

# **NIERÓWNOŚCI I FASZYZM, CZYLI ŻYCIE I DZIEŁO CORRADO GINIEGO**

ŚLĄSKI  
PRZEGLĄD  
STATYSTYCZNY  
Nr 11 (17)

Katarzyna Ostasiewicz

Uniwersytet Ekonomiczny we Wrocławiu

ISSN 1644-6739

## **1. Wstęp**

Jeden z wielkich naukowców XX wieku. Nazwisko znane każdemu statystykowi, a także wielu przedstawicielom innych dziedzin nauki, jak choćby socjologii. Znane szeroko, ale przeważnie wyłącznie jako eponim. Wpisując w wyszukiwarkę internetową Google hasło „Corrado Gini”, otrzymujemy 44 tysiące trafień. Dla „Gini index” – już niemal 600 tysięcy. Zapisał się w pamięci potomnych jako twórca najpopularniejszej obecnie miary nierówności. Większości zupełnie nieznanymi i jako człowiek, i jako autor wielu innych dokonań naukowych.

Warto przypomnieć tę barwną postać genialnego socjologa, ekonometryka, statystyka, demografa, polityka i organizatora życia naukowego. Zwłaszcza że i czasy, w jakich przyszło mu żyć i działać, były niezwykle ciekawe.

## **2. Czasy i życie**

Corrado Gini urodził się w roku 1884, zatem to na początku XX wieku wchodził w dorosłość i początki kariery naukowej [Boldrini 1966; Giorgi 2001; 1996; Parisi 2001; Prevost 2009; Treves 2001]. Pomimo mającej wkrótce nadejść wielkiej wojny oraz ogólnoswiatowego kryzysu ekonomicznego – a raczej częściowo dzięki nim – był to we Włoszech dobry okres dla rozwoju nauki. Nie tak dawno przecież, w drugiej połowie XIX wieku, nastąpiło zjednoczenie kraju i pojawiła się potrzeba skonsolidowania rozproszonych do tej pory małych centrów naukowych. W 1923 roku powstała Narodowa Rada Badań Naukowych (Consiglio Nazionale delle Ricerche – CNR), a trzy lata póź-

niej powołano Centralne Biuro Statystyczne (*Istituto Centrale di Statistica – Istat*), do którego jeszcze wrócimy. Był to również czas rozkwitu tak zwanego nacjonalizmu naukowo-technicznego. Zjawisko takie przewija się przez historię w różnych krajach, będąc, z jednej strony, przejawem narodowej dumy, a z drugiej, lęku przed zależnością od obcych. W późniejszych czasach przejawem tegoż samego był wyścig na Księżyc (między Stanami Zjednoczonymi i ZSRR), a współcześnie, już bez napięcia spowodowanego poczuciem zagrożenia, akceleratorowa rywalizacja między USA a Europą (CERN); obydwie bardzo owocne dla nauki. Na początku XX wieku rosnące w siłę poczucie narodowe Włochów zaowocowało ich własnym naukowym nacjonalizmem, wzmocnionym „importowanym” gospodarczym kataklizmem 1929 roku. Dążenie do budowania dobrobytu niezależnego od kaprysów światowej koniunktury zostało przechwycone przez ideologię faszystowską, której jednym z przewodnich haseł na polu gospodarki stał się właśnie postulat autarkii.

I tak jak Hitler wspierał „swoich” antropologów, by uzasadnić wyższość jednej „rasy” ludzkiej nad pozostałymi, a Stalin genetyków, by zamarznięta gleba zakwitła jarowizowanymi zbożami, karmiąc głodnych i obalając burżuazyjne teorie darwinowskie, tak i *il Duce* zaprzęgnął „swoich” naukowców w służbie własnej propagandy. Szczęśliwie, włoski faszyzm nie hołdował aż tak wynaturzonym koncepcjom, jak hitleryzm czy stalinizm. Zatraskany stanem demograficznym państwa Mussolini wylansował hasło: „Rozmnażajcie się i wzbogacajcie kraj”, również przewijające się przez historię narodów, by wspomnieć choćby późniejszą politykę demograficzną Ceaucescu w Rumunii. By skutecznie realizować tak sformułowaną koncepcję, włoskie władze – i sam Mussolini – wykazywali żywotne zainteresowanie danymi demograficznymi. To doprowadziło, co szczególnie istotne w kontekście naszego bohatera, do rozkwitu demografii i statystyki w kraju.

Zaskakujące, ale pierwszą dziedziną naukową zgłębianą przez Corrado Giniego była jurysprudencja. Urodzony 23 maja 1884 roku w małej wiosce niedaleko Wenecji w rodzinie majątnych posiadaczy ziemskich, ukończył Uniwersytet w Bolonii w 1905 roku, właśnie na wydziale prawa. Interdyscyplinarne zainteresowania i charakterystyczne podejście do badań zaznaczyły się wyraźnie już w tej pierw-

szej rozprawie naukowej, jaką stanowiła praca dyplomowa. Jej temat odchodzi bowiem mocno od tematyki prawej, brzmiąc: *Pleć z punktu widzenia statystyki*. Naukowa kariera Giniego rozpoczęła się błyskotliwie. Już w dwa lata po zrobieniu przez niego dyplomu ówczesny prominentny włoski ekonomista pisał do swego kolegi: „Zauważyłem młodego człowieka – Giniego – rozpoczynającego pracę w dziedzinie statystyki. Wydaje się przeznaczony do tego, by się wkrótce wybić”. I rzeczywiście. Pierwsze stanowisko naukowo-dydaktyczne Gini objął na Uniwersytecie w Cagliari, gdzie nauczał statystyki i ekonomii politycznej. W 1913 roku przeniósł się do Padwy, gdzie jeszcze bardziej urozmaicił swój repertuar nauczania, włączając doń prawo konstytucyjne, demografię i statystykę ekonomiczną. W 1927 roku podjął pracę na Uniwersytecie w Rzymie, i to ze stolicą właśnie związane były przez najdłuższy czas jego losy. Oprócz tak stosunkowo nienaznaczonych politycznie przedmiotów, jak statystyka (rzecz jasna) oraz biometria, wykładał również socjologię, co było wyrazem jego zainteresowań, odległych od suchych liczb bez odniesienia do rzeczywistości.

