

PRACE NAUKOWE
Uniwersytetu Ekonomicznego we Wrocławiu nr 309
RESEARCH PAPERS
of Wrocław University of Economics No. 309

Spółeczno-gospodarcze aspekty statystyki

Redaktorzy naukowi

**Zofia Rusnak
Edyta Mazurek**



Wydawnictwo Uniwersytetu Ekonomicznego we Wrocławiu
Wrocław 2013

Redaktor Wydawnictwa: Joanna Szynal

Redaktor techniczny: Barbara Łopusiewicz

Korektor: Barbara Cibis

Łamanie: Beata Mazur

Projekt okładki: Beata Dębska

Publikacja jest dostępna w Internecie na stronach:

www.ibuk.pl, www.ebscohost.com,

The Central and Eastern European Online Library www.ceeol.com,

a także w adnotowanej bibliografii zagadnień ekonomicznych BazEkon

http://kangur.uek.krakow.pl/bazy_ae/bazekon/nowy/index.php

Informacje o naborze artykułów i zasadach recenzowania znajdują się na stronie internetowej Wydawnictwa

www.wydawnictwo.ue.wroc.pl

Kopiowanie i powielanie w jakiegokolwiek formie wymaga pisemnej zgody Wydawcy

© Copyright by Uniwersytet Ekonomiczny we Wrocławiu
Wrocław 2013

ISSN 1899-3192

ISBN 978-83-7695-398-4

Wersja pierwotna: publikacja drukowana

Druk: Drukarnia TOTEM

Spis treści

Wstęp	9
Tadeusz Bednarski: Rola Jerzego Sławy-Neymana w kształtowaniu metod statystycznej analizy przyczynowości	11
Filip Borowicz: Ocena możliwości uzupełnienia danych BAEL informacjami ze źródeł administracyjnych w celu dokładniejszej analizy danych o bezrobociu	19
Mariusz Donocik, Bogdan Kisiała, Mirosław Mróz, Beata Detyna, Jerzy Detyna: Przydatność testów nieparametrycznych Kruskala-Wallisa i mediany w długoterminowej ocenie parametrów kruszyw melafirowych	27
Mariusz Donocik, Bogdan Kisiała, Mirosław Mróz, Beata Detyna, Jerzy Detyna: Karty kontrolne w ocenie jakości kruszyw dla budownictwa drogowego.....	42
Czesław Domański: Uwagi o procedurach weryfikacji hipotez z brakującą informacją.....	54
Stanisław Heilpern: Zależne procesy ryzyka.....	62
Artur Lipieta, Barbara Pawelek, Jadwiga Kostrzewska: Badanie struktury wydatków w ramach wspólnej polityki UE z wykorzystaniem analizy korespondencji.....	78
Agnieszka Marciniuk: Dwa sposoby modelowania stopy procentowej w ubezpieczeniach życiowych	90
Beata Bieszk-Stolorz, Iwona Markowicz: Model nieproporcjonalnej intensywności Coxa w analizie bezrobocia	114
Edyta Mazurek: Statystyczna analiza podatku dochodowego od osób fizycznych.....	127
Katarzyna Ostasiewicz: Awersja do nierówności w modelowaniu użytkowania dóbr wspólnych.....	159
Piotr Peternek: Porównanie kart kontrolnych indywidualnych pomiarów uzyskanych z wykorzystaniem uogólnionego rozkładu lambda oraz krzywych Johnsona.....	179
Małgorzata Podogrodzka: Starzenie się ludności a płodność w Polsce w latach 1991-2010 – ujęcie regionalne	192
Renata Rasińska, Iwona Nowakowska: Jakość życia studentów w aspekcie znajomości wskaźników zrównoważonego rozwoju	203

Maria Rosienkiewicz, Jerzy Detyna: Analiza efektywności metod wyboru zmiennych objaśniających do budowy modelu regresyjnego	214
Jerzy Śleszyński: National Welfare Index – ocena nowego miernika rozwoju trwałego i zrównoważonego	236
Maria Szmuksta-Zawadzka, Jan Zawadzki: Wykorzystanie oszczędnych modeli harmonicznych w prognozowaniu na podstawie szeregów czasowych o wysokiej częstotliwości w warunkach braku pełnej informacji.....	261
Anna Zięba: O możliwościach wykorzystania metod statystycznych w badaniach nad stresem	278

Summaries

Tadeusz Bednarski: Role of Jerzy Sława-Neyman in statistical inference for causality	18
Filip Borowicz: Assessing the possibility of supplementing the Polish LFS data with register records for more detailed unemployment data analysis.	26
Mariusz Donocik, Bogdan Kisiała, Mirosław Mróz, Beata Detyna, Jerzy Detyna: Usefulness of nonparametric Kruskal-Wallis and median tests in long-term parameters assessment of melaphyre crushed rocks	41
Mariusz Donocik, Bogdan Kisiała, Mirosław Mróz, Beata Detyna, Jerzy Detyna: Control charts in the assessment of aggregates quality for road construction.....	53
Czesław Domański: Some remarks on the procedures of the verification of hypotheses under incomplete information.....	61
Stanisław Heilpern: Dependent risk processes	77
Artur Lipieta, Barbara Pawelek, Jadwiga Kostrzewska: Study of the structure of expenditure under the EU's common policy using correspondence analysis	89
Agnieszka Marciniuk: Two ways of stochastic modelling of interest rate in life insurances	113
Beata Bieszk-Stolorz, Iwona Markowicz: The Cox non-proportional hazards model in the analysis of unemployment.....	126
Edyta Mazurek: Statistical assessment of Personal Income Tax	158
Katarzyna Ostasiewicz: Inequality aversion in modeling the use of common pool resources	178
Piotr Peternek: Comparison of control charts of individual measurements based on general Lambda distribution and Johnson curves.....	191
Małgorzata Podogrodzka: The ageing of the population and fertility in Poland in the years 1991-2010 by voivodeships.....	202
Renata Rasińska, Iwona Nowakowska: Students' life quality in terms of knowledge of sustainable development indicators	213

Maria Rosienkiewicz, Jerzy Detyna: Efficiency analysis of chosen methods of explanatory variables selection within the scope of regression model construction.....	235
Jerzy Śleszyński: <i>National Welfare Index</i> – assessment of a new measure of sustainable development.....	260
Maria Szmuksta-Zawadzka, Jan Zawadzki: The application of harmonic models in forecasting based on high frequency time series in condition of lack of full information.....	277
Anna Zięba: About statistical methods in the study on stress.....	284

Maria Szmuksta-Zawadzka, Jan Zawadzki

Zachodniopomorski Uniwersytet Technologiczny w Szczecinie

WYKORZYSTANIE OSZCZĘDNYCH MODELI HARMONICZNYCH W PROGNOZOWANIU NA PODSTAWIE SZEREGÓW CZASOWYCH O WYSOKIEJ CZĘSTOTLIWOŚCI W WARUNKACH BRAKU PEŁNEJ INFORMACJI

Streszczenie: Praca poświęcona jest modelowaniu i prognozowaniu zmiennych o złożonych wahaniami cyklicznych z wykorzystaniem modeli szeregu czasowego. W modelach tych wahania o cyklu rocznym, tygodniowym i dobowym opisywane są za pomocą statystycznie istotnych składowych sinuso- i kosinusoidalnych. Rozważania o charakterze teoretycznym zilustrowane zostały przykładem empirycznym dotyczącym prognozowania inter- i ekstrapolacyjnego zapotrzebowania na moc energetyczną w okresach półgodzinnych dla wybranego wariantu luk niesystematycznych.

Słowa kluczowe: dane o wysokiej częstotliwości, modele harmoniczne, wahania sezonowe, luki w danych.

