

PRACE NAUKOWE

Uniwersytetu Ekonomicznego we Wrocławiu

RESEARCH PAPERS

of Wrocław University of Economics

Nr 343

Modele zarządzania kosztami i dokonaniem

Redaktorzy naukow
Edward Nowak
Maria Nieplowicz



Wydawnictwo Uniwersytetu Ekonomicznego we Wrocławiu
Wrocław 2014

Redakcja wydawnicza: Agnieszka Flasińska
Redakcja techniczna: Barbara Łopusiewicz
Korekta: Barbara Cibis
Łamanie: Małgorzata Czupryńska
Projekt okładki: Beata Dębska

Publikacja jest dostępna w Internecie na stronach:
www.ibuk.pl, www.ebscohost.com,
w Dolnośląskiej Bibliotece Cyfrowej www.dbc.wroc.pl,
The Central and Eastern European Online Library www.ceeol.com,
a także w adnotowanej bibliografii zagadnień ekonomicznych BazEkon
http://kangur.uek.krakow.pl/bazy_ae/bazekon/nowy/index.php

Informacje o naborze artykułów i zasadach recenzowania znajdują się
na stronie internetowej Wydawnictwa
www.wydawnictwo.ue.wroc.pl

Kopiowanie i powielanie w jakiegokolwiek formie
wymaga pisemnej zgody Wydawcy

© Copyright by Uniwersytet Ekonomiczny we Wrocławiu
Wrocław 2014

ISSN 1899-3192
ISBN 978-83-7695-465-3

Wersja pierwotna: publikacja drukowana

Druk i oprawa:
EXPOL, P. Rybiński, J. Dąbek, sp.j.
ul. Brzeska 4, 87-800 Włocławek

Spis treści

Wstęp	11
Anna Balicka: Benchmarking a konkurencyjność przedsiębiorstwa.....	13
Piotr Bednarek: Samoocena audytu wewnętrznego w Polsce: stan wiedzy i kierunki dalszych badań.....	31
Renata Biadacz: Przesłanki uwzględniania kosztów środowiskowych w MŚP w dobie zrównoważonego rozwoju.....	42
Anna A. Bialek-Jaworska, Renata Gabryelczyk: Krytyczna analiza kalkulacji kosztów kształcenia w szkołach wyższych w Polsce.....	52
Halina Buk: Wpływ dokonań jednostek zależnych na wyniki finansowe grupy kapitałowej.....	69
Jolanta Chluska: Rachunek kosztów standardowych w procesach decyzyjnych podmiotów leczniczych.....	77
Halina Chłodnicka: Sprawozdanie finansowe a pomiar efektów działalności przedsiębiorstwa w zagrożeniu kontynuacji działania.....	87
Magdalena Chmielowiec-Lewczuk: Pomiar dokonań w działalności ubezpieczeniowej.....	102
Marlena Ciechan-Kujawa: Funkcja doradcza audytu zewnętrznego i perspektywy jej rozwoju.....	114
Dorota Czerwińska-Kayzer: Propozycja systemu wskaźników rentowności uwzględniającego płynność finansową.....	125
Michał Dyk: Kompetencyjna teoria firmy na przykładzie KPMG.....	134
Izabela Emerling: Rachunek kosztów a nowoczesne zarządzanie przedsiębiorstwem.....	143
Beata Iwasieczko: Modele biznesowe i ocena czynników ich efektywności.....	154
Elżbieta Janczyk-Strzała: Budżetowanie jako narzędzie zarządzania kosztami uczelni niepublicznych w świetle wyników badań.....	164
Elżbieta Jaworska: Specyfika zarządzania błędami w przedsiębiorstwie.....	173
Jacek Jaworski: Znaczenie informacji o kosztach dla zarządzania małym przedsiębiorstwem w opiniach menedżerów.....	183
Magdalena Jaworzyńska: Powiązanie modeli biznesowych z zarządzaniem strategicznym w zakładzie opieki zdrowotnej.....	192
Marcin Jędrzejczyk: Zyskowność a produktywność w procesie pomiaru dokonań podmiotu gospodarczego.....	202
Ilona Kędzierska-Bujak: Zbilansowana karta wyników jako narzędzie wspierające komunikowanie i realizację strategii przedsiębiorstwa.....	211

