

PRACE NAUKOWE

Uniwersytetu Ekonomicznego we Wrocławiu

RESEARCH PAPERS

of Wrocław University of Economics

Nr 371

**Inwestycje finansowe i ubezpieczenia –
tendencje światowe a rynek polski**

Redaktorzy naukowi

Krzysztof Jajuga

Wanda Ronka-Chmielowiec



Wydawnictwo Uniwersytetu Ekonomicznego we Wrocławiu
Wrocław 2014

Redakcja wydawnicza: Jadwiga Marcinek
Redakcja techniczna: Barbara Łopusiewicz
Korekta: Barbara Cibis
Łamanie: Małgorzata Czupryńska
Projekt okładki: Beata Dębska

Informacje o naborze artykułów i zasadach recenzowania
znajdują się na stronie internetowej Wydawnictwa
www.pracnaukowe.ue.wroc.pl
www.wydawnictwo.ue.wroc.pl

Publikacja udostępniona na licencji Creative Commons
Uznanie autorstwa-Użycie niekomercyjne-Bez utworów zależnych 3.0 Polska
(CC BY-NC-ND 3.0 PL)



© Copyright by Uniwersytet Ekonomiczny we Wrocławiu
Wrocław 2014

ISSN 1899-3192
ISBN 978-83-7695-411-0

Wersja pierwotna: publikacja drukowana

Zamówienia na opublikowane prace należy składać na adres:
Wydawnictwo Uniwersytetu Ekonomicznego we Wrocławiu
tel./fax 71 36 80 602; e-mail: econbook@ue.wroc.pl
www.ksiegarnia.ue.wroc.pl

Druk i oprawa: TOTEM

Spis treści

Wstęp	9
Waldemar Aspadarec: Wyniki inwestycyjne funduszy hedge po doświadczeniach kryzysu finansowego	11
Aleksandra Baszczyńska: Metoda jądrowa w analizie finansowych szeregów czasowych.....	23
Katarzyna Byrka-Kita, Mateusz Czerwiński, Agnieszka Perepeczo: Reakcja akcjonariuszy na sprzedaż znaczących pakietów akcji.....	32
Katarzyna Byrka-Kita, Dominik Rozkrut: Ryzyko jako determinanta premii z tytułu kontroli – empiryczna weryfikacja.....	43
Iwona Chomiak-Orsa, Piotr Staszkiwicz: Reduced form of the standard approach for operational risk for economic capital assessment	54
Tadeusz Czernik: Efekt histerezy – wycena opcji i implikowana zmienność	65
Tadeusz Czernik, Daniel Iskra: Modyfikacja geometrycznego ruchu Browna oparta na czasie przebywania. Wycena instrumentów pochodnych, implikowana zmienność – badania symulacyjne.....	75
Magdalena Frasyniuk-Pietrzyk, Radosław Pietrzyk: Efektywność inwestycji funduszy emerytalnych w Polsce – wybrane problemy.....	88
Monika Hadaś-Dyduch: Produkty strukturyzowane – ujęcie algorytmiczne zysku z uwzględnieniem oddziaływania wskaźników rynku finansowego	101
Magdalena Homa: Wpływ strategii inwestycyjnej ubezpieczonego na rozkład wartości portfela ubezpieczeniowego w UFK.....	112
Marietta Janowicz-Lomott, Krzysztof Łyskawa: Kształtowanie indeksowych ubezpieczeń upraw oparte na indywidualizmie w postrzeganiu ryzyka przez gospodarstwa rolne w Polsce	123
Łukasz Jasiński: Innowacje produktowe w ubezpieczeniach zdrowotnych w Polsce.....	137
Lidia Karbownik: Determinanty zagrożenia finansowego przedsiębiorstw sektora TSL w Polsce.....	149
Tomasz Karczyński, Edward Radośniński: Ocena relacji pomiędzy trendami giełd światowych a trendami giełd Europy Środkowowschodniej na przykładzie warszawskiej Giełdy Papierów Wartościowych	165
Krzysztof Kowalke: Efektywność informacyjna Giełdy Papierów Wartościowych w Warszawie	177
Mieczysław Kowerski: Uwagi dotyczące sposobu liczenia stopy wypłaty dywidendy.....	188

