

PRACE NAUKOWE

Uniwersytetu Ekonomicznego we Wrocławiu

RESEARCH PAPERS

of Wrocław University of Economics

Nr 385

Taksonomia 25

**Klasyfikacja i analiza danych –
teoria i zastosowania**

Redaktorzy naukowi

Krzysztof Jajuga

Marek Walesiak



Wydawnictwo Uniwersytetu Ekonomicznego we Wrocławiu
Wrocław 2015

Redaktor Wydawnictwa: Aleksandra Śliwka

Redaktor techniczny: Barbara Łopusiewicz

Korektor: Barbara Cibis

Łamanie: Beata Mazur

Projekt okładki: Beata Dębska

Tytuł dofinansowany ze środków Narodowego Banku Polskiego
oraz ze środków Sekcji Klasyfikacji i Analizy Danych PTS

Informacje o naborze artykułów i zasadach recenzowania
znajdują się na stronie internetowej Wydawnictwa
www.pracnaukowe.ue.wroc.pl
www.wydawnictwo.ue.wroc.pl

Publikacja udostępniona na licencji Creative Commons
Uznanie autorstwa-Użycie niekomercyjne-Bez utworów zależnych 3.0 Polska
(CC BY-NC-ND 3.0 PL)



© Copyright by Uniwersytet Ekonomiczny we Wrocławiu
Wrocław 2015

ISSN 1899-3192 (Prace Naukowe Uniwersytetu Ekonomicznego we Wrocławiu)
e-ISSN 2392-0041 (Prace Naukowe Uniwersytetu Ekonomicznego we Wrocławiu)
ISSN 1505-9332 (Taksonomia)

Wersja pierwotna: publikacja drukowana

Zamówienia na opublikowane prace należy składać na adres:
Wydawnictwo Uniwersytetu Ekonomicznego we Wrocławiu
tel./fax 71 36 80 602; e-mail:econbook@ue.wroc.pl
www.ksiegarnia.ue.wroc.pl

Druk i oprawa: TOTEM

Spis treści

Wstęp.....	9
Tomasz Bartłomowicz: Segmentacja konsumentów na podstawie preferencji wyrażonych uzyskanych metodą Maximum Difference Scaling	11
Barbara Batóg, Jacek Batóg, Andrzej Niemiec, Wanda Skoczylas, Piotr Waśniewski: Zastosowanie metod klasyfikacyjnych w identyfikacji kluczowych indyktorów osiągnięć w zarządzaniu wynikami przedsiębiorstw	20
Iwona Bąk: Wykorzystanie statystycznej analizy danych w badaniach turystyki transgranicznej na obszarach chronionych.....	28
Beata Bieszk-Stolorz: Ocena stopnia deprecjacji kapitału ludzkiego z wykorzystaniem nieliniowych modeli regresji.....	37
Mariola Chrzanowska, Nina Drejerska: Małe i średnie przedsiębiorstwa w strefie podmiejskiej Warszawy – określenie znaczenia lokalizacji z wykorzystaniem drzew klasyfikacyjnych.....	45
Adam Depta: Próba modelowania strukturalnego jakości życia osób jękaących się jako konstrukt ukrytego na podstawie kwestionariusza SF-36v2	53
Katarzyna Dębkowska: Wielowymiarowa analiza kondycji finansowej przedsiębiorstw sektora e-usług	63
Krzysztof Dmytrów, Mariusz Doszyń: Taksonomiczna procedura wspomagania kompletacji produktów w magazynie	71
Mariusz Doszyń, Sebastian Gnat: Propozycja procedury taksonomiczno-ekonometrycznej w indywidualnej wycenie nieruchomości.....	81
Marta Dziechciarz-Duda, Anna Król: Zastosowanie analizy <i>unfolding</i> i regresji hedonicznej do oceny preferencji konsumentów	90
Katarzyna Frodyma: Współzależność między poziomem rozwoju gospodarczego a udziałem energii ze źródeł odnawialnych w końcowym zużyciu w krajach Unii Europejskiej.....	99
Hanna Gruchociak: Porównanie struktury lokalnych rynków pracy wyznaczonych przy wykorzystaniu różnych metod w Polsce w latach 2006 i 2011 .	111
Alicja Grześkowiak, Agnieszka Stanimir: Postrzeganie środowiska pracy przez starszą i młodszą generację pracowników	120
Marta Hozer-Koćmiel, Christian Lis: Klasyfikacja krajów nadbałtyckich ze względu na czas prac wykonywanych w gospodarstwie domowym	129
Tadeusz Kufel, Magdalena Osińska, Marcin Błażejowski, Paweł Kufel: Zegar cyklu koniunkturalnego państw UE i USA w latach 1995-2013 w świetle badań synchronizacji.....	138
Aleksandra Łuczak: Wykorzystanie rozszerzonej interwałowej metody TOPSIS do porządkowania liniowego obiektów	147

