem:

$$NB_t = Do_t - Wy_t, \text{ gdzie} \quad (10)$$

$$Do_t = Dob_t + DoM_t \text{ oraz} \quad (10a)$$

$$Wy_t = Wb_t + Inw_t \quad (10b)$$

Nadwyżka na rachunku bieżącym budżetu na koniec roku  $t$ ,  $Nrb_t$ ,

$$Nrb_t = \delta D_t + Nrb_{t-1} - \mu_t \delta D_t, \text{ gdzie } 0 \leq \mu_t \leq 1, Nrb_t \geq 0 \quad (11)$$

$Nrb_t$  jest nazywana wolnymi środkami w roku  $t$ , zgodnie z art. 217, ust. 2 pkt 6 ufp. Parametr  $\mu_t$  wyznacza część długu przeznaczoną na finansowanie deficytu. Jeżeli deficyt nie występuje, to  $\mu_t = 0$

$$\mu_t > 0, \text{ gdy } NB_t < 0 \text{ (występuje deficyt)}$$

$$\mu_t = 0 \text{ gdy } NB_t > 0 \quad (11a)$$

Przyjmujemy ponadto, że wydatki inwestycyjne nie mogą być wyższe niż środki dostępne na finansowanie inwestycji. Są one równe sumie nadwyżki operacyjnej, dochodów majątkowych oraz sumarycznych przychodów budżetu

$$Inw_t \leq NO_t + DoM_t + \delta D_t', \quad t = t_1, t_2, \dots, t_N = T_N \quad (12)$$

gdzie  $\delta D_t'$  oznaczają sumaryczne przychody w roku  $t$ , zgodnie z (4); są równe sumie: przyrostu zadłużenia *netto* w roku  $t$ , wolnych środków w roku  $t - 1$ , nadwyżki budżetowej JST na koniec roku  $t - 1$ , jeżeli wystąpiła, oraz innym przychodom pomniejszonym o inne rozchody.

Wyznaczenie wielkości wydatków inwestycyjnych  $Inw_t$ , wielkości nowego długu,  $ND_t$  oraz spłat nowego długu  $SND_t$  (kredytów i obligacji), a także określenie wartości spłat długu  $Z_{t0}$  (egzogenicznie, przed rozwiązaniem modelu) jednoznacznie determinuje momenty zaciągania długu:  $t_{d1} = t_{d1}, t_{d2}, \dots, t_{dm}$ , a także momenty spłat długu:  $ts_1 = ts_1, ts_2, \dots, ts_m$ .

Koszty związane z całkowitą obsługą długu (wymienione w art. 243 ufp) są sumą spłaty rat i wykupu obligacji oraz odsetek od zaciągniętego długu i gwarancji udzielonych przez JST

$$ObD_t = SD_t + Od_t \quad (13)$$

Równocześnie koszty całkowitej obsługi długu w roku  $t$  są sumą kosztów wynikających z zadłużenia na koniec roku  $t - 1$ : odsetek płaconych od kwoty zadłużenia  $Z_{t-1}$  – do chwili spłaty części tego zadłużenia w roku  $t$  i odsetek od pozostałej części  $Z_{t-1}$ , która będzie spłacana w latach przyszłych, kwoty spłaty długu w roku  $t$  (części zadłużenia  $Z_{t-1}$ ) oraz odsetek od nowego długu zaciągniętego w roku  $t$

$$ObD_t = ObZ_{t-1} + ObND_t \quad (14a)$$

$$ObD_t = SD_t + Od(Z_{t-1})_t + Od(ND_t)_t \quad (14b)$$

Powyższy zapis jest zapisem uproszczonym, którym będziemy się posługiwać; wielkości  $ND_t$  i  $SD_t$  reprezentują sumaryczny dług (kredyty i obligacje), który jest zaciągany łącznie i w tym samym czasie; przyjmujemy jednakowy czas zaciągania kredytu i emisji obligacji – równy  $t_{dr}$ . Ponadto spłaty rat kredytu i wykupu obligacji mają miejsce w tym samym czasie (są rozpatrywane łącznie).

Rozwiązania modelu optymalizacyjnego uwzględniają rozbitcie **długu na kredyty i obligacje**:  $ND_t = NC_t + NB_t$ . Rozróżniani jest także czas zaciągania kredytu –  $tc_1, \dots, tc_m$  i emisji obligacji –  $tb_1, \dots, tb_p$ . Ponadto spłaty rat kredytu i wykupu obligacji są uwzględniane oddzielnie – są spłacane w różnych wysokościach  $SC_t$  oraz  $SB_t$ ;  $SD_t = SC_t + SB_t$  i w różnych chwilach czasowych:  $tsc_1, \dots, tsc_m$  – wyznaczają momenty, w których spłacane są kolejne raty kredytu, natomiast  $tsb_1, \dots, tsb_m$  oraz momenty, w których wykupywane są poszczególne serie obligacji ( $tsc$  i  $tsb$  mogą występować w tym samym roku).

Wielkości występujące w zależnościach (1)-(14) pokazano na rys. 1. Wielkość  $Nrb_t$  jest zdefiniowana w (11).