1. Wprowadzenie teoretyczne

W modelowaniu zarówno dla pełnych, jak i niepełnych danych, mających postać szeregów czasowych o wysokiej częstotliwości obserwowania, wykorzystywane są modele, w których wahania o cyklu rocznym (12 miesięcznym), tygodniowym (7-dniowym) oraz dobowym (24-godzinny) opisywane są za pomocą zmiennych zero-jedynkowych (por. [Kufel 2010; Szmuksta-Zawadzka, Zawadzki 2011a; 2011b]). Zmienne te dla danego miesiąca, dnia oraz okresu godzinnego lub półgodzinnego przyjmują wartość jeden oraz zero dla pozostałych podokresów. Zapis takiego modelu dla okresów półgodzinnych jest następujący:

$$Y_t = \alpha_1 t + \alpha_0 + \sum_{i=1}^{11} b_{0i} M_{it} + \sum_{j=1}^6 c_{0j} D_{jt} + \sum_{k=1}^{47} d_{0k} P_{kt} + U_t \quad (1)$$

gdzie: M_{it} – miesiąc, D_{jt} – dzień tygodnia, P_{kt} – okres półgodzinny w cyklu dziennym.

Na parametry: b_{0i} , c_{0j} , d_{0k} nakłada się zazwyczaj warunek sumowalności do zera:

$$\sum_{i=1}^{12} b_{0i} = \sum_{j=1}^7 c_{0j} = \sum_{k=1}^{48} d_{0k} = 0. \quad (2)$$

Z warunku (2) wynika, że dla określonego rodzaju wahań szacuje się o jeden parametr mniej, niż wynosi długość cyklu. Parametry: b_{0i} , c_{0j} oraz d_{0k} interpretowane są jako odchylenia od parametru α_0 , będącego średnią z parametrów $\alpha_{i,j,k}$. Oznacza to, że zazwyczaj dla ostatnich okresów cykli w macierzy zmiennych objaśniających zamiast zer występują elementy równe minus jeden. W równoważnym zapisie modelu (1) we wspomnianej macierzy zmiennych objaśniających występują zera. Parametry: b_{0i} , c_{0j} oraz d_{0k} interpretowane są wówczas jako odchylenia od parametru $\alpha_{12,7,48}$, odnoszącego się do ostatnich okresów poszczególnych rodzajów wahań cyklicznych.

W niniejszej pracy zostanie przedstawiona metoda opisu poszczególnych rodzajów wahań za pomocą wielomianów trygonometrycznych zawierających składowe harmoniczne sinuso- i kosinusoidalne. Liczby harmonik będących sumą składowych sinuso- i kosinusoidalnych dla wahań o cyklach rocznym i dobowym równe są połowie ich długości i wynoszą odpowiednio: 6 i 24. W przypadku wahań o cyklu 7-dniowym, ze względu na nieparzystą liczbę dni w tygodniu, jest ona równa połowie z pomniejszonej o 1 długości tego cyklu – wynosi zatem 3. Kolejne harmoniki będą odnosić się do wahań o cyklach: 7 ; 3,5 oraz 2,33 dnia.

Model harmoniczny ze złożoną sezonowością i z liniowym trendem można zapisać następująco:

$$Y_t = \alpha_t t + \alpha_0 + \sum_{i=1}^6 (a_{0i} \sin \omega_i t_m + b_{0i} \cos \omega_i t_m) + \sum_{j=1}^3 (a_{0j} \sin \omega_j t_d + b_{0j} \cos \omega_j t_d) + \sum_{k=1}^{24} (a_{0k} \sin \omega_k t + b_{0k} \cos \omega_k t) + U_t, \quad (3)$$

gdzie: $t_m = 1, 2, \dots, 12, \dots, 12 * r$

$t_d = 1, 2, \dots, 7, \dots, 365 *$,

$t = 1, 2, \dots, 48, \dots, 365 * 48 * r$,

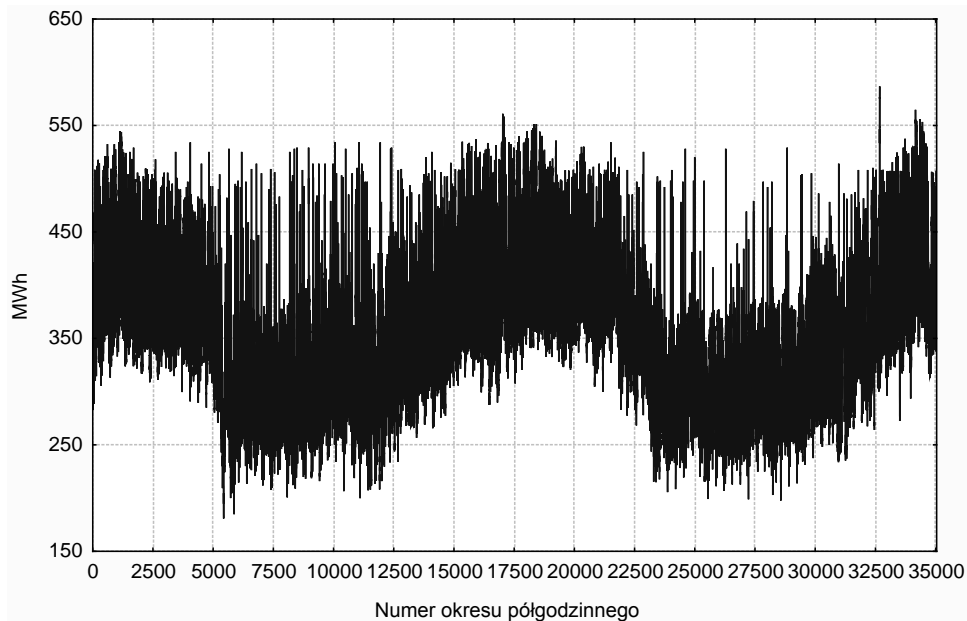
r – numer roku.

W modelu (3) występują trzy zmienne oznaczające czas, przy czym zmienne t_m i t_d mają charakter pomocniczy i odnoszą się one odpowiednio do kolejnych miesięcy lub dni tygodnia. Takie ich zdefiniowanie sprawia, że istnieje równoważność modelu z wielomianem trygonometrycznym (3) i modelu ze zmiennymi zero-jedynkowymi (1). Łączne wariancje wahań o poszczególnych długościach cykli można otrzymać, szacując dla zmiennej, z której wyeliminowano trend, modele zawierające wszystkie składowe harmoniczne lub wszystkie zmienne zero-jedynkowe. Ponieważ dla pełnych danych składowe harmoniczne dla wahań o różnych długościach cykli są nieskorelowane, wariancje te można sumować i tym samym wyznaczyć ich udział

ły w wyjaśnianiu ogólnej wariancji zmiennej prognozowanej. Jednocześnie dla każdego rodzaju wahań z osobna można wyznaczyć udziały wariancji poszczególnych składowych w ogólnej wariancji sezonowej.

2. Modelowanie zapotrzebowania na moc energetyczną dla pełnych i niepełnych danych

Modelowaniu, a następnie prognozowaniu zostanie poddane zapotrzebowanie na moc energetyczną w aglomeracji X w okresach półgodzinnych. Kształtowanie się zmiennej w okresie estymacyjnym (bez luk) obejmującym dwa lata (35 040 obserwacji) zostało przedstawione na rys. 1.



Rys. 1. Kształtowanie się zapotrzebowania na energię elektryczną w okresach półgodzinnych (w MW)

Źródło: [Szmuksta-Zawadzka, Zawadzki 2011b].

