PRACE NAUKOWE
Uniwersytetu Ekonomicznego we Wrocławiu

RESEARCH PAPERS
of Wrocław University of Economics

Nr 328

Taksonomia 23
Klasyfikacja i analiza danych – teoria i zastosowania

Redaktorzy naukowi
Krzysztof Jajuga, Marek Walesiak

Wydawnictwo Uniwersytetu Ekonomicznego we Wrocławiu
Wrocław 2014

Redaktor Wydawnictwa: Barbara Majewska
Redaktor techniczny: Barbara Łopusiewicz
Korektor: Barbara Cibis
Łamanie: Beata Mazur
Projekt okładki: Beata Dębska

Publikacja jest dostępna w Internecie na stronach:
www.ibuk.pl, www.ebscohost.com,
w Dolnośląskiej Bibliotece Cyfrowej www.dbc.wroc.pl,
The Central and Eastern European Online Library www.ceeol.com,
a także w adnotowanej bibliografii zagadnień ekonomicznych BazEkon
http://kangur.uek.krakow.pl/bazy_ae/bazekon/nowy/index.php

Informacje o naborze artykułów i zasadach recenzowania znajdują się
na stronie internetowej Wydawnictwa
www.wydawnictwo.ue.wroc.pl

Tytuł dofinansowany ze środków Narodowego Banku Polskiego
oraz ze środków Sekcji Klasyfikacji i Analizy Danych PTS

ISSN 1899-3192 (Prace Naukowe Uniwersytetu Ekonomicznego we Wrocławiu)
ISSN 1505-9332 (Taksonomia)

Wersja pierwotna: publikacja drukowana

Druk: Drukarnia TOTEM

Spis treści

Summaries

PRACE NAUKOWE UNIWERSYTETU EKONOMICZNEGO WE WROCŁAWIU
RESEARCH PAPERS OF WROCŁAW UNIVERSITY OF ECONOMICS nr 328 • 2014
Taksonomia 23 ISSN 1899-3192
Klasyfikacja i analiza danych – teoria i zastosowania

Wojciech Roszka, Marcin Szymkowiak
Uniwersytet Ekonomiczny w Poznaniu

PODEJŚCIE KALIBRACYJNE W STATYSTYCZNEJ INTEGRACJI DANYCH

Streszczenie: Statystyczna integracja danych jest grupą metod umożliwiających łączną obserwację cech nieobserwowanych wspólnie w żadnym z dostępnych źródeł danych. Efektem zastosowania tych metod jest utworzenie jednostkowego zbioru danych zawierających informacje o zmiennych ze wszystkich integrowanych źródeł. W konsekwencji możliwa jest analiza zmiennych pochodzących z różnych zbiorów danych. Dzięki takiemu podejściu istnieje na przykład możliwość konstrukcji tabeli kontyngencji zawierającej łączny rozkład zmiennych nieobserwowanych wspólnie w żadnym ze zbiorów. W artykule przedstawiono sposób konstrukcji tabel kontyngencji zmiennych nieobserwowanych jednocześnie w dwóch zbiorach danych z wykorzystaniem techniki parowania statystycznego uwzględniającego metody kalibracji.

Słowa kluczowe: kalibracja, statystyczna integracja danych, parowanie statystyczne.

1. Wstęp

Przeprowadzane przez organy statystyki publicznej badania reprezentacyjne odpowiadają na zapotrzebowanie informacyjne różnych instytucji państwowych i prywatnych. Ich zawartość merytoryczna wynika nie tylko z potrzeb odbiorców, ale również z konieczności prowadzenia analiz porównawczych różnych zjawisk społeczno-ekonomicznych w krajach Unii Europejskiej. Jednocześnie, ze względu na bardzo duże koszty, jak również obciążenie respondentów skutkujące zwiększoną liczbą odmów i braków odpowiedzi, nie przeprowadza się badań kompleksowo ujmujących zjawiska społeczno-gospodarcze. Z tych powodów obecny proces modernizacji infrastruktury statystycznej obejmuje m.in. zwiększenie wydajności systemów sprawozdawczości statystycznej poprzez integrację informacji z dostępnych źródeł danych [Leulescu, Agafitei 2013, s. 28-30, 70].

Parowanie statystyczne (*statistical matching*, *data fusion*) jest techniką zapewniającą uzyskanie łącznej informacji statystycznej w oparciu o zmienne i wskaźniki poddane pomiarowi w dwóch lub więcej większej liczby rozłącznych źródeł. Potencjalne korzyści z tego podejścia wynikają w możliwości zwiększenia zakresu

informacyjnego istniejących źródeł danych bez zwiększania kosztów badań i dodatkowych obciążeń respondentów.

