

Wydział Budownictwa Lądowego i Wodnego
Politechniki Wrocławskiej

**Wieloskalowe modelowanie numeryczne
współpracy zasypki z powłoką
w konstrukcjach gruntowo-powłokowych**

**Raport serii PRE nr 11/2015
Praca doktorska**

Maciej Sobótka

Słowa kluczowe:
konstrukcja podatna,
blacha falista,
histereza,
obciążenie ruchome,
optymalizacja kształtu

Promotor: prof. dr hab. inż. Dariusz Łydzba

Wrocław, wrzesień 2015

Autor (Autorzy):

1. mgr inż. Maciej Sobótka

Politechnika Wroclawska
Wydział Budownictwa Lądowego i Wodnego
Katedra Geotechniki, Hydrotechniki, Budownictwa Podziemnego i Wodnego
Wybrzeże Wyspiańskiego 27, 50-370 Wrocław
tel. +48 71 320 41 27
e-mail: maciej.sobotka@pwr.edu.pl

Raport został złożony w Redakcji Wydawnictw Wydziału Budownictwa Lądowego i Wodnego Politechniki Wrocławskiej we wrześniu 2015 r.

Lista odbiorców:	Recenzenci	2 egz.
	Promotor	1 egz.
	Autor	1 egz.
	CWiINT PW _r	1 egz.
	Archiwum W-2	2 egz.
	Razem	<hr/> 7 egz.

Podziękowania

Pragnę wyrazić wdzięczność wszystkim osobom, dzięki którym niniejsza praca powstała, w szczególności

Promotorowi, profesorowi Dariuszowi Łydzbie za przekazaną mi wiedzę, za ciągłe inspirowanie do twórczej pracy i za umiejętne wyznaczanie coraz bardziej ambitnych celów,

Recenzentom, profesorowi Lechowi Bałachowskiemu oraz profesorowi Czesławowi Machelskiemu za poświęcony czas i cenne uwagi.

Spis treści

1. Wstęp.....	9
2. Specyfika konstrukcji gruntowo-powłokowych.....	13
2.1. Budowa konstrukcji gruntowo-powłokowych	14
2.1.1. Powłoka.....	14
2.1.2. Posadowienie	16
2.1.3. Zasyпка gruntowa i nawierzchnia	17
2.2. Badania konstrukcji gruntowo-powłokowych.....	19
2.2.1. Zachowanie konstrukcji pod obciążeniem ruchomym	21
2.2.1.1. Most drogowy w Jeleniowie [94].....	21
2.2.1.2. Most drogowy w Niemczy [91]	22
2.2.1.3. Most kolejowy w Świdnicy [87].....	26
2.2.1.4. Przepust kolejowy w Krosownicach [71] [129] [130]	32
2.2.1.5. Inne badania	34
2.2.2. Efekty obciążeń zmiennych i długotrwałych.....	37
2.3. Modelowanie zachowania konstrukcji gruntowo-powłokowych.....	39
2.3.1. Powłoka.....	41
2.3.2. Zasyпка gruntowa	44
2.3.3. Strefa kontaktowa	44
2.3.4. Modelowanie zachowania konstrukcji pod działaniem obciążeń ruchomych.....	45
2.4. Podsumowanie.....	47
3. Cel i zakres pracy	50
4. Podstawy opisu sprężysto-plastycznego zachowania ośrodka gruntowego.....	53
4.1. Zbiórca układ równań teorii ośrodka ciągłego	54
4.1.1. Podstawowe oznaczenia i definicje	54
4.1.2. Równania ruchu	60
4.1.3. Równania konstytutywne sprężysto-plastyczności.....	61
4.1.3.1. Równania liniowej sprężystości.....	62
4.1.3.2. Podstawowe pojęcia plastyczności – przypadek jednoosiowy	63

4.1.3.3.	Funkcje charakterystyczne	67
4.1.3.4.	Reprezentacja geometryczna funkcji charakterystycznych ..	69
4.1.3.5.	Całkowanie związków sprężysto-plastyczności	72
4.1.4.	Warunki początkowe i brzegowe	74
4.2.	Modele konstytutywne gruntu zasypowego	75
4.2.1.	Model Coulomba-Mohra	76
4.2.1.1.	Parametry materiałowe dla modelu Coulomba-Mohra	77
4.2.1.2.	Przykłady obliczeniowe – podstawowe testy	80
4.2.2.	Model Coulomba-Mohra ze wzmocnieniem izotropowym	82
4.2.2.1.	Przykład obliczeniowy – test prostego ścinania	83
4.2.3.	Model „cap” ze wzmocnieniem gęstościowym	90
4.2.3.1.	Interpretacja parametrów modelu dla testu ściskania w edometrze	92
4.2.3.2.	Kalibracja parametrów modelu <i>double-yield</i> na podstawie zależności korelacyjnych	95
4.2.3.3.	Przykłady obliczeniowe	98
4.2.3.4.	Parametry modelu <i>double-yield</i> przy przyjęciu wykładniczej funkcji wzmocnienia	100
4.2.3.5.	Przykład obliczeniowy	102
4.2.4.	Podsumowanie	103
5.	Sformułowanie metody objętości skończonych w zagadnieniach sprężysto- plastyczności ośrodka gruntowego	105
5.1.	Podstawy MOS	107
5.1.1.	Dyskretyzacja obszaru zagadnienia	107
5.1.2.	Aproksymacja pochodnych przestrzennych	107
5.1.3.	Aproksymacja pochodnych czasowych	110
5.2.	Sformułowanie numeryczne programu <i>Flac</i>	110
5.2.1.	Sposób dyskretyzacji obszaru	110
5.2.2.	Procedura całkowania numerycznego	111
5.2.2.1.	Sformułowanie prawa ruchu dla węzłów	112
5.2.2.2.	Przyrostowa postać związku konstytutywnego dla komórek	116
5.2.2.3.	Sposób zapewnienia zbieżności rozwiązania	116

5.2.3.	Warunki początkowe i brzegowe.....	118
5.3.	Podsumowanie i uwagi.....	119
6.	Współpraca zasypki z powłoką z blachy płaskiej: modelowanie z wykorzystaniem zaawansowanych, nieliniowych modeli gruntu	121
6.1.	Model uproszczony – zasypka liniowo sprężysta	122
6.1.1.	Procedura symulacji.....	123
6.1.2.	Wyniki symulacji	128
6.1.3.	Podsumowanie i analiza wyników	129
6.2.	Model sprężysto-idealnie plastyczny z powierzchnią plastyczności Coulomba-Mohra	131
6.2.1.	Uwzględnienie pozornej kohezji C_ψ	133
6.2.1.1.	Analiza uzyskanych wyników	138
6.2.2.	Uwzględnienie historii obciążenia na etapie budowy.....	140
6.2.2.1.	Sposób 1	140
6.2.2.2.	Sposób 2.....	142
6.2.2.3.	Sposób 3.....	145
6.2.2.4.	Sposób 4.....	147
6.2.2.5.	Podsumowanie – porównanie uzyskanych wyników.....	149
6.2.3.	Podsumowanie	157
6.3.	Model Coulomba-Mohra ze wzmocnieniem typu odkształceniowego (<i>strain-hardening</i>)	158
6.3.1.	Dwuliniowa funkcja wzmocnienia dla kohezji c z ograniczeniem wartości górnej $c_{max}=15,0$ kPa.....	158
6.3.2.	Nieliniowa funkcja wzmocnienia dla kohezji c z ograniczeniem wartości górnej $c_{max}=15$ kPa.....	162
6.3.3.	Analiza wyników i podsumowanie	165
6.4.	Model ze wzmocnieniem gęstościowym (<i>double-yield</i>).....	171
6.4.1.	Liniowa funkcja wzmocnienia – $K=const$	171
6.4.2.	Wykładnicza funkcja wzmocnienia – $K\neq const$	178
6.4.3.	Podsumowanie i analiza wyników	182
6.5.	Podsumowanie i wnioski.....	184
7.	Współpraca zasypki z powłoką z blachy falistej: modelowanie wieloskalowe..	186
7.1.	Wieloskalowa analiza współpracy zasypki z powłoką.....	187

7.1.1.	Określenie parametrów zastępczych powłoki z blachy falistej	187
7.1.2.	Określenie modelu zastępczego kontaktu grunt-powłoka falista.....	188
7.1.2.1.	Test ścinania wzdłuż fali.....	188
7.1.2.2.	Test ścinania w poprzek fali.....	192
7.1.3.	Symulacje numeryczne 2D z parametrami zastępczymi	194
7.1.3.1.	Wyniki obliczeń	196
7.1.4.	Analiza wyników	198
7.1.4.1.	Względne przemieszczenia w strefie kontaktowej	199
7.1.4.2.	Wrażliwość rozwiązania na kąt tarcia w interfejsie.....	201
7.2.	Podsumowanie.....	202
8.	Optymalizacja kształtu konstrukcji gruntowo-powłokowych.....	204
8.1.	Procedura optymalizacji kształtu.....	205
8.1.1.	Podstawy sformułowania	205
8.1.2.	Algorytm optymalizacji kształtu powłoki.....	208
8.1.3.	Uwzględnienie obciążeń zmiennych (ruchomych).....	211
8.1.4.	Przykład realizacji procedury	212
8.2.	Wyniki optymalizacji dla różnych przypadków obciążenia.....	214
8.2.1.	Ciężar zasypki i obciążenie równomierne [136].....	214
8.2.2.	Obciążenie pojazdem o zdeteterminowanym ustawieniu.....	216
8.2.3.	Ruchome obciążenie pojazdem.....	218
8.3.	Podsumowanie.....	220
9.	Podsumowanie i wnioski końcowe.....	221
9.1.	Modelowanie współpracy zasypki z powłoką.....	221
9.1.1.	Wnioski praktyczne	223
9.2.	Optymalizacja kształtu powłoki	224
9.2.1.	Wnioski praktyczne	225
	Literatura.....	226
	Załącznik 1	237
	Załącznik 2.....	259
	Streszczenie po polsku.....	273
	Streszczenie po angielsku	275

1. Wstęp

Obiekty gruntowo-powłokowe to zwykle obiekty mostowe, składające się z powłoki, najczęściej ze stalowej blachy falistej, otoczonej odpowiednio zagęszczonym gruntem zasypowym. W zależności od zastosowania konstrukcja taka może być przykryta odpowiednią nawierzchnią drogową lub kolejową. Przykład tego typu budowli przedstawiono na fotografii poniżej (rys. 1.1).



Rys. 1.1. Obiekt mostowy o konstrukcji gruntowo-powłokowej pod linią kolejową;
źródło fotografii: <http://viacon.pl/pl/konstrukcje-multiplate#>

Do najważniejszych korzyści, płynących z zastosowania tej technologii należą [5] [7] [8]:

- stosunkowo niskie koszty budowy [35],
- krótki czas realizacji [19],

- bezobsługowa eksploatacja ze względu na brak łożysk czy urządzeń dylatacyjnych przy dosyć dużej trwałości, szacowanej na 50-60 lat [21] [108].

Mostowe konstrukcje gruntowo-powłokowe, ze względu na swoje zalety są obecnie często stosowane w praktyce [68] [72] [71] [74] [120] [144], zarówno w Polsce jak i na świecie. Wykonywane są w tej technologii mosty i wiadukty w ciągu dróg kołowych (np. [82] [88] [89] [91] [103]) oraz kolejowych (np. [4] [16] [87] [140]), a także przejścia ekologiczne dla zwierząt ([19] [57] [72] [99] [106] [144] [158] [161]), tunele [85], podziemne magazyny oraz liniowe obiekty komunalne, np. przewody kanalizacyjne [53]. Technologia ta jest także wykorzystywana do wzmacniania, naprawy, przebudowy istniejących obiektów w złym stanie technicznym [100] [102] [142] [151] [152].

