

PRACE NAUKOWE

Uniwersytetu Ekonomicznego we Wrocławiu

RESEARCH PAPERS

of Wrocław University of Economics

323

Inwestycje finansowe i ubezpieczenia – tendencje światowe a rynek polski



Redaktorzy naukowi

Krzysztof Jajuga

Wanda Ronka-Chmielowiec



Wydawnictwo Uniwersytetu Ekonomicznego we Wrocławiu
Wrocław 2013

Redaktor Wydawnictwa: Agnieszka Flasińska

Redaktor techniczny: Barbara Łopusiewicz

Korektor: Barbara Cibis

Łamanie: Małgorzata Czupryńska

Projekt okładki: Beata Dębska

Publikacja jest dostępna w Internecie na stronach:

www.ibuk.pl, www.ebscohost.com,

w Dolnośląskiej Bibliotece Cyfrowej www.dbc.wroc.pl,

The Central and Eastern European Online Library www.ceeol.com,

a także w adnotowanej bibliografii zagadnień ekonomicznych BazEkon

http://kangur.uek.krakow.pl/bazy_ae/bazekon/nowy/index.php

Informacje o naborze artykułów i zasadach recenzowania znajdują się

na stronie internetowej Wydawnictwa

www.wydawnictwo.ue.wroc.pl

Kopiowanie i powielanie w jakiegokolwiek formie

wymaga pisemnej zgody Wydawcy

© Copyright by Uniwersytet Ekonomiczny we Wrocławiu

Wrocław 2013

ISSN 1899-3192

ISBN 978-83-7695-351-9

Wersja pierwotna: publikacja drukowana

Druk: Drukarnia TOTEM

Spis treści

Wstęp	11
Adam Adamczyk: Poziom wewnętrznych źródeł finansowania jako determinanta inwestycji w działalność B + R przedsiębiorstw	13
Roman Asyngier: Ekonomiczne i prawne aspekty nieprawidłowości funkcjonowania rynku NewConnect. Ocena i propozycje zmian.....	23
Jacek Bialek: Zastosowanie autorskiego indeksu wydajności pracy do analizy dynamiki cen jednostek rozrachunkowych OFE	34
Magdalena Chmielowiec-Lewczuk: Zrównoważona Karta Wyników w zakładzie ubezpieczeń.....	43
Dawid Dawidowicz: Ocena efektywności nowych i pozostałych funduszy inwestycyjnych akcji polskich w latach 2000–2012.....	53
Ewa Dziwok: Weryfikacja modeli krzywej dochodowości na podstawie metod dynamicznych.....	66
Krzysztof Echaust: Zwroty dzienne a zwroty nocne – porównanie wybranych własności na przykładzie kontraktów <i>futures</i> notowanych na GPW w Warszawie.....	75
Urszula Gierałtowska: Inwestowanie w metale szlachetne jako alternatywna forma lokowania kapitału	88
Paweł Kliber: Spread WIBOR-OIS jako miara ryzyka kredytowego i premii płynnościowej	101
Karol Marek Klimczak: Struktura autoregresyjna zysku rezydualnego spółek z Polski, Niemiec i Francji.....	112
Anna Korzeniowska: Wybrane problemy rynku finansowego wynikające z sytuacji na rynku oszczędności gospodarstw domowych.....	120
Mieczysław Kowerski: Cateringowa teoria dywidend.....	128
Marzena Krawczyk: Adekwatność oferty instytucji rynku finansowego do potrzeb kapitałowych MŚP.....	142
Paweł Kufel, Magdalena Mosionek-Schweda: Wpływ doświadczenia giełdowego na koszt pozyskiwania kapitału na rynku Catalyst	151
Robert Kurek: Ewolucja konwergencji regulacji i sposobów nadzorowania na rynku ubezpieczeniowym UE.....	161
Sebastian Majewski, Mariusz Doszyń: Efekty wpływu czynników behawioralnych na stopy zwrotu z akcji spółek sektora budowlanego notowanych na GPW w Warszawie.....	170

