

**TECHNIKA TDR  
W MODELOWANIU  
RUCHU WODY  
GLEBOWEJ**



**GRZEGORZ JANIK**

**TECHNIKA TDR  
W MODELOWANIU  
RUCHU WODY  
GLEBOWEJ**

*(rozprawa habilitacyjna)*

WROCŁAW 2009



*Opiniodawca*  
prof. dr hab. Henryk Sobczuk

*Redaktor merytoryczny*  
dr hab. inż. Krzysztof Pulikowski, prof. nadzw.

*Opracowanie redakcyjne*  
mgr Elżbieta Winiarska-Grabosz

*Korekta*  
Janina Szydłowska

*Łamanie*  
Alina Gebel

*Projekt okładki*  
mgr inż. Stanisław Rogowski

Rozprawy CCLVII

© Copyright by Uniwersytet Przyrodniczy we Wrocławiu, Wrocław 2009

ISSN 1897-4732  
ISBN 978-83-60574-44-7

**WYDAWNICTWO UNIwersytetu PRZYRODniczego WE WROCLAWIU**

**Redaktor Naczelny – prof. dr hab. Andrzej Kotecki**  
**ul. Sopocka 23, 50-344 Wrocław, tel. 071 328-12-77**  
**e-mail: wyd@up.wroc.pl**

---

Nakład 100 + 16 egz. Ark wyd. 6,4. Ark. druk. 6,25  
Druk i oprawa: Wydawnictwo Tekst Sp. z o.o.  
ul. Kossaka 72, 85-307 Bydgoszcz

# SPIS TREŚCI

<b>1. WSTĘP .....</b>	<b>7</b>
<b>2. CEL PRACY .....</b>	<b>9</b>
<b>3. ZASTOSOWANIE TECHNIKI TDR DO WYZNACZANIA WYBRANYCH DANYCH WEJŚCIOWYCH W RÓWNANIU RICHARDSA .....</b>	<b>11</b>
3.1. WARUNKI POCZĄTKOWE .....	14
3.2. WARUNKI BRZEGOWE .....	18
3.3. CZŁON ŹRÓDŁOWY .....	22
3.4. PARAMETRIZACJA PRZESTRZENI OBJĘTEJ MODELOWANIEM .....	24
<b>4. RÓWNANIE RICHARDSA Z RÓŻNYMI WARIANTAMI DANYCH WEJŚCIOWYCH .....</b>	<b>27</b>
<b>5. PRAKTYCZNE ZASTOSOWANIA TECHNIKI TDR .....</b>	<b>32</b>
5.1. PRZYKŁADY WYZNACZANIA WARUNKÓW POCZĄTKOWYCH .....	32
5.2. SZACOWANIE GÓRNEGO WARUNKU BRZEGOWEGO .....	43
5.2.1. OPAD NETTO .....	43
5.2.2. PAROWANIE Z GLEBY NIEPOROŚNIĘTEJ .....	48
5.3. PRZESTRZENNY ROZKŁAD POBORU WODY PRZEZ ROŚLINY UWZGLĘDNIANY JAKO CZŁON ŹRÓDŁOWY .....	53
5.4. WYZNACZANIE PRZESTRZENNEJ ZMIENNOŚCI PARAMETRÓW GLEBY .....	57
<b>6. WERYFIKACJA I PORÓWNANIE CZTERECH WARIANTÓW MODELI MATEMATYCZNYCH .....</b>	<b>69</b>
<b>7. PODSUMOWANIE I WNIOSKI .....</b>	<b>84</b>
<b>8. PIŚMIENNICTWO .....</b>	<b>86</b>



# 1

---

## WSTĘP

Racjonalne korzystanie z zasobów naturalnych wymaga rozpoznania praw rządzących w środowisku przyrodniczym. Umiejętne gospodarowanie wodą w glebie jest możliwe, gdy znane są zasady, zgodnie z którymi następuje zmiana jej stanu energetycznego. Zasady te wyrażone są za pomocą opisów matematycznych. Znaczenie sformułowań matematycznych i równocześnie pomiarów trafnie opisują cytowane w pracy Malickiego (1999) słowa Sydenhama, który również korzysta z myśli lorda Kelvina: „Matematyczny opis wiedzy jest probierzem prawdziwości nauki. Celem nauki jest opisanie wiedzy na podstawie danych wyrażonych w kategoriach matematycznych. Ten punkt widzenia odzwierciedla się, między innymi, w stwierdzeniu lorda Kelvina: «Często powiadam, że kiedy możesz zmierzyć to, o czym mówisz i kiedy możesz wyrazić to liczbami, to już wiesz cokolwiek o tym, ale jeżeli nie możesz zmierzyć tego, jeżeli nie możesz wyrazić tego liczbami, to twoja wiedza jest uboga i niewystarczająca: to może być dopiero początek wiedzy, uczyniłeś zaledwie mały krok w kierunku nauki, bez względu na to, co jest przedmiotem twoich rozważań. »”

Modelowanie ruchu wody glebowej, której obecność określa i wyznacza wszystkie ważne funkcje gleby, jest ważnym narzędziem do przewidywania jej stanu (Sobczuk 1998). Podstawę modelowania zjawisk przyrodniczych – w tym ruchu wody w ośrodkach porowatych – stanowią równania różniczkowe. W celu prognozowania stosunków powietrzno-wodnych w glebie korzysta się najczęściej z uogólnionego równania Richardsa (Brandyk 1986, Klinge i wsp. 2005, Komisarek, Kozłowski 2005, Kowalik 2001, Olszta, Zaradny 2000, Reinhard 1992, Ross 1990) Aparat matematyczny wykorzystywany do rozwiązania równania metodą różnic skończonych lub elementów skończonych jest dość dobrze rozpoznany (Belmans i wsp. 1983, Fipps i wsp. 1986, Kowalski 1998, Maciejewski 1993, Reinhard 2004, Szulczewski 2003, Wosiewicz 1989, Zaradny 1990). Jednak równanie to zawiera zawsze pewne elementy (np. współczynniki, człony niejednorodne), które charakteryzują fizyczne właściwości zjawiska i otoczenia. Są one wyznaczone za pomocą pomiarów, zawsze obarczonych błędem (Sobczyk 1991). Ponadto, w przypadku modelowania ruchu wody glebowej mamy do czynienia z ośrodkiem powstałym w wyniku procesów przyrodniczych. Dlatego wszystkie gleby charakteryzują się zmiennością przestrzenną właściwości fizycznych (Brandyk i wsp.

1993). W związku z tym parametry fizyczne, które w tym przypadku reprezentują modelowaną przestrzeń, nie mogą być wyrażone przez jedną wartość (Apul i wsp. 2005, Bykowski i wsp. 2001, Chalfen 1990, Janik 2001, 2008, Kajewski, Kowalski 1990, Lipiec 1983, Peck 1983, Pływaczyk, Kostrzewa 1985, Sobczuk 1998, Usowicz 2001, Walczykowa i wsp. 2005, Warrick, Nielsen 1980). W konsekwencji, do opisu filtracji najlepiej zastosować teorię pól losowych w postaci krigingu (Gnatowski i wsp. 1996, Isaaks, Srivastava 1998, Maciejewski 1998, Stapel 1993, Vaculin i wsp. 1983).

Proces prognozowania stosunków powietrzno-wodnych w glebie, oprócz modelowania, wymaga prowadzenia monitoringu wilgotności objętościowej. W ostatnich latach do tego celu stosowana jest najczęściej technika reflektometryczna (TDR – Time Domain Reflectometry) (Malicki 1990, 1996, Malicki, Skierucha 1989, Reeves, Smith 1992, Roth i wsp. 1990, Skierucha 2000, 2005a, 2005b, Sobczuk, Plagge 2007, Topp, Davis 1985, Topp i wsp. 1980). W metodzie TDR bezpośrednio mierzy się czas propagacji impulsu elektromagnetycznego w badanym ośrodku na odcinku stanowiącym podwójną długość falowodu, który utworzony jest z prętów przewodzących prąd elektryczny. Na tej podstawie oblicza się prędkość propagacji impulsu związaną z przenikalnością dielektryczną ośrodka, a ta jest zależna od wilgotności objętościowej badanego materiału. Najnowsze aparaty TDR skonstruowane są tak, aby dane uzyskane z pomiarów mogły być przekazywane do użytkownika łączem radiowym lub za pomocą sieci Internet (Skierucha i wsp. 2004).

Obecnie reflektometria domenowo-czasowa jest uznaną na świecie metodą pomiaru wilgotności objętościowej gleby. Jednak, jeszcze 18 lat temu, Brandyk w swojej pracy stwierdza że: „Pomiar wilgotności aktualnej w warunkach terenowych pomimo istnienia kilku nowoczesnych metod jest ciągle kłopotliwy, czasochłonny oraz wymagający drogiej i skomplikowanej aparatury” (1990). W Polsce miernik TDR powstał w Instytucie Agrofizyki PAN w Lublinie. Do 2003 roku badaniami kierował prof. Malicki, obecnie doc. Skierucha. Aparaty te stosowane są przez większość polskich ośrodków naukowych zajmujących się oznaczeniami zawartości wody w glebie. Dobre wyniki osiąga się dla pomiarów w piaskach gliniastych lekkich i piaskach słabo gliniastych, w glinach lekkich i lekkich pylistych, a także w glinach ciężkich, bardzo ciężkich i ciężkich pylistych (Biniak 2004, Łyczko i wsp. 2000, Nyc, Pokładek 2004, Pęczkowski i wsp. 2001, Pokładek 2001, Somorowska 2004, Szatyłowicz i wsp. 1994). Badania wykorzystujące technikę TDR prowadzone są również przez ośrodki badawcze w Europie i USA (Blonquist i wsp. 2005, Crow i wsp. 2005, Driksen, Dasberg 1993, Huisman i wsp. 2001, Ledieu i wsp. 1986, Nobiro 2001, Plagge i wsp. 1990, Thomsen i wsp. 2000, Topp i wsp. 1980, Topp, Reynolds 1998). Metoda reflektometryczna stosowana jest też z powodzeniem do pomiarów wilgotności w innych niż gleba ośrodkach porowatych, np. w materiałach budowlanych (Janik i wsp. 2006, Sobczuk i wsp. 2004).



# 2

---

## CEL PRACY

Zamierzeniem autora była poprawa dokładności prognozowania stosunków powietrzno-wodnych w wierzchniej warstwie gleby. Cel ten zrealizowano poprzez zastosowanie reflektometrii domenowo-czasowej (TDR) do bardziej precyzyjnego wyznaczania danych wejściowych w modelach matematycznych opisujących ruch wody w wierzchniej warstwie glebowej. W równaniu Richardsa wyznaczenie kompletu danych wejściowych sprowadza się do określenia: warunków początkowych, brzegowych oraz parametrów charakteryzujących modelowaną przestrzeń. W niektórych przypadkach niezbędne jest również wyznaczenie członu źródłowego, uwzględniającego np. pobór wody przez korzenie roślin. Badania polowe i eksperymenty laboratoryjne opisane w rozdziale 5, mimo że zróżnicowane tematycznie, łączą dwa aspekty. Po pierwsze, każde z zagadnień dotyczy danych wejściowych w równaniu Richardsa, po drugie – w każdym zastosowano technikę TDR. Te dwa punkty wspólne zdecydowały o wyborze materiału badawczego.

W niniejszej pracy warunek początkowy został sformułowany w czterech wariantach. W pierwszym – po przyjęciu pewnych założeń upraszczających – równanie Richardsa sprowadzono do jednego wymiaru i warunek początkowy określono na podstawie pomiarów wilgotności aparatem TDR. W dwóch następnych wariantach równanie to rozpatrzono jako trójwymiarowe. W II – warunek początkowy określono, podobnie jak w wariacie I, na podstawie pomiarów wilgotności w punktach węzłowych. Natomiast w III wariacie wartości wilgotności w punktach węzłowych odczytano z map, w których interpolację przeprowadzono metodą krigingu. Kriging jest techniką stosowaną do lokalnej estymacji, w której tylko dane w pobliżu obszaru estymacji są uwzględniane w procesie szacowania. Technika ta stanowi metodę interpolacyjną średniej ważonej ruchomej (Namysłowska-Wilczyńska 2006). W czwartym wariacie równanie ponownie potraktowano jako jednowymiarowe, ale warunek początkowy w punktach węzłowych realizowano jako zmienną losową. W każdym z wariantów technikę TDR wykorzystano do wyznaczenia wilgotności objętościowej. Zastosowano ją również do szacowania warunków brzegowych – w szczególności do ustalenia górnego warunku brzegowego II rodzaju. Podano sposób szacowania opadu netto oraz parowania z nieporośniętej powierzchni gleby. Ponadto technikę TDR wykorzystano do

wyznaczania członu źródłowego w równaniu Richardsa, co szczegółowo opisano w rozdziale 5.3. Dokładność zaproponowanych poniżej zastosowań techniki TDR przeanalizowano na podstawie badań laboratoryjnych i polowych. Wyznaczanie parametrów charakteryzujących modelowaną przestrzeń i stosowanych w równaniu Richardsa, podobnie jak warunek początkowy, przeprowadzono w czterech wariantach. W wariacie I założono, że parametry są jednakowe w każdym punkcie modelowanej przestrzeni a ich wartości, dla danego typu gleby, określono na podstawie danych literaturowych (Genuchten van 1991). Ustalenia muszą być poprzedzone badaniami pozwalającymi oznaczyć skład granulometryczny materiału glebowego. Drugi sposób (wariant II) wykorzystuje technikę TDR i polega na przeprowadzeniu tzw. kalibracji modelu przepływu wody dla równania Richardsa. Pozwoliło to na wyznaczenie wartości parametrów glebowych w wielu pionowych przekrojach modelowanej przestrzeni. Kalibrację modelu w niniejszej pracy nazywano również procedurą identyfikacyjną. Trzeci i czwarty sposób to, podobnie jak w przypadku warunku początkowego, podanie wartości parametrów w postaci map (wariant III) lub w postaci zmiennej losowej (wariant IV).

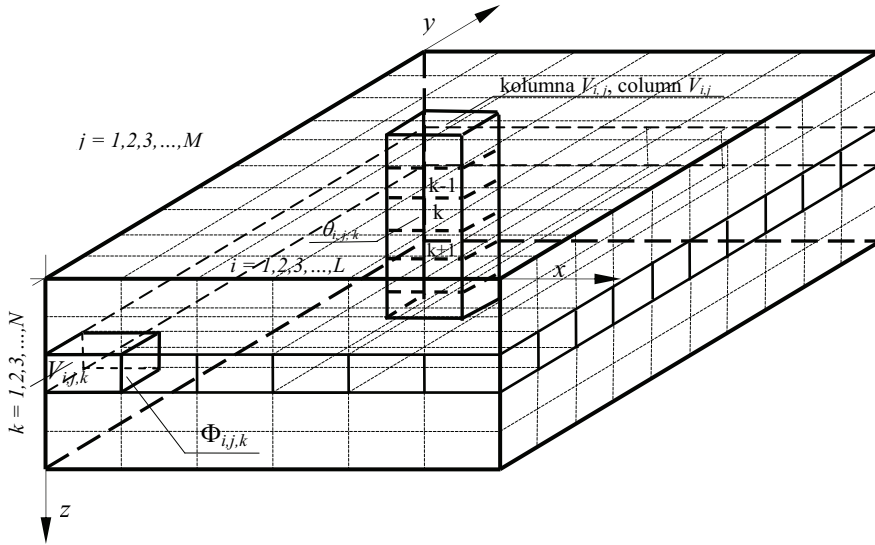
W rozdziale 6 przedstawiono przykłady zastosowania modelu matematycznego do prognozowania stosunków powietrzno-wodnych w wierzchniej warstwie gleby użytku łąkowego. W tym celu równanie Richardsa zostało rozwiązane z danymi wejściowymi zaproponowanymi w niniejszej pracy. Powstały w ten sposób cztery warianty modelu pozwalającego prognozować stosunki powietrzno-wodne w wierzchniej warstwie gleby. Przydatność modeli przeanalizowano i zweryfikowano, wykorzystując niezależny materiał uzyskany na podstawie badań polowych na użytku łąkowym położonym w miejscowości Brenna w województwie śląskim.

# 3

---

## ZASTOSOWANIE TECHNIKI TDR DO WYZNACZANIA WYBRANYCH DANYCH WEJŚCIOWYCH W RÓWNANIU RICHARDSA

Pomiar wilgotności objętościowej gleby techniką TDR odróżniają od tradycyjnej metody grawimetrycznej trzy cechy. Po pierwsze, pomiar charakteryzuje mała pracochłonność. Umożliwia to przeprowadzenie oznaczeń w wielu punktach, w krótkim czasie, i w konsekwencji rozpoznanie przestrzennej zmienności wilgotności w modelowanej przestrzeni. Dzięki temu można precyzyjnie wyznaczyć warunek początkowy – np. w postaci map wilgotności lub też może on być realizowany jako zmienna losowa. Po drugie, pomiar wykonywany techniką TDR jest praktycznie nieinwazyjny. W związku z tym, oznaczenia wilgotności mogą być prowadzone wielokrotnie w tym samym punkcie. Po trzecie, konstrukcja sterująca pracą miernika, którego budowę opisano m.in. w pracy Wilczka i Skieruchy (Wilczek, Skierucha 2007) (chodzi tu o zastosowanie dwupoziomowego przełączania, multipleksowania czujników), umożliwia ciągły monitoring mierzonej wielkości – np. co jedną minutę w wielu punktach jednocześnie. Cechy te pozwalają na budowę bilansu wodnego w elementach przestrzeni powstałych po jej dyskretyzacji ( $V_{i,j,k}$ ) (rys. 1). Jest to pomocne, przy pewnych założeniach, w obliczaniu zmian objętości wody w tych elementach dla dowolnie krótkich kroków czasowych. Na tej podstawie wyznaczono warunek brzegowy II rodzaju oraz człon źródłowy. Ponadto, specyfika pomiaru wilgotności gleby aparatami TDR pozwala zastosować procedury identyfikacyjne, których efektem jest wyznaczenie przestrzennego zróżnicowania parametrów modelowanego ośrodka.



Rys. 1. Dyskretyzacja modelowanej przestrzeni

$V_{i,j,k}$  – element przestrzeni powstały w wyniku dyskretyzacji;  $\Phi_{i,j,k}$  – całkowita wysokość ciśnienia w elemencie  $V_{i,j,k}$ ;  $\theta_{i,j,k}$  – wilgotność w elemencie  $V_{i,j,k}$ ;  $i, j, k$  – indeksy odległości w kierunkach  $x, y, z$ ;  $L, M, N$  – liczba elementów w kierunkach  $x, y, z$

Fig. 1. Discretisation of modelled space

$V_{i,j,k}$  – element of space formed as a result of discretisation;  $\Phi_{i,j,k}$  – total level of pressure in element;  $V_{i,j,k}, \theta_{i,j,k}$  – moisture in element  $V_{i,j,k}$ ;  $i, j, k$  – indexes of distance in directions  $x, y, z$ ;  $L, M, N$  – number of elements in directions  $x, y, z$

W niniejszej pracy w modelu prognozującym stosunki powietrzno-wodne zastosowano równanie Richardsa, które w oryginalnej postaci opisuje ruch wody jedynie w strefie nienasyconej (Richards 1931). Dla przestrzeni trójwymiarowej, przedstawionej na rysunku 1, przyjmuje ono, z dodatkowym członem źródłowym, następującą postać (Brandyk 1990, Reinhard 2001):

$$C(h) \cdot \frac{\partial \Phi}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left[ K(h) \frac{\partial \Phi}{\partial x} \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left[ K(h) \frac{\partial \Phi}{\partial y} \right] + \frac{\partial}{\partial z} \left[ K(h) \frac{\partial \Phi}{\partial z} \right] + S, \quad (1)$$

gdzie:  $C(h)$  – różniczkowa pojemność wodna,  $C = \frac{d\theta}{dh}$ ,  $\text{cm}^{-1}$ ,

$K(h)$  – przewodność hydrauliczna,  $\text{cm min}^{-1}$ ,

$\Phi$  – całkowita wysokość ciśnienia,  $\Phi = h - z$ ,  $\text{cm H}_2\text{O}$ ,

$h$  – wysokość ciśnienia,  $\text{cm H}_2\text{O}$ ,

$\theta$  – wilgotność,  $\text{m}^3 \text{m}^{-3}$ ,

$x, y, z$  – współrzędne przestrzeni objętej modelowaniem,  $\text{cm}$ ,

$t$  – czas,  $\text{min}$ ,

$S$  – człon źródłowy,  $\text{min}^{-1}$ .

Natomiast różnicową postać tego równania z członem źródłowym (schemat jawny) zapisano następująco (Reinhard T., Reinhard A. 2005):

$$\begin{aligned} \frac{C_{i,j,k}^\tau}{\Delta t} \cdot (\Phi_{i,j,k}^{\tau+1} - \Phi_{i,j,k}^\tau) = & \bar{K}_{i+1,j,k}^\tau \cdot \frac{\Phi_{i+1,j,k}^\tau - \Phi_{i,j,k}^\tau}{\Delta x^2} - \bar{K}_{i-1,j,k}^\tau \cdot \frac{\Phi_{i,j,k}^\tau - \Phi_{i-1,j,k}^\tau}{\Delta x^2} + \\ & \bar{K}_{i,j+1,k}^\tau \cdot \frac{\Phi_{i,j+1,k}^\tau - \Phi_{i,j,k}^\tau}{\Delta y^2} - \bar{K}_{i,j-1,k}^\tau \cdot \frac{\Phi_{i,j,k}^\tau - \Phi_{i,j-1,k}^\tau}{\Delta y^2} + \\ & \bar{K}_{i,j,k+1}^\tau \cdot \frac{\Phi_{i,j,k+1}^\tau - \Phi_{i,j,k}^\tau}{\Delta z^2} - \bar{K}_{i,j,k-1}^\tau \cdot \frac{\Phi_{i,j,k}^\tau - \Phi_{i,j,k-1}^\tau}{\Delta z^2} + \Delta Q_{i,j,k}^{\Delta t} \cdot (V_{i,j,k})^{-1}, \end{aligned} \quad (2)$$

gdzie:

$C_{i,j,k}^\tau$  – różniczkowa pojemność wodna dla elementu przestrzeni powstałym po jej dyskretyzacji (w dalszej części pracy nazwany elementem  $V_{i,j,k}$ ),  $\text{cm}^{-1}$ ,

$\Phi_{i,j,k}^\tau$  – całkowita wysokość ciśnienia dla elementu  $V_{i,j,k}$ ,  $\text{cm H}_2\text{O}$ ,

$\bar{K}_{i,j,k+1}^\tau$  – przewodność hydrauliczna dla elementu  $V_{i,j,k}$ ,  $\text{cm min}^{-1}$ ,

$\Delta t$  – krok czasowy,  $\text{min}$ ,

$\Delta x, \Delta y, \Delta z$  – krok przestrzenny w kierunku  $x, y, z$ ,  $\text{cm}$ ,

$\Delta Q_{i,j,k}^{\Delta t}$  – zmiana objętości wody w elemencie  $V_{i,j,k}$  w czasie  $\Delta t$ ,  $\text{cm}^3 \text{min}^{-1}$ ,

$V_{i,j,k}$  – objętość elementu ze wskaźnikami  $i,j,k$ ,  $\text{cm}^3$ ,

$\tau$  – indeks czasu,  $-$ ,

$i, j, k$  – indeksy w kierunkach  $x, y, z, -$ .

Do wyznaczenia krzywej przewodności hydraulicznej zastosowano formułę (Genuchten van 1991):

$$K(h) = \frac{K_s \{1 - (\alpha |h|)^{mn} \cdot [1 + (\alpha |h|)^n]^{-m}\}^2}{[1 + (\alpha |h|)^n]^{m-2}}, \quad (3)$$

i zależność odpowiadającą krzywej pF wyznaczono ze wzoru:

$$\theta(h) = \theta_r + \frac{\theta_s - \theta_r}{[1 + (\alpha |h|)^n]^m}, \quad (4)$$

gdzie:

$m, n, \alpha$  – współczynniki zależne od typu gleby,  $m = 1 - n^{-1}$ ,  $-$ ,

$\theta_r$  – zawartość wody residualnej,  $\text{m}^3 \text{m}^{-3}$ ,

$\theta_s$  – wilgotność w strefie pełnego nasycenia,  $\text{m}^3 \text{m}^{-3}$ ,

$K_s$  – współczynnik filtracji,  $\text{cm min}^{-1}$ ,

$h$  – wysokość ciśnienia,  $\text{cm H}_2\text{O}$ ,

powyższe oznaczenia dotyczą zależności (3) i (4).

Zależności (2), (3) i (4) wykorzystano do budowy modelu matematycznego pozwalającego prognozować stosunki powietrzno-wodne. Do rozwiązania równania (2) dla kolejnych chwil czasowych wykorzystano procedury obliczeniowe napisane przez autora w programie Excel oraz procedury w programie Matlab napisane przez dr. inż. Łukasza Balbusa z Politechniki Wrocławskiej z Instytutu Matematyki i Informatyki. Poprawność procedur sprawdzono poprzez porównanie wyników symulacji z wynikami symulacji zawartymi w pracy prof. Reinharda (2004).

### 3.1. WARUNKI POCZĄTKOWE

Opisane zostaną teraz cztery warianty formułowania warunków początkowych. W pierwszym przyjęto, że równanie (2) jest jednowymiarowe. W drugim i trzecim – model potraktowany jest jako trójwymiarowy, zaś w czwartym wariancie warunek początkowy realizowano jako zmienną losową, a równanie ponownie potraktowano jako jednowymiarowe.

Założmy na początek, że modelowaną przestrzenią jest równomiernie porośnięty użytek łąkowy o takim samym kształcie jak przestrzeń przedstawiona wcześniej na rysunku 1. Jednoznaczność rozwiązania różnicowej postaci równania Richardsa (zależność (2)) wymaga określenia warunku początkowego. W wariantcie I, najbardziej upraszczającym zagadnienie, przyjęto, że ruch wody odbywa się wyłącznie w kierunku pionowym oraz warunki ruchu są jednakowe w każdym przekroju. W związku z tym, w modelu cała przestrzeń może być reprezentowana wyłącznie przez wybraną kolumnę  $V_{i,j}$ , którą przedstawiono na rysunku 1. Założenie to jest zgodne z rzeczywistością, gdy teren jest płaski, zasilanie dolnej warstwy jest jednakowe w każdym elemencie  $V_{i,j,N}$ , jednakowe są również warunki otoczenia wpływające na ruch wody w górnej warstwie przestrzeni. Po spełnieniu tych założeń wilgotność objętościowa w każdej warstwie osobno może być reprezentowana wyłącznie przez jedną wartość ( $\theta_{i,j,k}$  dla stałego  $k$  jest jednakowa). Równanie Richardsa rozpatrywane jest wtedy wyłącznie w kierunku osi  $z$ .

W wariantcie I do wzoru (2) jako warunek początkowy należy wprowadzić wartości potencjału  $\Phi_k^{po}$  w chwili początkowej, przy czym wskaźniki  $i, j$  mogą być tu pominięte. Wartości te uzyskano na podstawie wzoru (5). W wariantcie II jako warunek początkowy podawana jest wartość potencjału  $\Phi_{i,j,k}^{po}$  w chwili początkowej ( $t^{po}$ ) w każdym elemencie  $V_{i,j,k}$ . Wielkości  $\Phi_{i,j,k}^{po}$  obliczono z zależności:

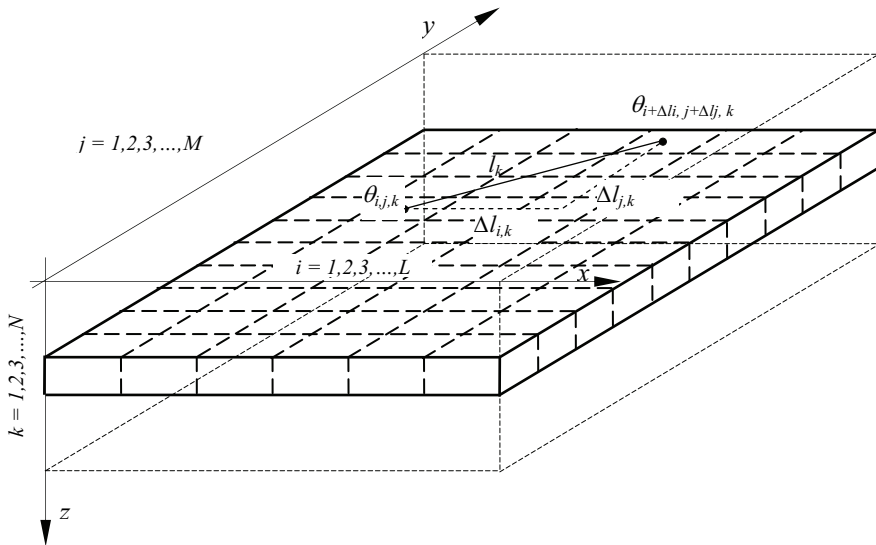
$$\Phi_{i,j,k}^{po} = h_{i,j,k}^{po} - z_{i,j,k}, \quad (5)$$

gdzie:

$\Phi_{i,j,k}^{po}$  – potencjał całkowity wody dla elementu  $V_{i,j,k}$  w chwili początkowej, cm H<sub>2</sub>O,

$h_{i,j,k}^{po}$  – wysokość ciśnienia w elemencie  $V_{i,j,k}$  w chwili początkowej, cm H<sub>2</sub>O,

$z_{i,j,k}$  – pionowa współrzędna, cm.



Rys. 2. Wybrana para punktów w  $k$ -tej warstwie, dla której obliczona jest semiwariancja  $\theta_{i,j,k}$  – wilgotność w elemencie  $V_{i,j,k}$ ;  $\theta_{i+\Delta i, j+\Delta j, k}$  – wilgotność w punkcie odległym o  $l$ ; pozostałe oznaczenia jak w rys. 1

Fig. 2. Selected pair of points in  $k$ -th layer, for which semivariance is calculated  $\theta_{i,j,k}$  – moisture in element  $V_{i,j,k}$ ;  $\theta_{i+\Delta i, j+\Delta j, k}$  – moisture at a point distant by  $l$ ; other designations as in Fig. 1

Wielkość  $z$  we wzorze (5) jest zależna od głębokości położenia rozpatrywanego elementu  $V_{i,j,k}$ . Wielkość  $h_{i,j,k}$  obliczono po odpowiednim przekształceniu zależności (4). W związku z tym, wymagane jest zmierzenie wilgotności objętościowej  $\theta_{i,j,k}$  w każdym elemencie  $V_{i,j,k}$ . Wtedy zmniejszanie kroków przestrzennych  $\Delta x$ ,  $\Delta y$  wiąże się z przeprowadzeniem wielu pracochłonnych pomiarów. Przykładowo, chcąc modelować ruch wody na obszarze o wymiarach 20 m x 20 m z krokiem  $\Delta x = 0,2$  m i  $\Delta y = 0,2$  m, należałoby tylko w jednej warstwie zmierzyć wilgotność w  $100 \times 100 = 10\,000$  punktach. Ponadto, stosując ten wariant, nie ma możliwości wyeliminowania tych oznaczeń  $\theta_{i,j,k}^{t=0}$  aparatem TDR, które wynikają np. z niejednorodności ośrodka (Skierucha i wsp. 2004, Wasilewski i wsp. 2005).

Warunek początkowy w wariancie III formułowany jest podobnie jak w wariancie II, z tą różnicą, że wielkości  $\theta_{i,j,k}^{t=0}$  odczytywane są z map wilgotności zbudowanych dla każdej  $k$ -tej ( $k = 1, 2, 3, \dots, N$ ) warstwy (rys. 2). Mapy mogą być zbudowane na podstawie mniejszej liczby punktów pomiarowych. Ponadto, procedury interpolacyjne eliminują błędy pomiarów oraz pozwalają na odczytanie interpolowanej wartości wilgotności w każdym punkcie modelowanego obszaru – również w tym, w którym nie dokonywano pomiarów. Wymaga to jednak przeprowadzenia analizy obszarowej zmienności wilgotności objętościowej w każdej  $k$ -tej warstwie. Stosuje się w tym celu metody geosta-

tystyczne (Cahil i wsp. 1999, Goldstein, Skrzypek 2004, Grenhalz i wsp. 1988, Grego i wsp. 2006, Mohanty i wsp. 2000, Nielsen 1973, Nyberg 1996, Usowicz B., Usowicz Ł. 1999). W pierwszej kolejności budowane są wariogramy, których parametry pozwalają na optymalizację obliczeń interpolacyjnych metodą krigingu.

Wariogramy dla jednej płaszczyzny (np. warstwy  $k$ ) definiuje się jako wariancję wilgotności w funkcji odległości porównywanych ze sobą punktów (Dębowska, Zawadzki 2005, Kossowski, Usowicz 2000, Mc Bratney, Webster 1986, Usowicz 1999, Wang i wsp. 2001):

$$\gamma_k(l_k) = \frac{1}{2 \cdot m(l_k)} \sum_{p=1}^{m(l_k)} \left( \theta_{p,k} - \theta_{p+l_k,k} \right)^2, \quad (6)$$

gdzie:

$\gamma_k(l_k)$  – wariogram dla  $k$ -tej warstwy,  $(\text{m}^3 \text{m}^{-3})^2$ ,

$m(l_k)$  – liczba porównywanych par punktów odległych od siebie o dystans  $l_k$ , ( $l_k$  – rys. 2),

$\theta_{p,k} = \theta_{i,j,k}$  – wilgotność w elemencie  $V_{i,j,k}$ ,  $\text{m}^3 \text{m}^{-3}$ ,

$\theta_{p+l_k,k} = \theta_{i+\Delta l_i, j+\Delta l_j, k}$  – wilgotność w elemencie odległym od elementu  $V_{i,j,k}$  o długość  $l_k$ , (rys. 2),  $\text{m}^3 \text{m}^{-3}$ .

Podczas budowy semiwariogramów należy zwracać uwagę na ich stabilność zależną od liczby porównywanych par punktów (Janik, Miściorak 2007). W niektórych przypadkach wartości semiwariogramów obliczone na podstawie zależności (6) są takie, że dobranie do nich modelu matematycznego, wykorzystywanego podczas interpolacji, jest niemożliwe. Wtedy należy podjąć próbę przeprowadzenia analizy semiwariogramów standaryzowanych obliczonych z zależności (Keim i wsp. 2005, Usowicz i wsp. 2004):

$$\gamma_{ks}(l_k) = \frac{\gamma_k(l_k)}{\delta_k(l_k = 0) \cdot \delta_k(l_k)}, \quad (7)$$

gdzie:

$\gamma_{ks}(l_k)$  – semiwariogram standaryzowany zbudowany dla  $k$ -tej warstwy,  $(-)^2$ ,

$\gamma_k(l_k)$  – semiwariogram empiryczny zbudowany dla  $k$ -tej warstwy,  $(\text{m}^3 \text{m}^{-3})^2$ ,

$\delta_k(l_k = 0)$  – odchylenie standardowe wartości zmiennej losowej, dla  $k$ -tej warstwy, w punkcie zaczepienia wektora  $l_k$ ,  $\text{m}^3 \text{m}^{-3}$ ,

$\delta_k(l_k)$  – odchylenie standardowe wartości zmiennej losowej, dla  $k$ -tej warstwy w punkcie oddalonym od punktu zaczepienia wektora o odległość  $l_k$ ,  $\text{m}^3 \text{m}^{-3}$ .

Zbudowane semiwariogramy pozwalają na zastosowanie fraktali. Wartość wymiaru fraktalnego określa, na ile badana cecha jest zdeterminowana, a na ile jej rozkład ma charakter losowy (Anderson i wsp. 1998, Gimenez i wsp. 1997, Sławiński i wsp. 2002, Usowicz 1999). Semiwariogramy (klasyczne bądź standaryzowane) wykorzystano następnie podczas interpolacji do budowy map. Na końcowym etapie, w każdej warstwie oddzielnie, przeprowadzono analizę zgodności danych uzyskanych z map i danych zmierzonych. Zastosowano wymiennie następujące miary: maksymalną bezwzględną



różnicę pomiędzy wartościami zmierzonymi i obliczonymi ( $R_{|max|}$ ) (zależność (8)), średnią wartość bezwzględną różnic wartości zmierzonych i obliczonych ( $S_{WB}^k$ ) (zależność (9)), pierwiastek średniej kwadratowej różnic wartości zmierzonych i obliczonych ( $R.M.S.$ ) (zależność (10)). Ponadto, w niektórych przypadkach, maksymalną różnicę pomiędzy wartościami zmierzonymi i obliczonymi  $P_{max}^k$  (zależność (11)), minimalną różnicę tych samych wielkości  $P_{min}^k$  (zależność (12)) oraz rozstęp  $R_s$  i współczynnik zmienności  $Z$ . Poniżej podano definicje wybranych miar dla  $k = const.$  (Barnet 1982):

$$R_{|max|}^k = \max_{i,j} \left\{ \left| \theta_{i,j,k}^{pom} - \theta_{i,j,k}^{obl} \right| \right\}, \quad (8)$$

$$S_{WB}^k = \frac{1}{L \cdot M} \sum_{i=1}^L \sum_{j=1}^M \left| \theta_{i,j,k}^{pom} - \theta_{i,j,k}^{obl} \right|, \quad (9)$$

$$R.M.S^k = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^L \sum_{j=1}^M (\theta_{i,j,k}^{pom} - \theta_{i,j,k}^{obl})^2}{L \cdot M}}, \quad (10)$$

$$P_{max}^k = \max_{i,j} \left\{ \theta_{i,j,k}^{pom} - \theta_{i,j,k}^{obl} \right\}, \quad (11)$$

$$P_{min}^k = \min_{i,j} \left\{ \theta_{i,j,k}^{pom} - \theta_{i,j,k}^{obl} \right\}, \quad (12)$$

gdzie:

$\theta_{i,j,k}^{pom}$  – zmierzona wartość wilgotności w elemencie  $V_{i,j,k}$ ,  $m^3 m^{-3}$ ,

$\theta_{i,j,k}^{obl}$  – odczytana z mapy wartość wilgotności dla elementu  $V_{i,j,k}$ ,  $m^3 m^{-3}$ ,

$R_{|max|}^k$  – maksymalna bezwzględna różnica pomiędzy wartościami zmierzonymi i odczytanymi z map,  $m^3 m^{-3}$ ,

$S_{WB}^k$  – średnia wartość bezwzględna różnic wartości zmierzonych i obliczonych,  $m^3 m^{-3}$ ,

$R.M.S^k$  – średni błąd kwadratowy,  $m^3 m^{-3}$ ,

$P_{max}^k$  – maksymalna różnica pomiędzy wartościami zmierzonymi i obliczonymi,  $m^3 m^{-3}$ ,

$P_{min}^k$  – minimalna różnica pomiędzy wartościami zmierzonymi i obliczonymi,  $m^3 m^{-3}$ ,

$L$  – liczba elementów w kierunku osi  $x$ , –,

$M$  – liczba elementów w kierunku osi  $y$ , –.

