EKONOMETRIA ECONOMETRICS 2(44) • 2014
ISSN 1507-3866

Jadwiga Sobieska-Karpińska, Marcin Hernes
Uniwersytet Ekonomiczny we Wrocławiu
e-mail: jadwiga.sobieska-karpinska@ue.wroc.pl; marcin.hernes@ue.wroc.pl

ISTOTA FUNKCJI ODLEGŁOŚCI W WYZNACZANIU CONSENSUSU W SYSTEMACH WSPOMAGANIA DECYZJI

Streszczenie: Celem artykułu jest przedstawienie istoty funkcji odległości, których obliczanie jest kluczowym etapem procesu wyznaczania consensusu w sytuacji wystąpienia konfliktów wiedzy w systemach wspomagających podejmowanie decyzji. W pierwszej części artykułu dokonano charakterystyki funkcji odległości i przedstawiono jej ogólną definicję. Następnie przedstawiono definicje funkcji odległości w odniesieniu do przykładowych atrybutów struktury decyzji, takich jak liczby rzeczywiste, daty, niepełne podziały uporządkowane, niepełne ostre porządki częściowe.

Słowa kluczowe: systemy wspomagania decyzji, konflikty wiedzy, funkcje odległości, metody consensusu.

DOI: 10.15611/ekt.2014.2.07

1. Wstęp

Metody consensusu – podobnie jak eksploracja danych – odnoszą się do pozyskania użytecznych informacji z pewnego zestawu danych [Nguyen 2006]. Najczęściej ilość tych danych jest bardzo duża, a potrzeby związane z ich przetwarzaniem wymuszają realizację tego procesu w czasie zbliżonym do rzeczywistego (koncepcja *Big Data*[1] – scharakteryzowana na przykład w pracy [Davenport, Paul, Bean 2012]). O ile jednak celem metod eksploracji danych jest poszukiwanie związków przyczynowo-skutkowych, które są ukryte w danych, o tyle metody consensusu mają na celu rozwiązanie konfliktów występujących w systemach informatycznych. Wykorzystywane są między innymi w przypadku występowania konfliktów opinii ekspertów

[1] Idea *Big Data* obejmuje szereg atrybutów danych – zbyt dużej ich ilości, zbyt mocno nieusystematyzowanych i zbyt szybko podlegających zmianom, aby można było w ich przypadku zastosować tradycyjne metody zarządzania danymi [Robak, Franczyn, Robak 2013].

[Zhang 2009], konfliktów w temporalnych bazach danych [Coulouris, Dollimore, Kindberg 1998], konfliktów w systemach wieloagentowych [Sobieska-Karpińska, Hernes 2012] czy też do przywracania spójności replikowanych danych [Danilowicz, Nguyen 2003]. Metody consensusu wykorzystywane są również w celu rozwiązywania konfliktów wiedzy w systemach wspomagających podejmowanie decyzji [Sobieska-Karpińska, Hernes 2011]. Ogólnie mówiąc, konflikty wiedzy wynikają z faktu, że węzły systemu (na przykład agenty, eksperty) mogą przedstawiać użytkownikowi różne decyzje czy też rozwiązania, a może to wynikać z między innymi z wykorzystywania przez agenty/eksperty różnych metod wspomagania decyzji. Jeśli w systemie wystąpi konflikt wiedzy, to system nie może wygenerować ostatecznej decyzji, a co za tym idzie − decydent nie otrzyma od systemu podpowiedzi. Będzie on musiał podjąć decyzję bez pomocy systemu, co oczywiście jest pracochłonne, czasochłonne i może doprowadzić do sytuacji, że decyzja będzie mało precyzyjna i podjęta na podstawie niepełnych informacji [Sobieska-Karpińska, Hernes 2012]. Ma to oczywiście zazwyczaj negatywny wpływ na funkcjonowanie całej organizacji. W literaturze przedmiotu spotyka się różne metody rozwiązywania tego typu konfliktów, takie jak na przykład negocjacje [Dyk, Lenar 2006] czy też metody dedukcyjno-obliczeniowe [Barthlemy 1992]. Negocjacje umożliwiają dobre rozwiązanie konfliktu wiedzy poprzez osiągnięcie kompromisu, jednakże wymagają wymiany dużej liczby komunikatów pomiędzy elementami systemu, przez co utrudnione, a nawet często niemożliwe staje się funkcjonowanie systemu w czasie rzeczywistym. Metody dedukcyjno-obliczeniowe (na przykład oparte na teorii gier, mechanice klasycznej czy też metody wyboru) pozwalają na uzyskanie dużej wydajności obliczeniowej systemu, jednakże nie gwarantują rozwiązania konfliktu wiedzy.