O pracy naukowej będzie mowa później. Teraz wspomnijmy, że oprócz niezwykłych zdolności akademickich, a w przeciwieństwie do wielu innych naukowców, wyróżniał się również niebywałymi zdolnościami organizacyjnymi. Wśród jego osiągnięć na tym polu wymienimy tylko założenie Wydziału Statystyki, Demografii i Nauk Aktuarialnych; Włoskiego Komitetu Studiów Ludnościowych, poprzez który, z kolei, zorganizował pierwszy Kongres Ludnościowy; oraz – to niesamowicie trwałe i cenne dziedzictwo – czasopisma statystycznego „Metron”. Wzmianka uczyniona powyżej o fakcie utworzenia w 1926 roku Centralnego Biura Statystycznego może być teraz uszczegółowiona. Przed tą datą zbieraniem danych statystycznych dotyczących sytuacji w kraju zajmowały się lokalne instytucje, niezbyt dobrze komunikujące się między sobą. Istniała potrzeba scentralizowania tej działalności. I tak, Istat został utworzony przez Corrado Giniego, który był jego pierwszym przewodniczącym aż do 1932 roku.

Zdolności organizacyjne i zaangażowanie Giniego czyniły go obiektem zainteresowania władz państwowych. A pamiętajmy, że ówczasie były to władze faszystowskie.

Benito Mussolini, sam w sobie i jako dyktator, był stosunkowo nieszkodliwy dla osób niespecjalnie zaangażowanych politycznie. Za

jego rządów nauka i kultura cieszyły się daleko posuniętą swobodą. Guccio Gucci projektował swoje torebki, Alberto Moravia tworzył pierwsze dzieła literackie, pojawił się nowy nurt filmowy – neorealizm włoski, a Enrico Fermi zajmował się w swoim laboratorium bombardowaniem próbek neutronami. Przez długi okres panowania faszystów nie odczuwało się szczególnego napięcia w stosunkach między władzą a naukowcami. Choć i takie się zdarzały, szczególnie, gdy sprawy dotyczyły kwestii istotnych propagandowo. Początkowo propaganda ta była względnie łagodna i nieszkodliwa, jednak, wraz z zaostrzaniem się sytuacji politycznej i dającymi się słyszeć pierwszymi pomrukami wojny na kontynencie europejskim, miało się to zmienić. I choć to faszyzm włoski był prekursorem niemieckiego nazizmu, *il Duce* poczuł się zmuszony, by podporządkować swoje działania i swoją ideologię potężniejszemu sojusznikowi.

### 3. Gini a ideologia

W drugiej połowie lat 20., na skutek wymuszonego względami politycznymi zbliżenia z Niemcami, nastąpiło zaostrzenie kursu polityki faszystowskiej. W 1927 roku zdelegalizowana została niefaszystowska prasa i organizacje społeczne, zakazane zostały strajki. I choć Mussolini wielokrotnie wypowiadał się wcześniej, również publicznie, przeciwko rasizmowi, a w swoim rządzie miał Żyda na stanowisku ministra, to w 1938 roku ogłoszony został „Manifest Rasy” i Włochy stały się dość nagle krajem antysemitycznym. Dopiero wówczas wyemigrowały z kraju niektóre ważne postaci życia kulturalnego. Sam Enrico Fermi, biorący później udział w Projekcie Manhattan, wnosząc w ten sposób ważny wkład w budowanie przewagi wojennej nad państwami Osi, dopiero po wydaniu ustaw antysemitycznych wyemigrował z Włoch – jego żona była bowiem Żydówką. Wcześniej, od 1929 roku, Fermi był członkiem Partii Faszystowskiej! Jest to istotne, gdyż zarzucano niekiedy – i zarzuca się do dziś – Corrado Giniemu kolaborację z totalitarnym reżimem, a także brak moralnego kręgosłupa. Prawda jest jednak bardziej złożona.

Po pierwsze, jak wspomniano powyżej, faszyzm w wydaniu włoskim był przez długi czas całkiem „dobrotliwym” totalitaryzmem

i wiele ważnych postaci zdawało się bagatelizować jego bardziej zło-wrogie oblicze – bądź to z konformizmu, bądź z upatrywania w autar-kicznych dążeniach realnej szansy dla rozwoju pomyślności kraju. Spośród 1200 profesorów uniwersyteckich, przed którymi w 1931 roku postawiono wybór: przysięga lojalności Partii Faszystowskiej albo utrata pracy, tylko około tuzina odmówiło deklaracji. Sam prze-wodniczący Włoskiej Partii Komunistycznej zachęcał profesorów do pozostania na uczelniach i kontynuowania nauczania – w duchu wol-ności, rzecz jasna. Widać, poza formalnymi deklaracjami lojalności, atmosfera represyjności i szykan nie była taka znowu silna.

Z drugiej strony, Corrado Gini nie ograniczył się tylko do niepro-testowania. Bywając za granicą, na międzynarodowych konferen-cjach, okazał się gorliwym orędownikiem sprawy faszystowskiej, w szczególności – demograficznej polityki reżimu. Był również zaangażowany w tworzenie projektu reformy (faszystowskiej) włoskiej konstytucji. W tym samym okresie, w 1925 roku, został jednym z sygnatariuszy Manifestu Faszystowskich Intelktualistów. Z pewno-ścią nie było to kwestią życia i śmierci. W odpowiedzi na ten manifest filozof Benedetto Croce napisał i opublikował, podpisany przez wielu innych, Manifest Antyfaszystowskich Intelktualistów. I choć do koń-ca wojny miał kłopoty z publikacją w oficjalnej prasie, Croce nie doznał żadnych fizycznych prześladowań ze strony rządu. Wydaje się zatem, że akt Giniego był całkowicie dobrowolny. Co więcej, był on również autorem pracy zatytułowanej *Naukowe podstawy faszyzmu* [Gini 1927], opublikowanej w 1927 roku w poważanym naukowym periodyku. Czy był to przejaw płytkiego serwilizmu uczonego? Czy też może niektóre punkty doktryny faszystowskiej współgrały z jego światopoglądem, przymykał więc oko na te bardziej złowieszcze? Nie nastał jeszcze czas agresji w Abisynii ani drugiej wojny światowej, ustaw rasistowskich i delegalizacji wszelkich niezależnych instytucji. Wszak w tym samym mniej więcej czasie wielu idealistycznych hu-manistów Zachodu dało się uwieść ideologii bolszewickiej, i były to postaci tej miary, co sam Bertrand Russell. We wspomnianym tekście Gini podkreśla, iż Mussolini zdobył władzę na drodze całkowicie le-galnej, że ograniczenia wolności jednostkowych są konieczne w imię wspólnego dobra całych społeczności. Współgrało to z Giniego wizją narodu jako organizmu, który rodzi się, rośnie i starzeje jak pojedyn-

czy organizm biologiczny. Taki rodzaj intelektualnej kolaboracji wydaje się może naiwny, ale niekoniecznie zbrodniczy. W odróżnieniu od Giniego, inny ówczesny prominentny włoski statystyk, Gaetano Pietra, czynnie zaangażował się w rasistowską politykę reżimu. Prowadził na uniwersytecie autorski kurs „demografii porównawczej ras” oraz postulował konfiskatę majątków należących do Żydów. W porównaniu z tym romantyczny organicyzm Giniego wygląda całkiem niewinnie.