Specyfika konstrukcji gruntowo-powłokowych polega głównie na współpracy zasypki gruntowej z powłoką stalową [17] [18] [53] [70] [82] [93] [110] [135] [136]. W prawidłowo wykonanych obiektach gruntowo-powłokowych udział zasypki w przenoszeniu obciążeń osiąga 80% [110]. Podatne powłoki, najczęściej z blach falistych, charakteryzują się bardzo niską sztywnością i wytrzymałością w stosunku do typowych elementów konstrukcyjnych w mostach tradycyjnych. Korzystny efekt współpracy zasypki z powłoką sprawia, że konstrukcje gruntowo-powłokowe są w stanie przenieść odpowiednie obciążenia użytkowe, zgodnie z ich przeznaczeniem.

Ze względu na swoją specyfikę obiekty gruntowo-powłokowe z jednej strony są coraz powszechniej stosowane, z drugiej zaś stanowią aktualną tematykę badań naukowych, co znajduje odzwierciedlenie również w niniejszej pracy.

Najważniejsze wyniki uzyskane w pracy

Zasadnicza część pracy skupia się na symulacjach numerycznych zachowania konstrukcji gruntowo-powłokowych pod działaniem obciążenia ruchomego. Rozważano w pracy dwa, jakościowo różne typy konstrukcji. Pierwszy z nich to obiekt mostowy z powłoką z blachy płaskiej, a drugi to budowla z blachy falistej. Uzyskane wyniki symulacji odniesiono do wyników badań *in situ*, przeprowadzonych na obiektach: w Niemczech – w ciągu drogi kołowej [9] [82] [96] oraz w Świdnicy – na linii kolejowej [87].

Dla pierwszego z wymienionych typów konstrukcji zrealizowano sekwencję obliczeń numerycznych przy przyjęciu różnych modeli konstytutywnych materiału zasypki. Już dla najprostszego z rozważanych modeli uzyskano w wynikach symulacji

„efekt histerezy” – tak dla pola przemieszczenia jak i naprężenia. Tym samym, zrekonstruowano w modelu numerycznym charakterystyczne cechy zachowania się konstrukcji gruntowo-powłokowej, zidentyfikowane wcześniej w badaniach *in situ* [91] (a także: [82] [87] [94]). We wspomnianym modelu numerycznym, opisanym już w [135] i stanowiącym punkt wyjścia dla niniejszej pracy, założono liniowo sprężysty model zasyпки i nieliniowy model kontaktu grunt-powłoka z ograniczeniem wartości naprężenia ścinającego zgodnie z warunkiem Coulomba. Wykazano w ten sposób, że efekt histerezy jest stowarzyszony z występowaniem poślizgów na granicy grunt-powłoka. Ponadto, przyjęcie bardziej złożonych modeli zasyпки pozwoliło zrekonstruować inne, poza histerezą, cechy zachowania konstrukcji, obserwowane na mostowych obiektach gruntowo-powłokowych. Zidentyfikowano właściwości gruntu, które determinują poszczególne efekty zachowania konstrukcji, takie jak przyrost sztywności konstrukcji w trakcie jej eksploatacji [18] [54] [82] [103], a także powolny proces osiadania bez wyraźnych zmian wartości sił wewnętrznych w powłoce [18] [103].

Przeanalizowano także wpływ sposobu zagęszczania zasyпки na zachowanie konstrukcji pod działaniem obciążenia ruchomego. Wykazano wrażliwość rozwiązania na sposób uwzględnienia w modelu numerycznym etapowej budowy obiektu, ogólniej mówiąc, historii obciążenia konstrukcji w wyniku jej zasypywania.

Symulacje zachowania się konstrukcji z powłoką z blachy falistej przeprowadzono dwuskalowo. W pierwszym etapie rozwiązano odpowiednio sformułowane zagadnienie brzegowo-początkowe w pierwszej skali („mikro”), tj. dla powtarzalnego, periodycznie, wydzielonego fragmentu blachy (pojedynczej fali) wraz z przylegającym do niej gruntem. Pozwoliło to, dla rozważanego zagadnienia, zidentyfikować model kontaktu i określić jego parametry efektywne. W drugim etapie przeprowadzono obliczenia w skali konstrukcji („makro”). Informacje uzyskane z obliczeń przeprowadzonych w pierwszej skali przeniesiono do skali konstrukcji poprzez uwzględnienie określonego wcześniej modelu zastępczego kontaktu oraz efektywnych parametrów mechanicznych powłoki oraz strefy kontaktowej grunt-powłoka. Podobnie jak w przypadku pierwszej z rozważanych budowli, wyniki obliczeń wykazały charakterystyczne cechy nieliniowego zachowania konstrukcji gruntowo-powłokowych, zidentyfikowane wcześniej w badaniach *in situ* [87].

Odrębnym zagadnieniem, rozważanym w pracy jest problem optymalizacji kształtu konstrukcji gruntowo-powłokowej. Przedstawiono procedurę stochastycznej optymalizacji z użyciem metody symulowanego wyżarzania [64] [65] [136]–[138]

i energetycznym warunkiem optymalności [61] [131] [136] [137]. Przedstawiono wyniki numeryczne dla różnych układów obciążenia oraz kinematycznych warunków brzegowych. Zaproponowano, ponadto, procedurę optymalizacji kształtu przy niezdefiniowanym położeniu obciążenia.

Zagadnienia omawiane w poszczególnych rozdziałach

Układ pracy jest następujący: w kolejnym rozdziale 2 podano najpierw podstawowe informacje na temat budowy konstrukcji gruntowo-powłokowych. Następnie przedstawiono aktualny stan wiedzy odnośnie badań tego typu konstrukcji, szczególnie w aspekcie ich zachowania pod działaniem obciążeń ruchomych. W dalszej kolejności skupiono się na przeglądzie dotychczas opublikowanych wyników modelowania numerycznego.

W rozdziale 3 sformułowano cel pracy.

W rozdziałach 4 i 5 nakreślono teoretyczne podstawy modelowania numerycznego zagadnień mechaniki. Zaprezentowano sformułowanie układu równań teorii ośrodka ciągłego. Omówiono wybrane modele konstytutywne gruntów. Przedstawiono sformułowanie metody objętości skończonych w zagadnieniach sprężysto-plastyczności ośrodka gruntowego.

W rozdziałach 6 i 7, stanowiących zasadniczą część pracy, zaprezentowano autorskie wyniki analiz numerycznych zachowania się konstrukcji gruntowo-powłokowych pod działaniem obciążenia ruchomego. Rozdział 6 poświęcono analizie zachowania mostu drogowego z powłoką z blachy płaskiej. W rozdziale 7 analizowana jest konstrukcja z blachy falistej, przeprowadzająca linię kolejową. Wyniki symulacji odniesiono do wyników badań [87] [91].

W rozdziale 8 zaproponowano procedurę optymalizacji kształtu konstrukcji gruntowo-powłokowych oraz przedstawiono autorskie wyniki obliczeń – optymalne kształty powłoki dla różnych układów obciążenia oraz kinematycznych warunków brzegowych.

Pracę kończy rozdział 9, w którym zawarto podsumowanie uzyskanych w pracy wyników oraz wnioski.

2. Specyfika konstrukcji gruntowo-powłokowych

Pierwsze przepusty o konstrukcji podatnej powstały pod koniec XIX w. w Stanach Zjednoczonych oraz w Rosji [53] [82]. Wykonywane były one głównie jako nitowane rury o przekroju kołowym otoczone gruntem. Konstrukcje gruntowo-powłokowe o większej rozpiętości, rzędu 8,0–16,0 m [82] rozwinęły się w latach 60. XX w. w Kanadzie i USA [113]. Obecnie, ze względu na swoje zalety i dosyć szybki rozwój sieci drogowej w Polsce, konstrukcje te zyskują coraz większe zainteresowanie i są często stosowane w praktyce [68] [71] [119] [144], a największe realizacje osiągają rozpiętość rzędu 25 m [84].

Specyfika zachowania mechanicznego konstrukcji gruntowo-powłokowych wynika z kilku zasadniczych faktów, które odróżniają te konstrukcje od innych technologii w mostownictwie. Otaczający powłokę grunt należy uznać za materiał konstrukcyjny, gdyż kluczową rolę w przenoszeniu obciążenia z nawierzchni mostu na podłoże odgrywa korzystny efekt współpracy zasypki z powłoką [9] [23] [82] [92] [106]. Co istotne, nieliniowe zachowanie gruntu, który stanowi materiał konstrukcyjny, determinuje nieliniową charakterystykę pracy całej konstrukcji. Skutkuje to m.in. tym, że zachowanie konstrukcji gruntowo-powłokowej zależy od historii obciążenia, w szczególności, od sposobu układania zasypki (np. [83]) czy czasu trwania eksploatacji [18] [54] [103].

Celem wprowadzenia w tematykę pracy, w kolejnych podrozdziałach omówiono podstawowe zagadnienia, związane z budową, specyfiką zachowania i modelowaniem konstrukcji gruntowo-powłokowych. W pierwszej kolejności podano podstawowe informacje odnośnie budowy obiektów gruntowo-powłokowych,

w szczególności opisano zwięźle stosowane materiały i kształty powłok, rodzaje ich posadowienia oraz sposób układania zasypki. W dalszej części nakreślono aktualny stan wiedzy odnośnie opublikowanych wyników badań konstrukcji gruntowo-powłokowych ze szczególnym akcentem, położonym na specyficzne cechy zachowania tych budowli pod działaniem obciążeń o zmiennym położeniu. Omówiono także wybrane aspekty modelowania konstrukcji gruntowo-powłokowych. W tym kontekście również skupiono szczególną uwagę na wynikach symulacji współpracy zasypki i powłoki w konstrukcjach, poddanych działaniu cyklicznego obciążenia ruchomego. Symulacje tego zachowania stanowią, bowiem, główny element niniejszej pracy.

2.1. Budowa konstrukcji gruntowo-powłokowych

2.1.1. Powłoka

Powłoki w podatnych konstrukcjach gruntowo-powłokowych wykonywane są zwykle ze stali, ale niekiedy wykorzystuje się także inne materiały, np. aluminium lub rury z tworzyw sztucznych [53] [82] [86]. Najczęściej stosuje się blachy faliste ze względu na ich zwiększoną, w stosunku do blach płaskich, podłużną sztywność giętą.

W przypadku obiektów o najmniejszych rozpiętościach, np. przepustów o małym świetle, powłoka o przekroju zamkniętym jest dostarczana na miejsce budowy w całości. Przykładem tego typu powłoki jest HelCor – stalowa powłoka spiralnie zwijana o średnicy od 0,3–3,6 m, wykonywana z blachy o grubości 1,5–3,5 mm, o geometrii fali 68×13, 100×20 lub 125×26 [53] [82] [86] [176]. W użyтым oznaczeniu pierwsza liczba oznacza długość fali, a druga jej wysokość, przy czym wielkości te wyrażono w milimetrach. Wspomniany typ powłoki produkowany jest w odcinkach o długości 6,0–8,0 m, a jeśli budowany obiekt jest szerszy, to wówczas stosuje się specjalne łączniki. Widok powłoki HelCor, użytej do budowy przepustu drogowego, przedstawia fotografia na rys. 2.1.