Aleksandra Łuczak, Feliks Wysocki: Zintegrowane podejście do ustalania współczynników wagowych dla cech w zagadnieniach porządkowania linowego obiektów	156
Małgorzata Markowska, Danuta Strahl: Wykorzystanie klasyfikacji dynamicznej do identyfikacji wrażliwości na kryzys ekonomiczny unijnych regionów szczebla NUTS 2.....	166
Aleksandra Matuszewska-Janica, Marta Hozer-Koćmiel: Struktura zatrudnienia oraz wynagrodzenia kobiet i mężczyzn a przedmiotowa struktura gospodarcza w państwach UE.....	178
Anna M. Olszewska: Zastosowanie analizy korespondencji do badania związku pomiędzy zarządzaniem jakością a innowacyjnością przedsiębiorstw	187
Małgorzata Podogrodzka: Metoda aglomeracyjna w ocenie przestrzennego zróżnicowania starości demograficznej w Polsce	195
Ewa Roszkowska, Tomasz Wachowicz: Ocena ofert negocjacyjnych spoza dopuszczalnej przestrzeni negocjacyjnej.....	201
Ewa Roszkowska, Tomasz Wachowicz: Zastosowanie metody <i>unfolding</i> do wspomagania procesu negocjacji	210
Małgorzata Rószkiewicz: Próba diagnozy uwarunkowań poziomu wskaźnika braku odpowiedzi w środowisku polskich gospodarstw domowych.....	219
Marcin Salamaga: Próba identyfikacji muzycznych profili melomanów z wykorzystaniem drzew klasyfikacyjnych i regresyjnych	229
Agnieszka Sompolska-Rzechuła: Określenie czynników wpływających na prawdopodobieństwo poprawy poziomu rozwoju społecznego z wykorzystaniem modelu logitowego	239
Iwona Staniec: Wykorzystanie analizy czynnikowej w identyfikacji konstruktywów ukrytych determinujących ryzyko współpracy.....	248
Agnieszka Stanimir: Skłonność do zagranicznej mobilności młodszych i starszych osób	257
Mirosława Sztemberg-Lewandowska: Problemy decyzyjne w funkcjonalnej analizie głównych składowych.....	267
Tomasz Szubert: Demograficzno-społeczne determinanty określające subiektywny status jednostki w polskim społeczeństwie	276
Piotr Tarka: Własności 5- i 7-stopniowej skali Likerta w kontekście normalizacji zmiennych metodą Kaufmana i Rousseeuwa	286
Joanna Trzęsiok: Nielklasyczne metody regresji a problem odporności	296
Katarzyna Wawrzyniak: Ocena podobieństwa wyników uporządkowania województw uzyskanych różnymi metodami porządkowania	305
Katarzyna Wójcik, Janusz Tuchowski: Wykorzystanie metody opartej na wzorcach w automatycznej analizie opinii konsumenckich.....	314
Anna Zamojska: Zastosowanie analizy falkowej w ocenie efektywności funduszy inwestycyjnych	325

Summaries

Tomasz Bartłomowicz: Segmentation of consumers based on revealed preferences obtained with the Maximum Difference Scaling method	19
Barbara Batóg, Jacek Batóg, Andrzej Niemiec, Wanda Skoczylas, Piotr Waśniewski: Application of classification methods to identify the key performance indicators of performance management	27
Iwona Bąk: The application of statistical data analysis in the studies of cross-border tourism in protected areas.....	36
Beata Bieszk-Stolorz: Evaluating human capital depreciation by means of non-linear regression models.....	44
Mariola Chrzanowska, Nina Drejerska: Small and medium enterprises in the Warsaw suburban zone – determination of a localization’s role using classification trees	52
Adam Depta: An attempt of structural modelling of the quality of life of stuttering people as a latent construct, based on SF-36v2 questionnaire ...	62
Katarzyna Dębowska: Multidimensional analysis of financial condition of e-business services	70
Krzysztof Dmytrów, Mariusz Doszyń: Taxonomic procedure of supporting order-picking of products in a warehouse	80
Mariusz Doszyń, Sebastian Gnat: Taxonomic and econometric methods in individual real estate evaluation.....	89
Marta Dziechciarz-Duda, Anna Król: The application of unfolding analysis and hedonic regression in the investigation of consumers’ preferences	98
Katarzyna Frodyma: Interdependence between the level of economic development and the share of renewable energy in gross final energy consumption in the European Union.....	110
Hanna Gruchociak: Comparison of local labour markets structure designated using different methods in Poland in 2006 and 2011 years.....	119
Alicja Grześkowiak, Agnieszka Stanimir: Perception of working environment by older and younger generation of workers.....	128
Marta Hozer-Koćmiel, Christian Lis: Classification of the Baltic Sea Region countries due to the time of household work.....	137
Tadeusz Kufel, Magdalena Osińska, Marcin Błażejowski, Paweł Kufel: Business cycle clock for the EU and the USA in 1995-2013 in the light of synchronization research.....	146
Aleksandra Łuczak: The use of the extended interval TOPSIS methods for linear ordering of objects.....	155
Aleksandra Łuczak, Feliks Wysocki: Integrated approach for determining the weighting coefficients for features in issues of linear ordering of objects.....	165