Wykorzystanie metod consensusu pozwala wyeliminować przedstawione problemy, ponieważ umożliwiają one rozwiązanie konfliktu wiedzy w czasie zbliżonym do rzeczywistego, a jednocześnie gwarantują osiągnięcie dobrego kompromisu [Nguyen 2006]. W consensusie bowiem każda ze stron jest brana pod uwagę traci najmniej jak tylko to jest możliwe i wnosi swój wkład w consensus, wszystkie strony akceptują consensus, a więc consensus jest reprezentacją wszystkich stron konfliktu. Dodatkowo, jak wcześniej wspomniano, możliwe jest zmniejszenie ryzyka związanego z podejmowaniem decyzji, jak również skrócenie czasu niezbędnego do realizacji tego procesu [Sobieska-Karpińska, Hernes 2013].

Proces wyznaczania consensusu składa się z trzech podstawowych etapów. W pierwszym należy dokładnie zbadać strukturę zbioru wszystkich decyzji wygenerowanych przez system, czyli określić atrybuty (cechy) reprezentujące te decyzje oraz ich typy (dziedziny ich wartości). Struktury tych decyzji stanowią jednocześnie strukturę wiedzy węzłów systemu. W drugim etapie niezbędne jest zdefiniowanie funkcji obliczania odległości pomiędzy poszczególnymi decyzjami. Trzeci etap to opracowanie algorytmów wyznaczania consensusu, czyli wyznaczania takiej decyzji, że odległość pomiędzy tą decyzją (consensusem) a poszczególnymi decyzjami wygenerowanymi przez węzły systemu jest minimalna (według różnych kryteriów).

Z analizy literatury przedmiotu i doświadczeń autorów związanych z opracowywaniem algorytmów consensusu oraz prototypu systemu wykorzystującego te algorytmy (wyniki badań przedstawione na przykład w pracach [Sobieska-Karpińska, Hernes 2012; Korczak, Hernes, Bac 2013]) wynika, że skuteczne wyznaczenie consensusu uwarunkowane jest prawidłową definicją funkcji odległości (drugi etap wyznaczania consensusu). W literaturze przedmiotu brakuje jednak kompleksowego podejścia do tej kwestii, tzn. rozpatrywane są tylko wybrane (w zależności od dziedziny problemu) klasy funkcji odległości.

Cele niniejszego artykułu to charakterystyka ogółu klas funkcji odległości pomiędzy różnymi wersjami generowanymi przez węzły systemu wspomagania decyzji oraz przedstawienie definicji przykładowych funkcji odległości w zależności od typów atrybutów, z których składa się struktura decyzji.

2. Charakterystyka funkcji odległości pomiędzy decyzjami

Zbiór decyzji wygenerowanych przez poszczególne węzły systemu nazywa się profilem. Aby określić consensus dla danego profilu, należy zdefiniować funkcję, która pozwala na obliczanie odległości pomiędzy poszczególnymi elementami profilu oraz pomiędzy elementami profilu a consensusem. Jeżeli zostanie przyjęte, że opinie uczestników konfliktu reprezentowane są za pomocą pewnych struktur wiedzy, to proces rozwiązania konfliktu polega na wyborze podzbioru ze zbioru możliwych rozwiązań. Można zatem zdefiniować następującą funkcję odległości:

Niech zbiór elementów decyzji dopuszczalnych oznaczony jest jako *U*.

Definicja 1

Makrostrukturą uniwersum *U* jest pewna funkcja:

$$\mathrm{o}: \mathrm{U} \times \mathrm{U} \rightarrow [0,1], \tag{1}$$

która spełnia warunki [Nguyen 2006]:

a) $(\forall x, y \in U)(o(x, y) \geq 0)$,
b) $(\forall x, y \in U)(o(x, y) = 0 \Leftrightarrow x = y)$,
c) $(\forall x, y \in U)(o(x, y) = \mathrm{o}(y, x))$.

Są to typowe warunki funkcji odległości (na przykład odległości w przestrzeni euklidesowej). Należy jednak zauważyć, że tutaj nie zakłada się warunku nierówności trójkąta, czyli funkcja odległości nie musi być metryką. Warunki metryczne są często nałożone na funkcje odległości, lecz w niektórych przypadkach są one zbyt mocne. Para (U, o) jest pewną przestrzenią, nazywaną przestrzenią z odległością.

W systemach wspomagających podejmowanie decyzji najbardziej przydatne są funkcje odległości klasy MK (minimalizująca koszty) i OU (określająca udział), zdefiniowane w pracy [Nguyen 2006] i scharakteryzowane szczegółowo w pracach [Hernes, Nguyen 2004; Hernes, Nguyen 2007]. Funkcja odległości klasy MK pomiędzy dwoma zbiorami elementów polega na określeniu minimalnego kosztu przekształcenia jednego zbioru w drugi, inaczej mówiąc, znalezieniu jak najmniejszej liczby operacji dla tego przekształcenia. Ponieważ w odniesieniu do systemów wspomagania decyzji przyjmuje się, że struktury decyzji stanowią zbiór różnego typu atrybutów (jest to struktura wieloatrybutowa i wielowartościowa – wartości atrybutów mogą być typu złożonego), więc celowe staje się zastosowanie funkcji odległości klasy MK w systemach wspomagania decyzji. Decyzja, oprócz zbioru pewnych elementów (cech), zawiera także przedział czasowy, który określa ramy aktualności decyzji. W takim przypadku należy zastosować także funkcję odległości klasy OU (określającą udział) pomiędzy dwoma zbiorami wartości elementarnych danego atrybutu, która polega na określeniu udziału każdej wartości elementarnej w tej różnicy.