Szereg czasowy z lukami niesystematycznymi dotyczącymi zapotrzebowania na moc energetyczną w okresach półgodzinnych zostanie wykorzystany najpierw do szacowania parametrów oszczędnego modelu szeregu czasowego z wielomianem trygonometrycznym. Następnie zostaną zbudowane prognozy inter- i ekstrapolacyjne oraz wyznaczona zostanie ich dokładność. Rozpatrywany będzie jeden wariant luk w danych obejmujący: 2 z 12 miesięcy, 2 spośród 7 dni tygodnia oraz 4 spośród 48 okresów półgodzinnych. W pierwszym roku luki będą występować: w marcu, w sierpniu, w poniedziałki, w środy oraz w okresach półgodzinnych o numerach: 2, 14,

26 i 38. Natomiast w roku drugim: w maju, w październiku, we wtorki, w czwartki i w okresach półgodzinnych: 8, 20, 32 i 44. Luki niesystematyczne w szeregu czasowym otrzymano przez „wymazanie” danych z szeregu pełnego. W rozpatrywanym wariancie dostępne będą dane o 19 178 spośród 35 040 okresów półgodzinnych zawartych w pełnym szeregu (bez luk). Zatem luki obejmować będą ponad 45 procent jego długości. Dla okresów, w których wystąpiły luki, zostaną wyznaczone prognozy interpolacyjne. Natomiast trzeci rok będzie okresem empirycznej weryfikacji prognoz.

Przed analizą wyników modelowania przedstawimy, dla każdego rodzaju wahań z osobna, wielkości udziałów wariancji każdej ze składowych sinuso- i kosinusoidalnych w ogólnej wariancji sezonowej zmiennej prognozowanej. Jest to możliwe, ponieważ poszczególne składowe sinuso- i kosinusoidalne są ze sobą nieskorelowane. Jednocześnie nie są skorelowane także składowe należące do różnych rodzajów wahań. Fakt ten umożliwi wyznaczenie ich udziałów w wariancji sezonowej, będącej sumą wariancji o cyklu rocznym, tygodniowym i dobowym. Sumaryczne wariancje można wyznaczyć także, szacując modele ze zmiennymi zero-jedynkowymi. Po wyeliminowaniu trendu liniowego obliczono wielkości sum kwadratów w wyjaśnianiu zmienności zmiennej prognozowanej. Udziały wariancji poszczególnych rodzajów wahań były następujące:

- o cyklu rocznym 54,78%,
- o cyklu tygodniowym 8,01%,
- o cyklu dobowym 37,21%.

Z powyższych informacji wynika, że najwyższym udziałem charakteryzują się wahania o cyklu rocznym, a najmniejszym – o cyklu tygodniowym.

W tabeli 1 zestawione zostały natomiast udziały poszczególnych składowych sinuso- i kosinusoidalnych w wyjaśnianiu ogólnej wariancji sezonowej wahań o cyklach: rocznym (12-miesięcznym), tygodniowym (7-dniowym) oraz dobowym obejmującym 48 okresów półgodzinnych.

W zapisie składowych sinuso- i kosinusoidalnych użyte zostały skróty: $S_k - \sin \omega_k t$, $C_k - \cos \omega_k t$ odnoszące się do okresów półgodzinnych; poprzedzające je litery M i D oznaczają te składowe dla wahań o cyklach wynoszących odpowiednio: 12 miesięcy i 7 dni. W przypadku wahań o cyklu rocznym zdecydowanie największym udziałem, wynoszącym 75,78%, charakteryzuje się składowa kosinusoidalna o cyklu 12-miesięcznym. Następną w kolejności, z udziałem wynoszącym 18,22%, jest składowa sinusoidalna o takiej samej długości cyklu. Tak więc pierwsza harmonika wyjaśnia 94% łącznej wariancji sezonowej. Jeszcze tylko udziały dwóch składowych sinusoidalnych (o cyklach: półrocznym i czteromiesięcznym) przekraczają 2%.

Udziały składowych harmonicznnych wyjaśniających łączną wariancję wahań o cyklu tygodniowym wyglądają nieco inaczej. Zdecydowanie największy udział, wynoszący 60,51%, posiada pierwsza harmonika (o cyklu 7-dniowym), przy czym udziały składowych sinuso- i kosinusoidalnej wynoszą odpowiednio: 42,55% oraz

Tabela 1. Procentowe udziały składowych harmonicznych wahań o cyklach: rocznym, tygodniowym i dobowym

Składowa	Udział	Składowa	Udział	Harmonika
Cykl roczny (12-miesięczny)				
MS_1	18,22	MC_1	75,78	94,00
MS_2	2,09	MC_2	0,00	2,09
MS_3	2,70	MC_3	0,02	2,72
MS_4	0,28	MC_4	0,61	0,90
MS_5	0,00	MC_5	0,19	0,19
		MC_6	0,12	0,12
Suma	23,28		76,72	100,00
Cykl tygodniowy (7-dniowy)				
DS_1	42,55	DC_1	17,96	60,51
DS_2	19,93	DC_2	9,94	29,87
DS_3	0,11	DC_3	9,94	10,06
Suma	62,60		37,84	
Cykl dobowy (48 okresów półgodzinnych)				
S_1	51,16	C_1	21,30	72,46
S_2	22,40	C_2	3,85	26,25
S_3	0,03	C_3	0,00	0,03
S_4	0,00	C_4	0,46	0,46
S_5	0,61	C_5	0,01	0,61
S_6	0,01	C_6	0,00	0,01
S_7	0,01	C_7	0,00	0,01
S_8	0,02	C_8	0,01	0,03
S_9	0,00	C_9	0,02	0,02
S_{10}	0,01	C_{10}	0,00	0,01
S_{11}	0,00	C_{11}	0,01	0,01
S_{12}	0,05	C_{12}	0,00	0,05
S_{13}	0,00	C_{13}	0,00	0,00
S_{14}	0,00	C_{14}	0,00	0,01
S_{15}	0,00	C_{15}	0,00	0,00
S_{16}	0,00	C_{16}	0,00	0,00
S_{17}	0,00	C_{17}	0,00	0,00
S_{18}	0,01	C_{18}	0,00	0,01
S_{19}	0,00	C_{19}	0,00	0,00
S_{20}	0,00	C_{20}	0,00	0,00
S_{21}	0,00	C_{21}	0,00	0,00
S_{22}	0,00	C_{22}	0,00	0,00
S_{23}	0,00	C_{23}	0,00	0,00
		C_{24}	0,01	0,01
Suma	74,33		25,67	100,00

Źródło: obliczenia własne.

17,96%. Blisko 20-procentowy udział posiada składowa sinusoidalna o cyklu 3,5-dniowym. Ponadto blisko 10-procentowe udziały posiadają składowe kosinusoidalne o cyklach: 3,5- oraz 2,33-dniowym.

Spośród 47 składowych harmonicznych odnoszących się do wahań o cyklu dobowym zdecydowanie największym udziałem w wyjaśnianiu wariacji sezonowej, wynoszącym 51,16%, charakteryzowała się pierwsza składowa sinusoidalna (S_1) o cyklu obejmującym 48 okresów półgodzinnych. Następnymi w kolejności są: druga składowa sinusoidalna o cyklu 24 okresowym (22,40%) oraz pierwsza składowa kosinusoidalna (21,30%). Te trzy składowe wyjaśniają łącznie prawie 95% zmienności sezonowej, przy czym udział pierwszej harmoniki wynosi blisko 72,5%.

Jeszcze tylko składowa kosinusoidalna o cyklu 24-okresowym posiada udział wyższy niż 1%, wynoszący 3,85%. Natomiast łączny udział pozostałych 43 składowych jest niższy od 1,3%. Tak duża koncentracja dwóch pierwszych harmonik w wyjaśnianiu wariacji sezonowej przemawia w sposób jednoznaczny za budową modeli oszczędnych, zawierających statystycznie istotne składowe.