Rys. 2.1. Powłoka HelCor podczas zasypywania;
źródło fotografii: <http://viacon.pl/pl/rury-helcor>

Powłoki w większych obiektach, o rozpiętości powyżej 3,6 m wykonuje się z arkuszy blach, które łączą się na śruby. Przykładami powłok tego typu są MultiPlate oraz SuperCor [53] [82] [86] [174] [176]. Pierwszy z wymienionych rodzajów powłok pozwala budować obiekty o rozpiętości do ok. 12 m. Grubość blachy mieści się w zakresie 2,75–8,0 mm, a geometria fali to zwykle 150×50 lub 200×55. Fotografie powłoki MultiPlate podczas jej montażu przedstawiono na rys. 2.2 poniżej.



Rys. 2.2. Powłoka MultiPlate podczas montażu;
źródło fotografii: <http://viacon.pl/pl/konstrukcje-multiplate>

Powłoki SuperCor – o wysokim profilu (380×140) mają rozpiętość do 25,5 m, a grubość blachy mieści się w zakresie 3,5–8,0 mm [53] [82] [86] [175]. Przykład obiektu z powłoką tego typu przedstawiono na rys. 2.3.



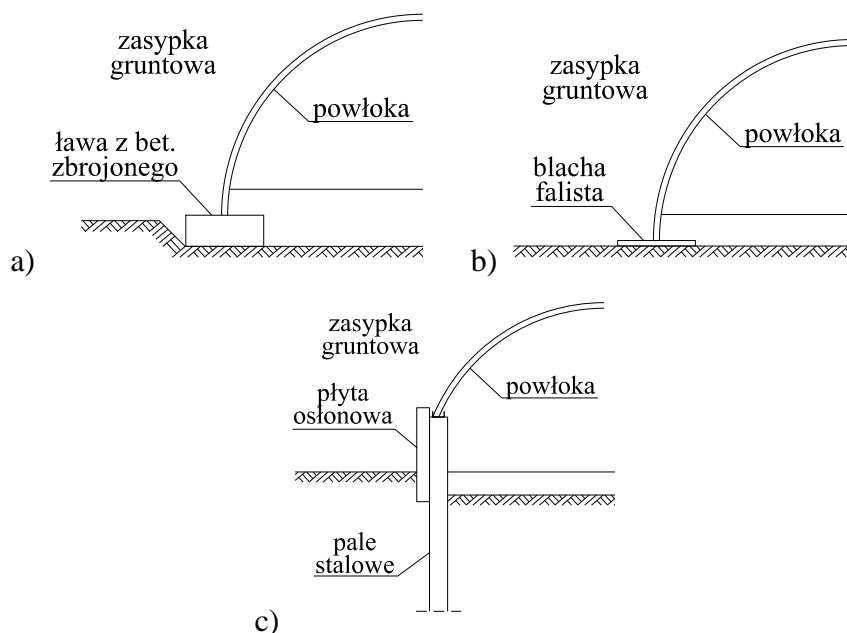
Rys. 2.3. Trzyprzęsłowy most gruntowo-powłokowy w ciągu obwodnicy Gniezna;
źródło fotografii: <http://viacon.pl/pl/konstrukcje-supercor>

2.1.2. Posadowienie

Powłoki o przekroju zamkniętym posadawia się bezpośrednio na podsypce z kruszywa [53] [82]. Alternatywnie, stosuje się powłoki o przekroju otwartym, a ich brzegi posadawia się na fundamencie. Stosuje się przy tym różne rodzaje fundamentów. W pracy [55] podano podział fundamentów powłok zamkniętych na trzy grupy:

- fundamenty masywne z betonu zbrojonego – ławy fundamentowe,
- liniowe podparcia podatne,
- na palach – posadowienie pośrednie.

Przykłady technologii posadowienia ilustruje rysunek 2.4.



Rys. 2.4. Przykłady posadowienia powłok o przekroju otwartym (na podst. [55]):

a) ława fundamentowa, b) podatne posadowienie liniowe, c) na palach stalowych

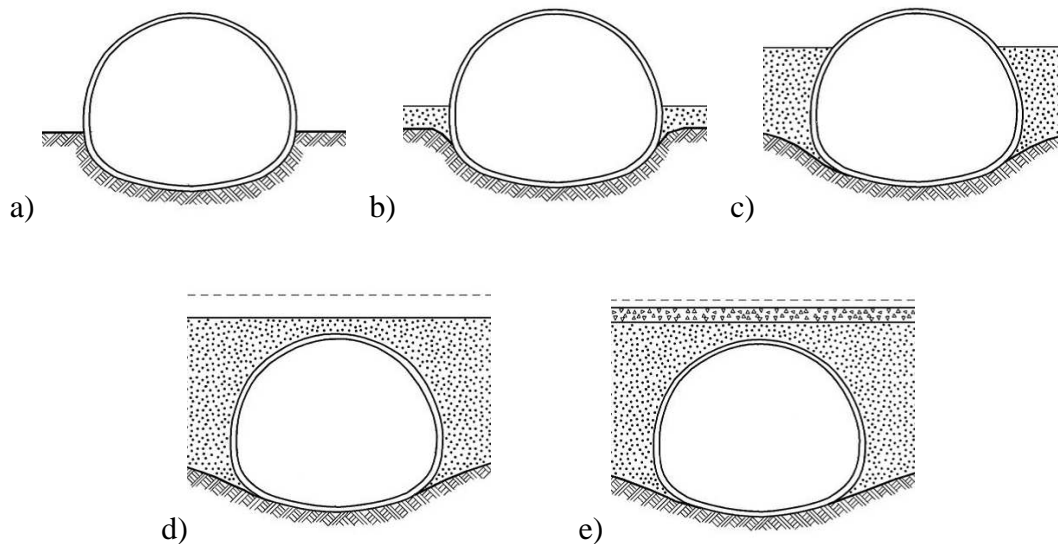
Na szczególną uwagę zasługują nowatorskie rozwiązania, obejmujące drugą z wymienionych wyżej grup. Należą do nich: posadowienia podatne pośrednie – grodzice stalowe zwieńczone oczepami stalowymi oraz ławy, wykonywane ze stalowych blach falistych [95] [145]. Stanowią one tańszą i łatwiejszą w wykonaniu alternatywę dla posadowień masywnych, zapewniając jednocześnie w zasadzie identyczne warunki pracy całej konstrukcji [159].

2.1.3. Zасыпка gruntowa i nawierzchnia

Jako zasypkę inżynierską stosuje się w omawianych konstrukcjach grunty gruboziarniste, kruszywo łamane lub kłińce [53]. Zасыпка, po prawidłowym jej zagęszczeniu, musi charakteryzować się odpowiednio dużą wodoprzepuszczalnością oraz odpowiednimi parametrami mechanicznymi. Najczęściej stosowane są żwir, mieszanki żwirowo-piaskowe, pospółki i piaski. Szczegółowe wymagania odnośnie materiału zasypowego podano m. in. w [53].

Zасыпка jest układana symetrycznie po obu stronach konstrukcji warstwami o miąższości 150–300 mm, które są zagęszczane powierzchniowo przy użyciu sprzętu takiego jak zagęszczarki płytowe, płyty wibracyjne lub walce [53] [82] [86] [111]. Podczas zasypywania zwraca się szczególną uwagę na zagęszczenie gruntu w strefie bezpośrednio przy powłoce. Użycie zbyt ciężkiego sprzętu może doprowadzić do zniszczenia powłoki, a z drugiej strony odpowiednie zagęszczenie gruntu ma duży

wpływ na prawidłową pracę konstrukcji na etapie eksploatacji ukończonego obiektu. Po ułożeniu zasyпки, w zależności od przeznaczenia konstrukcji, przykrywa się ją odpowiednią nawierzchnią drogową lub kolejową [53] [82] [86]. Prawidłowy sposób układania zasyпки przedstawiono na rys. 2.5.



Rys. 2.5. Etapy układania zasyпки (na podstawie [82] [94]):

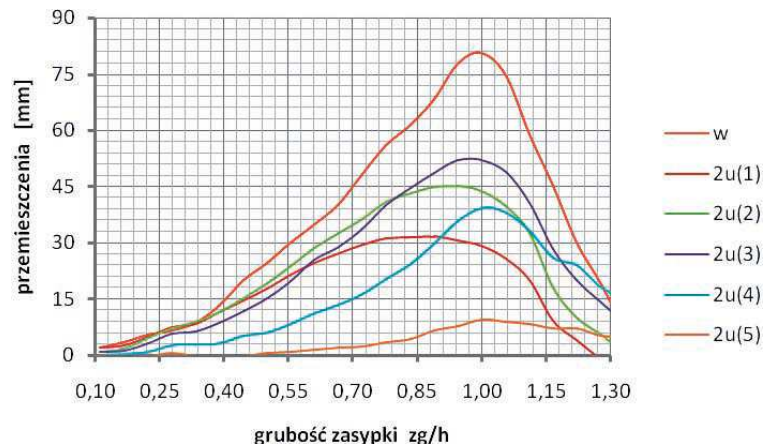
a) montaż powłoki, b), c), d) układanie i zagęszczanie kolejnych warstw zasyпки, e) układanie nawierzchni

Zasyпка gruntowa wraz z warstwami nawierzchni drogowej [8] w istotny sposób bierze udział w przenoszeniu obciążeń użytkowych. Z tego powodu sposób układania zasyпки jest ważnym czynnikiem, warunkującym wytworzenie prawidłowej współpracy zasyпки z powłoką.

W trakcie układania zasyпки powłoka początkowo wypiętrza się, kiedy jest zasypywana od boków, a następnie, po całkowitym jej przykryciu wypiętrzenie ulega redukcji, jednak zwykle nie powraca do wartości początkowej [15] [29] [53] [62] [67] [68] [82] [84] [86] [110] [111] (i inne). Innymi słowy, pewna dodatnia wartość wypiętrzenia zostaje po ukończeniu budowy. W ten sposób, podczas prawidłowego układania zasyпки uzyskuje się efekt wstępnego sprężenia powłoki [35] [83] [110] [111]. W konsekwencji, na etapie eksploatacji mostu, obciążenia użytkowe (w pewnym zakresie intensywności) powodują zmniejszenie tego wypiętrzenia, a – co za tym idzie – także momentu zginającego w kluczu powłoki [84].

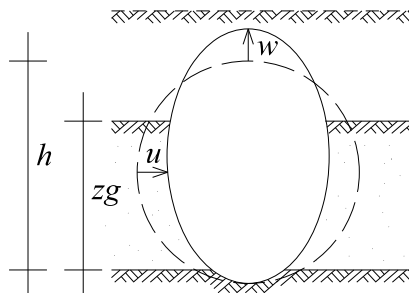
Stan budowy jest najbardziej niebezpiecznym stanem dla mostów gruntowo-powłokowych ze względu na wyętrzenie powłoki [56] [97] [160]. Z tego powodu, podczas zasypywania prowadzi się monitoring przemieszczeń powłoki [110] [111]. Pomiary służą do kontroli poprawności wykonania prac związanych z budową obiektu, a także oceny

bezpieczeństwa obiektu podczas ich wykonywania. Podstawowymi miarami deformacji powłoki są jej wypiętrzenie w kluczu oraz zwężenie w świetle poziomym [110]. Typowy wykres wypiętrzenia i zwężenia powłoki podczas zasypywania prezentuje rysunek poniżej.



Rys. 2.6. Wykres wypiętrzenia powłoki podczas układania zasypki [84]

Na wykresie z rys. 2.6 na osi poziomej odłożono względną wysokość zasypki gruntowej, a wartości osi pionowej odnoszą się do miar deformacji – przemieszczenia pionowego w kluczu w oraz zwężenia $2u$. Wszystkie wielkości zdefiniowano na rys 2.7.