Consensus, jak już sygnalizowano, jest to decyzja, której odległość od profilu jest minimalna. Biorąc pod uwagę przedstawioną definicję oraz klasy funkcji odległości, należy wyraźnie podkreślić, że odległość pomiędzy consensusem a elementami profilu nie jest równoważna średniej arytmetycznej. Jeżeli bowiem weźmiemy pod uwagę profil składający się z liczb 2, 3 i 8, to consensusem jest liczba 3 (odległość do pozostałych elementów profilu wynosi 1 + 0 + 5 = 6), natomiast średnia wynosi 4,33.

W dalszej części artykułu zostaną zaprezentowane przykłady funkcji odległości pomiędzy różnymi typami atrybutów, które mogą być wykorzystane w strukturze decyzji.

3. Przykłady funkcji odległości

Biorąc pod uwagę decyzje ekonomiczne, należy stwierdzić, że ich struktury mają charakter wieloatrybutowy i wielowartościowy, a więc oprócz prostych typów atrybutów (na przykład liczbowych, tekstowych, daty) zawierają również złożone typy atrybutów, takie jak różnego rodzaju relacje, porządki i podziały zbiorów). Ta złożoność struktury decyzji powoduje, że w odniesieniu do każdego typu atrybutu należy stosować inny sposób obliczania odległości. W literaturze przedmiotu, co prawda, rozpatrywana jest odległość w odniesieniu do kilkudziesięciu różnych typów atrybutów, jednakże większość z tych typów nie odnosi się do struktury decyzji. W dalszej części artykułu zostaną więc przedstawione przykłady funkcji odległości, w odniesieniu do typów atrybutów struktury decyzji spotykanych często w rozwiązaniach praktycznych, takie jak: liczby rzeczywiste, daty, niepełne podziały uporządkowane oraz niepełne ostre porządki częściowe.

Wartości ilościowe w strukturze decyzji przedstawiane są za pomocą liczb rzeczywistych. W celu obliczenia odległości pomiędzy takimi liczbami można wykorzystać funkcję stosowaną w wielu pozycjach literaturowych (np. [Danilowicz, Nguyen 2003]), określającą odległość pomiędzy liczbami rzeczywistymi:

Definicja 2

Odległością pomiędzy liczbami x, y należącymi do ciągu składającego się z m liczb rzeczywistych nazywamy następującą funkcję:

$$\chi(x, y) = \frac{1}{m}|x - y|. \quad (2)$$

Przykład 1

Przyjmijmy, że $m = 3$, a ciąg liczb przedstawia się następująco: $\{2, 4, 8\}$. Odległość pomiędzy liczbami 2 i 4 wynosi $= \frac{1}{3}|2-4| = \frac{2}{3}$, odległość pomiędzy liczbami 2 i 8 wynosi $= \frac{1}{3}|2-8| = 2$, natomiast pomiędzy liczbami 4 i 8 wynosi $= \frac{1}{3}|4-8| = 1\frac{1}{3}$.

Istotnym typem występującym w strukturze decyzji jest również jej data. W celu określenia funkcji odległości pomiędzy dwoma datami można wykorzystać model czasu opisany na przykład w pracy [Dyreson, Soo, Snodgrass 1995]. Model ten zakłada, że czas jest liniowy i jest pewnym odcinkiem na osi liczb rzeczywistych. Taki odcinek nazywany jest linią czasu. Punkt na linii czasu jest to moment czasu, którego długość jest równa 0. Aby łatwo implementować ten model, linia czasu podzielona jest na skończoną liczbę równych jednostek, zwanych chrononami. Chronon reprezentuje najmniejszą jednostkę czasu, może to być na przykład sekunda, minuta.

W celu definicji odległości pomiędzy dwoma datami przyjmiemy założenie, że chrononem jest jedna minuta. Oczywiście założenie to nie wyklucza przyjęcia jako chrononu innej jednostki czasu.

Definicja 3

Odległością ϑ pomiędzy dwoma datami $dt1$ *i* $dt2$ nazywamy funkcję*:*

$$\vartheta(dt1, dt2) = |dt1 - dt2|. \quad (3)$$

Przykład 2

Przykładem może być odległość pomiędzy datami: 10-11-2012 15:00 oraz 11-11-2012 16:30, która wynosi 1 dzień, 1 godzinę i 30 minut, czyli 24 × 60 + 90 = 1530 minut.