Małgorzata Markowska, Danuta Strahl: The application of dynamic classification for the identification of vulnerability to economic crisis in the EU NUTS 2 regions	177
Aleksandra Matuszewska-Janica, Marta Hozer-Koćmiel: The structure of male and female employment and remuneration vs. the basic economy structure in the EU countries	186
Anna M. Olszewska: The application of the correspondence analysis for the study of the relations between quality management and innovation in the enterprises.....	194
Małgorzata Podogrodzka: Agglomeration method in the age and ageing in Poland by voivodships.....	200
Ewa Roszkowska, Tomasz Wachowicz: Scoring the negotiation offers from the outside of the feasible negotiation space	209
Ewa Roszkowska, Tomasz Wachowicz: Application of the unfolding analysis to negotiation support.....	218
Małgorzata Rószkiewicz: An attempt to diagnose the determinants of non-response rate in Polish households surveys	228
Marcin Salamaga: Attempt to identify music lovers profiles using classification and regression trees	238
Agnieszka Sompolska-Rzechuła: The definition of factors influencing the probability of improving the level of human development using the logit model.....	247
Iwona Staniec: The use of factor analysis to identify hidden constructs – determinants of the cooperation risk	256
Agnieszka Stanimir: Willingness to mobility abroad among younger and older persons	266
Mirosława Sztemberg-Lewandowska: Decision problems in functional principal components analysis.....	275
Tomasz Szubert: Socio-demographic factors determining subjective social status of an individual in Polish society	285
Piotr Tarka: Normalization methods of variables and measurement on 5 and 7 point Likert scale	295
Joanna Trzęsiok: Non-classical regression methods vs. robustness	304
Katarzyna Wawrzyniak: The evaluation of the similarity of the voivodships' orderings obtained by means of different methods.....	313
Katarzyna Wójcik, Janusz Tuchowski: Using pattern-based opinion mining.....	324
Anna Zamojska: Mutual funds performance measurement – wavelets analysis approach.....	333

Aleksandra Łuczak

Uniwersytet Przyrodniczy w Poznaniu

e-mail: luczak@up.poznan.pl

WYKORZYSTANIE ROZSZERZONEJ INTERWAŁOWEJ METODY TOPSIS DO PORZĄDKOWANIA LINIOWEGO OBIEKTÓW

Streszczenie: Celem pracy jest przedstawienie możliwości wykorzystania rozszerzonej interwałowej metody TOPSIS (*Technique for Order Preference by Similarity to an Ideal Solution*) do porządkowania liniowego obiektów. Dokonano porównania dwóch wariantów rozszerzonej interwałowej metody TOPSIS z klasyczną interwałową i klasyczną metodą TOPSIS. Proponowane podejście zostało zilustrowane przykładem dotyczącym analizy przestrzennego zróżnicowania poziomu rozwoju społeczno-gospodarczego powiatów województwa wielkopolskiego. Przeprowadzone badania wykazały, że bezpośrednia interwałowa metoda TOPSIS pozwala na porządkowanie obiektów w przypadku, gdy określenie dokładne wartości cech jest trudne, a ich wartości można przedstawić za pomocą przedziałów. Uwzględnienie tylko dwóch skrajnych wartości danej cechy – minimalnej i maksymalnej – w gminach w ramach powiatu może być niewystarczające do dokonania poprawnego merytorycznie rankingu obiektów, szczególnie w przypadku dużego zróżnicowania wartości cechy w ramach powiatu.

Słowa kluczowe: porządkowanie liniowe obiektów, TOPSIS (*Technique for Order Preference by Similarity to an Ideal Solution*), interwałowa metoda TOPSIS, bezpośrednia interwałowa metoda TOPSIS.

DOI: 10.15611/pn.2015.385.16

1. Wstęp

Metoda TOPSIS (*Technique for Order Preference by Similarity to an Ideal Solution*) jest obecnie jedną z najbardziej popularnych metod zaliczaną w literaturze światowej do wielokryterialnych metod podejmowania decyzji (*Multiple-Criteria Decision Making MCDM*) [Dymova i in. 2013]. Polega ona na konstrukcji cechy syntetycznej i wyznaczeniu odległości każdego obiektu wielocechowego od wzorca i antywzorca rozwoju oraz zagregowaniu ocen w każdym ocenianym obiekcie. W proponowanej rozszerzonej interwałowej metodzie TOPSIS wartości cech opi-

sujących obiekty są liczbami przedziałowymi, dla których początek przedziału określa minimalną, a koniec – maksymalną wartość cechy dla badanego obiektu.

Celem pracy jest przedstawienie możliwości wykorzystania rozszerzonej interwałowej metody TOPSIS do porządkowania liniowego obiektów. Dokonano porównania dwóch wariantów rozszerzonej interwałowej metody TOPSIS zaproponowanych przez Jahanshahloo i in. [2009] i Dymową i in. [2013] z klasyczną interwałową metodą TOPSIS [Jahanshahloo i in. 2006] i klasyczną metodą TOPSIS [Hwang, Yoon 1981]. Proponowane podejście zostało zilustrowane przykładem dotyczącym analizy przestrzennego zróżnicowania poziomu rozwoju społeczno-gospodarczego województwa wielkopolskiego według powiatów ziemskich w 2012 roku.

2. Metodyka badań

W procesie tworzenia cechy syntetycznej opartej na rozszerzonej interwałowej metodzie TOPSIS można wyróżnić następujące etapy postępowania [Wysocki 2010]:

Etap 1. Utworzenie struktury hierarchicznej wielokryterialnego problemu oceny poziomu rozwoju obiektów.

Etap 2. Normalizacja wartości cech.

Etap 3. Ustalenie systemu wag.

Etap 4. Obliczenie odległości każdego obiektu od wzorca i antywzorca rozwoju.

Etap 5. Wyznaczenie wartości syntetycznego miernika rozwoju za pomocą rozszerzonej interwałowej metody TOPSIS.

Etap 6. Uporządkowanie liniowe i klasyfikacja typologiczna obiektów według wartości cechy syntetycznej.