Celem niniejszego artykułu jest opis wybranych metod statystycznej integracji dla danych uzyskanych w oparciu o złożone schematy losowania (jak to ma miejsce w przypadku badań reprezentacyjnych statystyki publicznej). Jednocześnie przedstawiony zostanie empiryczny przykład zastosowania opisywanych metod poprzez integrację informacji z Badania Dochodów i Warunków Życia (EU-SILC) oraz Badania Budżetów Gospodarstw Domowych.

2. Statystyczna integracja danych

Najczęściej opisywanym w literaturze celem statystycznej integracji danych jest zwiększenie zakresu informacyjnego różnych źródeł informacji. Wymienia się przy tym dwa podstawowe podejścia metodologiczne:

- probabilistyczne łączenie rekordów (*probabilistic record linkage*) – łączenie repozytoriów danych nieposiadających unikatowego klucza połączeniowego, zawierających informacje o tych samych jednostkach;
- parowanie statystyczne – integracja dwóch (lub więcej) rozłącznych (w sensie pokrycia) źródeł danych (zwykle pochodzących z badań próbkowych) odnoszących się do tej samej populacji generalnej.

Pierwsze z podejść wykorzystywane jest najczęściej do integracji repozytoriów administracyjnych i badań pełnych (np. spisów ludności); rekordy w każdym ze źródeł charakteryzują te same jednostki. Możliwa jest więc identyfikacja określonych jednostek w integrowanych zbiorach i połączenie informacji je charakteryzujących.

W przypadku integracji danych pochodzących z badań próbkowych, ze względu na ich rozłączność[1], integruje się jednostki podobne pod względem wybranych cech. Integracji można dokonać dwojako: tworząc pełny, syntetyczny zbiór danych, zawierający łączną obserwację cech nieobserwowanych wspólnie w pojedynczych źródłach (tzw. podejście mikro) lub tworząc szacunki określonych związków (np. korelacji, współczynników regresji, tabeli kontyngencji) między zmiennymi łącznie nieobserwowanymi (tzw. podejścia makro)[2]. Celem artykułu jest utworzenie tabeli kontyngencji cech występujących w rozłącznych zbiorach.

Niech zbiór A zawiera zmienne $X = [1, \dots, I]$ oraz $Y = [1, \dots, J]$. Zbiór B natomiast zmienne $X = [1, \dots, I]$ oraz $Z = [1, \dots, K]$, gdzie i, j, k to warianty zmiennych, odpowiednio, X, Y i Z. Szacowanym parametrem jest wówczas:

$$\theta_{ijk} = P(X = i, Y = j, Z = k), \tag{1}$$

gdzie $0 \leq \theta_{ijk} \leq 1$ oraz $\sum_{i,j,k} \theta_{ijk} = 1$.

[1] Prawdopodobieństwo wylosowania tej samej jednostki do dwóch badań jest bardzo małe i zwykle zakłada się, że jest zerowe [D'Orazio i in. 2006, s. 158-159].

[2] Opis procedury parowania statystycznego opisany został w [Roszka 2013, s. 175-181].

Dla zmiennych jakościowych szukanym parametrem jest częstość (1). Przy założeniu o warunkowej niezależności (*Conditional Independence Assumption* – CIA) można wyznaczyć [D'Orazio et al. 2006, s. 13, 23-24]:

$$P(X=i,Y=j,Z=k)=P(Y=j|X=i)P(Z=k|X=i)P(X=i), \quad (2)$$

$$\theta_{ijk}=\theta_{j|i}\theta_{k|i}\theta_{i..}=\frac{\theta_{ij.}}{\theta_{i..}}\frac{\theta_{i.k}}{\theta_{ij.}}\theta_{i..}=\frac{\theta_{ij.}\theta_{i.k}}{\theta_{i..}}, \quad (3)$$

gdzie „kropka" oznacza liczebność brzegową z wyłączeniem wariantu odpowiedniej zmiennej.