Bartosz Kołodziejczuk: Zarządzanie kosztami z wykorzystaniem metody <i>hoshin kanri</i>	220
Krzysztof Konstantyn: Koncepcja wdrożenia rachunku odpowiedzialności w ośrodkach odpowiedzialności za przychody i zyski w przedsiębiorstwach produkujących konstrukcje budowlane.....	230
Zbigniew Korzeb: Redukcja kosztów osobowych jako element synergii operacyjnej w fuzjach i przejęciach banków komercyjnych.....	241
Mariola Kotłowska: Wpływ statystycznej analizy procesów na kreowanie wartości przedsiębiorstwa.....	249
Robert Kowalak: Produkcyjne mierniki dokonań w sprawozdawczości zarządczej.....	264
Marcin Kowalewski: Pomiar dokonań podporządkowany zasadom <i>lean management</i>	273
Michał Kowalski, Agata Klaus-Rosińska: Koszty infrastruktury w kalkulatorze kosztów kształcenia szkół wyższych.....	282
Justyna Kujawska: Koszty niewykorzystanych zasobów na oddziale szpitalnym.....	295
Paweł Kuźdowicz: Model ewidencyjny rachunku kosztów i dokonań w systemie ERP.....	304
Dorota Kuźdowicz: Rachunek kosztów planowanych źródłem informacji zarządczej.....	315
Zbigniew Leszczyński: Analiza łańcucha wartości jako narzędzie redukcji kosztów w średnim przedsiębiorstwie produkcyjnym zarządzanym procesowo.....	324
Agnieszka Lew: Planowanie i rozliczanie kosztów projektów.....	336
Grzegorz Lew: Rachunek kosztów logistyki w przedsiębiorstwach handlowych.....	344
Tomasz Lewandowski: Wykorzystanie informacji na potrzeby zarządzania kosztami w branży motoryzacyjnej.....	354
Mariusz Lisowski: Metoda <i>Data Envelopment Analysis</i> (DEA) w ocenie efektywności podmiotów.....	364
Małgorzata Macuda: Jednorodne Grupy Pacjentów w rachunku kosztów i wyników szpitala.....	376
Teresa Martyniuk, Dagmara Gutowska: Wykorzystanie <i>lean accounting</i> w zarządzaniu dokonaniami przedsiębiorstwa.....	386
Jarosław Mielcarek: Analiza istotnych elementów rachunku kosztów docelowych.....	401
Daria Moskwa-Bęczkowska: Zarządzanie procesowe i jego przydatność do zarządzania kosztami uczelni publicznej.....	417
Przemysław Mućko, Stanisław Hońko: Specyfika zrównoważonej karty dokonań w podmiotach leczniczych.....	431
Andrzej Niemiec: Możliwość normalizacji pomiaru osiągnięć na przykładzie miar stosowanych w zarządzaniu przedsiębiorstwem kurierskim.....	440
Maria Nieplowicz: Zastosowanie zrównoważonej karty wyników w mieście na przykładzie Urzędu Miasta w Hrubieszowie.....	452

Edward Nowak: Koszty w różnych sytuacjach działalności jednostek gospodarczych.....	462
Piotr Oleksyk: Ewaluacja w działalności jednostki samorządu terytorialnego	470
Ryszard Orliński: Zastosowanie rachunku kosztów docelowych w szpitalach ...	478
Michał Poszwa: Zarządzanie kosztami podatkowymi w przedsiębiorstwie	487
Sabina Rokita: Rachunek kosztów działań i analiza wartości kosztów ogólnych jako metody alokacji kosztów pośrednich na projekty.....	496
Wanda Skoczylas: Pomiar dokonań w przedsiębiorstwach sieciowych handlu hurtowego i detalicznego pojazdami samochodowymi i naprawy pojazdów samochodowych	506
Magdalena Szydelko: Benchmarking we wspomaganiu monitoringu procesów na tle podejścia procesowego	519
Alfred Szydelko: Koszty stałe niewykorzystanych normalnych zdolności produkcyjnych jako kategoria zarządcza.....	529
Joanna Świerk: Koncepcja strategicznej karty wyników w zarządzaniu strategią rozwoju miasta Lublina	538
Piotr Urbanek: Problem agencji w warunkach zdecentralizowanego modelu zarządzania uczelnią publiczną.....	550
Paweł Warowny, Marcin Pielaszek: Analiza komparatywna wykorzystania różnych koncepcji rachunku kosztów w zarządzaniu.....	559
Marcin Wierziński: Determinanty konieczności wdrożenia rynku zdolności wytwórczych w energetyce	570
Beata Zaleska: Kalkulacja kosztu jednostkowego procedur medycznych w szpitalu X	582

Summaries

Anna Balicka: Benchmarking vs. competitiveness of an enterprise	30
Piotr Bednarek: Self-assessment of internal auditing in Poland: state of the art and further research perspectives	41
Renata Bładacz: Prerequisites for including environmental costs of SMEs in the era of sustainable development	51
Anna A. Białek-Jaworska, Renata Gabryelczyk: Critical analysis of the higher education costing in Poland.....	68
Halina Buk: Influence of subsidiaries performance on financial results of a consolidated group	76
Jolanta Chluska: Standard costing in decision-making processes of healthcare units	86
Halina Chłodnicka: Financial statement vs. measurement of performance results of an enterprise in the threat of actions continuation	101
Magdalena Chmielowiec-Lewczuk: Performance measurement in insurance activity.....	113