Częstym typem danych, wykorzystywanym w strukturze decyzji jest niepełny podział uporządkowany. Niepełny podział uporządkowany to taka struktura wiedzy, w której ekspert klasyfikuje elementy zbioru w ten sposób, że dany element należy do jednej z klas lub nie należy do żadnej klasy. Przykładowo firma chce sklasyfikować posiadane komputery według producenta w celu stwierdzenia, które z nich funkcjonują najlepiej. Większość możemy sklasyfikować (np. HP, Dell, IBM), ale występują także takie, których producenta nie znamy, więc nie możemy ich przydzielić do żadnej z firm. Definicja niepełnego podziału uporządkowanego przedstawia się następująco:

Definicja 4

K-klasowym niepełnym podziałem uporządkowanym skończonego zbioru: $X=\{x_1, ..., x_N\}$ nazywamy dowolny ciąg

$$P = \langle P_1, ..., P_K \rangle, \tag{4}$$

gdzie:

1) $\boldsymbol{P_i \cap P_j = \varnothing}$ dla $i \neq j$ $(i, j = 1, ..., K)$,

2) $\bigcup_{i=1,2,...,K} \boldsymbol{P_i \subseteq X}$.

W celu zdefiniowania odległości pomiędzy niepełnymi podziałami uporządkowanymi należy określić, jakiego typu przekształcenia pozwalają na przekształcenie jednego niepełnego podziału uporządkowanego w inny niepełny podział uporządkowany.

Definicja 5

Niech $P = \langle P_1, ..., P_k, ..., P_l, ..., P_K \rangle \in NU_K(X)$ oraz $x_n \notin P_l$.

Przekształcenie

$$D_n^l(P) = \langle P_1, ..., P_k, ..., P_l \cup \{x_n\}, ..., P_K \rangle \tag{5}$$

nazywamy dodaniem elementu x_n do klasy P_l.

Przykład 3

Dany jest zbiór obiektów (na przykład produktów) $X=\{x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6, x_7\}$oraz podział: $P = \langle\{x_5\}, \{x_1, x_4, x_6\},\{\varnothing\}\rangle$.

Aby przekształcić podział P w podział $Q = \langle\{x_5\}, \{x_1, x_4, x_6\},\{x_2\}\rangle$, należy wykonać operację dodania obiektu x_2 , a więc:

$$Q = \langle\{x_5\}, \{x_1, x_4, x_6\},\{\varnothing\} \cup \{ x_2\}\rangle.$$

Definicja 6

Niech $P = \langle P_1, ..., P_k, ..., P_l, ..., P_K \rangle \in NU_K(X)$ oraz $x_n \in P_k$.

Przekształcenie

$$E_n^k(P) = \langle P_1, ..., P_k \backslash \{x_n\}, ..., P_l, ..., P_K \rangle \tag{6}$$

nazywamy eliminacją obiektu x_n *z klasy* P_k.

Przykład 4

Dany jest zbiór obiektów $X=\{ x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6, x_7\}$oraz podział: $P = \langle\{x_5\}, \{x_1, x_4, x_6\},\{x_2\}\rangle$.

Aby przekształcić podział P w podział $Q = \langle\{x_5\}, \{x_1, x_4, x_6\},\{\varnothing\}\rangle$, należy wykonać operację eliminacji obiektu x_2 , a więc:

$$Q = \langle\{x_5\}, \{x_1, x_4, x_6\},\{x_2\}\backslash \{x_2\}\rangle.$$

Definicja przekształceń niepełnych podziałów uporządkowanych jest niezbędna w celu zdefiniowania funkcji odległości przedstawionej w dalszej części artykułu.

Definicja 7

Odległością ω (P,Q) pomiędzy niepełnymi podziałami uporządkowanymi P i Q ($P,Q \in NU_K(X)$) nazywamy minimalną liczbę, dodawań oraz eliminacji potrzebnych do przekształcenia niepełnego podziału uporządkowanego P w niepełny podział uporządkowany Q.

Przykład 5

Dany jest podział P = <$\{x_5\}$, $\{x_1, x_4\}$,$\{x_2\}$> Q = <$\{x_3\}$, $\{x_2, x_4, x_6\}$,$\{x_1\}$> .

Aby przekształcić podział P w podział Q , należy wykonać następujące operacje:

1) <$\{x_5\}\backslash\mathbf{\{x_5\}}$, $\{x_1, x_4\}$,$\{x_2\}$> → <$\{\varnothing\}$, $\{x_1, x_4\}$,$\{x_2\}$>,

2) <$\{\varnothing\} \cup \mathbf{\{x_3\}}$, $\{x_1, x_4\}$,$\{x_2\}$> → <$\{x_3\}$, $\{x_1, x_4\}$,$\{x_2\}$>,

3) <$\{x_3\}$, $\{x_1, x_4\}\backslash\mathbf{\{x_1\}}$,$\{x_2\}$> → <$\{x_3\}$, $\{x_4\}$,$\{x_2\}$>,

4) <$\{x_3\}$, $\{x_4\}$,$\{x_2\}\backslash\mathbf{\{x_2\}}$> → <$\{x_3\}$, $\{x_4\}$,$\{\varnothing\}$>,

5) <$\{x_3\}$, $\{x_4\} \cup \mathbf{\{x_2\}}$,$\{\varnothing\}$> → <$\{x_3\}$, $\{x_2, x_4\}$,$\{\varnothing\}$> ,

6) <$\{x_3\}$, $\{x_2, x_4\} \cup \mathbf{\{x_6\}}$,$\{\varnothing\}$> → <$\{x_3\}$, $\{x_2, x_4, x_6\}$,$\{\varnothing\}$>,

7) <$\{x_3\}$, $\{x_2, x_4, x_6\}$,$\{\varnothing\} \cup \mathbf{\{x_1\}}$> → <$\{x_3\}$, $\{x_2, x_4, x_6\}$,$\{x_1\}$> .