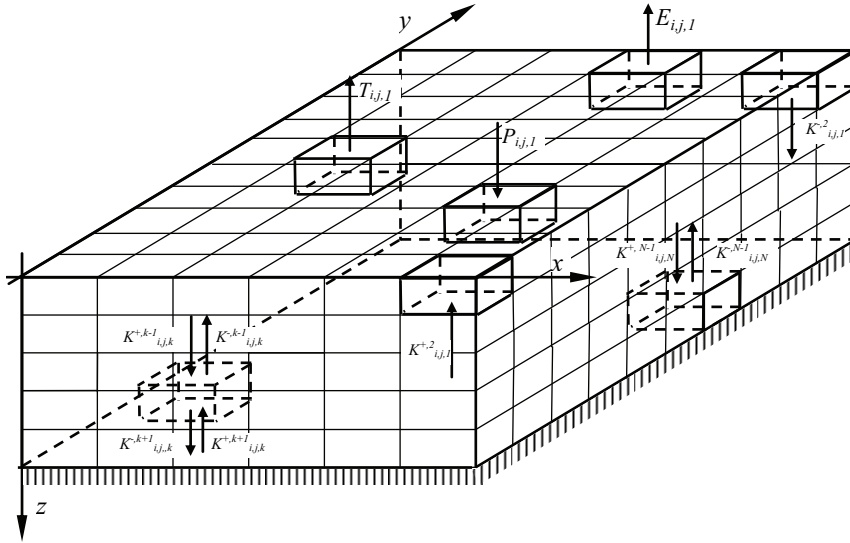
Ostatecznie, przy sformułowaniu warunku zgodnie z wariantem III modelowana przestrzeń może być dyskretyzowana na dowolnie małe objętości  $V_{i,j,k}$  i różnicowa postać równania Richardsa (zależność (2)) może być rozwiązana z dowolnie małym krokiem przestrzennym. Jedynym ograniczeniem jest długość prowadzonych obliczeń przez komputer.

Równanie Richardsa, jak napisano powyżej, zawiera elementy (np. współczynniki, człony źródłowe, również warunki początkowe i brzegowe) wyznaczane na podstawie pomiarów. Na skutek błędów pomiarowych nie powinny być one wyrażane przez jedną wartość. W związku z tym, bardziej realistycznym modelem ruchu wody w glebie będzie model wykorzystujący stochastyczne równanie różniczkowe, to znaczy równanie, które zawiera elementy losowe (Janik 2007b, Maciejewski i wsp. 1994, Russo 1986a, 1986b, 1994, Sobczyk 1991). Rozróżniane są równania z losowymi warunkami początkowymi, równania z losowym członem niejednorodnym i równania z losowymi współczynnikami. W niniejszej pracy przeanalizowano równanie z losowym warunkiem początkowym i losowymi parametrami.

Obecnie rozpatrzony zostanie przykład warunku początkowego realizowanego jako zmienna losowa. Będzie to IV wariant sformułowania warunku początkowego. W opisanym powyżej wariantcie I przyjęto, że ruch wody odbywa się wyłącznie w kierunku pionowym. Jak zaznaczono, wymaga to przyjęcia założenia, że wilgotność objętościowa oznaczana w wielu punktach  $k$ -tej warstwy jest jednakowa. W warunkach naturalnych założenie to nie jest spełnione. Wynika to ze zróżnicowania fizycznych właściwości gleby w punktach, które są położone od siebie w niewielkiej odległości (Janik 2005a, Kostrzewa, Pulikowski 1993, Rigby, Porporato 2006, Webster, Oliwer 1990). W związku z powyższym, podanie ściśle określonej wartości wilgotności  $\theta_{i,j,k}$  nie jest reprezentatywne dla całej warstwy, co może być powodem niezadowolających wyników symulacji. Fakt zróżnicowania wilgotności w  $k$ -tej warstwie może być uwzględniony poprzez potraktowanie  $\theta_{i,j,k}$  jako zmiennej losowej. Równanie Richardsa potraktowane jest wtedy jako jedna z klas stochastycznych równań różniczkowych – w tym przypadku jest to równanie z losowym warunkiem początkowym. Sposób uwzględnienia losowego charakteru parametrów wynikającego z właściwości warstwy opisano w rozdziale 3.4.

### 3.2. WARUNKI BRZEGOWE

Rozpatrzone zostaną teraz przykłady zastosowania techniki TDR do wyznaczania górnego warunku brzegowego. Na rysunku 3 przedstawiono fragment płaskiego użytku łąkowego, w którym należy wyznaczyć górny warunek brzegowy II rodzaju – tzw. warunek Neumana. Warunek ten występuje wtedy, gdy na górnym brzegu modelowanej przestrzeni znane są wartości pochodnej normalnej do brzegu (Kowalski 1998). Oznacza to konieczność określenia natężenia przepływu wody przez górną powierzchnię, na który wpływają: opad netto  $P_{i,j,1}$ , ewaporacja  $E_{i,j,1}$  oraz transpiracja z wierzchniej warstwy  $T_{i,j,1}$ . W rozpatrywanym tu przypadku przyjęto, że dolna warstwa jest nieprzepuszczalna. Zmiana objętości wody  $\Delta Q_{i,j,1}$  w górnej warstwie może być wywołana wielkościami  $P_{i,j,1}$ ,  $E_{i,j,1}$ ,  $T_{i,j,1}$  oraz dopływem wody z warstwy poniżej  $K_{i,j,1}^{+,2}$  lub wypływem do warstwy poniżej  $K_{i,j,1}^{-,2}$ .



Rys. 3. Czynniki wpływające na górny warunek brzegowy II rodzaju

$P_{i,j,l}$  – opad netto;  $T_{i,j,l}$  – transpiracja roślin z górnej warstwy;  $E_{i,j,l}$  – ewaporacja z powierzchni gleby;  $K_{i,j,l}^{+2}$  – objętość wody, która dopłynęła do elementu  $V_{i,j,l}$  z elementu  $V_{i,j,2}$ ;  $K_{i,j,l}^{-2}$  – objętość wody, która odpłynęła z elementu  $V_{i,j,l}$  do elementu  $V_{i,j,2}$ ;  $K_{i,j,k}^{+k-1}$  – objętość wody, która dopłynęła do elementu  $V_{i,j,k}$  z elementu  $V_{i,j,k-1}$ ;  $K_{i,j,k}^{-k+1}$  – objętość wody, która odpłynęła z elementu  $V_{i,j,k}$  do elementu  $V_{i,j,k-1}$ ;  $K_{i,j,k}^{+k+1}$  – objętość wody, która dopłynęła do elementu  $V_{i,j,k}$  z elementu  $V_{i,j,k+1}$ ;  $K_{i,j,k}^{-k+1}$  – objętość wody, która odpłynęła z elementu  $V_{i,j,k}$  do elementu  $V_{i,j,k+1}$ ;  $K_{i,j,N}^{+N-1}$  – objętość wody, która dopłynęła do  $N$ -tego elementu z elementu  $N-1$ ;  $K_{i,j,N}^{-N-1}$  – objętość wody, która odpłynęła z  $N$ -tego elementu do elementu  $N-1$

Fig. 3. Factors that affect the upper boundary condition of the 2nd kind

$P_{i,j,l}$  – net precipitation;  $T_{i,j,l}$  – transpiration of plants from upper horizon;  $E_{i,j,l}$  – evaporation from soil surface;  $K_{i,j,l}^{+2}$  – volume of water that migrated to element  $V_{i,j,l}$  from element  $V_{i,j,2}$ ;  $K_{i,j,l}^{-2}$  – volume of water that migrated from element  $V_{i,j,l}$  to element  $V_{i,j,2}$ ;  $K_{i,j,k}^{+k-1}$  – volume of water that migrated to element  $V_{i,j,k}$  from element  $V_{i,j,k-1}$ ;  $K_{i,j,k}^{-k+1}$  – volume of water that migrated from element  $V_{i,j,k}$  to element  $V_{i,j,k-1}$ ;  $K_{i,j,k}^{+k+1}$  – volume of water that migrated to element  $V_{i,j,k}$  from element  $V_{i,j,k+1}$ ;  $K_{i,j,k}^{-k+1}$  – volume of water that migrated from element  $V_{i,j,k}$  to element  $V_{i,j,k+1}$ ;  $K_{i,j,N}^{+N-1}$  – volume of water that migrated to  $N$ -th element from element  $N-1$ ;  $K_{i,j,N}^{-N-1}$  – volume of water that migrated from  $N$ -th element to element  $N-1$

Przyjmijmy dodatkowo, że  $P_{i,j,l}$ ,  $E_{i,j,l}$  oraz  $T_{i,j,l}$ , a także  $K_{i,j,l}^{+,2}$  i  $K_{i,j,l}^{-,2}$  są jednakowe dla każdego wskaźnika  $i, j$ . Dlatego w dalszej części tego rozdziału wskaźniki te zostały pominięte. Równanie bilansu wodnego dla elementu  $V_l$  zapisano następująco:

$$\Delta Q_l \cdot \Delta t^{-1} = P_1 + K_1^{+,2} \cdot \Delta t^{-1} - T_1 - E_1 - K_1^{-,2} \cdot \Delta t^{-1}, \quad (13)$$

gdzie:

$\Delta Q_l$  – zmiana objętości wody w elemencie  $V_l$ ,  $\text{cm}^3$ ,

$P_1$  – opad netto,  $\text{cm}^3 \text{min}^{-1}$ ,

$T_1$  – transpiracja roślin z górnego elementu,  $\text{cm}^3 \text{min}^{-1}$ ,

$E_1$  – ewaporacja z powierzchni (składniki  $P_1$  oraz  $E_1$  występują wymiennie),  $\text{cm}^3 \text{min}^{-1}$ ,

$K_1^{+,2}$  – objętość wody, która dopłynęła do elementu  $V_l$  z elementu  $V_2$ ,  $\text{cm}^3$ ,

$K_1^{-,2}$  – objętość wody, która odpłynęła z elementu  $V_l$  do elementu  $V_2$ ,  $\text{cm}^3$ ,

$\Delta t$  – krok czasowy, dla którego wyznaczana jest wielkość  $\Delta Q_l$ , min.

Dla  $k > l$  (poza warstwą dolną) można zapisać:

$$\Delta Q_k \cdot \Delta t^{-1} = (K_k^{+,k-1} + K_k^{-,k+1} - K_k^{-,k-1} - K_k^{-,k+1}) \cdot \Delta t^{-1} - T_k, \quad (14)$$

gdzie:

$T_k$  – transpiracja roślin z elementu  $V_k$ ,  $\text{cm}^3 \text{min}^{-1}$ ,

pozostałe oznaczenia jak na rysunku 3 i w zależności (13)

oraz dla  $k = N$ , można zapisać:

$$\Delta Q_N \cdot \Delta t^{-1} = K_N^{+,N-1} \cdot \Delta t^{-1} - T_N \quad \text{lub} \quad \Delta Q_N \cdot \Delta t^{-1} = K_N^{-,N-1} - T_N, \quad (15)$$

gdzie:

$T_N$  – transpiracja z elementu  $V_N$ ,  $\text{cm}^3 \text{min}^{-1}$ ,

pozostałe oznaczenia jak na rysunku 3 i w zależności (13).

Do wyznaczenia wielkości  $\Delta Q_k$  zastosowano technikę TDR (Janik 2004). Na rysunku 4 zaprezentowano dowolny element gleby  $V_k$ , w której znajduje się faza stała, powietrze i woda. W lewej części rysunku przedstawiono stan w chwili początkowej  $t^{po}$ , zaś w prawej, po czasie  $\Delta t$ , w chwili końcowej  $t^{ko}$ . Jeżeli w chwili początkowej wilgotność objętościowa w dowolnym elemencie wynosi  $\theta_i^{po}$  a w chwili końcowej  $\theta_k^{ko}$ , to zgodnie z rysunku 4 można wyznaczyć zmianę objętości wody w elemencie  $V_k$  w czasie  $\Delta t$  wg zależności:

$$\Delta Q_k^{\Delta t} = V_k (\theta_k^{ko} - \theta_k^{po}) \cdot \Delta t^{-1}, \quad (16)$$

gdzie:

$\Delta Q_k^{\Delta t}$  – zmiana objętości wody w  $k$ -tym elemencie w czasie  $\Delta t$ ,  $\text{cm}^3 \text{min}^{-1}$ ,

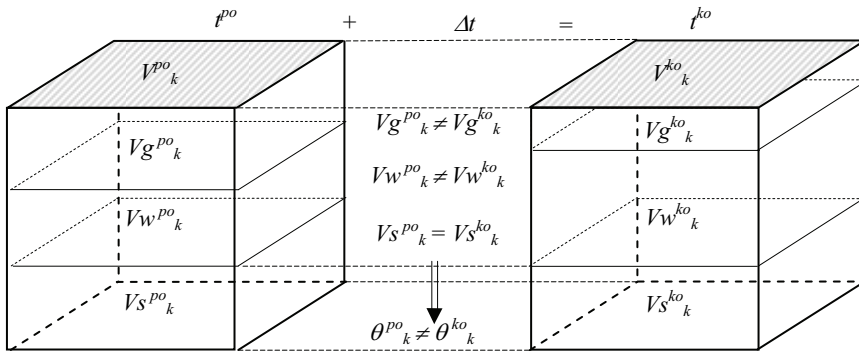
$V_k$  – objętość elementu  $V_k$ ,  $\text{cm}^3$ ,

$\theta_k^{po}$  – początkowa wilgotność objętościowa w elemencie  $V_k$ ,  $\text{m}^3\text{m}^{-3}$ ,

$\theta_k^{ko}$  – końcowa wilgotność objętościowa w elemencie  $V_k$ ,  $\text{m}^3\text{m}^{-3}$ ,

$\Delta t$  – krok czasowy, min.

W powyższych rozważaniach należy dodatkowo przyjąć, że wilgotność w każdym punkcie elementu  $V_k$ , w danym kroku czasowym, jest jednakowa. Wtedy tylko wielkość  $\Delta Q_k^{\Delta t}$  wyznaczona zostanie poprawnie.



Rys. 4. Zmiana wilgotności objętościowej jako informacja o zmianie objętości wody w elemencie  $V_k$   
 $t^{po}$  – chwila początkowa;  $t^{ko}$  – chwila końcowa;  $\Delta t$  – krok czasowy;  $V_k$  – objętość elementu;  $V_{g_k}$  – objętość fazy gazowej;  $V_{w_k}$  – objętość wody;  $V_{s_k}$  – objętość fazy stałej;  $\theta_k$  – wilgotność objętościowa;  $^{po}$  – indeks dla chwili początkowej;  $^{ko}$  – indeks dla chwili końcowej

Fig. 4. Change in volumetric moisture content as information on change of water volume in element  $V_k$   
 $t^{po}$  – initial moment;  $t^{ko}$  – final moment;  $\Delta t$  – time step;  $V_k$  – volume of element;  $V_{g_k}$  – volume of gaseous phase;  $V_{w_k}$  – volume of water;  $V_{s_k}$  – volume of solid phase;  $\theta_k$  – volumetric moisture content;  $^{po}$  – index for initial moment;  $^{ko}$  – index for final moment

W literaturze można znaleźć wiele metod pozwalających wyznaczyć opad netto, transpirację roślin oraz ewaporację (Bac, Rojek 1990, Banach i wsp. 1983, Bryś K., Bryś T. 2001, Jaworski 1990, Kowanetz 2004, Musiał 2001, Musiał, Rojek 1990a). Ich zastosowanie wymaga jednak określenia, podczas badań laboratoryjnych bądź polowych, wielu empirycznych współczynników, z których każdy obarczony jest błędem (Zaradny 1990). Poniżej przedstawiono metodę pozwalającą szacować wielkości  $P_l$ ,  $T_K$ ,  $E_l$  bez konieczności wyznaczania jakichkolwiek empirycznych współczynników (Janik 2004, 2006). Jest to metoda pośrednia wykorzystująca ideę rozwiązania zadania odwrotnego. Polega ono na pomiarze wielkości, która jest skutkiem ocenianego zjawiska. Przykładowo, chcąc w czasie  $\Delta t$  wyznaczyć opad netto  $P_l$ , dokonywany jest pomiar wilgotności objętościowej  $\theta_k$  w elementach  $V_k$  w chwili początkowej i końcowej. Biorąc pod uwagę specyfikę pomiaru aparatem TDR, można to uczynić wielokrotnie w tym samym punkcie. Powinien być przy tym spełniony warunek selektywności, tzn. skutek zjawiska (zmiany wilgotności objętościowej) powinien być wywołany wyłącznie

opadem netto  $P_I$ . Warunek selektywności musi być spełniony również wtedy, gdy chcemy obliczyć ewaporację lub transpirację. W rzeczywistości, gdy gleba jest porośnięta, warunki te nie są spełnione. W związku z tym, do zastosowania metody pozwalającej obliczyć oddzielnie wielkości  $P_I$ ,  $T_I$  i  $E_I$  muszą być poczynione pewne założenia. Jeżeli

z równania (13) chcemy wyznaczyć wielkość  $P_I$ , to należy zagwarantować, że  $T_K = 0$

dla każdego  $k$  od 1 do  $N$ . W większości przypadków podczas opadu  $\sum_{k=1}^N T_k \ll P_I$ ,

w związku z tym w przybliżeniu można przyjąć, że  $T_K \approx 0$ . Ponadto, z definicji opadu netto wynika, że gdy występuje składnik  $P_I$ , to składnik  $E_I$  należy pominąć, pomimo to że występuje ewaporacja. Ostatecznie jedyną niewiadomą równania (13) pozostaje wielkość  $P_I$ . Jeżeli natomiast chcemy obliczyć wielkość  $E_I$ , należy zagwarantować, że w danym okresie  $P_I = 0$  i gleba jest nieporośnięta ( $T_I = 0$ ). Podobnie, jeżeli wyznaczamy  $T_I$ , ustalamy, że  $P_I = 0$  i  $E_I = 0$  (brak parowania z powierzchni gleby). Założenie o braku parowania z powierzchni gleby można spełnić, np. eliminując kontakt gleby z powietrzem poprzez zastosowanie nieprzepuszczalnej warstwy. Należy podkreślić, że wielkości  $T_K$  zostaną obliczone poprawnie jedynie wtedy, gdy przyjmiemy, że ruch wody w obrębie masy korzeniowej wynika głównie z poboru wody przez roślinę (woda pomiędzy warstwami nie przemieszcza się w czasie  $\Delta t$ ). Jeżeli warunek ten nie zostałby

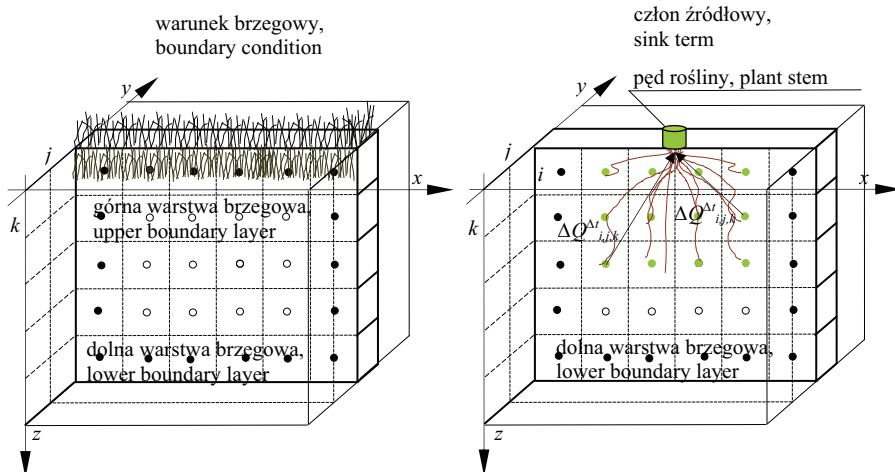
spełniony, to wielkość  $\sum_{k=1}^N T_k$  i tak zostałyby wyznaczona poprawnie. Podsumowując

powyższe rozważania, stwierdzamy, że w pewnych przypadkach znając jedynie dynamikę wilgotności  $\theta_k$  w elementach  $V_k$ , można wyznaczyć ewaporację  $E_I$ , transpirację  $T_K$  oraz opad netto  $P_I$ . Wielkości te są niezbędne do podania warunku brzegowego II rodzaju.

### 3.3. CZŁON ŹRÓDŁOWY

Zmiana wilgotności w modelowanej przestrzeni może nastąpić w wyniku np. reakcji chemicznych przebiegających z wydzielaniem lub wiązaniem wody, ale w pracy się tego nie rozważa. Poza tym zmiana wilgotności może zająć na skutek działania innego mechanizmu niż opisywany równaniem Richardsa (np. poprzez stosowanie nawodnień wgłębnych lub transport wody przez korzenie roślin (Jeznach 1996)). W modelu matematycznym najlepiej uwzględnić to poprzez człon źródłowy w różnicowej postaci równania Richardsa – równanie (2). Wymagane jest wtedy określenie objętości podawanej wody  $\Delta Q_{i,j,k}^{dt}$  do każdego wewnętrznego elementu  $V_{i,j,k}$  (rys. 3). Wielkość  $\Delta Q_{i,j,k}^{dt}$  w przypadku wgłębnych systemów nawadniających jest łatwa do wyznaczenia, ponieważ za urządzenia techniczne decydują o miejscu i ilości podawanej wody. Jeżeli natomiast człon źródłowy ma reprezentować pobór wody przez rośliny, to zagadnienie jest złożone (Janik 2005b). Pojawia się wtedy konieczność wyznaczenia intensywności pobieranej wody – najlepiej w każdym elemencie dyskretyzowanej przestrzeni, w której

występuje masa korzeniowa roślin. Intensywność poboru wody jest zależna od gęstości masy korzeniowej, stadium rozwojowego rośliny, zmiennych w ciągu doby warunków atmosferycznych oraz stopnia zagęszczenia gleby (Lipiec i wsp. 1998, Mioduszewski 2006, Nosalewicz, Lipiec 2002). W literaturze można znaleźć wiele formuł matematycznych do wyznaczania intensywności poboru wody przez rośliny, tzw. transpiracji aktualnej (Musiał, Rojek 1990a, 1990b, 1999, Rojek 1987, Szulczewski 1998, Żyromski 1990). Złożoność procesu sprawia, że jego ilościowy opis wymaga wyznaczenia danych wejściowych. Przykładowo, w modelu zaproponowanym przez Fedesa i wsp. (1978) tylko do wyznaczenia ewapotranspiracji potencjalnej należy podać: strumień energii pochodzący od radiacji netto, strumień ciepła odprowadzany z powierzchni do atmosfery w wyniku przewodzenia i konwekcji, strumień ciepła zużyty na parowanie, ciepło utajone parowania, strumień pary oraz strumień ciepła skierowany do gleby. Ponadto, w modelach tych masa korzeniowa rośliny potraktowana jest jako całość, w związku z tym nie ma możliwości podania przestrzennego rozkładu funkcji źródłowej – podobnie jak w metodach ewaporometrycznych. Istnieją również metody pozwalające szacować przestrzenne zróżnicowanie poboru wody przez roślinę, wykorzystując żmudne makroskopowe pomiary gęstości masy korzeniowej rośliny. W niniejszym rozdziale opisano metodę zastosowania techniki TDR do wyznaczenia aktualnej intensywności poboru wody przez korzenie roślin. Zaletą tej metody jest to, że nie ma konieczności opisu żadnych empirycznych współczynników. Na rysunku 5 przedstawiono dwa sposoby uwzględniania w modelach poboru wody przez korzenie roślin. Po stronie lewej, gdy masa korzeniowa znajduje się wyłącznie w brzegowych elementach  $V_{ij,1}$ , stosowany jest najczęściej omawiany w rozdziale 3.2 górny warunek brzegowy II rodzaju. Gdy jednak korzenie roślin znajdują się poza warstwą brzegową, to należy to uwzględnić poprzez wprowadzenie członu źródłowego. Kolorem zielonym zaznaczono te elementy poza brzegami, w których występuje pobór wody przez roślinę. Jeżeli ponownie tak jak w rozdziale 3.3 założymy, że w czasie  $\Delta t$  woda nie przemieszcza się między elementami  $V_{ij,k}$ , to korzystając z zależności (13) rozszerzonej o indeksy  $i,j$ , można obliczyć dla czasu  $\Delta t$  zmianę objętości wody  $\Delta Q_{i,j,k}^{\Delta t}$ . Gdy opad netto  $P_{ij,1} = 0$  i ewaporacja  $E_{ij,1} = 0$ , to spełniony jest warunek selektywności i można wtedy z zależności (13) i (16) obliczyć objętość pobieranej wody przez roślinę w czasie  $\Delta t$ .



Rys. 5. Sposoby uwzględniania w modelu matematycznym poboru wody przez korzenie roślin  
 • – punkty brzegowe; ● – punkty, w których należy uwzględnić cziłn Źródłowy; ○ – pozostałe punkty;  $\Delta Q_{i,j,k}^M$  – zmiana objętości wody w elemencie  $V_{i,j,k}$  wywołana poborem wody przez roślinę

Fig. 5. Methods of representing water uptake by plant roots in mathematical model  
 • – boundary points; ● – points at which core element should be taken into account; ○ – other points;  $\Delta Q_{i,j,k}^M$  – change in water volume in element  $V_{i,j,k}$  caused by water uptake by plant

### 3.4. PARAMETRIZACJA PRZESTRZENI OBJĘTEJ MODELOWANIEM

Oprócz znajomości warunków początkowych i brzegowych niezbędny jest opis przestrzeni objętej modelowaniem (Czamara 1998, Kowalik 1973, Olszta 1981, Pływachy i wsp. 1992, Russo 1998, Walczak i wsp. 1998, Wosiewicz 1986). W przypadku równania Richardsa współczynnikami opisującymi glebę są parametry w zależnościach podanych przez van Genuchtena (zależności (3) i (4)). Do parametrów, które należy wyznaczyć, należą  $n$ ,  $\theta_r$ ,  $\theta_s$ ,  $\alpha$  i  $K_s$ . Ich wartości charakteryzują się przestrzennym zróżnicowaniem (Olszta, Zaradny 1990, Si i wsp. 1999, Simunek i wsp. 2000, Sławiński 2003, Vogej i wsp. 2000, Wosiewicz 1986, Zaradny 1987, Zhu, Mohanty 2002). Parametry te mogą być wyznaczane z tabel na podstawie rozkładu granulometrycznego (Genuchten van i wsp. 1991, Porębska i wsp. 2006, Sławiński 2003). Stosowane są w tym celu również sieci neuronowe (Lamorski, Walczak 2002), a także tzw. zagadnienia odwrotne (Szulczewski 1990, 2003). W niniejszej pracy parametry te wyznaczono poprzez kalibrację jednowymiarowego modelu przepływu wody opartego na równaniu Richardsa przeprowadzoną w kolumnach glebowych (Hills i wsp. 1989a, 1989b, Janik



i wsp. 2006). Polega to na takim doborze parametrów, aby wartości wilgotności zmierzone aparatem TDR w warstwach kolumny glebowej i obliczone na podstawie symulacji różniły się jak najmniej (były najlepiej dopasowane). Ruch wody podczas eksperymentu wywołano podsiąkiem. Podczas symulacji komputerowych wykorzystano różnicową postać równania Richardsa (zależność (2)), sprowadzoną do jednego wymiaru. Jako miarę dopasowania wartości zmierzonych i obliczonych przyjęto sumę odchyleń przeciętnych ( $B_c$ ) wyznaczoną ze wzoru:

$$B_c = \frac{1}{N-2} \sum_{k=2}^{N-1} B_k, \quad (17)$$

gdzie:

$B_c$  – suma odchyleń przeciętnych w warstwach od  $k = 2$  do  $k = N - 1$ ,  $\text{m}^3\text{m}^{-3}$ ,

$N$  – liczba warstw, na które podzielono każdą kolumnę, –,

$B_k$  – odchylenie przeciętne, w  $k$ -tej przestrzeni ustalonej kolumny,  $\text{m}^3\text{m}^{-3}$ .

Ponieważ w trakcie prowadzonych symulacji zastosowano warunek brzegowy I rodzaju, to wielkość  $B_k$  wyznaczono wyłącznie w elementach, które leżą wewnątrz modelowanego obszaru. Odchylenie przeciętne ( $B_k$ ) dla  $k$ -tego elementu obliczano ze wzoru:

$$B_k = \frac{1}{N_\tau} \sum_{\tau=1}^{N_\tau} \left| \theta_k^{\tau obl} - \theta_k^{\tau pom} \right|, \quad (18)$$

gdzie:

$B_k$  – odchylenie przeciętne dla  $k$ -tej warstwy ( $k$ -tego elementu) kolumny,  $\text{m}^3\text{m}^{-3}$ ,

$N_\tau$  – ilość porównywanych par wilgotności w  $k$ -tej warstwie kolumny podczas trwania eksperymentu, –,

$\tau$  – indeks kolejnych chwil czasowych, –,

$\theta_k^{\tau obl}$  – wilgotność obliczona w  $k$ -tej warstwie kolumny w chwili  $\tau$ ,  $\text{m}^3\text{m}^{-3}$ ,

$\theta_k^{\tau pom}$  – wilgotność pomierzona w  $k$ -tej warstwie kolumny w chwili  $\tau$ ,  $\text{m}^3\text{m}^{-3}$ .

Wzór ten może być użyty tylko wtedy, gdy czas mierzony jest stałym krokiem. Minimalną wartość błędu  $B_c$  otrzymano w sposób opisany w pracy dotyczącej zastosowania równania Richardsa do opisu ruchu wody w betonie autoklawizowanym (Janik i wsp. 2006). W pierwszej kolejności obliczono wartość  $B_c$  dla parametrów  $n$ ,  $\theta_r$ ,  $\theta_s$ ,  $\alpha$  i  $K_s$ , wybranych na podstawie tablic podanych przez van Genuchtena (1991), po wcześniejszym oznaczeniu rozkładu granulometrycznego części mineralnych gleby. Następnie obliczono wartość  $B_c$ , zmniejszając i zwiększając wartości pierwszego parametru  $n$ . Obliczenia prowadzono do chwili, gdy wielkość  $B_c$  osiągnęła wartość minimalną. Na tym etapie wielkość  $n$  uznano jako ustaloną. Następnie rozwiązano różnicową postać równania Richardsa (zależność (2)), zwiększając i zmniejszając wartości następnego parametru  $\theta_r$  i obliczano wartość błędu  $B_c$ . Obliczenia ponownie prowadzono do chwili, gdy  $B_c$  osiągnęło minimum. Po zakończeniu tej serii parametr  $\theta_r$  uznano również jako

ustalony. Analogiczne obliczenia kontynuowano, zwiększając i zmniejszając wartości następných parametrów. Po przeprowadzeniu symulacji dla ostatniego zmienianego parametru  $K_s$  zakończono pierwszą pętlę obliczeń. Obliczenia w następnych pętlach wykonywano w taki sam sposób, rozpoczynając minimalizację błędu  $B_c$  od zmian ustalonego w pętli pierwszego parametru  $n$ . Obliczenia prowadzono do chwili, w której zmiana któregokolwiek z optymalizowanych parametrów powodowała wyłącznie zwiększenie wartości  $B_c$ . Otrzymane w ten sposób wartości parametrów gwarantują uzyskanie minimalnej wartości odchylenia przeciętnego  $B_k$  obliczanego z zależności (17). Nie ma natomiast pewności, że będą one dokładnie odzwierciedlać właściwości opisywanej gleby.

W niniejszej pracy współczynniki  $n$ ,  $\theta_r$ ,  $\theta_s$ ,  $\alpha$ ,  $K_s$  wyznaczono, a następnie wprowadzono do równania Richardsa w czterech wariantach – podobnie jak warunki początkowe. W pierwszym wariantcie, w którym równanie Richardsa sprowadzono do jednego wymiaru, przestrzeń reprezentowana jest przez ściśle określone wartości parametrów reprezentujących całą modelowaną przestrzeń. Wartości parametrów ustalano na podstawie tablic podanych przez van Genuchtena po wcześniejszym ustaleniu typu gleby w punkcie uznanym jako reprezentatywny. W drugim, dzięki przeprowadzeniu procedur identyfikacyjnych w wielu kolumnach  $V_{i,j}$  reprezentujących przestrzenie powstałe w wyniku dyskretyzacji, różne wartości parametrów wprowadzono bezpośrednio do trójwymiarowego równania Richardsa. W trzecim wariantcie w pierwszej kolejności przeprowadzono analizę geostatystyczną parametrów  $n$ ,  $\theta_r$ ,  $\theta_s$ ,  $\alpha$ ,  $K_s$  w sposób opisany w rozdziale 3.1. Zbudowano, a następnie metodą kriginu uporządkowano mapy. Ostatecznie, do równania Richardsa wprowadzono wartości parametrów odczytane z map. W czwartym wariantcie równanie znowu – jak w przypadku warunku początkowego – rozpatrzono jako jednowymiarowe, zaś współczynniki potraktowano jako zmienne losowe.

# 4

---

## RÓWNANIE RICHARDSA Z RÓŻNYMI WARIANTAMI DANYCH WEJŚCIOWYCH

W niniejszym rozdziale opisano różne sposoby prognozowania stosunków powietrzno-wodnych w wierzchniej warstwie gleby. Syntetycznie scharakteryzowano je w tabeli 1. W I wariacie, posiadającym najwięcej założeń upraszczających, przyjęto, że całą przestrzeń przedstawioną na rysunku 1 reprezentuje wyłącznie jeden przekrój. Dlatego, model jest jednowymiarowy. Warunek początkowy stanowią wartości całkowitej wysokości ciśnienia  $\Phi_k^{po}$  w chwili początkowej (indeksy  $i, j$  pomijamy). Górny warunek brzegowy sformułowano jako warunek I rodzaju (zagadnienie Dirichleta). Występuje on wtedy, gdy w górnym brzegu dane są wartości całkowitej wysokości ciśnienia  $\Phi_1^r$  (zależność (2)) dla każdego kroku czasowego. Obliczono je analogicznie jak wielkości  $\Phi_{i,j,k}^{po}$  ze wzoru (5); z tą różnicą, że zamiast  $h_{i,j,1}^{po}$  wstawiono do wzoru  $h_1^r$  ( $h_1^r$  – wysokość ciśnienia w elemencie  $V_k$  dla każdego kroku czasowego  $\Delta t$ ). Wielkość  $h_1^r$  wyznaczono po przekształceniu zależności (4) i znając wilgotność objętościową  $\theta_1^r$ . Analogicznie ustalono dolny warunek brzegowy. W wariacie I przyjęto ponadto, że gleba jest jednorodna w całej przestrzeni. Dlatego, parametry glebowe występujące w równaniach van Genuchtena przyjmują ściśle określone wartości, wyznaczone na podstawie danych literaturowych. Wynikiem symulacji są ściśle określone wartości wilgotności w przekroju uznanym jako reprezentatywny.

W II wariacie przyjęto, że model jest trójwymiarowy. Warunek początkowy stanowią wartości  $\Phi_{i,j,k}^{po}$  dla każdego elementu  $V_{i,j,k}$ , (II wariant warunku początkowego – rozdział 3.1). Warunek brzegowy opisano w poprzednim akapicie, z tym że indeksy  $i, j$  zachowano. Konieczna jest więc znajomość dynamiki wilgotności podczas trwania symulacji w elementach  $V_{i,j,k}$  w górnej i dolnej warstwie. Parametry gleby modelowanej przestrzeni w rzeczywistości różnią się w kierunkach poziomym i pionowym. Jednak zaproponowany w pracy sposób identyfikacji (rozdział 3.4) pozwala na zróżnicowanie ich wartości jedynie w kierunku poziomym. W punktach, w których ze względów tech-

nicznych nie udało się przeprowadzić identyfikacji, przyjęto średnią wartość ze wszystkich wyznaczonych wartości (II wariant parametryzacji przestrzeni zakłada, że korelacja właściwości fizycznych gleby w sąsiednich obszarach nie jest znana).

Wynik symulacji komputerowej stanowią wartości wilgotności w każdym elemencie  $V_{i,j,k}$  objętej modelowaniem. Wariant III równania Richardsa różni się tym od II, że do formułowania warunku początkowego oraz opisu parametrów gleby wykorzystuje się metody geostatystyczne w celu budowy odpowiednich map. Opis wariantu IV zawarto w tabeli 1.

W czterech rozpatrywanych powyżej wariantach do rozwiązania równania zastosowano metodę różnic skończonych. Różnicową postać ze schematem jawnym przedstawiono w rozdziale 3 (zależność (2)). Metoda rozwiązań dla wariantów I, II i III, gdy warunki początkowe i parametry gleby przedstawione są w sposób zdeterminowany, nie wymaga oddzielnego komentarza. Szerszy opis potrzebny jest do zaprezentowania sposobu rozwiązania równania Richardsa, gdy warunek początkowy realizowany jest jako zmienna losowa i uwzględniono losowy charakter parametrów. Rozwiązania analityczne takiej klasy równań stochastycznych znane są jedynie dla najprostszycch przypadków. Można je znaleźć w pracy prof. Sobczyka w rozdziale poświęconym rozwiązaniom analitycznym stochastycznych równań różniczkowych (Sobczyk 1991). Najczęściej jednak stosuje się metody przybliżone bazujące na rozwiązaniach numerycznych (Sobczyk 1987). W niniejszej pracy do rozwiązania równania Richardsa z warunkiem początkowym i parametrami gleby realizowanymi jako zmienna losowa zaproponowano sposób wykorzystujący procedury losujące napisane w programie Matlab (Janik 2007b). Najpierw przeliczmy wszystkie możliwe przypadki sformułowania warunku początkowego. Jeżeli ponownie rozpatrzmy przestrzeń przedstawioną na rysunku 1 (rozd. 3), w której wilgotność jest zmierzona w  $LM$  punktach w każdej warstwie, to warunek początkowy może być podany na  $(LM)^N$  sposobów ( $L, M, N$  – rys. 1). Przykładowo, dla  $L = 10, M = 10$  i  $N = 5$  powstaje  $(LM)^N = 10^{10}$  zestawów warunków początkowych. Chcąc przeanalizować wszystkie możliwe przypadki, należałoby tyle razy rozwiązać równanie Richardsa. Choć schematy jawne zastosowane w tej pracy cechują się krótkim czasem obliczeń (dla jednego zestawu ok. 0,02 s), to obliczenia musiałyby trwać i tak ponad 6 lat. Dodatkowo, ilość możliwych rozwiązań ulega zwiększeniu, gdy parametry gleby podane są również w postaci zmiennej losowej. W związku z powyższym, zaproponowano następujący sposób postępowania, który zaprezentowano również w pracy autora (Janik 2007b), gdzie rozpatrzono wyłącznie losowy warunek początkowy. W pierwszej kolejności wybrano w sposób losowy małą liczbę zestawów warunków początkowych i parametrów opisujących glebę (np.  $n_L = 5$ ). Taki sposób losowania spowodował, że wartości wilgotności w warunku początkowym oraz wartości parametrów opisujących glebę nie pochodziły z jednego przekroju. Dla każdego wylosowanego zestawu rozwiązano różnicową postać równania Richardsa.