Marlena Ciecchan-Kujawa: The advisory function of the external audit and its perspectives	124
Dorota Czerwińska-Kayzer: A proposition to linking financial liquidity with a return on sales ratio system.....	133
Michał Dyk: KPMG as an example of competence company.....	142
Izabela Emerling: Cost accounting and modern company management.....	153
Beata Iwasieczko: Business models and evaluation of the factors of their effectiveness	162
Elżbieta Janczyk-Strzała: Budgeting as a tool of costs management in non-public higher education institutions (HEIs) in view of the research results.....	172
Elżbieta Jaworska: Specificity of error management in an enterprise	182
Jacek Jaworski: Importance of information on costs in small enterprise management in managers' opinions.....	191
Magdalena Jaworzyńska: Linking business models with strategic management in health care organization.....	201
Marcin Jędrzejczyk: Profitability vs. productivity in the process of assessment of the company achievements	210
Ilona Kędzierska-Bujak: Balanced Scorecard as a tool supporting the communication and implementation of the company strategy.....	219
Bartosz Kołodziejczuk: Cost management by <i>hoshin kanri</i> method	229
Krzysztof Konstantyn: The conception of introduction of responsibility accounting in the centers responsible for revenues and profit in building construction enterprises.....	239
Zbigniew Korzeb: Reduction of personnel costs as an element of operating synergy in mergers and acquisitions of commercial banks.....	248
Mariola Kotłowska: Impact of statistical analysis of processes on the creation of corporate value	263
Robert Kowalak: Production performance indicators in management reports.....	272
Marcin Kowalewski: Performance measurement subordinated to lean management	281
Michał Kowalski, Agata Klaus-Rosińska: Infrastructure costs in the calculator of teaching costs of universities	294
Justyna Kujawska: Costs of unused resources in a hospital ward	303
Paweł Kuźdowicz: Recording model of cost and achievement accounting in an ERP system.....	314
Dorota Kuźdowicz: Planned cost accounting as a source of management information	323
Zbigniew Leszczyński: Value chain analysis as a tool for cost reduction in the process-based middle enterprise model.....	335
Agnieszka Lew: Planning and accounting projects costs.....	343
Grzegorz Lew: Logistics cost accounting in trade enterprises.....	353
Tomasz Lewandowski: Use of information for cost management in the automotive industry	363

Mariusz Lisowski: Data Envelopment Analysis (DEA) – a method for measuring efficiency	375
Małgorzata Macuda: Diagnosis-Related Groups in hospital's costs and results account.....	385
Teresa Martyniuk, Dagmara Gutowska: The use of lean accounting in performance management	400
Jarosław Mielcarek: Analysis of target costing relevant elements	416
Daria Moskwa-Bęczkowska: Process management and its usefulness to cost management of public university	430
Przemysław Mućko, Stanisław Hońko: Distinctive features of Balanced Scorecard in health care organizations	439
Andrzej Niemiec: The possibility of standardization of performance measurement on the example of measures used in the management of courier company	451
Maria Nieplowicz: The use of the Balanced Scorecard for the city on the example of the city of Hrubieszów	461
Edward Nowak: Cost at various stages of company operation.....	469
Piotr Oleksyk: Evaluation in activity of local government units	477
Ryszard Orliński: The use of target costing in hospitals.....	486
Michał Poszwa: Tax cost management in a company	495
Sabina Rokita: Activity based costing and the analysis of general costs value as methods of allocation of indirect costs on projects	505
Wanda Skoczylas: Performance measurement in network-centric companies of wholesale and retail trade of vehicles and automotive repair of motor vehicles .	518
Magdalena Szydelko: Benchmarking in supporting monitoring of processes against the background of the process approach	528
Alfred Szydelko: Fixed costs of unused normal capacity production as a category of management.....	537
Joanna Świerk: The Balanced Scorecard in the process of managing the development strategy of the city of Lublin	549
Piotr Urbanek: Agency problem in the decentralized model of management in a public university	558
Paweł Warowny, Marcin Pielaszek: Comparative analysis of the use of different cost accounting concepts in management.....	569
Marcin Wierzbiński: The determinants of introducing the capacity market in energy industry	581
Beata Zaleska: Calculation of the unit costs for medical procedures in X hospital (case study).....	591

Mariusz Lisowski

Uniwersytet Marii Curie-Skłodowskiej w Lublinie

e-mail: mariusz.lisowski@umcs.lublin.pl

METODA *DATA ENVELOPMENT ANALYSIS* (DEA) W OCENIE EFEKTYWNOŚCI PODMIOTÓW

Streszczenie: W opracowaniu autor charakteryzuje syntetycznie podstawowe grupy metod pomiaru i oceny efektywności podmiotów gospodarczych. Artykuł zawiera także przybliżenie procedury nieparametrycznej metody badania efektywności – *Data Envelopment Analysis* (DEA). Idea i założenia przedmiotowej metody zilustrowane są prostymi przykładami.

Słowa kluczowe: DEA, efektywność.

DOI: 10.15611/pn.2014.343.34

1. Wstęp

Celem opracowania jest przybliżenie idei i procedury metody DEA – *Data Envelopment Analysis* – jako narzędzia do oceny porównawczej dokonań – efektywności podmiotów działających w sferze zarówno prywatnej, jak i publicznej. W opracowaniu przedstawiono pojęcie efektywności oraz krótką klasyfikację metod jej pomiaru z odniesieniem do ich odbiorców i wykorzystywanych narzędzi. Następnie zaprezentowano podstawowe założenia i procedurę zastosowania DEA do badania efektywności podmiotów, podkreślono także zalety i niedostatki przedmiotowej metody oraz praktyczne i potencjalne obszary jej zastosowania. W opracowaniu umieszczono także prosty przykład ilustrujący zastosowanie metody DEA. Główną metodą badawczą wykorzystaną na potrzeby tego opracowania był przegląd wybranej literatury.

2. Metody pomiaru efektywności

Efektywność ekonomiczna stanowi jeden z podstawowych sposobów oceny podejmowanych działań gospodarczych, definiowana jest zwykle jako relacja wartości uzyskanych efektów do czynników użytych do ich uzyskania. Pomiaru efektywności wykorzystania nakładów dokonują nieustannie same podmioty gospodarcze

w procesach zarządzania operacyjnego, ale przede wszystkim oceną efektywności zainteresowani są właściciele przedsiębiorstw, utożsamiani najczęściej z właścicielami współcześnie głównego nakładu czynnika wytwórczego, jakim jest kapitał wyrażony najczęściej w formie pieniężnej (może to być także kapitał technologiczny – *know-how*, kapitał intelektualny – wiedza).