Etap 1. Utworzenie struktury hierarchicznej wielokryterialnego problemu oceny poziomu rozwoju obiektów polega na rozkładzie problemu na najistotniejsze czynniki: kryterium główne, kryteria podrzędne i cechy. Wybór kryteriów i cech prostych powinien opierać się na przesłankach merytorycznych i statystycznych. Wartości cech prostych w postaci przedziałów $[x_{ik}] = [x_{ik}^L, x_{ik}^U]$ ($i = 1, \dots, N, k = 1, \dots, K, N$ – liczba obiektów, K – liczba cech) są tworzone według zasady, że początek przedziału x_{ik}^L i koniec przedziału x_{ik}^U tworzą odpowiednio minimalna i maksymalna wartość cechy dla obiektu na niższym szczeblu hierarchii w ramach obiektu na wyższym szczeblu hierarchii.

Etap 2. Normalizacja wartości cech za pomocą przekształcenia ilorazowego (1) [Jahanshahloo i in. 2006; 2009]:

$$[z_{ik}^L, z_{ik}^U] = \left[x_{ik}^L / \left(\sqrt{\sum_{j=1}^N \left((x_{jk}^L)^2 + (x_{jk}^U)^2 \right)} \right), x_{ik}^U / \left(\sqrt{\sum_{j=1}^N \left((x_{jk}^L)^2 + (x_{jk}^U)^2 \right)} \right) \right]. \quad (1)$$

Ma ona na celu ujednoczenie charakteru cech prostych i sprowadzenie ich wartości do porównywalności.

Etap 3. Ustalenie systemu wag dla cech można przeprowadzić przy zastosowaniu procedur statystycznych (np. metoda CCSD lub CRITIC) lub/i merytorycznych (np. AHP lub FAHP) (zob. [Wysocki 2010; Łuczak, Wysocki 2014]). W badaniach przyjęto jednorodne wagi cech.

Etap 4. Obliczenie odległości każdego obiektu od wzorca i antywzorca rozwoju. Na początku zostają ustalone współrzędne obiektów modelowych – wzorca A^+ i antywzorca rozwoju A^- . W rozszerzonej interwałowej metodzie TOPSIS (podejście I) [Jahanshahloo i in. 2009] wyznacza się wzorce cząstkowe (2)-(5):

$$A_i^{U+} = \left(\max_i (z_{ik}^U) \mid k \in S, \min_i (z_{ik}^L) \mid k \in D \right) = (z_{i1}^{U+}, z_{i2}^{U+}, \dots, z_{iK}^{U+}) = (z_1^{U+}, z_2^{U+}, \dots, z_K^{U+}), \quad (2)$$

$$A_i^{L+} = \left(\max_{j \neq i} (\{z_{jk}^U, z_{ik}^L\}) \mid k \in S, \min_{j \neq i} (\{z_{jk}^L, z_{ik}^U\}) \mid k \in D \right) = (z_{i1}^{L+}, z_{i2}^{L+}, \dots, z_{iK}^{L+}), \quad (3)$$

$$A_i^{U-} = \left(\min_{j \neq i} (\{z_{jk}^L, z_{ik}^U\}) \mid k \in S, \max_{j \neq i} (\{z_{jk}^U, z_{ik}^L\}) \mid k \in D \right) = (z_{i1}^{U-}, z_{i2}^{U-}, \dots, z_{iK}^{U-}), \quad (4)$$

$$A_i^{L-} = \left(\min_i (z_{ik}^L) \mid k \in S, \max_i (z_{ik}^U) \mid k \in D \right) = (z_{i1}^{L-}, z_{i2}^{L-}, \dots, z_{iK}^{L-}) = (z_1^{L-}, z_2^{L-}, \dots, z_K^{L-}), \quad (5)$$

gdzie S jest zbiorem indeksów stymulant, D – destymulant.

Natomiast w rozszerzonej bezpośredniej metodzie TOPSIS (podejście II) wzorce i antywzorce rozwoju są liczbami przedziałowymi [Dymova i in. 2013]:

$$A^+ = \left(\max_i \left[z_{ik}^L, z_{ik}^U \right] \mid k \in S, \min_i \left[z_{ik}^L, z_{ik}^U \right] \mid k \in D \right) = \left[z_1^{L+}, z_1^{U+} \right], \dots, \left[z_K^{L+}, z_K^{U+} \right], \quad (6)$$

$$A^- = \left(\min_i \left[z_{ik}^L, z_{ik}^U \right] \mid k \in S, \max_i \left[z_{ik}^L, z_{ik}^U \right] \mid k \in D \right) = \left[z_1^{L-}, z_1^{U-} \right], \dots, \left[z_K^{L-}, z_K^{U-} \right]. \quad (7)$$

Przy ustalaniu wzorca w podejściu II za pomocą wzorów (6)-(7) problemem jest porównywanie przedziałów, szczególnie gdy przedziały zawierają się jeden w drugim lub posiadają część wspólną. W przypadku, gdy dwa przedziały: $[z_i^{L+}, z_i^{U+}]$ i $[z_j^{L+}, z_j^{U+}]$ są rozłączne oraz zachodzi $z_i^{U+} < z_j^{L+}$, łatwo można zauważyć, że drugi z przedziałów jest większy niż pierwszy. Często stosowana odległość euklidesowa $d_{AB}^E = 0,5 \cdot \sqrt{(a^L - b^L)^2 + (a^U - b^U)^2}$, podobnie jak odległość Hamminga $d_{AB}^H = 0,5 \cdot (|a^L - b^L| + |a^U - b^U|)$, nie dają możliwości ustalenia, który z przedziałów jest większy. Można to zilustrować prostym przykładem. Weźmy pod uwagę następujące przedziały $A_1=[0,2]$, $A_2=[1,3]$, $A_3=[4,6]$, $A_4=[5,7]$, $B=[2,5]$. Odległości euklidesowe (podobnie odległości Hamminga) między przedziałem B i przedziałami A_i ($i = 1, 2, 3, 4$) $d_{A_1B}^E = 1,803$, $d_{A_2B}^E = 1,118$, $d_{A_3B}^E = 1,118$, $d_{A_4B}^E = 1,803$ ($d_{A_1B}^H = 2,5$, $d_{A_2B}^H = 1,5$, $d_{A_3B}^H = 1,5$ i $d_{A_4B}^H = 2,5$) nie pozwalają ocenić, który z przedziałów jest większy. Alternatywnym podejściem jest wykorzystanie metody odleg-