Robert Kurek: Systemy informacyjne nadzoru ubezpieczeniowego.....	203
Agnieszka Majewska: Porównanie strategii zabezpieczających portfel akcji z wykorzystaniem kontraktów <i>futures</i> na WIG20 w okresach spadków i wzrostów cen	213
Tomasz Miziołek: Ocena efektywności zarządzania funduszami ETF posiadającymi ekspozycję na polski rynek akcji	224
Joanna Olbryś: Efekt przedziałowy parametru ryzyka systematycznego na GPW w Warszawie SA	236
Andrzej Paliński: Wykorzystanie wartości likwidacyjnej aktywów kredytobiorcy i metody Monte Carlo do wyznaczenia oprocentowania kredytu bankowego.....	245
Jarosław Pawłowski: Zarządzanie ryzykiem pogodowym – przykład wykorzystania pogodowego instrumentu pochodnego przez producenta piwa w Polsce.....	255
Dorota Pekasiewicz: Wybrane testy zgodności dotyczące rozkładów statystyk ekstremalnych i ich zastosowanie w analizach finansowych.....	268
Marcin Salamaga: Efektywność krótkoterminowych inwestycji w złoto	278
Anna Sroczyńska-Baron: Analiza wysokości progu oferty obowiązkowej przy przejściach spółek w oparciu o teorię gier kooperacyjnych	289
Waldemar Tarczyński: Ocena różnych wariantów fundamentalnego portfela papierów wartościowych	298
Magdalena Ulrichs: Zmiany strukturalne na polskim rynku finansowym a sfera realna gospodarki – analiza empiryczna	310
Stanisław Wanat: Efekt dywersyfikacji ryzyka w Solvency II w świetle wyników ilościowego badania wpływu QIS5	320
Ryszard Węgrzyn: Ocena trafności prognoz zmienności indeksu WIG20 konstruowanych na podstawie wybranych modeli klasy GARCH oraz rynkowej zmienności implikowanej.....	331
Stanisław Wieteska: Wybuch jako element ryzyka w ubezpieczeniach od ognia i innych zdarzeń losowych.....	344
Marcelina Więckowska: Obligacje w zarządzaniu ryzykiem katastroficznym	359
Piotr Wybieralski: Zastosowanie wybranych instrumentów pochodnych w warunkach ograniczonej dostępności limitów skarbowych na walutowym rynku pozagieldowym	371
Dariusz Zarzecki: Koszt kapitału, płynność i ryzyko – analiza sektorowa na rynku amerykańskim	383

Summaries

Waldemar Aspadarec: Investment performance of hedge funds after the financial crisis	22
Aleksandra Baszczyńska: Kernel method in the analysis of financial time series	31
Katarzyna Byrka-Kita, Mateusz Czerwiński, Agnieszka Perepeczo: Market reactions to transfer of control within block trades in public companies – empirical evidence	42
Katarzyna Byrka-Kita, Dominik Rozkrut: Risk as a determinant of control premium – empirical evidence.....	53
Iwona Chomiak-Orsa, Piotr Staszkiwicz: Zredukowana forma metody standardowej do oceny kapitału ekonomicznego	64
Tadeusz Czernik: Hysteretic-like effect – derivative pricing and implied volatility	74
Tadeusz Czernik, Daniel Iskra: Modified geometric Brownian motion – occupation time approach. Derivative pricing, implied volatility – simulations.....	87
Magdalena Frasyniuk-Pietrzyk, Radosław Pietrzyk: Pension funds performance in Poland – selected problems	100
Monika Hadaś-Dyduch: Valuation of structured product according to algorithmic interaction with regard to the financial market	110
Magdalena Homa: Effect of investment strategy for the distribution of the portfolio value in unit-linked insurance.....	121
Marietta Janowicz-Lomott, Krzysztof Łyskawa: Individualism in risk perception by farms in Poland and in the development of insurance products	136
Łukasz Jasiński: Product innovations in health insurances in Poland.....	148
Lidia Karbownik: Determinants of financial threat of the enterprises from transport, forwarding and logistic sector in Poland	164
Tomasz Karczyński, Edward Radosiński: Assessment of relation between global and Central Europe stock market trends on the example of the Warsaw Stock Exchange	176
Krzysztof Kowalke: Effectiveness of information on the Warsaw Stock Exchange	187
Mieczysław Kowerski: Some remarks on the calculation of the dividend payout ratio	202
Robert Kurek: Information systems of insurance supervision	212
Agnieszka Majewska: Comparison of hedging using futures on WIG20 in periods of price increases and decreases	223
Tomasz Miziolek: Evaluation of the effectiveness of management exchange-traded funds having exposure on the Polish equity market	235