W końcu w pewnym momencie nastąpiło zerwanie dobrych stosunków pomiędzy Ginim a Mussolinim, kiedy to naukowiec, w proteście przeciwko upolitycznieniu wyników naukowych, zrezygnował w 1932 roku z przewodniczenia Centralnemu Biuru Statystycznemu. Również przed ostateczną rezygnacją nie był biernym narzędziem polityki faszystowskiej i nie wszystko akceptował. Bywał nawet oskarżany o działanie na szkodę partii faszystowskiej, między innymi przez zatrudnianie w tak ważnej instytucji publicznej socjalistów (co było prawdą). Przez długi czas ścierał się z żądaniami Mussoliniego, który kontaktował się z Biurem niemal codziennie. Kiedy spis ludności w 1921 roku wykazał spadek liczby urodzin, zjawisko bardzo niepożądane z punktu widzenia polityki *il Duce*, ten próbował wymusić zablokowanie publikacji tak nieprawomyślnych wyników. Pomimo nacisków współpracownik Giniego przedstawił na międzynarodowej konferencji w Rzymie referat na temat malejącego współczynnika dzietności, prezentując niezmanipulowane dane zebrane w trakcie spisu. Ten konflikt między potrzebą rzetelności naukowej a naciskami politycznymi narastał latami. Z perspektywy czasu wydawać się może oczywiste, że z takiej próby sił tylko jedna strona, ta dzierżąca realną władzę, może wyjść zwycięsko. Jednak, jak mówi powiedzenie przypisywane Konfucjuszowi, Nielsowi Bohrowi bądź innym znanym postaciom: „Trudno przewidywać, zwłaszcza przyszłość”. Przeszłość teraz, nam, znacznie łatwiej. I nasze oceny zachowań sprzed dziesiątków lat łatwo mogą popaść w grzech anachronizmu.

#### 4. Po wojnie

Mimo wszystko pod koniec wojny, po upadku reżimu, Giniego pociągnięto do odpowiedzialności wobec społeczeństwa włoskiego za jego postawę wobec faszyzmu. W procesie pozbawiono go, choć na krótki tylko czas, posady i pensji uniwersyteckiej. Po tym interludium Gini powrócił do nauczania i do końca już życia trzymał się z dala od polityki lub, szczęśliwie, polityka trzymała się z dala od niego. Dodać można, iż rozliczanie z faszystowskich koneksji, tak samo jak z nazistowskich po kapitulacji Niemiec, nie zawsze było sprawiedliwe. Wspomniany wyżej rasista Gaetano Pietra od razu po wyzwoleniu zaczął piastować publiczne funkcje w Udine, a w 1948 został senatorem z ramienia partii chrześcijańsko-demokratycznej.

Interesującym epizodem z końca wojny, zapewne dyktowanym frustracją i bankructwem idei, które wcześniej wyznawał, oraz koszmarem wojny, było (współ)założenie przez Giniego partii politycznej. Statutowym celem Ruchu Włoskich Unionistów było, ni mniej, ni więcej, tylko przyłączenie Włoch do... Stanów Zjednoczonych! Emblematem partii były: amerykańska flaga, flaga Włoch oraz mapa świata. Wedle założycieli Stany Zjednoczone winny przyłączyć do siebie wszystkie demokratyczne kraje świata, tworząc rząd światowy i zapewniając pokój na ziemi po wieczne czasy. Jak widać, była to kolejna ponadczasowa idea z dość naiwną próbą realizacji. Współczesnemu czytelnikowi trzeba jednak przypomnieć przynajmniej to, że w ówczesnych czasach USA miały w Europie *image* zupełnie inny od współczesnego, jawiły się bowiem jako szcze obrońca wolności. Partia nie zyskała szerszego poparcia wśród społeczeństwa, choć w wyborach 1946 roku zdobyła 0,3% głosów i wprowadziła jednego z członków (nie był to Gini) do Zgromadzenia Konstytucyjnego. Choć 0,3% ze wszystkich głosów wciąż daje zaskakująco sporą liczbę, nie było to wystarczające, by na dłużej zaistnieć na scenie politycznej. Tym bardziej że rząd amerykański również nie był zainteresowany aneksją Włoch. I całe szczęście, można tylko dodać. Partia rozwiązała się po czterech latach działalności.

Założenie partii było ostatnim politycznym aktem Giniego. Choć po wojnie żył jeszcze 20 lat, to jego czas upływał na spokojnej pracy naukowej i odbieraniu zasłużonych zaszczytów. Po wspomnianej

krótkiej przerwie w pełnieniu obowiązków Gini powrócił na swoje stanowisko na Uniwersytecie w Rzymie i do funkcji przewodniczącego Włoskiego Towarzystwa Statystycznego, którą pełnił do śmierci. Naukowo był niezwykle płodny. Jest autorem ponad 800 publikacji (w tym 80 książek). Zważywszy na to, że jego kariera naukowa trwała 60 lat (czyli 720 miesięcy), można wyliczyć, że przeciętnie oznacza to ponad jedną publikację miesięcznie! Ale, jak wspomina profesor Carlo Benedetti [Giorgi 1996], podwładny i współpracownik Giniego, jego pryncypał pracował z nadludzkim zacięciem. W okresie, gdy piastował funkcję przewodniczącego Istatu, a jednocześnie posadę na Uniwersytecie, do godziny ósmej wieczorem urzędował w Biurze, a następnie udawał się na uczelnię, gdzie pozostawał do północy – zmuszając swój personel do tego samego. Z drugiej strony, podwładnym zdarzało się odbierać telefony od szefa już o siódmej rano.

Jeśli chodzi o sens dosłowny płodności, to Gini dochował się dwóch córek (ożenił się w 1921 roku). Choć, jak zauważa Benedetti, w tym nawale zajęć zapewne nie miał dla nich zbyt wiele czasu...