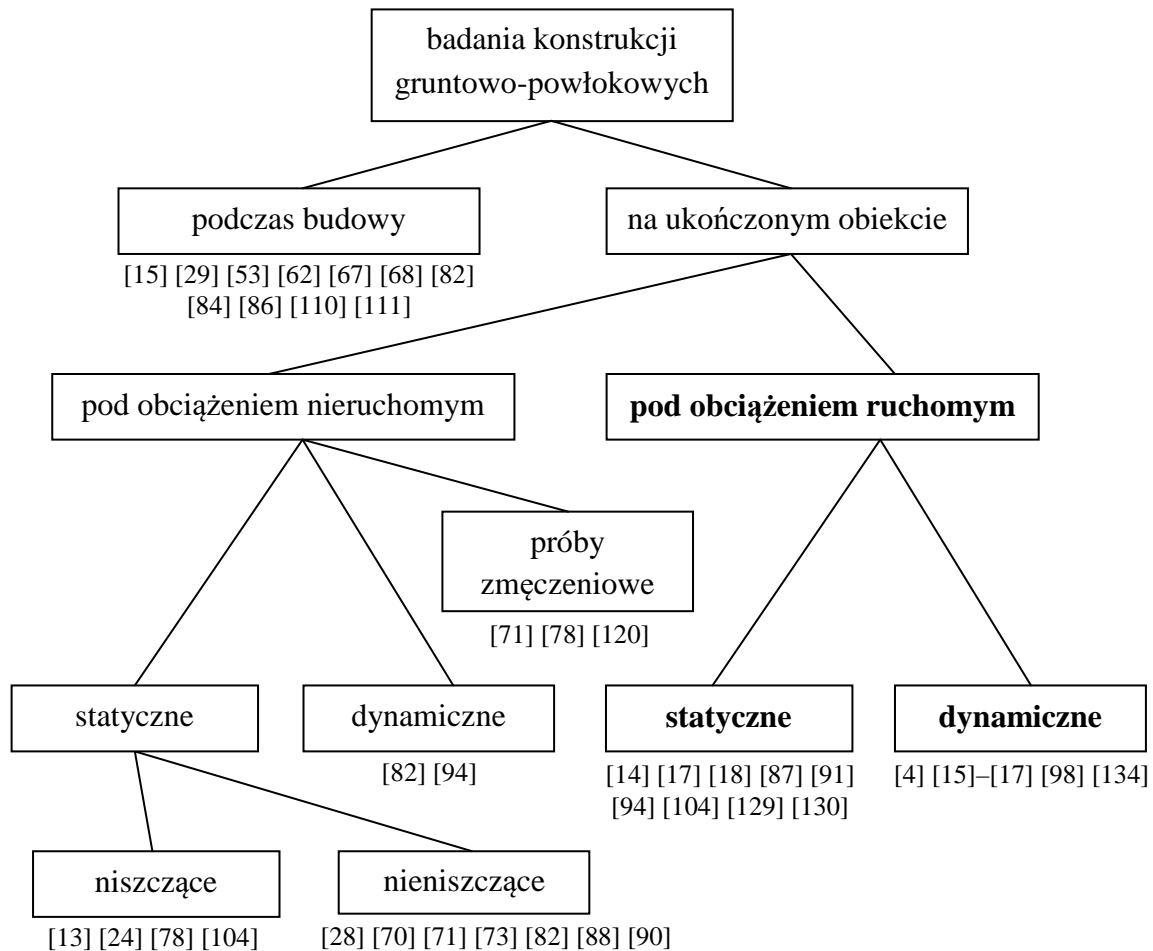


Rys. 2.7. Podstawowe miary deformacji powłoki, kontrolowane podczas jej zasypywania

2.2. Badania konstrukcji gruntowo-powłokowych

Podstawowym źródłem informacji o sposobie zachowania się konstrukcji są badania na rzeczywistych obiektach. Zdecydowana większość badań, opisanych w literaturze, polega na pomiarach przemieszczenia i naprężenia w wybranych punktach konstrukcji (głównie powłoki), ale niekiedy także innych wielkości, np. parcia gruntu na blachę [71]. Konstrukcje są testowane zarówno w fazie budowy, jak i eksploatacji, a ich głównym celem są obserwacje zachowania budowli pod działaniem różnego rodzaju

obciążeń. Klasyfikację badań ze względu na rodzaj rozważanego obciążenia zilustrowano schematem na rys. 2.8.



Rys. 2.8. Klasyfikacja badań ze względu na rodzaj rozważanego oddziaływania (wg autora)

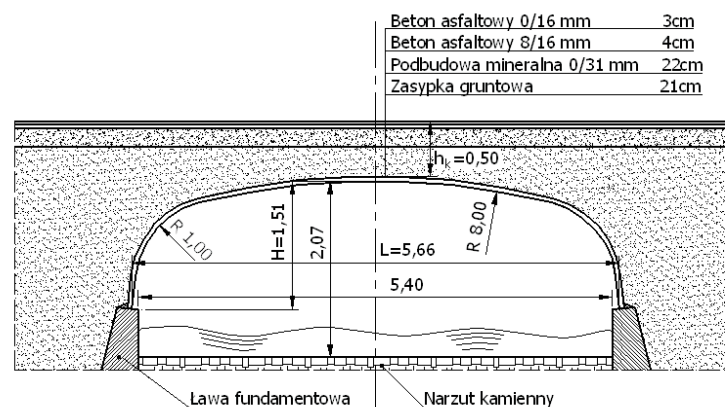
Badania konstrukcji przeprowadza się na obiektach włączonych w sieć komunikacyjną lub na specjalnie przygotowanych stanowiskach badawczych w skali rzeczywistej. Te ostatnie przeprowadza się w kontrolowanych warunkach bez przerywania ruchu. Zwykle, w takiej sytuacji wykonuje się wiele serii pomiarów, rozpoczynając od badania budowli na etapie jej wznoszenia, następnie analizując różne typy obciążeń i czas ich oddziaływania, a kończąc na sprawdzeniu nośności w badaniach niszczących. Tego typu duże przedsięwzięcia badawcze przeprowadzono m. in. w Polsce w Instytucie Dróg i Mostów w Żmigrodzie, a podsumowanie doświadczeń tam zdobytych przedstawiono w [160]. Przewagą badań przeprowadzanych na obiektach o faktycznym przeznaczeniu użytkowym jest możliwość uwzględnienia rzeczywistych warunków pracy i oddziaływań, dla przenoszenia których obiekty te są tworzone.

W kolejnych punktach rozdziału przedstawiono wybrane wyniki badań zachowania konstrukcji gruntowo-powłokowych. Ograniczono się przy tym do tych badań, do których odniesiono się w dalszej, zasadniczej części pracy, związanej z modelowaniem. Przedstawiono przede wszystkim wybrane wyniki badań zachowania konstrukcji pod działaniem obciążeń o zmiennym położeniu. W dalszej kolejności wskazano także cechy zachowania budowli, będące efektem jej eksploatacji w szerokiej skali czasu.

2.2.1. Zachowanie konstrukcji pod obciążeniem ruchomym

2.2.1.1. Most drogowy w Jeleniowie [94]

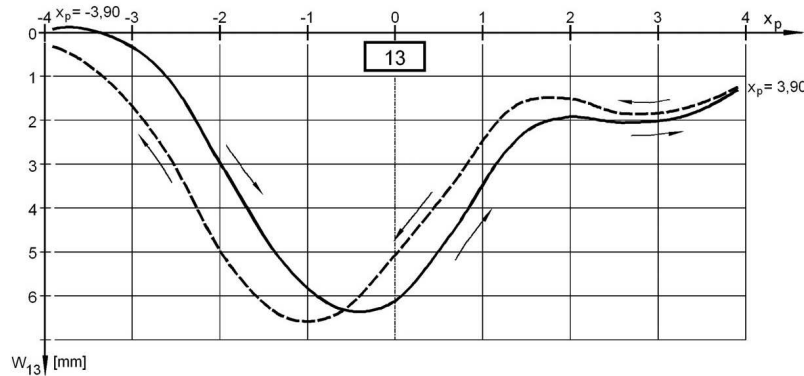
Jedno z kilku badań, opisanych w pracy [94] z 2005 roku, polegało na pomiarze ugięć powłoki mostu gruntowo-powłokowego pod obciążeniem ruchomym. Badany obiekt zlokalizowany był na zjeździe z drogi E-67 Wrocław-Kudowa w miejscowości Jeleniów [82] [88] [94] (rys. 2.9).



Rys. 2.9. Most drogowy w Jeleniowie [94]:

a) fotografia obiektu podczas badania, b) przekrój podłużny mostu

Program obciążenia składał się z czterech cykli powolnych przejazdów ciężarówki „tam i z powrotem” przez most. Samochód ciężarowy, stanowiący obciążenie, nie zawracał pomiędzy kolejnymi przejazdami. Tak więc, ustawienia obciążenia we wszystkich przejazdach powtarzały się. Nałożenie wyników, w postaci wykresów ugięcia uzyskanych dla przejazdu „tam” i z „powrotem” wskazało na ciekawą cechę badanej konstrukcji – wykresy te nie pokrywały się (rys. 2.10).



Rys. 2.10. Wykres ugięcia powłoki w kluczu podczas pojedynczego cyklu obciążenia (tj. przejazdu „tam i z powrotem”) [94]

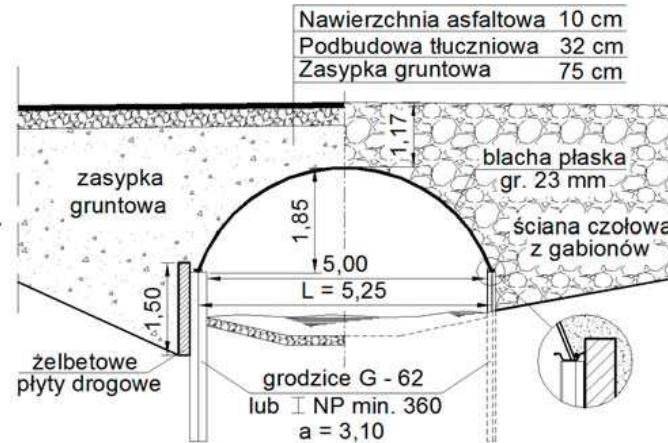
Uzyskany wynik, przedstawiony na rys. 2.10 – wykres ugięcia powłoki podczas pojedynczego cyklu obciążenia [94] dowodzi, że odpowiedź konstrukcji na obciążenie ruchome zależy nie tylko od lokalizacji i intensywności obciążenia, ale także od kierunku przejazdu. Odróżnia to badany typ konstrukcji od konstrukcji sztywnych, których zachowanie jest zasadniczo sprężyste.

Zgodnie z wiedzą autora wspomniany „efekt histerezy” zidentyfikowany został po raz pierwszy podczas opisanego wyżej badania [94]. Jednak tę charakterystyczną cechę zachowania stwierdzono także na innych obiektach, m. in. w Niemczy [91] i Świdnicy [87]. Bardziej szczegółowo „efekt histerezy” opisano i przeanalizowano w kolejnych podpunktach pracy na przykładzie wyników uzyskanych podczas badania dwóch ostatnich z wymienionych obiektów. Ich zachowanie jest również przedmiotem symulacji numerycznych, stanowiących główny element niniejszej pracy (rozd. 6 i 7).