Joanna Olbryś: Intervalling effect bias in beta: empirical results in the Warsaw Stock Exchange	244
Andrzej Paliński: Bank loan pricing with use the of the Monte Carlo method and the liquidation value of borrower's assets.....	254
Jarosław Pawłowski: Weather risk management – example of using weather derivative by a producer of beer in Poland	267
Dorota Pekasiewicz: Selected tests of goodness of extreme distributions and their application in financial analyses.....	277
Marcin Salamaga: The effectiveness of short-term investment in gold	288
Anna Sroczyńska-Baron: The analysis of the limit of obligatory offer based on the theory of cooperative games	297
Waldemar Tarczyński: Assessment of different variants of fundamental portfolio of securities	309
Magdalena Ulrichs: Structural changes on the Polish financial market and the real economy – an empirical analysis	319
Stanisław Wanat: The diversification effect in Solvency II in the light of the fifth quantitative impact study	330
Ryszard Węgrzyn: Assessment of the forecasts accuracy of the WIG20 index volatility constructed on the basis of selected models of the GARCH class and market implied volatility.....	343
Stanisław Wieteska: Explosion as an element of risk in insurance from fire and other random events.....	358
Marcelina Więckowska: Bonds for catastrophe risk management.....	370
Piotr Wybieralski: The application of selected currency derivatives in terms of constrained amounts of treasury limits in the OTC market.....	382
Dariusz Zarzecki: Cost of capital, liquidity and risk – sectoral analysis on the American capital market.....	411

Aleksandra Baszczyńska

Uniwersytet Łódzki

e-mail: albasz@uni.lodz.pl

METODA JĄDROWA W ANALIZIE FINANSOWYCH SZEREGÓW CZASOWYCH¹

Streszczenie: W analizie finansowych szeregów czasowych wykorzystywane są m.in. metody statystyczne oparte na statystykach jądrowych. Procedury estymacji i weryfikacji hipotez statystycznych oparte na metodach jądrowych stanowią wygodne i uniwersalne narzędzie analiz finansowych szeregów czasowych. W pracy przedstawione są wybrane metody jądrowe, w tym nieparametryczna jądrowa estymacja funkcji gęstości. Przedstawione są również modyfikacje metody jądrowej, uwzględniające charakter finansowych szeregów czasowych. Zaprezentowany zostanie przykład zastosowania metody jądrowej wraz z uwagami dotyczącymi wyboru parametrów metody.

Słowa kluczowe: metoda jądrowa, funkcja jądra, parametr wygładzania, estymacja funkcji gęstości.

DOI: 10.15611/pn.2014.371.02

1. Wstęp

W analizie finansowych szeregów czasowych metody nieparametryczne, niewymagające założeń o rozkładzie zmiennej losowej w badanej populacji, są często wykorzystywanymi narzędziami statystycznymi. Metody te mają zastosowanie np. w estymacji funkcji gęstości, w estymacji funkcji regresji lub w weryfikacji hipotez dotyczących charakterystyk funkcyjnych zmiennych losowych, w tym o postaci funkcyjnej regresji. Potrzeba wykorzystania metod nieparametrycznych w analizach finansowych wynika często z braku informacji wymaganych do przyjęcia założenia o rozkładzie populacji (np. gdy badane zjawisko jest nowe lub nietypowe) lub też konieczności zastosowania innych niż liniowe zależności (co występuje bardzo często w analizach dotyczących finansowych szeregów czasowych).

Dużą grupę metod nieparametrycznych stanowią metody oparte na statystykach jądrowych, znane w literaturze jako metody jądrowe. Metody jądrowe wymagają

¹ Praca zrealizowana w ramach projektu sfinansowanego ze środków Narodowego Centrum Nauki przyznanych na podstawie decyzji numer DEC-2011/01/B/HS4/02746.

przyjęcia jedynie niewielu założeń dotyczących gładkości funkcji lub istnienia pochodnych określonego rzędu badanych funkcji. Uniwersalność tych metod związana jest również z postępem w technologii komputerowej i możliwością wykorzystania dużych zbiorów danych. Metody jądrowe charakteryzują się dobrymi własnościami, chociaż należy pamiętać, że wymagają wykorzystania dużej liczby obserwacji, co czasami traktowane jest jako ich wada. Należy jednak podkreślić fakt, iż metody jądrowe stanowią uzupełnienie klasycznych metod stosowanych w analizach finansowych, a w wielu przypadkach należą jedynie do nielicznych metod możliwych do zastosowania w konkretnym zagadnieniu badawczym dotyczącym analizy finansowych szeregów czasowych.

Celem pracy jest prezentacja wybranych metod jądrowych mogących znaleźć zastosowanie w analizach finansowych, jak również wskazanie, na podstawie wyników badań symulacyjnych, tych własności omawianych metod, które wynikają z wyboru parametrów metody jądrowej.

2. Metoda jądrowa

Metoda jądrowa została zastosowana po raz pierwszy w estymacji funkcji gęstości w latach pięćdziesiątych ubiegłego wieku. Estymator jądrowy funkcji gęstości określony jest w następujący sposób [Parzen 1962; Rosenblatt 1956]:

$$\hat{f}(x) = \frac{1}{nh} \sum_{i=1}^n K\left(\frac{x - X_i}{h}\right), \quad (1)$$

gdzie: X_1, \dots, X_n jest próbą prostą, $K(u)$ jest funkcją jądra, h parametrem wygładzania.