Sebastian Majewski: Behawioralny portfel według Maslowa – analiza symulacyjna.....	180
Marta Malecka: Metody oceny jakości prognoz ryzyka rynkowego – analiza porównawcza	192
Aleksander R. Mercik: Wykorzystanie rozkładu t -Studenta do szacowania wartości zagrożonej	202
Artur Mikulec: Znormalizowany względem czasu τ wskaźnik Calmara i jego zastosowanie w analizie efektywności inwestycji portfelowych.....	212
Wojciech Misterek: Bariery w zakresie pozyskania zewnętrznych źródeł finansowania na realizację projektów innowacyjnych przedsiębiorstw	223
Paweł Niszczota: Wpływ języka raportowania na płynność spółek zagranicznych notowanych na GPW	232
Dorota Pekasiewicz: Wyznaczanie współczynnika bezpieczeństwa na podstawie kwantyla rozkładu sumy roszczeń w portfelu ubezpieczeń komunikacyjnych.....	241
Agnieszka Perepeczo: Reakcja akcjonariuszy na decyzje o wypłacie dywidendy w spółkach publicznych – wyniki badań empirycznych.....	253
Tomasz Pisula: Metodyczne aspekty zastosowania modeli skoringowych do oceny zdolności kredytowej z wykorzystaniem metod ilościowych.....	265
Paweł Porcenaluk: Analiza wybranych miar ryzyka płynności dla akcji notowanych na GPW w Warszawie w latach 2001–2011	289
Marcin Salamaga: Zastosowanie metody średniej kroczącej do badania zyskowności inwestycji na polskim rynku kapitałowym	298
Rafał Siedlecki: Prognozowanie trudności finansowych przedsiębiorstw z wykorzystaniem miary rozwoju Hellwiga	308
Anna Sroczyńska-Baron: Możliwości aplikacyjne gier mniejszościowych na Gieldzie Papierów Wartościowych	319
Michał Stachura, Barbara Wodecka: Asymetria w ujęciu Boshnakova – propozycja metody szacowania miar asymetrii z próby.....	328
Piotr Staszkiwicz: Verification of the disclosure lemma applied to the model for reputation risk for subsidiaries of non-public group with reciprocal shareholding on the Polish broker-dealers market.....	337
Anna Szymańska: Bayesowskie szacowanie stawek składki w ubezpieczeniach komunikacyjnych z wybranymi funkcjami straty	347
Jacek Welc: Prognozowana dynamika zysków spółek a obciążenie błędów prognoz – doświadczenia polskie	357
Jerzy Węclawski: Pożyczki hybrydowe jako alternatywna forma finansowania przedsiębiorstw	366
Ryszard Węgrzyn: Analiza wrażliwości zmienności implikowanej względem instrumentu podstawowego opcji – podejście dynamiczne.....	375
Stanisław Wieteska: Obciążenia obiektów budowlanych śniegiem jako element ryzyka w ubezpieczeniach majątkowo-osobowych w Polskim obszarze klimatycznym	385

Zuzanna Wośko: Odporność sektora bankowego w Polsce na szoki zewnętrzne w kontekście ryzyka kredytowego. Badanie zależności między zmiennymi makroekonomicznymi	397
Anna Zamojska: Wskaźnik Sharpe'a w teorii i w praktyce.....	406
Aneta Zglińska-Pietrzak: Bootstrapowe prognozy zmienności stóp zwrotu na podstawie modelu GARCH	415
Monika Zielińska-Sitkiewicz: Ocena kondycji rynku nieruchomości mieszkaniowych na podstawie badania danych z raportów finansowych firm deweloperskich.....	423

Summaries

Adam Adamczyk: The level of internal sources of finance as a determinant of investment in R & D of enterprises.....	22
Roman Asyngier: Economic and legal aspects of irregularities in the functioning of the NewConnect market. Assessment and suggestions for changes.....	33
Jacek Bialek: Application of the original index of labour productivity in the analysis of open pension funds' units dynamics.....	42
Magdalena Chmielowiec-Lewczuk: Balanced Scorecard in insurance company.....	52
Dawid Dawidowicz: Evaluation of efficiency of new Polish equity investment funds in comparison to the other investment funds in the period 2000–2012	65
Ewa Dziwok: Yield curve verification based on the correlation surface method	74
Krzysztof Echaust: Traded period returns and non-traded period returns – comparison of selected properties on the basis of futures contracts quoted on Warsaw Stock Exchange.....	87
Urszula Gieraltowska: Investing in precious metals as an alternative form of capital investment	100
Paweł Kliber: WIBOR-OIS spread as a measure of liquidity and default risk	111
Karol Marek Klimczak: Autoregressive structure of residual income of Polish, French and German firms.....	119
Anna Korzeniowska: Selected problems of financial market resulting from the situation on household savings market	127
Mieczysław Kowerski: Catering theory of dividends	141
Marzena Krawczyk: Adequacy of the offer given by financial market institution to capital needs of SMEs	150
Paweł Kufel, Magdalena Mosionek-Schweda: The impact of the stock-market experience on the cost of capital gained on the Catalyst market.....	160

Robert Kurek: The evolution in convergence of supervision regulations and methods on the European Union insurance market	169
Sebastian Majewski, Mariusz Doszyń: The effects of impact of behavioural factors on the rate of return of construction companies stocks listed on the Warsaw Stock Exchange.....	179
Sebastian Majewski: Behavioural portfolio according to Maslov – simulation analysis	191
Marta Malecka: Methods for evaluating Value-at-Risk forecasts – comparative analysis	201
Aleksander R. Mercik: Using the Student's t distribution in Value-at-Risk estimation.....	211
Artur Mikulec: Tau-normalized-Calmar ratio and its application in the analysis of portfolio investment efficiency	222
Wojciech Misterek: Barriers in obtaining external funding to the realization of innovative projects in companies	231
Paweł Niszczota: The language used in filings and the trading activity of foreign companies listed on the Warsaw Stock Exchange	240
Dorota Pekasiewicz: Determination of the safety factor based on quantile of the sum of claims distribution in the portfolio of automobile insurance....	252
Agnieszka Perepeczo: Market reactions to dividend announcements in public companies – empirical evidence.....	264
Tomasz Pisula: Methodological aspects of the application of credit scoring models to assess the creditworthiness with the use of quantitative methods	288
Paweł Porcenaluk: The analysis of the selected liquidity risk measures for stocks listed on the Warsaw Stock Exchange in 2001–2011 period.....	297
Marcin Salamaga: An application of moving average rules for testing the profitability of Polish stock market.....	307
Rafał Siedlecki: Forecasting financial problems of companies based on Hellwig measurement of development	318
Anna Sroczyńska-Baron: The application of the minority games and gambling on the stock exchange.....	327
Michał Stachura, Barbara Wodecka: Boshnakov's approach to asymmetry – proposal of estimation of sample asymmetry measures	336
Piotr Staszkiwicz: Weryfikacja lematu ujawnienia dla modelu ryzyka reputacji niepublicznych grup kapitałowych z powiązaniem wzajemnymi na polskim rynku firm inwestycyjnych	346
Anna Szymańska: Bayesian estimation of premium rates in motor insurance with selected loss functions	356
Jacek Welc: Forecasted earnings growth of companies and earnings forecast bias – Polish experience.....	365
Jerzy Węclawski: Hybrid loans as an alternative form of corporate finance ..	374