Tabela 1  
Table 1

Warianty modeli do prognozowania warunków powietrzno-wodnych w czynnej warstwie gleby  
Variants of models for prediction of air-water conditions in active layer of soil

	Komentarz Comments	Warunek początkowy Initial condition	Warunek brzegowy Boundary conditions	Parametry w równaniu Parameters in equation	Wynik symulacji Result of simulation
Wariant I Variant I	Przyjmuje się, że jeden przekrój reprezentuje przestrzeń, model rozpatrywany wyłącznie w kierunku pionowym It is assumed that one section represents 3D space, the model is considered only in the vertical direction	Określany na podstawie wilgotności w przekroju reprezentatywnym Determined on the basis of moisture values in representative section	Górny i dolny I rodzaju, Upper and lower of the 1st kind	Wartości parametrów $n$ , $\theta_s$ , $\theta_s$ , $\alpha$ i $K_s$ ustalane na podstawie danych literaturowych bądź za pomocą procedury identyfikacyjnej Values of parameters $n$ , $\theta_s$ , $\theta_s$ , $\alpha$ and $K_s$ are determined on the basis of literature data or by means of identification procedure	Wartość wilgotności w przekroju reprezentatywnym Value of moisture in representative section
Wariant II Variant II	Model przestrzenny Spatial (3D) model	Określany na podstawie wartości wilgotności zmierzonych w każdym punkcie przestrzeni powstałej na skutek dyskretyzacji obszaru Determined on the basis of moisture value at every point of space formed through discretisation of the area	Górny i dolny I rodzaju Upper and lower of the 1st kind	Obliczone bezpośrednio na podstawie procedury identyfikacyjnej Calculated directly on the basis of identification procedure	Wartość wilgotności w każdym punkcie przestrzeni powstałej w wyniku dyskretyzacji Value of moisture at every point of space formed through discretisation

Tabela 1 cd.  
Table 1 cont.

Wariant III Variant III	Model przestrzenny Spatial (3D) model	Określany na podstawie wartości wilgotności w każdym punkcie odczytanych z map wilgotności Determined on the basis of moisture values at every point read from moisture distribution maps	Górny i dolny I rodzaju Upper and lower of the 1st kind	Wartości parametrów odczytane z map Values of parameters read from maps	Mapy wilgotności sporządzone na podstawie danych otrzymanych z symulacji Maps of moisture distribution created on the basis of data from simulations
Wariant IV Variant IV	Model jednowymiarowy Mono-dimensional (1D) model	Realizowany jako zmienna losowa wilgotności Realized as a random variable of moisture	Górny i dolny I rodzaju Upper and lower of the 1st kind	W postaci zmiennej losowej As a random variable	Wilgotność w przekroju reprezentującym obszar podana jako zmienna losowa Moisture values in section representing the area, given as a random variable

Symulację prowadzono dla określonych warunków brzegowych i określonego kroku czasowego. Czas symulacji określono jako  $T_l$ . W wyniku symulacji komputerowych, w każdej warstwie, otrzymywano  $n_L = 5$  zestawów wartości wilgotności  $\theta_k$ , które przedstawiono w postaci histogramów wilgotności. Następnie prowadzono analogiczne symulacje, z tym że za każdym razem zwiększano liczbę  $n_L$ . Symulacje kontynuowano do momentu, w którym kształt uzyskanych histogramów w każdej warstwie nie zmieniał się jednocześnie ze wzrostem liczby  $n_L$ . Jako kryterium stabilności kształtu histogramów przyjęto wielkość  $E_{nL}$ , którą dla ustalonego  $k$  wyznaczono ze wzoru (Janik 2007b):

$$E_{nL} = \int_{\theta_{min}}^{\theta_{max}} |f_{N_{max}}(\theta) - f_{nL}(\theta)| d\theta, \quad (19)$$

gdzie:

$f_{N_{max}}(\theta)$  – gęstość rozkładu wilgotności dla  $N_{max}$ , –,

$f_{nL}(\theta)$  – estymator funkcji  $f(\theta)$  dla  $n_L$  losowań, –,

$N_{max}$  – graniczna liczba losowań, –,

$\theta$  – wilgotność objętościowa,  $m^3 m^{-3}$ ,

$\theta_{max}$  – maksymalna wilgotność objętościowa zmierzona w  $k$ -tej warstwie,  $m^3 m^{-3}$ ,

$\theta_{min}$  – minimalna wilgotność objętościowa zmierzona w  $k$ -tej warstwie,  $m^3 m^{-3}$ .

W zależności (19) pojawia się wielkość  $N_{max}$ . Jest to przyjęta liczba losowań, która gwarantuje, że wielkość  $E_{nL}$  będzie stała jednocześnie ze wzrostem  $N_{max}$ . Liczbę  $N_{max}$  ustalono na podstawie eksperymentu numerycznego. Ostatecznie, liczbę losowań  $n_L$  należy uznać za wystarczającą, gdy  $E_{nL}$  nie będzie zmieniało swojej wartości. Na ostatnim etapie przeprowadzono ocenę dobroci dopasowania histogramów danych uzyskanych z pomiarów do histogramów uzyskanych na podstawie danych zmierzonych. Jako kryterium dobroci dopasowania danych empirycznych do danych uzyskanych z symulacji przyjęto wielkość  $E_\tau$ , którą zdefiniowano w następujący sposób:

$$E_\tau = \int_{\theta_{min}}^{\theta_{max}} |f_m(\theta) - f_{pom}(\theta)| d\theta, \quad (20)$$

gdzie:

$E_\tau$  – miara dopasowania histogramu uzyskanego na podstawie obliczeń do histogramów uzyskanych na podstawie symulacji, –,

$f_m(\theta)$  – estymator funkcji  $f(\theta)$  uzyskany na podstawie symulacji, –,

$f_{pom}(\theta)$  – estymator funkcji  $f(\theta)$  uzyskany na podstawie pomiarów, –,

pozostałe oznaczenia jak w zależności (19).

Ostatecznie, wyniki uzyskane z symulacji przeprowadzonej zgodnie z czterema wariantami porównano z wynikami uzyskanymi na podstawie badań polowych wykonanych na użytku łąkowym.

# 5

---

## PRAKTYCZNE ZASTOSOWANIA TECHNIKI TDR

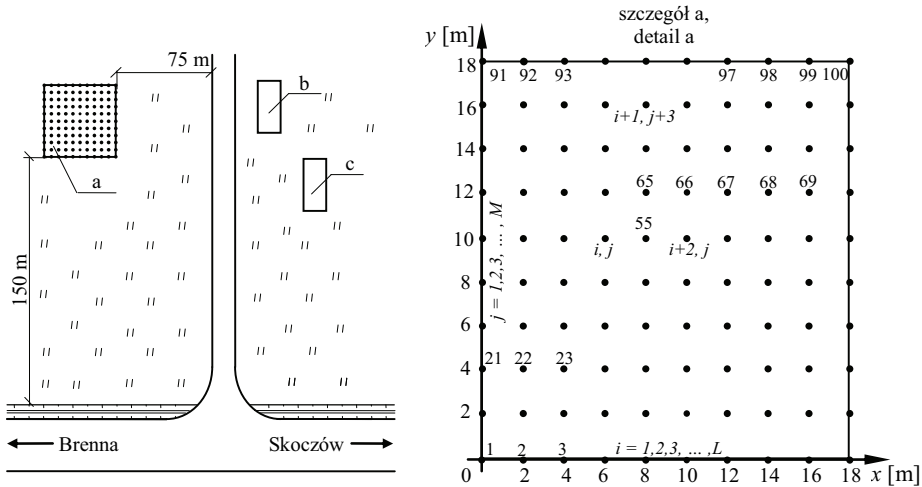
### 5.1. PRZYKŁADY WYZNACZANIA WARUNKÓW POCZĄTKOWYCH

Poniżej przedstawiono przykłady zastosowania techniki TDR i metod geostatystycznych do formułowania różnych wariantów warunków początkowych w równaniu Richardsa. W tym celu przeprowadzono badania polowe w miejscowości Brenna w województwie śląskim. Położenie obiektu badawczego uwarunkowano spełnieniem założeń opisanych w rozdziale 3. Na rysunku 6 przedstawiono usytuowanie poletka doświadczalnego stanowiącego użytek łąkowy wraz z zaznaczonymi przekrojami, w których zmierzono wilgotność objętościową w 100 punktach na głębokości  $z_1 = 2,5$  cm od powierzchni terenu, następnie w 100 punktach na głębokości  $z_2 = 7,5$  cm,  $z_3 = 12,5$  cm,  $z_4 = 17,5$  cm oraz  $z_5 = 22,5$  cm. (W dalszej części pracy punkty na głębokości  $z_1 = 2,5$  cm nazywano „warstwa  $z_1 = 2,5$  cm” itd.). Odległość krawędzi poletka od rowu wynosi 150 m i od utwardzanej drogi około 75 m. Gwarantuje to, że ani rów, ani utwardzona droga nie miały wpływu na wilgotność w jego wnętrzu. Do pomiaru zastosowano ręczny aparat TDR z czujnikami polowymi FP/m. W każdym punkcie wilgotność mierzono jednokrotnie. Pomiar przeprowadzono w dniu 30 sierpnia w 2006 r. w godz. od 14<sup>20</sup> do 15<sup>35</sup>. Dodatkowo, w trakcie prowadzenia pomiarów w środkowym przekroju obszaru (przekrój nr 56 na rys. 6) prowadzono ciągły monitoring wilgotności, co 1 minutę na głębokościach od  $z_1$  do  $z_5$  (przy braku zmian wilgotności odczyty wystarczyło prowadzić z dłuższym krokiem czasowym, np.  $\Delta t = 15$  min). Stwierdzono, że czynnik czasu w trakcie ustalania warunku początkowego, tj. w ciągu 1 godz. i 15 min nie wpływał na dokładność pomiaru, ponieważ różnica pomiędzy maksymalną i minimalną wilgotnością wyniosła jedynie  $0,003 \text{ m}^3 \text{ m}^{-3}$ .

W wariantcie I założono, że jeden przekrój reprezentuje całą modelowaną przestrzeń przedstawioną na rysunku 6. Przyjęto, że jest to przekrój nr 56 o współrzędnych (10 m; 10 m). Zmierzone wilgotności wyniosły:  $\theta_{z_1}^{56} = 0,297 \text{ m}^3 \text{ m}^{-3}$ ,  $\theta_{z_2}^{56} = 0,288 \text{ m}^3 \text{ m}^{-3}$ ,



$\theta_{z_3}^{56} = 0,246 \text{ m}^3 \text{ m}^{-3}$ ,  $\theta_{z_4}^{56} = 0,235 \text{ m}^3 \text{ m}^{-3}$ ,  $\theta_{z_5}^{56} = 0,215 \text{ m}^3 \text{ m}^{-3}$ . Założenie reprezentatywności tak sformułowanego warunku początkowego musi generować błędy podczas modelowania.



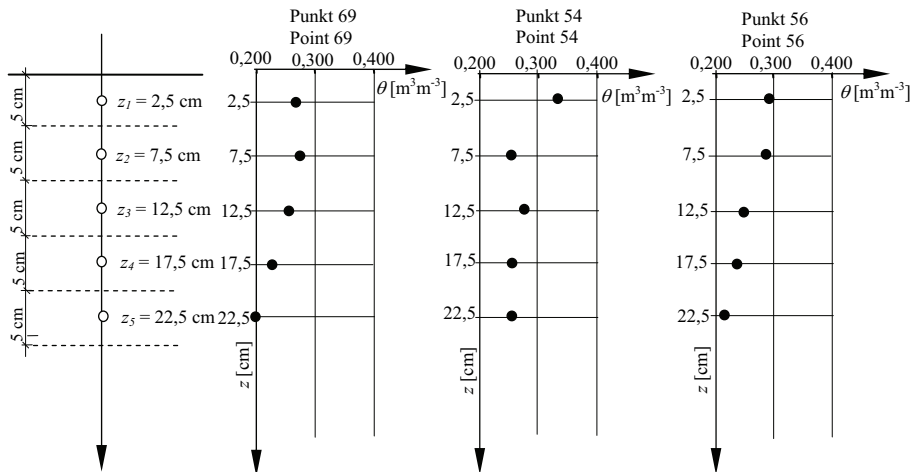
Rys. 6. Usytuowania poletka doświadczalnego w Brennej

a – poletko doświadczalne; b, c – zabudowania gospodarcze;  $i, j$  – indeksy punktów pomiarowych w kierunkach  $x$  i  $y$

Fig. 6. Location of experimental plot in Brenna

a – experimental plot; b, c – farm buildings;  $i, j$  – indexes of measurement points in directions  $x$  and  $y$

Wystarczy porównać wartości wilgotności w przekroju nr 69 o współrzędnych (16 m; 12 m), gdzie:  $\theta_{z_1}^{69} = 0,274 \text{ m}^3 \text{ m}^{-3}$ ,  $\theta_{z_2}^{69} = 0,278 \text{ m}^3 \text{ m}^{-3}$ ,  $\theta_{z_3}^{69} = 0,266 \text{ m}^3 \text{ m}^{-3}$ ,  $\theta_{z_4}^{69} = 0,221 \text{ m}^3 \text{ m}^{-3}$ ,  $\theta_{z_5}^{69} = 0,197 \text{ m}^3 \text{ m}^{-3}$  bądź w przekroju 54 o współrzędnych (6 m; 10 m) – tam wartości wilgotności wyniosły  $\theta_{z_1}^{54} = 0,334 \text{ m}^3 \text{ m}^{-3}$ ,  $\theta_{z_2}^{54} = 0,262 \text{ m}^3 \text{ m}^{-3}$ ,  $\theta_{z_3}^{54} = 0,285 \text{ m}^3 \text{ m}^{-3}$ ,  $\theta_{z_4}^{54} = 0,263 \text{ m}^3 \text{ m}^{-3}$ ,  $\theta_{z_5}^{54} = 0,269 \text{ m}^3 \text{ m}^{-3}$ . Na rysunku 7 przedstawiono inne możliwe przypadki sformułowania warunku początkowego. Jest to klasyczne podanie warunku początkowego, gdy równanie dotyczy przestrzeni jednowymiarowej (wariant I formułowania warunku początkowego).



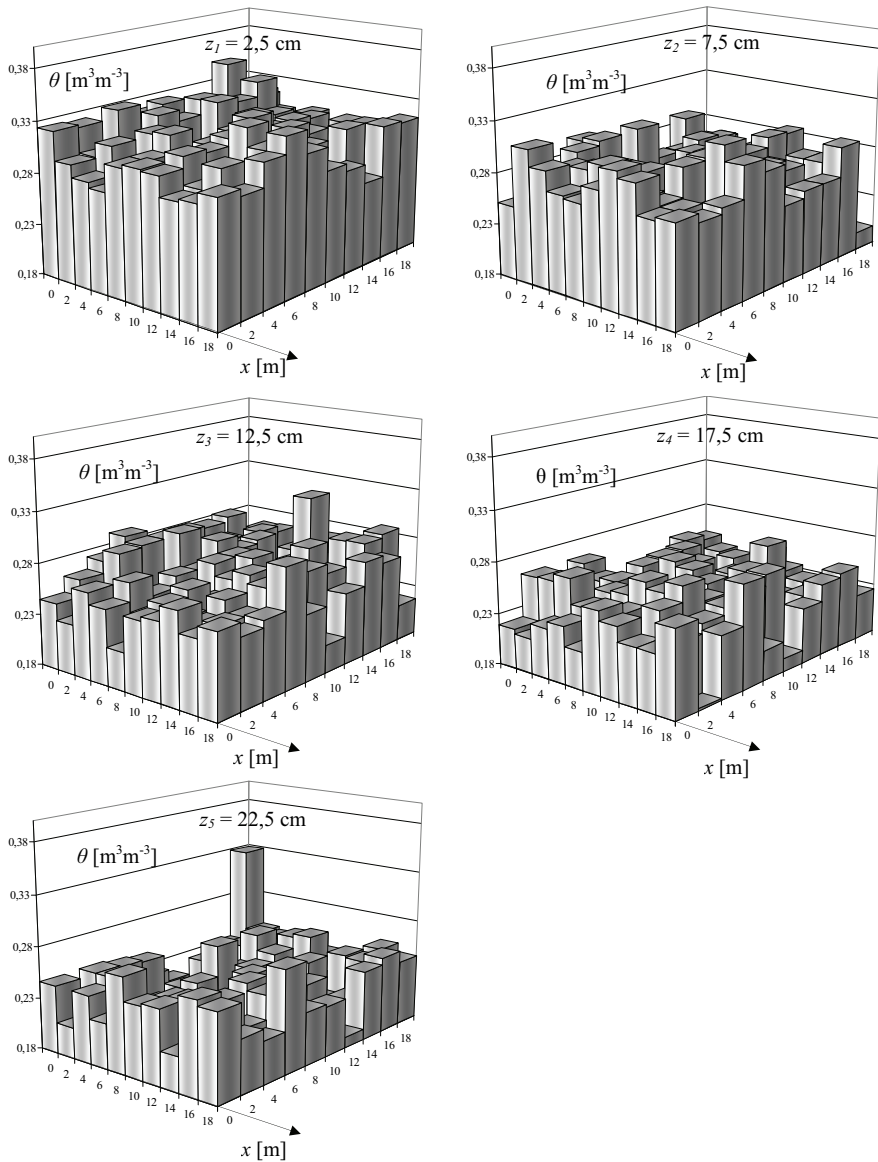
Rys. 7. Różne możliwości sformułowania warunku początkowego dla wariantu I

$\theta$  – wilgotność objętościowa;  $z_1, z_2, z_3, z_4, z_5$  – warstwy

Fig. 7. Various possible formulations of the initial condition for variant I

$\theta$  – volumetric moisture content;  $z_1, z_2, z_3, z_4, z_5$  – layers

W wariantcie II rozpatrzono równanie w trzech wymiarach i wartości wilgotności  $\theta_{i,j,k}$ , wyznaczono również na podstawie pomiarów aparatem TDR. Na rysunku 8 przedstawiono zmierzone wartości wilgotności w punktach warstw od  $z_1 = 2,5$  cm do  $z_5 = 22,5$  cm. Ocena rysunku 8 potwierdza wyżej sformułowane spostrzeżenia o tym, że podanie jednej wartości wilgotności objętościowej dla wybranej warstwy jest nieprawidłowe, ponieważ zróżnicowanie wilgotności jest znaczące. W tabeli 2 przedstawiono obliczone klasyczne miary statystyczne dla poszczególnych warstw od  $z_1$  do  $z_5$ . Średnie wilgotności w warstwach od  $z_1$  do  $z_5$  zmieniały się w granicach od  $0,230 \text{ m}^3 \text{ m}^{-3}$  do  $0,304 \text{ m}^3 \text{ m}^{-3}$ . Najwyższa średnia wilgotność wystąpiła w warstwie przypowierzchniowej. Spowodowane to było opadem atmosferycznym w wysokości 3 mm, który pojawił się 12 godz. przed rozpoczęciem pomiarów. Największa wariancja wilgotności wynosi  $7,43 \cdot 10^{-4} (\text{m}^3 \text{ m}^{-3})^2$  i wystąpiła w warstwie  $z_2 = 7,5$  cm, natomiast najmniejsza – w warstwie przypowierzchniowej, gdzie jej wartość to  $3,86 \cdot 10^{-4} (\text{m}^3 \text{ m}^{-3})^2$ . W warstwie tej zanotowano również najmniejszą wartość współczynnika zmienności ( $Z = 6,50\%$ ). Rozkłady wilgotności gleby w poszczególnych płaszczyznach wykazywały lekką lewostronną asymetrię (współczynnik skośności  $A < 0$ ). Oznacza to, że rozkład ma nieznacznie dłuższy lewy „ogon”. Przy czym największa lewostronna asymetria wystąpiła w warstwach  $z_2$  i  $z_4$ , mniejsza w warstwach  $z_1$  i  $z_3$ , a w warstwie  $z_5$  rozkład był w przybliżeniu symetryczny ( $A \approx 0$ ). Współczynnik kurtozy  $K$  (w tej pracy  $K = 3$  dla rozkładu normalnego) przyjmował wartości w przedziale od ok. 3 do 4,5. Oznacza to, że rozkłady wilgotności są nieznacznie smuklejsze od rozkładu normalnego (Barnet 1982). Porównanie współczynników skośności i kurtozy pozwala na podanie pełniejszego obrazu różnic, jakie



Rys. 8. Rozkład wilgotności objętościowej ( $\theta_{i,j,k}$ ) sporządzony na podstawie pomiarów przeprowadzonych w dniu 30 sierpnia 2006 r., użyty jako warunek początkowy

$z_1, z_2, z_3, z_4, z_5$  – warstwy

Fig. 8. Distribution of volumetric moisture content ( $\theta_{i,j,k}$ ) created on the basis of measurements conducted on 30<sup>nd</sup> August, 2006, and used as the initial condition

$z_1, z_2, z_3, z_4, z_5$  – layers

istnieją między poszczególnymi rozkładami. Największy rozstęp wartości wilgotności zaobserwowano w warstwie  $z_5$ , jego wartość wynosiła  $0,168 \text{ m}^3 \text{ m}^{-3}$  i tam też warunek początkowy byłby wyznaczony z największym błędem, gdyby go formułować zgodnie z wariantem I. Uzyskane w wyniku pomiarów wartości wilgotności  $\theta_{i,j,k}$ , które przedstawiono na rysunku 8, wprowadzono następnie jako warunek początkowy do trójwymiarowego równania Richardsa – wariant II.

Tabela 2

Table 2

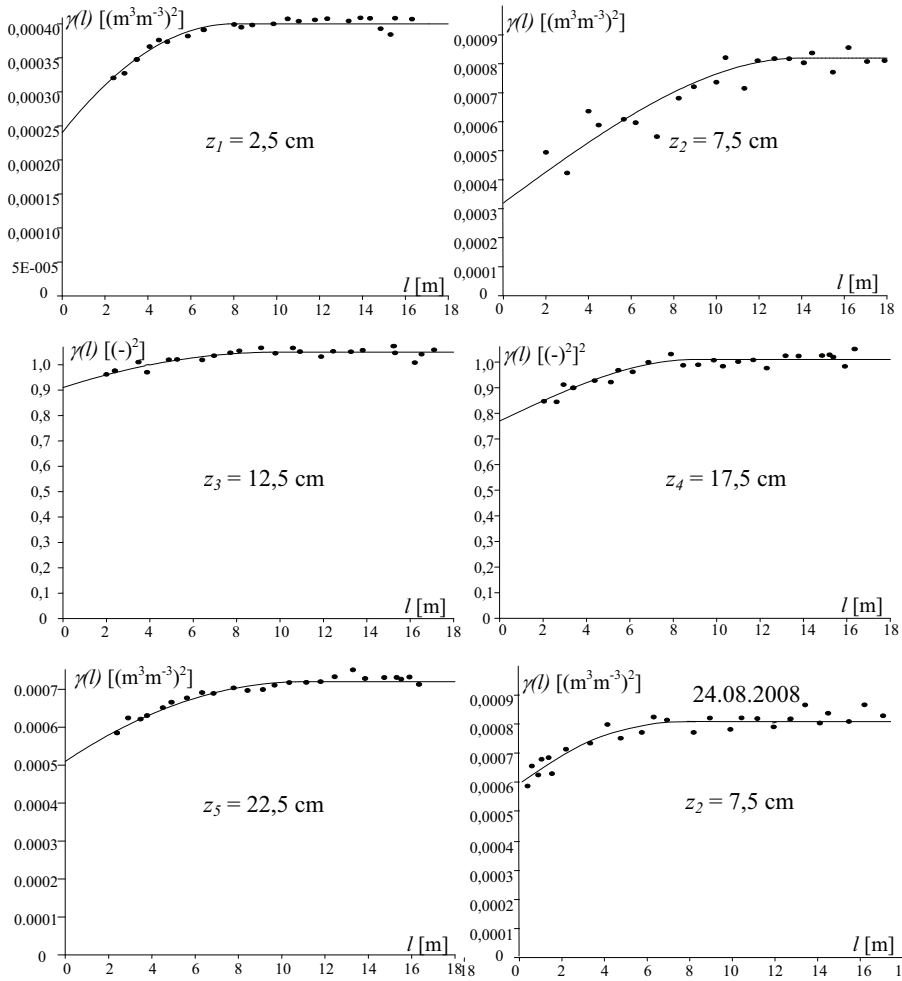
Klasyczne miary statystyczne dla zmierzonych wartości wilgotności stanowiących warunek początkowy

Classical statistical parameters for measured values of moisture constituting the initial condition

	Średnia Mean	Wariancja Variance	Skośność Skewness	Kurtoza Kurtosis	Współczynnik zmienności Variability coefficient
	$\bar{\theta}$	$\sigma$	$A$	$K$	$Z$
	$[(\text{m}^3 \text{m}^{-3})^2]$	$[(\text{m}^3 \text{m}^{-3})^2]$	$[-]$	$[-]$	$[\%]$
$z_1 = 2,5 \text{ cm}$	0,304	$3,89 \cdot 10^{-4}$	-0,410	4,428	6,50
$z_2 = 7,5 \text{ cm}$	0,267	$7,43 \cdot 10^{-4}$	-0,884	4,072	10,19
$z_3 = 12,5 \text{ cm}$	0,255	$5,44 \cdot 10^{-4}$	-0,280	3,092	9,14
$z_4 = 17,5 \text{ cm}$	0,236	$5,95 \cdot 10^{-4}$	-0,707	3,653	10,34
$z_5 = 22,5 \text{ cm}$	0,230	$7,11 \cdot 10^{-4}$	-0,033	4,251	11,64

$z_1, z_2, z_3, z_4, z_5$  – warstwy, layers

W celu zastosowania wariantu III przeprowadzono w pierwszej kolejności analizę danych pomiarowych metodami geostatystycznymi. Na rysunku 9 przedstawiono wariogramy wilgotności dla warstw od  $z_1$  do  $z_5$  z dopasowanymi modelami matematycznymi do danych empirycznych. Obliczenia przeprowadzono w programie Surfer 8. W każdym przypadku usunięcie trendu liniowego bądź kwadratowego nie miało wpływu na obliczone wartości semiwariancji. Dla warstwy  $z_1, z_2, z_5$  zbudowano wariogramy w sposób klasyczny, obliczając je na podstawie zależności 6 podanej w rozdziale 3.1. Natomiast w przypadku warstwy  $z_3$  i  $z_4$  zbudowano semiwariogramy standaryzowane (zależność 7 z rozdziału 3.1), ponieważ tam rozrzut wartości klasycznej semiwariancji był na tyle duży, że nie można było dobrać modelu matematycznego do danych empirycznych. Dla każdej warstwy od  $z_1$  do  $z_5$  stwierdzono istnienie obszarowej zależności wilgotności gleby. W tabeli 3 przedstawiono wartości parametrów semiwariogramów najlepiej dopasowanych do danych empirycznych. W warstwach  $z_1, z_3, z_5$  najbardziej dopasowanym modelem był model kwadratowy, natomiast w  $z_2$  i  $z_4$  model sferyczny. Zakresy (range) są mało zróżnicowane i zmieniają się w granicach od 8,1 m dla  $z_1$  do 14,0 m dla  $z_2$ . W każdym przypadku stwierdzono efekt samorodka. W odniesieniu do semiwariogramów klasycznych jego zmienność wynosiła od  $2,4 \cdot 10^{-4} (\text{m}^3 \text{m}^{-3})^2$  dla  $z_1$  do  $5,1 \cdot 10^{-4} (\text{m}^3 \text{m}^{-3})^2$  dla  $z_5$ . W przypadku semiwariogramów standaryzowanych wartość efektu samorodka miała odpowiednio 0,91 dla warstwy  $z_3$  i 0,77 dla warstwy  $z_1$ .



Rys. 9. Wariogramy wilgotności w chwili początkowej ( $t^{po}$ ) dla poletka w Brennej oraz wariogram wilgotności dla  $l$  w zakresie od 0,2 m do 18 m, sporządzony na podstawie pomiarów w dniu 24 sierpnia 2006 r.

$l$  – odległość pomiędzy porównywanymi punktami;  $z_1, z_2, z_3, z_4, z_5$  – głębokość warstw;  $\gamma(l)$  – semiwariancja

Fig. 9. Variograms of moisture at the initial moment ( $t^{po}$ ) for the experimental plot in Brenna and variogram of moisture for  $l$  within the range from 0,2 m to 18 m, created on the basis of measurements taken on 24th August 2006

$l$  – distance between compared points;  $z_1, z_2, z_3, z_4, z_5$  – depth of layers;  $\gamma(l)$  – semivariance

Wysycenie dla semiwariogramów waha się od  $1,6 \cdot 10^{-4} \text{ (m}^3\text{m}^{-3})^2$  do  $5,1 \cdot 10^{-4} \text{ (m}^3\text{m}^{-3})^2$ , natomiast dla semiwariogramów standaryzowanych od 0,14 do 0,24. Należy pamiętać, że efekt samorodka jest tu ekstrapolowanym efektem. Jego wartość obliczono, posilując się za każdym razem procedurą automatycznego dopasowania wariogramów – zawartą w programie Surfer 8. Wartości efektu samorodka wyznaczono by dokładniej, gdyby pomiary przeprowadzono z mniejszym krokiem  $\Delta x$  i  $\Delta y$ , ale to zwiększyłoby znacząco pracochłonność eksperymentów. Ponadto, przy wyborze modelu oraz określaniu jego kształtu pomocne były doświadczenia autora, które zdobył, prowadząc analizy przestrzennej zmienności wilgotności na poletkach doświadczalnych położonych w miejscowościach: Pawłowice, Silna-Wrony, Pszczew, Brenna, Stegna Gdańska oraz w Tatrzańskiej Kotlinie na Słowacji. Tam wilgotność była mierzona w jednej warstwie, ale  $\Delta x$  i  $\Delta y$  miały nawet 2 cm.

Tabela 3  
Table 3

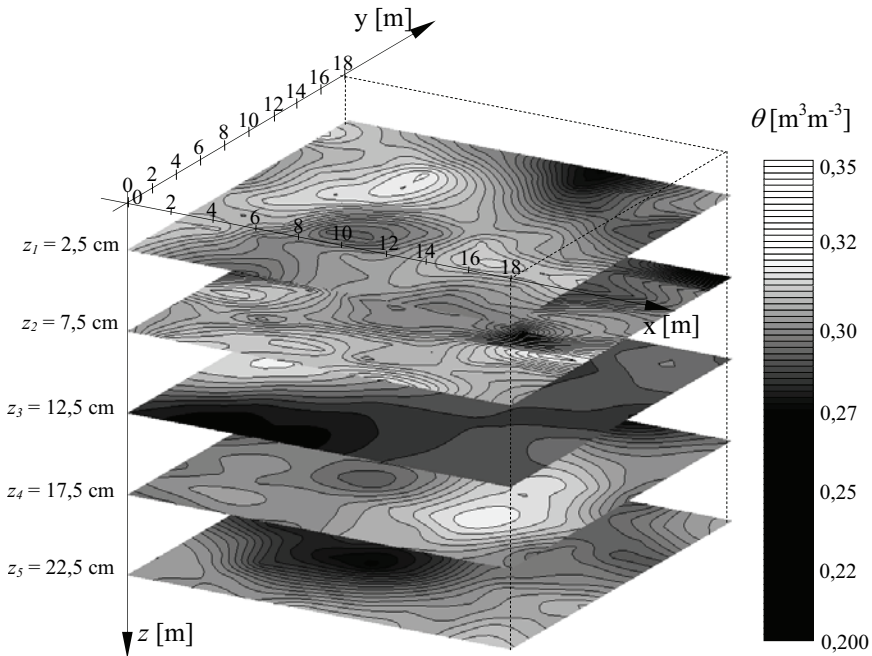
Parametry semiwariogramów wilgotności dla warstw  $z_1, z_2, z_3, z_4$  i  $z_5$   
Parameters of semivariograms for layers  $z_1, z_2, z_3, z_4$  and  $z_5$

	Typ wariogramu Variogram type	Model Model	Efekt samorodka Nugget effect	Wysycenie Sill	Zakres Range
$z_1 = 2,5 \text{ cm}$	wariogram variogram	kwadratowy quadratic	$2,4 \cdot 10^{-4}$ $(\text{m}^3\text{m}^{-3})^2$	$1,6 \cdot 10^{-4}$ $(\text{m}^3\text{m}^{-3})^2$	8,1 m
$z_2 = 7,5 \text{ cm}$	wariogram variogram	sferyczny spherical	$3,2 \cdot 10^{-4}$ $(\text{m}^3\text{m}^{-3})^2$	$5,1 \cdot 10^{-4}$ $(\text{m}^3\text{m}^{-3})^2$	14 m
$z_3 = 12,5 \text{ cm}$	wariogram standaryzowany standardized variogram	kwadratowy quadratic	0,91	0,14	9,8 m
$z_4 = 17,5 \text{ cm}$	wariogram standaryzowany standardized variogram	sferyczny spherical	0,77	0,24	8,9 m
$z_5 = 22,5 \text{ cm}$	wariogram variogram	kwadratowy quadratic	$5,1 \cdot 10^{-4} \text{ (m}^3\text{m}^{-3})^2$	$2,1 \cdot 10^{-4} \text{ (m}^3\text{m}^{-3})^2$	10,8 m

Prawidłowość doboru modeli matematycznych potwierdza dodatkowo semiwariogram zbudowany dla pełnego zakresu odległości  $l$  ( $0,2 \text{ m} \leq l \leq 18 \text{ m}$ ) dla jednej warstwy  $z_2 = 7,5 \text{ cm}$ , wykonany na podstawie oddzielnej serii pomiarów przeprowadzonych na tym samym poletku w Brennej (rys. 6) w dniu 24 sierpnia 2008 r. W tym przypadku oznaczenia przeprowadzono w 100 punktach przestawionych na rysunku 6 ( $\Delta x = 2 \text{ m}$  i  $\Delta y = 2 \text{ m}$ ) oraz w stu równomiernie rozłożonych punktach w kwadracie o wierzchołkach w punktach 1, 2, 12 i 11, ( $\Delta x = 0,2 \text{ m}$  i  $\Delta y = 0,2 \text{ m}$ ). Semiwariogram ten przedstawiono na rysunku 9. Jego kształt jest zbliżony do semiwariogramów zbudowanych dla warunku początkowego.

Ustalone parametry funkcji semiwariogramów wykorzystano następnie w algorytmie obliczeniowym do budowy map wilgotności metodą krigingu. Na rysunku 10

przedstawiono zbudowane w ten sposób mapy wilgotności dla warstwy  $z_1, z_2, z_3, z_4$  i  $z_5$ , które są najwierniejszym odzwierciedleniem wilgotności objętościowej w modelowanej przestrzeni. Mapy te poddano ocenie, porównując wielkości odczytane z nich i zmierzone aparatem TDR. Do porównania zastosowano miary statystyczne, z których wybrane opisano zależnościami od 8 do 12 w rozdziale 3.1. Są to: średnia wartość bezwzględna różnic wartości zmierzonych i obliczonych  $S_{WB}^k$  (zależność (9)), średni błąd kwadratowy  $R.M.S^k$  (zależność (10)), a także maksymalna i minimalna różnica wartości zmierzonych i obliczonych ( $P_{max}^k$  i  $P_{min}^k$ ), (zależności (11) i (12)). Wyniki obliczeń przedstawiono w tabeli 4. Największe wartości  $S_{WB}^k$  i  $R.M.S^k$  występują w warstwach  $z_3$  i  $z_4$ , a najmniejsze w warstwach  $z_1$  i  $z_2$ . Wartości obliczonych miar statystycznych świadczą o tym, że tam gdzie mapy zbudowane zostały na podstawie krigingu z wykorzystaniem semiwariogramów klasycznych, ich dopasowanie do danych zmierzonych jest obciążone mniejszymi błędami niż w przypadku wykorzystania semiwariogramów standaryzowanych.



Rys. 10. Izolinie wilgotności objętościowej ( $\theta_{i,j,k}$ ) sporządzone na podstawie pomiarów przeprowadzonych w Brennej w dniu 30 sierpnia 2006 roku użyte jako warunek początkowy  $z_1, z_2, z_3, z_4, z_5$  – głębokość warstw

Fig. 10. Isolines of volumetric moisture content ( $\theta_{i,j,k}$ ) created on the basis of measurements conducted at Brenna on 30<sup>nd</sup> August, 2006, used as the initial condition  $z_1, z_2, z_3, z_4, z_5$  – depth of layers

Tabela 4

Table 4

Miary statystyczne stosowane do oceny danych zmierzonych i uzyskanych z mapy wykonanej metodą krigingu  
 Statistical parameters used for estimation of measured data and data obtained from a map created with the method of kriging

	$z_1 = 2,5$ cm	$z_2 = 7,5$ cm	$z_3 = 12,5$ cm	$z_4 = 17,5$ cm	$z_5 = 22,5$ cm
$S_{WB}$ [ $m^3 m^{-3}$ ]	0,0110	0,0125	0,0167	0,0167	0,0166
$R.M.S$ [ $m^3 m^{-3}$ ]	0,0130	0,0163	0,0210	0,0209	0,0209
$P_{max}^k$ [ $m^3 m^{-3}$ ]	0,0314	0,0279	0,0630	0,0375	0,0750
$P_{min}^k$ [ $m^3 m^{-3}$ ]	-0,0301	-0,0665	-0,0641	-0,0695	-0,0590

$z_1, z_2, z_3, z_4, z_5$  – warstwy

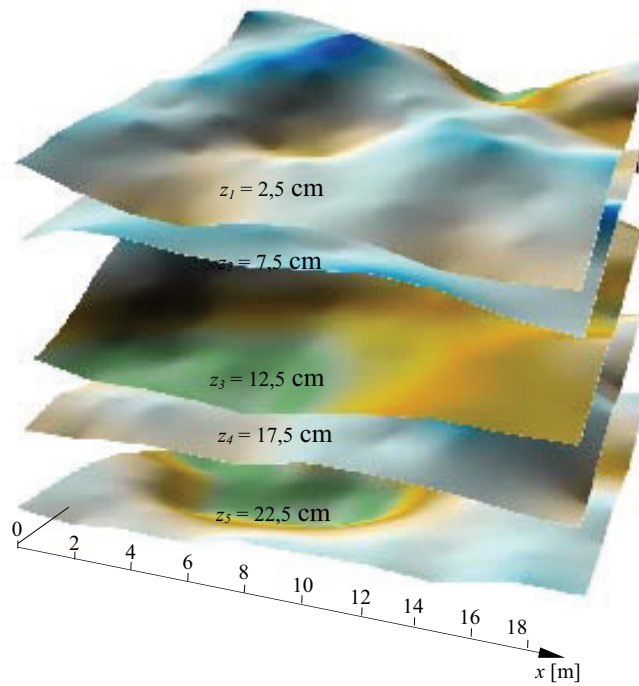
$z_1, z_2, z_3, z_4, z_5$  – layers

Analiza maksymalnych wartości odchyień  $P_{max}^k$  i  $P_{min}^k$  wskazuje, że wartości pojedynczych odchyień są znaczące, np.  $P_{max}^k$  jest największe w warstwie  $z_5$  i wynosi  $0,0750 m^3 m^{-3}$ , a  $P_{min}^k$  jest najmniejsze w warstwie  $z_4$  i ma  $-0,0695 m^3 m^{-3}$ . Znaczące wartości wielkości  $P_{max}^k$  i  $P_{min}^k$  wynikają z faktu, że podczas interpolacji metodą krigingu wygładzane są wyniki pomiarów w punktach, w których wartości wilgotności znacząco odbiegają od wartości zmierzonych w pobliżu tego punktu.