Corrado Gini zmarł w wieku 81 lat, 13 marca 1965 roku, żegnany z ogromnym żalem przez współpracowników z rozlicznych instytucji i organizacji, których był członkiem, a w szczególności przez redaktorów czasopisma „Metron”. Dla włoskiej nauki, a statystyki w szczególności, zakończyła się pewna epoka.

## 5. Nauka

Niezależnie od oceny moralnej postawy naukowca wobec faszystowskiego reżimu, uznać trzeba znaczący wkład Giniego w rozwój nauki [Boldrini 1966; Forcina 1982; Forcina, Giorgi 2005; Giorgi 2011; 1996; Parisi 2001].

Zarysujmy tło. Gdy Corrado Gini wkroczył na scenę naukową, wśród statystyków włoskich występowały silne tarcia. Występowały one na linii podziału pomiędzy „statystykami” a „matematykami”, czyli między tymi, którzy stawiali na użyteczność (statystyka jako „system metod, bezpośrednio przeznaczonych do rozwiązywania praktycznych problemów”, wedle sformułowania prezentującego to stanowisko statystyka Boldriniego), a tymi, którzy snuli czasem nie-



zwykle wyrafinowane rozważania ściśle matematyczne. Wśród tych pierwszych prym szybko zaczął wieść Gini właśnie; włoskim przedstawicielem drugiej „szkoły” był Carlo Emilio Bonferroni. Był to również czas wielkiej statystycznej kontrowersji dotyczącej wnioskowania statystycznego, w której adwersarzami byli Ronald Fisher z jednej oraz Jerzy Neyman i Egon Pearson z drugiej strony.

Pierwsza połowa XX wieku były to jeszcze czasy nauki „heroicznej”, czasy tytanów, innowatorskich „szkół naukowych”, nauki indywidualistycznej, a nie kolektywnej. I choć płaciło się za to swoją cenę – bo zamiast zapuścić krótki program komputerowy, Corrado Gini własnoręcznie bądź rękami swoich współpracowników losował autentyczne kule z zupełnie niewirtualnych urn, by testować swe koncepcje prawdopodobieństwa – w zamian za tę cenę naukowcy mieli właśnie możliwość odciśnięcia swojego osobistego piętna. Kto współcześnie odważyłby się zaproponować własną nowatorską koncepcję prawdopodobieństwa? Własną filozofię wnioskowania statystycznego? Tymczasem początki ubiegłego stulecia były żyzną glebą dla płodów umysłów takich, jak na przykład de Finetti, który stworzył oryginalną koncepcję prawdopodobieństwa.

W takim samym duchu pracy u samych podstaw nauki, nie tylko dodawania kolejnych liczb po przecinku do z grubsza znanych wielkości, również i Gini, zwłaszcza przed końcem II wojny światowej, zajął się badaniami natury prawdopodobieństwa. Rozważał podstawy, na jakich oparta jest koncepcja zdarzeń „jednakowo prawdopodobnych”, będąca punktem wyjścia częstościowej definicji prawdopodobieństwa. Jeśli opiera się domniemanie jednakowego prawdopodobieństwa zdarzeń na braku podstaw do nadania im prawdopodobieństw różnych – co było szeroko akceptowanym podejściem – próbuje się „uzyskać wiedzę z ignorancji” (cyt. za [Forcina, Giorgi 2005]). Lepszą podstawą byłoby, wedle niego, opieranie takiego przypuszczenia na symetrii warunków fizycznych. Jeśli chodzi o traktowanie prawdopodobieństwa jako częstości w asymptotycznie nieskończonej serii eksperymentów, to Gini kwestionował absolutną zasadność takiego podejścia, nieuwzględniającego zmieniających się warunków, chociażby – czasu i miejsca. Skoro współczesna fizyka rozważa możliwość zmienności w czasie „stałych” (np. stałej grawitacji), jest to, przynajmniej w zasadzie, zastrzeżenie zasługujące na dyskusję.

W jakich sytuacjach można bezpiecznie przyjąć, że warunki są faktycznie takie same? Jeśli w jednym regionie Włoch proporcja urodzeń chłopców jest inna niż w innym regionie, to czy spowodowane jest to czynnikami losowymi, czy też odmiennymi prawdopodobieństwami? Gini argumentował, że choć zdarzenia opisywane rozkładem dwumianowym charakteryzują się, jak to wówczas określano, „normalną dyspersją”, to wnioskowanie odwrotne nie musi być prawdziwe. „Normalna dyspersja” nie musi świadczyć o jednakowym prawdopodobieństwie zdarzeń. W swoich pracach Gini rozważał metody optymalnego grupowania zdarzeń o domniemanym jednakowym prawdopodobieństwie i kładł nacisk na prawdopodobieństwa *a posteriori*, co czyniło go jednym z prekursorów nowoczesnego podejścia bayesowskiego.

Kolejnym obszarem zainteresowania Giniego było wnioskowanie statystyczne, w kontekście którego osadzony był wspomniany wcześniej spór między Fisherem a Neymanem i Pearsonem. Jak przystało na wielką osobowość, Gini nie opowiedział się po żadnej ze stron, lecz zajął stanowisko opozycyjne do obydwu tych propozycji. Choć wydawałoby się, że opowie się za Fisherem, przeciwko zmatematyzowanej (zbyt, wedle ówczesnych przeciwników) teorii Neymana-Pearsona, przypuszczenie to tylko połowicznie prawdziwe, gdyż ostro skrytykował również i fiducjalną koncepcję Fishera. Opcją lansowaną przez Giniego było – co pozostaje w spójności z jego koncepcjami prawdopodobieństwa – podejście, które w swojej współczesnej postaci nazywane jest wnioskowaniem bayesowskim. Po latach często uważa się, że spór Fishera z duetem Neyman-Pearson sztucznie podsycany był czysto personalnymi względami (zresztą Neyman i Pearson sami uważali, że ich teoria nie pozostaje w sprzeczności z rezultatami Fishera, a tylko je rozszerza i „uzupełnia luki” [Forcina, Giorgi 2005]). Jeden z artykułów na temat kontrowersji nosi tytuł: *Teorie testowania hipotez Fishera i Neymana-Pearsona: jedna teoria czy dwie?* [Lehmann 1933]. I choć historia sporu wokół wnioskowania statystycznego jest stosunkowo szeroko znana w środowisku, to mało kto pamięta, iż to stanowisko Giniego pozostało trwałą i znaczącą alternatywą standardowego obecnie podejścia.