Ryszard Węgrzyn: Analysis of the sensitivity of implied volatility to the underlying instrument of option – a dynamic approach.....	384
Stanisław Wieteska: Overload of roofs of buildings with snow as an element of risk in property insurance in the Polish climate area.....	396
Zuzanna Wośko: Resilience of the Polish banking sector to external shocks in the context of credit risk. Analysis of the relationship between macro-economic variables	405
Anna Zamojska: Sharpe ratio – theory and practice.....	414
Aneta Zglińska-Pietrzak: Bootstrap predictions of returns for GARCH processes	422
Monika Zielińska-Sitkiewicz: Assessment of the condition of the Polish real estate market based on the data analysis from the financial statements of developers	437

Michał Stachura, Barbara Wodecka

Uniwersytet Jana Kochanowskiego w Kielcach

ASYMETRIA W UJĘCIU BOSHNAKOVA – PROPOZYCJA METODY SZACOWANIA MIAR ASYMETRII Z PRÓBY

Streszczenie: W opracowaniu przedstawiona jest koncepcja G.N. Boshnakova, dotycząca wybranych, alternatywnych, funkcyjnych i liczbowych miar asymetrii, odzwierciedlających asymetrię względem mody rozkładu. W odniesieniu do miar nazywanych krzywą asymetrii i współczynnikiem asymetrii zaproponowana jest autorska procedura estymacji, która następnie weryfikowana jest za pomocą badań symulacyjnych.

Słowa kluczowe: asymetria rozkładu, krzywa asymetrii, współczynnik asymetrii.

1. Wstęp

W ekonomicznych badaniach empirycznych niejednokrotnie stwierdza się, że lewe i prawe strony analizowanych rozkładów różnią się między sobą. Znamionym przykładem rozkładów niesymetrycznych – w ogólnym sensie – są zwroty z indeksów giełdowych czy też tempa wzrostu cen akcji. Wobec tego rozpoznanie rodzaju, kierunku i stopnia asymetrii analizowanego rozkładu empirycznego jest bardzo istotne, chociażby z tego powodu, że strategia inwestora na czas hossy nie może być „odwrotnością” strategii na czas bessy.

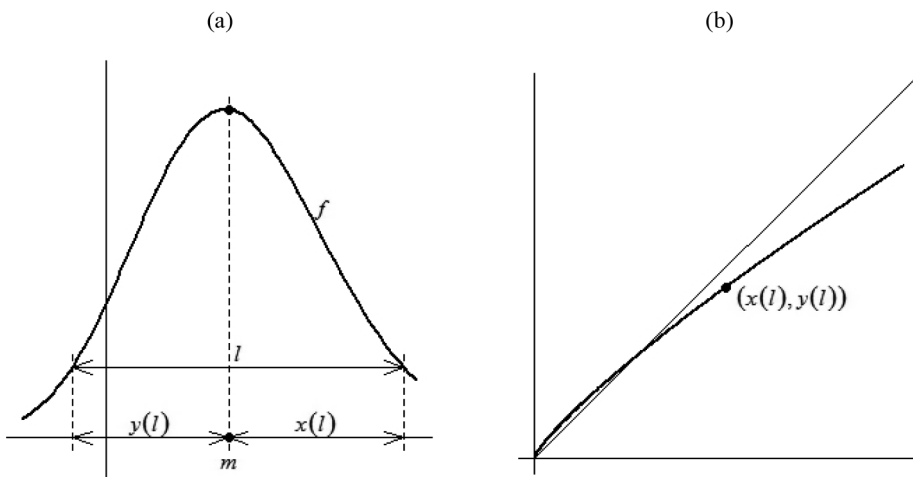
Istnieje wiele miar (liczbowych i funkcyjnych) służących badaniu asymetrii rozkładów (por. prace [Doksum 1975; MacGillivray 1986]). Jednak każda z nich ze względu na swą specyfikę odzwierciedla odmienną własność rozkładu, a ponadto każda ma pewne ograniczenia co do zakresu stosowalności.

Niniejsze opracowanie stanowi kontynuację wcześniejszych badań autorów (zebranych w opracowaniu [Stachura, Wodecka 2011]) dotyczących pomiaru asymetrii rozkładów. Celami opracowania są: 1) prezentacja koncepcji przedstawionej w pracy [Boshnakov 2007], traktującej o alternatywnych, funkcyjnych i liczbowych miarach asymetrii odzwierciedlających asymetrię względem mody, a nie jak zazwyczaj względem średniej lub mediany; 2) propozycja metody szacowania zdefiniowanych miar asymetrii.