Koszt odsetek płaconych w roku  $t$  od „starego” długu jest proporcjonalny do części  $Z_{t0}$ , pozostałej do spłaty w końcu roku  $t - 1$ , natomiast od „nowego” długu – do wielkości długu zaciągniętego w roku  $t$ , gdy wysokość oprocentowania „starego” długu, zaciągniętego przed rokiem  $t_1$ , wynosi  $r^s_t$ , a długu zaciągniętego w roku  $t$  („nowego”) –  $r^n_t$ , to dla  $t = t_1, t_2, \dots, t_N$

$$Od(Z_{t0})_t = r^s_t Z_{t-1}(Z_{t0}), \text{ gdzie } t_1 - 1 = t_0 \quad (15a)$$

$$Od(ND_t)_t = \beta_t r^n_t ND_t \quad (15b)$$

gdzie  $\beta_t < 1$  oznacza część roku, przez którą należy opłacać odsetki od „nowego” długu, zaciągniętego w roku  $t$ ,  $Od(\ )_t$  oznaczają odsetki. W (15a) i (15b) przyjęto, że spłata długu ma miejsce na koniec roku  $t$  oraz że  $r^s_t$  jest wysokością oprocentowania do końca roku  $t$ .

Jeżeli przyjmiemy, że dług jest spłacany do końca drugiego kwartału każdego roku, a po jego spłacie zaciągany jest nowy dług, to sumaryczna kwota odsetek (płacona od „starego” i „nowego” długu),  $Od_t$ , może być zapisana jako

$$Od_t = r^s_t Z_{t-1} + \beta_t (r^n_t ND_t - r^s_t SD_t) \quad (16)$$

Wyrażenie (16) można zapisać, wykorzystując praktyczne doświadczenia polskich JST dotyczące zaciągania długu. Przyjmiemy, że „nowy” dług w roku  $t$  jest zaciągany w 3 i 4 kwartale roku, a ponadto, że nowo zaciągany dług jest dwa razy większy w czwartym kwartale niż w trzecim kwartale, tzn.  $ND_t^{k4} = 2ND_t^{k3}$ . Przyjmiemy także, że „stary” dług jest spłacany do końca drugiego kwartału każdego roku. Przy powyższych założeniach kwota odsetek jest równa

$$Od_t = \frac{1}{4}r_t^s Z_{t-1} + \frac{3}{4}r_t^s (Z_{t-1} - SD_t) + \frac{1}{2}r_t^n ND_t^{k3} + \frac{1}{4}r_t^n ND_t^{k4} \quad (17)$$

Po uwzględnieniu warunków (16) i (17) oraz tego, że  $r_t^s = r_t^n = r$ , ustawowe ograniczenie na koszty obsługi zadłużenia w roku  $t$ , (7), (kredytu i obligacji), przyjmuje postać

$$\frac{Z_{t-1}}{Do_t} [r_t + \alpha_t(1 - 0,75r_t)] + 0,3r_t \frac{ND_t}{Do_t} \leq \frac{1}{3} \sum_{i=1}^3 \left( \frac{NO_{t-i}^*}{Do_{t-i}} \right), \quad t = t_1, t_2, \dots, t_N \quad (18)$$

W zależności (18) wielkość nadwyżki  $NO_{t-i}^*$  uwzględnia dochody ze sprzedaży majątku w 3 kolejnych latach poprzedzających rok budżetowy

$$NO_{t-i}^* = NO_{t-i} + Sm_{t-i} \quad (18a)$$

Określenie wielkości wydatków inwestycyjnych  $Inw_t$ , wielkości „nowego” długu  $ND_t$  oraz spłat „nowego” długu  $SND_t$ , a także wartości sumarycznych spłat długu  $SD_t$  (kredytów i obligacji) jednoznacznie determinuje momenty zaciągania długu:  $t_{di} = t_{d1}, t_{d2}, \dots, t_{dm}$  oraz spłat długu:  $ts_i = ts_1, ts_2, \dots, ts_m$ ; momenty te określają kolejne lata  $t$ :  $t_1 = 1, t_2 = 2, \dots, T_N = N$  (momenty spłat długu „starego” są określane przed rozwiązaniem zadania optymalizacyjnego). Rok  $t_0$  jest rokiem początkowym, w którym przygotowuje się budżet na rok  $t_1$ .

Dodatkowo w modelu uwzględniamy ograniczenie na wielkość zadłużenia na koniec roku  $t$ . Bez ograniczenia (19) rozwiązania optymalne w kolejnych latach maksymalizujące środki na finansowanie inwestycji charakteryzują się rosnącym zadłużeniem

$$Z_t \leq Z_{t-1} \text{ dla } t = 1, 2, \dots, T_N \quad (19)$$

Wszystkie powyższe zmienne są mierzone na koniec okresu  $t$ . „Nowy” dług  $ND_t$ , wydatki inwestycyjne  $Inw_t$ , spłata długu  $SD_t$ , odsetki  $Od_t$ , zadłużenie  $Z_t$  oraz nadwyżka na rachunku bieżącym  $Nrb_t$  są nieujemne, natomiast wynik budżetu  $NB_t$ , nadwyżka operacyjna  $NO_t$ , przyrost długu *netto*  $\delta D_t$  mogą przyjmować wartości zarówno dodatnie, jak i ujemne. Ujemna wartość  $\delta D_t$  jest ograniczona od dołu przez nierówność (12), gdyż środki na inwestycje nie mogą być ujemne. Postać ograniczenia na koszty obsługi długu jest wykorzystana w porównaniach siły oddziaływania tego ograniczenia oraz ograniczenia na poziom długu w relacji do dochodów, które obowiązuje JST do końca roku 2013.