Do pomiaru efektywności gospodarczej wykorzystywane są różnorodne metody i narzędzia analityczne [Rogowski 1996, s. 41]. Ze względu na zastosowane procedury można je podzielić na trzy podstawowe grupy:

- metody wskaźnikowe,
- metody parametryczne,
- metody nieparametryczne.

W metodach wskaźnikowych zasadniczą rolę odgrywają analizy oparte na określaniu relacji wybranych wielkości ekonomicznych i finansowych wynikających przede wszystkim z rachunkowości finansowej – sprawozdań finansowych: bilansu, rachunku zysków i strat, rachunku przepływów pieniężnych. Klasycznie wymienić tu można wskaźniki struktury bilansu, wskaźniki rentowności, płynności, sprawności działania czy zadłużenia. Wyznaczone wartości poszczególnych wskaźników ocenia się, porównując ich wartości przede wszystkim do wielkości wzorcowych, do wartości charakterystycznych dla danej branży, dokonuje się także porównań wartości i zmian relacji wskaźników w czasie. Analiza taka jest analizą *ex post*, nie daje zazwyczaj możliwości identyfikacji i kwantyfikacji czynników bezpośrednio generujących dany efekt. Nie uwzględnia także zazwyczaj czynników zewnętrznych, wynikających z otoczenia organizacji. Pewne mankamenty i ograniczenia takich metod próbuje się niwelować poprzez rozwój i doskonalenie systemów rachunkowości zarządczej – mającej dostarczać informacji *ex ante* w znacznie szerszym przekroju analitycznym.

Metody parametryczne utożsamiane są najczęściej z metodami statystyczno-ekonometrycznymi, zakładającymi identyfikację zależności występujących między określonymi wielkościami gospodarczymi w wymiarze ekonomicznym i/lub finansowym oraz na próbie zobrazowania takich relacji w postaci funkcji matematycznych. Zasadnicze problemy w tego typu analizach pojawiają się na etapie weryfikacji założeń przyjmowanych w poszczególnych etapach badań, np. rodzaju i postaci zależności funkcyjnej, możliwości obserwacji i kwantyfikacji niektórych wielkości, procedur estymacyjnych. W rezultacie niejednokrotnie niemożliwe jest poprawne skonstruowanie zadowalającego modelu i wyznaczenie pożądanych do analiz ocen parametrów strukturalnych takich modeli, pojawiają się także trudności interpretacyjne uzyskanych wyników.

Metody nieparametryczne oparte są na badaniu relacji efektów osiągniętych przez podmiot gospodarczy lub daną jednostkę organizacyjną do „absolutnego wzorca”, czyli zazwyczaj maksymalnego, najwyższego możliwego efektu określonego dla danych warunków. Jedną z metod nieparametrycznych jest metoda DEA (*Data Envelopment Analysis* [Charnes i in. 1978]).

3. Idea i założenia metody DEA

Efektywność tradycyjnie mierzona jest jako relacja uzyskanych efektów do wykorzystanych nakładów. Analiza tak rozumianej efektywności jest oczywista w przypadku pomiaru jednowymiarowego (jeden nakład-jeden efekt). W rzeczywistości gospodarczej każda aktywność produkcyjna, usługowa czy handlowa definiowana jest jako kombinacja wielu, różnorodnych czynników dających w efekcie wiele, różnorodnych rezultatów – korzyści przy umiejętności pokonywania różnego rodzaju niedogodności, barier i ograniczeń (podobieństwo do sytuacji opisywanej przez modele decyzyjne). Identyfikacją i pomiarem tych wielkości zajmuje się m.in. rachunkowość finansowa, a próbą przypisania poszczególnych nakładów do efektów – rachunkowość zarządcza w obszarze doskonalenia rachunku kosztów. W metodach wskaźnikowych i parametrycznych takie wielowymiarowe analizy nie zawsze dają pozytywne rezultaty. Trudno jest ustalić, jaka wielkość danego, poszczególnego nakładu zostaje bezpośrednio wykorzystana do uzyskania poszczególnych konkretnych rezultatów. Bez nowoczesnych systemów rachunku kosztów jest to wręcz niemożliwe.

Szczególnie przydatną metodą do badania, porównywania i analizy efektywności podmiotów, których działalność opisywana jest więcej niż jednym nakładem oraz więcej niż jednym rezultatem, jest metoda DEA. W metodzie tej do opisu tzw. technicznej efektywności podmiotów gospodarczych konieczne są [Guzik 2009, s. 57]:

- ustalenie zbioru analizowanych i ocenianych podmiotów (powinny to być obiekty względnie jednorodne – porównywalne pod względem czynników produkcji/usług i technologii wytwórczej/usługowej),
- zidentyfikowanie zespołu nakładów,
- zdefiniowanie zespołu efektów (rezultatów),
- pomiar poszczególnych nakładów w poszczególnych obiektach,
- pomiar poszczególnych efektów (rezultatów) w poszczególnych obiektach.

Na tej podstawie można dla każdego obiektu skonstruować i w konsekwencji rozwiązać zadanie programowania optymalizacyjnego, w którym w zależności od przyjętych założeń analitycznych funkcja celu ukierunkowana jest na maksymalizację rezultatów przy określonych, ograniczonych nakładach lub ukierunkowana jest na minimalizację nakładów przy określonych, zdefiniowanych rezultatach. Dla każdego obiektu ustala się rozwiązanie programowania optymalizacyjnego, w którym relacja rezultaty/nakłady jest maksymalizowana przy zadanych ograniczeniach.