2. Pomiar asymetrii w ujęciu Boshnakova

Przewagą koncepcji z pracy [Boshnakov 2007] jest zakres jej stosowalności, gdyż przy założeniu ciągłości i jednomodalności rozkładu¹ nie ma potrzeby czynić żadnych innych restrykcji, w szczególności w odniesieniu do momentów rozkładu, a zatem nie muszą istnieć nie tylko skośność czy odchylenie standardowe, ale nawet i wartość oczekiwana. Samo zaś ujęcie asymetrii w sensie Boshnakova można przedstawić następująco.

Niech dany będzie rozkład ciągły, jednomodalny o gęstości f , dystrybuancie F i modzie m . Wówczas dla dowolnie ustalonego $l > 0^2$ można dobrać jedyne takie $x = x(l)$ oraz $y = y(l)$, że $f(m + x) = f(m - y)$ oraz $l = x + y$. Powstają w ten sposób funkcje $x(l)$ i $y(l)$, które przez parametryzację $(x(l), y(l))$ określają na płaszczyźnie tzw. krzywą asymetrii. Istotę konstrukcji funkcji $x(l)$ i $y(l)$ oraz krzywej asymetrii oddają odpowiednio wykresy (a) i (b) na rys. 1³.



Rys. 1. Konstrukcja krzywej asymetrii

Źródło: opracowanie własne.

Krzywa asymetrii umożliwia rozpoznanie typu asymetrii rozkładu, ponieważ leżąc poniżej prostej $y = x$ (tzn. $x(l) > y(l)$), wskazuje na asymetrię dodatnią, natomiast

¹ W opracowaniu rozkład ciągły, jednomodalny rozumiany jest *ex definitione* jako rozkład, którego gęstość jest ściśle rosnąca w przedziale $(-\infty, m)$ i ściśle malejąca w przedziale $(m, +\infty)$, gdzie m jest modą. Z punktu widzenia analiz empirycznych szeregów czasowych (takich jak logarytmiczne stopy zwrotu) przyjmowane założenie nie jest restrykcyjne, gdyż za modelowe rozkłady teoretyczne przyjmuje się wówczas właśnie tego typu rozkłady.

² l nie może być jednak większe niż długość nośnika rozkładu, czyli $l \leq \text{diam}(\text{supp}(f))$.

³ Wszystkie prezentowane w opracowaniu wykresy wykonane są w środowisku R.

leżąc powyżej prostej $y = x$ (tzn. $x(l) < y(l)$), wskazuje na asymetrię ujemną. Możliwa jest także sytuacja jak na rys. 1, w której zmienne względem prostej $y = x$ położenie krzywej asymetrii wskazuje, że wewnętrzna (w odniesieniu do mody) część rozkładu jest asymetryczna w lewo, zaś stosownie duża część rozkładu – uwzględniająca ogony – asymetryczna w prawo. Widać więc, że krzywa asymetrii odzwierciedla kierunek i stopień asymetrii rozkładu od mody aż po krańce rozkładu.

Na podstawie funkcji $x(l)$ i $y(l)$ G.N. Boshnakov zdefiniował też znacznie wygodniejszą w interpretacji, syntetyczną, liczbową miarę asymetrii (oznaczaną dalej r_a i nazywaną współczynnikiem asymetrii). W pełni ogólności w tym celu odwołał się do funkcji rozmieszczenia masy (*decomposition concentration function*) G dowolnej miary μ (zadanej na σ -ciele zbiorów Borelowskich \mathcal{B}) względem miary Lebesgue'a \mathcal{L} , określonej:

$$G(l) = \sup \{ \mu(A) : \mathcal{L}(A) \leq l, A \in \mathcal{B} \} \text{ dla } l > 0 \quad (1)$$

$$G(l) = 0 \text{ dla } l \leq 0$$

oraz do istniejącej \mathcal{L} -prawie wszędzie pochodnej g tej funkcji (por. [Hengartner, Theodorescu 1973; Boshnakov 2003]). Na podstawie tych funkcji określił on r_a jako:

$$r_a = r_+ - r_-, \quad (2)$$

$$\text{gdzie: } r_+ = \text{IE}_g\left(\frac{x(l)}{l}\right) = \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{x(l)}{l} dG(l), \quad r_- = \text{IE}_g\left(\frac{y(l)}{l}\right) = \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{y(l)}{l} dG(l).$$

W przypadku jednak ciągłego, jednomodalnego rozkładu miary probabilistycznej funkcje G oraz g (będące wtedy *nota bene* dystrybuantą i odpowiadającą jej gęstością) daje się wyrazić bardzo prosto, gdyż (por. [Boshnakov 2003]):

$$G(l) = F(m+x(l)) - F(m-y(l)), \quad g(l) = f(m+x(l)) \text{ dla } l > 0 \quad (3)$$

$$G(l) = g(l) = 0 \text{ dla } l \leq 0.$$

Tak zdefiniowane współczynniki mają własności: $r_+, r_- \in \langle 0, 1 \rangle$, $r_+ + r_- = 1$, $r_a \in \langle -1, 1 \rangle$. Dzięki temu możliwa jest następująca, typowa interpretacja współczynnika asymetrii. Jeżeli $r_a < 0$, to rozkład charakteryzuje się asymetrią ujemną, a gdy $r_a > 0$ – dodatnią. Ponadto wartości $|r_a|$ bliskie 1 wskazują na silną asymetrię rozkładu.