Nie poprzestając na teoretycznych rozważaniach, Gini chętnie i często stosował swoje narzędzia do badań nad zjawiskami demogra-

ficznymi i socjologicznymi. Szczególnym jego zainteresowaniem, co odzwierciedliło się już we wczesnych latach w tytule pracy dyplomowej, była kwestia płci. Przeprowadzając analizy danych – a pamiętajmy, że jak nikt inny miał do nich doskonały dostęp – Gini doszedł między innymi do wniosku, że płeć dzieci jest, przynajmniej po części, dziedziczona. Nawiasem mówiąc, kwestia proporcji i rozkładu płci była najwyraźniej wdzięcznym tematem badań dla statystyków, bo z podobnych rozważań znany był również Fisher.

Był Gini również wyznawcą organicyzmu. Choć nie była to jego oryginalna koncepcja – wywodzi się jeszcze ze starożytności, a jeśli chodzi o postać nowoczesną, to wiązana jest zwykle z nazwiskiem dziewiętnastowiecznego filozofa i socjologa Herberta Spencera – to i tu dał swój znaczący wkład, zwłaszcza jeśli chodzi o ilościową ilustrację starzenia się społeczeństw. W celu zbierania danych organizował, a czasem sam brał w nich udział, wyprawy do różnych obszarów świata. Warto może zacytować fragment ze wspomnienia pośmiertnego pióra profesora Boldriniego. „Przedmiotem, który zajmował Giniego latami, było zagadnienie populacji będących w trakcie wymierania. Były to grupy nie tylko należące do starożytnych cywilizacji, ale również pewne plemiona z niższym poziomem rozwoju cywilizacyjnego, nie tyle prymitywne, jak bywają zwykle nazywane, ale raczej w fazie schyłkowej. W celu ich poznania Gini sponsorował badania i odbył wiele podróży, niekiedy bardzo męczących, do Palestyny, Polski, Litwy, Sardynii, Meksyku i Fazzanu [pustynna kraina w Libii – przyp. K.O.]” [Boldrini 1966]. Polski czytelnik z satysfakcją może zauważyć, że pomimo tej fazy schyłkowej nasze „plemię” wciąż jeszcze dalekie jest od wymarcia. To zainteresowania „biologią” społeczeństw zaprowadziło Giniego, jak już wspomniano, do intelektualnego flirtu (a może nawet romansu) z faszyzmem.

Zbyt długo by wymieniać wszystkie zagadnienia, na których skupiał swoją uwagę Gini, wszak był autorem niemal tysiąca publikacji. Gdyby nawet jakiś skrupulatny biograf porwał się na przebrnięcie przez wszystkie te pozycje, zabrałoby to niezwykle dużo czasu. Wspomnijmy tylko hasłowo o innych przedmiotach zainteresowania naukowego wielkiego naukowca. Była wśród nich i genetyka, i eugenika, grupy krwi i antropometria, prehistoryczne migracje skandynaw-

skie oraz zagadnienie człowieka śniegu – Yeti (o którego istnieniu był przekonany).

Ale w niektórych kręgach Corrado Gini znany był i jest przede wszystkim jako ekonomista. Tego również zdania był autor pośmiertnego wspomnienia – profesor Boldrini. W dziedzinie ekonomii jego uwagę zajmowała przede wszystkim kwestia „bogactwa narodów” i państwowego budżetu oraz kwantyfikowanie tych pojęć we właściwy sposób, z uwzględnieniem odpowiednich, nie zawsze bezpośrednich, źródeł bogactwa. W duchu organicystycznym interpretował inflację czasów kryzysu jak gorączkę trawiącą ciało: proces nieprzyjemny, ale wiodący ku zniszczeniu niekorzystnych czynników, a w efekcie – ku zdrowiu. Wedle Boldriniego analiza Giniego antycypowała politykę Nowego Ładu, wprowadzoną przez prezydenta F.D. Roosevelta w Stanach Zjednoczonych.

Rozliczności wątków, jakimi Gini zajmował się w swojej pracy naukowej, on sam przydał spinające je klamry. Otóż, jego nadrzędnym projektem naukowym miało być stworzenie nauki o szczęściu [Gini 1952]. Współcześni interdyscyplinarni naukowcy, zajmujący się badaniami jakości życia, mogliby zatem uważać Giniego za prekursora tego nurtu. W humanistycznym duchu, choć zainteresowany ekonomią, twierdził, że „człowiek na szczęście nie jest istotą ekonomiczną” (cyt. za [Parisi 2011]), a szczęście narodów nie jest jednoznaczne z ich bogactwem.

Z zainteresowania ekonomicznymi aspektami społeczeństw, dochodami i dobrobytem ludności narodził się współczynnik koncentracji, dzięki któremu nazwisko Giniego weszło do słownictwa statystyków i socjologów na całym świecie. I który, dodajmy, zaznacza swoje istnienie zarówno w nurcie badań nad jakością życia, jak i zrównoważonego rozwoju, przez wielu bowiem badaczy używany jest jako jeden ze wskaźników obydwu.

## 6. Współczynnik Giniego

Przy współczesnej obfitości rozmaitych współczynników nierówności i niemalże fiksacji niektórych przedstawicieli nauk społeczno-ekonomicznych na zjawisku (nie)sprawiedliwości dystrybucji różnych

zasobów trudno sobie wyobrazić, jak ubogi w narzędzia matematyczne był pod tym względem początek XX wieku. Rzecz jasna, w razie potrzeby można było się posłużyć – i to czyniono – średnią i odchyleniem standardowym albo współczynnikiem, który aktualnie nazywamy odchyleniem ćwiartkowym, ale z naszego punktu widzenia były to niezwykle mało wyrafinowane narzędzia. Z punktu widzenia współczesnych najwyraźniej również, bo na przełomie wieków zaczęły się pojawiać pierwsze propozycje mierzenia koncentracji dedykowane specjalnie zagadnieniu dochodów.

W chwili, gdy w 1905 roku pewien amerykański doktorant opublikował pracę zatytułowaną *Metody pomiaru koncentracji bogactwa*, istniały w zasadzie dwie liczące się propozycje. Jedna pochodziła od George'a K. Holmesa i opierała się na dość skomplikowanym porównywaniu median dochodów. Jej poważną wadą, oprócz nieczytelnej procedury, było to, że zależała ona od przeciętnego poziomu dochodów. Druga propozycja opierała się na empirycznej zależności, której odkrywcą był Vilfredo Pareto. Otóż: w danych dotyczących dochodów ludności w rozmaitych społeczeństwach zidentyfikował on powtarzający się schemat: zależność między logarytmem wielkości dochodu a liczbą osób, których dochód plasował się powyżej tej wielkości, była w przybliżeniu liniowa – ujemna, rzecz jasna. Bezwzględna wartość współczynnika kierunkowego tej linii traktowana była właśnie jako miara nierówności. Z faktu, że wielkość ta różniła się tylko nieznacznie dla różnych społeczeństw, Pareto wyciągnął wniosek, iż rozkład dochodów jest wszędzie niemal jednakowy. Własność ta mogła być jednak – i była, z całą pewnością przez Giniego – potraktowana jako nieczułość, a zatem poważna wada tego wskaźnika.