W wyniku rozwiązania modelu, dla każdego roku  $t \in \{t_1, T_N\}$ , dla dowolnej pojedynczej gminy, powiatu lub województwa otrzymujemy bezpieczne dla budżetu i spełniające warunki (2)-(16) oraz (19):

- maksymalne wydatki inwestycyjne  $Inw_t$ , które zapewniają płynność budżetu,
- dług  $ND_t$ ; wartość nowych kredytów, pożyczek i nowych emisji obligacji,
- wielkości spłat „nowego” długu –  $SND_t$ ; wynikają z warunku zachowania płynności (9) oraz z warunków (7), (8).

Znając rozwiązania modelu  $ND_t$ ,  $SND_t$  oraz  $Inwt$ , możemy wyliczyć:  $NO_t$ ,  $Z_t$ ,  $\delta D_t'$ ,  $Od_t$ ,  $Wyb_t$ ,  $Nrb_t$ ,  $NB_t$ . Znajomość nadwyżki operacyjnej, wyniku budżetu i nadwyżki na rachunku bieżącym umożliwia oszacowanie środków, które mogą być przeznaczone na wkład własny JST niezbędny przy staraniach o środki z UE i EOG na finansowanie projektów inwestycyjnych współfinansowanych z UE, a tym samym określenie, o jak wysokie środki z UE dana JST powinna się ubiegać.

### Zmienne egzogeniczne modelu

W celu rozwiązania modelu niezbędna jest znajomość wartości początkowych na koniec roku  $t = t_0$  (rok poprzedzający rok budżetowy  $t_1$ ) oraz znajomość prognozy wybranych wielkości, na okres  $\{t_1, T_N\}$  – na podstawie trendu, np. za ostatnie 5-7 lat. Są dwie wielkości, których znajomość jest absolutnie niezbędna dla roku  $t_0$ , oraz dla 2 lat poprzedzających rok  $t_0$  ( $t_0 - 1$  i  $t_0 - 2$ ) – 3 lat poprzedzających rok budżetowy:

- $Sm_t$  – sprzedaż majątku; ponadto niezbędna jest prognoza  $Sm_t$  dla  $t \in \{t_1, T_N\}$ , do przygotowania której wykorzystujemy program zarządzania majątkiem JST;
- $NO_t$  – nadwyżka operacyjna.

Niezbędne są także wielkości początkowe, szczególnie znajomość wartości początkowych  $Inw_{t_0}$ ,  $ND_{t_0}$ ,  $SD_{t_0}$ ,  $Sm_{t_0}$  oraz  $NO_{t_0}$ ,  $NB_{t_0}$ ,  $Nrb_{t_0}$ , a ponadto:

- $Dob_t$  – dochody bieżące na koniec roku  $t_0$ , w tym dochody podatkowe (liczone dla poszczególnych kategorii podatku: PIT, CIT, od czynności cywilnoprawnych, od nieruchomości, a także prognoza dochodów z tych podatków dla  $t \in \{t_1, T_N\}$ ;
- $DoM_t$  – dochody majątkowe dla  $t_0$ , oraz prognoza tych dochodów dla  $t \in \{t_1, T_N\}$  (co najmniej dwa scenariusze), zgodnie z programem zarządzania majątkiem; w skład dochodów wchodzić środki z UE;
- $Do_t$  – dochód ogółem oraz jego prognoza dla okresu  $\{t_1, T_N\}$  – jest sumą  $Dob_t$  oraz  $DoM_t$ ;
- $Wyb_t$  – wydatki bieżące bez odsetek oraz bez kosztów utrzymania inwestycji, dla  $t_0$  oraz prognoza tych wydatków dla  $\{t_1, T_N\}$  (warto przygotować np. dwa scenariusze);
- $Z_t = Z_{t_0}$  – zadłużenie „stare” na koniec roku poprzedzającego rok  $t_1$  wynikające z kontraktów zawartych do roku  $t_0$  włącznie; jest ono równe zadłużeniu na początku roku budżetowego;
- $Od_t^s$  – odsetki od „starego” długu do końca zapadalności długu; odsetki od „nowego” długu,  $Od_t^n$ , zaciągniętego w latach  $t_1, t_2, \dots, T_N$  są wyliczane na podstawie rozwiązań modelu;
- $SD_t^s$  – spłatę rat „starego” długu (kredytu i wykupienie obligacji), w roku  $t_0$ ,  $SZ_{t_0}$ , oraz spłatę tego długu –  $SD(Z_{t_0}, t)$  dla kolejnych lat  $t \in \{t_1, T_N\}$ .