Metoda DEA nie wymaga odgórnego określenia wag występujących przy nakładach i rezultatach ujętych w formule efektywności. Wartości te są ustalane dla każdego obiektu poprzez rozwiązanie zadania programowania decyzyjnego. Dzięki temu można zidentyfikować także nakłady bardziej i mniej efektywne oraz zasoby niewykorzystane, które nie wpływają na osiągnięte rezultaty.

Podstawą metody DEA jest pojęcie efektywności względnej. W celu wyznaczenia efektywności względnej należy porównać efektywność wszystkich badanych

obiektów z jednostką o najwyższej efektywności (relacje efektów i nakładów). Obiekty, dla których wskaźniki efektywności względnej wynoszą 1 (100%), nazywane są obiektami efektywnymi, pozostałe to obiekty nieefektywne. Dla wszystkich obiektów charakteryzujących się efektywnością względną 1 (100%) jest to efektywność graniczna. Jednostki nieefektywne mogą dążyć do efektywności granicznej poprzez zmiany w relacji efekty/nakłady. Może to odbywać się poprzez redukcję nakładów przy ustalonym poziomie pożądanych efektów (orientacja na nakłady) lub poprzez podniesienie poziomu efektów przy zachowaniu danego poziomu nakładów (orientacja na efekty). Możliwe jest także rozwiązanie pośrednie – brak orientacji na nakłady lub efekty – czyli zmiany jednocześnie nakładów i efektów przy dążeniu do maksymalizacji ich relacji.

Interpretacja efektywności względnej zobrazowana może być najłatwiej dla przypadku, w którym efektywność (E) danego obiektu definiowana jest jako relacja jednego nakładu (X) do jednego efektu (Y) [Domagała 2007b, s. 24]:

$$E = \frac{Y}{X}.$$

Jeśli dysponujemy możliwością wyznaczenia efektywności dla kilku i obiektów, wówczas efektywność każdego z nich definiowana jest jako relacja:

$$E_i = \frac{Y_i}{X_i}.$$

Efektywność względną w danej grupie obiektów wyznaczana jest jako:

$$EW_i = \frac{E_i}{\max E_i}.$$

Powyższe relacje dla przykładowych danych prezentuje tab. 1.

Tabela 1. Wyliczenia efektywności względnej dla przykładowych danych

Obiekt	Nakład	Efekt	Efektywność	Efektywność względna
i	X_i	Y_i	E_i	EW_i
A	1,00	10,00	10,00	= 10,00/10,00 = 1 = 100%
B	1,50	10,00	6,67	= 6,67/10,00 = 0,67 = 67%
C	4,00	10,00	2,50	= 2,50/10,00 = 0,25 = 25%
D	2,00	10,00	5,00	= 5,00/10,00 = 0,5 = 50%
E	2,00	10,00	5,00	= 5,00/10,00 = 0,5 = 50%

Źródło: opracowanie własne.

W sytuacji wielowymiarowej (więcej niż jeden efekt oraz więcej niż jeden nakład) w metodzie DEA efektywność danego obiektu definiowana jest jako iloraz ważonej sumy efektów do ważonej sumy nakładów tego obiektu [Charnes i in. 1978, s. 430].

$$E_i = \frac{\sum_{e=1}^s u_{ei} Y_{ei}}{\sum_{n=1}^m v_{ni} X_{ni}}.$$

Wyznaczenie efektywności poszczególnych obiektów metodą DEA polega na rozwiązaniu dla każdego takiego obiektu i zadania programowania optymalizacyjnego. Dla każdego i obiektu, m nakładów oraz s efektów tworzy syntetyczny nakład i syntetyczny efekt wykorzystywany do pomiaru efektywności danego obiektu. W programowaniu optymalizacyjnym współczynnik efektywności jest funkcją celu, którą należy optymalizować (maksymalizować). Zmiennymi decyzyjnymi są tutaj współczynniki występujące w roli wag poszczególnych nakładów i poszczególnych efektów w danym obiekcie [Kucharski 2011, s. 11] – formalnie zapis ten przyjmuje postać następującą:

funkcja celu

$$\frac{\sum_{e=1}^s u_{ei} Y_{ei}}{\sum_{n=1}^m v_{ni} X_{ni}} \rightarrow \max,$$

warunek ograniczający

$$\frac{\sum_{e=1}^s u_{ei} Y_{ei}}{\sum_{n=1}^m v_{ni} X_{ni}} \leq 1,$$

warunki brzegowe

$$u_{ei}, v_{ni} \geq 0,$$

gdzie: Y – efekt,

X – nakład,

e – numer efektu, $e = 1, \dots, s$,

n – numer nakładu, $n = 1, \dots, m$,

i – numer obiektu, $i = 1, \dots, k$,

u – waga danego efektu,

v – waga danego nakładu.

Zapisane w modelu decyzyjnym ograniczenie (iloraz syntetycznego efektu i syntetycznego nakładu w każdym obiekcie nie może przekraczać wartości 1) umożliwia uzyskanie dla danego obiektu rozwiązania optymalnego (bez tego ograniczenia zadanie ma nieskończenie wiele rozwiązań). Model przedstawiony powyżej jest przykładem zagadnienia programowania nieliniowego (ilorazowego), sprowadzalnym do zadania liniowego.