Wspomniany amerykański doktorant w pracy *Metody pomiaru koncentracji bogactwa* zaproponował, jako sposób oceniania koncentracji dochodów, pewną specjalną krzywą, mającą zastąpić logarytmiczną krzywą Pareto. Doktorant nazywał się Max Otto Lorenz, a krzywą była znana obecnie doskonale krzywą Lorenza.

Z perspektywy czasu wydawać się może, że przegapił okazję, zatrzymując się w tym miejscu i nie zauważając możliwości, jakie stwarza geometria tej krzywej. Jednakże syntetyczna miara koncentracji, znana obecnie jako indeks Giniego i zawsze ilustrowana poprzez powiązanie z krzywą Lorenza, została skonstruowana na innej podsta-

wie, a dopiero później zinterpretowana geometrycznie. Z drugiej strony celem Lorenza była bardziej szczegółowa analiza tego, jak bogactwo jest rozdzielone wśród poszczególnych osób, i prawdopodobnie po prostu nie był szczególnie zainteresowany pojedynczą wielkością kryjącą za sobą potencjalną różnorodność zjawisk.

Znany nam obecnie współczynnik Giniego nie wyskoczył z głowy uczonego z nienacka w gotowej postaci. Przeglądając jego prace w porządku chronologicznym, można prześledzić, jak idea ta kształtowała się stopniowo w jego umyśle [Forcina, Giorgi 2005; Gini 1914; Giorgi 1993; 1990; Schneider 2004].

W 1909 roku Gini zaproponował miarę nierówności inspirowaną współczynnikiem Pareto. Ten ostatni, przypomnijmy, uważany był przez Giniego za zbyt mało wrażliwy, nie wykazywał bowiem niemal żadnych różnic pomiędzy różnymi krajami i różnymi latami. Alternatywa, którą zaproponował Gini, była następująca: jeśli uszeregujemy wszystkie dochody w liczbie  $n$ , w kolejności niemalejącej, wówczas wartość średnia z  $m$  ostatnich wartości musi być większa (lub równa) wartości średniej wszystkich wartości. Za miarę koncentracji może być uważana potęga, do jakiej należy podnieść odsetek dochodów posiadanych przez najbogatszych, by był on równy udziałowi tych najbogatszych w ogólnej liczbie osób:

$$[\sum_{i=n-m+1}^n x_i / \sum_{i=1}^n x_i]^\delta = m/n.$$

Im bardziej nierównomierny jest rozdział zasobów, tym większa wartość potęgi, do jakiej podnieść trzeba udział najbogatszych, by zrównoważyć ich udział liczebnościowy.

W pracy późniejszej o trzy lata Gini zajmuje się kolejną propozycją. Tym razem rozważa własności „średniej różnicy”, której definicja zawiera się dokładnie w jej nazwie. Jeśli weźmiemy  $n$  elementów i policzymy różnice pomiędzy każdą możliwą parą – a takich par będzie  $n(n-1)/2$  – a następnie sumę wartości bezwzględnych tych różnic podzielimy przez ich liczbę, wówczas otrzymamy średnią różnicę,  $\Delta$ :

$$\Delta = \sum_{i,j} |x_i - x_j| / [n(n-1)/2].$$

W jednym skrajnym przypadku, gdy wszystkie wielkości są sobie równe,  $\Delta$  wynosi zero. Dla drugiej skrajności, gdy wszystkie wielkości

poza jedną,  $x_n$ , równe są zero, średnia różnica równa jest  $\frac{(n-1)x_n}{\left[\frac{n(n-1)}{2}\right]} = 2x_n/n$ . A to, jak można zauważyć, równe jest podwojonej średniej wartości dla takich danych. Łatwo można by zatem wyskalować tę miarę tak, by mieściła się w zakresie od zera do jedynki.

Gini, wciąż nieusatisfakcjonowany swoją własną konstrukcją, w pracy z 1914 roku [Gini 1914] zaproponował inny sposób na mierzenie nierówności. Znowu uszeregował  $n$  dochodów w niemalejącej kolejności i znowu porównywał udział łącznych dochodów pewnej grupy w całości dochodów z liczebnościowym udziałem tej grupy w ogóle populacji, ale tym razem zaczął od dołu. Jeśli przez  $q_i$  oznaczyć udział dochodów  $i$  najuboższych jednostek w ogóle dochodów, a przez  $p_i$  – ich udział w całkowitej liczności populacji ( $p_i = i/n$ ), to „punktową” miarą nierówności zdefiniowaną przez Giniego był stosunek:  $R_i = (p_i - q_i)/p_i$ . Skoro numerowanie jednostek zaczynamy od najuboższej, to stosunek ten musi być zawsze mniejszy niż (lub równy) 1 (bo  $q_i \leq p_i$ ).  $R_i$  będzie wynosiło zero wówczas, gdy  $i$  pierwszych jednostek będzie posiadało taki udział w dochodach, jaki im się proporcjonalnie „należy”; jeden natomiast wówczas, gdy nie będą one posiadały nic. Jest to zatem elegancko wyskalowana miara. Jako łączną miarę dla całego rozkładu zaproponował zatem Gini średnią ważoną tych miar punktowych (bez ostatniej, która z konieczności musi być równa 0), gdzie wagami były wielkości proporcjonalne do wartości  $p_i$ . A konkretnie, aby wagi sumowały się do ilości wyrazów (czyli  $n - 1$ , bez ostatniego) były to wartości  $2p_i/n$  (gdyż  $\sum_{i=1}^{n-1} p_i = \sum_{i=1}^{n-1} (i/n) = n(n-1)/2$ ). Zatem tak określony współczynnik nierówności ma następującą postać:  $R = \sum_{i=1}^{n-1} (p_i - q_i) / \sum_{i=1}^{n-1} p_i$ . Minimalna wartość, jaką może przyjąć, wynosi zero – gdy wszystkie  $p_i$  równe są  $q_i$ , a maksymalna jeden, gdy wszystkie  $q_i$  są równe zero (czyli cały dochód skupiony jest w rękach jednej, ostatniej jednostki).