Wartości brzegowe tabeli $Y \times Z$ uzyskiwane są z:

$$\sum_i \theta_{ijk}=\sum_{i=1}^{I}\frac{\theta_{ij.}\theta_{i.k}}{\theta_{i..}}. \quad (4)$$

Niech $n_{A,ij.}$ będą liczebnościami w tabeli $X \times Y$ uzyskanej ze zbioru A, $n_{B,i.k}$ – liczebnościami w tabeli $X \times Z$ uzyskanej ze zbioru B. Wykorzystując estymator największej wiarogodności[3] [Anderson 1957, s. 200-203], otrzymuje się:

$$\hat{\theta}_{i..}=\frac{n_{A,i..}+n_{B,i..}}{n_A+n_B}, \quad (5)$$

$$\hat{\theta}_{j|i}=\frac{n_{A,ij.}}{n_{A,i..}}, \quad (6)$$

$$\hat{\theta}_{k|i}=\frac{n_{B,i.k}}{n_{B,i..}}. \quad (7)$$

3. Podejście Renssena

Metodą, w której wykorzystuje się informacje pochodzące ze schematu losowania próby, jest podejście kalibracyjne Renssena [1998, s. 171-183]. Oparte jest ono na algorytmie kalibracji wag analitycznych wynikających ze schematu losowania, oddzielnie dla A i B. Wynikiem procedury Renssena jest tabela kontyngencji $Y \times Z$.

Niech d_k oznacza wagi początkowe, a w_k finalne wagi kalibracyjne. Wagi finalne uzyskiwane są jako rozwiązanie zagadnienia optymalizacji

$$\min[\sum_{k\in s} D(d_k,w_k)],$$

gdzie $D(d,w)$ to miara odległości, z zastrzeżeniem, że $\sum_{k=1}^{n} w_k x_k=\sum_{k=1}^{N} x_k$ oraz $\sum_{k=1}^{n} w_k=N$. Szczegółowy opis podejścia kalibracyjnego można znaleźć w pracy [Särndal, Lundström 2005; Szymkowiak 2009, s. 90-105].

Pierwsza faza polega na harmonizacji wag w integrowanych zbiorach. Wybiera się podzbiór zmiennych $\boldsymbol{X_1} \subseteq \boldsymbol{X}$, dla których znane są liczebności w populacji generalnej:

[3] Raessler [2002] zaproponowała szacowanie tego parametru z wykorzystaniem KMNK.

– wagi w_a w zbiorze A są kalibrowane w taki sposób, by wagi kalibracyjne $w_a^{(1)}$ spełniały warunek

$$\sum_{a\in A} w_a^{(1)} x_{1a} = t_1,$$

gdzie $\boldsymbol{t_1}$ oznacza wektor wartości globalnych w populacji,

– wagi w_b w zbiorze B są kalibrowane w taki sposób, by wagi kalibracyjne $w_b^{(1)}$ spełniały warunek

$$\sum_{b\in B} w_b^{(1)} x_{1b} = t_1.$$

Jeżeli istnieją jakieś zmienne $\boldsymbol{X_2} \subseteq \boldsymbol{X}$, dla których wartości globalne w populacji nie są znane, w kolejnym kroku wyznaczany jest łączny estymator (*pooled estimate*):

$$\hat{\boldsymbol{t}}_2 = \lambda \sum_{a\in A} w_a^{(1)} \boldsymbol{x}_{2a} + (1-\lambda) \sum_{b\in B} w_b^{(1)} \boldsymbol{x}_{2b}, \tag{8}$$

gdzie $0 \leq \lambda \leq 1$. Następnie wagi $w_a^{(1)}$ i $w_b^{(1)}$ są rekalibrowane w taki sposób, że:

– w zbiorze A powstają wagi $w_a^{(2)}$ spełniające warunek

$$\sum_{a\in A} w_a^{(2)} x_{1a} = t_1 \text{ oraz } \sum_{a\in A} w_a^{(2)} x_{2a} = \hat{t}_2,$$

– w zbiorze B powstają wagi $w_b^{(2)}$ spełniające warunek

$$\sum_{b\in B} w_b^{(2)} x_{1b} = t_1 \text{ oraz } \sum_{b\in B} w_b^{(2)} x_{2b} = \hat{t}_2.$$

W drugim etapie wagi kalibracyjne $w_a^{(2)}$ i $w_b^{(2)}$ mogą zostać użyte do wyznaczenia estymatorów łącznych rozkładów w A i B. Dla zmiennych jakościowych, przy założeniu CIA, łączny rozkład $\boldsymbol{Y}$ i $\boldsymbol{Z}$ może zostać wyznaczony za pomocą (3).