W podstawowych dwóch wymiarach (efektów i nakładów) model DEA można także wyrazić jako model zorientowany na efekty (maksymalizacja efektów przy niezmiennych nakładach) lub jako model zorientowany na nakłady (minimalizacja nakładów przy niezmiennych efektach), co formalnie można zapisać:

1) model zorientowany na efekty
funkcja celu

$$\sum_{e=1}^s u_{ei} Y_{ei} \rightarrow \max,$$

warunki ograniczające

$$\sum_{n=1}^m v_{ni} X_{ni} = 1, \quad \sum_{e=1}^s u_{ei} Y_{ei} - \sum_{n=1}^m v_{ni} X_{ni} \leq 0$$

warunki brzegowe

$$u_{ei}, v_{ni} \geq 0;$$

2) model zorientowany na nakłady
funkcja celu

$$\sum_{n=1}^m v_{ni} X_{ni} \rightarrow \min,$$

warunki ograniczające

$$\sum_{e=1}^s u_{ei} Y_{ei} = 1, \quad \sum_{e=1}^s u_{ei} Y_{ei} - \sum_{n=1}^m v_{ni} X_{ni} \leq 0$$

$$\sum_{e=1}^s u_{ei} Y_{ei} - \sum_{n=1}^m v_{ni} X_{ni} \leq 0,$$

warunki brzegowe

$$u_{ei}, v_{ni} \geq 0.$$

Metoda DEA nie wymaga znajomości *a priori* wag występujących w modelach decyzyjnych danego obiektu – są one ustalane w efekcie rozwiązania modelu decy-

zyjnego, w którym relacja efekty/nakłady jest maksymalizowana przy określonych ograniczeniach. Wartości wyznaczonych wag w funkcji celu ukazują, które z zastosowanych nakładów mają największą wagę dla uzyskanych efektów, rozwiązanie modelu decyzyjnego może ukazać także nakłady niewykorzystane (zmiennne swobodne).

W metodzie DEA efektywność jest efektywnością względną – wyznacza się ją dla danego obiektu w relacji do całej badanej grupy obiektów.

Ilustracją graficzną metody DEA (w przypadku dwóch wymiarów) jest krzywa łącząca najbardziej efektywne obiekty – jest ona wyznaczana (estymowana) na podstawie danych dotyczących nakładów i efektów wszystkich analizowanych podmiotów. Obiekty znajdujące się na krzywej posiadają efektywność $E(\max)$ najwyższą, równą 1. Krzywa efektywności stanowi granicę, powyżej której nie można zidentyfikować żadnego obiektu, który uzyskiwałby lepsze efekty przy niższym poziomie nakładów. Obiekty leżące poniżej krzywej efektywności uznawane są za nieefektywne – ich nieefektywność wynosi $1 - E_i$ – efektywność jest zatem mniejsza od 1, co pozwala na porównanie jednostek nieefektywnych. W przypadku każdego z tych obiektów można wskazać (teoretyczny) obiekt, który przy tym samym poziomie nakładów jest w stanie osiągnąć wyższe efekty lub ten sam efekt przy niższych nakładach [Prędko 2003].

4. Zalety i wady metody DEA

Do najczęściej wymienianych zalet metody DEA zalicza się następujące jej cechy:

- jest metodą nieparametryczną – nie wymaga określenia rodzaju i parametrów funkcji opisującej zależność między nakładami i efektami,
- jest metodą dającą możliwość analizy wielowymiarowej – można ją stosować do badania obiektów (podmiotów, przedsiębiorstw, instytucji, organizacji) wykorzystujących więcej niż jeden nakład w celu uzyskania więcej niż jednego efektu,
- badane nakłady i efekty mogą dotyczyć różnych obszarów działalności podmiotów, w analizie można ująć zasoby materialne, finansowe, ludzkie, można uwzględniać wpływ otoczenia,
- badane nakłady i efekty mogą być kwantyfikowane w różnych jednostkach (finansowych, fizycznych, absolutnych, względnych) [Rogowski 1996, s. 44],
- metoda umożliwia ocenę efektywności danego obiektu na tle innych, tworzenie rankingów obiektów porównywalnych,
- umożliwia określenie parametrów optymalnych dla danego obiektu, tworzenie wzorców – obiektów benchmarkingowych,
- umożliwia identyfikację obszarów oszczędności, daje zatem możliwość wytyczenia kierunków i celów działań niezbędnych do poprawy efektywności wykorzystywanych i posiadanych zasobów – określania tzw. technologii docelowych i struktury tych technologii [Guzik 2009, s. 65],

- jest metodą uniwersalną w zastosowaniu – w Polsce i na świecie wykorzystano ją do badania efektywności różnorodnych obszarów gospodarki, zarówno podmiotów sektora publicznego: jednostek *non profit*, szkół wyższych, bibliotek, jednostek służby zdrowia, samorządów, jak i sektora komercyjnego: banków, zakładów ubezpieczeniowych, funduszy inwestycyjnych, przedsiębiorstw branży energetycznej, gospodarstw rolnych [Domagała 2007a; Gospodarowicz 2000; Kozuń-Cieślak 2011; Zamojska 2009],
- jest metodą udoskonalaną – istnieje wiele modyfikacji metody opracowanej pierwotnie (model CCR¹), m.in. modyfikacja pozwalająca analizować efektywność skali (model BCC²), modyfikacja pozwalająca uwzględniać w analizie efektywności tzw. nakłady niekontrolowane – na które badany obiekt nie ma wpływu, modele z ograniczeniami co do wartości wag nakładów i efektów itd. [Kucharski 2011, s. 14].