Odnotować należy charakterystyczną własność miary r_a . Mianowicie decydujący wpływ na jej wartość ma obszar rozkładu zlokalizowany nieopodal mody, a obszary położone coraz dalej od mody mają wpływ coraz mniejszy⁴. Zatem znaczenie ogonów rozkładu może być w niektórych przypadkach wręcz znikome. Wobec tego, pomiaru asymetrii przy użyciu r_a powinno się dokonywać, gdy badane są rozkłady o lekkich ogonach lub przynajmniej gdy – z punktu widzenia prowadzonych analiz –

⁴ Własność ta jest bezpośrednią konsekwencją faktu, że $g(l)$ jako gęstość maleje do zera przy $l \rightarrow +\infty$.

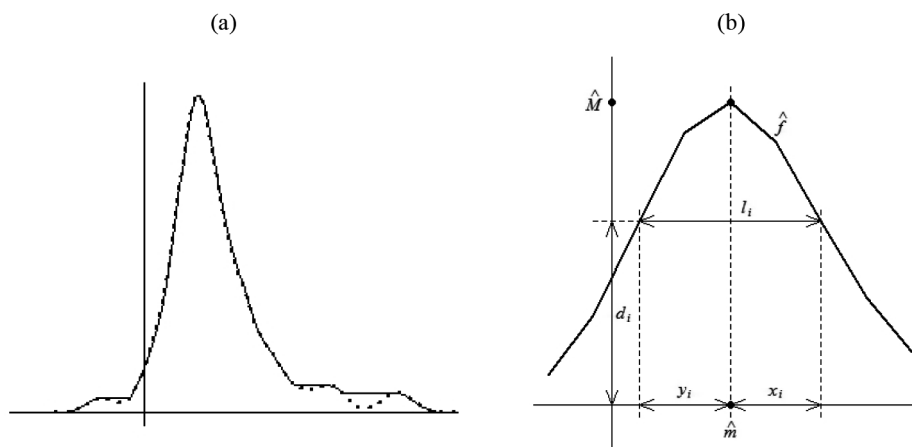
informacje wnoszone z ogonów rozkładów nie są zbyt istotne, tudzież celowo należy ograniczyć wkład tych informacji.

3. Metoda szacowania miar asymetrii

Zaproponowana w opracowaniu metoda estymacji nawiązuje wprost do zależności danych wzorami (3). Można ją ująć w formę następującego algorytmu.

1. Wyznaczana jest gęstość empiryczna \hat{f} w postaci linii łamanej opadającej na krańcach rozkładu próbkowego do zera⁵ oraz moda empiryczna \hat{m} i największa wartość gęstości empirycznej \hat{M} ($\hat{M} = \hat{f}(\hat{m})$).

Wyznaczenie gęstości jest zupełnie osobnym zagadnieniem i można się spotkać z wieloma rozwiązaniami tego problemu. Na potrzeby niniejszego opracowania wykorzystana jest gotowa funkcja z pakietu R z jej domyślnymi ustawieniami⁶. Przy tym w przypadkach, w których gęstość z próby nie w pełni odpowiada jednomodalności⁷ rozkładu, dokonywana jest jej korekta, polegająca na tym, że wartości z otoczenia każdego minimum lokalnego, leżącego z dala od mody, zostają zawyżone do



Rys. 2. (a) – korekta oszacowania gęstości (linia przerywana – przykładowe oszacowanie gęstości; linia ciągła – opisana korekta tego oszacowania); (b) – konstrukcja ciągów x_i, y_i, l_i

Źródło: opracowanie własne.

⁵ Taka postać gęstości jest jedynie intuicyjnym wyobrażeniem ciągu punktów „węzłowych” tej gęstości, do których odwołuje się algorytm. Łatwiej jest bowiem w ten sposób wyjaśnić istotę samej procedury szacowania. Co więcej, zastosowany estymator jądrowy daje gęstość właśnie w postaci ciągu punktów.

⁶ Użyto funkcję *density* z gaussowskim jądrem całkowym, zwracającą 512 punktów „węzłowych”. Wstępne badania symulacyjne pokazały, że wybór jądra całkowego w zasadzie nie ma wpływu na uzyskiwane oszacowania gęstości.

⁷ Tzn. w przypadkach, gdy z dala od mody rozkładu pojawiają się nieznaczne maksima lokalne.

wartości maksimum lokalnego, występującego bezpośrednio za tym minimum („za” w sensie „dalej od mody”)⁸ (por. wykres (a) na rys. 2).

2. Ustalany jest ciąg d_i ($i \in \{1, \dots, n\}$) poziomów cięć gęstości o wartościach z przedziału $(0, \hat{M})$ w taki sposób, by wartości ciągu skupiały się przy zerze, co w konsekwencji sprawia, że odpowiadające poziomom d_i długości l_i – wyznaczone w dalszym ciągu – przyrastają z grubsza równomiernie (tzn. $\Delta l_i = l_i - l_{i-1}$ są porównywalnych rzędów), dzięki czemu nie jest pomijany wkład obszarów leżących na ogonach rozkładu na wartości estymowanych miar.