Całkowite koszty obsługi długu „starego”, zaciągniętego do roku  $t_0$ ,  $ObD_{t_0}^s$ , są sumą spłat rat długu oraz odsetek od zaciągniętego długu dla okresu  $t \in \{t_1, T_N\}$ . Całkowite koszty obsługi długu w roku  $t$ ,  $ObD_t$ , są równe sumie kosztów obsługi długu



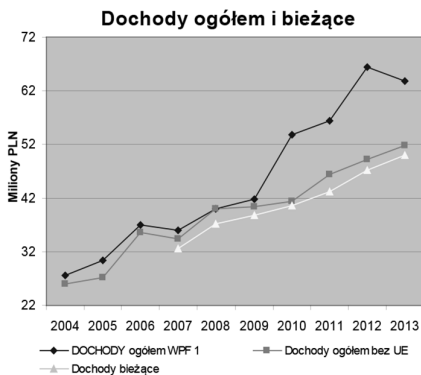
„starego” oraz obsługi długu „nowego”, zaciągniętego w kolejnych latach  $t \in \{t_1, T_N\}$  i są wyliczane z modelu;

- $Przin_{t_0}$  oraz  $Rozin_{t_0}$  – inne przychody oraz inne rozchody dla  $t - t_0$ .

Ponadto dla lat  $t \in \{t, T_N\}$  należy opracować (znać z opracowań NBP, MF) prognozę następujących zmiennych: tempa wzrostu  $PKB - dPKB_t$  oraz stopy inflacji –  $t$  (wskazane jest przygotowanie dwóch scenariuszy). Wartości te w kolejnych latach będą stanowiły zmienne egzogeniczne modelu. Także egzogenicznie ustalamy parametry  $\alpha, \beta, \rho, \Phi_t, \mu_t$  na koniec roku  $t_0$  oraz dla kolejnych lat  $t \in \{t_1, T_N\}$ . Przyjmujemy stałość systemu podatkowego w badanym okresie, w tym udziałów w dochodach JST podatków CIT i PIT.

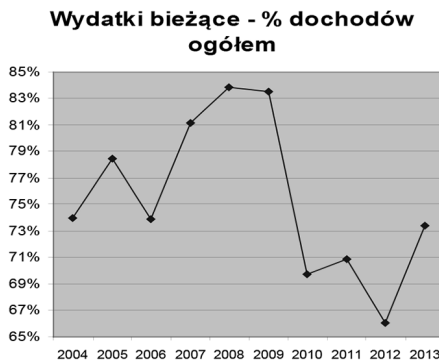
#### 4. Prezentacja rozwiązań modelu

Na rysunkach 2-5 przedstawiamy wybrane wyniki analizy *ex post* dla gminy 1. Dochody bieżące bazowe rosną, a od 2009 r. silnie rosną środki z UE oraz dochody ogółem. W latach 2010-2013 wysokie są wydatki inwestycyjne (ponad 32% wydatków ogółem), natomiast niska jest nadwyżka operacyjna (poniżej 6% dochodów). Zadłużenie gminy 1 w latach 2010-2013 szybko rośnie – do 35 mln. zł. Relatywnie niskie są także wydatki bieżące (poniżej 71% dochodów ogółem). W latach 2007-2009 dochody rosły wolno, wydatki inwestycyjne były niskie (poniżej 19% wydatków w latach 2007, 2008), nadwyżka operacyjna wynosiła ponad 9% dochodów ogółem, bardzo wysokie były wydatki bieżące (powyżej 81% dochodów). Gmina jako cel na najbliższe lata przyjęła maksymalizację wydatków inwestycyjnych (utrzymanie wysokiego wskaźnika udziału tych wydatków w wydatkach ogółem), zwiększenie nadwyżki operacyjnej oraz niezwiększanie zadłużenia powyżej poziomu zadłużenia roku 2013.



Rys. 2. Dochody ogółem i dochody bieżące

Źródło: obliczenia własne, dane z gminy 1.



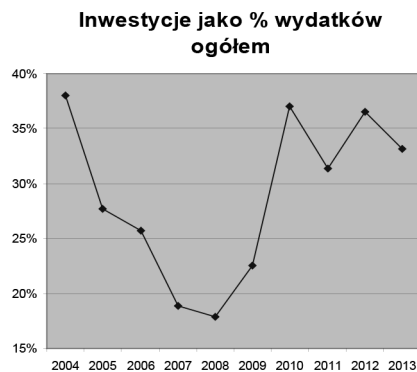
Rys. 3. Wydatki bieżące jako procent dochodów

Źródło: obliczenia własne, dane z gminy 1.



**Rys. 4.** Nadwyżka operacyjna jako procent dochodów

Źródło: obliczenia własne, dane z gminy 1.



**Rys. 5.** Wydatki inwestycyjne jako procent wydatków

Źródło: obliczenia własne, dane z gminy 1.