2.2.1.2. Most drogowy w Niemczy [91]

Poddany badaniu obiekt mostowy, [91] to konstrukcja gruntowo-powłokowa jednoprzęsłowa o rozpiętości około 5,0 m, zbudowana jako most objazdowy w ciągu drogi krajowej nr 8 w pobliżu Niemczy [9] [82] [96]. Powłoka o przekroju w kształcie łuku kołowego wykonana została z blachy płaskiej grubości 23,0 mm. Powłokę oparto

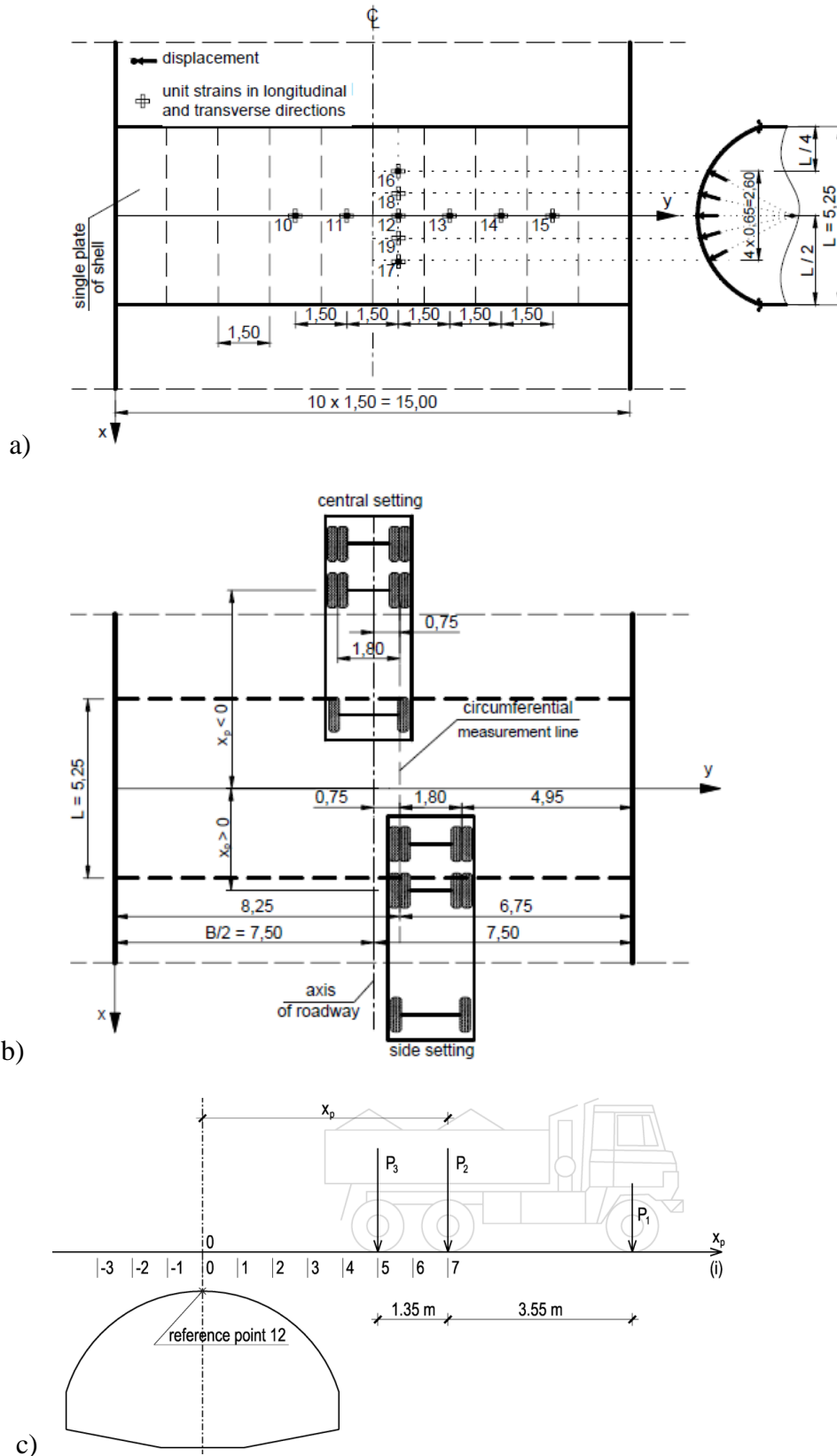
przegubowo na zwieńczeniu palisady z grodzic G-62/INP 360 w rozstawie 3,1 m. Minimalna grubość zasypki w kluczu wynosi 0,75 m, nie licząc nawierzchni. Podbudowę stanowi warstwa tłuczniwa o grubości 32 cm. Warstwę wiążącą o grubości 6,0 cm, jak również warstwę ścierną o grubości 4,0 cm wykonano z betonu asfaltowego. Pionowe ściany zostały osłonięte koszami gabionowymi. Jako zasypki użyto gruntu niespoistego, zagęszczonego co najmniej do wskaźnika zagęszczenia $I_s=0,98$. Przekrój podłużny mostu przedstawiono na rys. 2.11.



Rys. 2.11. Przekrój podłużny rozważanego mostu [9]

Przebieg testu

Badania, przeprowadzone na rozważanym moście, polegały na pomiarze przemieszczeń oraz naprężeń na dolnej powierzchni blachy pod obciążeniem ruchomym w postaci ciężarówki Tatra z wywrotką wypełnioną gruntem. Testy przeprowadzono na dwóch etapach budowy mostu, tj. przed i po ułożeniu nawierzchni. Dla obydwu etapów realizowano dwa programy obciążenia, tj. ustawienie centralne i boczne pojazdu na kierunku w poprzek mostu. Schemat przeprowadzonego badania – siatkę punktów pomiarowych, ustawienia pojazdu w poprzek i wzdłuż osi jezdni oraz siły przekazywane przez samochód na badany most – zaprezentowano na rysunku 2.12. Wartości sił przekazywanych przez poszczególne osie pojazdu na most wynosiły: $P_1=54,0$ kN (oś przednia pojazdu), $P_2=129,0$ kN (oś środkowa pojazdu) oraz $P_3=102,0$ kN (oś tylna).



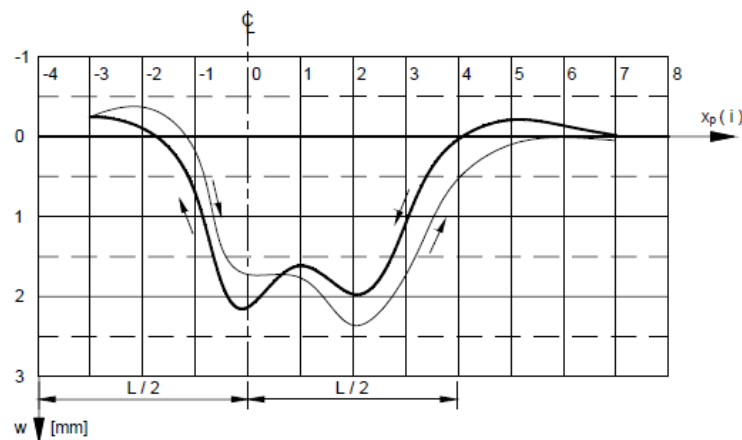
Rys. 2.12. Schemat przeprowadzonego testu:

- a) siatka punktów pomiarowych [91], b) ustawienia pojazdu w poprzek mostu [91],
 c) ustawienie pojazdu wzdłuż mostu przy $i=7$

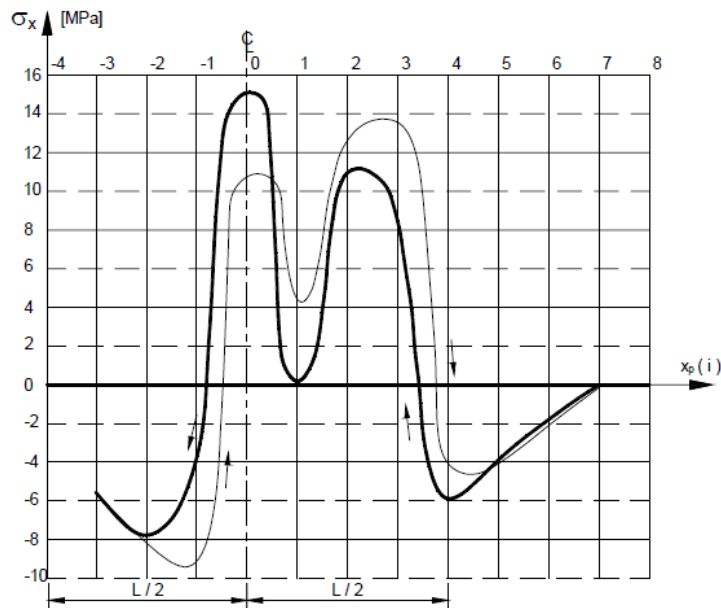
W każdym cyklu obciążenia ciężarówka przejeżdżała przez most najpierw na biegu wstecznym, w kierunku przeciwnym do zwrotu osi x (w lewo), a następnie przejeżdżała przez most po raz drugi, bez zawracania (w prawo). Przejazd odbywał się w sposób quasi-statyczny [82]. Wzdłuż osi jezdni wyznaczono punkty referencyjne, określające położenie środkowej osi pojazdu. Punkty te rozstawione były w odległości równej połowie dystansu pomiędzy drugą i trzecią osią pojazdu (rys. 2.12c). Zakres ruchu pojazdu podczas testu (pomiędzy skrajnymi położeniami obciążenia $i_{min}=-3$ oraz $i_{max}=7$) dobrano w taki sposób, aby uniknąć w wynikach efektu obciążenia przekazywanego od najbliższej, pierwszej osi pojazdu.

Wyniki

Wybrane wyniki badań [91] dla przypadku „SO”, tzn. przejazd centralny, bez nawierzchni, przedstawiono na rysunkach 2.13 i 2.14. Są to wykresy przemieszczenia pionowego oraz naprężenia na spodzie powłoki w jej kluczu (punkt pomiarowy nr 12). Oś pionowa wykresów odpowiada mierzonym wielkościom, natomiast na osi poziomej odłożono numery punktów referencyjnych, określających ustawienie obciążenia.



Rys. 2.13. Przemieszczenie pionowe w punkcie pomiarowym 12 [91]



Rys. 2.14. Napężenie normalne w dolnych włóknach powłoki na kierunku obwodowym – w punkcie pomiarowym 12 [91]

Cytowane za [91] wyniki, pokazane wyżej, przedstawiają wyraźne pętle histerezy. Gałęzie wykresów, odpowiadające kolejnym przejazdowi ciężarówki przez most, pierwotnemu i wtórnemu, są względem siebie rozsunięte. Kierunek i zwrot przesunięcia poszczególnych linii wykresów jest zgodny z kierunkiem i zwrotem ruchu obciążenia. Ponadto, różne są wartości ekstremów badanych wielkości, zarejestrowane podczas przejazdów w przeciwnych kierunkach. Pod każdą z osi pojazdu wartość ekstremum jest większa w tym z przejazdów, w którym dana oś przejeżdża ponad mostem jako druga. Ujmując to samo w nieco inny sposób, podczas przejazdu tylko w jedną stronę, przejazd drugiej osi ponad punktem pomiarowym powoduje wyraźniejszy skutek. Wyraża się to wyższą wartością ekstremum. Ponadto, pojedynczy przejazd tylko w jedną stronę generuje pewną niezerową wartość badanych wielkości, „pozostającą” po przejeździe. Natomiast zamknięty cykl obciążenia – przejazd i powrót – tworzą w zasadzie zamknięte pętle, zarówno dla przemieszczenia jak i napężenia. W przypadku wykresu przemieszczenia, pewna niewielka wartość ugięcia pozostaje również po całym cyklu obciążenia.