W opracowaniu wybierano ciągi malejące wykładniczo do zera, postaci: $d_i = \hat{M} \cdot \exp\left(-\frac{bi}{n}\right)$, gdzie $b > 0$ jest parametrem doboranym zależnie od rozkładu⁹. Ogólnie zaś ciągi te z jednej strony powinny odpowiadać asymptotycie zaniku ogonów rozkładu, a z drugiej powinny być na tyle „gęste”, by właściwie pokryć rejon mody.

3. Wyznaczane są ciągi x_i , y_i , l_i w taki sposób, aby $l_i = x_i + y_i$, $d_i = \hat{f}(\hat{m} + x_i) = \hat{f}(\hat{m} - y_i)$. Procedura ta sprowadza się do prostych operacji algebraicznych (co ilustruje wykres (b) na rys. 2).

4. Za pomocą ciągu punktów (x_i, y_i) aproksymowana zostaje krzywa asymetrii. Wystarczy bowiem nanieść te punkty na wykres¹⁰.

5. Wyznaczane są sumy¹¹ $s_+ = \sum_{i=2}^n \frac{x_i}{l_i} d_i \Delta l_i$, $s_- = \sum_{i=2}^n \frac{y_i}{l_i} d_i \Delta l_i$, które służą

aproksymacji współczynnika asymetrii, obliczanego jako $\hat{r}_a = \hat{r}_+ - \hat{r}_-$, gdzie: $\hat{r}_+ = s_+ / (s_+ + s_-)$, $\hat{r}_- = s_- / (s_+ + s_-)$. Korekta wartości współczynników s_+ i s_- do \hat{r}_+ i \hat{r}_- , wynika z tego, że suma $s_+ + s_-$ obliczana na podstawie próby może się nieznacznie różnić od 1, co jest m.in. efektem korekty gęstości empirycznej nadmienionej w punkcie 1 algorytmu¹².

4. Badania symulacyjne

Aby zweryfikować zaproponowaną procedurę estymacji, przeprowadzono badania symulacyjne (wykonane w środowisku R) na podstawie rozkładów: standardowego normalnego (SN); t -Studenta o 3 stopniach swobody (TS); asymetrycznie-normal-

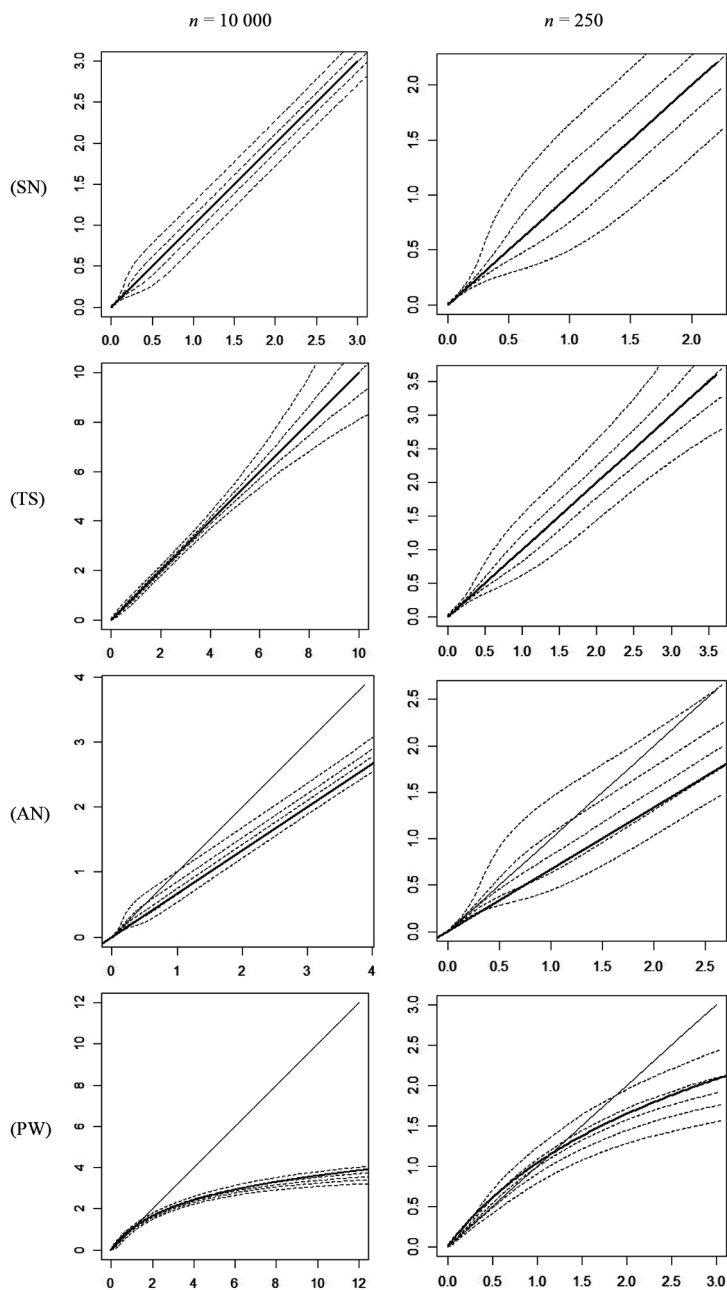
⁸ Trzeba mieć jednak świadomość, że taka transformacja powoduje, że uzyskana funkcja przestaje być gęstością (całka z niej jest większa od 1). Skutkuje to w efekcie koniecznością wprowadzenia korekty w szacowaniu wartości całek, opisanej w kroku 5. algorytmu.