**Tabela 1.** Rozkład funduszy z UE dla WPF1 i WPF2 w relacji do średniej z lat 2007-2013

Lata	2014	2015	2016	2017	2018	2019	2020	2021	Wartość średnia do średniej z lat 2007-2013
WPF1	0,6	0,8	1	1	1,2	1,2	1,2	1	1,0
WPF2	0,75	1	1,5	1,5	1,5	1,2	1,4	1	1,235

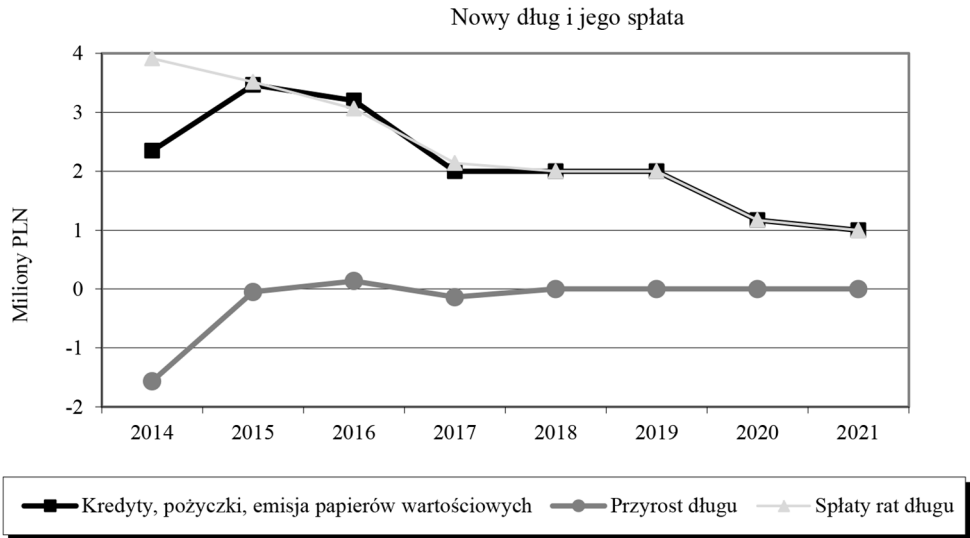
Źródło: obliczenia własne, dane z gminy 1.

Na rysunkach 6-13, dla okresu 2014-2021, dla gminy 1, prezentujemy wyniki rozwiązania modelu opisanego zależnościami (1)-(19) dla dwóch scenariuszy dochodów majątkowych. W scenariuszu 1 (WPF1) przyjęto niższe fundusze z UE, na poziomie średniej z lat 2007-2013, natomiast w scenariuszu 2 (WPF2) – wyższe. W tabeli 1 pokazano rozkład funduszy z UE dla WPF1 i WPF2 w relacji do ww. średniej.

W obu scenariuszach zadłużenie gminy w latach 2014-2021 jest bardzo podobne, nie przekracza zadłużenia z 2013 r., w roku 2014 spada (spłaty długu są wyższe niż nowy dług), a w kolejnych latach pozostaje na niemalże stałym poziomie (przyrost długu *netto* jest bliski zera).

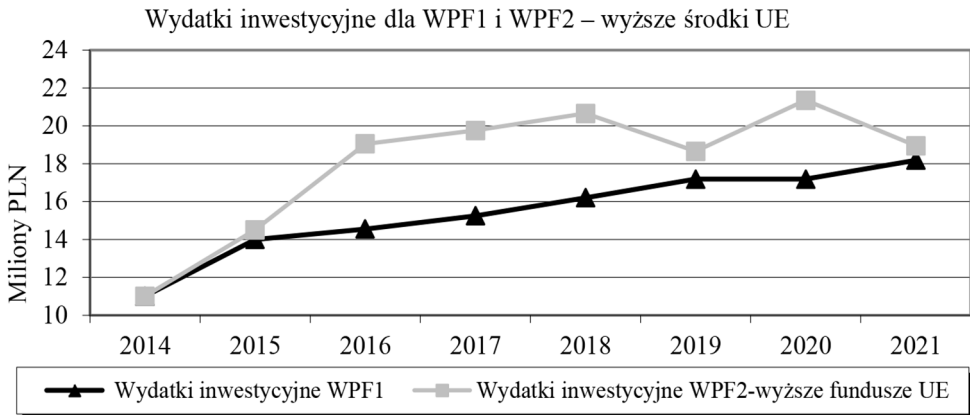
Wydatki inwestycyjne, także w relacji do wydatków ogółem, są istotnie wyższe dla scenariusza WPF2 ze względu na wyższe fundusze UE. Wydatki bieżące w relacji do dochodów (rys. 9) maleją od roku 2014 do poziomu 74% w 2021 r. dla WPF1 i 72% dla WPF2.

Koszty obsługi długu do dochodów (rys. 8) różnią się w obu scenariuszach nieznacznie – od 2015 r. są niższe niż limit wyznaczony przez ufp. Koszty te, po wyłączeniu długu wykorzystywanego na finansowanie zadań inwestycyjnych współfinansowanych ze środków UE, są wyraźnie niższe od limitu (tak stanowi ufp). Powoduje to ograniczenie (19), które nie zezwala na zwiększenie zadłużenia, oraz rosnące dochody.