Otrzymaliśmy podział Q. W celu przekształcenia potrzebnych było siedem operacji (jest to zarazem minimalna liczba operacji potrzebna do przekształcenia podziału P w podział Q), tak więc odległość podziału P od podziału Q $\omega(P, Q) = 7$.

Kolejnym typem danych, który może występować w strukturze decyzji, jest niepełny ostry porządek częściowy definiowany następująco:

Definicja 8

Niech A będzie zbiorem skończonym obiektów, relację $\omega \subseteq A \times A$ nazywamy niepełnym ostrym porządkiem częściowym w zbiorze A wtedy i tylko wtedy, gdy:

$$\exists_{B \subseteq A} . \forall a \in B : \neg(a\omega a) \wedge \forall a,b,c \in B : (a\omega b \wedge b\omega c) \Rightarrow a\omega c. \tag{7}$$

Z taką strukturą mamy do czynienia wtedy, gdy zadaniem agenta/eksperta szeregowanie obiektów według pewnego kryterium (relewancji, przydatności), z tym że nie wszystkie obiekty są porównywalne oraz mogą wystąpić obiekty, które mimo że są porównywalne, agent/ekspert nie posiada wiedzy na ich temat (lub wiedza ta jest niepełna), a w związku z tym nie potrafi im przypisać konkretnego miejsca w szeregu.

Przykład 6

Przyjmijmy, że zbiór obiektów (na przykład produktów) jest równy:

$$A = \{o_1, o_2, o_3, o_4, o_5, o_6\}.$$

Przykładowy niepełny ostry porządek częściowy może się przedstawiać następująco:

$$\omega = \langle o_1, o_2 \rangle \langle o_4, o_5\ o_6 \rangle \{o_3\}.$$

Zapis ten interpretujemy w następujący sposób:

Obiekt o_1 jest lepszy od obiektu o_2, obiekt o_4 jest lepszy od obiektów o_5 oraz o_6, natomiast obiekty o_5 oraz o_6 są ocenione identyczne, dlatego nie są oddzielone przecinkiem, natomiast o obiekcie o_3 nie można się wypowiedzieć, na przykład agent/ekspert nie ma wiedzy na temat tego obiektu).

Podczas obliczeń bezpośrednie operowanie na porządkach jest dość trudne, dlatego zdefiniowane zostanie pojęcie macierzy niepełnego ostrego porządku częściowego.

Definicja 9

Niech $\omega \in NV^A$ będzie dowolnym niepełnym ostrym porządkiem częściowym w zbiorze $A = \{a_1, \ldots, a_N\}$. Niech dany jest również zbiór $B \subseteq A$. Macierzą porządku ω nazywamy kwadratową macierz $\mathbf{M}_\omega = \left[m_{ij} \right]$, $i, j = 1,..., N$ taką, że:

$$m_{ij} = \left\{ \begin{array}{c} 2, \text{gdy } a_i, a_j \notin B \\ 1, \text{gdy } a_i, a_j \in B \wedge a_i \omega a_j \\ 0, \text{gdy } a_i, a_j \in B \wedge \neg\left(a_i \omega a_j\right) \end{array} \right\}. \quad (8)$$

Macierz porządku przedstawionego w przykładzie 4 przedstawia się następująco:

$$\mathbf{M}_\omega = \left\{ \begin{matrix} 0 & 1 & 2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 0 & 0 & 0 \\ 2 & 2 & 0 & 2 & 2 & 2 \\ 0 & 0 & 2 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 0 & 0 & 0 \end{matrix} \right\}.$$

W celu zdefiniowania odległości pomiędzy niepełnymi ostrymi porządkami częściowymi można wykorzystać metrykę Kemeny'ego, scharakteryzowaną na przykład w pracy [Nguyen 2006]. Początkowo metryka ta definiowana była w odniesieniu do porządków liniowych i oznaczała liczbę par, w których preferencje porządku się nie zgadzały. Metrykę Kemeny'ego w odniesieniu do niepełnych ostrych porządków liniowych można zdefiniować następująco:

Definicja 10

Niech $\omega_1, \omega_2 \in NV^A$ będą dowolnymi niepełnymi ostrymi porządkami częściowymi w skończonym zbiorze A. Wartość metryki Kemeny'ego $d(\omega_1, \omega_2)$ pomiędzy porządkami ω_1, ω_2 definiujemy jako:

$$d(\omega_1, \omega_2) = |\omega_1 - \omega_2| \,. \tag{9}$$

Wartość metryki *d* można obliczyć z macierzowej reprezentacji porządku.