W modelowaniu zostanie wykorzystane równanie, w którym wielomiany trygonometryczne opisywać będą wahania o cyklach: 12-miesięcznym, 7-dniowym i dobowym, obejmującym 48 okresów półgodzinnych. Liczby składowych harmonicznych (łącznie sinuso- i kosinusoidalnych) opisujących wahania o określonych długościach cykli będą pomniejszonymi o jeden ich długościami. Zatem wynosić one będą odpowiednio: 11,6 oraz 47. W celach porównawczych zostanie oszacowany model oszczędny dla pełnych danych, a następnie na jego podstawie zostaną wyznaczone prognozy ekstrapolacyjne. Do wyboru istotnych składowych harmonicznych zostanie wykorzystana, w ramach regresji krokowej, procedura selekcji *a priori*, bazująca na częściowym teście F.

W modelach występować będą także zmienne zero-jedynkowe oznaczające występowanie świąt oraz Wielkiej Soboty (S_{it}) oraz opóźniona o jedną dobę (48 okresów półgodzinnych) zmienna prognozowana (Y_{t-48}). Zapis takiego modelu będzie następujący:

$$Y_t = \alpha_1 t + \alpha_0 + \sum_{i=1}^6 (a_{0i} \sin \omega_i t_m + b_{0i} \cos \omega_i t_m) + \sum_{j=1}^3 (a_{0j} \sin \omega_j t_d + b_{0j} \cos \omega_j t_d) + \sum_{k=1}^{24} (a_{0k} \sin \omega_k t + b_{0k} \cos \omega_k t) + \sum_{l=1}^r \gamma_{l0} S_{lt} + \delta Y_{t-48} + U_t, \quad (4)$$

gdzie:

$$\omega_i = \frac{2\pi * i}{12}, \quad i = 1, \dots, 6; \quad \omega_j = \frac{2\pi * j}{7}, \quad j = 1, 2, 3; \quad \omega_k = \frac{2\pi * k}{24}, \quad k = 1, 2, \dots, 24.$$

W tabeli 2 zamieszczone zostały oceny współczynników struktury stochastycznej równań dla pełnych danych zawierających zarówno wszystkie składowe (PEL), jak i składowe istotne statystycznie, wybrane metodą selekcji *a priori* (model oszczędny PEL_O). Obliczenia zostały wykonane w Statistica 10 oraz Excel. Tabela

ta zawiera także oceny tych samych parametrów dla modeli z lukami niesystematycznymi – oznaczone zostały one odpowiednio przez NS oraz NS_O.

Tabela 2. Oceny parametrów struktury stochastycznej i błędów prognoz ogółem modeli zawierających wszystkie składowe i modeli oszczędnych

Model	R ²	S _e (MWh)	V _s (%)	B _{int} (%)	B-ex.(%)
PEL	0,8537	27,77	7,59		5,27
PEL_O	0,8538	27,76	7,58		5,13
NS	0,8609	27,06	7,39	5,78	5,54
NS_O	0,8609	27,04	7,39	5,81	5,54

Źródło: obliczenia własne.

Ponadto zestawiono w niej oceny błędów prognoz interpolacyjnych otrzymanych na podstawie modeli z lukami w danych oraz błędy prognoz ekstrapolacyjnych dla wszystkich modeli. Z kształtowania się ocen współczynników determinacji wynika, że w modelu dla pełnych danych jest on tylko nieznacznie wyższy od oceny otrzymanej dla modelu PEL_O oraz dla obu modeli z lukami niesystematycznymi. Taka sama relacja ma miejsce w przypadku ocen odchylenia standardowego składników losowych.

Ponieważ otrzymane dla modeli oszczędnych oceny zarówno parametrów struktury stochastycznej, jak i błędów prognoz ekstrapolacyjnych, różnią się bardzo nieznacznie od odpowiednich ocen modeli zawierających wszystkie składowe, w toku dalszej analizy przeprowadzone będzie porównanie dokładności prognoz otrzymanych na podstawie modeli oszczędnych (PEL_O oraz NS_O). Zostanie ona poprzedzona analizą dokładności prognoz interpolacyjnych otrzymanych na podstawie modeli NS oraz NS_O.

W tabeli 3 zestawione zostały oceny parametrów modeli pełnych (zawierających wszystkie składowe harmoniczne) i modeli „oszczędnych” (zawierających składowe statystycznie istotne), oszacowane na podstawie danych bez luk i z lukami niesystematycznymi. Zmienne (składowe) w modelach oszczędnych zostały wybrane za pomocą procedury selekcji *a priori*.

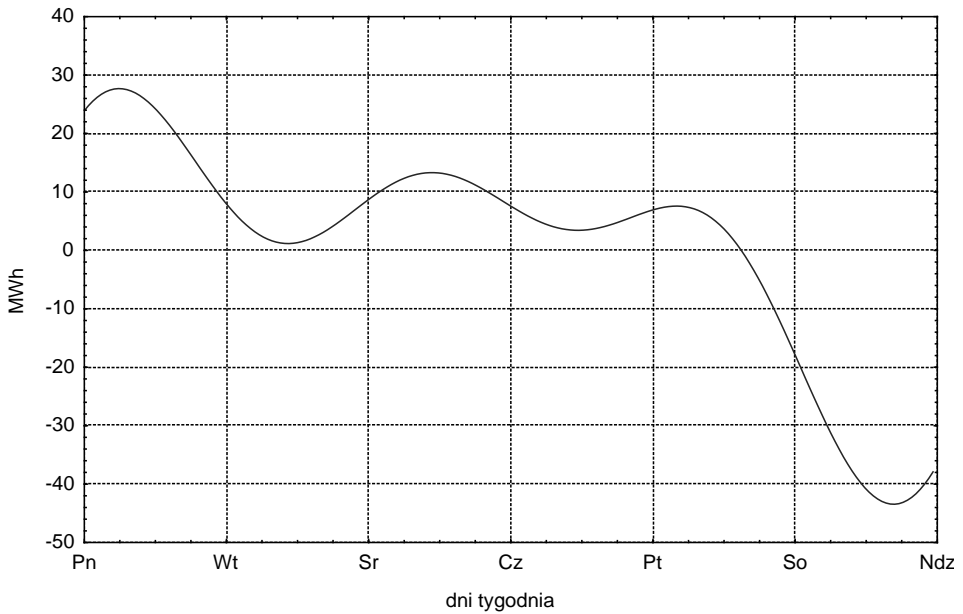
Na rysunkach 2 i 3 przedstawione zostaną na przykładzie modelu dla pełnych danych wykresy funkcji opisujących dla jednego cyklu wahań sezonowe o rocznym i tygodniowym okresie wahań. Linie pionowe dla kolejnych dni tygodnia lub miesięcy wyznaczają wielkości składników sezonowości.

Natomiast dla wahań o cyklu dobowym składającym się z 48 okresów półgodzinnych przedstawione zostanie w postaci graficznej, także dla jednego cyklu, kształtowanie się ocen składników sezonowości (rys. 4). Obliczono je jako sumy iloczynów ocen parametrów występujących przy składowych harmonicznych S_1-C_{24} oraz wartości tych składowych dla $t = 1, 2, \dots, 48$).