Na rysunku 10 przedstawiono mapy warstw  $z_1, z_2, z_3, z_4$  i  $z_5$  z zaznaczonymi izoliami wilgotności, a na rysunku 11 – te same mapy, ale w układzie przestrzennym. Mapy te stanowiły podstawę do sformułowania warunku początkowego w równaniu Richardsa dla całej modelowanej przestrzeni przedstawionej na rysunku 1 zgodnie z opisanym wcześniej wariantem III. Zaletą tego wariantu jest to, że z map można odczytać wartości wilgotności w punktach nie objętych pomiarami. W związku z tym, schematy różnicowe mogły być budowane z dowolnie małym krokiem przestrzennym bez konieczności przeprowadzania wielu pracochłonnych pomiarów.

Do przedstawienia warunku początkowego w postaci zmiennej losowej wykorzystano bazę danych, na podstawie której wykonano mapy wilgotności. Są to wartości wilgotności zmierzone w 100 przekrojach w warstwach  $z_1, z_2, z_3, z_4$  i  $z_5$ . Na rysunku 12 zaprezentowano histogramy wilgotności sporządzone dla każdej z warstw.





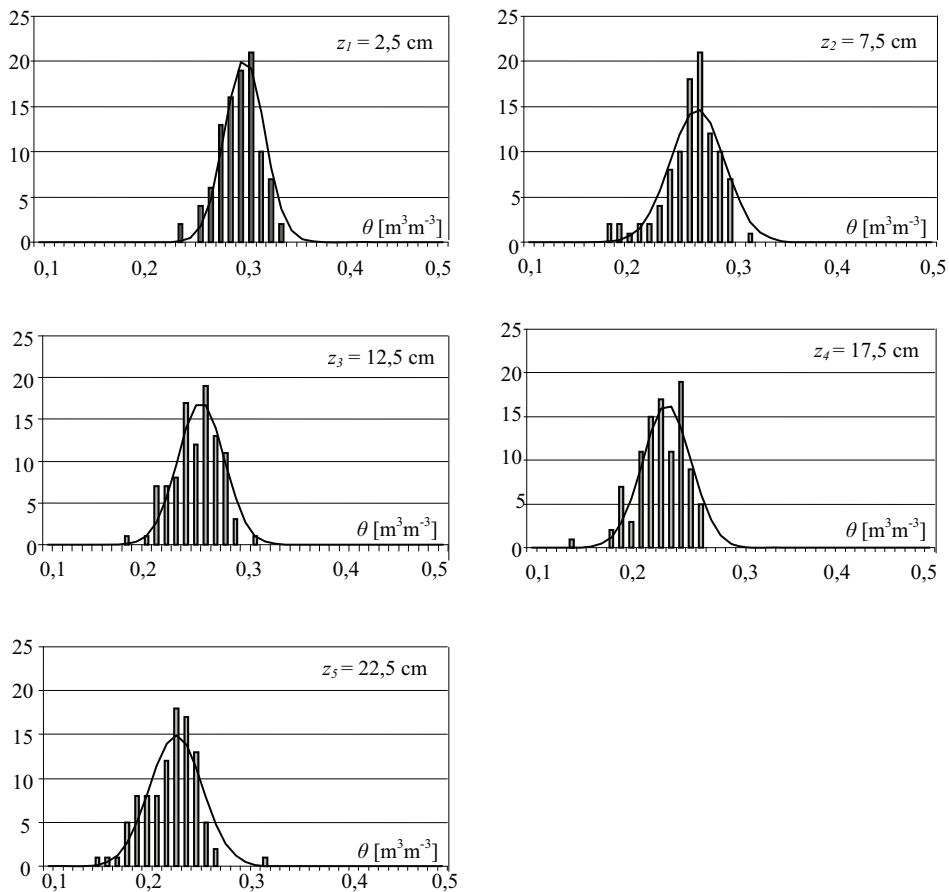
Rys. 11. Przestrzenna mapa wilgotności  $\theta_{i,j,k}$  sporządzona na podstawie pomiarów przeprowadzonych w Brennej w dniu 22 sierpnia 2006 r. użyta jako warunek początkowy

$z_1, z_2, z_3, z_4, z_5$  – warstwy

Fig. 11. Spatial map of moisture  $\theta_{i,j,k}$  created on the basis of measurements conducted in Brenna on 22<sup>nd</sup> August, 2006, used as the initial condition

$z_1, z_2, z_3, z_4, z_5$  – layers

Kształty histogramów potwierdzają spostrzeżenia wynikające z obliczonych wartości klasycznych miar statystycznych ukazanych w tabeli 2. Sformułowanie warunku początkowego zgodnie z wariantem IV nie bierze pod uwagę przestrzennego zróżnicowania wilgotności. Oznacza to, że rozwiązanie równania Richardsa również nie uwzględnia faktu przestrzennej zmienności wilgotności. Równanie to rozwiązano w sposób podany w rozdziale 3.1 (wariant IV).



Rys. 12. Zmienna losowa wilgotności użyta jako warunek początkowy  
 $\theta$  – wilgotność objętościowa;  
 $z_1, z_2, z_3, z_4, z_5$  – głębokość warstw

Fig. 12. Random variable of moisture content, used as the initial condition  
 $\theta$  – volumetric moisture content;  
 $z_1, z_2, z_3, z_4, z_5$  – depth of layers

## **5.2. SZACOWANIE GÓRNEGO WARUNKU BRZEGOWEGO**

W rozdziale opisano przykłady praktycznych zastosowań techniki TDR do wyznaczenia górnego warunku brzegowego II rodzaju. Zaproponowano metodę określania opadu netto oraz metodę szacowania składowej parowania terenowego. Prezentowane w tym rozdziale badania, przeprowadzone z wykorzystaniem czujników typu polowego (FP/m), były przedmiotem analiz przedstawionych w autorskich pracach (Janik 2004, 2006). W niniejszej pracy wyniki tych badań porównano z wynikami badań z zastosowaniem czujników laboratoryjnych (LP/mts). Pobór wody przez korzenie roślin uwzględniono w tej publikacji jako człon źródłowy w równaniu Richardsa, co opisano w rozdziale 5.3.

### **5.2.1. OPAD NETTO**

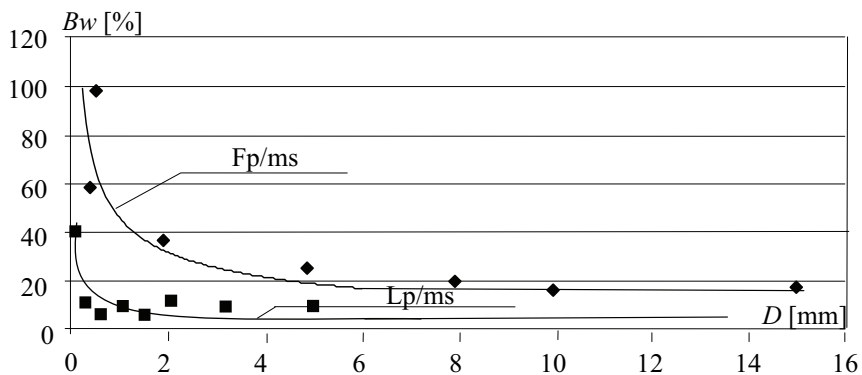
Zastosowanie techniki TDR do wyznaczenia opadu netto przeanalizowano na podstawie badań wykonanych na dwóch obiektach. Pierwszy eksperyment przeprowadzono w dniach od 9 do 15 lipca 2004 r. na nieporośniętym poletku doświadczalnym położonym w miejscowości Silna-Wrony w województwie wielkopolskim. Części mineralne materiału glebowego miały skład granulometryczny piasku słabo-gliniastego. Na drugim poletku położonym w miejscowości Równia w województwie podkarpackim badania przeprowadzono w dniach od 26 sierpnia do 2 września 2007 roku. W tym przypadku gleba była również nieporośnięta. Skład granulometryczny części mineralnych odpowiadał glinie pylastej. W trakcie badań na obiekcie Silna-Wrony najwyższa z maksymalnych dobowych temperatur wynosiła 26°C, zaś najniższa z maksymalnych dobowych temperatur 16°C. Natomiast najwyższa z minimalnych dobowych temperatur to 15°C, a najniższa 11°C. Na obiekcie położonym w Równi najwyższa z maksymalnych dobowych temperatur wynosiła 25°C, a najniższa z maksymalnych dobowych temperatur liczyła 21°C. Natomiast najwyższa z minimalnych dobowych temperatur wynosiła 14°C, a najniższa 8°C. Do wyznaczenia opadu atmosferycznego netto wykorzystano sposób opisany w rozdziale 3.2. Do pomiaru wilgotności objętościowej zastosowano dwa typy czujników, które przedstawiono na rysunku 13. Czujniki FP/ms (Field Probe for moisture and salinity) służą do przeprowadzania badań w warunkach polowych. Wynika to z ich wymiarów. Całkowita długość czujnika zależy od długości rury PVC o średnicy 2 cm. Opcjonalna długość rurki wynosi od 0,15 m do 1,5 m lub więcej i uwarunkowana jest głębokością instalacji czujnika. Najistotniejszą jego część stanowi falowód złożony z dwóch stalowych prętów o średnicy 2 mm i długości 10 cm. Rozstaw prętów wynosi 1,2 cm, a strefa czułości to walec o średnicy ok. 5 cm i wysokości ok. 11 cm.



Rys. 13. Czujniki typu FP/ms i LP/ms  
Fig. 13. Probes types FP/ms and LP/ms

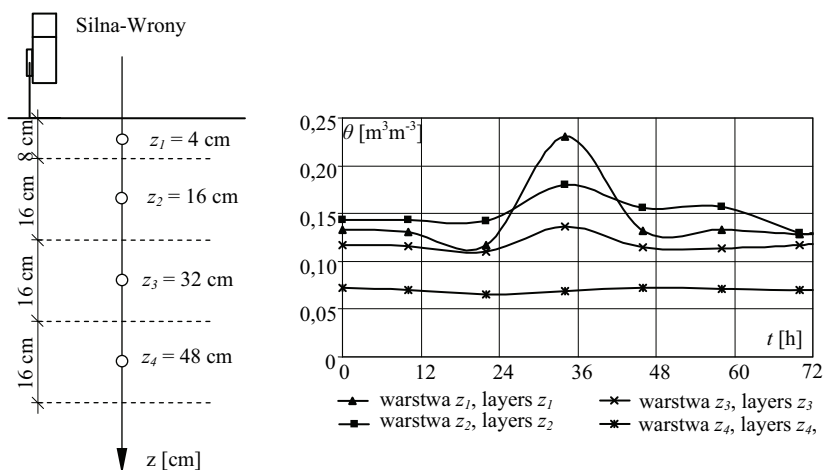
Zasada pomiaru czujnika typu LP/ms (Laboratory miniProbe for moisture and salinity) jest identyczna jak czujnika FP/ms. Jego całkowita długość to zawsze 12,5 cm, a długość prętów wykonanych również ze stali nierdzewnej, ale o średnicy 0,8 mm liczy 53 mm. Rozstaw prętów wynosi 5 mm. W przypadku tego czujnika strefa czułości to wałek o średnicy 5 mm i wysokości ok. 60 mm (Wilczek, Skierucha 2007). Na obiekcie położonym w miejscowości Silna-Wrony do pomiaru wilgotności gleby zastosowano czujniki polowe typu FP/ms, natomiast w Równi – czujniki laboratoryjne oznaczone symbolem Lp/ms.

Badania polowe na wyżej opisanych obiektach poprzedzono badaniami laboratoryjnymi, na podstawie których przeprowadzono analizę dokładności zaproponowanej metody. Sposób przeprowadzenia eksperymentu laboratoryjnego dla czujnika polowego FP/ms opisano w pracy (Janik 2004). Na rysunku 14 przedstawiono kształtowanie się błędów względnego  $B_w$  w zależności od dawki opadu, dla której budowano bilans na podstawie zależności (13). Dla czujników typu FP/ms stwierdzono, że błąd względny metody stabilizuje się na poziomie 20%, gdy dawka deszczu wynosi powyżej 5 mm. W związku z powyższym, bilans wodny podczas badań na obiekcie Silna-Wrony budowano tak, aby dawka deszczu była powyżej 5 mm. Analogiczne testy przeprowadzono dla czujnika typu LP/ms. Kształtowanie błędów względnego w zależności od dawki deszczu, dla której budowano bilans, przedstawiono również na rysunku 14. Błąd względny metody przy zastosowaniu czujników LP/ms stabilizuje się na poziomie 10% już dla dawki opadu powyżej 1 mm. Obliczone dokładności dla obu typów czujników należy traktować jedynie jako orientacyjne, ponieważ wielkość błędów  $B_w$  jest zależna nie tylko od typu czujnika, ale również od pionowej odległości pomiędzy czujnikami, wilgotności wyjściowej przed opadem, a także od typu gleby i wynikającej z tego prędkości reakcji wilgotności na opad. Powyższe aspekty w niniejszej pracy pominięto.



Rys. 14. Błąd względny ( $B_w$ ) szacowania opadu efektywnego czujnikami polowymi (Fp/ms) i laboratoryjnymi (Lp/ms) w zależności od dawki deszczu  $D$ , dla której budowano bilans wodny

Fig. 14. Relative error ( $B_w$ ) of estimation of effective rainfall by means of field probes (Fp/ms) and laboratory probes (Lp/ms) with relation to rainfall dose  $D$  for which the water balance was created

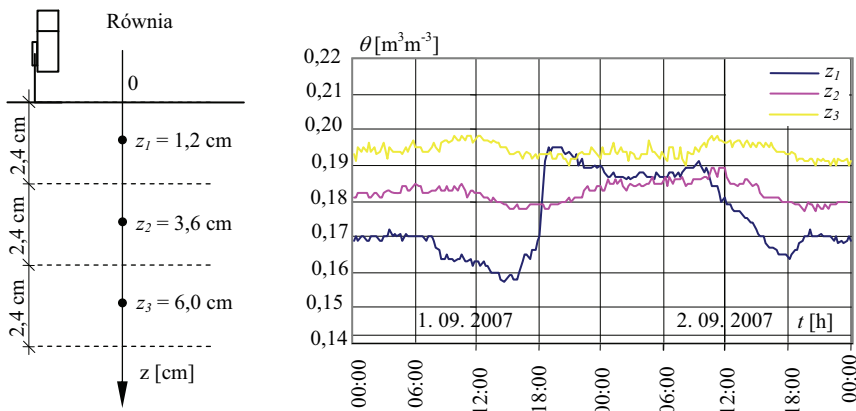


Rys. 15. Umieszczenie czujników TDR na poletku doświadczalnym Silna-Wrony oraz dynamika wilgotności w warstwach  $z_1, z_2, z_3$  i  $z_4$

Fig. 15. Location of TDR probes in the experimental plot at Silna-Wrony and dynamics of moisture content in layers  $z_1, z_2, z_3$  and  $z_4$   
 $\theta$  – wilgotność,  $t$  – czas  
 $\theta$  – moisture,  $t$  – time

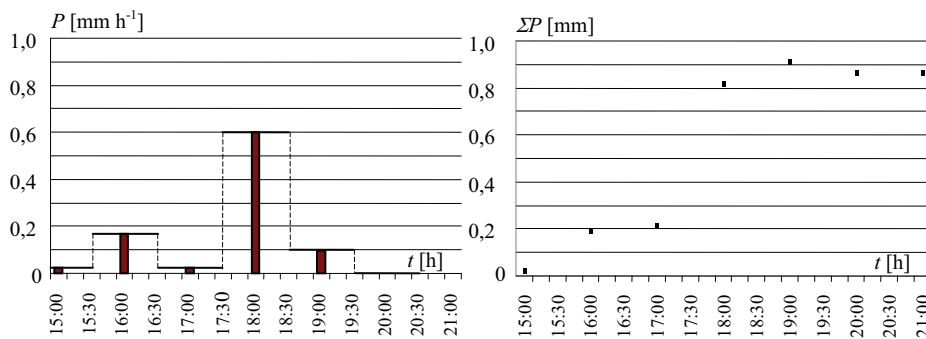
Na rysunku 15 (w lewej części) przedstawiono usytuowanie czujników polowych na obiekcie Silna-Wrony oraz w prawej części dynamikę wilgotności w warstwach  $z_1$ ,  $z_2$ ,  $z_3$  i  $z_4$ . Wilgotność odczytywano o godzinie 10<sup>00</sup> i 22<sup>00</sup> przez okres 6 dób. Bilans wodny w trakcie opadu atmosferycznego budowano z krokiem 12 h tak, aby dawka opadu wynosiła co najmniej 5 mm. Korzystając z umieszczonego na poletku deszczomierza Hellmana, wyznaczono średnie dla każdego kroku czasowego natężenie opadu. Natężenie opadu od 22 godz. prowadzonego eksperymentu do 34 godz. ( $\Delta t = 12$  h), obliczone na podstawie pomiarów deszczomierzem, wynosiło  $P_h = 0,85$  mm h<sup>-1</sup>. Zmierzona dawka w tym czasie liczyła 10,2 mm. Budując następnie bilans dla kroku  $\Delta t = 12$  godz., obliczono dawkę deszczu (z zależności (13) i (16)), wynosiła ona 9,12 mm, co oznacza natężenie  $P_I = 0,76$  mm h<sup>-1</sup>. Ostatecznie, błąd względny szacowania opadu netto ustalonego na podstawie bilansu w stosunku do opadu obliczonego na podstawie pomiarów deszczomierzem Hellmana to 17%, czyli podobnie jak w przypadku badań laboratoryjnych z symulatorem opadu – poniżej 20%. Porównując wartości zmierzone i obliczone, należy pamiętać, że opad atmosferyczny jest sumą opadu netto i parowania z powierzchni gleby.

Na podstawie badań przeprowadzonych na poletku doświadczalnym w Równi przeanalizowano przydatność czujników typu LP/ms do wyznaczania opadu netto w warunkach naturalnych. Na rysunku 16 w lewej części przedstawiono rozmieszczenie czujników na obiekcie w Równi; w prawej części rysunku 16 zaprezentowano dynamikę wilgotności w poszczególnych warstwach profilu w ostatnich dwóch dniach prowadzonego eksperymentu (opad atmosferyczny wystąpił 1 września 2007 r.). Na tej podstawie, po przekształceniu zależności (13) oraz korzystając z zależności (16), obliczono opad netto. Tym razem bilans wody w warstwach  $z_1$ ,  $z_2$  i  $z_3$  budowano z krokiem  $\Delta T = 60$  min. Na rysunku 17 z lewej strony przedstawiono obliczone wartości opadu w godz. od 15<sup>00</sup> do 21<sup>00</sup>. Wartości te są stabilne nawet dla dawki poniżej 1 mm. Na rysunku 17 z prawej strony ukazano dawkę deszczu, która dopłynęła podczas opadu. Sumaryczna dawka deszczu wynosi 0,9 mm, a zmierzona deszczomierzem Hellmana 1 mm. Oznacza to przydatność techniki TDR do wyznaczania opadu netto. Stabilność dokładności metody uzyskiwana jest dla czujników laboratoryjnych TDR już dla dawek poniżej 1 mm, podczas gdy dla czujników polowych – poniżej 5 mm. Wyznaczona w ten sposób dynamika opadu netto pozwala w sposób bardziej precyzyjny i mniej pracochłonny niż dotychczas szacować opad netto, który następnie może być wykorzystywany przy formułowaniu górnego warunku brzegowego II rodzaju. Ponadto, korzyści wynikające z zastosowania powyższej metody są znaczące w przypadku wystąpienia trudnego do oszacowania spływu powierzchniowego (Olszta, Kowalski 2005, Żmuda 2006).



Rys. 16. Umieszczenie czujników laboratoryjnych LP/ms na poletku doświadczalnym w Równi wraz z dynamiką wilgotności w warstwach  $z_1, z_2, z_3$  w okresie od 1 do 2 września 2007 roku  $\theta$  – wilgotność

Fig. 16. Location of laboratory probes LP/ms in the experimental plot at Równia, with moisture dynamics in layers  $z_1, z_2, z_3$  in the period from 1<sup>st</sup> to 2<sup>nd</sup> September, 2007  $\theta$  – moisture

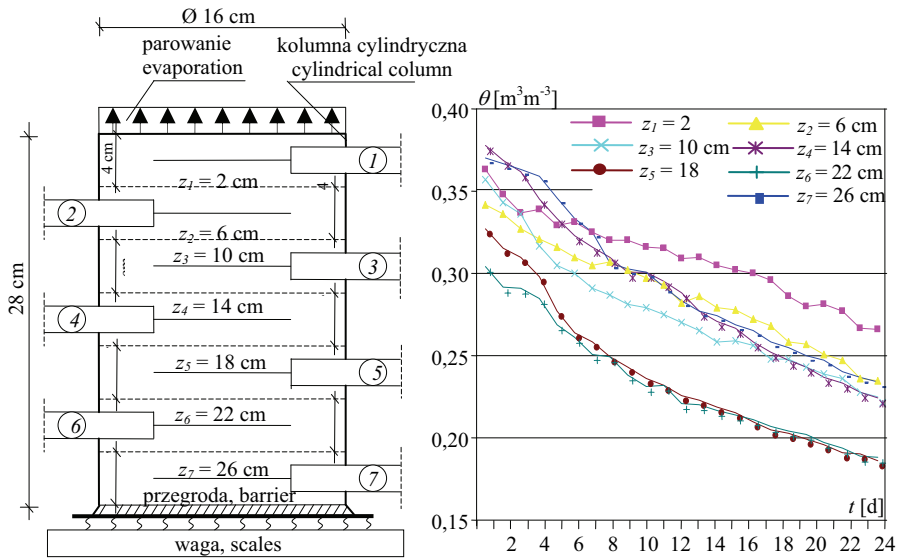


Rys. 17. Natężenie opadu na obiekcie Równia wyznaczone przy zastosowaniu czujników laboratoryjnych, Lp/ms (lewa część rysunku) i sumaryczna dawka deszczu (prawa część rysunku)  $P$  – opad netto;  $\Sigma P$  – sumaryczna dawka deszczu;  $t$  – czas

Fig. 17. Rainfall intensity at the object in Równia with the use of laboratory probes Lp/ms (left-hand side of Figure) and total rainfall dose (right-hand side of Figure)  $P$  – net rainfall amount;  $\Sigma P$  – total rainfall dose;  $t$  – time

## 5.2.2. PAROWANIE Z GLEBY NIEPOROŚNIĘTEJ

W niniejszej pracy przeanalizowano również przydatność techniki TDR do wyznaczenia wybranego składnika parowania terenowego. Rozpatrzono parowanie z powierzchni gleby nieporośniętej. Obliczenia przeprowadzono w sposób opisany w rozdziale 3.2. Najpierw jednak wykonano doświadczenia laboratoryjne mające na celu ustalenie długości kroku czasowego, z jakim powinno być obliczane parowanie tak, aby uzyskać dostateczną stabilność uzyskiwanych rezultatów (Janik 2006). Ocenie poddano, podobnie jak w przypadku opadu netto (rozdział 5.2.1), przydatność czujników typu FP/ms oraz czujników LP/ms. Przygotowano cylindryczne kolumny glebowe, których wymiary dopasowano do długości czujników, a ich usytuowanie przedstawiono na rysunkach 18 i 19. Rysunek 18 dotyczy eksperymentu z czujnikami FP/ms, zaś rysunku 19 – doświadczenia z czujnikami LP/ms. Czas badań wynosił 24 doby.



Rys. 18. Rozmieszczenie połowych czujników Fp/ms w kolumnie glebowej o średnicy 16 cm oraz dynamika wilgotności ( $\theta$ ) w warstwach od  $z_1$  do  $z_7$  w ciągu 24 dób w warunkach laboratoryjnych (Janik 2006)

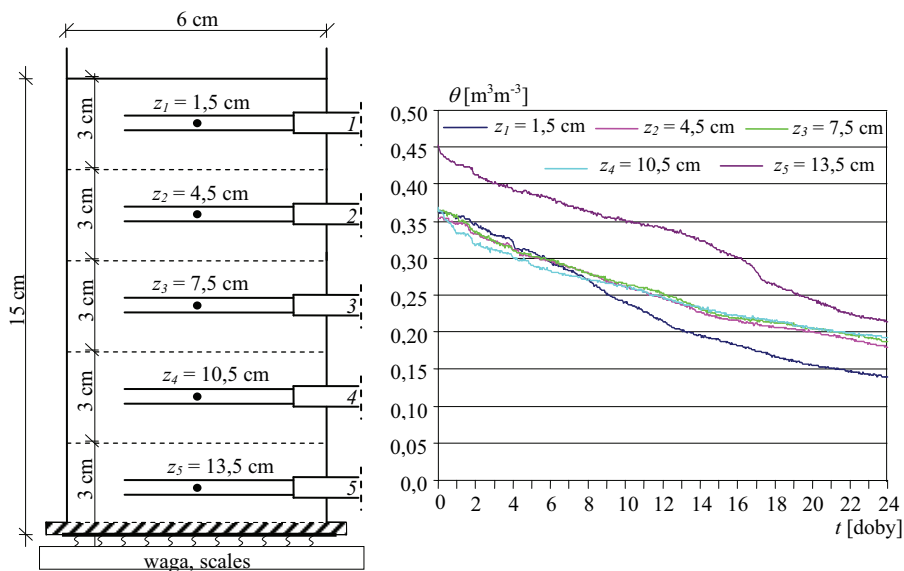
1, 2, 3, ..., 7 – czujnik Fp/ms;  $t$  – czas

Fig. 18. Distribution of field probes Fp/ms in soil column with 16 cm diameter and dynamics of moisture content ( $\theta$ ) in layers from  $z_1$  to  $z_7$  during a 24-day period under laboratory conditions (Janik 2006)

1, 2, 3, ..., 7 – Fp/ms probes;  $t$  – time



W laboratorium panowała wówczas w przybliżeniu stała temperatura 20°C. Materiał glebowy, z którego przygotowano kolumny, wykazywał rozkład granulometryczny części mineralnych odpowiadający glinie pylastej średniej. Kolumny ustawiono na oddzielnych wagach, z których co 24 godz. obserwowano ubytek masy próbek, co pozwoliło obliczyć rzeczywiste parowanie z powierzchni. Parowanie to ustalono również, przekształcając zależność (13) oraz znając dynamikę wilgotności w poszczególnych warstwach. Na rysunkach 18 i 19, w prawych częściach, przedstawiono dynamikę wilgotności w warstwach kolumn. W obu przypadkach w początkowej fazie eksperymentu dobowy ubytek wagi był większy, ponieważ parowanie jest intensywniejsze dla gleby bardziej wilgotnej. Ponadto zaobserwowano spadek wilgotności we wszystkich warstwach. Badania laboratoryjne pozwoliły wyznaczyć błąd względny  $B_w$  zależności od długości kroku czasowego  $\Delta t$ , dla którego budowano bilans. Obliczenia błędów  $B_w$  dla obu typów czujników przeprowadzono w sposób opisany w pracy Janika (2006), w której przeanalizowano dokładność metody wyłącznie dla czujników typu FP/ms. Na rysunku 20 przedstawiono wyniki obliczeń. W przypadku czujników polowych (FP/ms) błąd względny zaproponowanej metody wyznaczania parowania z gleby nieporośniętej stabilizował się na poziomie 20% dla kroku czasowego  $\Delta t = 24$  godziny. Natomiast dla czujnika laboratoryjnego – na poziomie 10% już dla kroku czasowego  $\Delta h = 1$  h.

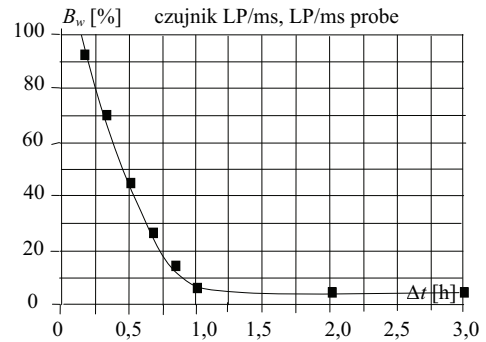
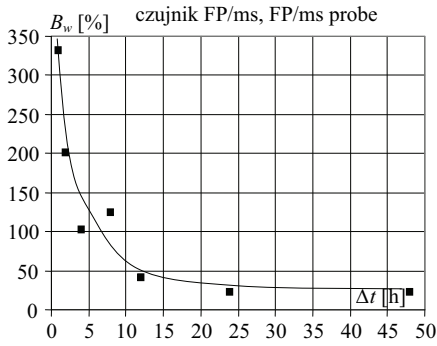


Rys. 19. Rozmieszczenie czujników laboratoryjnych w kolumnie glebowej o średnicy 6 cm oraz dynamika wilgotności w warstwach od  $z_1$  do  $z_5$ , w ciągu 24 dób, w warunkach laboratoryjnych

1, 2, 3, 4 i 5 – czujniki Lp/ms;  $\theta$  – wilgotność;  $t$  – czas

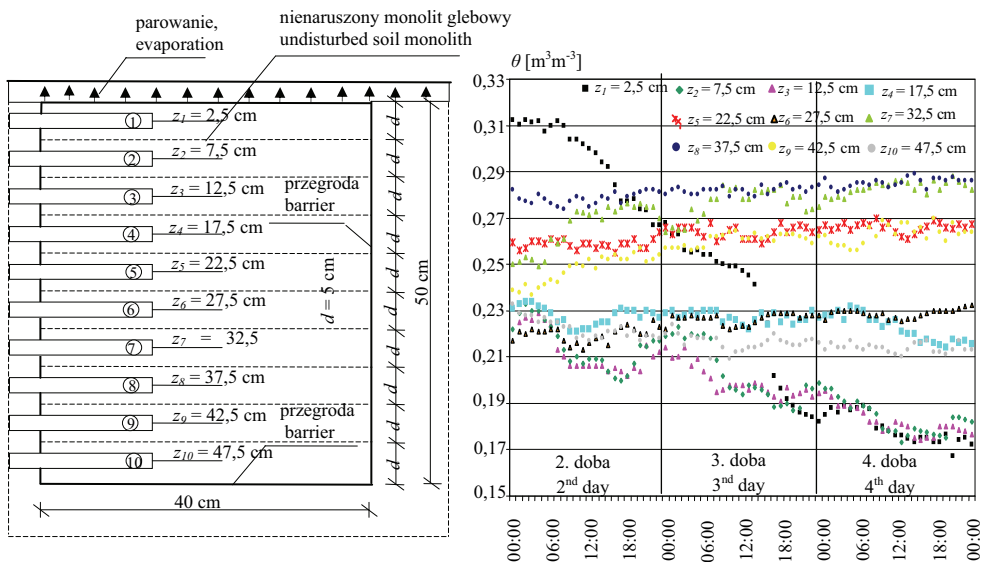
Fig. 19. Distribution of laboratory probes in soil column with 6 cm diameter and dynamics of moisture content in layers from  $z_1$  to  $z_5$  during a 24-day period, under laboratory conditions

1, 2, 3, 4 and 5 – Lp/ms probes;  $\theta$  – moisture;  $t$  – time



Rys. 20. Błąd względny ( $B_w$ ) metody pozwalającej wyznaczyć parowanie z powierzchni gleby przy zastosowaniu czujników polowych (FP/ms) i laboratoryjnych (LP/ms)  
 $t$  – czas

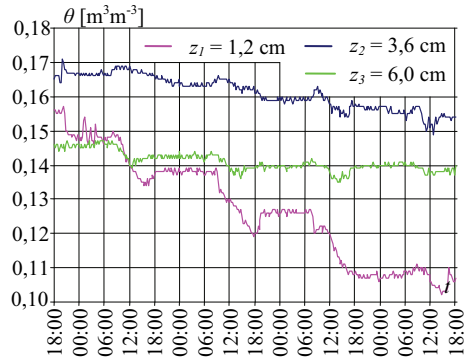
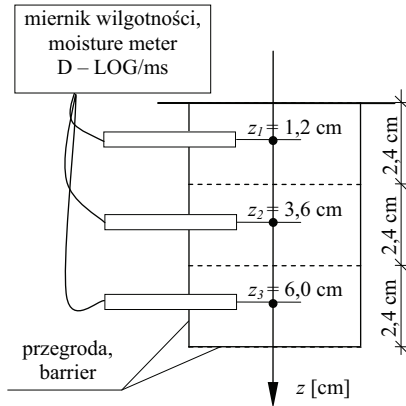
Fig. 20. Relative error ( $B_w$ ) of method permitting determination of evaporation from soil surface with the use of field probes (FP/ms) and laboratory probes (LP/ms)  
 $t$  – time



Rys. 21. Eksperyment polowy w Biesiadkach z zastosowaniem czujników polowych FP/ms oraz dynamika wilgotności (Janik 2006)

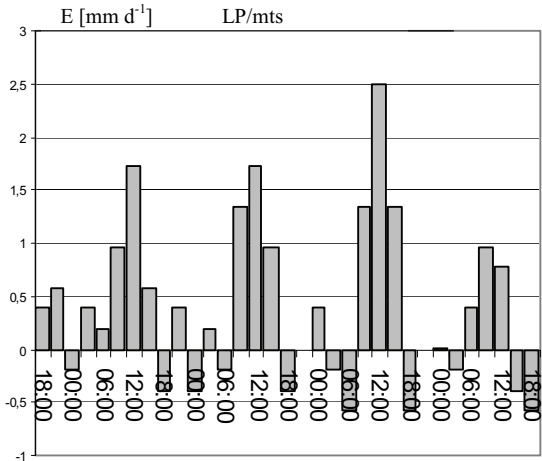
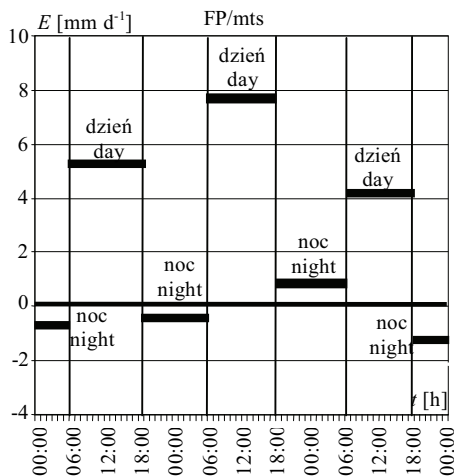
Fig. 21. Field experiment at Biesiadki with the use of field probes FP/ms and dynamics of moisture (Janik 2006)

$z_1, z_2, z_3, \dots, z_{10}$  – layers; 1, 2, 3, ..., 10 – TDR probes



Rys. 22. Schemat eksperymentu oraz dynamika wilgotności w warstwach  $z_1$ ,  $z_2$ ,  $z_3$  na polietku doświadczalnym w Równi w okresie od 26 do 30 sierpnia 2007 roku  
 $\theta$  – wilgotność;  $t$  – czas

Fig. 22. Scheme of experiment, and dynamics of moisture content in layers  $z_1$ ,  $z_2$ ,  $z_3$  in the experimental plot at Równia during the period from 26<sup>th</sup> to 30<sup>th</sup> August, 2007  
 $\theta$  – moisture;  $t$  – time



Rys. 23. Parowanie ( $E$ ) obliczone na podstawie badań polowych z zastosowaniem czujników polowych (FP/mts) i laboratoryjnych (LP/mts) w miejscowości Biesiadki (z lewej strony) i w miejscowości Równia (z prawej strony) (Janik 2006)  
 $t$  – czas

Fig. 23. Evaporation ( $E$ ) calculated on the basis of field experiments with the use of field probes (FP/mts) and laboratory probes (LP/mts) at Biesiadki (left-hand side) and at Równia (right-hand side) (Janik 2006)  
 $t$  – time

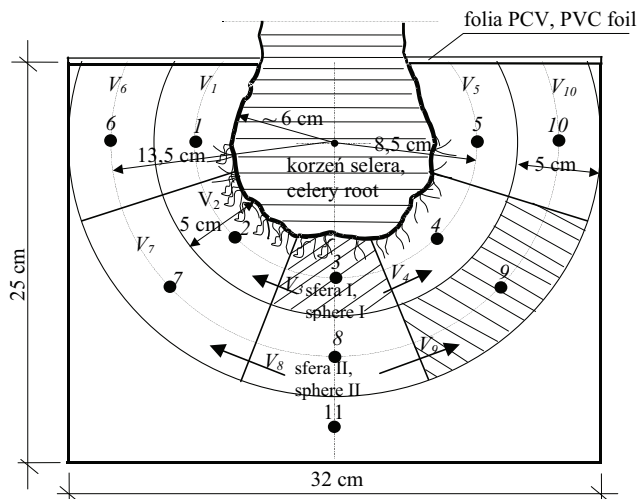
Po ustaleniu długości kroku czasowego, z jakim można dokładnie budować bilans wodny, przystąpiono do badań polowych. Pierwszy eksperyment, w którym zastosowano czujniki polowe, przeprowadzono w miejscowości Biesiadki w województwie małopolskim w okresie od 23 do 30 lipca 2003 r. Rozkład granulometryczny części mineralnych materiału glebowego odpowiadał glinie pylastej średniej. Powyższy eksperyment był przedmiotem analizy w autorskiej pracy opublikowanej w 2006 r. (Janik 2006). Tu przedstawiony jest dla celów porównawczych. Drugie doświadczenie z zastosowaniem czujników LP/ms w warunkach polowych przeprowadzono w miejscowości Równia w województwie podkarpackim w terminie od 26 do 30 sierpnia 2007 roku. Rozkład granulometryczny części mineralnych materiału glebowego odpowiadał glinie pylastej.

W Biesiadkach na poletku doświadczalnym wydzielono monolit gleby, w którym zainstalowano 10 czujników FP/ms na głębokościach od  $z_1$  do  $z_{10}$  (rys. 21 z lewej strony). Natomiast prawa strona ilustruje dynamikę wilgotności w drugiej, trzeciej i czwartej dobie prowadzonego eksperymentu, w kolejnych warstwach wydzielonego monolitu. Do budowy bilansu pominięto pozostałe obserwacje, ponieważ wtedy wystąpił opad atmosferyczny, w wyniku czego wymagany warunek selektywności nie został spełniony. W trzech górnych warstwach ( $z_1$ ,  $z_2$  i  $z_3$ ) zaobserwowano spadek wilgotności spowodowany migracją wody w głąb profilu oraz parowaniem. Przykładowo, w warstwie  $z_1$  wilgotność w ciągu 3 dób spadła o 14% (z 31 do 17%). Natomiast począwszy od warstwy 5 wilgotność w rozpatrywanym okresie rosła na skutek zasilania z górnych warstw. Następnie, podobnie jak w przypadku eksperymentu laboratoryjnego, obliczono parowanie z powierzchni gleby. Bilans wodny budowano dla kroków 12-godzinnych, które rozpoczynały się o godzinie 6<sup>00</sup> i 18<sup>00</sup>. W lewej części rysunku 22 przedstawiono natomiast schemat eksperymentu przeprowadzonego w miejscowości Równia, a w prawej dynamikę wilgotności w warstwach  $z_1$ ,  $z_2$ ,  $z_3$ . W tym przypadku zaobserwowano zmiany jedynie w warstwie przy powierzchniowej  $z_1$ , gdzie wilgotność zmieniała się od 0,145 m<sup>3</sup>m<sup>-3</sup> do 0,110 m<sup>3</sup>m<sup>-3</sup>. Wyniki obliczeń parowania dla obiektu w Biesiadkach podano na rys. 23 w lewej części. Parowanie w okresach dziennych wahało się w granicach od 4 do prawie 8 mm·doba<sup>-1</sup>, a parowanie w okresie nocnym od ok. -1,5 do +1 mm·doba<sup>-1</sup>. Ujemne wartości obliczonego parowania, które występują w nocy, mogą wynikać z niedokładności metody lub też wiązać się z zasilaniem wodą wierzchniej warstwy gleby w wyniku kondensacji pary. Zjawisko takie może mieć miejsce w przypadku napływu mas powietrza o dużej zawartości wilgoci i spadku temperatury otoczenia (Bryś 1998, Żyromski 2001). W prawej części rysunku 23 przedstawiono obliczone parowanie dla obiektu w Równi. Tu bilans wodny budowano z krokiem czasowym  $\Delta t = 3$  h. Porównując przydatności dwóch typów czujników, polowego i laboratoryjnego, do wyznaczenia parowania z powierzchni gleby, należy stwierdzić, że czujnik typu LP/ms pozwala wyznaczyć parowanie dla krótszych kroków czasowych niż czujnik FP/ms. Zastosowanie czujnika typu laboratoryjnego (LP/ms) w badaniach terenowych pozwoliło na wyznaczenie składowej II warunku brzegowego z większą dokładnością, bez konieczności wyznaczenia jakichkolwiek empirycznych współczynników.