W praktyce zdarzają się sytuacje, w których procedura kalibracji w podejściu Renssena jest nieskuteczna (tzn. algorytm nie osiąga zbieżności, pojawiają się ujemne wagi itp.). Ma to miejsce zwłaszcza w przypadku, gdy wektor $\boldsymbol{X}$ zawiera zmienne mierzone na różnej skali lub (i) gdy zmienne jakościowe charakteryzują się dużą liczbą wariantów. W takich przypadkach należy grupować warianty cech jakościowych lub (i) kategoryzować zmiennej ilościowe.

4. Badanie empiryczne

Głównym celem badania była integracja informacji pochodzących z dwóch badań reprezentacyjnych prowadzonych przez Główny Urząd Statystyczny, tj. Badania Budżetów Gospodarstw Domowych (BBGD) i Badania Dochodów i Warunków Życia (EU-SILC). Na potrzeby przykładu empirycznego wykorzystano jednostkowe zbiory danych dla gospodarstw domowych z 2005 roku.

Integracja miała na celu stworzenie dwuwymiarowej tabeli kontyngencji pomiędzy zmiennymi: Y – Wydatki ogółem gospodarstw domowych i Z – Czy gospodarstwo stać na tygodniowy urlop poza miejscem zamieszkania, zgodnie z podejściem zaproponowanym przez Renssena [1998]. Pierwsza z wymienionych zmiennych była obserwowana wyłącznie w zbiorze BBGD, a druga wyłącznie w EU-SILC. Oznacza to, że utworzenie tabeli kontyngencji nie byłoby możliwe przy wykorzystaniu każdego zbioru z osobna.

W charakterze zmiennych wspólnych, składających się na wektor X i występujących w obydwu zbiorach, przyjęto: X_1 – Region (NUTS1), X_2 – Rodzaj budynku, X_3 – Tytuł prawny do zajmowanego mieszkania, X_4 – Typ biologiczny gospodarstwa domowego, X_5 – Czy jest ustęp spłukiwany, X_6 – Czy jest łazienka, X_7 – Czy gospodarstwo posiada TV, X_8 – Czy gospodarstwo posiada komputer, X_9 – Czy gospodarstwo posiada samochód, X_{10} – Ekwiwalentna wielkość gospodarstwa domowego, X_{11} – Ekwiwalentny dochód gospodarstwa domowego. Wektor zmiennych wspólnych X poddano procesowi harmonizacji w taki sposób, że zapewniono zgodność ich wariantów i sposobu kodowania.

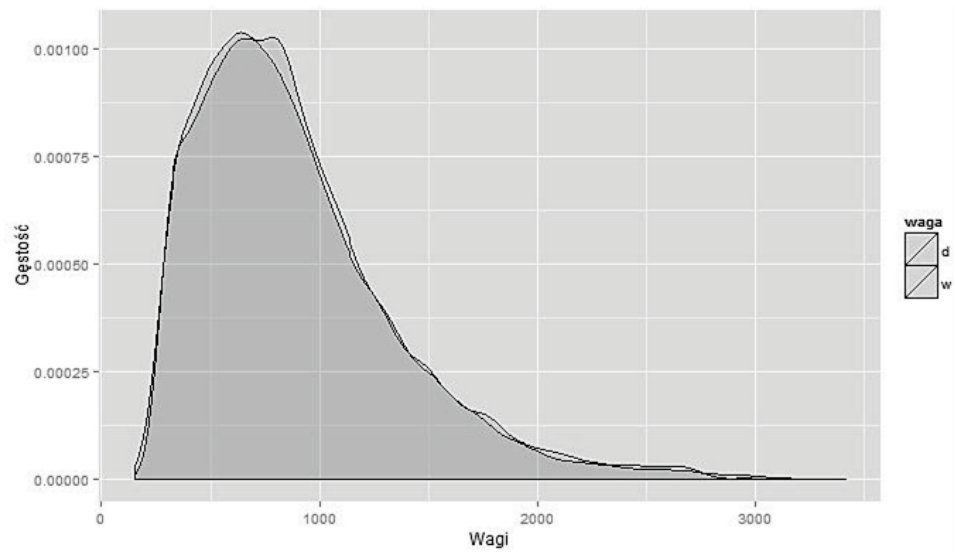
W następnym kroku dokonano harmonizacji wag w integrowanych zbiorach. Ponieważ nie były znane wartości globalne poszczególnych zmiennych wspólnych, dokonano ich oszacowania zgodnie ze wzorem (8). Parametr λ wyznaczono zgodnie ze wzorem $\lambda = \frac{n_A}{n_A+n_B}$, gdzie n_A to liczebność zbioru BBGD, a n_B to liczebność zbioru EU-SILC. W dalszym etapie prac dokonano rekalibracji wag z BBGD i EU-SILC zgodnie ze schematem opisanym w punkcie 3 artykułu. Jak pokazują wykresy na rys. 1 i 2, rozkłady wyznaczonych wag kalibracyjnych, zarówno w badaniu EU-SILC, jak i BBGD, w niewielkim stopniu odbiegają od rozkładów wag wejściowych wynikających ze schematu losowania próby.