Tabela 3. Oceny parametrów strukturalnych modeli zawierających wszystkie składowe i modeli oszczędnych dla pełnych i niepełnych danych

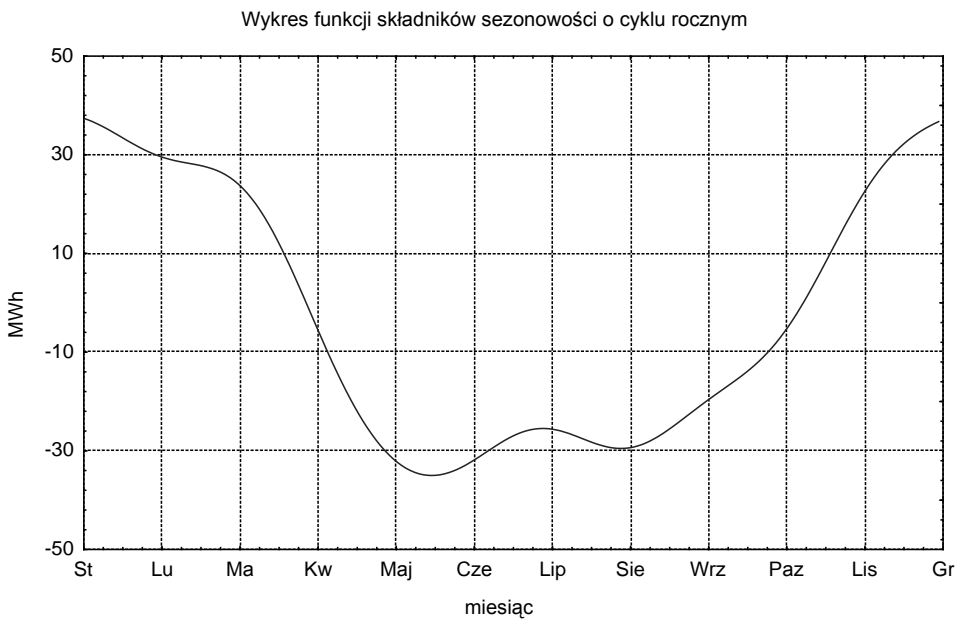
	PEL	PEL_O	NS	NS_O		PEL	PEL_O	NS	NS_O		PEL	PEL_O	NS	NS_O
<i>W. wolny</i>	206,49	196,25	182,58	183,09	S_9	-0,1613	0	-0,0214	0	C_{12}	-0,0317	0	0,1584	0
MS_1	16,3512	15,7109	16,03	16,0512	S_{10}	0,2326	0	0,2279	0	C_{13}	-0,0184	0	0,1618	0
MS_2	4,6545	4,3939	3,568	3,6133	S_{11}	0,08867	0	0,008	0	C_{14}	-0,1843	0	-0,2065	0
MS_3	-5,8732	-5,4993	-5,8506	-5,881	S_{12}	-0,71032	0	-0,4439	-0,4434	C_{15}	-0,0159	0	-0,0961	0
MS_4	1,4309	0	1,3444	1,3198	S_{13}	0,1286	0	0,3896	0,3553	C_{16}	-0,0015	0	0,1168	0
MS_5	-0,8666	0	-0,3985	-0,3962	S_{14}	0,1532	0	0,2666	0,2817	C_{17}	-0,0353	0	-0,0599	0
MC_1	33,4193	32,0938	29,6463	29,7064	S_{15}	0,045	0	-0,0175	0	C_{18}	-0,1003	0	0,0444	0
MC_2	1,2551	0	0,9164	0,9103	S_{16}	-0,1201	0	0,0149	0	C_{19}	0,16174	0	0,1127	0
MC_3	1,6112	0	-0,1605	0	S_{17}	-0,0871	0	0,0352	0	C_{20}	-0,0177	0	-0,0901	0
MC_4	2,2946	0	1,644	1,6605	S_{18}	0,2752	0	0,1559	0	C_{21}	0,0282	0	-0,4227	-0,3895
MC_5	-1,0987	0	-0,8698	-0,8894	S_{19}	0,0821	0	0,2015	0	C_{22}	0,0237	0	0,1213	0
MC_6	-0,7352	0	-1,4267	-1,423	S_{20}	-0,0643	0	-0,0055	0	C_{23}	0,0323	0	-0,0009	0
DS_1	17,4566	17,0717	16,744	16,7557	S_{21}	-0,0694	0	-0,0647	0	C_{24}	0,17692	0	0,0206	0
DS_2	8,9854	8,8193	9,6658	9,6302	S_{22}	-0,0267	0	-0,1035	0	t	6,10E-06	0	0,00016	0,00016
DS_3	-0,23277	0	0,99251	1,0153	S_{23}	0,0154	0	0,0441	0	Y_{t-48}	0,4406	0,468	0,4983	0,497
DC_1	-1,4351	0	0,2174	0	C_1	-14,4056	-13,7038	-10,0672	-10,1445	N_{ROK}	-69,26	-68,88	-69,2	-68,94
DC_2	13,6044	14,2691	15,0467	15,0096	C_2	6,1106	5,8116	5,5682	5,5483	W_{SOB}	-21,9	0	-22,67	-22,83
DC_3	11,6626	11,8219	10,5282	10,4921	C_3	0,1835	0	-0,5773	-0,5469	W_{NOC}	-49,72	-47,99	-49,72	-31,91
S_1	-22,2932	-21,2035	-19,7673	-19,8294	C_4	-2,1131	0	-0,9447	-0,9283	$!-3 MAJ$	-38,3	-39,41	-38,3	-25,14
S_2	-14,7636	-14,0432	-10,8147	-10,8711	C_5	-0,2342	0	0,1253	0	B_C	-30,98	0	-23,97	-23,85
S_3	-0,5475	0	-0,5741	-0,5898	C_6	0,1515	0	0,0645	0	$WNMP$	-44,89	0	-42,1	-42,37
S_4	-0,0938	0	-0,6675	-0,6264	C_7	-0,0602	0	-0,1828	0	$W_{\acute{S}W}$	-89,96	-87,65	-78,94	-79,67
S_5	-2,432	0	-1,9729	-1,9573	C_8	-0,3011	0	-0,3174	-0,3258	SW_{NIEP}	-13,33	-15	-15	-14,95
S_6	0,3304	0	0,4071	0,3714	C_9	-0,3999	0	-0,2399	0	B_{NAR}	-62,38	-58,31	-38,39	-38,55
S_7	0,3112	0	0,2202	0	C_{10}	0,1825	0	-0,0916	0					
S_8	-0,4828	0	-0,5154	-0,5053	C_{11}	-0,2457	0	-0,177	0					

Źródło: obliczenia własne.



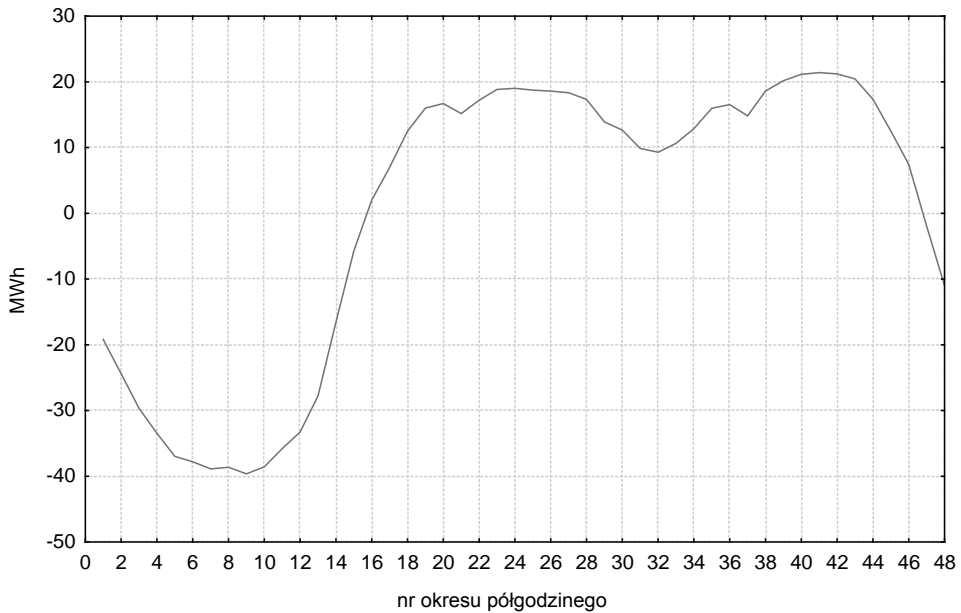
Rys. 2. Wykres funkcji składników sezonowości o cyklu tygodniowym

Źródło: opracowanie własne.