Twierdzenie 1

Jeżeli $\mathbf{M}_{\omega_1} = [m_{ij}^1]$ i $\mathbf{M}_{\omega_2} = [m_{ij}^2]$ są macierzami porządków $\omega_1, \omega_2 \in NV^A$, to

$$d(\omega_1, \omega_2) = \sum_{i=1}^{N} \sum_{j=1}^{N} \left| m_{ij}^1 - m_{ij}^2 \right| . \tag{10}$$

Dowód

Prawdziwość twierdzenia wynika bezpośrednio z definicji metryki Kemeny'go i macierzy porządku.

Przykład 7

Dane są dwie macierze porządków:

$$\mathbf{M}_{\omega 1} = \begin{Bmatrix} 0 & 1 & 2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 0 & 0 & 0 \\ 2 & 2 & 0 & 2 & 2 & 2 \\ 0 & 0 & 2 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 0 & 0 & 0 \end{Bmatrix} \quad \mathbf{M}_{\omega 2} = \begin{Bmatrix} 0 & 0 & 0 & 2 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2 & 0 & 0 \\ 2 & 2 & 2 & 0 & 2 & 2 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2 & 0 & 0 \end{Bmatrix}$$

Odległość pomiędzy macierzami liczona jest w następujący sposób:

|0-0|+|1-0|+|2-0|+|0-2|+|0-1|+|0-0|+
|0-0|+|0-0|+|2-0|+|0-2|+|0-1|+|0-0|+
|2-0|+|2-0|+|0-0|+|2-2|+|2-0|+|2-0|+
|0-2|+|0-2|+|2-2|+|0-0|+|1-2|+|1-2|+
|0-0|+|0-1|+|2-1|+|0-0|+|0-0|+|0-0|+
|0-0|+|0-0|+|2-0|+|0-2|+|0-0|+|0-0| = 31.

Definicje funkcji odległości zaprezentowane w niniejszym artykule zostały wykorzystane w rozwiązaniach praktycznych, związanych między innymi z wykorzystaniem metod consensusu w rozwiązywaniu konfliktów wiedzy w systemach zarządzania łańcuchem dostaw [Hernes, Sobieska-Karpińska 2014] czy też w systemach wspomagania decyzji finansowych [Hernes 2011; Korczak, Hernes, Bac 2013].

W rozwiązaniach tych przyjęto, że struktura decyzji składa się z pewnych elementów decyzji. Mogą to być elementy aktywne – działania (np. zaciągnięcie kredytu) lub elementy nieaktywne (np. akcje). Decyzja jest to sposób wykorzystania tych elementów. Formalna definicja tej struktury decyzji przedstawia się następująco:

Definicja 11

Strukturą decyzji D skończonego zbioru elementów decyzji $E = \{e_1, e_2, \ldots, e_N\}$ nazywamy dowolny ciąg:

$$D = \left\langle \{EW^+\}, \{EW^\pm\}, \{EW^-\}, Z, SP, DT \right\rangle, \tag{11}$$

gdzie:

1) $EW^+ = \left\langle e_o, pe_o \right\rangle, \left\langle e_q, pe_q \right\rangle, \ldots, \left\langle e_p, pe_p \right\rangle$.

Dwójka $\left\langle e_x, pe_x \right\rangle$, gdzie: $e_x \in E$ oraz $pe_x \in [0,1]$ oznacza element decyzji oraz jego udział w zbiorze EW^+.

Elementy decyzji $e_x \in EW^+$ oznaczane są e_x^+.

Zbiór EW^+ nazywa się zbiorem pozytywnym decyzji, tzn. jest to zbiór elementów decyzji, które należy wykorzystać.

2) $EW^\pm = \left\langle e_r, pe_r \right\rangle, \left\langle e_s, pe_s \right\rangle, \ldots, \left\langle e_t, pe_t \right\rangle$.

Dwójka $\left\langle e_x, pe_x \right\rangle$, gdzie: $e_x \in E$ oraz $pe_x \in [0,1]$ oznacza element decyzji oraz jego udział w zbiorze $EW^\pm$.

Elementy decyzji $e_x \in EW^\pm$ oznaczane są $e_x^\pm$.

Zbiór $EW^\pm$ nazywa się zbiorem neutralnym decyzji, tzn. jest to zbiór elementów decyzji, dla których nie można określić, czy je wykorzystać, czy też nie.

3) $EW^- = \left\langle e_u, pe_u \right\rangle, \left\langle e_v, pe_v \right\rangle, \ldots, \left\langle e_w, pe_w \right\rangle$.

Dwójka $\left\langle e_x, pe_x \right\rangle$, gdzie: $e_x \in E$ oraz $pe_x \in [0,1]$ oznacza element decyzji oraz jego udział w zbiorze EW^-.