### 5.3. PRZESTRZENNY ROZKŁAD POBORU WODY PRZEZ ROŚLINY UWZGLĘDNIANY JAKO CZŁON ŹRÓDŁOWY

Pobór wody przez korzenie roślin uwzględniany jest w modelach częściej poprzez wprowadzenie członu źródłowego niż jako warunek brzegowy. Jest to spowodowane tym, że masa korzeniowa większości roślin znajduje się również poza elementami, powstałymi w wyniku dyskretyzacji, obejmującymi brzegi modelowanego obszaru. Przykładowo, w specyficznych warunkach masa korzeniowa ziemniaków sięga do głębokości 1,5 m, zbóż do 2 m, a lucerny do 5 m (Zurzycki, Michniewicz 1977). Wyjątkiem są uprawy we wczesnej fazie wegetacji, gdy system korzeniowy jest słabo wykształcony.

W tej części opracowania rozpatrzono przykład zastosowania techniki TDR do wyznaczania przestrzennego i czasowego rozkładu poboru wody przez korzenie roślin na przykładzie selera naciowego. Wykorzystano w tym celu analizy przedstawione w publikacji autora (Janik 2007a), które tu zostaną rozszerzone o aspekt przestrzennego zróżnicowania poboru wody przez korzenie. Badania polowe przeprowadzono w miejscowości Sucha Rzecznka w województwie warmińsko-mazurskim od 26 do 30 września 2005 roku. Na początek pobrano z pola prostopadłościenny blok glebowy z pojedynczym pędem selera korzeniowego. Wymiary bloku wynosiły 32 cm x 32 cm x 25 cm (rys. 24) i dobrano je tak, aby główna masa korzeniowa rośliny pozostała nienaruszona. Części mineralne gleby wykazywały rozkład granulometryczny piasku słabogliniastego. Całość umieszczono w prostopadłościennym pojemniku, który ustawiono na powierzchni w otwartym terenie. Wcześniej przyjęte założenia, konieczne do zastosowania metody szacowania intensywności pobieranej wody przez roślinę, wymagają spełnienia warunku selektywności. To znaczy spełniony musi być warunek dotyczący braku parowania bezpośrednio z powierzchni gleby oraz braku zasilania opadem. W związku z tym, górną powierzchnię bloku glebowego odizolowano od atmosfery, przykrywając ją folią PCV i pozostawiając jedynie miejsca dla nadziemnej części rośliny. Zapewnienie warunku selektywności spowodowało jednak, że warunki rozwoju rośliny były odmienne od warunków naturalnych. W tak przygotowanym bloku rozmieszczono sferycznie w 2 strefach po 5 czujników TDR typu FP/ms. W pierwszej strefie (czujniki o numerach od 1 do 5) odległość osi symetrii czujników od umownego centralnego punktu korzenia wynosiła 8,5 cm, zaś w drugiej strefie 13,5 cm (czujniki o numerach od 6 do 10). Przedstawione na rysunku 24 miejsca rozmieszczenia czujników (od 1 do 10) stanowiły równocześnie centralne – reprezentatywne punkty przestrzeni glebowych, na które podzielono całą masę korzeniową selera. Założono, że w pozostałej części monolitu (poza przestrzeniami od 1 do 10) ruch wody w kierunku korzeni podczas prowadzenia eksperymentu jest na tyle mały, że można go pominąć. Poprawność założenia potwierdzają obserwacje wilgotności objętościowej w dodatkowym czujniku 11, w którym podczas trwania eksperymentu nie zarejestrowano zmian. Wilgotność w czujnikach od 1 do 10 rejestrowano przez 3 doby, co 0,5 godziny. Na rysunku 25 z lewej strony



Rys. 24. Schemat eksperymentu do wyznaczania intensywności poboru wody przez korzenie selera (Janik 2007b)

$V_1, \dots, V_{10}$  – objętość; 1, ..., 10 – czujniki TDR

Fig. 24. Schematic of experiment for determination of intensity of water uptake by celery roots (Janik 2007b)

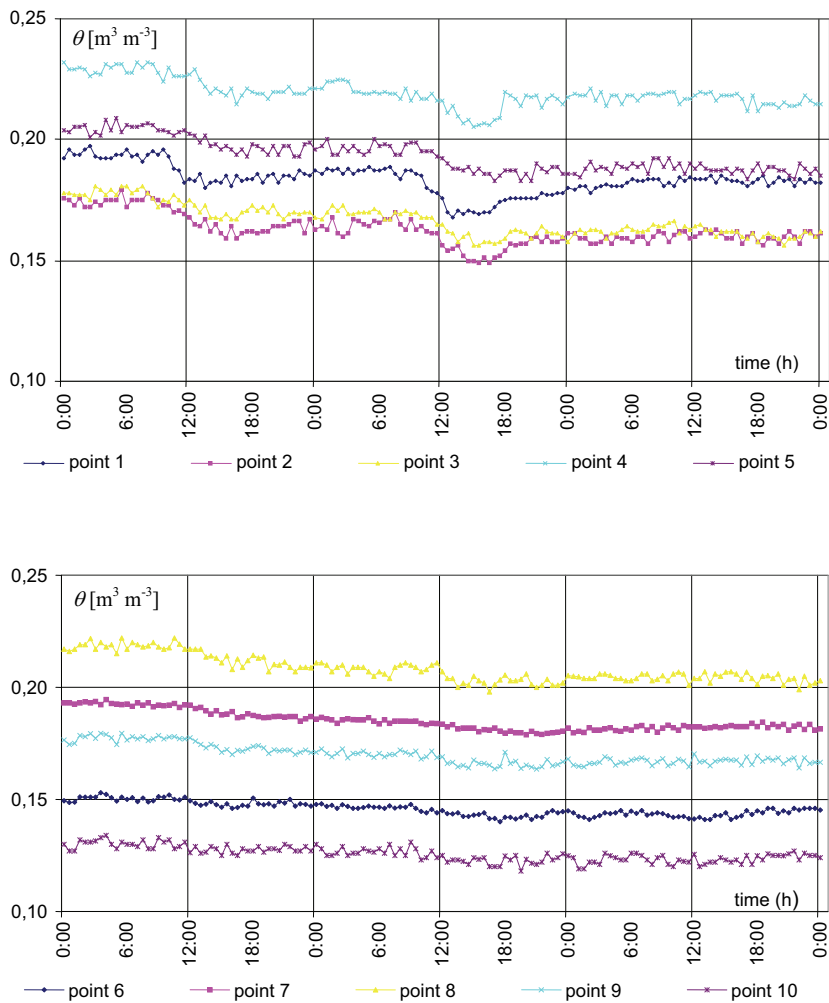
$V_1, \dots, V_{10}$  – volume; 1, ..., 10 – TDR probes

przedstawiono dynamikę wilgotności w punktach leżących w pierwszej strefie systemu korzeniowego. Analizując zmiany wilgotności w pierwszej dobie prowadzonego eksperymentu w godz. od 9 do 17, zaobserwowano spadek wilgotności w punktach 2, 3 i 4, średnio o ok.  $0,02 \text{ m}^3 \text{ m}^{-3}$ , natomiast w punktach 1 i 5, jedynie o ok.  $0,01 \text{ m}^3 \text{ m}^{-3}$ . Większy spadek wilgotności w punktach 2, 3 i 4 wynikał z intensywniejszego poboru wody przez korzenie boczne i włóśnikowe selera, które zlokalizowane były w przestrzeniach reprezentowanych przez te punkty. Zauważono również, począwszy od godz. 18, powolny wzrost wilgotności we wszystkich punktach pierwszej strefy, który trwał do ok. godz. 6 następnego dnia. Wielkość tego wzrostu nie przekraczała jednak  $0,005 \text{ m}^3 \text{ m}^{-3}$  i wynika on z dodatniej różnicy pomiędzy objętością wody pobranej z warstwy II i objętością wody oddanej do korzenia rośliny. W pierwszej strefie w drugiej dobie charakter zmian był podobny, z tym że wilgotność wyjściowa była we wszystkich punktach o ok.  $0,015 \text{ m}^3 \text{ m}^{-3}$  niższa. Spowodowane jest to poborem wody przez roślinę w ciągu pierwszej doby. W trzeciej dobie prowadzonego eksperymentu wilgotność była stała. Analizując dynamikę wilgotności w drugiej strefie (rys. 25 z prawej strony), zauważono spadek wilgotności w pierwszej dobie we wszystkich punktach. W punktach 7, 8, 9 spadek wynosił ok.  $0,01 \text{ m}^3 \text{ m}^{-3}$ , natomiast w punktach 6 i 10 ok.  $0,005 \text{ m}^3 \text{ m}^{-3}$ . Świadczy to, podobnie jak w przypadku pierwszej strefy, o bardziej intensywnym poborze wody w przestrzeniach skupionych wokół osi symetrii rośliny. W drugiej dobie charakter zmian był podobny. W trzeciej zaś wartość wilgotności była praktycznie stała. Następnie

korzystając z zależności (16), obliczono intensywność poboru wody przez korzenie selera we wszystkich przestrzeniach  $V_i$  do  $V_5$ . Otrzymane wartości  $\Delta Q_i^{\Delta t}$  podzielono przez objętość odpowiedniej przestrzeni  $V_i$ . Uzyskano w ten sposób pobór wody przypadający na jednostkę objętości gleby w czasie  $\Delta t$  ( $\Delta J_i^{\Delta t}$ ). Pozwoliło to na porównanie intensywności pobieranej wody, mimo że objętości  $V_i$  są różne. Na rysunku 26 z lewej strony przedstawiono wartości  $\Delta J_i^{\Delta t}$  obliczone z krokiem czasowym  $\Delta t = 6$  h. Im ciemniejszy kolor pola, tym jednostkowa intensywność poboru wody przez korzenie jest większa.

Największą średnią wartość  $\Delta J_i^{\Delta t}$  dla pierwszej strefy zaobserwowano w przestrzeni  $V_3$  i wynosi ona  $\Delta J_3^{\Delta t} = 0,73 \cdot 10^{-4} \text{ m}^3 \text{ m}^{-3} \text{ h}^{-1}$ , najmniejszą zaś w przestrzeni  $V_1$  i liczy ona  $\Delta J_1^{\Delta t} = 0,42 \cdot 10^{-4} \text{ m}^3 \text{ m}^{-3} \text{ h}^{-1}$ . Natomiast w strefie drugiej największa wartość  $\Delta J_i^{\Delta t}$  wynosi  $\Delta J_8^{\Delta t} = 0,26 \cdot 10^{-4} \text{ m}^3 \text{ m}^{-3} \text{ h}^{-1}$ , a najmniejsza jest  $\Delta J_6^{\Delta t} = 0,11 \cdot 10^{-4} \text{ m}^3 \text{ m}^{-3} \text{ h}^{-1}$ . Na rysunku 26 z prawej strony przedstawiono wartości intensywności poboru wody przez całą masę korzeniową rośliny (pierwsza i druga strefa).

Zużycie wody przez pojedynczy pęd selera w ciągu pierwszej doby wyniosło  $72,54 \text{ cm}^3$ , w ciągu drugiej  $62,04 \text{ cm}^3$  i w ciągu trzeciej doby prowadzonego eksperymentu jedynie  $0,89 \text{ cm}^3$ . Bardzo niskie zużycie wody w trzeciej dobie ma związek ze zmianą warunków atmosferycznych. Przykładowo, w pierwszych dwóch dobach maksymalna temperatura powietrza liczyła  $22,1^\circ\text{C}$  i  $21,8^\circ\text{C}$ , natomiast w ciągu trzeciej doby jedynie  $14,5^\circ\text{C}$ . Liczba godzin, w których wystąpiło usłonecznienie w ciągu dwóch pierwszych dób, to 7,6 i 7,1 godz., natomiast w trzeciej dobie zaledwie 0,5 h. Celem niniejszej pracy nie jest jednak opisanie zależności między poborem wody przez korzenie selera a warunkami atmosferycznymi. Wyniki odnoszą się tylko do tych warunków (Kaniszewski i wsp. 1999, Rożek 2005). Analiza rysunku 26 z prawej strony pozwala na dokonanie oceny intensywności poboru wody przez pojedynczy pęd selera korzeniowego w zależności od pory doby. Stwierdzono, że główna ilość pobieranej wody przypada na godz. od 6 do 18 i stanowi 89% dobowych potrzeb wodnych w pierwszej dobie i 97% w drugiej dobie prowadzonego eksperymentu. Znajomość przestrzennego i czasowego rozkładu poboru wody przez korzenie roślin ( $\Delta J_i^{\Delta t}$ ) jest cenną informacją do formułowania członu źródłowego w równaniu Richardsa (zależność (2)). Przykład wprowadzenia do modelu matematycznego tak wyznaczonego członu źródłowego opisano dla przypadku opisu ruchu wody w obrębie korzeni kukurydzy w pracy (Janik i wsp. 2007). Analizy przedstawione w rozdziałach 5.2 i 5.3 mają na celu zaprezentowanie przydatności techniki TDR do wyznaczenia warunku brzegowego II rodzaju i członu źródłowego. W modelu prognozującym stosunki powietrzno-wodne czynnej warstwy gleby i opisanym w rozdziale 6 nie będą one wykorzystane.



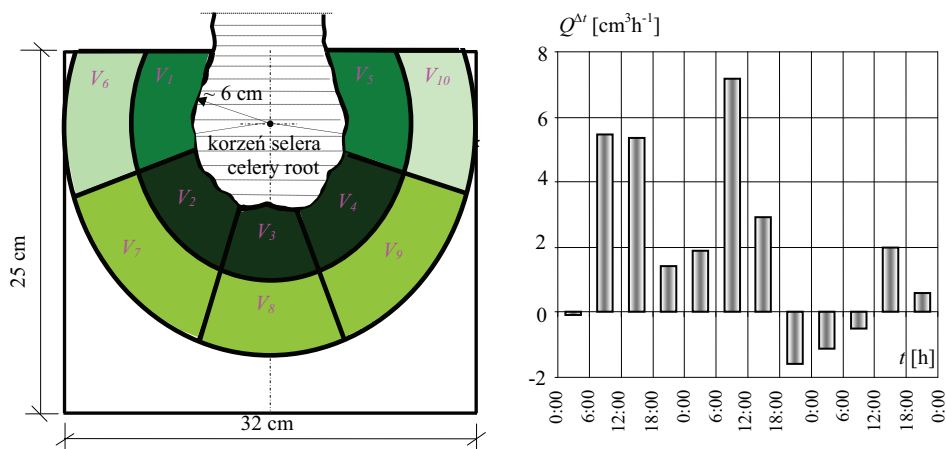
Rys. 25. Dynamika wilgotności ( $\theta$ ) w pierwszej i drugiej strefie systemu korzeniowego selera w okresie od 27 do 30 września 2005 r., w punktach od 1 do 10 (Janik 2007b)

$\theta$  – wilgotność,  $t$  – czas

Fig. 25. Dynamics of moisture content ( $\theta$ ) in zones one and two of celery root system during the period from 27<sup>th</sup> to 30<sup>th</sup> September, 2005, in the points from 1 to 10 (Janik 2007b)

$\theta$  – moisture,  $t$  – time





Rys. 26. Pobór wody przez korzenie selera ( $Q^{\Delta t}$ ) obliczony dla kroku czasowego  $\Delta t = 6$  h, w okresie od 27 do 30 września 2007 roku (Janik 2007a)

■ – od 0,8 do 0,6  $10^{-4}$  m<sup>3</sup>m<sup>-3</sup>h<sup>-1</sup>; ■ – od 0,6 do 0,4  $10^{-4}$  m<sup>3</sup>m<sup>-3</sup>h<sup>-1</sup>; ■ – od 0,4 do 0,2  $10^{-4}$  m<sup>3</sup>m<sup>-3</sup>h<sup>-1</sup>; □ – od 0,0 do 0,2  $10^{-4}$  m<sup>3</sup>m<sup>-3</sup>h<sup>-1</sup>;  $V_1, \dots, V_{10}$  – objętość;  $t$  – czas

Fig. 26. Water uptake by celery roots ( $Q^{\Delta t}$ ) calculated for time step  $\Delta t = 6$  h, during the period from 27<sup>th</sup> to 30<sup>th</sup> September, 2007 (Janik 2007a)

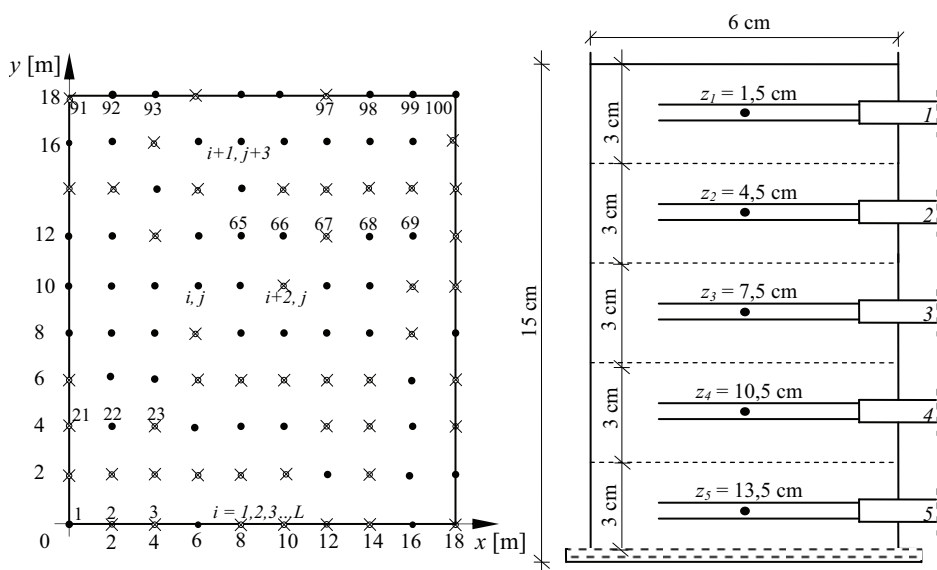
■ – from 0,8 to 0,6  $10^{-4}$  m<sup>3</sup>m<sup>-3</sup>h<sup>-1</sup>; ■ – from 0,6 to 0,4  $10^{-4}$  m<sup>3</sup>m<sup>-3</sup>h<sup>-1</sup>; ■ – from 0,4 to 0,2  $10^{-4}$  m<sup>3</sup>m<sup>-3</sup>h<sup>-1</sup>; □ – from 0,0 to 0,2  $10^{-4}$  m<sup>3</sup>m<sup>-3</sup>h<sup>-1</sup>;  $V_1, \dots, V_{10}$  – volume;  $t$  – time

## 5.4. WYZNACZANIE PRZESTRZENNEJ ZMIENNOŚCI PARAMETRÓW GLEBY

Parametryzacja modelowanej przestrzeni w przypadku stosowania równania Richardsa oznacza podanie wartości parametrów  $n$ ,  $\theta_r$ ,  $\theta_s$ ,  $\alpha$ ,  $K_s$  wykorzystywanych w zależnościach (3) i (4), (rozdział 3). W niniejszej pracy parametry te wyznaczono w czterech wariantach, w sposób opisany w rozdziale 3.4. W I wariantcie ich wartości odczytywano z tabel po wcześniejszym ustaleniu składu granulometrycznego gleby (Genuchten van i wsp. 1991). Na polietku doświadczalnym w Brennej części mineralne wykazywały rozkład granulometryczny gliny pylastej średniej. W związku z tym, parametry przyjęły następujące wartości:  $n = 1,211$ ,  $\theta_r = 0,015$  m<sup>3</sup>m<sup>-3</sup>,  $\theta_s = 0,486$  m<sup>3</sup>m<sup>-3</sup>,  $\alpha = 0,048$  cm<sup>-1</sup>,  $K_s = 0,022$  cm min<sup>-1</sup>. Parametry  $n$ ,  $\theta_r$ ,  $\theta_s$ ,  $\alpha$ ,  $K_s$  mogą być również ustalone poprzez tzw. tarowanie modelu. Polega to na wyznaczeniu ich wartości tak, aby rozkład wilgotności w modelowanej przestrzeni uzyskany z symulacji komputerowej był najbardziej zbliżony do wartości zmierzonych. Metoda ta jest mało przydatna w praktyce, ponieważ pozwala jedynie dokładnie modelować sytuację, która już zaistniała. Dlatego w niniejszej pracy sposób ten nie był przedmiotem analiz.

Następnie podjęto próbę wyznaczenia wartości parametrów  $n$ ,  $\theta_r$ ,  $\theta_s$ ,  $\alpha$ ,  $K_s$ , uwzględniając ich obszarowe zróżnicowanie (wariant II). W tym celu na polietku doświadczal-

nym w Brennej pobrano z wierzchniej warstwy cylindryczne próbki glebowe w 100 przekrojach zaznaczonych na rysunku 27 (w lewej części). Jedynie w 48 przekrojach ze 100 udało się uzyskać takie próbki, aby można było przeprowadzić proces identyfikacji. W pozostałych struktura gleby uległa zniszczeniu. Wymiary cylindrów (prawa część rys. 27) uwarunkowane były możliwością pobierania próbek o nienaruszonej strukturze oraz wymiarami czujników LP/mts. Następnie przeprowadzono badania laboratoryjne. Ruch wody w cylindrach wywołano podsiąkiem. W chwili początkowej próbki umieszczono w płaskim pojemniku, w którym utrzymywano stały poziom wody równy 0,5 cm. Wilgotność w każdej próbce rejestrowano laboratoryjnym miernikiem wilgotności TDR/MUX/mpts przez 12 godz. co 10 minut. Na rysunku 28 przedstawiono wyniki obserwacji dla wybranych punktów 8, 15, 38, 48, 64 i 90. Zauważono, że zarówno maksymalne wartości wilgotności (w 12 godzinie) w warstwach położonych na tej samej głębokości  $z$ , jak i prędkości podsiąku były zróżnicowane. Na przykład w próbkach 8, 15, 38 i 90, w warstwach  $z_5 = 13,5$  cm (linie fioletowe) maksymalna wartość wilgotności wynosiła ok.  $0,36 \text{ m}^3 \text{ m}^{-3}$ , a w próbkach 42 i 64 jedynie  $0,30 \text{ m}^3 \text{ m}^{-3}$ .



Rys. 27. Schemat poletka doświadczalnego w Brennej (lewa część rysunku) oraz wymiary próbek glebowych, w których przeprowadzono proces identyfikacji (prawa część rysunku)  
 • – punkty, w których zmierzono wilgotność; × – punkty, w których zmierzono wilgotność i przeprowadzono proces identyfikacji parametrów;  $z_1, z_2, z_3, z_4, z_5$  – warstwy; 1, 2, 3, 4, 5 – czujniki TDR

Fig. 27. Schematic of the experimental plot at Brenna (left-hand side of Figure) and dimensions of soil samples in which the process of identification was conducted (right-hand side of Figure)  
 • – points at which moisture measurements were taken; × – points at which moisture was measured and the process of identification of parameters was performed;  $z_1, z_2, z_3, z_4, z_5$  – layers; 1, 2, 3, 4, 5 – TDR probes

Natomiast w warstwach  $z_3 = 7,5$  cm (linie zielone) w próbkach 8, 38, 64 i 90 kształtowała się ona na poziomie ok.  $0,25 \text{ m}^3 \text{ m}^{-3}$ , a w punktach 15 i 48 miała ok.  $0,20 \text{ m}^3 \text{ m}^{-3}$ . W pozostałych warstwach po czasie 12 godz. wartości wilgotności dla jednakowej głębokości były również zróżnicowane. W warstwach  $z_5 = 13,5$  cm porównano również czasy, po których wilgotność osiągnęła wartość maksymalną. W przekrojach 8, 15, 48 i 90 czasy te wyniosły ok. 4 godz., w przekroju 38 po ok. 3 godz., a w 64 już po ok. 1,5 godz. W pozostałych warstwach nie przeprowadzono takiego porównania, ponieważ tam wilgotność ciągle rosła bądź nie zmieniała się w odniesieniu do stanu początkowego. Przeanalizowano także tempo reakcji wilgotności gleby w wyniku podsiąku. W warstwie  $z_5 = 13,5$  cm widoczne zmiany zaobserwowano praktycznie w chwili początkowej (w ciągu pierwszych 6 min) – w następnych tempo reakcji było wolniejsze i bardziej zróżnicowane. Przykładowo, w warstwie  $z_3 = 7,5$  cm czasy reakcji wyniosły od ok. 2 godz. w punkcie 90 do ok. 5 godz. w punkcie 42. Natomiast w punkcie 15 w ogóle nie zanotowano zmian. Powyższe rozważania potwierdzają to, że warunki ruchu wody na poletku są zróżnicowane.

Tabela 5  
Table 5

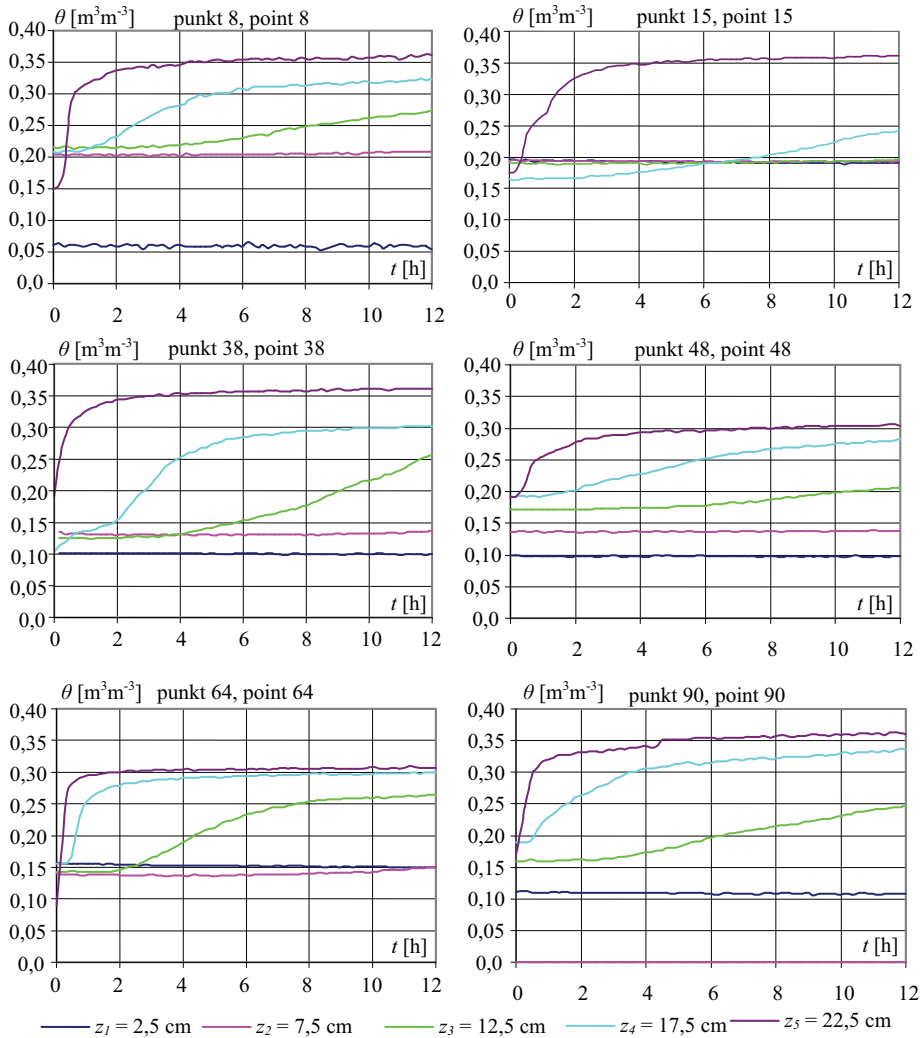
Klasyczne miary statystyczne dla parametrów w równaniu van Genuchtena wyznaczonych na podstawie identyfikacji  
Classical statistical measures for parameters in van Genuchten equation determined on the basis of identification

	$n$	$\theta_r$	$\theta_s$	$\alpha$	$K_s$
	[-]	$[\text{m}^3 \text{ m}^{-3}]$	$[\text{m}^3 \text{ m}^{-3}]$	$[\text{cm}^{-1}]$	$[\text{cm min}^{-1}]$
Min.	1,1	0,0001	0,3	0,046	0,0172
Max.	2,957	0,045	0,464	0,052	0,0212
Średnia – Mean	1,478	0,0131	0,438	0,0499	0,0200
Rozstęp – Interval	1,857	0,0449	0,164	0,0061	0,040
Wariancja Variance	0,104 (-) <sup>2</sup>	$1,35 \cdot 10^{-4}$ $(\text{m}^3 \text{ m}^{-3})^2$	0,0014 $(\text{m}^3 \text{ m}^{-3})^2$	$8,7 \cdot 10^{-7}$ $(\text{cm}^{-1})^2$	$5 \cdot 10^{-7}$ $(\text{cm min}^{-1})^2$
Skośność Skewness	2,441 (-)	0,569 (-)	-2,85117 (-)	-1,847 (-)	-2,094 (-)
Rozstęp odniesiony do wartości średniej Interval referenced to mean value	1,257 (-)	3,416 (-)	0,374 (-)	0,1224 (-)	0,200 (-)

$n, \theta_r, \theta_s, \alpha, K_s$  – parametry w równaniu van Genuchtena  
 $n, \theta_r, \theta_s, \alpha, K_s$  – parameters in van Genuchten equation

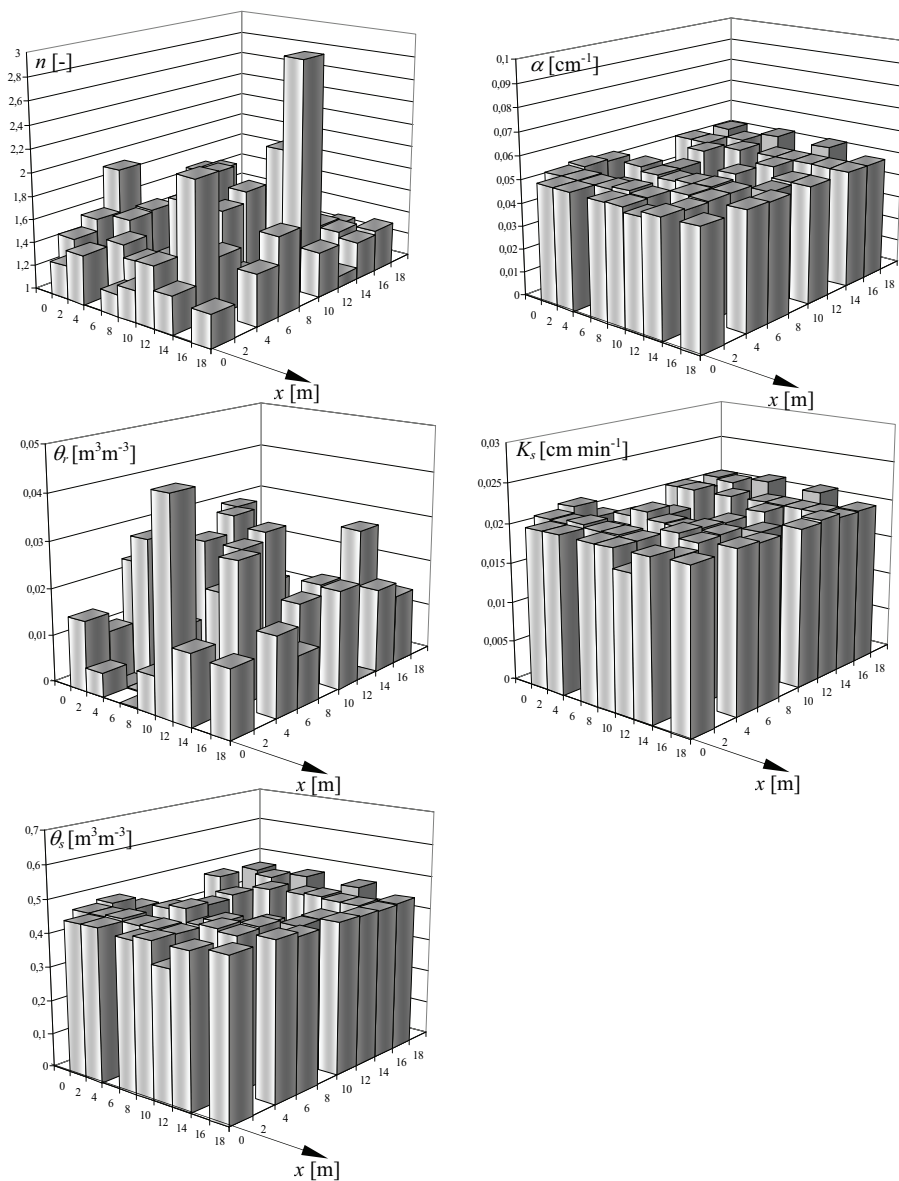
Następnie dla każdej z próbek przeprowadzono procedury identyfikacyjne, w wyniku których otrzymano wartości parametrów  $n$ ,  $\theta_r$ ,  $\theta_s$ ,  $\alpha$ ,  $K_s$  w 48 punktach, co przedstawiono na rysunku 29, zaś w tabeli 5 – klasyczne miary statystyczne tych wielkości. Analiza rysunku wskazuje, że największe zróżnicowanie parametrów uzyskanych na drodze identyfikacji występuje w przypadku parametrów  $n$  i  $\theta_r$ , dla pozostałych jest zdecydowanie mniejsze. Świadczą o tym również, zamieszczone w tabeli 5, wartości stosunku rozstępu danego parametru do jego wartości średniej. Stosunek ten dla współczynnika  $n$  wynosi  $R_n = 1,257$ , dla współczynnika  $R_{\theta_r} = 3,416$ . Pozostałe stosunki  $R_\alpha$ ,  $R_{K_s}$ ,  $R_{\theta_s}$  przyjmują wartości znacznie poniżej jedności (od 0,122 do 0,374). Wielkości minimalne parametrów, maksymalne, średnie oraz rozstępy, jak również ich wariancje nie mogą być oczywiście ze sobą porównywane. I przytoczono je w tej tabeli dla pełniejszej informacji o rozkładzie danego parametru. Powyższe analizy potwierdzają ostatecznie, że wartości parametrów w równaniach van Genuchtena są przestrzennie zróżnicowane. W modelu zróżnicowanie to można uwzględnić poprzez wprowadzanie różnych wartości współczynników do każdej przestrzeni  $V_{ij}$ , powstałej w wyniku dyskretyzacji przestrzeni.

Trzeci wariant formułowania parametrów opisujących glebę rozpoczęto od przeprowadzenia analizy geostatystycznej wartości parametrów. Na rysunku 30 przedstawiono wariogramy parametrów  $n$ ,  $\theta_r$ ,  $\theta_s$ ,  $\alpha$ ,  $K_s$ , zaś w tabeli 6 – ich charakterystyki. W każdym przypadku zaobserwowano zależność pomiędzy zróżnicowaniem parametrów i odległością porównywanych par punktów. Dla parametrów  $\theta_s$ ,  $\alpha$ ,  $K_s$  zbudowano semiwariogramy klasyczne, natomiast w dwóch przypadkach (dla parametrów  $n$  i  $\theta_r$ ) nie udało się dopasować modelu matematycznego do danych empirycznych. W związku z powyższym, dla tych parametrów utworzono semiwariogramy standaryzowane. W trzech przypadkach dla parametrów  $n$ ,  $\theta_r$ ,  $\theta_s$  najlepiej dopasowanymi modelami były modele sferyczne z zakresem od 5,4 m (dla parametru  $n$ ) do ok. 15 m – dla parametrów  $\alpha$ ,  $K_s$ . W każdym z rozpatrywanych przypadków stwierdzono efekt samorodka. Należy pamiętać, że i tu, tak jak w przypadku semiwariogramów wilgotności przedstawionych na rysunku 9, efekt samorodka jest efektem wynikającym z ekstrapolacji danych poza obszar wyników pomiarowych i jego wartość jest zależna od przyjętej procedury ekstrapolacyjnej (najwyraźniej widać to na wariogramie  $\theta_s$ , (rys. 30)). W tej pracy przyjęto procedury ekstrapolacyjne proponowane automatycznie przez program Surfer 8. Wariogramy wykorzystano następnie do budowy map, ukazanych na rysunkach 31–34. Zbudowano mapy z izoliniami oraz mapy przestrzenne.