2.2.1.3. Most kolejowy w Świdnicy [87]

Testowaną konstrukcją był gruntowo-powłokowy most kolejowy o rozpiętości 15,0 m i wysokości $h=5,232$ m. Do jego budowy użyto powłoki stalowej SuperCor typu SC-19NA. Utworzona ona została z blachy falistej o grubości 7 mm i geometrii fali

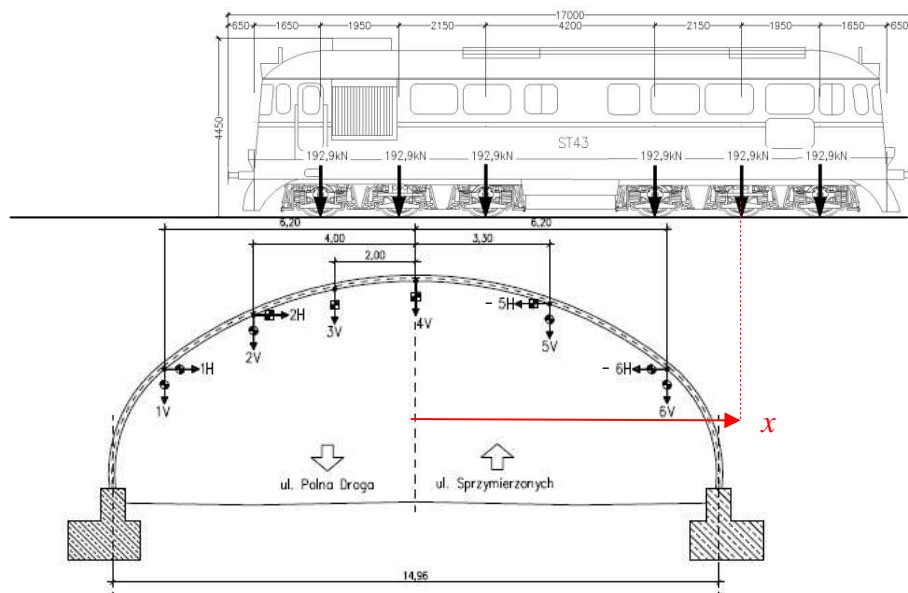
380×140 z nakładką o tym samym profilu. Górny promień krzywizny powłoki wynosi $R=9,930$ m. Minimalna łączna grubość zasypki nad kluczem powłoki wynosi $h_k=1,60$ m. Ujęto w tej wysokości zarówno grubość powłoki jak i typową nawierzchnię kolejową. Skarpy obiektu są nachylone. Szerokość górna powłoki wynosi $B_g=13,0$ m, a dolna $B_d=26,3$ m. Fotografie rozważanego obiektu mostowego zaprezentowano na rysunku 2.15.



Rys. 2.15. Widok obiektu podczas badań odbiorczych; źródło fotografii: [87]

Przebieg testu

Przeprowadzone na obiekcie badania w skali rzeczywistej [87] polegały na pomiarze przemieszczeń pionowych jV i poziomych jH w wybranych punktach pomiarowych (o numeracji $j=1,2,\dots,6$) w paśmie obwodowym powłoki pod osią toru. Schemat przeprowadzonego testu – lokalizację punktów pomiarowych oraz widok lokomotywy ST43, stanowiącej obciążenie mostu w rozważanym badaniu, zaprezentowano na rys. 2.16.



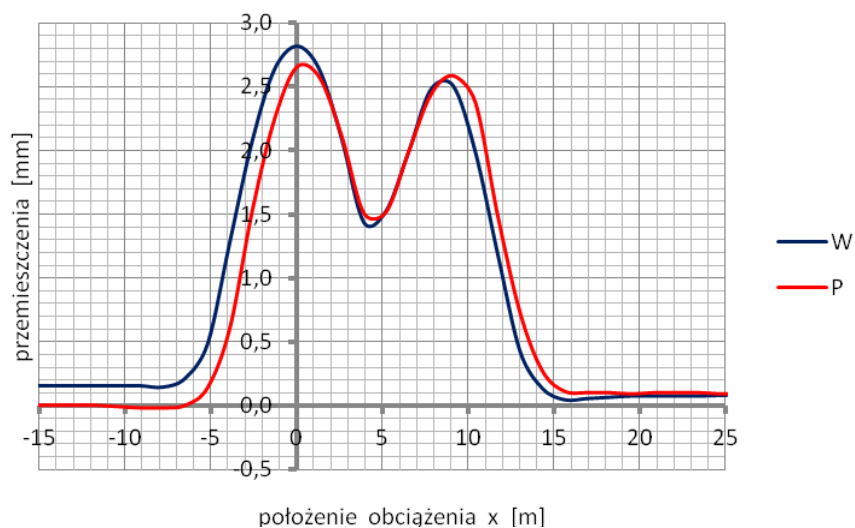
Rys. 2.16. Rozmieszczenie i oznaczenia punktów pomiarowych w paśmie obwodowym powłoki;
na podstawie: [87]

Program obciążenia zakładał, że lokomotywa przejeżdża najpierw przez most „do przodu” i następnie „do tyłu”. Do opisu położenia pojazdu na kierunku wzdłuż mostu, przyjęto odległość pomiędzy środkową osią przedniego wózka lokomotywy a osią obiektu. Odległość tę oznaczono na rys. 2.16 symbolem x i wyróżniono kolorem czerwonym. Pełny cykl obciążenia polegał na przejeździe pierwotnym i następującym po nim przejeździe wtórnym pomiędzy skrajnymi ustawieniami $x_{min}=-15,0$ m oraz $x_{max}=25,0$ m. Przejazd lokomotywy był przerywany po przemieszczeniu lokomotywy o ok. 1,3 m (co dwa podkłady) w celu dokonania odczytów na urządzeniach pomiarowych [87].

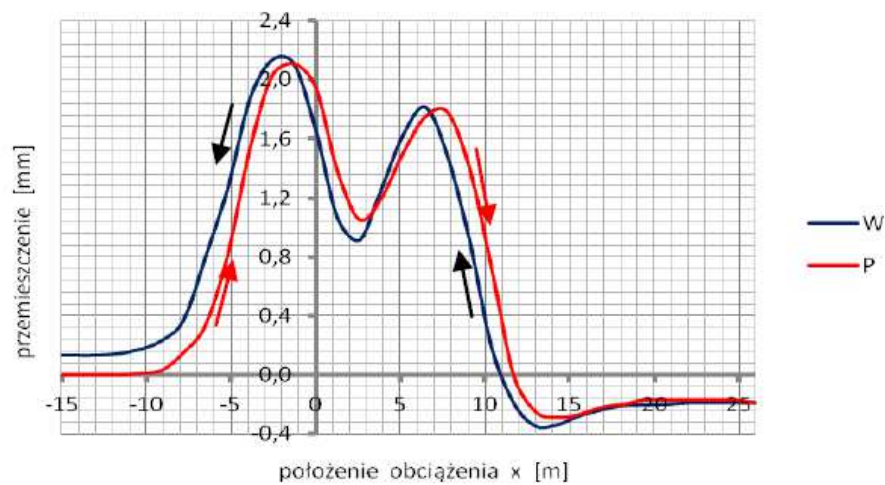
Wyniki

W pracy [87] zaprezentowano wyniki w zakresie przemieszczenia pionowego w punktach pomiarowych 2, 3, 4 i 5 oraz poziomego w p. 2 oraz 5. Wykresy przemieszczeń przy przejeździe pierwotnym (P) „do przodu” jak i wtórnym (W) „do tyłu” zaprezentowano poniżej. Dotyczą one schematu S2 – drugiego pełnego cyklu obciążenia, przeprowadzonego po identycznym pierwszym cyklu (schemat S1).

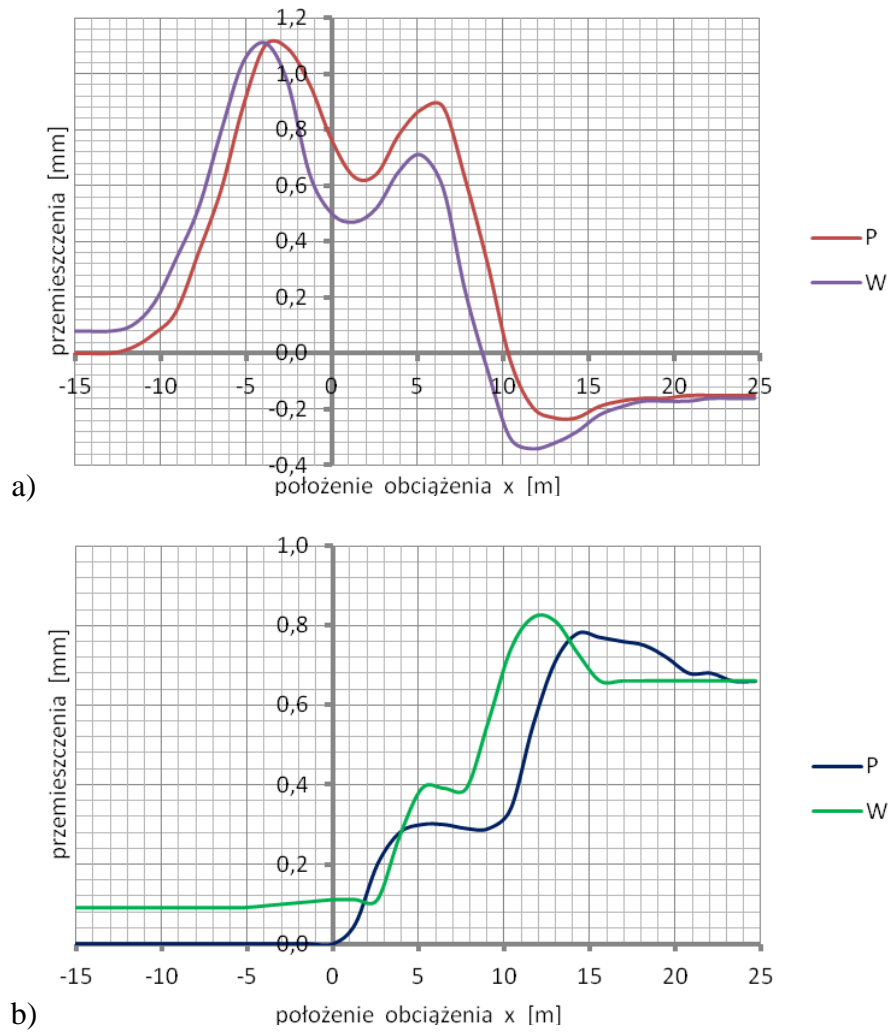
2. Specyfika konstrukcji gruntowo-powłokowych