⁹ Po wstępnych badaniach symulacyjnych przyjęto $b = 8$.

¹⁰ Algorytm w tym momencie można zakończyć, jeśli celem jest tylko oszacowanie krzywej asymetrii.

¹¹ Sumy te są przybliżeniami całek definiujących r_+ i r_- , opartymi na najprostszej metodzie aproksymacji całki za pomocą sumy pól prostokątów odzwierciedlających pole pod całkowaną funkcją.

¹² W przedstawianych dalej badaniach symulacyjnych stwierdzane są jedynie dodatnie odstępstwa od 1, przeciętnie o ok. 0,01–0,03.



Rys. 3. Linie kwantylowe z aproksymant krzywych asymetrii (linie przerywane) i teoretyczne krzywe asymetrii (ciągłe linie pogrubione)

Źródło: opracowanie własne.

nego¹³ z parametrami $a = 1,2$, $b = 0,8$ (AN); Pareto-wykładniczego¹⁴ z parametrami $\alpha = 2$, $\lambda = 2$, $c = 0,5$ (PW). Dla każdego rozkładu wysymulowano próbę ustalonej liczebności n (wybrano $n = 250$ oraz $n = 10\,000$)¹⁵ i na jej podstawie wyznaczono aproksymantę krzywej asymetrii, a następnie obliczono wartości: \hat{r}_+ , \hat{r}_- i \hat{r}_a . Taką procedurę powtórzono $J = 10\,000$ razy i na podstawie kompletu J replikacji wyznaczono linie kwantylowe (rzędów 0,1; 0,3; 0,5; 0,7; 0,9) z aproksymant krzywych asymetrii (ilustracja na rys. 3) oraz mediany z poszczególnych \hat{r}_+ , \hat{r}_- i \hat{r}_a (wyniki przedstawia tab. 1).

Wykresy z rys. 3 wskazują w przypadku rozkładów symetrycznych na idealną zgodność mediany aproksymant krzywej asymetrii z jej odpowiednikiem teoretycznym, a w przypadku niesymetrycznych – dość znaczącą zgodność linii kwantylowych z przebiegiem krzywej teoretycznej (w sensie bardzo zbliżonych kształtu i krzywizny oraz obejmowania przez linie kwantylowe tej krzywej). Widoczne jest także, iż wraz ze wzrostem liczebności próby następuje większe zbliżenie linii kwantylowych względem siebie (zaobserwowane również na – nieprezentowanych tu – parach wykresów sporządzanych w tych samych skalach).

Tabela 1. Oszacowania liczbowych miar asymetrii i ich wartości teoretyczne

Rozkład	Oszacowania symulacyjne (mediany)						Wartości teoretyczne ¹⁶					
	$n = 10\,000$			$n = 250$			numeryczne			analityczne		
	r_a	r_+	r_-	r_a	r_+	r_-	r_a	r_+	r_-	r_a	r_+	r_-
SN	0,00292	0,50176	0,49884	-0,0007	0,50024	0,50086	0,0000	0,5000	0,5000	0	0,5	0,5
TS	0,00032	0,50552	0,50515	-0,0012	0,51527	0,51652	0,0000	0,5000	0,5000	0	0,5	0,5
AN	0,11794	0,55897	0,44103	0,07829	0,53915	0,46085	0,1999	0,5999	0,4000	0,2	0,6	0,4
PW	0,01127	0,57703	0,56589	0,07953	0,5872	0,51203	-0,0924	0,4538	0,5462	-	-	-

Źródło: opracowanie własne.

Wyniki z tab. 1 dotyczące współczynnika asymetrii wskazują na bardzo dobre oszacowania tej miary dla rozkładów symetrycznych. Natomiast dla rozkładów nie-

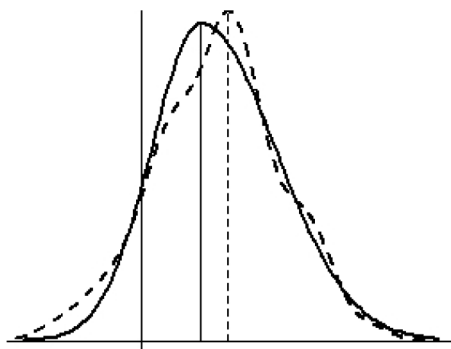
¹³ Wprowadzenie asymetrii w rozkładzie normalnym sprowadza się do prostego chwytu polegającego na osobnych liniowych przekształceniach ogonów gęstości f standardowego rozkładu normalnego do postaci: $cxf(at)$ dla $t \leq 0$ i $cxf(bt)$ dla $t \geq 0$, gdzie $a, b > 0$, zaś $c = 2ab/(a + b)$.

¹⁴ Rozkład ten ma prawy ogon typu Pareto z parametrem α , a lewy typu wykładniczego z parametrem λ . Z kolei stała c odpowiada za rozmieszczenie masy między ogony rozkładu i jest tak dobrana, aby rozkład był jednodobny. Pełna definicja tego rozkładu znajduje się w [Stachura, Wodecka 2011].

¹⁵ Liczebność 250 nawiązuje do liczby dni roboczych w ciągu roku kalendarzowego, a liczebność 10 000 – dająca dużą próbę – stanowi punkt odniesienia do weryfikacji dokładności stosowanych procedur.