Elementy decyzji $e_x \in EW^-$ oznaczane są e_x^-.

Zbiór EW^- nazywa się zbiorem negatywnym decyzji, tzn. jest to zbiór elementów decyzji, których nie należy wykorzystać.

4) $Z \in [0,1]$ oznacza procentowy zysk z podjętej decyzji.

5) $SP \in [0,1]$ oznacza stopień pewności zysku Z.

6) DT – data podjętej decyzji.

Odległość pomiędzy dwoma strukturami decyzji zdefiniowana jest następująco:

Definicja 12

Odległością Ψ pomiędzy dwoma strukturami decyzji:

$$A^{(1)} = \left\langle \{EW^{+}\}^{(1)}, \{EW^{\pm}\}^{(1)}, \{EW^{-}\}^{(1)}, Z^{(1)}, SP^{(1)}, DT^{(1)} \right\rangle$$

$$A^{(2)} = \left\langle \{EW^{+}\}^{(2)}, \{EW^{\pm}\}^{(2)}, \{EW^{-}\}^{(2)}, Z^{(2)}, SP^{(2)}, DT^{(2)} \right\rangle$$

nazywamy następującą funkcję:

$$\Psi(A^{(1)}, A^{(2)}) = (\omega((EW^{+}\}^{(1)}, \{EW^{\pm}\}^{(1)}, \{EW^{-}\}^{(1)}), (EW^{+}\}^{(2)}, \{EW^{\pm}\}^{(2)}, \{EW^{-}\}^{(2)})) +$$
$$+\chi(Z^{(1)}, Z^{(2)}) + \chi(SP^{(1)}, SP^{(2)}) + \vartheta(DT^{(1)}, DT^{(2)}). \quad (12)$$

Odległość pomiędzy strukturami decyzji jest więc sumą odległości przedstawionych w definicji 2, definicji 3 oraz definicji 4.

Na podstawie wyników weryfikacji[2] funkcjonowania algorytmów wyznaczania consensusu z zastosowaniem funkcji odległości przedstawionej w definicji 12 stwierdzono, że metody consensusu nie gwarantują, że decyzja będzie optymalna, gwarantują natomiast pewien poziom satysfakcji. Nie stosując zaś metod consensusu, może się okazać, że wystąpi taka sytuacja, że jedna z decyzji wygenerowanych przez agenta będzie lepsza od decyzji wyznaczonej z zastosowaniem algorytmu consensusu, jednak nigdy nie ma pewności, że decydent wybierze właśnie tę najlepszą decyzję, nie mówiąc o towarzyszącemu temu wyborowi ryzyku. Przeprowadzona weryfikacja dowiodła, że dopiero zastosowanie metod consensusu pozwala na uwzględnienie poziomów satysfakcji i ryzyka. Wykorzystanie metod consensusu umożliwia bowiem uzyskanie wyższej stopy zwrotu z inwestycji niż średnia stopa zwrotu osiągnięta przez pozostałe agenty. Jako miarę ryzyka wykorzystano między innymi przeciętny współczynnik zmienności, który osiągnął najniższą wartość (co oznacza najniższy poziom ryzyka) w przypadku agenta wykorzystującego metody consensusu.

Przedstawione definicje funkcji odległości nie stanowią zbioru zamkniętego, wciąż pojawiają się bowiem struktury wiedzy złożone z innych typów atrybutów, a związane jest to z rosnącymi potrzebami organizacji w zakresie zarządzania wiedzą oraz podejmowania decyzji.

---

[2] Przeprowadzonej z wykorzystaniem prototypu wieloagentowego systemu wspomagania decyzji finansowych, w którym każdy agent programowy wyznaczał decyzje z wykorzystaniem innej metody ich wspomagania; na podstawie decyzji wygenerowanych przez kilkanaście agentów programowych wyznaczany był consensus – prototyp został szerzej scharakteryzowany w pracy [Korczak, Hernes, Bac 2013].

4. Podsumowanie

Definicja funkcji odległości stanowi istotny etap procesu wyznaczania consensusu, ponieważ prawidłowa definicja funkcji odległości umożliwia skuteczne wyznaczenie consensusu, a więc i efektywne rozwiązanie konfliktu wiedzy w systemie wspomagania decyzji. Trudności w realizacji tego etapu wynikają głównie ze złożoności struktur wiedzy węzłów rozpatrywanego systemu (na przykład agentów, ekspertów). O ile funkcje odległości w odniesieniu do typów liczbowych są już dobrze znane w literaturze przedmiotu, o tyle permanentne pojawianie się nowych, złożonych typów danych, takich jak różnego rodzaju relacje, porządki lub podziały, stwarza potrzebę definiowania nowych klas funkcji odległości.

Istotny podkreślenia jest również fakt, że decyzja będąca consensusuem nie jest decyzją uśrednioną (w sensie arytmetycznym), lecz decyzją, której odległość do profilu jest minimalna.