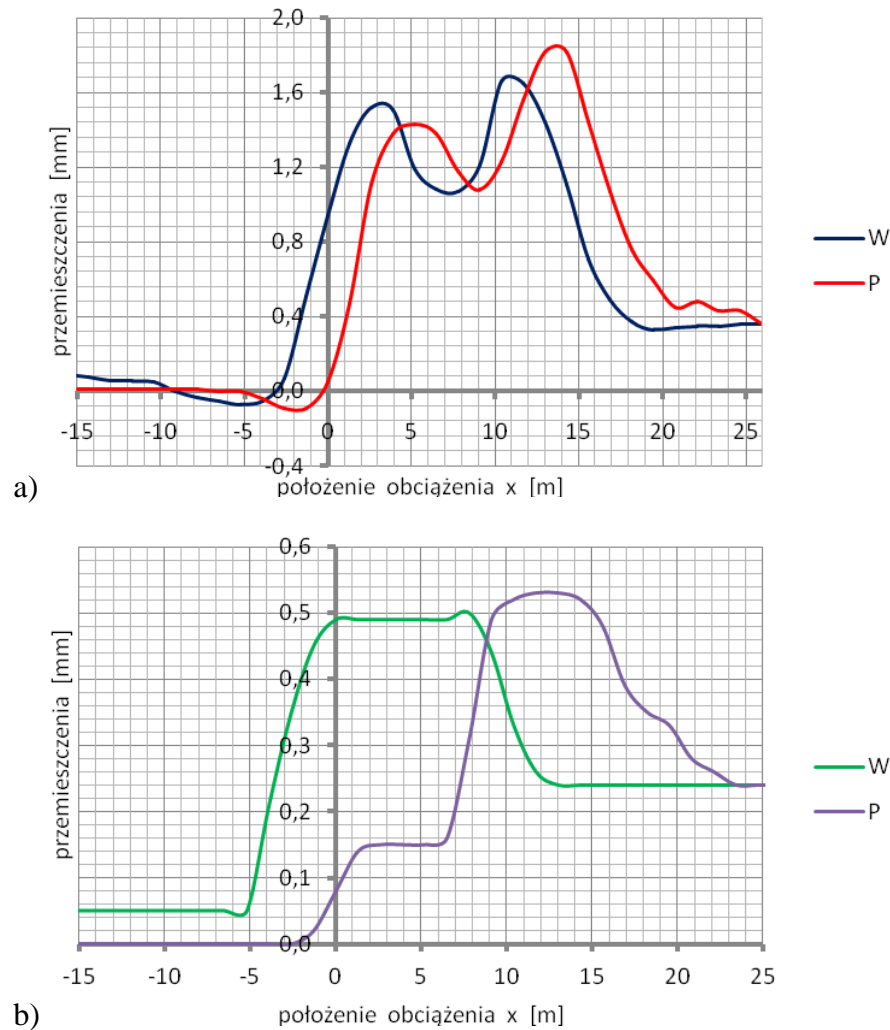
Rys. 2.17. Zmiany ugięcia powłoki w kluczu (przemieszczenie 4V) [87]



Rys. 2.18. Zmiany przemieszczenia 3V [87]



Rys. 2.19. Zmiany składowych przemieszczenia punktu 2 [87]:
a) 2V, b) 2H



Rys. 2.20. Zmiany składowych przemieszczenia punktu 5 [87]:

a) 5V, b) 5H

Przebiegi wykresów wykazują charakterystyczne przesunięcie linii przemieszczeń, zaobserwowane wcześniej na innych obiektach drogowych, tj. pętle histerezy [82] [91] [93] [135]. Ekstremalne przemieszczenia pionowe powłoki występują przy ustawieniu osi środkowych wózków lokomotywy w pobliżu rzędnej odpowiednich punktów pomiarowych. W zakresie przemieszczeń pionowych prawdziwe pozostają spostrzeżenia przedstawione wcześniej dla obiektu w Niemczech. Ponadto, w punktach 2 i 3, zlokalizowanych z lewej strony występują generalnie większe wartości ugięcia od obciążenia pierwszym wózkiem niż powstałe od drugiego. W przypadku punktu 5 po drugiej stronie względem osi obiektu sytuacja jest odwrotna. Podobny fakt dotyczy wartości przemieszczenia pozostającego po przejeździe „do przodu” w skrajnym położeniu lokomotywy $x_{\max}=25,0$ m [87].

Wykresy przemieszczeń poziomych w punktach 2 i 5 wskazują, że deformacja powłoki w kierunku poziomym rozpoczyna się w sytuacji, gdy wózek przedni

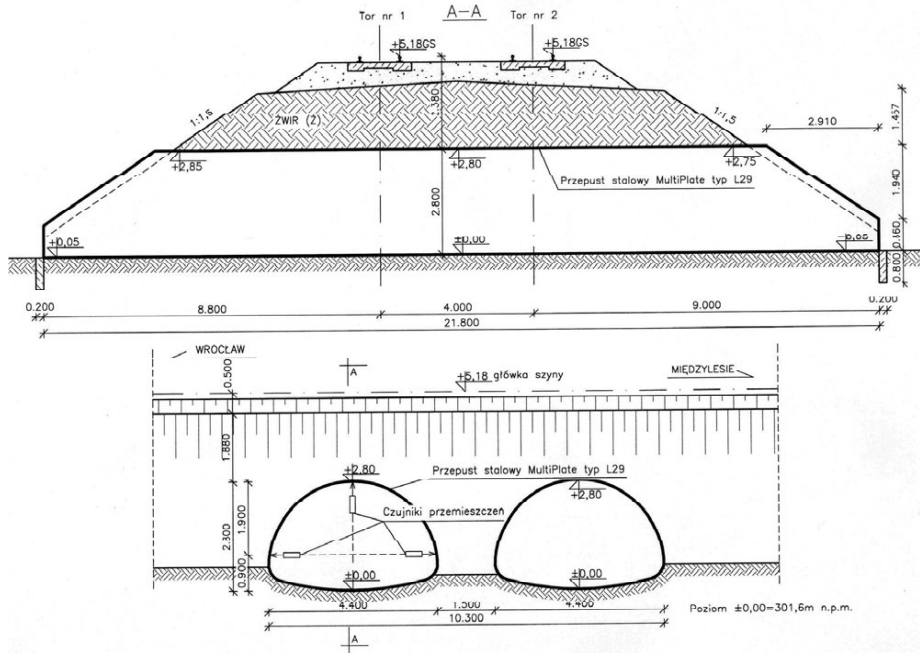
lokomotywy znajduje się mniej więcej nad kluczem powłoki ($x \approx 0$). Początkowo, przemieszczenia poziome punktów 2 i 5 są tego samego zwrotu, co oznacza, że powłoka w całości przemieszcza się zgodnie z kierunkiem przejazdu. Przemieszczenie to przyrasta dopóki lokomotywa znajduje się na moście. Dopiero, gdy całkowicie zjedzie ona z mostu ($x \approx 15$ m), następuje nieznaczna redukcja tego przemieszczenia. Po pełnym cyklu obciążenia (przejazd i powrót) wartości przemieszczenia powracają niemal całkowicie do pierwotnej wartości. Wzajemne przesunięcie gałęzi wykresów, odpowiadających przejazdowi pierwotnemu i wtórnemu jest zdecydowanie większe dla punktu 5 niż dla punktu 2.

Ciekawym spostrzeżeniem jest, że gdyby test rozpocząć od najazdu w przeciwnym kierunku (w lewo, jak dla obiektu w Niemczy), to przemieszczenie poziome zaczęłoby się zmieniać o wiele wcześniej niż w momencie przejazdu pierwszego wózka nad kluczem powłoki. Ponadto, występowałyby podczas przejazdu przemieszczenia poziome o przeciwnych zwrotach. Takie „uprzywilejowanie” jednego, preferowanego kierunku ruchu może wynikać z faktu, że po danym torze linii kolejowej pociągi poruszają się w zasadzie w jedną stronę.

2.2.1.4. Przepust kolejowy w Krosownicach [71] [129] [130]

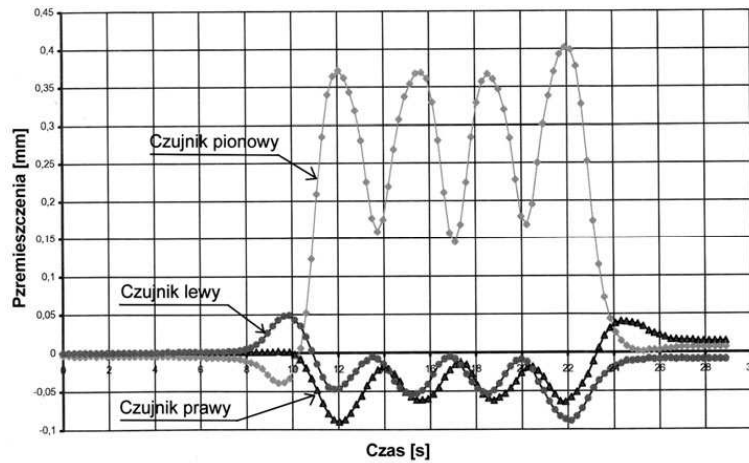
Choć histerezę po raz pierwszy stwierdził Machelski (2005), to podobne badania obiektów podatnych przeprowadzano już wcześniej. W pracach [129] [130] z 1998 opublikowano wyniki badania dwukomorowego przepustu, zlokalizowanego w nasypie dwutorowej linii kolejowej Wrocław-Międzylesie w miejscowości Krosownice (za [71]). Do budowy tego obiektu użyto powłoki o przekroju zamkniętym MultiPlate, typ L29 o prześwicie poziomym 4,4 m i pionowym 2,5 m. Powłokę wykonano z blachy o grubości $t=4,75$ mm i geometrii fali 150×50 mm. Szczegóły techniczne obiektu zaprezentowano na rys. 2.21.

2. Specyfika konstrukcji gruntowo-powłokowych

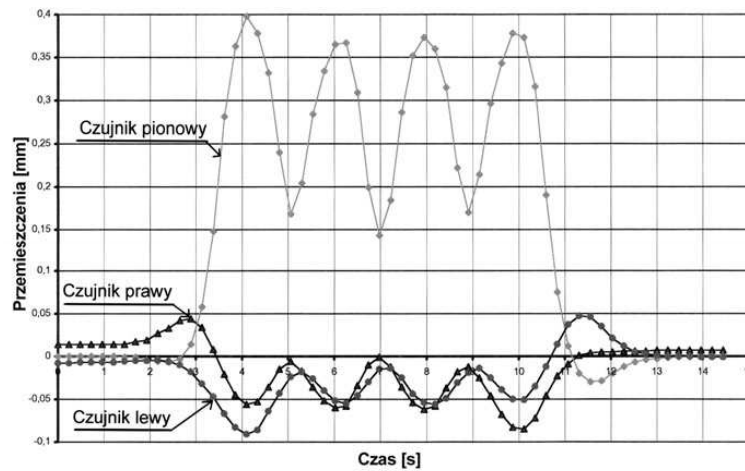


Rys. 2.21. Przekrój podłużny konstrukcji i widok wylotu obiektu w Krosownicach (za [71])

Badania pod obciążeniem w postaci lokomotywy przeprowadzono dla małych prędkości przejazdu, rzędu 10 km/h. Wyniki zarejestrowanych wielkości przemieszczeń powłoki podczas kolejnych przejazdów w przeciwnych kierunkach przedstawiono na rys. 2.22 oraz 2.23.