Jest to zgodne z ideą kalibracji, tj. wagi kalibracyjne nie tylko odtwarzają oszacowane wartości globalne dla wszystkich zmiennych wspólnych w poszczególnych zbiorach, ale również nieznacznie różnią się, w sensie przyjętej funkcji odległości, od wag wejściowych (por. tabela 1).

Tabela 1. Charakterystyki rozkładu wag wejściowych i kalibracyjnych

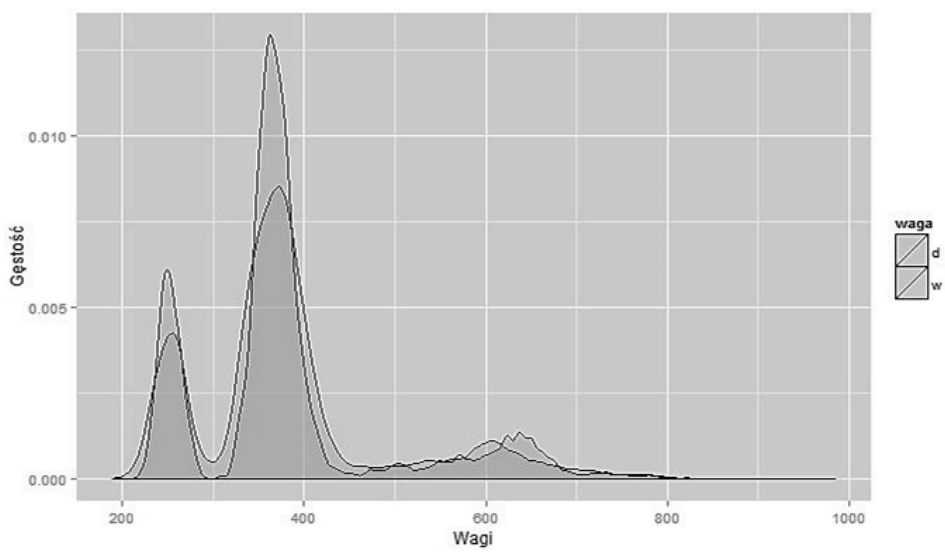
Statystyka	Wagi wejściowe		Wagi kalibracyjne	
	BBGD	EU-SILC	BBGD	EU-SILC
Liczebność	34 767	14 914	34 767	14 914
Średnia	383,5	893,0	383,6	893,6
Odch. stand.	114,1	456,2	113,7	472,5
Mediana	365,3	806,4	367,1	793,9
Minimum	214,5	268,0	189,5	152,4
Maksimum	882,5	3029,1	984,9	34 15,7
Skośność	1,3	1,2	1,3	1,3
Kurtoza	1,6	1,9	1,7	2,2

Źródło: opracowanie własne.



Rys. 1. Rozkład wag wejściowych (d) i kalibracyjnych (w) w EU-SILC

Źródło: opracowanie własne.



Rys. 2. Rozkład wag wejściowych (d) i kalibracyjnych (w) w BBGD

Źródło: opracowanie własne.

Dla tak wyznaczonych wag kalibracyjnych w dalszym kroku zbudowano tabelę kontyngencji dla zmiennych Y i Z (por. tabela 2) przy założeniu warunkowej niezależności (wzory 2-7).

Tabela 2. Tabela kontyngencji cech Y i Z (liczebności i odsetki wierszowe)

Wydatki	Czy stać na urlop?		
	tak	nie	ogółem
do 1000	415 618	2 363 869	2 779 487
1000-1500	724 001	2 430 836	3 154 837
1500-2000	749 870	1 743 275	2 493 145
2000-2500	624 005	1 089 996	1 714 001
powyżej 2500	1 631 404	1 453 827	3 085 232
Ogółem	4 144 898	9 081 803	13 226 701

Wydatki	Czy stać na urlop?		
	tak	nie	ogółem
do 1000	15%	85%	100%
1000-1500	23%	77%	100%
1500-2000	30%	70%	100%
2000-2500	36%	64%	100%
powyżej 2500	53%	47%	100%
Ogółem	31%	69%	100%

Źródło: opracowanie własne.