Rys. 3. Wykres funkcji składników sezonowości o cyklu rocznym

Źródło: opracowanie własne.



Rys. 4. Składniki sezonowości o cyklu dobowym

Źródło: opracowanie własne.

Wielkość złożonych wahań sezonowych dla danego okresu półgodzinnego będzie sumą ocen składników sezonowości dla wahań składowych o cyklach: rocznym, tygodniowym i miesięcznym.

Z porównania ocen parametrów występujących przy składowych harmonicznych opisujących poszczególne rodzaje wahań szacowanych na podstawie szeregu bez luk wynika, że ich oceny dla obu wersji (pełnej i wybranej metodą selekcji *a priori*) są zbliżone. Zazwyczaj nie przekraczają one 1-2 MWh. Spośród 64 składowych harmonicznych do modelu oszczędnego weszło tylko 12 – po cztery dla każdego rodzaju wahań. Dla wahań o cyklu rocznym są to te składowe, których udziały w wyjaśnianiu wariacji sezonowej przekraczały 2%, a dla cyklu dobowego 3,84%. W przypadku wahań o cyklu tygodniowym spośród pięciu składowych do modelu weszły cztery. Nie znalazła się w nim składowa kosinusoidalna o cyklu 7-dniowym, a znalazły się w niej dwie następne składowe kosinusoidalne, których łączny udział w wyjaśnianiu wariacji sezonowej był tylko nieznacznie wyższy niż udział pierwszej składowej.

Już pierwszy rzut oka na oszacowanie modeli otrzymanych na podstawie obu rodzajów danych wskazuje, że do modelu dla niepełnych danych „weszło” znacznie więcej składowych harmonicznych. Odnosi się to szczególnie do cyklu 12-miesięcznego oraz do cyklu dobowego. Spośród 11 składowych o cyklu rocznym do modelu weszło 10, tj. o 6 więcej niż w modelu oszczędnym dla wersji pełnych. Liczba skła-

Tabela 4. Oceny współczynników korelacji liniowej składowych harmonicznych dla wahań o cyklu rocznym i dobowym dla szeregu z lukami w danych

	MS_1	MS_2	MS_3	MS_4	MS_5	MC_1	MC_2	MC_3	MC_4	MC_5	MC_6	DS_1	DS_2	DS_3	DC_1	DC_2	DC_3
MS_1	1,00	0,03	0,04	0,05	0,04	0,04	-0,01	0,01	-0,16	-0,05	0,23	0,00	0,00	-0,01	0,02	0,00	0,02
MS_2	0,03	1,00	0,08	0,07	0,07	0,00	0,05	-0,17	-0,05	0,16	-0,08	0,00	-0,02	-0,06	0,03	-0,01	0,08
MS_3	0,04	0,08	1,00	0,08	0,04	0,09	-0,15	0,00	0,15	-0,09	0,00	0,01	0,01	0,04	-0,01	-0,01	-0,05
MS_4	0,05	0,07	0,08	1,00	0,05	-0,16	0,03	0,16	-0,06	0,00	-0,06	-0,02	-0,02	0,02	0,03	0,00	-0,02
MS_5	0,04	0,07	0,04	0,05	1,00	0,07	0,19	-0,01	0,02	-0,06	-0,01	0,02	0,01	-0,02	0,00	0,00	0,01
MC_1	0,04	0,00	0,09	-0,16	0,07	1,00	0,04	0,11	-0,03	0,04	-0,05	0,00	0,00	0,00	0,01	0,00	0,00
MC_2	-0,01	0,05	-0,15	0,03	0,19	0,04	1,00	0,00	0,08	-0,02	0,05	0,01	0,00	0,03	-0,02	0,02	-0,04
MC_3	0,01	-0,17	0,00	0,16	-0,01	0,11	0,00	1,00	0,00	0,11	0,02	-0,02	-0,03	-0,05	0,03	-0,01	0,07
MC_4	-0,16	-0,05	0,15	-0,06	0,02	-0,03	0,08	0,00	1,00	0,05	0,11	-0,04	0,01	-0,02	-0,01	-0,01	0,05
MC_5	-0,05	0,16	-0,09	0,00	-0,06	0,04	-0,02	0,11	0,05	1,00	0,06	-0,01	0,01	0,05	0,01	-0,01	-0,06
MC_6	0,23	-0,08	0,00	-0,06	-0,01	-0,05	0,05	0,02	0,11	0,06	1,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	-0,01
DS_1	0,00	0,00	0,01	-0,02	0,02	0,00	0,01	-0,02	-0,04	-0,01	0,00	1,00	0,02	-0,02	0,00	0,16	0,01
DS_2	0,00	-0,02	0,01	-0,02	0,01	0,00	0,00	-0,03	0,01	0,01	0,00	0,02	1,00	0,01	-0,29	0,06	0,21
DS_3	-0,01	-0,06	0,04	0,02	-0,02	0,00	0,03	-0,05	-0,02	0,05	0,00	-0,02	0,01	1,00	0,08	-0,26	0,22
DC_1	0,02	0,03	-0,01	0,03	0,00	0,01	-0,02	0,03	-0,01	0,01	0,00	0,00	-0,29	0,08	1,00	-0,11	-0,12
DC_2	0,00	-0,01	-0,01	0,00	0,00	0,00	0,02	-0,01	-0,01	-0,01	0,00	0,16	0,06	-0,26	-0,11	1,00	-0,11
DC_3	0,02	0,08	-0,05	-0,02	0,01	0,00	-0,04	0,07	0,05	-0,06	-0,01	0,01	0,21	0,22	-0,12	-0,11	1,00

Źródło: opracowanie własne.

dowych harmonicznych o cyklu tygodniowym zwiększyła się o składową DS_3 , której udział w wyjaśnianiu wariacji sezonowej był zerowy. Zjawisko wzrostu liczby składowych w modelach dla niepełnych danych nie jest niespodzianką. Wynika to z faktu, że część współczynników korelacji liniowej między składowymi harmonicznymi, w odróżnieniu od modelu dla pełnych danych, przyjęła wartości różne od zera (por. [Zawadzki (red.) 2003]).

W tabeli 4 przedstawione zostały oceny współczynników korelacji składowych dla wahań o cyklu rocznym i tygodniowym. Z informacji zawartych w tabeli wynika, że znacznie bardziej od zera różnią się oceny współczynników korelacji dla składowych kosinusoidalnych o cyklu rocznym, zwłaszcza te, które dotyczą ich skorelowania ze składowymi sinusoidalnymi. Oceny skrajne wynoszą odpowiednio: $-0,17$ oraz $0,23$. Dla danych o cyklu tygodniowym w trzech przypadkach odnotowano oceny przekraczające, co do wartości bezwzględnej, $0,15$. Maksymalną ocenę, wynoszącą $-0,29$, otrzymano dla składowych DS_2 i DC_1 .

Widoczne jest także stosunkowo niewielkie skorelowanie składowych należących do różnych cykli. Maksymalne oceny, co do wartości bezwzględnej, otrzymano dla składowych MS_2 i DC_3 ($0,08$), MC_3 i DC_3 ($0,07$), MS_2 i DS_3 ($-0,06$) oraz MC_5 i DC_3 ($-0,06$).

Liczba składowych harmonicznych o cyklu 48-okresowym (dobowym) w modelu dla niepełnych danych zwiększyła się z 4 do 16, przy czym 8 z 12 dodatkowych składowych to składowe sinusoidalne, a 4 – kosinusoidalne.