Dalsze prace badawcze dotyczyć mogą między innymi uwzględnienia w algorytmach wyznaczania consensusu uogólnionej miary odległości GDM, zaproponowanej w pracy [Walesiak 2011], oraz porównania rezultatów osiąganych z wykorzystaniem metod consensusu z wynikami stosowania metod optymalizacji wielokryterialnej.

Literatura

Barthlemy J.P., *Dictatorial consensus function on n-trees*, “Mathematical Social Science” 1992, nr 25.

Coulouris G., Dollimore J., Kindberg T., *Systemy rozproszone. Podstawy i projektowanie*, WNT, 1998.

Danilowicz C., Nguyen N.T., *Consensus methods for solving inconsistency of replicated data in distributed systems*, Distributed and Parallel Databases” 2003, 14(1), s. 53-69.

Davenport T.H., Paul B., Bean R., *How 'Big Data' is different*, “MIT Sloan Management Review” 2012, 54, nr 1.

Dyk P., Lenar M., *Applying negotiation methods to resolve conflicts in multi-agent environments*, [w:] A. Zgrzywa (red.), *Multimedia and Network Information systems, MISSI 2006*, Oficyna Wydawnicza PWr, Wrocław 2006.

Dyreson C.E., Soo M., Snodgrass R.T., *The data model for time*, [w:] Snodgrass R.T. (red.), *The SQL Temporal Query Language*, Kluwer Academic Publish, Hingham 1995.

Hernes M., *Weryfikacja metod consensusu w wieloagentowym systemie wspomagania decyzji finansowych*, „Informatyka Ekonomiczna” „Business Informatics” 22-2011, Prace Naukowe Uniwersytetu Ekonomicznego we Wrocławiu, Wydawnictwo Uniwersytetu Ekonomicznego we Wrocławiu, Wrocław 2011.

Hernes M., Nguyen N.T., *Deriving consensus for incomplete ordered partitions*, [w:] N.T. Nguyen (red.), *Intelligent Technologies for Inconsistent Knowledge Processing*, Advanced Knowledge International, 2004.

Hernes M., Nguyen N.T., *Deriving consensus for hierarchical incomplete ordered partitions and coverings*, “Journal of Universal Computer Science” 2007, 13(2), s. 317-328.

Hernes M., Sobieska-Karpińska J., *Consensus determining algorithm for supply chain management systems*, “Information System in Management – Systemy informatyczne w zarządzaniu” 2014, vol. 3, nr 1, Wydawnictwo SGGW, Warszawa, s. 27-39.

Korczak J., Hernes M., Bac M., *Risk avoiding strategy in multi-agent trading system*, [w:] Proceedings of Federated Conference Computer Science and Information Systems (FedCSIS), Kraków 2013, s. 1119-1126.

Nguyen N.T., *Using consensus methodology in processing inconsistency of knowledge*, [w:] M. Last et al. (red.), *Advances in Web Intelligence and Data Mining*, series Studies in Computational Intelligence, Springer-Verlag, 2006, s. 161-170.

Robak S., Franczyn B., Robak M., *Applying big data and linked data concepts in supply chains management*, [w:] Proceedings of Federated Conference Computer Science and Information Systems (FedCSIS), Kraków 2013, s. 1203-1209.

Sobieska-Karpińska J., Hernes M., *Determining consensus in distributed computer decision support system*, [w:] J. Dziechciarz (red.), "Econometrics" 2011, no 31, Wrocław University of Economics Press, Wrocław, s. 217-224.

Sobieska-Karpińska J., Hernes M., *Consensus determining algorithm in multiagent decision support system with taking into consideration improving agent's knowledge*, [w:] Proceedings of the Federated Conference on Computer Science and Information Systems (FedCSIS), 2012, s. 1035-1040.

Sobieska-Karpińska J., Hernes M., *The postulates of consensus determining in financial decision support systems*, [w:] Annals of Computer Science and Information Systems, Proceedings of Federated Conference Computer Science and Information Systems (FedCSIS), Kraków 2013, s. 1165-1168.

Walesiak M., *Uogólniona miara odległości GDM w statystycznej analizie wielowymiarowej z wykorzystaniem programu R*, Wydawnictwo Uniwersytetu Ekonomicznego we Wrocławiu, Wrocław 2011.

Zhang Z., *Social software for customer knowledge management*, [w:] T. Dumova, R. Fiordo (red.), *Handbook of Research on Social Interaction Technologies and Collaboration Software: concepts and trends*, IGI Global, Hershey, New York 2009.

THE ESSENCE OF A DISTANCE FUNCTIONS IN CONSENSUS DETERMINING IN DECISION SUPPORT SYSTEMS

Summary: The purpose of the article is to present the essence of distance functions, which calculating is a key phase of consensus determining process in the situation of knowledge conflicts appearing in decision support systems. In the first part of the article, distance function and its general definition are characterized. Next, the definitions of distance functions with regard to the sample attributes of a structure of decision, such as the real numbers, the dates, incomplete ordered partitions and incomplete strict partial orders, are presented.

Keywords: decision support systems, knowledge conflicts, distance functions, consensus methods.