¹⁶ Dla niektórych rozkładów nie jest możliwe analityczne wyznaczenie współczynników r_+ , r_- . Stąd podane zostały wartości tych współczynników wyznaczone numerycznie. Porównanie wartości numerycznych z analitycznymi (w przypadkach, dla których analityczne istnieją) wskazuje na dużą dokładność zastosowanej procedury numerycznej.

symetrycznych można zaobserwować pewne rozbieżności. Najprawdopodobniej wynika to z tego, że wykorzystany estymator jądrowy daje nie w pełni dokładne szacowania gęstości, a przez to także mody. Co gorsza ujawnia się wówczas także wyraźna tendencja do stałego zawyżania bądź zaniżania wartości mody¹⁷, ponieważ estymator jądrowy „symetryzuje” przebieg szacowanej gęstości w okolicach mody (por. rys. 4). W konsekwencji, pojawiające się na etapie wyznaczania aproksymant krzywych asymetrii, odstępstwa od linii teoretycznych nawarstwiają się podczas wyznaczania sum s_+ oraz s_- .



Rys. 4. Rozbieżność oszacowań mody. Linia ciągła przedstawia gęstość teoretyczną, linia przerywana zaś – gęstość oszacowaną na podstawie przykładowej próby wysymulowanej zgodnie z gęstością teoretyczną

Źródło: opracowanie własne.

5. Podsumowanie

Oprócz podanych już wniosków płynących bezpośrednio z symulacyjnej weryfikacji zaproponowanej metody szacowania miar asymetrii należy ponadto wspomnieć o faktach ogólniejszych.

Prezentowana metoda szacowania miar, dająca dość dobre oszacowania już w swej bieżącej wersji, wymaga wprowadzenia pewnych korekt – zdaniem auto-

¹⁷ W dodatkowych badaniach symulacyjnych, weryfikujących efekt jednokierunkowego przesunięcia mody z próby, stwierdzono, że dla analizowanych rozkładów symetrycznych na 1 000 000 powtórzeń odsetki przeszacowanych i niedoszacowanych wartości mody (niezależnie od liczebności prób – 250 lub 10 000) są bardzo zbliżone i wynoszą wręcz 50% do 50%, a dodatkowo średnia z estymowanych wartości mody jest bardzo bliska wartości teoretycznej (obciążenie: ok. $-0,00025$). Natomiast w przypadku rozkładów niesymetrycznych analogiczne odsetki są diametralnie inne i wynoszą ok. 67% do ok. 33%, a rząd obciążenia wzrasta (obciążenie: ok. 0,12 dla liczebności próby 250 i ok. 0,059 liczebności próby 10 000).

rów – przede wszystkim w odniesieniu do estymatora gęstości empirycznej. W tym zakresie istnieje potrzeba prowadzenia dalszych badań.

Przedstawione miary asymetrii, a w szczególności krzywa asymetrii, w bardzo intuicyjny sposób odzwierciedlają typ i stopień asymetrii rozkładu, odwołując się przy tym do całego nośnika rozkładu.

Zamieszczona w opracowaniu koncepcja asymetrii rozkładu względem mody stanowi, jeśli nie pewną alternatywę, to przynajmniej znaczące uzupełnienie metod pomiaru asymetrii w odniesieniu do średniej i mediany. Przewagami tej koncepcji są z pewnością prostota intuicji leżących u jej podstaw, a także bardzo duży zakres stosowalności.

Literatura

- Boshnakov G.N., 2003, *Confidence characteristics of distributions*, Statistics & Probability Letters, vol. 63, s. 353–360.
- Boshnakov G.N., 2007, *Some measures for asymmetry of distributions*, Statistics & Probability Letters, vol. 77, s. 1111–1116.
- Doksum K.A., 1975, *Measures of location and asymmetry*, Scandinavian Journal of Statistics, vol. 2, s. 11–22.
- Hengartner W., Theodorescu R., 1973, *Concentration functions*, Probability and Mathematical Statistics, vol. 20.
- MacGillivray H.L., 1986, *Skewness and asymmetry: Measures and orderings*, The Annals of Statistics, vol. 14, no. 3, s. 994–1011.
- Stachura M., Wodecka B., 2011, *Porównanie wybranych miar asymetrii rozkładów*, [w:] K. Jajuga, W. Ronka-Chmielowiec (red.), *Inwestycje finansowe i ubezpieczenia-tendencje światowe a rynek polski*, Prace Naukowe Uniwersytetu Ekonomicznego we Wrocławiu nr 183, s. 359–368.
- R Development Core Team, 2011, *R: A language and environment for statistical computing*, R Foundation for Statistical Computing, Vienna, Austria. <http://www.R-project.org/>.

BOSHNAKOV'S APPROACH TO ASYMMETRY – PROPOSAL OF ESTIMATION OF SAMPLE ASYMMETRY MEASURES

Summary: In the paper, a specific approach to measuring the asymmetry of distribution is presented. The approach was originally proposed by Boshnakov in 2007 and refers to quite intuitive ideas involving a mode of underlying distribution. Consequently, two notions: asymmetry curve, and asymmetry index are introduced. The authors propose an algorithm that serves to estimate mentioned measures, and they verify its accuracy by simulation research.

Keywords: Asymmetry, asymmetry curve, asymmetry index.