3. Dokładność zdezagregowanych prognoz inter- i ekstrapolacyjnych

W tabeli 5 zestawione zostały oceny błędów prognoz interpolacyjnych otrzymanych na podstawie modelu oszczędnego (NS_O) oraz modelu zawierającego wszystkie składowe harmoniczne (NS).

Oceny błędów prognoz interpolacyjnych otrzymanych dla miesięcy zawarte są w przedziale od 4,03% dla lutego do 6,76% dla listopada. Ocenę niższą od 5% otrzymano jeszcze dla marca. Zdecydowanie najwyższym błędem spośród dni tygodnia, wynoszącym 8,59%, charakteryzuje się poniedziałek. Dla pozostałych dni otrzymano oceny z przedziału od 4,67% dla wtorku do 6,52% dla niedzieli. W przypadku okresów półgodzinnych mamy do czynienia z regularnością związaną z wahaniami zapotrzebowania na energię. Najwyższe oceny błędów prognoz, przekraczające 7% bądź bliskie tej granicy, otrzymano dla godzin $0^{30} - 4^{00}$ tzn. dla okresu o najniższym zapotrzebowaniu na moc energetyczną. Błąd powyżej 7% otrzymano także dla godz. 8^{00} . Najniższe oceny błędów, w granicach od 3,55% do 3,99%, otrzymano dla godzin: $21^{30} - 22^{30}$, a więc godzin należących do szczytu wieczornego. Dla większości okresów półgodzinnych błędy prognoz kształtują się w granicach 6-7%. Błędy w granicach 4-5% otrzymano w siedmiu przypadkach. Dla dni świątecznych naj-

Tabela 5. Oceny błędów prognoz interpolacyjnych (w %)

	NS	NS_O		NS	NS_O
Ogółem	5,78	5,81	P_{19}	6,17	6,26
<i>St</i>	5,09	5,08	P_{20}	5,70	5,73
<i>Lu</i>	4,04	4,03	P_{21}	5,53	5,57
<i>Marz</i>	4,47	4,48	P_{22}	4,88	4,92
<i>Kw</i>	6,10	6,48	P_{23}	4,99	5,04
<i>Maj</i>	5,94	6,09	P_{24}	5,30	5,37
<i>Czerw</i>	5,99	5,98	P_{25}	5,27	5,34
<i>Lip</i>	5,30	5,29	P_{26}	4,77	4,83
<i>Sie</i>	6,53	6,51	P_{27}	4,86	4,93
<i>Wrz</i>	5,96	5,96	P_{28}	5,20	5,27
<i>Paz</i>	6,53	6,51	P_{29}	5,45	5,52
<i>Lis</i>	6,78	6,76	P_{30}	5,23	5,30
<i>Gr</i>	6,22	6,20	P_{31}	4,95	5,03
<i>Poniedz</i>	8,45	8,59	P_{32}	4,78	4,84
<i>Wtorek</i>	4,65	4,67	P_{33}	5,59	5,66
<i>Środa</i>	5,24	5,21	P_{34}	5,84	5,97
<i>Czwartek</i>	4,96	4,99	P_{35}	6,02	6,10
<i>Piątek</i>	4,84	4,85	P_{36}	5,96	5,99
<i>Sobota</i>	5,70	5,72	P_{37}	5,58	5,67
<i>Niedziela</i>	6,49	6,52	P_{38}	5,83	5,92
P_1	7,29	7,21	P_{39}	5,17	5,28
P_2	7,06	6,99	P_{40}	5,31	5,41
P_3	7,92	7,82	P_{41}	4,97	5,04
P_4	7,85	7,82	P_{42}	4,58	4,67
P_5	7,42	7,48	P_{43}	3,99	3,99
P_6	7,37	7,29	P_{44}	3,59	3,55
P_7	7,38	7,35	P_{45}	3,90	3,85
P_8	7,98	7,85	P_{46}	4,45	4,39
P_9	6,80	6,71	P_{47}	4,94	4,99
P_{10}	6,57	6,57	P_{48}	5,64	5,62
P_{11}	6,50	6,42	<i>N_ROK</i>	8,82	8,95
P_{12}	5,84	5,95	<i>W_SOB</i>	10,85	10,90
P_{13}	5,08	5,22	<i>W_NOC</i>	16,97	23,04
P_{14}	5,47	5,53	<i>I_3 MAJ</i>	8,32	9,49
P_{15}	6,34	6,47	<i>B_C</i>	15,04	15,06
P_{16}	7,10	7,22	<i>WNMP</i>	6,31	6,33
P_{17}	6,94	6,99	<i>W ŚW</i>	10,77	10,64
P_{18}	6,80	6,87	<i>SW_NIEP</i>	4,72	4,85
			<i>B_NAR</i>	11,17	11,11

Źródło: obliczenia własne.

Tabela 6. Oceny błędów prognoz ekstrapolacyjnych (w %)

	PEL_O	NS_O		PEL_O	NS_O
Ogółem	5,13	5,54	P_{20}	3,82	3,49
<i>St</i>	4,11	4,27	P_{21}	4,46	3,88
<i>Lu</i>	5,90	5,57	P_{22}	4,30	3,98
<i>Marz</i>	5,08	6,24	P_{23}	4,06	3,85
<i>Kw</i>	4,91	5,76	P_{24}	3,84	3,88
<i>Maj</i>	6,49	6,59	P_{25}	3,76	3,84
<i>Czerw</i>	5,61	6,74	P_{26}	3,43	3,95
<i>Lip</i>	5,14	6,21	P_{27}	3,31	3,95
<i>Sie</i>	5,21	4,66	P_{28}	3,12	3,46
<i>Wrz</i>	4,98	5,65	P_{29}	3,40	3,77
<i>Paz</i>	4,41	4,59	P_{30}	3,26	3,31
<i>Lis</i>	4,56	4,67	P_{31}	3,66	3,94
<i>Gr</i>	5,34	5,60	P_{32}	4,01	4,24
<i>Poniedz</i>	9,62	10,64	P_{33}	4,45	4,85
<i>Wtorek</i>	4,96	6,13	P_{34}	4,94	5,45
<i>Środa</i>	4,45	4,83	P_{35}	5,43	6,03
<i>Czwartek</i>	4,74	5,52	P_{36}	5,39	5,64
<i>Piątek</i>	3,99	4,69	P_{37}	5,98	5,98
<i>Sobota</i>	3,60	3,12	P_{38}	5,91	5,97
<i>Niedziela</i>	4,84	4,14	P_{39}	5,81	5,79
P_1	6,70	7,25	P_{40}	5,66	5,63
P_2	7,04	7,52	P_{41}	5,07	5,08
P_3	7,10	7,92	P_{42}	4,76	5,09
P_4	7,01	8,18	P_{43}	4,26	4,58
P_5	6,96	8,28	P_{44}	3,94	4,45
P_6	6,83	8,27	P_{45}	3,99	4,80
P_7	6,73	8,30	P_{46}	4,18	4,74
P_8	6,90	8,69	P_{47}	4,85	5,58
P_9	6,88	8,24	P_{48}	5,28	5,88
P_{10}	7,21	8,43	<i>N_ROK</i>	9,14	8,39
P_{11}	7,21	8,07	<i>W_SOB</i>	6,82	6,88
P_{12}	7,23	7,45	<i>W_NOC</i>	7,75	10,82
P_{13}	7,09	6,70	<i>I_3 MAJ</i>	7,01	6,04
P_{14}	5,45	5,15	<i>B_C</i>	10,42	2,96
P_{15}	4,71	4,96	<i>WNMP</i>	15,25	4,87
P_{16}	4,57	4,77	<i>W_ŚW</i>	9,81	6,23
P_{17}	4,61	4,72	<i>SW_NIEP</i>	11,21	12,43
P_{18}	4,07	4,06	<i>B_NAR</i>	8,79	4,20
P_{19}	3,76	3,71			

Źródło: obliczenia własne.

wyższą ocenę błędu, przekraczającą 20%, otrzymano dla Nowego Roku. Dla Bożego Ciała wynosiła ona 15,06%. Ocenami przekraczającymi 10% charakteryzowały się dwa dni świąteczne: Wielka Sobota oraz Wszystkich Świętych. Najniższą ocenę otrzymano dla Święta Niepodległości (4,85%).