W następnych pracach Gini pokazał, że współczynnik  $R$  jest równoważny średniej różnicy,  $\Delta$ , wyskalowanej przez dwie wartości średnie, a także, że odpowiada on geometrycznej konstrukcji krzywej Lorenza w asymptotycznym przypadku, gdy  $n$ , liczba badanych jednostek, dąży do nieskończoności.

Warto wspomnieć tu o pewnej kontrowersji dotyczącej, zdawałoby się, mało znaczącego szczegółu. Niemniej niejasność ta znalazła

wyraz w publicznej naukowej dyskusji na łamach szanowanego periodyku [Jasso 1979] i, jak się okazało, brzemienne była w większe konsekwencje niżby to się mogło na pierwszy rzut oka wydawać. Otóż, kwestia sprowadza się do pytania: jeśli porównujemy wszystkie pary, wybrane z pewnego zbioru elementów, to czy porównujemy również dany element z samym sobą? Pytanie zdaje się trywialne, bo przecież wiadomo, że porównując daną wielkość z nią samą, nie zaobserwujemy żadnej różnicy, zatem wkład tego porównania do sumy różnic będzie zerowy. Jednakże to, czy uwzględniamy te porównania „sam ze sobą”, czy też nie, wpływa na liczbę porównywanych par. W pierwszym przypadku takich par jest  $n^2/2$ , w drugim natomiast:  $n(n-1)/2$ . A przecież wiadomo, że to „minus jeden” potrafi robić różnicę, jak uczy nas choćby teoria własności estymatorów. Okazuje się, że i w tym przypadku sprawa nie jest trywialna. Zaletą nieuwzględniania porównań typu „sam ze sobą”, jak to było w oryginalnej koncepcji Giniego, jest fakt, że dla każdej, jakkolwiek małej, liczby osób, gdy wszystkie zasoby skupione są w jednych rękach współczynnik nierówności, uzyskuje maksymalną możliwą wartość, czyli 1. Może się wydawać to „intuicyjnie” pociągające: jeśli jedna osoba ma wszystko, to jest to n a j w i ę k s z a możliwa nierówność: bardziej niesprawiedliwie nie mogłoby być. Choć i tu można by wysunąć kontrargument: jeśli, na przykład, są tylko dwie osoby, to nawet gdy wszystko należy do jednej z nich, tylko 50% osób jest wykluczonych z posiadania. Czy jest to faktycznie największa niesprawiedliwość, jaką można sobie wyobrazić? Czy nie przebiłoby jej wykluczenie 90% osób? (Rzecz jasna, w przypadku tylko dwóch nie jest to logicznie możliwe, niemniej wątpliwość pozostaje: czy miara nierówności nie powinna rozróżniać takich przypadków?). Z drugiej strony oryginalna propozycja Giniego zgodna jest z konstrukcją geometryczną krzywej Lorenza tylko w asymptotycznym przypadku, gdy  $n \rightarrow \infty$ . Przykładowo, łatwo sprawdzić, że dla dwóch osób, z których jedna ma wszystko, a druga nic, pole zawarte między krzywą koncentracji a linią równomiernego rozkładu wynosi 0,25, zatem po podzieleniu przez pole trójkąta otrzymamy 0,5, a nie 1, jak ze wzoru na współczynnik Giniego. Rzecz jasna, niekoniecznie jest to argument za modyfikacją wzoru: jego konstrukcja wychodzi z innych przesłanek, niezwiązanych z krzywą Lorenza, i dopiero wtórnie została z nią powią-



zana. Istnieje jednak inny problem. Oryginalny współczynnik Giniego nie spełnia tak zwanego aksjomatu symetrii populacji. Mówi on o tym, że po połączeniu dwóch identycznych populacji w jedną większą nierówność w tej wynikowej populacji powinna być taka sama, jak nierówności każdej z populacji wyjściowych. Współczynnik, który zawsze daje wartość równą 1 w przypadku, gdy całość zasobów skupiona jest w jednych rękach, nie spełnia tego aksjomatu. Przykładowo, weźmy dwie „populacje” po dwie osoby każda i w każdej z par przyznajmy całość zasobów jednej z osób. Z definicji w każdej z tych „populacji” współczynnik nierówności wynosi 1. Jednakże, jeśli połączymy wszystkie te cztery osoby w jedną grupę, mamy teraz dwie osoby nieposiadające nic i dwie osoby posiadające tyle samo. Współczynnik nie będzie równy 1 – wynosi 1 tylko wówczas, gdy wszystko jest w rękach jednej osoby, a tu mamy rozproszenie zasobów na dwie z nich. (Dokładnie, współczynnik Giniego liczony z oryginalnego wzoru, wyniesie w takiej sytuacji  $2/3$ .) Obecnie częściej używa się zmodyfikowanej postaci współczynnika Giniego, w którym uwzględnia się w kalkulacji również porównania każdego elementu z samym sobą.

## 7. Współcześnie

Corrado Gini na przeszło pół wieku zdominował włoską statystykę. Wedle znawcy biografii i pracy Giniego, Giovanniego M. Giorgiego, większość prac statystycznych pisanych przez włoskich naukowców za życia „mistrza” – choć niewątpliwie cennych poznawczo – nosiło jego piętno. Niewątpliwie taka monopolizacja tematyki i podejścia nie jest korzystna dla rozwoju nauki. Tym bardziej że Gini charakteryzował się osobowością mocno arogancką i nie miewał wątpliwości co do własnej słuszności, co A. Treves określiła jako „przesadną pewność co do wysokiej wartości własnych myśli” [Treves 2001]. Choć, niewątpliwie, podnoszone zastrzeżenia wiele wniosły do dyskursu naukowego, obecnie przypuszcza się, że Gini nie do końca rozumiał wszystkie aspekty tak zaciekle krytykowanych przez siebie teorii. Brakowało mu wszak formalnego wykształcenia matematycznego (pamiętajmy, że Gini ukończył studia na wydziale prawa), a wiele z bardziej abstrak-

cyjnych obliczeń zlecał do wykonania swoim uczniom [Giorgi 1993]. Gini bywał również zazdrosny o swoje dokonania i pozycję, wdając się w spory o pierwszeństwo, na przykład z von Bortkiewiczem o miary koncentracji. Rzecz jasna, miał prawo bronić swoich praw – Bortkiewicz ewidentnie był kilka lat z tyłu, nawet jeśli faktycznie nie znał wyników włoskiej szkoły statystyków. Niejaki niesmak budzić mogą zachowania innego typu. Profesor Benedetti 30 lat po śmierci swego szefa wspominał, jak to Gini wpadł w furię, gdy młodszy kolega przedstawił mu swoje obliczenia. Uogólniały one bowiem wynik Giniego. Nieopublikowany manuskrypt powędrował do szuflady [Giorgi 1996]. Źle reagował również na nawet czysto merytoryczną krytykę, zwłaszcza jakiegokolwiek uwagi odnośnie do współczynnika koncentracji [Giorgi 1993].