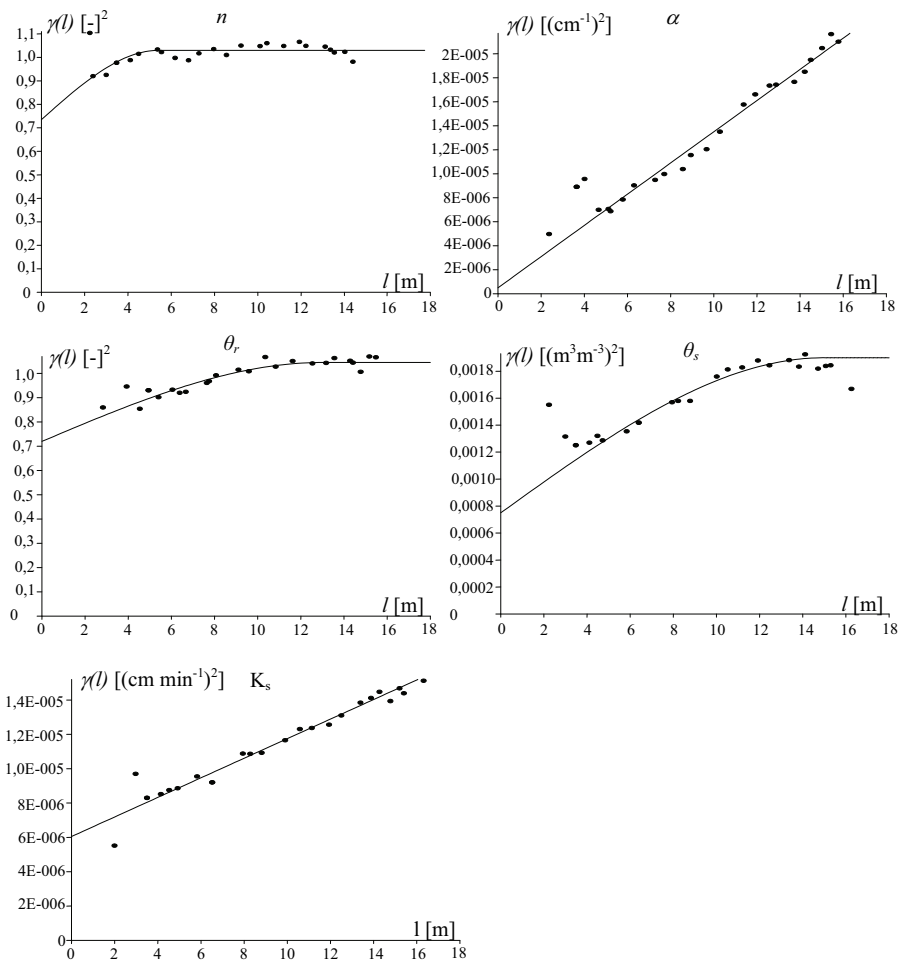


Rys. 28. Dynamika wilgotności ( $\theta$ ) wywołana podsiąkiem w próbkach pobranych z punktów 8, 15, 38, 48, 64 i 90 w ciągu 12 godzin,  $t$  – czas

Fig. 28. Dynamics of moisture content ( $\theta$ ) caused by capillary rise in samples taken from points 8, 15, 38, 48, 64 and 90 during 12 hours,  $t$  – time



Rys. 29. Wartości parametrów  $n$ ,  $\theta_r$ ,  $\theta_s$ ,  $\alpha$  i  $K_s$  uzyskane w wyniku procedury identyfikacyjnej  
 Fig. 29. Values of parameters  $n$ ,  $\theta_r$ ,  $\theta_s$ ,  $\alpha$  and  $K_s$  obtained as a result of the identification procedure



Rys. 30. Wariogramy parametrów  $n$ ,  $\alpha$ ,  $\theta_r$ ,  $\theta_s$ ,  $K_s$   
 $\gamma(l)$  – wariogram;  $l$  – odległość (rys. 2)  
 Fig. 30. Variograms of parameters  $n$ ,  $\alpha$ ,  $\theta_r$ ,  $\theta_s$ ,  $K_s$   
 $\gamma(l)$  – variogram;  $l$  – distance (Fig. 2)

Tabela 6

Table 6

Parametry semiwariogramów dla wielkości  $n$ ,  $\theta_r$ ,  $\theta_s$ ,  $\alpha$ ,  $K_s$  w równaniach van Genuchtena  
Parameters of semivariograms for values of  $n$ ,  $\theta_r$ ,  $\theta_s$ ,  $\alpha$ ,  $K_s$  in van Genuchten equations

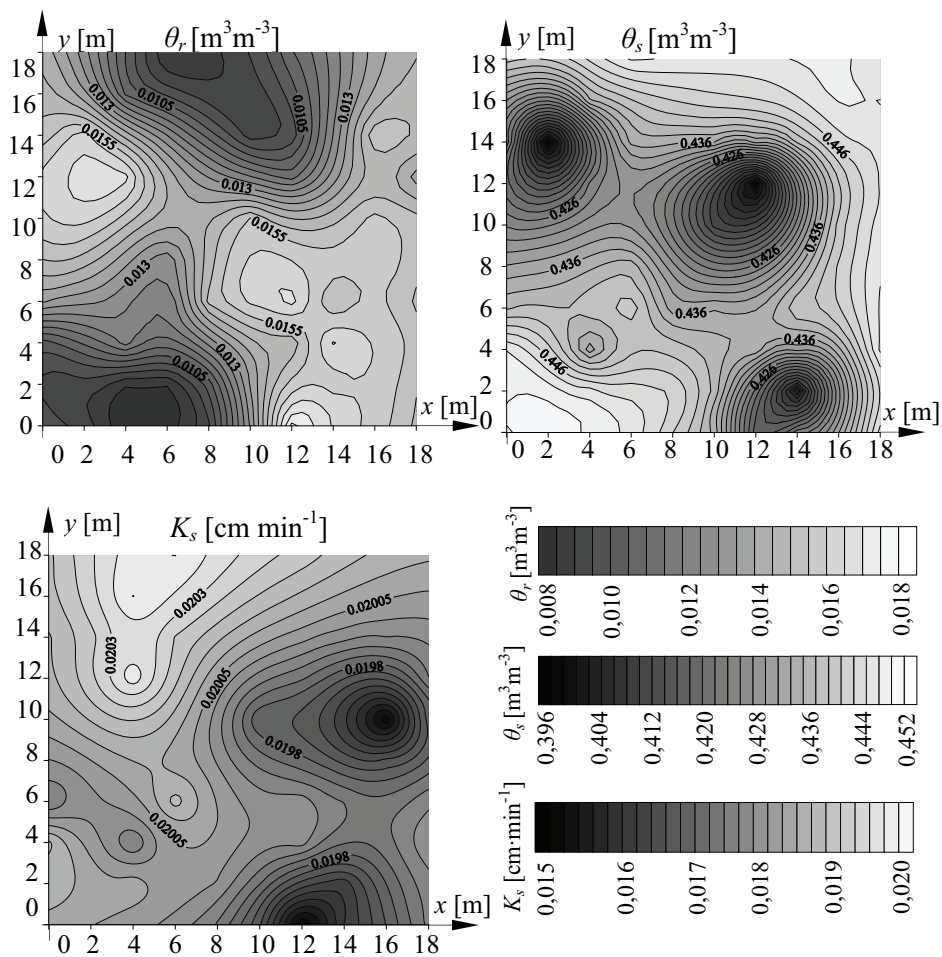
	$n$ [-]	$\theta_r$ [ $\text{m}^3\text{m}^{-3}$ ]	$\theta_s$ [ $\text{m}^3\text{m}^{-3}$ ]	$\alpha$ [ $\text{cm}^{-1}$ ]	$K_s$ [ $\text{cm min}^{-1}$ ]
Typ wariografu Variogram type	wariogram standaryzowany standardized variogram	wariogram stan- daryzowany standardized variogram	wariogram variogram	wariogram variogram	wariogram variogram
Model Model	sferyczny spherical	sferyczny spherical	sferyczny spherical	liniowy linear	liniowy linear
Efekt samorodka Nugget effect	0,735 (-) <sup>2</sup>	0,72 ( $\text{m}^3\text{m}^{-3}$ ) <sup>2</sup>	$7,5 \cdot 10^{-4}$ ( $\text{m}^3\text{m}^{-3}$ ) <sup>2</sup>	$5 \cdot 10^{-7}$ ( $\text{cm}^{-1}$ ) <sup>2</sup>	$6,05 \cdot 10^{-6}$ ( $\text{cm min}^{-1}$ ) <sup>2</sup>
Wysycenie Sill	0,295 (-) <sup>2</sup>	0,325 ( $\text{m}^3\text{m}^{-3}$ ) <sup>2</sup>	$11,5 \cdot 10^{-4}$ ( $\text{m}^3\text{m}^{-3}$ ) <sup>2</sup>	–	–
Zakres Range	5,4 m	13,1 m	15 m	–	–
Nachylenie Slope	–	–	–	$1,3 \cdot 10^{-6}$ (-)	$5,7 \cdot 10^{-7}$ (-)

$n$ ,  $\theta_r$ ,  $\theta_s$ ,  $\alpha$ ,  $K_s$  – parametry w równaniu van Genuchtena

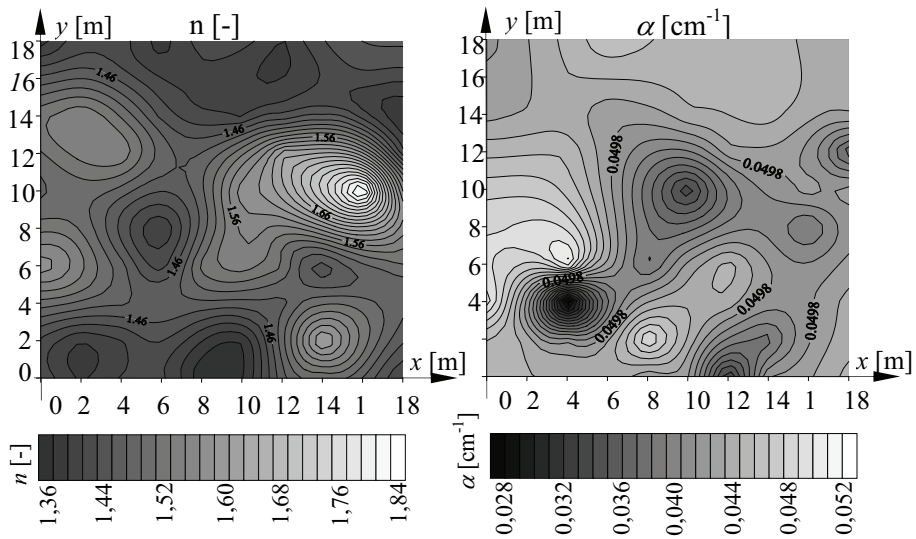
$n$ ,  $\theta_r$ ,  $\theta_s$ ,  $\alpha$ ,  $K_s$  – parameters in van Genuchten equation

W tabeli 7 przedstawiono miary statystyczne dla parametrów  $n$ ,  $\theta_r$ ,  $\theta_s$ ,  $\alpha$ ,  $K_s$  obliczone na podstawie 100 wartości odczytanych z map w punktach od 1 do 100 (rys. 27). Miary te porównano z odpowiednimi wartościami zawartymi w tabeli 5. Stwierdzono, że wartości parametrów odczytane z map są zdecydowanie mniej zróżnicowane. Przykładowo, rozstęp parametru  $n$  obliczony na podstawie danych uzyskanych w wyniku identyfikacji wynosi 1,875, a uzyskany na podstawie danych odczytanych z map – jedynie 0,475. Podobnie dla  $\theta_r$ , tam rozstępy wynoszą odpowiednio 0,0449  $\text{m}^3\text{m}^{-3}$  i 0,009  $\text{m}^3\text{m}^{-3}$ , a dla  $\theta_s$  odpowiednio 0,164  $\text{m}^3\text{m}^{-3}$  i 0,056  $\text{m}^3\text{m}^{-3}$ . Także wariancja dla współczynnika  $n$  obliczona na podstawie wartości uzyskanych bezpośrednio z identyfikacji wynosi 0,104  $\text{m}^3\text{m}^{-3}$ , a ustalona na podstawie wartości odczytanych z map – jedynie  $57,18 \cdot 10^{-4}$   $\text{m}^3\text{m}^{-3}$ . Wariancje pozostałych współczynników są również znacząco mniejsze w przypadku, gdy są obliczane na podstawie map. Na koniec porównano rozstępy parametrów odniesione do wartości średniej. Dane zawarte w tabeli 5 są w każdym przypadku większe od danych w tabeli 7 – dla  $n$  i  $K_s$  prawie 4-krotnie, dla  $\theta_r$  5-krotnie, dla  $\theta_s$  3-krotnie, a dla parametru  $\alpha$  aż 15-krotnie. To również potwierdza większe zróżnicowanie parametrów uzyskanych z identyfikacji. Wartości parametrów odczytane z map były ostatecznie wykorzystane podczas symulacji komputerowej w modelu zgodnie z wariantem III.

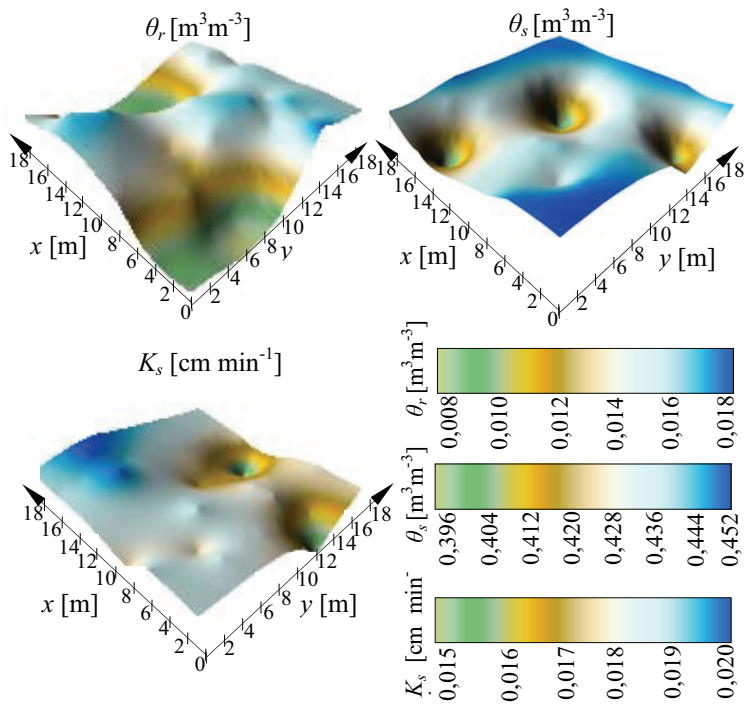




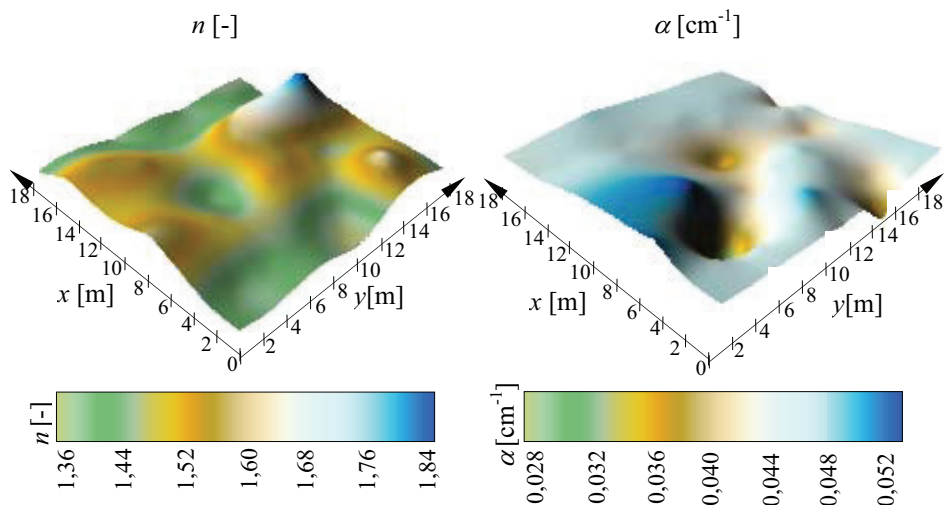
Rys. 31. Izolinie parametrów  $\theta_r$ ,  $\theta_s$  i  $K_s$   
 Fig. 31. Isolines of parameters  $\theta_r$ ,  $\theta_s$  and  $K_s$



Rys. 32. Izolinie parametrów  $n$  i  $\alpha$   
 Fig. 32. Isolines of parameters  $n$  and  $\alpha$



Rys. 33. Mapy przestrzenne parametrów  $\theta_r$ ,  $\theta_s$  i  $K_s$   
 Fig. 33. Spatial maps of parameters  $\theta_r$ ,  $\theta_s$  and  $K_s$



Rys. 34. Mapy przestrzenne parametrów  $n$  i  $\alpha$

Fig. 34. Spatial maps of parameters  $n$  and  $\alpha$

Tabela 7

Table 7

Klasyczne miary statystyczne dla parametrów  $n$ ,  $\theta_r$ ,  $\theta_s$ ,  $\alpha$ ,  $K_s$  obliczone na podstawie wartości odczytanych z map

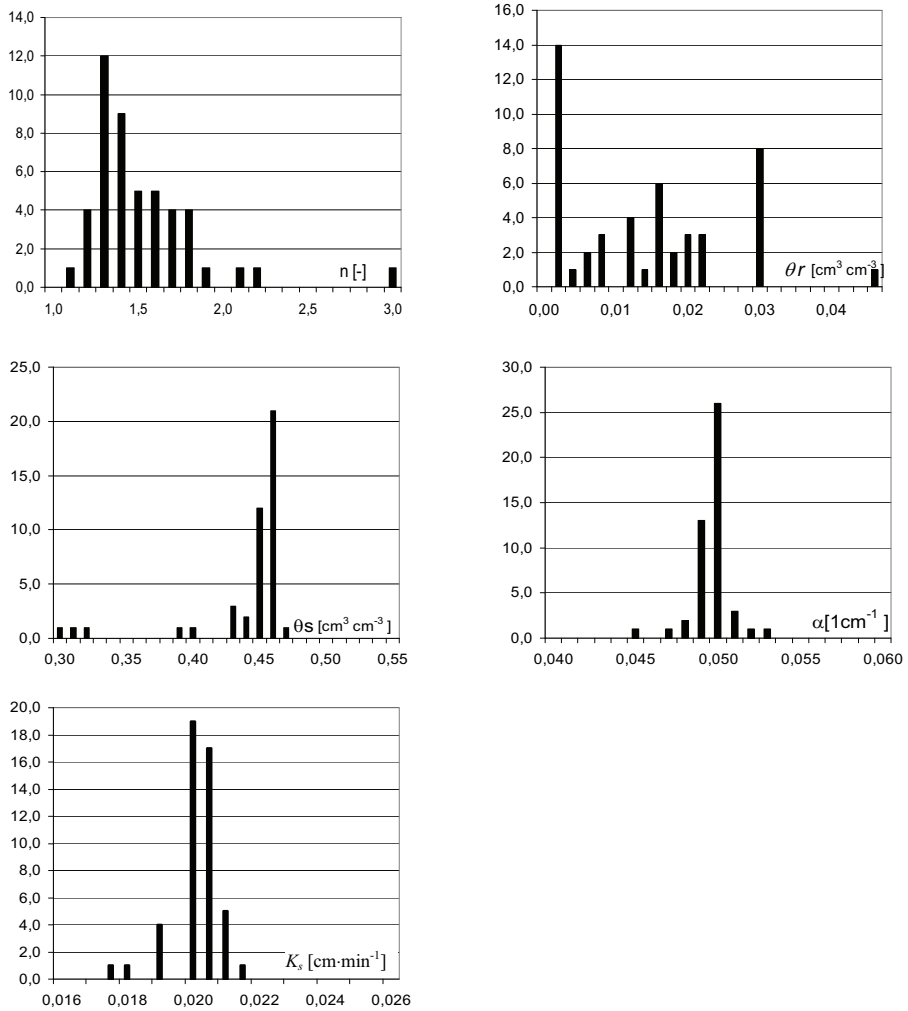
Classical statistical measures for parameters  $n$ ,  $\theta_r$ ,  $\theta_s$ ,  $\alpha$ ,  $K_s$  calculated on the basis of values read from maps

	$n$	$\theta_r$	$\theta_s$	$\alpha$	$K_s$
	[-]	[m <sup>3</sup> m <sup>-3</sup> ]	[m <sup>3</sup> m <sup>-3</sup> ]	[cm <sup>-1</sup> ]	[cm min <sup>-1</sup> ]
Min.	1,364	0,008	0,397	0,047	0,0193
Max.	1,839	0,017	0,453	0,051	0,0204
Średnia Mean	1,491	0,013	0,436	0,499	0,0200
Rozstęp Interval	0,475	0,009	0,056	0,004	0,0011
Wariancja Variance	$57,18 \cdot 10^{-4}$ (-) <sup>2</sup>	$5,87 \cdot 10^{-6}$ (m <sup>3</sup> m <sup>-3</sup> ) <sup>2</sup>	0,00012 (m <sup>3</sup> m <sup>-3</sup> ) <sup>2</sup>	$2,87 \cdot 10^{-7}$ (cm <sup>-1</sup> ) <sup>2</sup>	$3,980 \cdot 10^{-8}$ (cm min <sup>-1</sup> ) <sup>2</sup>
Skośność Skewness	1,200 (-)	-0,588 (-)	-0,751 (-)	-0,627 (-)	-0,3394 (-)
Rozstęp odniesiony do wartości średniej Interval referenced to mean value	0,319 (-)	0,692 (-)	0,128 (-)	0,008(-)	0,055 (-)

$n$ ,  $\theta_r$ ,  $\theta_s$ ,  $\alpha$ ,  $K_s$  – parametry w równaniu van Genuchtena

$n$ ,  $\theta_r$ ,  $\theta_s$ ,  $\alpha$ ,  $K_s$  – parameters in van Genuchten equation

W wariancie IV parametry  $n$ ,  $\theta_r$ ,  $\theta_s$ ,  $\alpha$ ,  $K_s$  będą realizowane jako zmienne losowe. W tym celu wykorzystano bazę danych uzyskaną na podstawie przeprowadzonej wcześniej procedury identyfikacyjnej.



Rys. 35. Histogramy parametrów van Genuchtena  
 Fig. 35. Histograms of van Genuchten parameters

Na rysunku 35 przedstawiono histogramy parametrów  $n$ ,  $\theta_r$ ,  $\theta_s$ ,  $\alpha$ ,  $K_s$ . Wykorzystano je do budowy modelu zgodnie z wariantem IV opisanym w rozdziale 4.

# 6

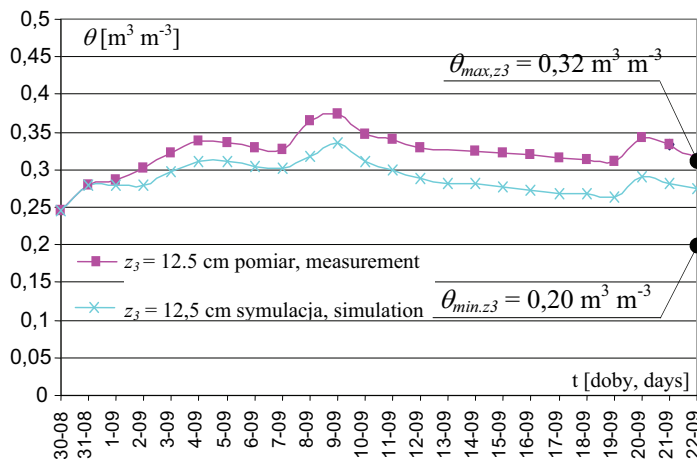
---

## WERYFIKACJA I PORÓWNANIE CZTERECH WARIANTÓW MODELI MATEMATYCZNYCH

W niniejszym rozdziale przeanalizowano przydatność czterech wariantów modeli matematycznych do prognozowania stosunków powietrzno-wodnych w wierzchniej, 25-centymetrowej warstwie poletka doświadczalnego położonego w miejscowości Brenna (rys. 6). Charakterystykę modeli podano w tabeli 1 oraz opisano w rozdziale 4. Jako dane wejściowe wykorzystano wybrany materiał badawczy zawarty w rozdziale 6, dotyczący tego właśnie obiektu – są to warunki początkowe oraz parametry opisujące modelowaną przestrzeń. Natomiast warunek brzegowy sformułowano na podstawie pomiarów wilgotności prowadzonych w górnym i dolnym brzegu od chwili początkowej, tj. od 30 sierpnia do chwili końcowej, którą ustalono na 22 września 2006 roku. Dlatego wprowadzono warunek brzegowy I rodzaju. W modelach trójwymiarowych (wariant I i II) założono dodatkowo, że przez pionowe brzegi występuje brak przepływu. Przyjęto również, że główna masa korzeniowa rośliny znajduje się w górnej – brzegowej warstwie. W związku z tym, dla uproszczenia pobór wody przez korzenie uwzględniono jako warunek I rodzaju. Różnicową postać równania Richardsa (zależność (2)) rozwiązano w programie Matlab. Stabilność i zbieżność zapewniono, wprowadzając odpowiednie ograniczenia w procedurach obliczeniowych, które wykonywano z krokiem czasowym  $\Delta t = 1$  minuta. Wyniki uzyskane na podstawie symulacji komputerowych porównano z wynikami pomiarów wykonanych w dniu 22 września 2006 roku. Powyższe dane stanowiły podstawę do oceny przydatności prognozy wykonanej czterema wariantami modeli.

W wariacie I założono, że modelowana przestrzeń reprezentowana jest przez przekrój 56 (rys. 6) o współrzędnych:  $x = 10$  m i  $y = 10$  m. Warunek początkowy sformułowano na podstawie wartości wilgotności zmierzonych w dniu 30 sierpnia w 5 punktach tego przekroju, leżących na głębokościach od  $z_1 = 2,5$  cm do  $z_5 = 22,5$  cm. Wartości te można odczytać z rysunku 7 i wynoszą one  $\theta_{z_1}^{56} = 0,297 \text{ m}^3 \text{ m}^{-3}$ ,  $\theta_{z_2}^{56} = 0,288 \text{ m}^3 \text{ m}^{-3}$ ,  $\theta_{z_3}^{56} = 0,246 \text{ m}^3 \text{ m}^{-3}$ ,  $\theta_{z_4}^{56} = 0,235 \text{ m}^3 \text{ m}^{-3}$ ,  $\theta_{z_5}^{56} = 0,215 \text{ m}^3 \text{ m}^{-3}$ . Parametry opisujące glebę

zawarte w równaniach (3) i (4) odczytano z tablic van Genuchtena. Ich wartości podano w poprzednim rozdziale. Dynamika wilgotności w przekroju 56 dla  $z_1 = 2,5$  cm to górny warunek brzegowy I rodzaju, a dla  $z_5 = 22,5$  cm to dolny warunek brzegowy I rodzaju. Zmiany wilgotności w górnym elemencie brzegowym spowodowane były zmiennymi warunkami atmosferycznymi: opadem bądź parowaniem z wierzchniej warstwy gleby oraz poborem wody przez rośliny.



Rys. 36. Dynamika wilgotności wyznaczona na podstawie pomiarów i symulacji komputerowej na poletku doświadczalnym w Brennej w okresie od 30 sierpnia do 22 września 2006 roku  $\theta$  – wilgotność;  $t$  – czas;  $z_3$  – warstwa

Fig. 36. Dynamics of moisture content determined on the basis of measurements and computer simulation at the experimental plot at Brenna in the period from 30<sup>th</sup> August to 22<sup>nd</sup> September, 2006  $\theta$  – moisture;  $t$  – time;  $z_3$  – layer

Na rysunku 36 ukazano przebieg wilgotności w punkcie  $z_3 = 12,5$  cm, uzyskany na podstawie pomiarów (linia czerwona) oraz w wyniku symulacji komputerowej przeprowadzonej zgodnie z wariantem I (linia niebieska). Przebieg wartości otrzymanych w wyniku symulacji wilgotności różni się od przebiegu rzeczywistego. Świadczą o tym obliczone miary zgodności:  $R_{|max|} = 0,076 \text{ m}^3 \text{ m}^{-3}$ ,  $S_{WB} = 0,035 \text{ m}^3 \text{ m}^{-3}$ , a także  $R.M.S = 0,199 \text{ m}^3 \text{ m}^{-3}$ . Obliczając powyższe miary, porównano wartości obliczone i zmierzone w jednym punkcie dla kolejnych chwil czasowych. Wartości miar obliczono z zależności (8), (9) i (10) – z tym że indeksowanie przebiegało po czasie, a nie po przestrzeni. Wartości obliczonych miar wskazują, że taki sposób formułowania warunku początkowego i dobierania parametrów powoduje błędy podczas modelowania. Miary te porównano w dalszej części pracy z wartościami miar obliczonych dla innych wariantów. Ponadto końcowy rezultat symulacji w punkcie  $z_3$  nie jest reprezentatywny dla całej warstwy poletka. Świadczą o tym zaznaczone na rysunku 36 maksymalne i minimalne wartości wilgotności zmierzone w tej warstwie na poletku w dniu 22 września ( $\theta_{max,z_3} = 0,32 \text{ m}^3 \text{ m}^{-3}$  i  $\theta_{min,z_3} = 0,20 \text{ m}^3 \text{ m}^{-3}$ ).

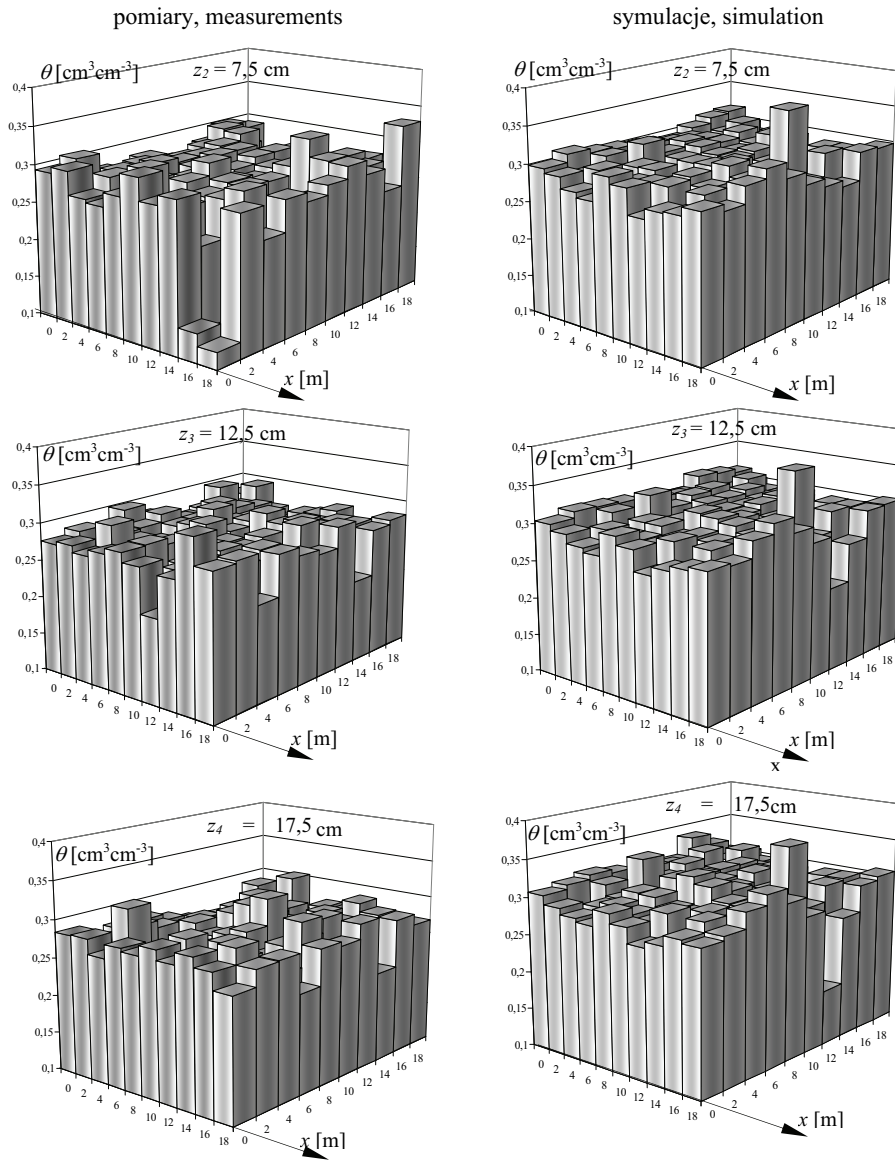
W wariancie II modelowaną przestrzenią jest to samo poletko doświadczalne w miejscowości Brenna. Ponieważ w tym przypadku rozpatrywano model przestrzenny, to warunek początkowy sformułowano na podstawie wilgotności zmierzonych w dniu 30 sierpnia 2006 r. w 500 punktach rozmieszczonych w warstwach  $z_1, z_2, z_3, z_4$  i  $z_5$  (po 100 dla każdego  $z_k$ ). Rozkład wilgotności w chwili początkowej scharakteryzowano w rozdziale 5.1 i przedstawiono na rysunku 8 w postaci przestrzennych wykresów słupkowych. Zaprezentowane tam wartości posłużyły do obliczenia całkowitej wysokości ciśnienia  $\Phi_{i,j,k}^{po}$ , które wprowadzono do modelu jako warunek początkowy. Warunek brzegowy (górný i dolny) wyznaczono na podstawie wilgotności we wszystkich punktach powstałych w wyniku dyskretyzacji obszaru. Pomiary wykonywano co 24 godziny. Ponieważ symulacje prowadzono z krokiem czasowym  $\Delta t = 1$  min, to warunek ten dla kolejnych chwil czasowych wyznaczono poprzez interpolację wartości zmierzonych. Parametry gleby to wartości  $n, \theta_r, \theta_s, \alpha, K_s$  uzyskane bezpośrednio w wyniku parametryzacji przeprowadzonej indywidualnie dla każdego przekroju. W punktach, w których nie udało się przeprowadzić procedury identyfikacyjnej, do modelu wprowadzono średnie wartości parametrów wyznaczone dla całego pola. Wartości parametrów wprowadzonych do modelu przedstawiono na rysunku 29. Rysunek 37 ukazuje porównanie wilgotności zmierzonych 22 września 2006 r., z wilgotnościami uzyskanymi w wyniku symulacji. Ocena tego rysunku związana jest z analizą klasycznych miar statystycznych zawartych w tabeli 8. Miary te obliczono tak jak w wariancie I, z tą różnicą, że indeksowanie przebiegało dokładnie tak jak w zależnościach (8), (9) i (10).

Tabela 8  
Table 8

Klasyczne miary statystyczne dla wartości wilgotności na obiekcie w Brennej w dniu 22 września 2006 r. uzyskane na podstawie pomiarów i modelu (wariant II)  
Classical statistical measures for values of moisture on the object in Brenna on 22<sup>nd</sup> September, 2006, obtained on the basis of measurements and from the model (variant II)

		Max.	Min.	Rozstęp Interval	Średnia Mean	Wariancja Variance	Skośność Skewness
		<i>max.</i>	<i>min.</i>	$R_S$	$\bar{\theta}$	$\sigma$	$A$
		[m <sup>3</sup> m <sup>-3</sup> ]	[m <sup>3</sup> m <sup>-3</sup> ]	[m <sup>3</sup> m <sup>-3</sup> ]	[m <sup>3</sup> m <sup>-3</sup> ]	[m <sup>3</sup> m <sup>-3</sup> ] <sup>2</sup>	[-]
$z_2 = 7,5$ cm	Pomiar Measurement	0,329	0,122	0,207	0,269	$12,57 \cdot 10^{-4}$	-2,39
	Model	0,373	0,231	0,143	0,291	$3,39 \cdot 10^{-4}$	-0,01
$z_3 = 12,5$ cm	Pomiar Measurement	0,327	0,211	0,116	0,272	$4,04 \cdot 10^{-4}$	-0,69
	Model	0,371	0,212	0,159	0,295	$4,31 \cdot 10^{-4}$	-0,94
$z_4 = 17,5$ cm	Pomiar Measurement	0,320	0,214	0,106	0,269	$3,73 \cdot 10^{-4}$	-0,20
	Model	0,369	0,173	0,196	0,298	$5,89 \cdot 10^{-4}$	-1,64

$z_2, z_3, z_4$  – warstwy  
 $z_2, z_3, z_4$  – layers



Rys. 37. Porównanie przestrzennego rozkładu wilgotności w warstwach  $z_2$ ,  $z_3$  i  $z_4$  po 23 dniach uzyskanego na podstawie pomiarów i na podstawie symulacji (wariant II)

Fig. 37. Comparison of spatial distribution of moisture in layers  $z_2$ ,  $z_3$  and  $z_4$  after 23 days, obtained on the basis of measurements and of simulation (variant II)  
 $\theta$  – moisture

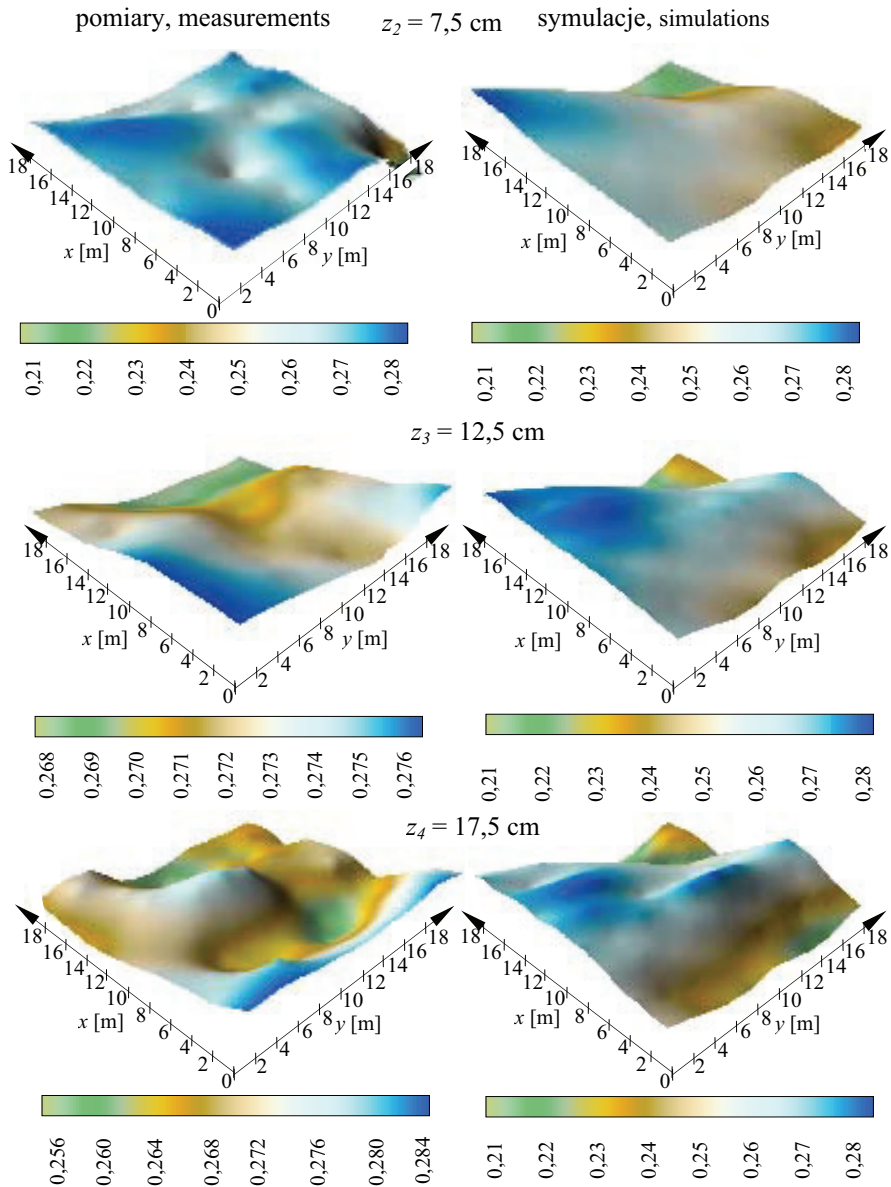


W każdej modelowanej warstwie ( $z_2$ ,  $z_3$  i  $z_4$ ) wilgotność średnia obliczona na podstawie wartości zmierzonych była mniejsza niż średnia określona na podstawie wartości uzyskanych z symulacji. Najmniejsza różnica wystąpiła w warstwie  $z_3$  ( $\bar{\theta}_3^{\text{pom}} - \bar{\theta}_3^{\text{obl}} = 0,023 \text{ m}^3 \text{ m}^{-3}$ ), zaś największa w warstwie  $z_4$  i wyniosła  $0,028 \text{ m}^3 \text{ m}^{-3}$ . Największą różnicę wariancji obliczonej dla danych pomiarowych i danych z symulacji zanotowano w warstwie  $z_2$ . Tam wariancje wyniosły odpowiednio  $12,57 \cdot 10^{-4} (\text{m}^3 \text{ m}^{-3})^2$  oraz  $3,39 \cdot 10^{-4} (\text{m}^3 \text{ m}^{-3})^2$ , a ich różnica to  $9,18 \cdot 10^{-4} (\text{m}^3 \text{ m}^{-3})^2$ . W warstwie  $z_4$  różnica wynosiła tylko  $2,15 \cdot 10^{-4} (\text{m}^3 \text{ m}^{-3})^2$  a w  $z_3$  jedynie  $0,27 \cdot 10^{-4} (\text{m}^3 \text{ m}^{-3})^2$ . Obliczone wartości świadczą o największym zróżnicowaniu wilgotności w warstwie  $z_2$  dla przypadku, gdy jest ona określona na podstawie pomiarów. Wtedy, najmniejszą wartość przyjmuje współczynnik skośności ( $A_{\text{pom},z_2} = -2,39$ ). Oznacza to asymetrię lewostronną (rozkład ma dłuższy lewy ogon). Ostatecznego porównania zgodności wartości obliczonych i uzyskanych na podstawie obliczeń dokonano w końcowej części tego rozdziału.