Opisana metoda ma jednak następujące wady:

- metoda oparta jest na kategorii efektywności względnej – efektywność obiektu mierzona jest w stosunku do objętej badaniem grupy obiektów,
- wyniki analizy są wrażliwe na dane z poszczególnych obiektów – dołączenie lub wyeliminowanie jednego lub kilku obiektów może mieć zasadniczy wpływ na współczynniki efektywności pozostałych obiektów – zalecane są zatem badania obejmujące wszystkie obiekty „danego typu” [Gospodarowicz 2000, s. 25],
- metoda jest wrażliwa na błędne i nierzetelne dane – nie są one uśredniane tak jak w przypadku estymacji parametrów funkcji regresji, lecz są wykorzystywane do budowy empirycznej krzywej efektywności – jedna błędna dana może znacząco wpłynąć na wynik analizy,
- metoda jest dość skomplikowana formalnie i pracochłonna w zastosowaniu – wymaga zastosowania dedykowanego oprogramowania lub wielu obliczeń iteracyjnych.

5. Przykład zastosowania metody DEA do badania efektywności podmiotów

W celu prostego zobrazowania opisanej powyżej metody zaprezentowano przykład porównania efektywności 5 obiektów, dla których dysponujemy obserwacjami 2 nakładów oraz 1 efektu. Tabela 2 zawiera dane liczbowe (fikcyjne) 5 obiektów oznaczonych kolejno symbolami A, B, C, D, E.

Aby przedstawić wyniki analizy w sposób graficzny (na płaszczyźnie), powyższe dane zostaną przekształcone poprzez wyznaczenie dwóch wskaźników efektywności: według formuły: Y/X_1 oraz Y/X_2 . Wyznaczone wartości wskaźników zawiera tab. 3.

¹ Nazwa pochodzi od nazwisk twórców metody DEA – Charnes, Cooper, Rhodes.

² Nazwa pochodzi od nazwisk twórców modyfikacji BCC – Banker, Charnes, Cooper.

Tabela 2. Nakłady i efekty – przykładowe dane do zastosowania metody DEA

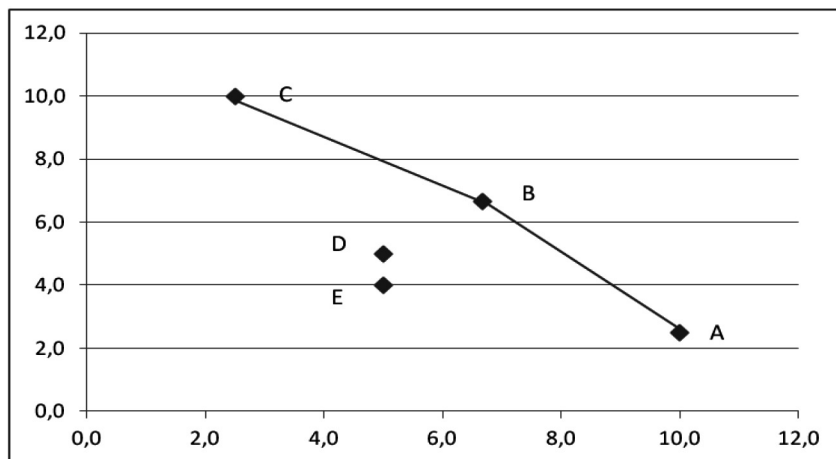
Obiekt	Nakłady		Efekt
	X_1	X_2	Y
A	1,00	4,00	10,00
B	1,50	1,50	10,00
C	4,00	1,00	10,00
D	2,00	2,00	10,00
E	2,00	2,50	10,00

Źródło: opracowanie własne.

Tabela 3. Wskaźniki efektywności dla przykładowych danych z tab. 2

Obiekt	Wskaźniki efektywności	
	Y/X_1	Y/X_2
A	10,00	2,50
B	6,70	6,70
C	2,50	10,00
D	5,00	5,00
E	5,00	4,00

Źródło: opracowanie własne.

**Rys. 1.** Empiryczna krzywa efektywności

Źródło: opracowanie własne.

Dla poszczególnych obiektów wartości otrzymanych wskaźników zostały nanie-sione na układ współrzędnych (odpowiednio wskaźnik Y/X_1 – oś pozioma, wskaźnik

Y/X_2 – oś pionowa) – prezentuje to rys. 1. W podanym przykładzie wielkość efektu jest jednakowa dla wszystkich obiektów (10 jednostek) – ułatwia to graficzne zaprezentowanie analizowanych wielkości i dalszą interpretację wyników analizy.

Poprzez połączenie punktów otrzymanych dla obiektów A, B, C otrzymuje się tzw. empiryczną krzywą efektywności. W tych przypadkach, nie jest możliwe osiągnięcie wyższych lub równych efektów przy zmniejszonych wartościach nakładów. Krzywa efektywności wyznacza granicę, poza którą nie występuje żaden obiekt. Współczynniki efektywności obiektów wyznaczających krzywą efektywności są znormalizowane wynoszą 1 – wszystkie obiekty są jednakowo efektywne. Współczynniki efektywności dwóch pozostałych obiektów D i E są niższe – obiekty znajdują się poniżej empirycznej krzywej efektywności. Sytuacja taka oznacza, że w tych przypadkach można wskazać lepsze rozwiązanie, dające wyższą efektywność przy zastosowaniu tych samych nakładów. Dokładne wyznaczenie tych wartości (efektywności, w punkcie wyjścia nakładów, gdyż założony efekt jest taki sam dla wszystkich obiektów) możliwe jest poprzez rozwiązanie zadania optymalizacyjnego; wielkości te dla obiektów D, E zawiera tab. 4.