Większość prac Giniego, nawet jeśli niezwykle płodnych w następstwa, popadła w zapomnienie i nawet ci, którzy budują na fundamentach przez niego położonych, rzadko zdają sobie z tego sprawę. Trwałym i docenianym dziedzictwem pozostał natomiast współczynnik koncentracji, stworzony przez niego i nazwany jego imieniem. Bywa on znany nawet poza społecznością statystyków i jest najczęściej używany, również w popularnych doniesieniach prasowych.

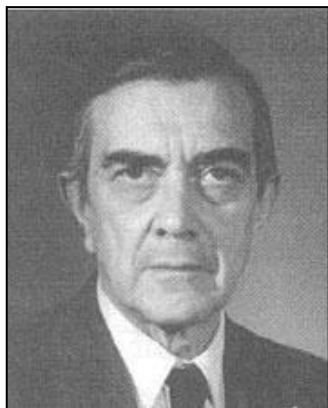
Być może jednak i to dziedzictwo odejdzie kiedyś do lamusa. Co raz częściej podnoszone są kwestie zasadności użycia tej właśnie miary nierówności. Proponowanych jest i zachwalanych wiele alternatywnych. Jeden z poważniejszych ataków przypuszczony został już w 1970 roku przez Anthony'ego B. Atkinsona [Atkinsona 1970]. Argumentował on, iż miara zaproponowana przez Giniego nie zawsze porządkuje różne rozkłady dochodów zgodnie z wklęsłą funkcją użyteczności. Oczywiście, w zamian Atkinson zaproponował inną miarę nierówności (a właściwie cały zestaw miar), również będących obecnie w powszechnym użyciu. Często stosowane są one w tych samych badaniach równolegle ze współczynnikiem Giniego przez naukowców nieświadomych, że dokonują niejako pojednania zwaśnionych stron. Rozumowanie Atkinsona było z kolei, jako oparte na ideologii utylitarystycznej, odrzucane przez Amartyę Sena [Giorgi 1990]. Obiekcje wobec współczynnika Giniego zgłaszane są również na innym gruncie. Jeśli spojrzymy na dane dotyczące tej wielkości dla różnych krajów, podawanych przez różne źródła, zobaczymy zaskakujące roz-

bieżności. Przykładowo, dla ostatnich lat współczynnik korelacji rang pomiędzy wartościami dla krajów europejskich podawanymi przez Eurostat oraz Narody Zjednoczone wynosi niewiele więcej niż 0,7, co musi świadczyć o małej wiarygodności przynajmniej jednego z tych – wydawałoby się, godnych zaufania – źródeł. Ostatnimi laty wpływowi naukowiec, James Galbraith, lansuje używanie statystyki Theila jako bardziej wiarygodnej. Sądzić można jednak, że prostota i intuicyjność współczynnika Giniego na długo jeszcze utrzyma jego wiodącą pozycję wśród miar nierówności, przynajmniej dla użytku zainteresowanych zjawiskiem nierówności naukowców spoza środowiska *stricte* statystycznego.

## Literatura

- Atkinson A.B., *On the measurement of inequality*, "Journal of Economic Theory" 1970, 2, s. 244-263.
- Boldrini M., *Corrado Gini. Obituary*, "Journal of the Royal Statistical Society A" 1966, 129, s. 148-150.
- Forcina A., *Gini's contributions to the theory of inference*, "International Statistical Review" 1982, 50, s. 65-70.
- Forcina A., Giorgi G.M., *Early Gini's contributions to inequality measurement and statistical Inference*, "Journal Électronique d'Histoire des Probabilités et de la Statistique" 2005, 1, 3, <http://www.jehps.net/Mars2005/ForcinaGiorgi.pdf>.
- Gini C., *Patologia economica*, 5th edition, Torino, Utet 1952.
- Gini C., *Sulla misura della concentrazione e della variabilità dei caratteri*, "Atti del R. Istituto Veneto di Scienze, Lettere ed Arti" 1914, LXXIII, s. 1203-48.
- Gini C., *The scientific basis of fascism*, "Political Science Quarterly" 1927, 42, s. 99-115.
- Giorgi G.M., *A fresh look at the topical interest of the Gini concentration ratio*, "Metron" 1993, LI, s. 83-98.
- Giorgi G.M., *Bibliographic portrait of the Gini concentration ratio*, "Metron" 1990, XLVIII, s. 183-221.
- Giorgi G.M., *Corrado Gini: the man and the scientist*, "Metron" 2011, LXIX, s. 1-28.
- Giorgi G.M., *Encounters with the Italian Statistical School: a conversation with Carlo Benedetti*, "Metron" 1996, LIV, s. 3-23.
- <http://www.umass.edu/wsp/statistics/tales/gini.html>.
- Jasso G., *On Gini's mean difference and Gini's index of concentration*, "American Sociological Review" 1979, 44, s. 867-870.
- Lehmann E.L., *The Fisher, Neyman-Pearson theories of testing hypotheses: One theory or two?*, "Journal of the American Statistical Association" 1993, 88, s. 1242-1249.
- Parisi D., *Corrado Gini (1884 –1965): The leading figure of the Italian group in the econometric society*, "History of Political Economy" 2011, 43, s. 211-232.

- Prevost J.G., *A Total Science. Statistics in Liberal and Fascist Italy*, McGill-Queen's University Press, Montreal 2009.
- Schneider M., *Measuring Inequality: The Origins of the Lorenz Curve and the Gini Coefficient*, ideas.repac.org, 2004, <http://ideas.repec.org/p/ltr/wpaper/2004.01.html>.
- Treves A., *Le nascite e la politica nell'Italia del novecento*, Edizioni Universitarie di Lettere, Economia e Diritto, Milano 2001.



Corrado Gini (1884-1965)

Źródło: <http://www.umass.edu/wsp/statistics/tales/gini.html>.