Wariant III to również model trójwymiarowy, ale wprowadzone dane wejściowe odczytano tym razem z map. Warunek początkowy ustalono na podstawie danych odczytanych z rysunku 10 lub 11. Warunek brzegowy sformułowano, wykorzystując mapy wilgotności w górnej i dolnej warstwie. Parametry  $n$ ,  $\theta_r$ ,  $\theta_s$ ,  $\alpha$ ,  $K_s$  odczytano, korzystając z danych przedstawionych na rysunkach 31 i 32 bądź 33 i 34. Obliczenia prowadzono w taki sam sposób jak w wariancie II. Na rysunku 38 (z lewej strony) ukazano mapy wilgotności z zaznaczonymi izoliniami zbudowanymi w wyniku pomiarów w dniu 22 września 2006 r. oraz z prawej strony utworzone na podstawie danych uzyskanych z symulacji przeprowadzonych zgodnie z wariantem III. Rysunek 39 to porównanie tych samych map, ale narysowanych w układzie przestrzennym. W tabeli 9 przedstawiono klasyczne miary statystyczne ustalone dla danych uzyskanych z pomiarów i będących wynikiem symulacji.

Dla wariantu III średnie wilgotności uzyskane na podstawie danych odczytanych z map zbudowanych na podstawie pomiarów oraz map będących efektem symulacji są w przybliżeniu jednakowe. Świadczą o tym wielkości zamieszczone w tabeli 9. Maksymalna różnica pomiędzy wilgotnościami średnimi występuje w warstwie  $z_4 = 17,5 \text{ cm}$  i wynosi zaledwie  $0,011 \text{ m}^3 \text{ m}^{-3}$  (w wariancie II aż  $0,028 \text{ m}^3 \text{ m}^{-3}$ ), zaś minimalna dla  $z_3 = 12,5 \text{ cm}$  i jej wartość to  $0,002 \text{ m}^3 \text{ m}^{-3}$  (w wariancie II aż  $0,023 \text{ m}^3 \text{ m}^{-3}$ ). Wilgotności odczytane z map powstałych na podstawie pomiarów mają większy rozstęp niż wartości odczytane z map uzyskanych w wyniku symulacji. Przykładowo, maksymalne  $R_s$  w pierwszym przypadku wynosi  $0,111 \text{ m}^3 \text{ m}^{-3}$  dla  $z_2 = 7,5 \text{ cm}$ , w drugim ma zaledwie  $0,068 \text{ m}^3 \text{ m}^{-3}$ . Małe rozstępy wartości uzyskanych z symulacji przeprowadzonych zgodnie z wariantem III wynikają z faktu podwójnie przeprowadzonej interpolacji metodą krigingu. Po raz pierwszy, gdy dane wejściowe wprowadzono do modeli i drugi raz, gdy budowano mapę na podstawie danych z symulacji komputerowej. Każda z wariancji obliczona dla wariantu III jest mniejsza niż dla wariantu II. Przykładowo, dla  $z_2 = 7,5 \text{ cm}$  jej wartości ustalone na podstawie pomiarów to  $3,24 \cdot 10^{-4} (\text{m}^3 \text{ m}^{-3})^2$  – w wariancie III oraz 4-krotnie więcej, bo aż  $12,57 \cdot 10^{-4} (\text{m}^3 \text{ m}^{-3})^2$  – w wariancie II i podobnie w innych warstwach.





Rys. 39. Porównanie przestrzennych map wilgotności sporządzonych na podstawie pomiarów i symulacji komputerowej (wariant III)

$z_2, z_3, z_4$  – warstwy

Fig. 39. Comparison of spatial maps of moisture created on the basis of measurements and of computer simulation (variant III)

$z_2, z_3, z_4$  – layers

Tabela 9

Table 9

Klasyczne miary statystyczne dla wartości wilgotności na obiekcie w Brennej w dniu 22 września 2006 r. odczytane z map sporządzonych na podstawie pomiarów oraz z map sporządzonych na podstawie wartości uzyskanych z modelu (wariant III)

Classical statistical measures for values of moisture on the object in Brenna on 22<sup>nd</sup> September 2006 r., read from maps created on the basis of measurements and from maps created on the basis of values obtained from the model (variant III)

		Max.	Min.	Rozstęp Interval	Średnia Mean	Wariancja Variance	Skośność Skewness
		<i>max.</i>	<i>min.</i>	$R_S$	$\bar{\theta}$	$\sigma$	$A$
		[m <sup>3</sup> m <sup>-3</sup> ]	[m <sup>3</sup> m <sup>-3</sup> ]	[m <sup>3</sup> m <sup>-3</sup> ]	[m <sup>3</sup> m <sup>-3</sup> ]	[m <sup>3</sup> m <sup>-3</sup> ] <sup>2</sup>	[-]
$z_2 = 7,5$ cm	Pomiar Measurement	0,291	0,180	0,111	0,269	$3,24 \cdot 10^{-4}$	-2,78
	Model	0,299	0,248	0,050	0,274	$1,31 \cdot 10^{-4}$	-0,22
$z_3 = 12,5$ cm	Pomiar Measurement	0,277	0,267	0,010	0,272	$0,07 \cdot 10^{-4}$	-0,074
	Model	0,304	0,249	0,055	0,277	$1,52 \cdot 10^{-4}$	-0,383
$z_4 = 17,5$ cm	Pomiar Measurement	0,277	0,264	0,013	0,269	$0,08 \cdot 10^{-4}$	0,454
	Model	0,311	0,247	0,065	0,280	$1,86 \cdot 10^{-4}$	-0,220

$z_2, z_3, z_4$  – warstwy,

$z_2, z_3, z_4$  – layers

Praktycznie w każdym przypadku wartości współczynników skośności są zbliżone do 0, co oznacza, że rozkład jest symetryczny. Wyjątek stanowi warstwa  $z_2 = 7,5$  cm, w której skośność obliczona na podstawie danych map uzyskanych z pomiarów wynosi -2,78. Świadczy to o lewostronnej asymetrii. W końcowej części rozdziału, podobnie jak dla wariantu II, porównano miary zgodności map powstałych w wyniku symulacji z mapami utworzonymi na podstawie pomiarów, a także ze stanem rzeczywistym.

W wariantcie IV model potraktowano tak jak w I, jako jednowymiarowy, z tą różnicą że wybrane dane wejściowe realizowano jako zmienne losowe. W modelu warunek początkowy losowano z histogramów wilgotności ukazanych na rysunku 12, a warunek brzegowy – z histogramów dla kolejnych chwil czasowych. Parametry gleby, za każdym razem, losowano z histogramów przedstawionych na rysunku 35. Sposób rozwiązania równania Richardsa z tak postawionymi danymi wejściowymi omówiono w rozdziale 4. Z rozważań tam zawartych wynika, że sam warunek początkowy może przyjąć  $10^{10}$  kombinacji. Ponadto, należy pamiętać, że liczba możliwych rozwiązań równania Richardsa ulega zwielokrotnieniu, gdy rozpatrzemy również kombinacje warunku brzegowego a także kombinacje parametrów. W związku z powyższym w pierwszej kolejności wylosowano 5 zestawów danych wejściowych. Losowanie przeprowadzono wykorzystując procedury losujące napisane w programie MATLAB. Dla każdego zestawu

rozwiązano różnicową postać równania Richardsa (2). Symulację, ze względu na długość obliczeń, przeprowadzono tym razem dla okresu 12-godzinnego z krokiem czasowym  $\Delta t = 1$  minuta. Następnie przeprowadzono analogiczne symulacje losując za każdym razem większą liczbę zestawów ( $n_L = 5, 10, 20, \dots, 100, 150, 200, \dots, 500, 700, 900$  oraz 1000). Uzyskano w ten sposób histogramy wilgotności dla warstw  $z_2 = 7,5$  cm,  $z_3 = 12,5$  cm i  $z_4 = 17,5$  cm dla wielu liczb  $n_L$ . Pozwoliło to na przeprowadzenie analizy stabilności histogramów, uzyskanych na podstawie rozwiązań równania Richardsa po 12 godzinach w zależności od ilości wylosowanych zestawów  $n_L$ ). Jako kryterium stabilności uznano wielkość  $E_{nL}$ , wyliczoną z zależności (19). We wzorze tym przyjęto  $\theta_{min} = 0,16 \text{ m}^3 \text{ m}^{-3}$ ,  $\theta_{max} = 0,40 \text{ m}^3 \text{ m}^{-3}$  i  $N_{max} = 1\ 000$ . Oznacza to, że histogram otrzymany dla losowań przy podziale odcinka  $[0,16: 0,4]$  na 24 równe części jest wystarczająco dokładny (jak okaże się, przyjęta liczba i  $N_{max}$  mogła być znacznie mniejsza – np. 300). Histogramy dla różnych liczb losowań budowano przy tym samym podziale. Ostatecznie dla tego przypadku  $E_{nL}$  wyraża się wzorem:

$$E_{nL} = \frac{0,01}{n_L} \sum_{i=1}^{24} |N_{inL} - N_i|, \quad (21)$$

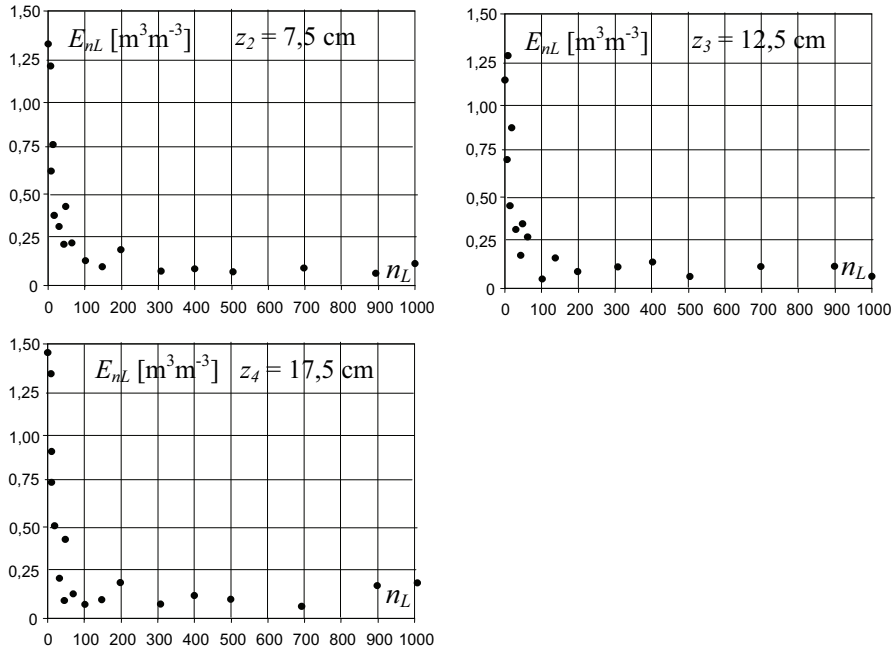
gdzie:

$N_{inL}$  – liczba obserwacji w i-tym przedziale dla  $n_L$  losowań,

$N_i$  – liczba obserwacji w i-tym przedziale dla dokładnej gęstości.

$E_{nL}$  – błąd dla  $n_L$  losowań.

Z rysunku 40 można, dla każdej warstwy, odczytać wartości błędu  $E_{nL}$  wyznaczonego z zależności (21) i obliczonego dla rosnącej liczby losowanych zestawów danych wejściowych. Rysunek ten pozwala odczytać taką graniczną liczbę  $n_{LG}$ , której zwiększenie nie spowoduje znaczącego wzrostu dokładności wyznaczenia gęstości prawdopodobieństwa w poszczególnych warstwach. Liczba  $n_{LG} \approx 100$ . Można, w związku z tym uznać, że gdy  $n_L \geq 100$  histogramy wyznaczone będą z wystarczającą dokładnością. Dlatego dalsze symulacje prowadzono dla 100 losowanych zestawów danych wejściowych. Rysunek 41 ukazuje porównanie histogramów wilgotności uzyskanych na podstawie pomiarów przeprowadzonych w dniu 22 września 2006 r. i histogramów otrzymanych w wyniku symulacji komputerowych. W tabeli 10 zaprezentowano klasyczne miary statystyczne dla wartości będących wynikiem symulacji przeprowadzonej zgodnie z wariantem IV.



Rys. 40. Stabilność histogramów wilgotności  
 $n_L$  – liczba wylosowanych zestawów danych wejściowych;  $E_{nL}$  – błąd dla  $n_L$  losowań;  
 $z_2, z_3$  i  $z_4$  – warstwy  
 Fig. 40. Stability of moisture histograms  
 $n_L$  – number of randomly selected sets of input data;  $E_{nL}$  – error for  $n_L$  random selections;  
 $z_2, z_3$  i  $z_4$  – layers

Tabela 10

Table 10

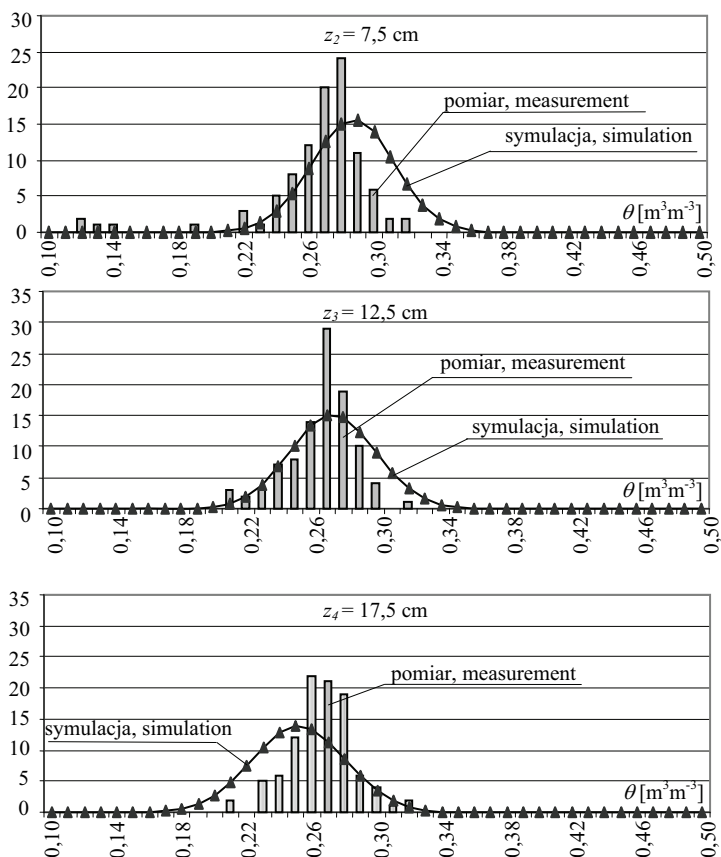
Klasyczne miary statystyczne dla wartości wilgotności uzyskanych na podstawie symulacji  
 (wariant IV) dla obiektu w Brennej w dniu 22 września 2006 roku

Classical statistical measures for values of moisture obtained on the basis of simulation (variant  
 IV) for the object in Brenna on 22nd September, 2006

	Max.	Min.	Rozstęp Interval	Średnia Mean	Wariancja Variance	Skośność Skewness
	$max$	$min$	$R_S$	$\bar{\theta}$	$\sigma$	$A$
	$[m^3 m^{-3}]$	$[m^3 m^{-3}]$	$[m^3 m^{-3}]$	$[m^3 m^{-3}]$	$[m^3 m^{-3}]^2$	$[-]$
$z_2 = 7,5$ cm	0,338	0,224	0,114	0,287	$6,48 \cdot 10^{-4}$	-0,498
$z_3 = 12,5$ cm	0,332	0,186	0,146	0,273	$6,97 \cdot 10^{-4}$	-0,721
$z_4 = 17,5$ cm	0,318	0,186	0,132	0,252	$8,29 \cdot 10^{-4}$	-0,282

$z_2, z_3, z_4$  – warstwy

$z_2, z_3, z_4$  – layers



Rys. 41. Porównanie histogramów wilgotności sporządzonych na podstawie pomiarów i symulacji  
 $z_2, z_3, z_4$  – warstwy;  $\theta$  – wilgotność

Fig. 41. Comparison of histograms of moisture created on the basis of measurements and of simulation  
 $z_2, z_3, z_4$  – layers;  $\theta$  – moisture

Wartości te porównywano z wartościami miar statystycznych uzyskanych na podstawie pomiarów i przedstawionych w tabeli 8. Wartości średnie w poszczególnych warstwach różnią się nieznacznie. Maksymalna różnica występuje w warstwie  $z_2 = 7,5 \text{ cm}$  i wynosi jedynie  $0,018 \text{ m}^3 \text{m}^{-3}$ . Również rozstępy w poszczególnych warstwach są do siebie zbliżone i ich wartości wynoszą od  $0,114 \text{ m}^3 \text{m}^{-3}$  dla  $z_2 = 7,5 \text{ cm}$  do  $0,146 \text{ m}^3 \text{m}^{-3}$  dla  $z_3 = 12,5 \text{ cm}$ . Natomiast rozstępy zamieszczone w tabeli 8 przyjmują większe wartości – nawet  $0,207 \text{ m}^3 \text{m}^{-3}$  dla  $z_2 = 7,5 \text{ cm}$ . W warstwie tej wariancja obliczona na podstawie pomiarów ( $\sigma_{z_2}^p = 12,57 \cdot 10^{-4} (\text{m}^3 \text{m}^{-3})^2$ ) jest prawie dwukrotnie większa niż wariancja określona na podstawie danych z symulacji ( $\sigma_{z_2}^s = 6,48 \cdot 10^{-4} (\text{m}^3 \text{m}^{-3})^2$ ). Jednak już

w warstwie  $z_4 = 17,5$  cm sytuacja jest przeciwna – tam  $\sigma_{z_4}^p = 8,29 \cdot 10^{-4} \text{ (m}^3\text{m}^{-3})^2$ , a  $\sigma_{z_4}^s = 3,73 \cdot 10^{-4} \text{ (m}^3\text{m}^{-3})^2$ . Oznacza to, że nie można jednoznacznie stwierdzić, w którym z wariantów wilgotności są bardziej zróżnicowane.

W ostatniej części tego rozdziału przeprowadzono analizy porównawcze rozkładów z dnia 22 września 2006 r., uzyskanych w wyniku prognozy przeprowadzonej czterema wariantami z rozkładami wilgotności otrzymanymi w efekcie pomiarów. W tym celu przeanalizowano wybrane miary statystyczne opisane zależnościami od (8) do (12). W tabeli 11 przedstawiono miary zgodności  $S_{WB}$ ,  $R.M.S$  oraz  $R_{|max|}$  dla każdej modelowanej warstwy oraz ich średnie. Obliczenia przeprowadzono, uwzględniając położenie punktów (warianty I, II, i III). W wariancie I w przekroju 56 porównano wilgotności uzyskane z pomiarów i w wyniku symulacji. W wariancie II porównano wilgotności w każdym elemencie warstw  $z_2$ ,  $z_3$  i  $z_4$ , powstałym w wyniku dyskretyzacji przestrzeni. W wariancie III porównano wartości odczytane z map otrzymanych w wyniku prognozy z danymi uzyskanymi z map będących efektem pomiarów, a także ze stanem rzeczywistym. W tabeli tej nie zamieszczono danych z wariantu IV, ponieważ nie uwzględnia on położenia punktów i miary te nie mogą być porównywane z miarami wyznaczonymi dla wariantów I–III. Opisując wartości tu przedstawione, zastosowano następujący zapis: symbol  $S_{WB,z_2}^{WI}$  oznacza wartość miary  $S_{WB}$  w wariancie I obliczoną dla warstwy  $z_2 = 7,5$  cm. Stwierdzono, że najlepszą zgodność danych uzyskanych z prognozy z danymi z pomiarów otrzymano, stosując w modelowaniu wariant III, zaś najgorszą, stosując wariant I. Świadczą o tym miary  $S_{WB}$ ,  $R.M.S$  oraz  $R_{|max|}$  oraz ich średnie. Przykładowo,  $S_{WB,z_2}^{WI}$  wynosi  $0,056 \text{ m}^3\text{m}^{-3}$ ,  $S_{WB,z_2}^{WII}$  już tylko  $0,031 \text{ m}^3\text{m}^{-3}$ , a  $S_{WB,z_2}^{WIII}$  w porównaniu do danych zmierzonych ma zaledwie  $0,023 \text{ m}^3\text{m}^{-3}$ . Podobnie dla średniego błędu kwadratowego, tu  $R.M.S_{z_3}^{WI} = 4,70 \cdot 10^{-2} \text{ m}^3\text{m}^{-3}$ ,  $R.M.S_{z_3}^{WII} = 3,63 \cdot 10^{-2} \text{ m}^3\text{m}^{-3}$ , a  $R.M.S_{z_3}^{WIII}$  ma już tylko  $2,28 \cdot 10^{-2} \text{ m}^3\text{m}^{-3}$ . Wyjątek stanowią miary dla wariantu II w warstwie  $z_4 = 17,5$  cm, które przyjmują nieznacznie wyższe wartości od obliczonych dla wariantu I. Analizując średnie wilgotności, stwierdzono, że  $S_{WB}^{sr}$  dla wariantu I liczy  $0,042 \text{ m}^3\text{m}^{-3}$ , a dla wariantu III jedynie  $0,02 \text{ m}^3\text{m}^{-3}$  oraz średnia  $R_{max}$  ma odpowiednio  $0,129 \text{ m}^3\text{m}^{-3}$  i  $0,099 \text{ m}^3\text{m}^{-3}$ . Miary zgodności dla wariantu II są mniejsze od miar dla wariantu I i większe od miar z wariantu III. Miary zgodności w wariancie III przyjmują jeszcze mniejsze wartości, gdy porównywane są mapy uzyskane na podstawie symulacji z mapami powstałymi w wyniku pomiarów. W tym przypadku średnia  $S_{WB}$  jest równa  $0,013 \text{ m}^3\text{m}^{-3}$ , a średnia  $R.M.S$  wynosi  $1,69 \cdot 10^{-2} \text{ m}^3\text{m}^{-3}$ . Jednak każde porównanie jest bardziej miarodajne, gdy jest odniesione do danych rzeczywistych.



Tabela 11

Table 11

Miary zgodności danych zmierzonych i danych uzyskanych w wyniku symulacji na obiekcie w Brennej, uwzględniające położenie punktów  
Measures of agreement between measured data and data obtained from simulation on the object in Brenna, taking into account the location of points

		$S_{WB}$	$R.M.S$	$R_{max}$
		$[m^3m^{-3}]$	$[m^3m^{-3}]$	$[m^3m^{-3}]$
Wariant I Variant I	$z_2$	0,056	$6,58 \cdot 10^{-2}$	0,203
	$z_3$	0,043	$4,70 \cdot 10^{-2}$	0,103
	$z_4$	0,027	$3,19 \cdot 10^{-2}$	0,081
	<b>średnia mean</b>	<b>0,042</b>	<b><math>4,83 \cdot 10^{-2}</math></b>	<b>0,129</b>
Wariant II Variant II	$z_2$	0,031	$4,48 \cdot 10^{-2}$	0,174
	$z_3$	0,030	$3,63 \cdot 10^{-2}$	0,866
	$z_4$	0,035	$4,26 \cdot 10^{-2}$	0,121
	<b>średnia mean</b>	<b>0,032</b>	<b><math>4,13 \cdot 10^{-2}</math></b>	<b>0,127</b>
WariantT III porównany z danymi zmierzonymi Variant III compared with measured data	$z_2$	0,023	$3,66 \cdot 10^{-2}$	0,154
	$z_3$	0,017	$2,28 \cdot 10^{-2}$	0,067
	$z_4$	0,021	$2,65 \cdot 10^{-2}$	0,077
	<b>średnia mean</b>	<b>0,020</b>	<b><math>2,93 \cdot 10^{-2}</math></b>	<b>0,099</b>
Wariant III porównany z danymi odczytanymi z map powstałych z danych zmierzonych Variant III compared with data read from maps created from measured data	$z_2$	0,014	$2,00 \cdot 10^{-2}$	0,092
	$z_3$	0,011	$1,31 \cdot 10^{-2}$	0,031
	$z_4$	0,015	$1,75 \cdot 10^{-2}$	0,045
	<b>średnia mean</b>	<b>0,013</b>	<b><math>1,69 \cdot 10^{-2}</math></b>	<b>0,056</b>

$S_{WB}$  – średnia wartość bezwzględna różnic wartości zmierzonych i obliczonych;  $R.M.S$  – średni błąd kwadratowy;  $R_{max}$  – maksymalna różnica pomiędzy wartościami zmierzonymi i obliczonymi

$S_{WB}$  – mean absolute value of differences between measured and calculated values;  $R.M.S$  – mean quadratic error;  $R_{max}$  – maximum difference between measured and calculated values

W tabeli 12 porównano przedstawione miary zgodności ( $E_\tau$ ) rozkładów wilgotności w poszczególnych warstwach uzyskanych na podstawie prognozy czterema wariantami z rozkładem rzeczywistym. Miary te oraz ich średnie obliczono na podstawie zależności (20). Miary ( $E_\tau$ ) nie uwzględniają położenia punktów w modelowanej przestrzeni. W tabeli tej ukazano również średnie tych miar. Dla każdej warstwy stwierdzono, że wartości  $E_\tau^{WI}$  są największe, w następnej kolejności występują miary  $E_\tau^{WII}$ , potem  $E_\tau^{WIII}$  i najmniejsze dla wariantu IV. Przykładowo, miara zgodności  $E_\tau$  w warstwie  $z_2 = 7,5$  cm obliczona dla wariantu I jest w przybliżeniu czterokrotnie większa od miary zgodności  $E_\tau$  obliczonej dla wariantu IV, a  $E_\tau^{WI}$  dla  $z_3 = 12,5$  cm wynosi  $1,094 m^3m^{-3}$ , podczas gdy  $E_\tau^{WIV}$  w tej warstwie to jedynie  $0,270 m^3m^{-3}$ . W konsekwencji, obliczone średnie ze wszystkich warstw są największe dla wariantu I, następnie dla wariantu II,

potem III i najmniejsze dla wariantu IV. Stwierdzono ostatecznie, że najlepiej dopasowaną prognozę do danych rzeczywistych uzyskano, gdy do modelowania zastosowano wariant IV, następnie III, potem II, a najmniej dokładną prognozę otrzymano, gdy zastosowano wariant I.

Tabela 12  
Table 12

Miary zgodności rozkładu wilgotności uzyskanego na podstawie pomiaru i modelu dla czterech wariantów bez uwzględniania położenia punktów  
Measures of agreement of moisture distributions obtained on the basis of measurement and of the model, for the four variants, without taking into account the location of points

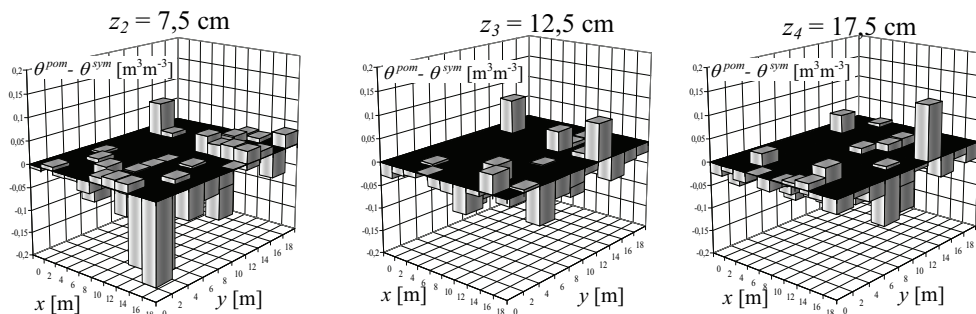
	$E_r^{WI}$ [m <sup>3</sup> m <sup>-3</sup> ]	$E_r^{WII}$ [m <sup>3</sup> m <sup>-3</sup> ]	$E_r^{WIII}$ [m <sup>3</sup> m <sup>-3</sup> ]	$E_r^{WIV}$ [m <sup>3</sup> m <sup>-3</sup> ]
$z_2 = 7,5$ cm	1,920	0,803	1,011	0,534
$z_3 = 12,5$ cm	1,094	0,891	0,542	0,270
$z_4 = 17,5$ cm	1,773	1,012	0,906	0,651
Średnia Mean	1,600	0,904	0,820	0,485

$E_r$  – miara dopasowania histogramu uzyskanego na podstawie obliczeń do histogramu uzyskanego na podstawie symulacji indeks  $^{WI}, ^{WII}, ^{WIII}, ^{WIV}$  – wariant I, II, III, IV

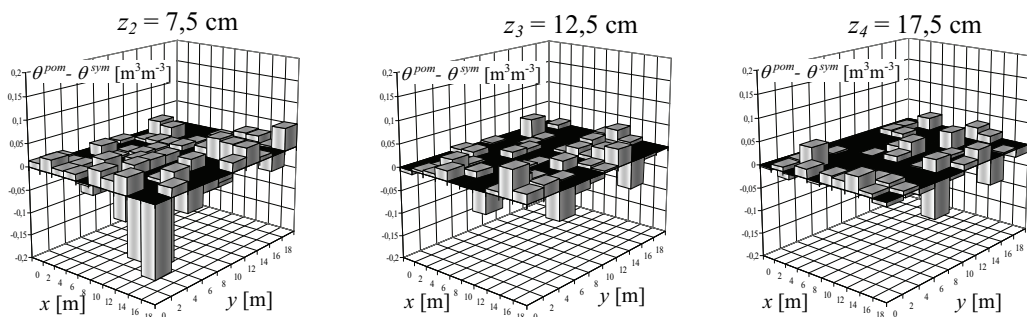
$E_r$  – measure of fitting of histogram obtained on the basis of calculations to histogram obtained on the basis of simulation index  $^{WI}, ^{WII}, ^{WIII}, ^{WIV}$  – variant I, II, III, IV

Rysunek 42 ilustruje przestrzenny rozkład różnic wilgotności zmierzonych w dniu 22 września i uzyskanych w wyniku symulacji. Potwierdza on spostrzeżenia zawarte w opisie wariantów II i III. Dodatkowo, można na jego podstawie stwierdzić, że dla wariantu II większość wilgotności uzyskana z symulacji jest w każdej z warstw zawyżona w stosunku do uzyskanych z pomiarów oraz wskazać te miejsca, w których to występuje. Natomiast w wariancie III w warstwie  $z_2 = 7,5$  cm jest odwrotnie, a dla  $z_3 = 12,5$  i  $z_4 = 17,5$  cm rozkład różnic jest w przybliżeniu symetryczny. Rysunek 43 dotyczy wariantu IV i przedstawia różnice rozkładu wilgotności wyznaczonego na podstawie pomiarów i rozkładu wilgotności uzyskanego z symulacji. W warstwie  $z_4 = 17,5$  cm (linia fioletowa), w zakresie wilgotności od ok.  $0,20 \text{ m}^3 \text{ m}^{-3}$  do ok.  $0,26 \text{ m}^3 \text{ m}^{-3}$  w przedziałach o szerokości  $0,1 \text{ m}^3 \text{ m}^{-3}$ , występuje mniejsza liczba wielkości zmierzonych od liczby wielkości otrzymanych z symulacji – podobnie w warstwach  $z_3 = 12,5$  cm (linia granatowa) i  $z_2 = 7,5$  cm (linia czarna), ale w zakresie od ok.  $0,29 \text{ m}^3 \text{ m}^{-3}$  do ok.  $0,35 \text{ m}^3 \text{ m}^{-3}$ . Natomiast w każdej warstwie, gdy wilgotność zmienia się od ok.  $0,27 \text{ m}^3 \text{ m}^{-3}$  do ok.  $0,29 \text{ m}^3 \text{ m}^{-3}$ , w przedziałach o tej samej szerokości, znajduje się zdecydowanie więcej wielkości zmierzonych niż uzyskanych w wyniku symulacji. Spostrzeżenia te potwierdza zaznaczona na rysunku 43, linią niebieską, średnia z różnic wilgotności.

Wariant II, Variant II

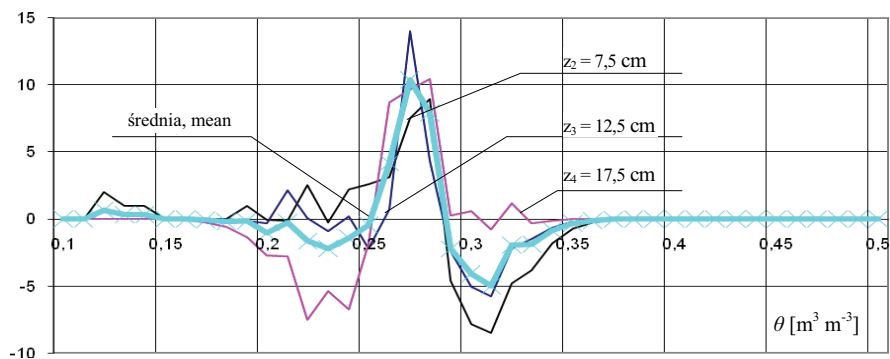


Wariant III, Variant III



Rys. 42. Różnice wilgotności uzyskanych z pomiarów i wilgotności z symulacji dla wariantów II i III

Fig. 42. Differences between measured and simulated soil moisture for variants II and III



Rys. 43. Różnice rozkładów wilgotności uzyskanych z pomiarów i wilgotności (wariant IV)

Fig. 43. Differences between measured and simulated soil moisture distribution (variant IV)

## PODSUMOWANIE I WNIOSKI

W pracy przeanalizowano przydatność techniki TDR do wyznaczania danych wejściowych w modelach ruchu wody w czynnej warstwie gleby użytku łąkowego. Podano przykłady: formułowania warunków początkowych, brzegowych, członu źródłowego oraz wyznaczania parametrów opisujących glebę. Następnie, wybrane dane wejściowe, wprowadzono do równania Richardsa, które rozwiązano, a wyniki symulacji komputerowych porównano z wynikami badań przeprowadzonych w warunkach naturalnych. Wykonane symulacje komputerowe, analizy statystyczne oraz badania terenowe pozwoliły na sformułowanie następujących wniosków.

1. Warunki początkowe w modelach prognozujących stosunki powietrzno-wodne w czynnej warstwie gleby na użytku łąkowym powinny być formułowane po wcześniejszym rozpoznaniu charakteru przestrzennego zróżnicowania wilgotności objętościowej. Wykorzystano w tym celu technikę TDR oraz metody geostatystyczne. Pozwoliło to na zbudowanie map, z których można oszacować wilgotność – również w tych punktach, w których nie prowadzono pomiarów. Daje to możliwość zastosowania dowolnego kroku przestrzennego podczas obliczeń numerycznych.

2. Wykazano przydatność techniki TDR do wyznaczania warunku brzegowego II rodzaju. Przeanalizowano dokładność zaproponowanej w pracy metody szacowania opadu netto przy zastosowaniu czujników polowych FP/ms oraz laboratoryjnych LP/ms. Stwierdzono, że w przypadku czujników FP/ms opad netto może być określany z błędem 20%, gdy dawka deszczu wynosi co najmniej 5 mm. Natomiast zastosowanie czujników typu LP/ms pozwala uzyskać większą dokładność dla mniejszych dawek. Błąd względny wynosi 10% już dla dawki opadu powyżej 1 mm. Zaproponowana metoda wymaga jedynie monitoringu wilgotności wierzchniej warstwy gleby.

3. W pracy przeanalizowano dokładność metody określania parowania z wolnej powierzchni gleby przy zastosowaniu czujników polowych i laboratoryjnych. Stwierdzono, że zastosowanie czujników polowych pozwala obliczyć parowanie z krokiem czasowym 12 godz., natomiast zastosowanie czujników laboratoryjnych – z krokiem czasowym  $\Delta t = 3$  godziny. Przy zastosowaniu tej metody nie jest wymagane wyznaczenie żadnego empirycznego współczynnika.

4. Wykazano przydatność techniki TDR do rozpoznania przestrzennego i czasowego rozkładu intensywności pobieranej wody przez korzenie roślin. Pozwala to na podanie w sposób precyzyjny członu źródłowego w równaniu Richardsa. Stosowanie tej metody również nie wymaga znajomości żadnego empirycznego współczynnika.

5. Stwierdzono przydatność techniki TDR do określenia przestrzennego zróżnicowania parametrów opisujących modelowany ośrodek. Zaproponowane procedury identyfikacyjne oraz zastosowane metody geostatystyczne pozwoliły na budowę metodą krigingu map parametrów.

6. Podczas modelowania należy uwzględnić przestrzenną zmienność warunków początkowych i brzegowych. Najlepsze rezultaty modelowania i tym samym najlepszą prognozę otrzymuje się, gdy dane wejściowe w równaniu Richardsa odczytane są z map po wcześniejszym przeprowadzeniu analizy geostatystycznej. Zadowalające rezultaty prognozowania otrzymano również wtedy, gdy równanie potraktowano jako jedną z klas stochastycznych równań różniczkowych. W tym przypadku warunek początkowy realizowano jako zmienną losową i uwzględniono losowy charakter parametrów opisujących glebę.

---

## PIŚMIENICTWO

- Anderson A.N., McBratney A. B., Crawford W. J.: 1998. Application of fractals to soil studies. *Adv. Agron.* 63, 1–76.
- Apul D., Gardner K., Eighmy T., Linder E., Frizzell T., Roberson R.: 2005. Probabilistic Modeling of One-Dimensional Water Movement and Leaching from Highway Embankments Containing Secondary Materials. *Environmental Engineering Science*, March, 22 (2), 156–169.
- Bac S., Rojek M.: 1990. Wyniki wieloletnich badań nad parowaniem z wolnej powierzchni wodnej, ewapotranspiracją potencjalną i parowaniem terenowym. *Zesz. Nauk. AR Kraków, Z. 27*, 157–163.
- Banach K., Kowalik P., Toczyłowska J.: 1983. Metodyka obliczania rzeczywistego parowania z bilansu wodnego gleb. *Zesz. Probl. Post. Nauk Rol.* 277, 250–260.
- Barnet V.: 1982. Elementy teorii pobierania prób. PWN, Warszawa.
- Belmans C., Wsseling J.G. and Feddes R. A.: 1983. Simulation model of the water balance of a cropped soil: SWATRE. *J. Hydrol.*, 63, 271–286.
- Biniak M.: 2004. Zmienność zasobów wodnych gleby pod powierzchnią nieporośniętą i trawiastą w okresie zimy 2002/2003. *Acta Agrophysica*, 3(1), 13–19.
- Blonquist J.M. Jr., Jones S.B., Robinson D.A.: 2005. A time domain transmission sensor with TDR performance characteristics. *Journal of Hydrology Vol: 314 Issue*, 1–4, 235–245.
- Brandyk T.: 1986. Modelowanie uwilgotnienia gleby torfowo-murszowej w systemie dwustronnego regulowania stosunków wodnych na użytkach zielonych. *Rocz. Nauk Rol., Seria F*, tom 81, Z. 3, 29–53.
- Brandyk T.: 1990. Podstawy regulowania uwilgotnienia gleb dolinowych. Wydawnictwo SGGW-AR, Rozprawy Naukowe i Monografie, Warszawa.
- Brandyk T., Skąpski K., Szatyłowicz J.: 1993. Zmienność przestrzenna właściwości fizycznych gleby. [w:] *Współczesne Problemy Melioracji* (Red. C. Somorowski). Wyd. SGGW Warszawa, 140–151.
- Bryś K.: 1998. Rola czynnika radiacyjnego w ewapotranspiracji. *Zesz. Nauk. AR Wroc., Inż. Środ.*, X, nr 349, 17–47.