Dla utworzonej tabeli kontyngencji przeprowadzono test niezależności χ^2. *P-value* < 0,001 oznacza istotną w sensie statystycznym zależność pomiędzy badanymi cechami. Z analizy danych zawartych w tabeli 2 wynika, że wzrostowi wydatków towarzyszy wzrost zdolności gospodarstwa do sfinansowania urlopu wypoczynkowego. Dla tak wyznaczonej tabeli kontyngencji zostały ponadto zachowane rozkłady brzegowe cech Y i Z.

5. Podsumowanie

Zaprezentowana w artykule metoda wyznaczania tabeli kontyngencji dla cech nieobserwowanych łącznie może stanowić cenne źródło zasilania informacyjnego. Oszacowanie łącznych charakterystyk takich zmiennych nie wymaga bowiem przeprowadzenia dodatkowych badań. W konsekwencji możliwa jest redukcja kosztów i zmniejszenie obciążeń respondentów. Przedstawiona w artykule idea łącznego wykorzystania informacji pochodzących z różnych źródeł wpisuje się w rozwijający się w świecie nurt statystycznej integracji danych. Techniki te będą odgrywały coraz większą rolę w praktyce badań prowadzonych przez urzędy statystyczne [U.S. Bureau of the Census 1999]. W środowisku statystyków zajmujących się metodami integracji danych pochodzących z różnych źródeł panuje bowiem powszechne przekonanie, że XXI wiek zdominowany zostanie przez techniki statystycznej integracji danych [Zhang 2011, s. 445].

Literatura

Anderson T.W. (1957), *Maximum likelihood estimates for a multivariate normal distribu-tion when some observations are missing*, „Journal of the American Statistical Association" 52.

D'Orazio M. (2011), *Statistical Matching and Imputation of Survey Data with the Package StatMatch for the REnvironment*, Italian National Institute of Statistics (Istat), Rome, Italy.

D'Orazio M., Di Zio M., Scanu M. (2006), *Statistical Matching. Theory and Practice*, John Wiley & Sons Ltd., England.

Leulescu A., Agafitei M. (2013), *Statistical matching: a model based approach for data integration*, Eurostat Methodologies and Working Papers.http://epp.eurostat.ec.europa.eu/cache/ITY_OFFPUB/KS-RA-13-020/EN/KS-RA-13-020-EN.PDF.

Raessler S. (2002), *Statistical Matching: A Frequentist Theory, Practical Applications and Alternative Bayesian Approaches*, Springer, New York.

Renssen R.H. (1998), *Use of statistical matching techniques in calibration estimation*, Survey Methodology 24.

Roszka W. (2013), *Szacowanie łącznych charakterystyk cech nieobserwowanych łącznie*, [w:] *Klasyfikacja i analiza danych – teoria i zastosowania*, red. K. Jajuga, M. Walesiak, Prace Naukowe Uniwersytetu Ekonomicznego we Wrocławiu nr 279, Taksonomia 21, Wydawnictwo UE, Wrocław.

Särndal C.E., Lundström S. (2005), *Estimation in Surveys with Nonresponse*, Wiley.

Szymkowiak M. (2009), *Imputacja i kalibracja – nowe możliwości estymacji w badaniach statystycznych z brakiem odpowiedzi*, Zeszyty Naukowe nr 116, Wydawnictwo Uniwersytetu Ekonomicznego w Poznaniu, Poznań.

U.S. Bureau of the Census (1999), *Integrated Information Solutions – The Future of Census Bureau Data Access and Dissemination*, Statistical Commission and Economic Commission for Europe, Conference of European Statisticians.

Zhang Li-Chun (2011), *Topics of statistical theory for register-based statistics*, 58th World Statistical Congress, Dublin, http://2011.isiproceedings.org/papers/450014.pdf.

A CALIBRATION APPROACH IN STATISTICAL DATA INTEGRATION

Summary: Statistical data integration comprises a group of methods enabling joint observation of variables which are not observed together in any of the available data sources. Depending on the approach adopted, these methods make it possible to create a dataset of units combining information about variables from all integrated sources or a contingency table containing a joint distribution of variables which are not observed together in any dataset. The article presents a method of constructing contingency tables of variables which are not observed together in two datasets by applying methods of statistical matching and calibration.

Keywords: calibration, statistical data integration, statistical matching.