Funkcja jądra i parametr wygładzania są zwane parametrami metody jądrowej i mają zasadniczy wpływ na postać estymatora jądrowego. W literaturze prezentowane są różne postaci funkcji jądra [Domański, Pruska 2000; Gajek, Kałużka 1996; Härdle et al. 2004]. W praktyce najczęściej wykorzystywana jest funkcja jądra $K(u)$, która jest symetryczną, nieujemną funkcją gęstości (np. funkcją gęstości rozkładu normalnego), a to zapewnia, że estymator funkcji gęstości jest również funkcją gęstości. Funkcje jądra o takich własnościach zwane są funkcjami jądra klasycznymi lub drugiego rzędu [Silverman 1996]. Funkcje jądra rzędu q , dla $q \geq 2$, określone są w następujący sposób:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} K(u) du = 1, \quad (2)$$

$$\int_{-\infty}^{+\infty} u^j K(u) du = 0 \text{ dla } 1 \leq j \leq q-1,$$

$$\int_{-\infty}^{+\infty} u^q K(u) du < \infty.$$

Dla funkcji jądra wyższych rzędów estymator funkcji gęstości może przyjmować ujemne wartości w niektórych punktach.

Parametr wygładzania h ($h > 0$) określa stopień wygładzenia estymatora funkcji gęstości. Optymalny parametr wygładzania to taki, który otrzymujemy przez minimalizację określonej miary dokładności estymatora. Optymalny parametr jest niemożliwy do wyznaczenia, gdyż jego wartość jest uzależniona od nieznannej funkcji gęstości (w szczególności drugiej pochodnej nieznannej funkcji gęstości). Wyróżniamy dwie grupy metod wyboru parametru wygładzania w jądrowej estymacji funkcji gęstości: metody *cross validation* (oparte na minimalizacji scałkowanego kwadratu odchyłań) oraz metody *plug-in* (oparte na minimalizacji scałkowanego błędu średniokwadratowego). W praktyce stosowane są przede wszystkim: metoda subiektywna (polegająca na subiektywnym doborze różnych wartości parametru wygładzania i wyborze tej wartości parametru, której zastosowanie w estymacji spełnia oczekiwania badacza) oraz metoda Silvermana (przyjmująca założenie, że nieznaną funkcją gęstości jest funkcja gęstości rozkładu normalnego). W literaturze trwa dyskusja dotycząca najlepszej, z punktu widzenia określonego kryterium, metody wyboru parametru wygładzania.

3. Wybrane metody wnioskowania statystycznego oparte na metodzie jądrowej

Niech $\{X_t\}$ będzie ściśle stacjonarnym procesem z gęstością brzegową $g(x)$ i łączną funkcją gęstości $f_{j,x}(x, y)$ oraz $\{X_t\}_{t=1}^T$ będzie losową próbą o liczebności T . Estymator jądrowy gęstości brzegowej $g(x)$ przyjmuje następującą postać:

$$\hat{g}(x) = \frac{1}{Th} \sum_{i=1}^T K\left(\frac{x - X_i}{h}\right), \quad (3)$$

gdzie $K(u)$ jest funkcją jądra, h parametrem wygładzania.

Estymator jądrowy dystrybuanty brzegowej $G(x)$ ma postać :

$$\hat{G}(x) = \frac{1}{Th} \sum_{i=1}^T H\left(\frac{x - X_i}{h}\right), \quad (4)$$

gdzie $H(u)$ jest funkcją jądra przyjmującą postać dystrybuanty.

Możliwa jest modyfikacja klasycznego podejścia polegająca na uwzględnieniu wag. Wówczas estymatory (3) i (4) odpowiednio przyjmują postać [Harvey, Oryshchenko 2012]:

$$\hat{g}_t(x) = \frac{1}{Th} \sum_{i=1}^T K\left(\frac{x - X_i}{h}\right) w_{t,i} \quad \text{dla } t = 1, \dots, T, \quad (5)$$

oraz:

$$\hat{G}_t(x) = \frac{1}{Th} \sum_{i=1}^T H\left(\frac{x - X_i}{h}\right) w_{t,i} \quad \text{dla } t = 1, \dots, T. \quad (6)$$

Wagi określone są następująco $\sum_{i=1}^T w_{t,i} = 1$ dla $t = 1, \dots, T$.

W estymacji łącznej funkcji gęstości jest wykorzystywany estymator jądrowy wielowymiarowy o postaci [Kulczycki 2005]:

$$\hat{f}(x) = \frac{1}{Th} \sum_{i=1}^T \prod_{i=1}^d K\left(\frac{x_i - X_{it}}{h}\right), \quad (7)$$

gdzie $X_t = (X_{1t}, X_{2t}, \dots, X_{dt})'$, $x_t = (X_1, X_2, \dots, X_d)'$ jest wektorem.