Rys. 6. Nowy dług, spłata długu i przyrost długu netto

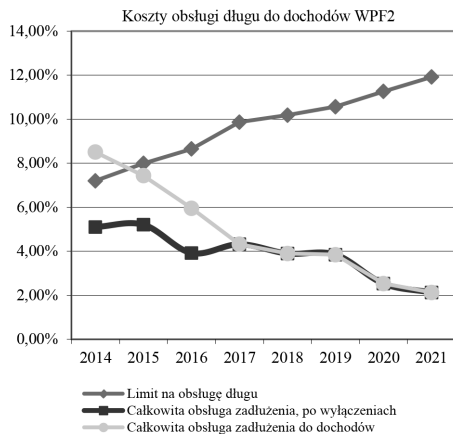
Źródło: obliczenia własne, dane z gminy 1.



Rys. 7. Wydatki inwestycyjne

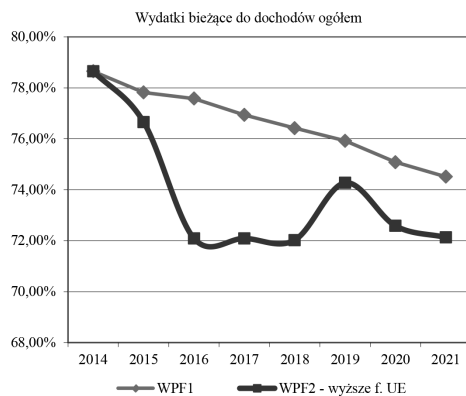
Źródło: obliczenia własne, dane z gminy 1.

Nadwyżka operacyjna osiąga poziom powyżej 12% w 2021 r. w związku z relatywnym zmniejszeniem wydatków bieżących i zwiększaniem się dochodów bieżących (rys. 11 i 12). Dochody te są identyczne dla WPF1 i WPF2. Zadłużenie w relacji do dochodów (rys. 13) maleje dla WPF1 i WPF2, bez i z wyłączeniem zadań finansowanych z UE, pomimo że nominalne zadłużenie pozostaje na niezmiennym poziomie do końca 2021 roku.



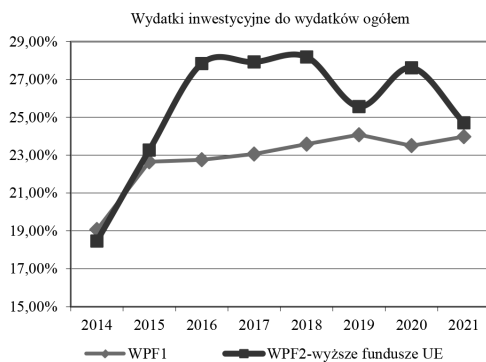
**Rys. 8.** Całkowite koszty obsługi długu do dochodów

Źródło: obliczenia własne, dane z gminy 1.



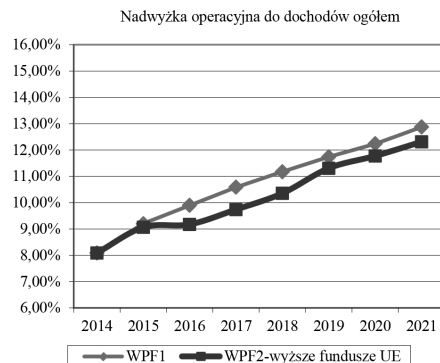
**Rys. 9.** Wydatki bieżące jako procent dochodów

Źródło: obliczenia własne, dane z gminy 1.



**Rys. 10.** Wydatki inwestycyjne do wydatków ogółem

Źródło: obliczenia własne, dane z gminy 1.

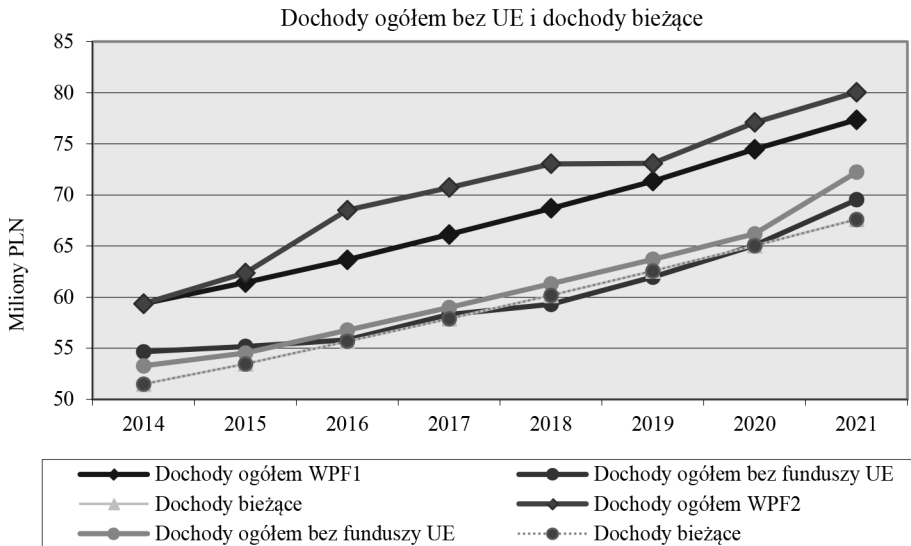


**Rys. 11.** Nadwyżka operacyjna do dochodów

Źródło: obliczenia własne, dane z gminy 1.