W tabeli 6 zestawione zostały oceny błędów prognoz ekstrapolacyjnych otrzymanych na podstawie modeli oszczędnych: PEL_O oraz NS_O.

Ocena błędu prognoz ogółem otrzymanych na podstawie modelu oszczędnego dla pełnych danych jest o 0,41 punktu procentowego niższa niż dla modelu z lukami niesystematycznymi. Oznacza to tym samym, że większość błędów prognoz zdezagregowanych na: miesiące, dni tygodnia bądź okresy półgodzinne, także będzie niższa dla tego modelu. Spośród 11 miesięcy dla 9 prognozy otrzymane na podstawie modelu oszczędnego PEL_O charakteryzowały się niższymi ocenami błędów niż dla modelu z lukami(NS_O). Największe różnice ocen miernika dokładności otrzymano dla czerwca i lipca – wynosiły one odpowiednio: 1,02 oraz 1,07 punktu procentowego. Nieznacznie dokładniejsze prognozy zbudowane na podstawie modelu NS_O otrzymano dla lutego (0,33 punktu procentowego) oraz sierpnia (0,55 punktu procentowego). Spośród dni tygodnia zdecydowanie najwyższymi ocenami błędów charakteryzowały się prognozy dla poniedziałku, przyjmując wartości odpowiednio: 9,62% i 10,64%. Dla pozostałych dni charakteryzują się one ocenami z przedziału od 3,12% do 6,13%. Największą różnicę w dokładności odnotowano dla wtorku (1,17 punktu procentowego). Natomiast nieco wyższą dokładnością charakteryzowały się prognozy otrzymane na podstawie NS_O dla: soboty (0,48 punktu procentowego) oraz niedzieli (0,70 punktu procentowego).

W przypadku prognoz dla okresów półgodzinnych widoczne jest znaczne zróżnicowanie błędów prognoz. Spośród 47 prognoz dla okresów półgodzinnych tylko w 9 przypadkach niższe oceny błędu prognoz otrzymano na podstawie modelu NS_O. Najwyższe oceny błędów prognoz otrzymano dla godzin od 0³⁰ do 6³⁰, tj. okresu o najniższym zapotrzebowaniu na energię. Oceny te dla modelu PEL_O kształtowały się w przedziale od 6,70% (godz. 0³⁰) do 7,23% (godz. 5⁰⁰ i 5³⁰). W tym samym okresie błędy prognoz otrzymanych na podstawie modelu NS_O były wyższe od 0,48 punktu procentowego o godz. 1⁰⁰ do 1,79 punktu o godz. 4⁰⁰. Najwyższe różnice dokładności prognoz otrzymanych na podstawie modelu PEL_O), przekraczające 1 punkt procentowy, odnotowano dla okresu obejmującego godziny od 2⁰⁰ do 5⁰⁰. W pozostałych okresach półgodzinnych dla modelu PEL_O przyjęły one wartości od 3,12% (godz. 14⁰⁰) do 5,91% (godz. 19⁰⁰). Skrajne oceny błędów prognoz otrzymanych na podstawie modelu NS_O obejmujących okres po godz. 7⁰⁰ były następujące: 3,31% (godz. 15⁰⁰) oraz 6,03% (godz. 17³⁰). Różnice ocen miernika dokładności dla tego okresu nie przekraczały 0,81 punktu procentowego. Dokładniejsze prognozy na podstawie modelu NS_O otrzymano dla jednego okresu 2,5-godzinnego, obejmującego godz. 9⁰⁰-11³⁰ oraz dwa okresy godzinne: 13³⁰-14⁰⁰ oraz 19³⁰-20⁰⁰.

W odniesieniu do dni świątecznych w większości przypadków dokładniejsze okazały się prognozy otrzymane na podstawie modelu NS_O. Ponaddziesięciopunktową różnicę w dokładności odnotowano dla święta WNMP (10,38 punktu procentowego). Następne w kolejności były święta: Bożego Ciała (7,46 punktu procentowego) oraz Wszystkich Świętych (3,5 punktu procentowego). Najwyższą różnicę w dokładności dla modelu PEL_O otrzymano dla Wielkanocy (3,07 punktu procentowego).

4. Wnioski

Z przeprowadzonych badań można wyprowadzić następujące wnioski syntetyczne:

1. Wystąpienie luk niesystematycznych dla każdego rodzaju wahań sprawia, że część ocen współczynników korelacji składowych sinuso- i kosinusoidalnych przyjmuje wartości różne od zera.

2. Następstwem tego zjawiska może być włączenie do modelu oszczędnego składowych o niewielkich udziałach w wyjaśnianiu wariacji sezonowej.

3. Dokładność prognoz ekstrapolacyjnych ogółem oraz prognoz zdezagregowanych otrzymanych zarówno na podstawie modelu oszczędnego dla pełnych, jak i dla szeregu z lukami niesystematycznymi, obejmującymi ok. 45% jego długości, była zbliżona.

4. Najwyższe względne błędy prognoz inter- i ekstrapolacyjnych dla okresów półgodzinnych otrzymano dla godzin 0^{30} - 5^{30} , tj. podokresów o najniższym zapotrzebowaniu na moc energetyczną.

Z przedstawionych wyżej wniosków wynika, że oszczędne modele harmoniczne szeregu czasowego ze złożoną sezonowością dla danych o wysokiej częstotliwości, w których wahania o cyklach: rocznym, tygodniowym i dobowym, opisywanych za pomocą wielomianów trygonometrycznych, mogą być z powodzeniem wykorzystywane w prognozowaniu w warunkach braku pełnej informacji.

Literatura

Kufel T., *Ekonometryczna analiza cykliczności procesów gospodarczych o wysokiej częstotliwości obserwacji*, Wydawnictwo Naukowe UMK w Toruniu, Toruń 2010.

Szmuksta-Zawadzka M., Zawadzki J., *Modelowanie i prognozowanie zapotrzebowania na energię elektryczną w mikroskali*, Prace Naukowe UE we Wrocławiu nr 165, Wrocław 2011a, s.152-161.

Szmuksta-Zawadzka M., Zawadzki J., *Zastosowanie modelowania ekonometrycznego w prognozowaniu brakujących danych w szeregach o wysokiej częstotliwości*, *Ekonometria = Econometrics*, Nr 34, Wrocław 2011b, s. 303-313.

Zawadzki J. (red), *Ekonometryczne metody predykcji dla danych sezonowych w warunkach braku pełnej informacji*, Uniwersytet Szczeciński, Szczecin 1999.

THE APPLICATION OF HARMONIC MODELS IN FORECASTING BASED ON HIGH FREQUENCY TIME SERIES IN CONDITION OF LACK OF FULL INFORMATION

Summary: This paper is devoted to application time series models to modeling and forecasting of variables with compound cyclical fluctuations. In this models, year, week and daily frequencies are described by statistical significant sine and cosine components. Theoretical consideration is illustrated by an empirical example, in which inter- and extrapolative forecasting of demand for electricity in half-hour periods with selected variant of nonsystematic gaps is presented.

Keywords: high frequency data, harmonic models, seasonal fluctuations, missing data.