łości między środkami przedziałów w celu ich porównania¹ [Dymova i in. 2013]: $\Delta_{AB} = 0,5 \cdot ((a^L - b^U) + (a^U - b^L))$. Dla powyższego przykładu $\Delta_{A_1B} = -2,5$, $\Delta_{A_2B} = -1,5$, $\Delta_{A_3B} = 1,5$ i $\Delta_{A_4B} = 2,5$. Na podstawie tych wartości można wskazać, który z przedziałów A_i ($i=1, 2, 3, 4$) jest większy (A_3 i A_4) i mniejszy (A_1 i A_2) niż przedział B .

W literaturze przedmiotu w celu porównywania przedziałów stosuje się również stopień preferencji jednego przedziału nad drugim [Wang i in. 2005a; 2005b; Sevastjanov 2007]: $P(B \geq A) = \frac{\max\{0, b^U - a^L\} - \max\{0, b^L - a^U\}}{a^U - a^L + b^U - b^L}$, gdzie $A = [a^L, a^U]$ i $B = [b^L, b^U]$ są dwiema liczbami przedziałowymi, $P(B \geq A) + P(A \geq B) = 1$. Jeżeli $P(B \geq A) = P(A \geq B) = 0,5$, wtedy $A = B$ i $a^L = b^L$ oraz $a^U = b^U$.

Obiekty modelowe są podstawą do obliczenia odległości każdej jednostki statystycznej od wzorca rozwoju A^+ i antywzorca rozwoju A^- w rozszerzonej interwałowej metodzie TOPSIS (podejście I) (por. [Jahanshahloo i in. 2009]):

$$d_i^{U+} = \sqrt{\sum_{k \in S} (z_k^{U+} - z_{ik}^L)^2 + \sum_{k \in D} (z_k^{U+} - z_{ik}^U)^2}, \quad d_i^{L+} = \sqrt{\sum_{k \in S} (z_k^{L+} - z_{ik}^U)^2 + \sum_{k \in D} (z_k^{L+} - z_{ik}^L)^2}, \quad (9)$$

$$d_i^{L-} = \sqrt{\sum_{k \in S} (z_k^{L-} - z_{ik}^L)^2 + \sum_{k \in D} (z_k^{L-} - z_{ik}^U)^2}, \quad d_i^{U-} = \sqrt{\sum_{k \in S} (z_k^{U-} - z_{ik}^U)^2 + \sum_{k \in D} (z_k^{U-} - z_{ik}^L)^2} \quad (10)$$

oraz w bezpośredniej rozszerzonej interwałowej metodzie TOPSIS (podejście II) [Dymova i in. 2013]:

$$d_i^+ = \frac{1}{2} \sum_{k \in S} ((z_{ik}^{U+} + z_k^{L+}) - (z_{ik}^L + z_k^U)) + \frac{1}{2} \sum_{k \in D} ((z_{ik}^L + z_k^U) - (z_{ik}^{U+} + z_k^{L+})), \quad (11)$$

$$d_i^- = \frac{1}{2} \sum_{k \in S} ((z_{ik}^L + z_k^U) - (z_{ik}^{U-} + z_k^{L-})) + \frac{1}{2} \sum_{k \in D} ((z_{ik}^{U-} + z_k^{L-}) - (z_{ik}^L + z_k^U)). \quad (12)$$

Etap 5. Wyznaczenie wartości syntetycznego miernika rozwoju za pomocą rozszerzonej interwałowej metody TOPSIS. Ostatecznie oblicza się wartości syntetycznego miernika rozwoju według wzoru dla podejścia I: $S_i^L \leq S_i \leq S_i^U$, gdzie $S_i^L = d_i^{L-} / (d_i^{U-} + d_i^{U+})$ i $S_i^U = d_i^{U-} / d_i^{L-} + d_i^{L+}$ oraz dla podejścia II: $S_i = d_i^- / (d_i^+ + d_i^-)$. Syntetyczny miernik TOPSIS przyjmuje zazwyczaj wartości

¹ Inne propozycje podaje Wang i in. [2005a; 2005b], Sevastjanov [2007], Chen [2011], Yue [2011].