Tabela 4. Wyniki parametrów metody DEA dla danych z tabeli 2

Obiekt	Wskaźnik efektywności	Optymalne wartości z obiektem odniesienia			
A	1,00	1,00	A	0,00	0,00
B	1,00	1,00	B	0,00	0,00
C	1,00	1,00	C	0,00	0,00
D	0,75	1,00	B	0,00	0,00
E	0,72	0,12	A	0,88	B

Źródło: opracowanie własne.

Wartości wynikające z rozwiązania modelu optymalizacyjnego oznaczają odpowiednio:

1. Dla obiektu D współczynnik efektywności jest niższy od wzorcowej wartości 1 i wynosi 0,75. Wzorcowym obiektem dla obiektu D jest obiekt B (który osiąga ten sam efekt – 10 jednostek – przy 75% wartości nakładów występujących w obiekcie D). Celem poprawy efektywności w obiekcie D jest działanie zmierzające do ograniczenia zużycia nakładów, tak by osiągnąć wartości występujące w obiekcie wzorcowym – 1,5 jednostki).

2. Dla obiektu E współczynnik efektywności jest najniższy spośród rozpatrywanych obiektów i wynosi 0,72. Wzorcowymi dla danego obiektu są obiekty A i B. Obiekt E najlepsze efekty osiągnie poprzez redukcję nakładów zapewniających ten sam efekt w wyniku zastosowania kombinacji liniowej obiektu A i obiektu B, które osiągają ten sam efekt przy innych wartościach nakładów. W przypadku nakładu X_1 wynoszącego 2 jednostki w obiekcie E możliwe jest obniżenie tej wartości do 1,44

$(0,72 \times 2 = 1,44)$ poprzez następujący schemat: $0,12 \times A + 0,88 \times B = 0,12 \times 1 + 0,88 \times 1,5 = 0,12 + 1,32 = 1,44$. W przypadku nakładu X_2 docelowa (optymalna) wartość tego nakładu w obiekcie E wynosi 1,8 jednostki, co wynika z formuły: $0,12 \times 4 + 0,88 \times 1,5 = 0,48 + 1,32 = 1,80$.

6. Zakończenie

Metoda DEA pomimo kilku ograniczeń charakteryzuje się wieloma zaletami w obszarze analizy i oceny efektywności działania podmiotów. Ze względu na jej nieparametryczny charakter ma zastosowanie w ocenie organizacji funkcjonujących w sferze gospodarki zarówno prywatnej, jak i publicznej, ukierunkowanych komercyjnie jak i *non profit*. Metoda DEA jest ciągle doskonała i wraz z rozwojem technik obliczeniowych ma szansę stać się jedną z powszechnie stosowanych w obszarze badań nad dokonaniem podmiotów gospodarczych.

Literatura

- Charnes A., Cooper W.W., Rhodes E.L., 1978, *Measuring the efficiency of decisions making units*, European Journal of Operational Research, vol. 2, no. 6, s. 429–444.
- Domagała A., 2007a, *Przestrzenno-czasowa analiza efektywności jednostek decyzyjnych metodą Data Envelopment Analysis na przykładzie banków polskich*, Badania Operacyjne i Decyzje, nr 3/4.
- Domagała A., 2007b, *Metoda Data Envelopment Analysis jako narzędzie badania względnej efektywności technicznej*, Badania Operacyjne i Decyzje, nr 3/4.
- Gospodarowicz M., 2000, *Procedury analizy i oceny banków*, Materiały i Studia, z. 103, NBP, Warszawa.
- Guzik B., 2009, *Podstawowe możliwości analityczne modelu CCR-DEA*, Badania Operacyjne i Decyzje, nr 1.
- Kozuń-Cieślak G., 2011, *Wykorzystanie metody DEA do oceny efektywności w usługach sektora publicznego*, Wiadomości Statystyczne, nr 3.
- Kucharski A., 2011, *Metoda DEA w ocenie efektywności gospodarczej*, Wydawnictwo Katedry Badań Operacyjnych, Uniwersytet Łódzki, Łódź.
- Prędko A., 2003, *Analiza efektywności za pomocą metody DEA. Podstawy formalne i ilustracja ekonomiczna*, Przegląd Statystyczny, nr 1, s. 87–100.
- Rogowski G., 1996, *Analiza i ocena działalności banków z wykorzystaniem metody DEA*, Bank i Kredyt, nr 8.
- Zamojska A., 2009, *Zastosowanie metody DEA w klasyfikacji funduszy inwestycyjnych*, Przegląd Statystyczny 3/4.

DATA ENVELOPMENT ANALYSIS (DEA) – A METHOD FOR MEASURING EFFICIENCY

Summary: In the article the author describes the basic groups of methods to assess efficiency. The paper presents also nonparametric method for measuring the organizational efficiency – the DEA (Data Envelopment Analysis). The idea of DEA is illustrated by simple examples.

Keywords: Data Envelopment Analysis, DEA, efficiency.