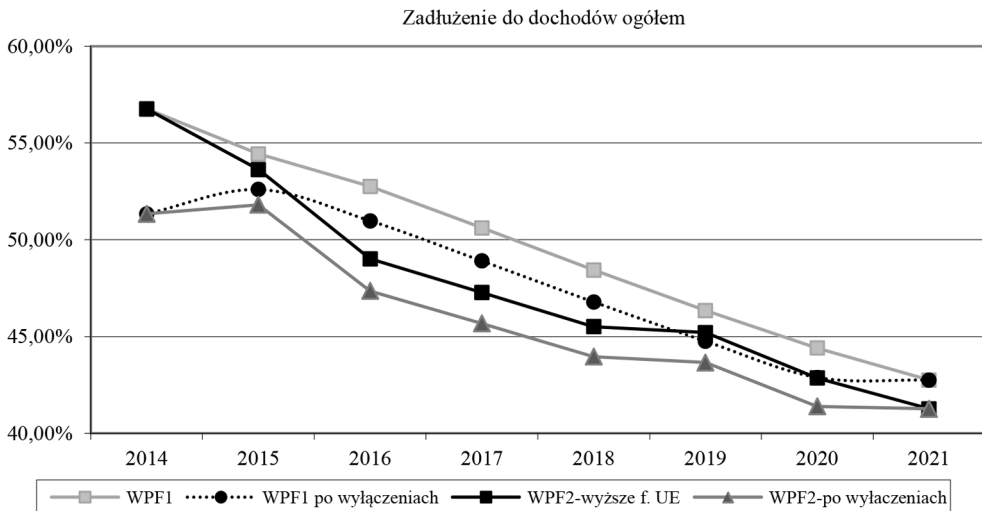
Dodatkowo możemy w modelu I dodać ograniczenie, np. (20), wymuszające malejący nominalny poziom zadłużenia na koniec każdego kolejnego roku  $t$  – taki cel przyświecał ponad 10% ankietowanych JST. W tym przypadku musimy jednak precyzyjnie wymusić zmniejszenie zadłużenia w każdym roku, np. o 5% rocznie (20). W przeciwnym wypadku rozwiązania nowego modelu będą bardzo zbliżone do rozwiązań modelu (1)-(19).

$$Z_t < 0,95 Z_{t-1}, t = t_1, t_2, \dots, T_N \quad (20)$$



**Rys. 12.** Dochody ogółem i dochody bieżące

Źródło: obliczenia własne, dane z gminy 1.



**Rys. 13.** Zadłużenie jako procent dochodów ogółem

Źródło: obliczenia własne, dane z gminy 1.

## 5. Podsumowanie

Wykorzystanie zaprezentowanego modelu optymalizacyjnego z ograniczeniami do analizy finansów JST w długim okresie stwarza doskonale możliwości badania wpływu ograniczeń na rozwiązania oraz różnych funkcji celu na oczekiwane wyniki. Umożliwia przetestowanie alternatywnych, długookresowych polityk finansowych i wspiera prace nad WPF. Z podanych przykładowo rozwiązań wynika, że maksymalizacja środków na finansowanie inwestycji, przy zastosowaniu wszystkich obowiązujących w ustawie ograniczeń, prowadzi w prosty sposób do wzrostu zadłużenia. Dopiero wprowadzenie dodatkowego ograniczenia na sumaryczne zadłużenie, które nie może się zwiększać w kolejnych latach, umożliwia kontrolowanie długu. Bez tego ograniczenia będziemy mieli stale rosnący dług. Cichocki [2013] dyskutuje ściśle warunki kontrolowania zadłużenia, np. w zależności od zadłużenia początkowego  $Z_{t_0}$ , oraz celu, jaki może postawić sobie JST, np. zmniejszenie zadłużenia w okresie 8 lat o 50% (wystarczy, aby suma przyrostu długu netto w przyjętym okresie zmniejszyła się o połowę zadłużenia  $Z_{t_0}$ ).