W estymacji funkcji regresji $E(Y_t | X_t)$ na podstawie próby $\{Y_t, X_t\}_{t=1}^T$ wykorzystywany jest nieparametryczny jądrowy estymator Nadarayi–Watsona:

$$\hat{r}(x) = \frac{\hat{m}(x)}{\hat{g}(x)}, \quad (8)$$

gdzie $\hat{m}(x) = \frac{1}{Th} \sum_{i=1}^T Y_i K\left(\frac{x - X_i}{h}\right)$ i $\hat{g}(x) = \frac{1}{Th} \sum_{i=1}^T K\left(\frac{x - X_i}{h}\right)$ są estymatorami jądrowymi.

Jądrowy estymator Nadarayi–Watsona wykorzystywany jest w weryfikacji hipotez statystycznych dotyczących postaci funkcji regresji (por. [Śliwicki 2012]). W weryfikacji hipotezy zerowej $H_0 : m(x) = 0$, przy hipotezie alternatywnej $H_1 : m(x) \neq 0$, gdzie $m(x) = E(Y | X = x)$ statystyka testowa ma postać:

$$T_1 = n\sqrt{h} \int_{-\infty}^{+\infty} \{\hat{m}(x) - 0\}^2 \tilde{w}(x) dx, \quad (9)$$

gdzie $\tilde{w}(x)$ oznacza funkcję wagową ustalaną przez badacza w celu ograniczenia wpływu wartości granicznych lub obszarów z obserwacjami rzadko występującymi. Dla $\tilde{w}(x) = f_X(x)w(x)$, gdzie $f_X(x)$ jest funkcją gęstości zmiennej losowej X , otrzymujemy następującą postać statystyki testowej:

$$T_2 = \sqrt{h} \sum_{i=1}^n \{\hat{m}(x) - 0\}^2 w(x). \quad (10)$$

Przy prawdziwości hipotezy zerowej statystyki testowe (9) i (10) mają rozkład normalny z wartością oczekiwaną 0 i wariancją $2 \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\sigma^4(x) \tilde{w}^2(x)}{f_X^2(x)} dx \int_{-\infty}^{+\infty} (K * K)^2(x) dx$, gdzie warunkowa wariancja ma postać $\sigma^2(x) = D^2(Y|X=x)$, natomiast $K * K$ oznacza splot funkcji jądra.

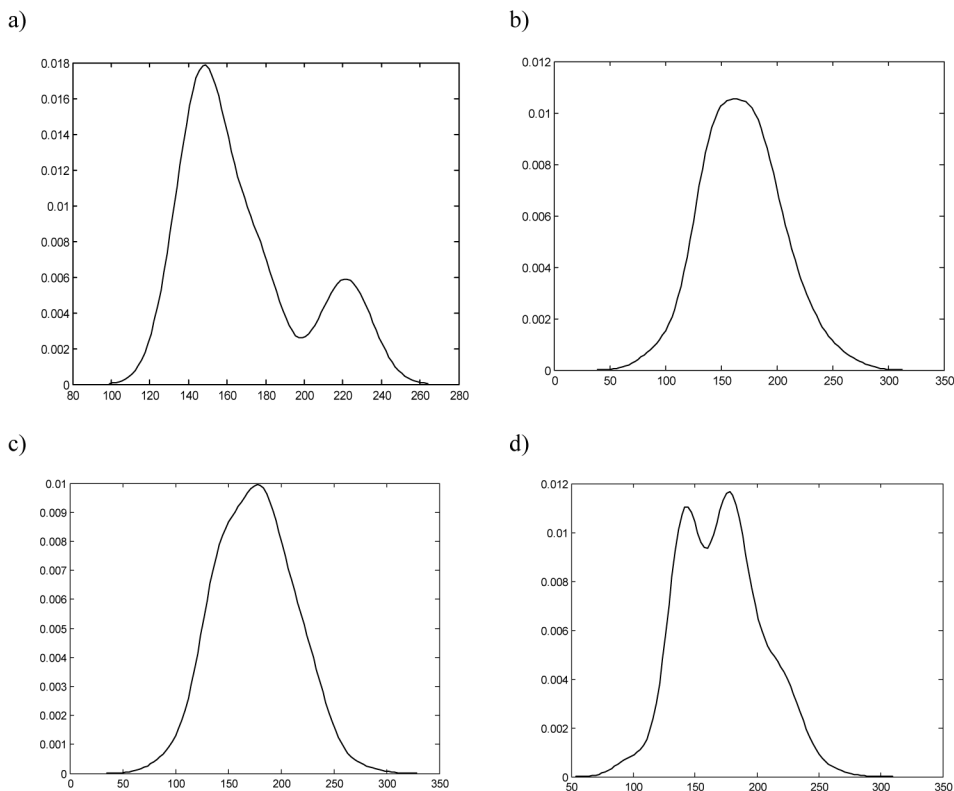
4. Estymacja jądrowa funkcji gęstości cen energii