- Bryś K., Bryś T.: 2001 Parowanie we Wrocławiu i jego zmienność w latach 1946–1995. *Rocz. AR Pozn. CCCXXIX, Melior. Inż. Środ.* 21, 17–33.
- Bykowski J., Szafranski Cz., Fiedler M.: 2001. Wpływ spulchniania na zmienność przestrzenną gęstości i uwilgotnienia gleb. *Zesz. Probl. Post. Nauk Rol.*, nr 477, 29–34.
- Cahil A.T., Ungaro F., Parlange M.B., Mata M., Nielsen R.D.: 1999. Combined spatial and Kalman filter estimation of optimal soil hydraulic properties. *Water Resources Research*, vol. 35, no. 4, 1079–1088.
- Czamara A.: 1998. Oddziaływanie wybranych urządzeń melioracyjnych na zasoby wód gruntowych. *Zesz. Nauk. AR Wroc. Nr 340, Rozprawy CLVII.*
- Chalfen M.: 1990. Jednowymiarowa filtracja ustalona – rozwiązania analityczne. *Zesz. Nauk. AR Wroc., Melior. XXXVI*, nr 192, 49–56.
- Crow T.W., Ryu D., Famiglietti J.S.: 2005. Upscaling of field-scale soil moisture measurement using distributed land surface modeling. *Advances in Water Resources* 28, 1–14.
- Dębowska U., Zawadzki J.: 2005. Analiza statystyczna i geostatystyczna zróżnicowania przestrzennego parametrów położenia warstw w NW części Gór Świętokrzyskich. *Przegląd Geologiczny*, vol 53, nr 4, 306–310.
- Dirksen C., Dasberg S.: 1993. Improved calibration of time domain reflectometry soil water content measurements. *Soil Sci. Soc. Am. J.*, Volume: 57, 660–667.
- Fedes R., Kowalik P., Zaradny H.: 1978. Simulation of field water use and crop yield. PUDOC. Wageningen.
- Fipps G., Skaggs R.W., Nieber J.L.: 1986. Drains as a Boundary Condition in Finite Elements. *Water resources research*, vol. 22 no. 11, 1613–1621.
- Genuchten van M.Th., Leil F.J., Yates S.R.: 1991. The RETC code for quantifying the hydraulic functions of unsaturated soils. EPA Research Report Nr EPA/600/2–91/065, Washington.
- Gimenez D., Allmaras R.R., Huggins D. R., Nater E.A.: 1997. Prediction of the saturated hydraulic conductivity-porosity dependence using fractals. *Soil Sci. Soc. Am. J.* 61, 1285–1292.
- Gnatowski T., Brandyk T., Szatyłowicz J.: 1996. Ocena zmienności przestrzennej właściwości fizycznych i wodnych gleby w skali nawadnianej kwatery. *Przegl. Nauk. Wydz. Melior. i Inż. Środ. SGGW*, 11, 129–136.
- Goldstein P., Skrzypek G.: 2004. Ukształtowanie powierzchni stropowej gliny zwałowej zlodowacenia Sanu 2 w centrum Wrocławia. *Przegląd Geologiczny*, vol. 52, nr 2, 160–166.
- Greenholtz D.E., Jim Yeh T.C., Nasch S.B. and Wierenga P.J.: 1988. Geostatistical analysis of soil hydrologic properties in a field plot. *J. Contam. Hydrol.*, nr 3, 227–250.
- Grego R.C., Vieira S.R., Antonio A.M., Della Rosa S.K.: 2006. Geostatistical analysis for soil moisture content under the no tillage cropping system. *Sci. agric. (Piracicaba, Braz.)* vol. 63, nr 4, 341–350.
- Hills R.G., Porro I., Hudson D.B. and Wierenga P.J.: 1989a. Modeling One-Dimensional Into Very Dry Soils, 1. Model Development and Evaluation. *Water Resources Research*. Vol. 25, No 6, 1259–1269.

- Hills R.G., Porro I., Hudson D.B. and Wierenga P.J.: 1989b. Modeling One-Dimensional Into Very Dry Soils, 2. Estimation of the Soil Water Parameters and Model Predictions Water Resources Research. Vol. 25, No 6, 1271–1282.
- Hills R.G., Hudson D.B., and Wierenga P.J.: 1992. Spatial variability at the Las Cruces trench site. In M.Th. van Genuchten et al. (ed.) Indirect methods for estimating the hydraulic properties of unsaturated soils. Univ. of California, Riverside, CA, 529–538.
- Husiman J.A., Sperl C., Bouten W., Verstraten J.M.: 2001. Soil water content measurements at different scales: accuracy of time domain reflectometry and ground-penetrating radar. *Journal of Hydrology* 245, 48–58.
- Isaaks E.H. and Srivastava R.M.: 1998. Spatial continuity measures for probabilistic and deterministic geostatistics. *Mathematical Geology*, vol. 20, nr 4, 313–341.
- Janik G.: 2001. Modelowanie układów automatycznej regulacji zwierciadła wody gruntowej. *Zesz. Nauk. AR Wroc., Inż. Środ.*, nr 413, 49–69.
- Janik G.: 2004. Badania nad zastosowaniem reflektometrii czasowej (TDR) do oceny opadu efektywnego. *Acta Agrophysica*, nr 4(2), 335–338.
- Janik G.: 2005a. Spatial variability of soil moisture in grassland. *Int. Agrophysics*, nr 19, 37–45.
- Janik G.: 2005b. Zastosowanie reflektometrii czasowej (TDR) do wyznaczania poboru wody przez masę korzeniową kukurydzy w końcowej fazie wegetacji. *Acta Agrophysica*, nr 6(2), 359–369.
- Janik G.: 2006. Dynamika wilgotności wierzchniej warstwy gleby jako informacja o intensywności parowania. *Acta Agrophysica*, nr 8(1), 103–117.
- Janik G., Tłaga T., Zadworna M.: Zastosowanie równania Richardsa do opisu ruchu wody w betonie autoklawizowanym. *Materiały II Międzynarodowej Konferencji Meliorantów i Inżynierów Środowiska zorganizowanej przez Instytut Inżynierii i Kształtowania Środowiska oraz Koło Naukowe Meliorantów im. prof. S. Baca, w dniach 28–29.04. 2006*, 81–89.
- Janik G., Miściorak M.: 2007. Badanie stabilności wariogramów stosowanych do oceny obszarowej zmienności wilgotności gleby. *Zesz. Probl. Post. Nauk Rol.*, z. 519, 107–115.
- Janik G.: 2007a. Diurnal dynamics of water intake by roots of celeriac. *Electronic Journal of Polish Agricultural Universities*, Volume 10, Issue 2.
- Janik G.: 2007b. Równanie Richardsa z losowym warunkiem początkowym. *Zesz. Probl. Post. Nauk Rol.*, z. 519, 95–105.
- Janik G., Reinhard T., Reinhard A.: 2007. Matematyczny model ruchu wody w obrębie korzeni kukurydzy. *Zesz. Probl. Post. Nauk Rol.*, nr 519, 117–126.
- Janik G.: 2008. Spatial variability of soil moisture as information on variability of selected physical properties of soil. *Int Agrophysics* 22, 35–43.
- Jaworski J.: 1990. Metody wyznaczania parowania terenowego i ich zastosowanie dla zlewni Wilgi. *Wiad IMGW*, t. XIII (XXXIV), nr 1–4, 21–43.
- Jeznach J.: 2005. Techniczne problemy nawodnień. *Post. Nauk Rol.* Nr 3/2005. 135–145.
- Kajewski J., Kowalski J.: 1990. Badania parametrów migracji wody w ośrodkach nienasyconych. *Zesz. Nauk. AR Wroc. Melior.* 34, nr 189, 13–19.



- Kaniszewski S., Rumpel J., Dyśko J.: 1999, Effect of drip irrigation and fertigation on growth and yield of celeriac (*Apium graveolens* L. var. *rapaceum*). *Vegetable Crops Res. Bull.*, 50, 31–39.
- Keim R.F., Skaugst A.E. and Weiler M.: 2005. Temporal persistence of spatial patterns in throughfall. *Journal of Hydrology*, Vol. 314, Issues 1–4, 263–274.
- Klinge R., Schmidt R., Folster H.: 2001. Simulation of water drainage of a rain forest and forest conversion plots using a soil water model. *Journal of Hydrology*, 246, 82–95.
- Komisarek J., Kozłowski M.: 2005. Zastosowanie modelu symulacyjnego SWAP do oceny bilansu wodnego gleby płowej zaciekowej falistej moreny dennej Pojezierza Poznańskiego. *Roczn. AR. Pozn., Rol. CCCLXV*, 223–231.
- Kossowski J., Usowicz B.: 2000. Charakterystyka pola wilgotności gleby przy różnej liczbie próbkowań, *Acta Agrophysica*, nr 38, 127–137.
- Kostrzewa S., Pulikowski K.: 1993. Oddziaływanie rzeki Odry na stosunki wodne przyległych gruntów ornyc. *Zesz. Nauk. AR Wroc., Inż. Środ. IV*, Nr 233, 345–360.
- Kowalik P.: 2001. *Ochrona środowiska glebowego*. Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa, s. 258.
- Kowalik P.: 2007. *Zarys fizyki gruntów*. Wyd. Politechniki Gdańskiej.
- Kowalski J.: 1998. *Hydrogeologia z podstawami geologii*. PWN, Warszawa.
- Kowanetz L.: 2004. Zakres zmienności parowania w zachodniej części Karpat polskich. *Współczesne Problemy Inżynierii Środowiska, III. Bilanse Wodne Ekosystemów Rolniczych*. Monografia pod red. M. Rojka, Wyd. AR Wroc., 63–78.
- Lamorski K., Walczak R.T.: 2002. Zastosowanie sieci neuronowych do wyznaczania wartości parametrów krzywej retencji wody w glebie. *Acta Agrophysica* 72, 78–88.
- Ledieu J., De Ridder P., De Clerc P., Dautrebande S.: 1986. A method of measuring soil moisture by time domain reflectometry. *Journal of Hydrology* 88, 319–328.
- Lipiec L.: 1983. Możliwości oceny przewodnictwa wodnego gleb na podstawie ich niektórych właściwości. *Problemy Agrofizyki*, 40, 50–75.
- Lipiec J., Kubota T., Iwama H., Hirose J.: 1998. Measurement of plant water use under controlled soil moisture conditions by the negative pressure water circulation technique. *Soil Sci Plant Natur.*, 34(3), 417–428.
- Łyczko W., Olszewska B., Pływaczyk L.: 2000. Porównanie metody TDR oraz metody suszarkowo-wagowej do określania uwilgotnienia różnych typów gleb w dolinie Odry. *Zesz. Nauk. AR Wroc., Inż. Środ. XI*, nr 385, 253–260.
- Maciejewski S.: 1993. Numerical and experimental study of solute transport in unsaturated soils. *Journal of Contaminant Hydrology*, 14, 193–206.
- Maciejewski S.: 1998. *Procesy przepływu rozpuszczonych w wodzie substancji w gruncie nienasyconym*. Wyd. IBW PAN, Gdańsk, 26.
- Maciejewski S., Zaradny H., Klotz D.: 1994. Zastosowanie stochastycznego opisu przepływu wody dla interpretacji zjawiska makrodyspersji w nienasyconych gruntach. *Rozpr. Hydr.*, Z. 58, 63–81.
- Malicki M.A.: 1990. A reflectometric (TDR) meter of moisture content in soils and other capillary-porous materials. *Zesz. Probl. Post. Nauk Rol.*, nr 388, 107–114.

- Malicki M.A.: 1999. Metodyczne zagadnienia monitoringu statusu wody w wybranych materiałach biologicznych. *Acta Agrophysica*.
- Malicki M.A.: 1996. Elektryczny pomiar wilgotności i zasolenia gleby z zastosowaniem techniki reflektometrycznej (TDR). *Zesz. Probl. Post. Nauk Rol*, nr 429, 215–229.
- Malicki M.A., Skierucha W.M.: 1989. A manually controlled TDR soil moisture meter operating with 300 ps rise-time needle pulse. *Irrig Sci* 10, 153–163.
- Mc Bratney A.B., Webster R. 1986. Choosing functions for semivariograms of soil properties and fitting them to sampling estimates. *J. Soil. Sci.*, 37, 617–639.
- Mioduszeński W.: 2006. Woda na obszarach wiejskich. *Woda, Środowisko, Obszary Wiejskie*, t. 6, z. 1 (16), 277–295.
- Mohanty B.P., Skaggs T.H., Famiglietti S.J.: 2000. Analysis and mapping of field-scale soil moisture variability using high-resolution, ground-based data during the Southern Great Plains 1997 (SGP97) Hydrology Experiment. *Water Resour. Res.*, Vol. 36, No 4, 1023–1031.
- Musiał E.: 2001. Modelowanie procesu ewapotranspiracji rzeczywistej i prognozowanie jego tendencji. *Zesz. Nauk. AR Wroc.*, 412, Rozprawy, CLXXXII.
- Musiał E., Rojek M.: 1990a. Wyniki badań nad modelowaniem ewapotranspiracji rzeczywistej na przykładzie trawnika. *Zesz. Nauk. AR Wroc. Melior.* XXXV nr 191, 51–58.
- Musiał E., Rojek M.: 1990b. Ocena zależności pomiędzy dobowym sumami ewapotranspiracji potencjalnej wg Penmana i parowania z wolnej powierzchni wody. *Zesz. Nauk. AR Wroc.*, 189, Melior. XXXIV, 165–172.
- Musiał E., Rojek M.: 1999. Zmienność współczynnika Bowena podczas sezonu wegetacyjnego ziemniaków średniopóźnych w latach o różnej wysokości plonów. *Folia Universitatis Agriculturae Stetinensis* 202, *Agricultura* 79, 165–169.
- Namysłowska-Wilczyńska B.: 2006. Geostatystyka, teoria i zastosowania. Oficyna Wydawnicza Politechniki Wrocławskiej.
- Nielsen D.R., Biggar J.W., and Erh K.T.: 1973. Spatial variability of field-measured soil-water properties, *Hilgardia*, 42, 215–260.
- Nobrio K.: 2001. Measurement of soil water content and electrical conductivity by time domain reflectometry: a review. *Computers and Electronics in Agriculture* 31, 213–237.
- Nosakiewicz A., Lipiec J.: 2002. Wpływ miejscowego zagęszczenia i uwilgotnienia gleby a wzrost i funkcjonowanie korzeni pszenicy. *Acta Agrophysica* 78, 199–208.
- Nyberg L.: 1996. Spatial variability of water content in the covered catchment at Gardsjon. Sweden, *Hydrol. Processes*, 10, 89–103.
- Nyc K., Pokładek R.: 2004. Rola eksploatacji systemu melioracyjnego w kształtowaniu zasobów małej retencji oraz poprawie jakości wód na przykładzie obiektu Miękinia. *Roczniki Akademii Rolniczej w Poznaniu*, CCCLVII, 413–424.
- Olszta W.: 1981. Badania dynamiki uwilgotnienia gleb, wzrostu traw i prognozowania nawodnień metodą modelowania matematycznego. *Rozprawa habil.* Wyd. IMUZ, Falenty, 3–119.

- Olszta W., Kowalski D.: 2005. Zintegrowany system zabezpieczeń przeciwoerozyjnych i ochrony wód terenów wyżynnych intensywnie użytkowanych rolniczo. *Acta Agrophysica* 121, Rozprawy i Monografie (4).
- Olszta W., Zaradny H.: 1991. Pomiarowe i obliczeniowe metody określania współczynnika przewodności hydraulicznej gleb przy niepełnym nasyceniu. *Materiały instruktażowe t. 95, IMUZ Falenty*.
- Olszta W., Zaradny H.: 2000 Scheduling of irrigations and drainage using numerical methods. *Int. Agrophysics*, 14, 73–81.
- Peck A.J.: 1983. Field variability of soil physical properties. *Advances in irrigation*. (Ed. D. Hillel), Academic Press, New York, 189–219.
- Pęczkowski G., Pływaczyk A., Orzepowski W.: 2001. Zmiany powietrzno-wodnych właściwości gleb w wyniku stosowania odpływu regulowanego. *Woda, Środowisko, Obszary wiejskie*. Wyd. IMUZ, T. 1, Z. 2, 127–136.
- Plagge R., Grunewald J., and Häupl P.: 1999. Application of time domain reflectometry to determine water content and electrical conductivity of capillary porous media. *Proc. 5th Symp. Building Physics in the Nordic Countries, Goteborg, Vasastaden AB*, 337–344.
- Pokładek R.: 2001. Skuteczność nawodnienia poprzez regulowanie odpływu. *Zesz. Nauk. AR Wroc.*, Nr 417, (Skrót pracy doktorskiej) 105–135.
- Porebska D., Sławiński C., Lamorski K., and Walczak R.T.: 2006. Relationship between van Genuchten's parameters of the retention curve equation and physical properties of soil solid phase. *Int. Agrophysics* vol. 20, nr 2, 153–159.
- Pływaczyk A., Kostrzewa S.: 1985. Die Gestaltung der Dränabflüsse aus den Tiefländern im Südwesten der VR Polen. *Rostocker Agrarwissenschaftliche Beiträge, Heft Rostock*, 15, 24–32.
- Pływaczyk L., Nawalny M., Gąsiorek E.: 1992. Matematyczne modelowanie zasilania kanału odwadniającego w warunkach przepływu naporowego. *Zesz. Nauk. AR Wroc.* 211, 207–225.
- Richards L.A.: 1931, Capillary conduction of liquids through porous mediums. *Physics*, Vol. 1, 118–133.
- Reinhard A.: 1992. Ruch wody glebowej w strefach saturacji i aeracji wywołany działaniem drenu w różnych warunkach atmosferycznych. *Zesz. Nauk. AR Wroc.*, Rozpr. Hab., Nr 103.
- Reinhard A.: 2001. Regulacja i matematyczne modelowanie ruchu wody w glebie. *Wyd. AR, Wrocław*.
- Reinhard A.: 2004. Estimating time steps for the method of finite differences based on verification of the water balance. *J. Water Land Dev.* No 8, 147–162.
- Reinhard T., Reinhard A.: 2005. Wybór kroku czasowego przy obliczaniu wilgotności gleby za pomocą modelu matematycznego symulującego nawodnienie kropkowe. *Zesz. Nauk. AR Wroc.*, Nr 520, 95–105.
- Reeves T.L., Smith M.A.: 1992. Time domain reflectometry for measuring soil water content in range surveys. *J. Range Manage.* 45, 412–414.
- Rojek M.: 1987. Rozkład czasowy i przestrzenny klimatycznych i rolniczo-klimatycznych bilansów wodnych na terenie Polski. *Zesz. Nauk. AR Wroc.*, Rozpr. 62.

- Ross P.J.: 1990. Efficient numerical methods for infiltration using Richard's equation. *Water Resour. Res.* 26, 279–290.
- Roth C.H., Malicki M.A., and Plagge R.: 1992. Empirical evaluation of the relationship between soil dielectric constant and volumetric water content as the basis for calibrating soil moisture measurements by TDR. *Journal of Soil Science* 43, 1–13.
- Rożek E.: 2005. Wpływ nawadniania na plonowanie selera listkowego (*Apium graveolens* var. *repaceum*). *Zesz. Nauk. AR Wroc.* Nr. 515, 471–476.
- Russo D.: 1986a. A stochastic approach to the crop yield-irrigation relationships in heterogeneous soils: I. Analysis of the field spatial variability. *Soil Sci. Soc. Am. J.* 50, 736–745.
- Russo D.: 1986b. A stochastic approach to the crop yield-irrigation water relationships in heterogeneous soils: II. Application to irrigation management. *Soil Sci. Soc. Am. J.* 50, 746–751.
- Russo D., Zaidel J., and Laufer A.: 1994. Stochastic analysis of solute transport in partially-saturated heterogeneous soil: I. Numerical experiments. *Water Resour. Res.* 30, 769–779.
- Russo D.: 1998. Stochastic analysis of flow and transport in unsaturated heterogeneous porous formation: effects of variability in water saturation. *Water Resour. Res.*, nr 34, 569–581.
- Rigby J.R., Porporato A.: 2006 Simplified stochastic soil-moisture models: a look at infiltration. *Hydrol. Earth Syst. Sci.*, 10, 861–871.
- Si B., Kachanoski R.G., Hang F., Parkin G.W. and Elrick D.E.: 1999. Measurement of Hydraulic Properties During Constant Flux Infiltration. *Soil Science Society of American Journal* 63, 793–799.
- Simunek J., Hopmans J.W., Nielsen D.R. and van Genuchten M. Th.: 2000. Horizontal infiltration revisited using parameter estimation. *Soil Sci.* 165 (9), 708–717.
- Skierucha W.: 2005a. Design and performance of psychrometric soil water potential meter. *Sensors and Actuators A* 118, 86–91.
- Skierucha W.: 2005b. Wpływ temperatury na pomiar wilgotności gleby metodą reflektometryczną. *Acta Agrophysica* 122, *Rozprawy i Monografie*, (5).
- Skierucha W.: 2000. Accuracy of soil moisture measurement by TDR technique. *International Agrophysics*, 14, 417–426.
- Skierucha W., Wilczek A., Walczak R.T.: 2004 Polowy system monitorowania parametrów fizykochemicznych gleb i gruntów. *Acta Agrophysica* 4(2), 533–545.
- Sławiński C., Sokołowska Z., Walczak R., Borówko M., Sokołowski S.: 2002. Fractal dimension of peat soils from adsorption and from water retention experiments. *Colloids and Surfaces A: Physicochemical and Engineering Aspects* 208, 289–301.
- Sławiński C.: 2003. Wpływ fizycznych parametrów gleby na wartość współczynnika przewodnictwa wodnego. (Badania modelowe). *Acta Agrophysica* 90, *Rozprawy i Monografie*.
- Sobczuk H.: 1998. Opis stanu fizycznego gleby jako ośrodka nieuporządkowanego na przykładzie krzywych retencji wodnej. *Acta Agrophysica* 11.
- Sobczuk H., Plagge R.: 2007. Timde Domain Reflectometry metod in environment al measurements, *Monografie Komitetu Inżynierii Środowiska, PAN*, vol. 39.

- Sobczuk H., Woroszyńska-Burzak A., Kowal A.: 2004. Pomiar wilgotności materiałów budowlanych metodą TDR. *Budownictwo energooszczędne. Materiały VII Konferencji Energetyków*, 2004, Kraków, 689–696.
- Sobczyk K.: 1987. Stochastic Models for Fatigue Damage of Materials. *Adv. Appl. Probab.* 19, *Fracture Mech.* 34 (2), 477–493.
- Sobczyk K.: 1991. Stochastyczne równania różniczkowe. *WN-T. Techn.*, Warszawa, s. 404.
- Somorowska U.: 2004. Ocena zapasów wody w strefie aeracji na podstawie pomiarów metodą reflektometryczną (TDR). *Acta Agrophysica*, nr 4(1), 169–176.
- Stapel Z.: 1993. Proces uwilgotnienia gleby jako przedmiot melioracji wodnych w ujęciu stochastycznym. *Wiadomości Instytutu Melioracji i Użytków Zielonych*. T. XVII, nr 4, 11–23.
- Szatyłowicz J., Brandyk T., Hewelke P., Skąpski K.: 1994. Zastosowanie modelu FLOCR do opisu ruchu wody w profilu gliny bardzo ciężkiej o zmiennej geometrii. *Roczniki Akademii Rolniczej w Poznaniu, CCLXVIII*, 183–195.
- Szulczewski W.: 1989. Matematyczny model określania strat wody z gleby porośniętej trawnikiem. *Zesz. Nauk. AR Wroc. Melior.* XXXIII, nr 181, 77–83.
- Szulczewski W.: 1990. Metoda matematyczna wyznaczania parametrów fizycznych gleby. *Zesz. Nauk. AR Wroc. Melior.* 34. nr 189, 21–28.
- Szulczewski W.: 2003. Modelowanie migracji zanieczyszczeń w nienasyconych gruntach i glebach. *Zesz. Nauk. AR Wroc.*, nr 466, *Rozprawy CCI*.
- Thomsen A., Hansen B., Schelde K.: 2000. Application of TDR to water level measurement. *Journal of Hydrology* 236, 252–258.
- Topp G.C., Davis J.L.: 1985. Time-domain reflectometry (TDR) and its application to irrigation scheduling. *Advances in Irrigation*, 3, 412–414.
- Topp G.C., Davis J.L., Annan A.P.: 1980. Electromagnetic determination of soil water content: measurements in coaxial transmission lines. *Water Resour. Res.*, 16(3), 574–582.
- Topp G.C., Watt M., Hayhoe H.N.: 1996. Point specific measurement and monitoring of soil water content with emphasis on TDR. *Can. J. Soil Sci.* 76, 307–316.
- Topp G.C., Reynolds W.D.: 1998. Time domain reflectometry: a seminal technique for measuring mass and energy in soil. *Soil & Tillage Research* 47, 125–132.
- Usowicz B.: 1999. Zastosowanie analizy geostatystycznej i teorii fraktali w badaniach wilgotności w profilu glebowym na polach uprawnych. *Acta Agrophysica*, nr 22, 229–243.
- Usowicz B., Usowicz Ł.: 2004. Punktowe pomiary wilgotności gleby a jej przestrzenny rozkład na polach uprawnych. *Acta Agrophysica*, nr 4(2), 573–588.
- Usowicz B.: 2001. Przewodność hydrauliczna ośrodka porowatego w ujęciu statystycznym. *Acta Agrophysica*, nr 53, 177–187.
- Usowicz B., Hajnos M., Sokołowska Z., Józefaciuk G., Bowanko G., Kossowski J.: 2004. Przestrzenna zmienność fizycznych i chemicznych właściwości gleby w skali pola i gminy. *Acta Agrophysica, Rozprawy i Monografie* 2004 (3).
- Vaulin M., Vieira S.R., Vachaud G., Nielsen D.R.: 1983. The use of cokriging with limited field soil observations. *Soil Sci. Soc. of Am. Journal*, 47 (2), 175–184.

- Vogel T., Gerke H.H., Zhang R., van Genuchten M.Th.: 2000. Modeling flow and transport in a two-dimensional dual-permeability system with spatially variable hydraulic properties. *J. Hydrol.* 238, 78–89.
- Walczak R.T., Sławiński C., Sobczuk H.A., Gliński J.: 1998. Aspekt hydrologiczny w modelu Euro-Access. (Agroclimatic change and European soil suitability). *Acta Agrophysica* 9.
- Walczykova M., Zagóra M., Aboud Z.: 2005. Zmienność przestrzenna gleby w aspekcie jej wybranych właściwości fizycznych. *Inż. Rol.* 10, 385–394.
- Wang J., Fu B., Qiu Y., Chen L., Wang Z.: 2001. Geostatistical analysis of soil moisture variability on Da Nangou catchment of the loess plateau, China. *Environmental Geology* 41, 113–120.
- Warrick A. and Nielsen D.R.: 1980. Spatial Variability of Physical Properties in the Field. [in:] *Applications of Soil Physics* (Ed. D. Hillel), Academic Press, New York, 319–344.
- Wasilewski M., Franczak E., Janik G.: 2005. Pomiar wilgotności gleby techniką TDR w warunkach niejednorodności ośrodka. Środowiskowe aspekty melioracji wodnych. Wyd. AR, Wrocław, Materiały I Międzynarodowej Konf. Mel. i Inż. Środ. zorganizowanej przez Instytut Inżynierii i Kształtowania Środowiska oraz Koło Naukowe Meliorantów im. prof. S. Baca, w dniach 14–15 kwietnia, 33–40.
- Webster R.: 1985. Quantitative spatial analysis of soil in the field. *Adv. Soil. Sci.* 3, 70.
- Webster R., Oliver M.A.: 1990. *Statistical Methods in Soil and Land Resource Survey*. Oxford University Press, Oxford, 316.
- Wilczek A., Skierucha W.: 2007. Metody pomiaru wilgotności gleby. Środowiskowe Aspekty Melioracji Wodnych. Materiały III Międzynarodowej Konferencji Meliorantów i Inżynierów Środowiska oraz Koła Naukowego Meliorantów im. prof. S. Baca w dniach 27–28 kwietnia, 205–212.
- Wosiewicz B., Sroka Z.: 1986. Komputerowe obliczenia filtracji dla budownictwa wodno-melioracyjnego. WN-T, Warszawa.
- Wosten J.H.M. van Genuchten M.Th.: 1988. Using texture and other soil properties to predict the unsaturated soil hydraulic functions. *Soil Sci. Soc. Am. J.*, 52, 1762–1770.
- Zaradny H.: 1987. Metody wyznaczania przewodności hydraulicznej w pełnym zakresie zmian zawartości wody w glebie. *Oprac. CPBR.* 10.8.7.1.A.59, 99.
- Zaradny H.: 1990. Matematyczne metody opisu i rozwiązań zagadnień przepływu wody w nienasyconych gruntach i glebach. *Prace IBW PAN*, nr 23, 367.
- Zhu J., Mohanty B.P.: 2002. Spatial Averaging of van Genuchten Hydraulic Parameters for steady-state Flow in Heterogeneous Soils. *Vadose Zone Journal* 1, 261–272.
- Zurzycki J., Michniewicz M.: 1977. *Fizjologia roślin*. PWRiL, Warszawa, s. 642.
- Żmuda R.: 2006. Funkcjonowanie systemu transportu fluwialnego w małej zlewni zagrożonej erozją wodną gleb. *Zesz. Nauk. AR Wroc.*, nr 544, Rozpr. CCXLIII.

- Żyromski A.: 2001. Czynniki agrometeorologiczne a kształtowanie się zasobów wodnych w glebie lekkiej z podsiąkiem wód gruntowych w okresie wiosennym. Zesz. Nauk. AR Wroc., Nr 404, Rozpr. CLXXVIII.
- Żyromski A.: 1990. Ocena związków między plonami i zasobami wodnymi gleby pod jęczmieniem jarym przy zróżnicowaniu okresów oraz warstw bilansowania. Zesz. Nauk. AR Wroc. nr 195, Melior, XXXVIII, 105–113.

# TDR TECHNIQUE IN MODELLING OF SOIL WATER MOVEMENT

## S u m m a r y

The author's intention was to achieve improvement in the accuracy of prediction of air-water relations in the surface horizon of soil. The objective was realized through the application of time-domain reflectometry (TDR) for more accurate determination of input data for mathematical models describing the movement of soil water. In the Richards equation, selection of the set of input data consists in the determination of the initial conditions, boundary conditions, and parameters characterising the modelled space. In certain cases it is also necessary to define the source element.

In the present study, the initial condition was formulated in four variants. In the first – after the adoption of certain simplifying assumptions – the Richards equation was reduced to a single dimension and the initial condition was defined on the basis of measurements of moisture by means of the TDR apparatus. In two successive variants three-dimensional cases were considered. In variant II – the initial condition was determined, as in variant I, on the basis of measurements of moisture at nodal points. In variant III, on the other hand, values of moisture were estimated from maps in which interpolation was performed with the method of kriging. In the fourth variant the equation was again treated as a mono-dimensional one, but the initial condition at the nodal points was realized as a random variable. The TDR technique was applied also for the estimation of the boundary conditions – in particular for the determination of the upper boundary condition of type II. A method was given for the estimation of net precipitation and of evaporation from bare soil surface. Moreover, the TDR technique was employed for the determination of the source element and of parameters characterising the modelled space that were formulated, as was the initial condition, in four variants. In variant I it was assumed that they were identical at each point of the modelled space and their values, for a given type of soil, were determined on the basis of literature data. The second method (variant II) consists in performing so-called calibration of water flow model for the Richards equation. The third and fourth methods, as in the case of the initial condition, consist in giving the values of the parameters in the form of maps (variant III) or in the form of a random variable (variant IV).

The final part of the work provides presentation of examples of the application of the mathematical model for the prediction of air-water relations in the surface horizon of soil under a meadow. For the purpose, the Richards equation was solved with input



data proposed in the present study. That resulted in four variants of the model, permitting the prediction of air-water relations in the surface horizon of the soil. The applicability of the models was analysed and verified using independent material obtained on the basis of a field experiment performed on a grassland in the locality of Brenna in the Silesian province.

Performed computer simulations, statistical analyses and field experiments permitted the conclusion that the initial conditions in the models predicting the air-water relations in the active horizon of the soil should be formulated after prior identification of the character of spatial variation of volumetric moisture. The application of TDR technique and geostatistical methods for the purpose permitted the creation of maps from which moisture can be estimated – also at points where no measurements were made. The author demonstrated also the applicability of the TDR technique for the determination of type II boundary condition and performed an analysis of the accuracy of the proposed method for the estimation of net precipitation with the use of field sensors, FP/ms, and laboratory sensors - LP/ms. It was found that the application of sensors type LP/ms permits obtaining greater accuracy (relative error of 10% for net precipitation dose above 1 mm). It was also demonstrated that the TDR technique is applicable for the identification of spatial and temporal distribution of the intensity of water uptake by plant roots. This permits for precise definition of the source element in the Richards equation. The applicability of the TDR technique for determination of spatial variability of parameters describing the modelled space was demonstrated as well.

Finally, it was found that the best results of modelling, and thus the best prediction, can be obtained when the input data in the Richards equation are read from maps after prior performance of geostatistical analysis. Satisfactory results can also be obtained when the equation is treated as a class of stochastic differential equations – i.e. when the initial condition is realized as a random variable or when the random character of parameters describing the soil is taken into account.

**Key words:** TDR technique, input data in Richards equation

# TECHNIKA TDR W MODELOWANIU RUCHU WODY GLEBOWEJ

## Streszczenie

Zamierzeniem autora była poprawa dokładności prognozowania stosunków powietrzno-wodnych w wierzchniej warstwie gleby. Cel ten zrealizowano poprzez zastosowanie reflektometrii domenowo-czasowej (TDR) do bardziej precyzyjnego wyznaczenia danych wejściowych w modelach matematycznych opisujących ruch wody glebowej. W równaniu Richardsa wyznaczenie kompletu danych wejściowych sprowadza się do określenia: warunków początkowych, brzegowych oraz parametrów charakteryzujących modelowaną przestrzeń. W niektórych przypadkach niezbędne jest również wyznaczenie członu źródłowego.

W niniejszej pracy warunek początkowy został sformułowany w czterech wariantach. W pierwszym – po przyjęciu pewnych założeń upraszczających – równanie Richardsa sprowadzono do jednego wymiaru i warunek początkowy określono na podstawie pomiarów wilgotności aparatem TDR. W dwóch następnych wariantach rozpatrzono przypadek trójwymiarowy. W II – warunek początkowy określono, podobnie jak w wariancie I, na podstawie pomiarów wilgotności w punktach węzłowych. Natomiast w III wartości wilgotności oszacowano z map, w których interpolację przeprowadzono metodą krigingu. W czwartym wariancie ponownie równanie potraktowano jako jednowymiarowe, ale warunek początkowy w punktach węzłowych realizowano jako zmienną losową. Technikę TDR zastosowano również do szacowania warunków brzegowych – w szczególności do ustalenia górnego warunku brzegowego II rodzaju. Podano sposób szacowania opadu netto oraz parowania z nieporośniętej powierzchni gleby. Ponadto technikę TDR wykorzystano do wyznaczania członu źródłowego oraz parametrów, charakteryzujących modelowaną przestrzeń, które sformułowano, podobnie jak warunek początkowy, w czterech wariantach. W I założono, że są one jednakowe w każdym punkcie modelowanej przestrzeni a ich wartości, dla danego typu gleby, określono na podstawie danych literaturowych. Drugi sposób (wariant II) polega na przeprowadzeniu tzw. kalibracji modelu przepływu wody dla równania Richardsa. Trzeci i czwarty sposób to, podobnie jak w przypadku warunku początkowego, podanie wartości parametrów w postaci map (wariant III) lub w postaci zmiennej losowej (wariant IV).

W końcowej części pracy przedstawiono przykłady zastosowania modelu matematycznego do prognozowania stosunków powietrzno-wodnych w wierzchniej warstwie gleby użytku łąkowego. W tym celu równanie Richardsa zostało rozwiązane z danymi

wejściowymi zaproponowanymi w niniejszej pracy. Powstały w ten sposób cztery warianty modelu pozwalającego prognozować stosunki powietrzno-wodne w wierzchniej warstwie gleby. Przydatność modeli przeanalizowano i zweryfikowano, wykorzystując niezależny materiał uzyskany na podstawie badań polowych na użytku łąkowym położonym w miejscowości Brenna w województwie śląskim.

Wykonane symulacje komputerowe, analizy statystyczne oraz badania terenowe pozwoliły stwierdzić, że warunki początkowe w modelach prognozujących stosunki powietrzno-wodne w czynnej warstwie gleby powinny być formułowane po wcześniejszym rozpoznaniu charakteru przestrzennego zróżnicowania wilgotności objętościowej. Wykorzystanie w tym celu techniki TDR oraz metod geostatystycznych pozwoliło na zbudowanie map, z których można oszacować wilgotność – również w tych punktach, w których nie prowadzono pomiarów. Wykazano również przydatność techniki TDR do wyznaczania warunku brzegowego II rodzaju. Przeanalizowano dokładność zaproponowanej w pracy metody szacowania opadu netto przy zastosowaniu czujników polowych FP/ms oraz laboratoryjnych LP/ms. Stwierdzono, że zastosowanie czujników typu LP/ms pozwala uzyskać większą dokładność (błąd względny wynosi 10% już dla dawki opadu netto powyżej 1 mm). Wykazano ponadto przydatność techniki TDR do rozpoznania przestrzennego i czasowego rozkładu intensywności pobieranej wody przez korzenie roślin. Pozwala to na podanie w sposób precyzyjny członu źródłowego w równaniu Richardsa. Wykazano również przydatność techniki TDR do określenia przestrzennego zróżnicowania parametrów opisujących modelowany ośrodek.

Ostatecznie stwierdzono, najlepsze rezultaty modelowania i tym samym najlepszą prognozę otrzymuje się, gdy dane wejściowe w równaniu Richardsa odczytane są z map po wcześniejszym przeprowadzeniu analizy geostatystycznej. Zadawalające rezultaty otrzymywane są również, gdy równanie to potraktowane jest jako jedna z klas stochastycznych równań różniczkowych – tzn., gdy warunek początkowy realizowano jako zmienną losową bądź uwzględniano losowy charakter parametrów opisujących glebę.

**Słowa kluczowe:** technika TDR, dane wejściowe w równaniu Richardsa