$0 \leq S_i \leq 1$. Im mniejsza jest odległość danego obiektu od obiektu modelowego – wzorca rozwoju, a tym samym większa od drugiego bieguna – antywzorca rozwoju, tym wartość miernika syntetycznego jest bliższa 1. W podejściu II wartości $[S_i^L, S_i^U]$ mogą przyjmować wartości $[0,0]$ od $[1, \infty]$. W ustaleniu rankingu liczb przedziałowych $[S_i^L, S_i^U]$ mogą być pomocne dwie wielkości: punkt środkowy $m(S_i) = 0,5 \cdot (S_i^L + S_i^U)$ i szerokość połówkowa przedziału (promień przedziału) $w(S_i) = 0,5 \cdot (S_i^U - S_i^L)$. Sengupta i Pal [2000] zaproponowali na ich podstawie funkcję akceptowalności $A(S_i < S_j) = (m(S_j) - m(S_i)) / (w(S_i) + w(S_j))$, która służy do porównywania dwóch liczb przedziałowych S_i oraz S_j . Wartości $A(S_i < S_j)$ mogą być interpretowane jako poziom (stopień) akceptowalności pierwszego przedziału, że jest mniejszy niż drugi przedział. Wartości funkcji $A(S_i < S_j) = 0$ oznaczają brak akceptacji, wartości z przedziału $(0,1)$ – akceptację z różnym stopniem satysfakcji z przedziału od 0 do 1, wartości 1 i więcej – całkowitą akceptację. Należy jednak zauważyć, że w przypadku, gdy $m(S_i) \neq m(S_j)$, wystarczające jest tylko porównanie tych wielkości. Natomiast, gdy $m(S_i) = m(S_j)$, należy uznać za lepszą jednostkę tę, która posiada mniejszą szerokość połówkową przedziału [Sengupta, Pal 2000].

Etap 6. Uporządkowanie liniowe i klasyfikacja typologiczna obiektów. Wyodrębnienie klas typologicznych dla całego obszaru zmienności cechy syntetycznej metodami statystycznymi lub w sposób arbitralny.

3. Ocena poziomu rozwoju społeczno-gospodarczego powiatów

Badania dotyczyły możliwości wykorzystania rozszerzonej interwałowej metody TOPSIS do analizy przestrzennego zróżnicowania poziomu rozwoju społeczno-gospodarczego województwa wielkopolskiego według powiatów ziemskich w 2012 roku. Dokonano wyboru 5 kryteriów i 11 cech charakteryzujących poziom rozwoju społeczno-gospodarczego powiatów województwa wielkopolskiego: kryterium 1: demograficzno-społeczne: ludność w wieku nieprodukcyjnym na 100 osób w wieku produkcyjnym (x_1), zgony ogółem na 1000 ludności (x_2), udział bezrobotnych zarejestrowanych w liczbie ludności w wieku produkcyjnym (%) (x_3), kryterium 2: gospodarcze: pracujący w przemyśle i budownictwie w % ogółem (x_4), podmioty na 1000 mieszkańców w wieku produkcyjnym (x_5), kryterium 3: infrastruktura techniczna: odsetek ludności korzystający z instalacji kanalizacyjnej w % ogółu ludności (x_6), odsetek ludności korzystający z instalacji gazowej w % ogółu ludności (x_7), kryterium 4: infrastruktura społeczna: przeciętna powierzchnia użytkowa w m^2 na 1 osobę (x_8), udział szkół gimnazjalnych wyposażo-

nych w komputery przeznaczone do użytku uczniów z dostępem do Internetu (%) (x_9), kryterium 5: finanse publiczne: wydatki majątkowe inwestycyjne na 1 mieszkańca w zł (średnia z 5 lat) (x_{10}), dochody własne gmin w dochodach ogółem w % (średnia z 5 lat) (x_{11}).

Tabela 1. Uporządkowanie liniowe powiatów województwa wielkopolskiego według poziomu rozwoju społeczno-gospodarczego

Lp.	Powiaty ^{a)}	Wartości cechy syntetycznej – metoda TOPSIS							Rangi					
		klas.	interwałowa						klas.	interwałowa				
			KI	I				II		KI	I		II	
				S_i^L	S_i^U	$m(S_i)$	$w(S_i)$				a	b		
1	poznański	0,699	0,789	0,229	1,966	1,097	0,868	0,841	1	1	1	1	1	
2	nowotomyski	0,520	0,394	0,229	0,759	0,494	0,265	0,493	2	4	13	11	2	
3	rawicki	0,467	0,426	0,274	0,686	0,480	0,206	0,484	11	2	16	13	3	
4	kępiński	0,439	0,397	0,221	0,789	0,505	0,284	0,479	15	3	10	10	4	
5	chodzieski	0,507	0,368	0,178	0,941	0,560	0,381	0,473	7	7	6	5	5	
6	wolsztyński	0,509	0,375	0,227	0,718	0,473	0,245	0,454	6	5	19	17	6	
7	piłski	0,518	0,350	0,116	1,367	0,742	0,625	0,453	3	9	2	2	7	
8	gostyński	0,515	0,350	0,188	0,811	0,500	0,312	0,440	4	10	12	12	8	
9	kościański	0,476	0,349	0,168	0,921	0,544	0,377	0,435	10	11	7	7	9	
10	gnieźnieński	0,444	0,326	0,136	1,044	0,590	0,454	0,427	14	17	3	3	10	
11	grodziski	0,482	0,346	0,216	0,680	0,448	0,232	0,416	9	12	24	24	11	
12	ostrowski	0,452	0,283	0,121	1,009	0,565	0,444	0,407	13	23	5	6	12	
13	średzki	0,455	0,337	0,181	0,779	0,480	0,299	0,406	12	14	17	18	13	
14	czarnkowsko-trzcianecki	0,292	0,290	0,119	1,061	0,590	0,471	0,405	25	22	4	4	14	
15	obornicki	0,493	0,334	0,198	0,697	0,447	0,250	0,399	8	15	25	25	15	
16	śremski	0,514	0,327	0,170	0,813	0,491	0,321	0,394	5	16	14	14	16	
17	leszczyński	0,348	0,344	0,184	0,749	0,466	0,282	0,389	21	13	21	20	18	
18	turecki	0,314	0,360	0,177	0,866	0,522	0,344	0,389	23	8	9	8	17	
19	ostrzeszowski	0,355	0,371	0,203	0,715	0,459	0,256	0,366	20	6	23	22	19	
20	szamotułski	0,358	0,270	0,136	0,806	0,471	0,335	0,362	19	25	20	21	20	
21	wrześniński	0,330	0,303	0,167	0,712	0,440	0,272	0,352	22	19	26	26	21	
22	krotoszyński	0,432	0,312	0,165	0,761	0,463	0,298	0,349	17	18	22	23	22	
23	jarociński	0,390	0,301	0,182	0,643	0,412	0,230	0,333	18	20	29	29	23	
24	międzychodzki	0,435	0,292	0,139	0,842	0,490	0,352	0,330	16	21	15	16	24	
25	koniński	0,230	0,277	0,117	0,944	0,530	0,413	0,309	28	24	8	9	25	
26	śłupecki	0,192	0,233	0,111	0,842	0,476	0,366	0,297	31	27	18	19	26	
27	wągrowiecki	0,297	0,170	0,072	0,931	0,502	0,429	0,250	24	30	11	15	27	
28	kaliski	0,258	0,269	0,154	0,630	0,392	0,238	0,246	26	26	31	31	28	
29	złotowski	0,230	0,210	0,102	0,766	0,434	0,332	0,245	27	29	27	27	29	
30	pleszewski	0,227	0,222	0,113	0,700	0,407	0,293	0,226	29	28	30	30	30	
31	kolski	0,198	0,167	0,082	0,750	0,416	0,334	0,223	30	31	28	28	31	
	min	0,192	0,167	0,072	0,630	0,392	0,206	0,223	r_s	klas.	0,75	0,44	0,48	0,85
	max	0,699	0,789	0,274	1,966	1,097	0,868	0,841		I		0,40	0,48	0,88
	rozsęp	0,507	0,622	0,202	1,335	0,705	0,663	0,618		II		0,99	0,62	
									III				0,69	