Na podstawie wyników sesji Rynku Dnia Następnego na Towarowej Giełdzie Energii SA, dotyczących cen średnich ważonych wolumenem ze wszystkich transakcji na sesji giełdowej dla danej godziny dla energii elektrycznej w dniach 26 sierpnia-21 września 2013 r. (w zł za MWh) [<http://wyniki.tge.pl/pl> (21.09.2013)], wyznaczono estymatory jądrowe funkcji gęstości. Uwzględniając dyskusję dotyczącą stosowania metod jądrowych w szeregach czasowych [Bowman, Azzalini 2004], podjęto decyzję o zastosowaniu w badaniu klasycznych metod jądrowych. Z dostępnych 592 obserwacji pobierano w sposób losowy próby o liczebności 10, 50, 100. W metodzie jądrowej wykorzystano różne liczebności próby, różne funkcje jądra oraz zastosowano różne metody wyznaczania parametru wygładzania. Na podstawie wyników estymacji wykazano zależność postaci estymatora funkcji gęstości od liczebności próby, wyboru funkcji jądra oraz wyboru wartości parametru wygładzania.

W etapie pierwszym badania wyznaczano estymatory jądrowe gęstości z funkcją jądra Gaussowską oraz metodą Silvermana do wyboru parametru wygładzania na postawie prób o różnych liczebnościach. Wyniki przedstawione są na rysunku 1.

Jądrowa estymacja funkcji gęstości cen energii elektrycznej dokonana na podstawie jedynie 10-elementowej próby wskazała na zdecydowanie dwumodalny charakter funkcji gęstości, podczas gdy estymacja z wykorzystaniem prób „dużych” ($n = 50$ oraz $n = 100$) dostarcza informacji o jednomodalnym charakterze funkcji gęstości, co może stanowić zalecenie dotyczące stosowania raczej dużych prób w procesie estymacji funkcji gęstości cen energii.

Drugi etap badania polegał na wyznaczeniu estymatorów jądrowych przy zastosowaniu różnych funkcji jądra. Do badania wykorzystano jedynie próbę 10 elementową, gdyż ta próba w estymacji w etapie pierwszym dostarczała informacji



Rys. 1. Estymacja jądrowa funkcji gęstości cen energii (funkcja jądra Gaussowska, praktyczna zasada Silvermana); a) próba $n = 10$, b) próba $n = 50$, c) próba $n = 100$, d) $n = 592$

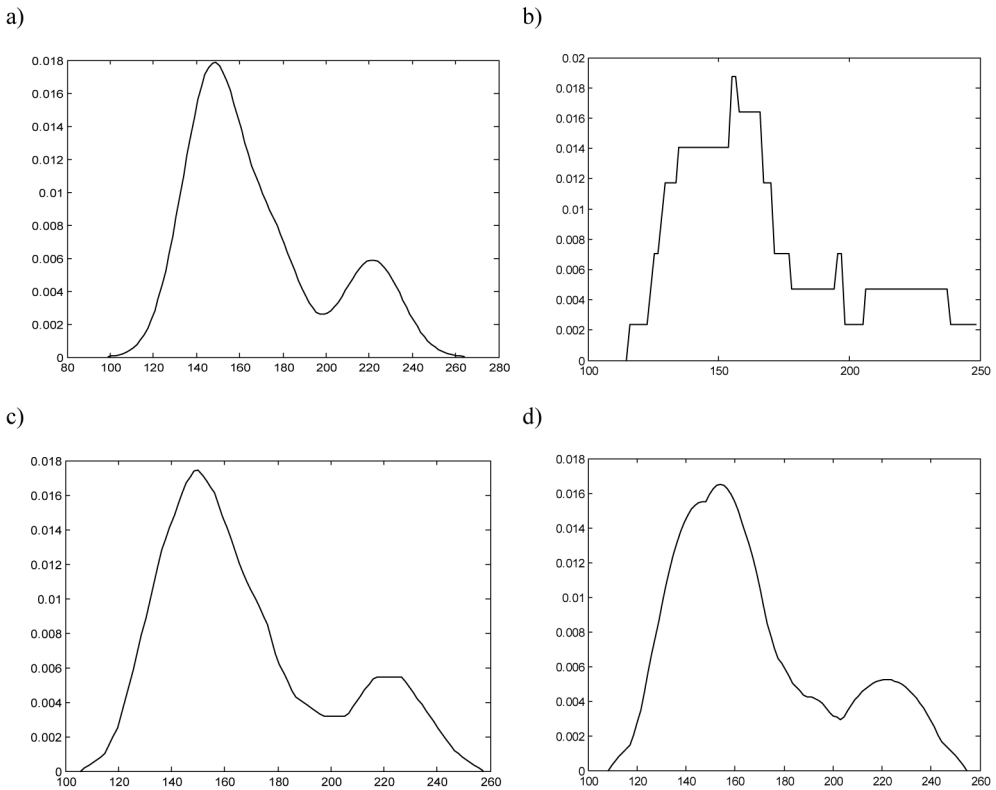
Źródło: opracowanie własne.