Wskaźnik wielkości zadłużenia do dochodów, obowiązujący polskie samorządy do końca 2013 r. w postaci  $Z_t < 0,6 D o_t$  dla każdego roku  $t$ , nie jest efektywnym miernikiem jakości zarządzania długiem JST. Miernikiem takim nie był także limit 15% nałożony na koszty obsługi długu do dochodów budżetu JST. Zmiana definicji limitu na koszty obsługi długu do dochodów, obowiązująca JST od 2014 r. nie będzie także ani skuteczna, ani efektywna w długim okresie. Bardzo wiele JST w latach 2011-2013 r. w sposób niekontrolowany zwiększało zadłużenie, spełniając równocześnie warunki ufp: dług do dochodów nie przekraczał 60%, koszty obsługi długu do dochodów były niższe od 15% oraz poniżej wprowadzonego nową ufp limitu opisanego przez (7), zob. także rys. 7<sup>4</sup>. Aby zwiększyć nadwyżkę operacyjną, JST zwiększały dochody majątkowe poprzez sprzedaż majątku (nie posiadając wieloletniego programu sprzedaży) oraz dzięki wyższym funduszom z UE. Skutkiem był szybki wzrost limitu, wskaźnik kosztów obsługi długu do dochodów był wyraźnie poniżej limitu, a JST systematycznie zwiększały swoje zadłużenie. Ponadto z ankiet oraz innych informacji wynika, że ponad 80% JST w prognozach wydatków bieżących nie uwzględnia kosztów eksploatacji wybudowanych obiektów – zależności (3) w modelu. Zaniżanie wydatków bieżących (zawyżanie nadwyżki operacyjnej) powoduje bardzo poważne kłopoty finansowe wtedy, gdy jest już za późno.

---

<sup>4</sup> JST w Polsce w sprawozdaniach za lata 2011-2013 były zobowiązane podawać limit i nowy wskaźnik obsługi długu do dochodów.



## Literatura

- Bitner M., Cichocki K.S., *Efektywność zarządzania długiem w samorządach*, Raport monograficzny Ernst&Young, Warszawa 2008.
- Bitner M., Cichocki K.S., Sierak J., *Standardy zarządzania długiem na szczeblu lokalnym i regionalnym oraz ich wpływ na finansowanie infrastruktury*, Polska Akademia Nauk, Instytut Badań Systemowych, Warszawa 2013.
- Cichocki K.S., *Analiza możliwości zadłużania się przez samorządy w świetle nowej ustawy finansach publicznych*, [w:] B. Bernaś, A. Kopiński (red.), *Zarządzanie finansami firm – teoria i praktyka*, Prace Naukowe Uniwersytetu Ekonomicznego we Wrocławiu nr 158, Wrocław 2011.
- Cichocki K.S., *Improvement of Financial Management by Local Government. Computer Model Implementation*, „Journal of Organizational Transformation and Social Change”, vol. 7, no. 2, London 2010.
- Cichocki K.S., *Wieloletnie planowanie finansowe. Ocena zdolności kredytowej w gminie. Najtańszy pieniądz we właściwym czasie*, Municipium, Warszawa 2001.
- Cichocki K.S., *Zarządzanie finansami i długiem samorządu terytorialnego w perspektywie wieloletniej*, PAN, Instytut Badań Systemowych, Warszawa 2013.
- CIPFA: The Chartered Institute of Public Finance and Accountancy, Guidelines London 2007.
- Enzinger, A., Papst M., *Mittelfristige Finanzplanung in Gemeinden, Aufbau – Umsetzung – Analyse*, „Schriftenreihe, Recht und Finanzen für Gemeinden“, Wien 2009.
- Financing the Future Long-Term Financial Planning for Local Government, 2007.
- Government Finance Officers Association – recommendation Long-Term Financial Planning, 2008.
- Kaplan R., Norton D., *The Balanced Scorecard: Translating Strategy into Action*, Harvard Business School Press, Boston 1996.
- Kavanagh S.C., *Financing the Future: Long-Term Financial Planning for Local Government*, GFOA, Washington D.C. 2007.
- Kavanagh S.C., Miranda R.A. (eds.), *Technologies for Government Transformation: ERP Systems and Beyond*, GFOA, Washington D.C. 2005.
- Krajewska M., Jońca A., *Wieloletnia prognoza finansowa jako instrument zarządzania gospodarką finansową JST – podsumowanie dwóch lat doświadczeń*, „Finanse Komunalne” nr 1, Warszawa 2012.
- Mittelfristige Ergebnis und Finanzplanung, par. 6, „Neues Kommunales Finanzmanagement“, GemHVO NRW, 2009.
- Schedler K., Summermatter L., *Der Integrierte Aufgaben – und Finanzplan als Instrument der mittelfristigen Steuerung in der Schweiz*, „Der Moderne Staat-dms“, 2(2) 2009.
- Ustawa z dnia 27 sierpnia 2009 r. o finansach publicznych, DzU 2009, nr 157, poz. 1240.

## APPLICATION OF OPTIMIZATION MODELS FOR LONG – TERM FINANCIAL PLANNING IN LOCAL GOVERNMENT SECTOR

**Summary:** The author presents a model to financial optimization of local government unit with the reference to additional characteristics like the debt requirements. The model is used to present long-term financial analysis and financial forecasts of the specific local government unit. The author elaborates a budget cash flow scheme with interperiod relations. The model

allows to determine the maximum level of financial investment capability, the safe debt level and the scheme of debt pay off for each year of given period, like 8 years. For each year the model ensures to keep local government unit afloat and to meet the debt and expenditure ratios legal criteria. In the article there are two scenarios for model application for the different level of UE funds – exogenous variables. There is a possibility to analyse different financial policies.

**Keywords:** model, optimization, debt, investment, local government.