a) Uporządkowanie liniowe powiatów według podejścia II. r_s – współczynnik korelacji rang Spearmana, klas. – klasyczna metoda TOPSIS, KI – klasyczna interwałowa metoda TOPSIS, a – rangi uzyskane z wykorzystaniem odległości między środkami przedziałów, b – rangi uzyskane z wykorzystaniem stopnia preferencji jednego przedziału nad drugim lub funkcji akceptowalności.

Źródło: obliczenia własne na podstawie [Bank Danych Lokalnych 2012].

Przyjęto, że trzy cechy mają charakter destymulant (x_1, x_2, x_3), a pozostałe – stymulant. Podstawę badań stanowiły dane statystyczne z Głównego Urzędu Statystycznego [Bank Danych Lokalnych 2012]. Cechy zostały znormalizowane za pomocą przekształcenia ilorazowego (1). Uzyskane rankingi pokazują duże różnice w uporządkowaniach (tab. 1). Potwierdzają to niskie wartości współczynnika korelacji rang Spearmana pomiędzy podejściem I a pozostałymi metodami (0,40-0,62). Utworzone rankingi w podejściu I – niezależnie od wykorzystanej metody porównywania liczb przedziałowych (odległości między środkami przedziałów, stopień preferencji jednego przedziału nad drugim, wartości funkcji akceptowalności) – wykazują dużą zgodność.

Przykładowo powiat ostrzeszowski w klasycznej interwałowej metodzie TOPSIS uzyskał 6 pozycję w rankingu, w podejściu I aż o 17 miejsc niższą, w podejściu II o 13 miejsc niższą i również w porównaniu z klasyczną metodą TOPSIS o 14 miejsc gorszą. Różnice wynikają ze sposobu ustalania wzorca i antywzorca rozwoju oraz obliczania od nich odległości. Klasyczna interwałowa metoda ma ograniczenie związane z przedstawieniem wzorca i antywzorca w postaci wartości rzeczywistych. Podobne ograniczenie występuje w podejściu I. Pomimo wyznaczania wzorców cząstkowych, tylko co najwyżej jeden obiekt będzie posiadał wzorzec w postaci przedziału. Ponadto obie metody wykorzystują do obliczania odległości od wzorca i antywzorca rozwoju odległości euklidesowe, co prowadzi do niepoprawnych rankingów, gdyż przedziały przecinają się.

Na podstawie uporządkowanych wartości cechy syntetycznej uzyskanych bezpośrednio rozszerzoną metodą TOPSIS (podejście II) wyodrębniono trzy typy rozwojowe powiatów. Pierwszy typ utworzył powiat poznański (0,868), który jest najlepiej rozwinięty pod względem społeczno-gospodarczym, a na jego rozwój ma wpływ oddziaływanie miasta Poznania. Drugi typ utworzyło trzynaście powiatów o poziomie średnim-niższym, które są zlokalizowane w większości w północnej i południowo-zachodniej części województwa. Wartości miernika syntetycznego wyniosły od 0,405 do 0,493. Trzeci typ obejmuje siedemnaście powiatów, które cechują się niskim poziomem rozwoju społeczno-gospodarczego. Ten typ utworzyły powiaty położone zarówno peryferyjnie, głównie we wschodniej części województwa, jak i w bezpośrednim oddziaływaniu powiatu poznańskiego. Wartości syntetycznych mierników wyniosły od 0,223 do 0,297. Taki podział wynika z uwzględnienia tylko dwóch skrajnych wartości cechy – minimalnych i maksymalnych – w gminach w ramach powiatu. Pomimo uwzględnienia skrajnych wartości cech, metody interwałowe nie uwzględniają rozkładu wartości cech wewnątrz powiatu. Taki podział może budzić pewne zastrzeżenia merytoryczne, szczególnie w przypadku dużego zróżnicowania wartości cech w ramach powiatu. Rozwiązaniem tego problemu mogą być metody wykorzystujące liczby rozmyte.