o dwumodalności. A dwumodalność funkcji gęstości została wykazana przy wyznaczeniu estymatora na podstawie wszystkich 592 obserwacji (rys. 1, d). Wyniki estymacji jądrowej funkcji gęstości zostały przedstawione na rysunku 2.

Estymatory funkcji gęstości z różnymi funkcjami jądra wskazują na wyraźnie dwumodalny charakter badanej funkcji gęstości. Nawet tak mała próba (10-elementowa) daje podstawy do twierdzenia o małym wpływie wyboru funkcji jądra na wynik estymacji.

Następny etap badania związany jest z wartością parametru wygładzania. Podczas gdy w etapie pierwszym i drugim zastosowano metodę Silvermana wyboru parametru wygładzania, to w etapie trzecim badania zastosowano metodę subiektywną. Wyniki estymacji przedstawiono na rysunku 3.

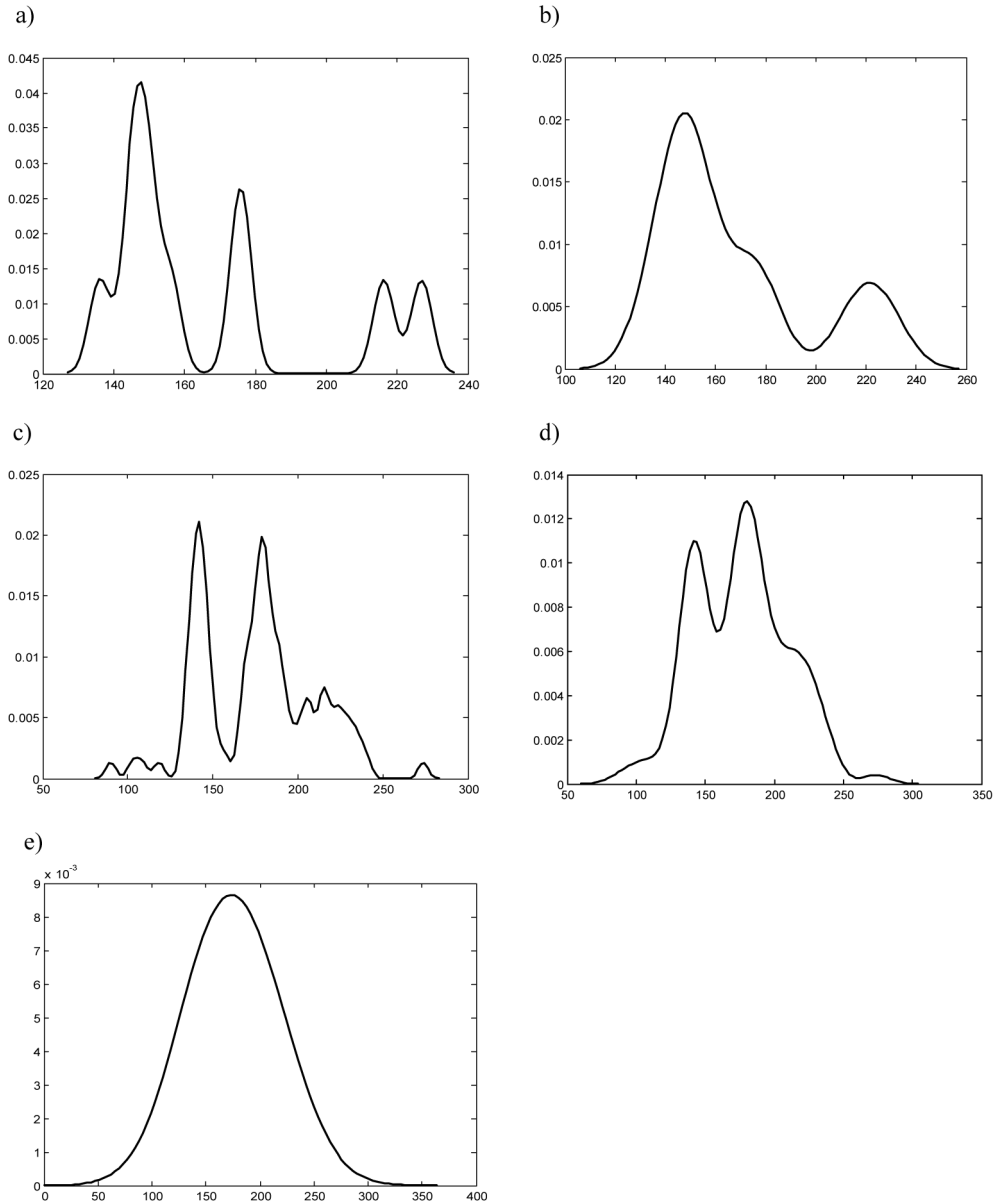
Metoda subiektywnego wyboru parametru wygładzania, choć wydaje się prosta w zastosowaniu (szybka i nieskomplikowana), nie może być stosowana w skompli-