4. Zakończenie

Na podstawie przeprowadzonych obliczeń i analiz można stwierdzić, że:

1. Bezpośrednia interwałowa metoda TOPSIS pozwala na porządkowanie obiektów w przypadku, gdy dokładne określenie wartości cech jest trudne, a ich wartości można przedstawić za pomocą przedziałów.

2. Uwzględnienie tylko dwóch skrajnych wartości danej cechy – minimalnej i maksymalnej w gminach w ramach powiatu może być niewystarczające do dokonania poprawnego merytorycznie rankingu obiektów, szczególnie w przypadku dużego zróżnicowania wartości cech w ramach powiatu. Rozwiązaniem tego problemu mogą być metody wykorzystujące liczby rozmyte.

3. Klasyczna interwałowa metoda TOPSIS ma ograniczenie związane z przedstawieniem wzorca i antywzorca rozwoju w postaci wartości rzeczywistych. Podobne ograniczenie występuje w podejściu I. Pomimo wyznaczania wzorców cząstkowych, tylko co najwyżej jeden obiekt będzie posiadał wzorec w postaci przedziału.

4. Wykorzystanie odległości euklidesowych (klasyczna interwałowa metoda TOPSIS i rozszerzona interwałowa metoda TOPSIS – podejście II) do obliczania odległości od wzorca i antywzorca rozwoju może prowadzić do niepoprawnych rankingów, gdy przedziały przecinają się.

5. Rodzaj metody porównywania liczb przedziałowych (odległości między środkami przedziałów, stopień preferencji jednego przedziału nad drugim, wartości funkcji akceptowalności) nie ma znaczącego wpływu na utworzone rankingi w podejściu II.

Literatura

- Chen T.-Y., 2011, *Interval-valued fuzzy TOPSIS method with leniency reduction and a experimental analysis*. Applied Soft Computing, vol. 11, s.4591-4606.
- Dymova L., Sevastjanov P., Tikhonenko A., 2013, *A direct interval extension of TOPSIS method*. Expert Systems with Applications, vol. 40, s. 4841-4847.
- Hwang C.L., Yoon K., 1981, *Multiple Attribute Decision Making: Methods and Applications*, Springer-Verlag, New York.
- Jahanshahloo G.R., Hosseinzadeh Lotfi F., Izadikhah M., 2006, *An algorithmic method to extend TOPSIS for decision-making problems with interval data*, Applied Mathematics and Computation, vol. 175, s. 1375-1384.
- Jahanshahloo G.R., Hosseinzadeh Lotfi F., Davoodi A.R., 2009, *Extension of TOPSIS for decision-making problems with interval data: Interval efficiency*, Mathematical and Computer Modelling, vol. 49, s. 1137-1142.
- Łuczak A., Wysocki F., 2014, *Ustalenie systemu wag dla cech w zagadnieniach porządkowania linowego obiektów*, [w:] Prace Naukowe Uniwersytetu Ekonomicznego we Wrocławiu nr 327, Taksonomia 22, *Klasyfikacja i analiza danych. Teoria i zastosowania*, Wydawnictwo UE we Wrocławiu, Wrocław, s. 49-59.

- Sengupta A., Pal T.K., 2000, *On comparing interval numbers*, European Journal of Operational Research, vol. 127, no. 1, s. 28-43.
- Sevastjanov P., 2007, *Numerical methods for interval and fuzzy number comparison based on the probabilistic approach and Dempster-Shafer theory*, Information Sciences, vol. 177, s. 4645-4661.
- Wang Y.M., Yang J.B., Xu D.L., 2005a, *A preference aggregation method through the estimation of utility intervals*, Computers and Operations Research, vol. 32, s. 2027-2049.
- Wang Y.M., Yang J.B., Xu D.L., 2005b, *A two-stage logarithmic goal programming method for generating weights from interval comparison matrices*, Fuzzy Sets and Systems, vol. 152, s. 475-498.
- Wysocki F., 2010, *Metody taksonomiczne w rozpoznawaniu typów ekonomicznych rolnictwa i obszarów wiejskich*, Wyd. Uniwersytetu Przyrodniczego w Poznaniu, Poznań.
- Yue Z., 2011, *An extended TOPSIS for determining weights of decision makers with interval numbers*, Knowledge-Based Systems, vol. 24, no. 1, s. 146-153.

THE USE OF THE EXTENDED INTERVAL TOPSIS METHODS FOR LINEAR ORDERING OF OBJECTS

Summary: TOPSIS (*Technique for Order Preference by Similarity is an Ideal Solution*) is a method of the synthetic feature construction. Its main stage is the calculation of the distance between multi-feature objects and positive and negative ideal solutions and aggregating the results. The features describing the objects are interval numbers: the beginning of the interval determines the minimum, and the end – the maximum value of the features of the tested object. The study aimed to present the possibility of using the extended interval TOPSIS methods for linear ordering of objects. The proposed approach is illustrated by the analysis of spatial differentiation of the level of socio-economic districts in the Wielkopolska Voivodeship.

Keywords: linear ordering of objects, TOPSIS (*Technique for Order Preference by Similarity is an Ideal Solution*), interval TOPSIS method, direct interval TOPSIS method.