Rys. 2. Estymacja jądrowa funkcji gęstości cen energii (próba $n = 10$, praktyczna zasada Silvermana); a) funkcja jądra Gaussowska, b) funkcja jądra prostokątna, c) funkcja jądra trójkątna, d) funkcja jądra Epanecznikowa

Źródło: opracowanie własne.

kowanych analizach finansowych. Okazuje się, że wybór wartości parametru wygładzania ma bardzo duży wpływ na wynik estymacji funkcji gęstości. Mała wartość parametru wygładzania powoduje, że estymator charakteryzuje się wielomodalnością (zwłaszcza w przypadku małych prób), natomiast w wyniku wykorzystania dużej wartości parametru wygładzania estymator staje się bardzo wygładzony i być może traci się w ten sposób wiele informacji o charakterystyce funkcyjnej badanej zmiennej losowej.



Rys. 3. Estymacja jądrowa funkcji gęstości cen energii (funkcja jądra Gaussowska); a) $h = 3, n = 10$, b) $h = 10, n = 10$, c) $h = 3, n = 100$, d) $h = 10, n = 100$, e) $h = 30, n = 100$

Źródło: opracowanie własne.

5. Podsumowanie

Zalecenia wynikające z zastosowania estymatora jądrowego funkcji gęstości cen energii elektrycznej dotyczą stosowania w praktyce raczej dużych liczebności prób. Małe próby mogą powodować konstrukcję estymatora funkcji gęstości, który nie odzwierciedla prawdziwej charakterystyki funkcyjnej. Parametry metody jądrowej (funkcja jądra i parametr wygładzania) muszą być dobierane przy uwzględnieniu doświadczenia badacza i w oparciu o informacje dodatkowe dotyczące badanego zjawiska. Przy czym zastosowanie różnych funkcji jądra nie spowodowało znacznych różnic w postaci estymatora. Parametr wygładzania okazał się mieć decydujące znaczenie. Stosowanie metody subiektywnego wyboru parametru wygładzania jest dopuszczalne jedynie w nielicznych przypadkach analizowanych przez doświadczonego badacza.

Literatura

- Bowman A., Azzalini A., 2004, *Applied Smoothing Techniques for Data Analysis*, Oxford Statistical Science, Series 18, Oxford Science Publications, Clarendon Press, Oxford.
- Domański C., Pruska K., 2000, *Nieklasyczne metody statystyczne*, PWE, Warszawa.
- Gajek L., Kałużska M., 1996, *Wnioskowanie statystyczne*, WNT, Warszawa.
- Härdle W., Müller M., Sperlich S., Werwatz A., 2004, *Nonparametric and Semiparametric Models*, Springer Series in Statistics, Springer Verlag, Berlin–Heidelberg.
- Harvey A., Oryshchenko V., 2012, *Kernel Density Estimation for Time Series Data*, International Journal of Forecasting, no. 28.
- Kulczycki P., 2005, *Estymatory jądrowe w analizie systemowej*, WNT, Warszawa.
- Parzen E., 1962, *On Estimation of a Probability Density Function and Mode*, Annals of Mathematical Statistics, no. 3.
- Rosenblatt M., 1956, *Remarks on Some Nonparametric Estimation of a Density Function*, Annals of Mathematical Statistics, no. 27.
- Silverman B., 1996, *Density Estimation for Statistics and Data Analysis*, Chapman and Hall, London.
- Śliwicki D., 2012, *Jądrowy test liniowości*, Acta Universitatis Nicolai Copernici, *Ekonomia*, t. XLIII, nr 2, 183-198.

KERNEL METHOD IN THE ANALYSIS OF FINANCIAL TIME SERIES

Summary: In the analysis of financial time series, methods based on kernel statistics are used. The estimation and verification of statistical hypotheses based on kernel methods are useful and widely used tools in the analysis of financial time series. The paper presents the chosen methods of kernel ones, including the nonparametric estimation of the probability density function. The modifications of the kernel methods are presented, taking into account the nature of the financial time series. An example of application of kernel method is also presented, with comments on the choice of method's parameters.

Keywords: kernel method, kernel function, smoothing parameter, estimation of the probability density function.