Rys. 2.22. Wykres przemieszczeń podczas pierwszego przejazdu lokomotyw z prędkością 10 km/h (za [71])



Rys. 2.23. Wykres przemieszczeń podczas drugiego przejazdu lokomotyw z prędkością 10 km/h (za [71])

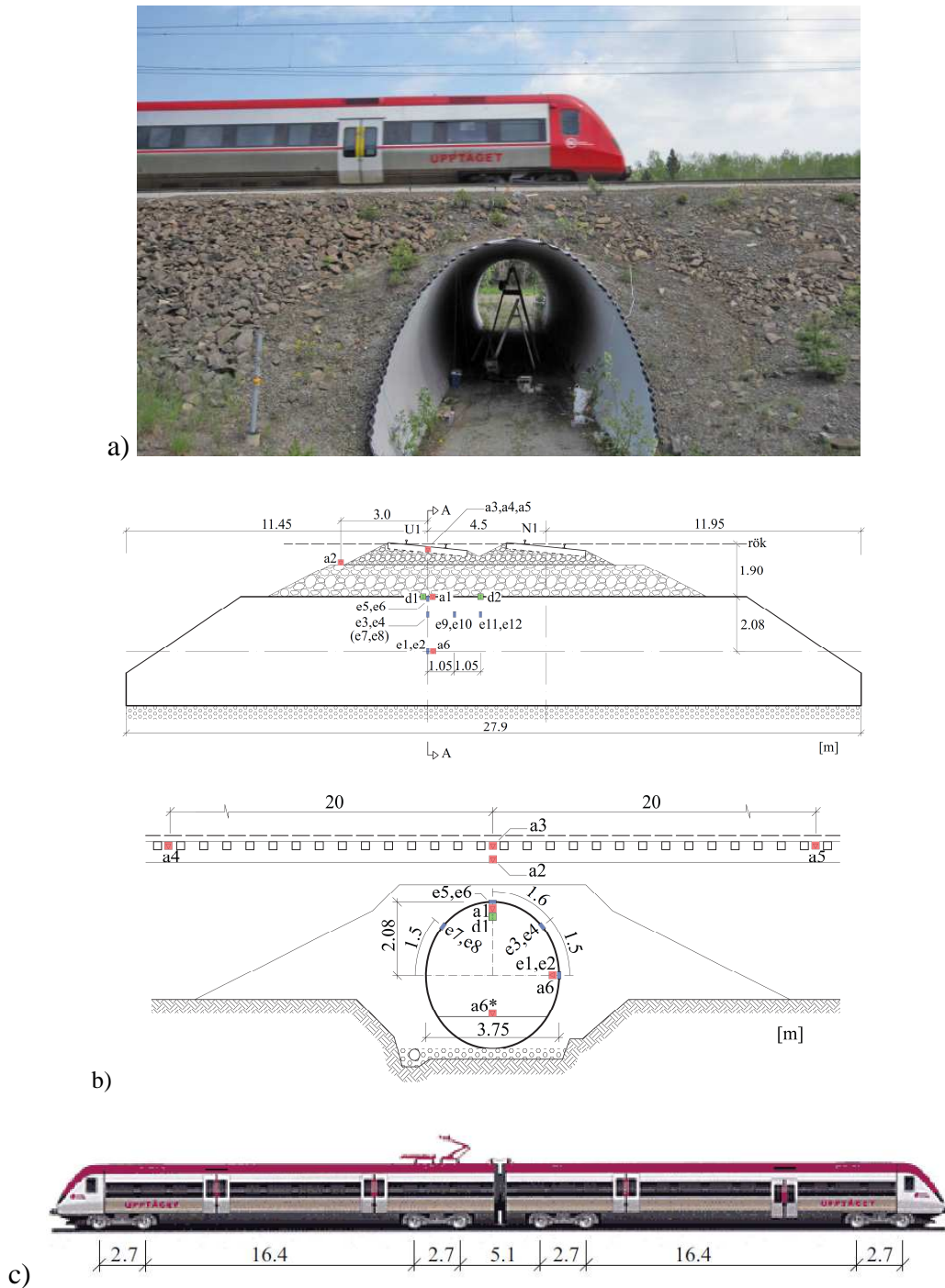
Na powyższych wykresach wartości osi pionowej odpowiadają wielkościom mierzonych przemieszczeń, natomiast oś pozioma to oś czasu. Ze względu na to niemożliwe było wskazanie charakterystycznego rozsunęcia gałęzi wykresów. Natomiast widać na nich pewną niezerową wielkość przemieszczenia, pozostającą po pojedynczym przejeździe oraz różnice w wartościach ekstremów mierzonych wielkości w zależności od kierunku przejazdu.

2.2.1.5. Inne badania

W pracach [4] [16] oraz [134] (cyt. za: [140]) podano wyniki badań dynamicznych mostów kolejowych o konstrukcji powłokowo-gruntowej. W dwóch z wymienionych badań, uzyskano wynik, w którym wraz z przejazdem kolejnych osi pociągu [4] lub wózków lokomotywy [134] uzyskiwano przyrost wartości ekstremalnego ugięcia i naprężenia.

Efekt ten opisano poniżej na przykładzie wyników z pracy [4]. Rozważany przepust zlokalizowany jest w Szwecji, ok. 40 km na północ od Sztokholmu [4]. Badany obiekt oraz widok pociągu X52, stanowiącego obciążenie przedstawiono na rys. 2.24.

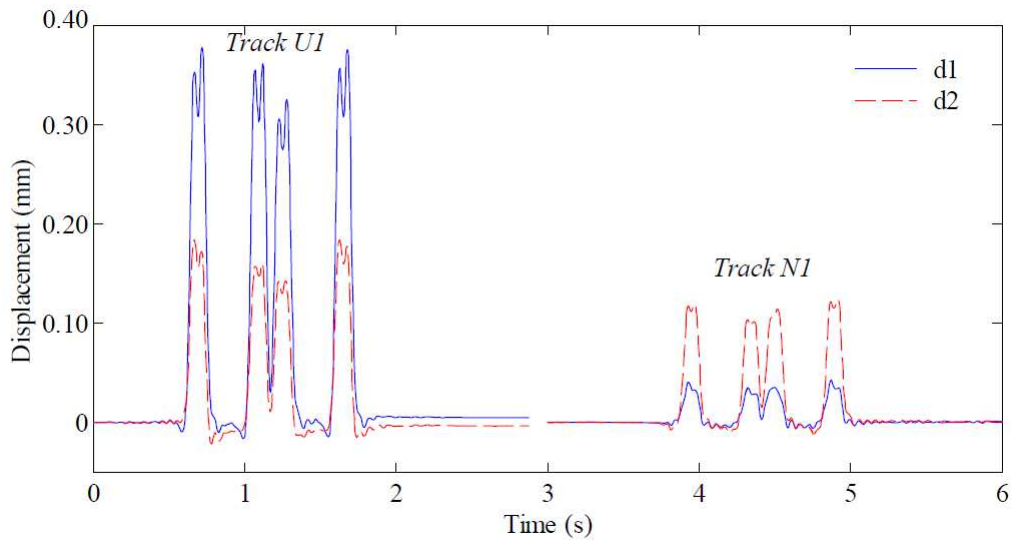
2. Specyfika konstrukcji gruntowo-powłokowych



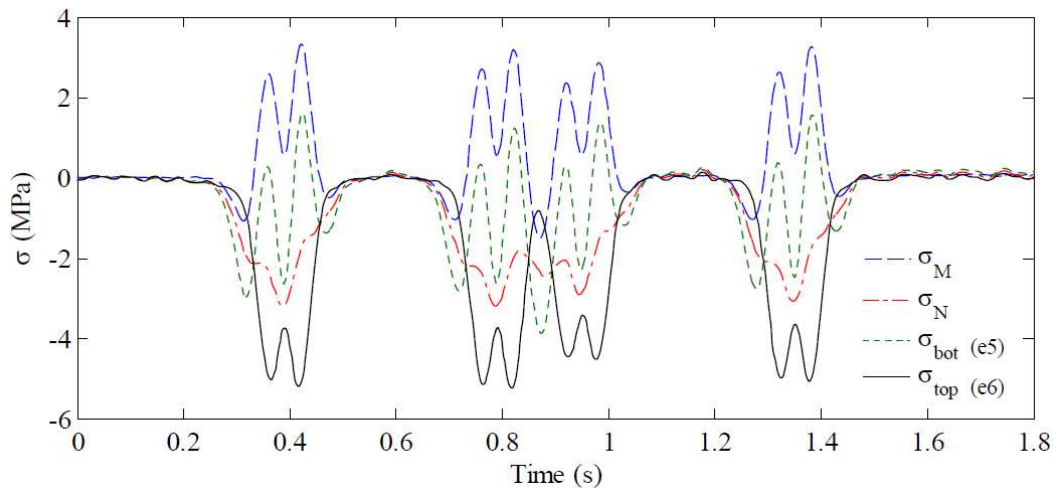
Rys. 2.24. Schemat badania dynamicznego przepustu kolejowego [4]:

a) fotografia badanego obiektu, b) przekroje, c) obciążenie w postaci pociągu X52

Badanie pod obciążeniem ruchomym ze względu na dużą prędkość przejazdu $v=175$ km/h było badaniem dynamicznym. Obciążenie przekazywane przez każdą z osi wynosiło 185 kN. Wyniki w postaci wykresu przemieszczenia w czasie dla przejazdu w jedną, a następnie w drugą stronę (sąsiednim torem) przedstawiono na rysunku 2.25. Na kolejnym rysunku 2.26 zaprezentowano przebieg naprężeń podczas pojedynczego przejazdu.



Rys. 2.25. Przemieszczenia pionowe w kluczu [4]



Rys. 2.26. Zarejestrowane naprężenia [4]

Wykresy wykazują wyraźny przyrost wartości ekstremalnych wraz z przejazdem kolejnych osi poszczególnych wózków pociągu. Choć nie można wykluczyć, że jest to efekt dynamiczny, to wykresy te potwierdzają cechy zachowania stwierdzone w innych badaniach [82] [87] [91] [94]. Co ciekawe, przyrosty te dotyczą tylko kolejnych osi w poszczególnych wózkach, podczas gdy efekty przejazdów każdego z wózków są porównywalne.

2.2.2. Efekty obciążeń zmiennych i długotrwałych

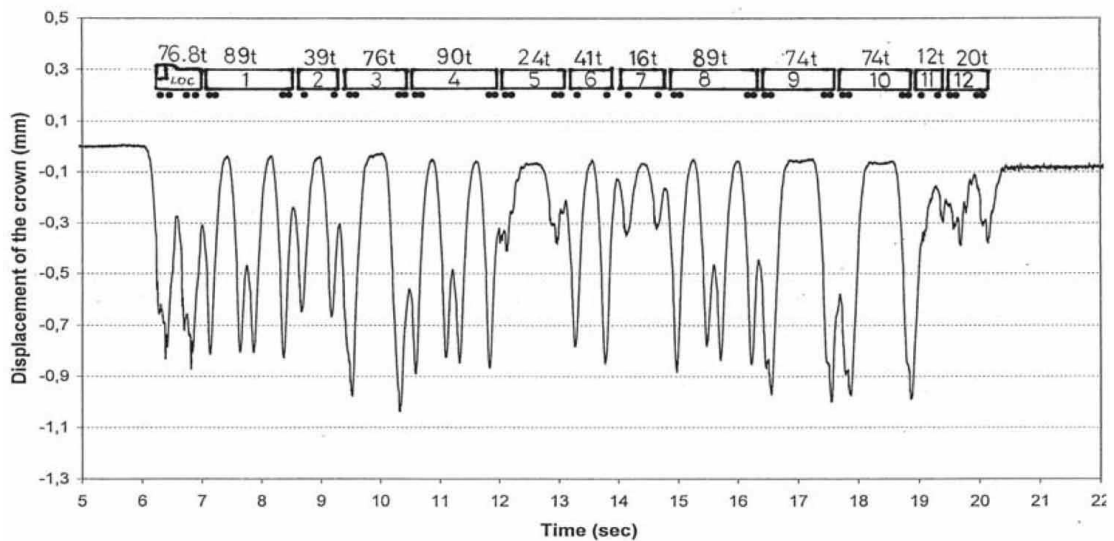
Efekty długotrwałej eksploatacji

W pracy [15] przedstawiono wyniki badania mostu kolejowego na trasie Malmo-Ystad (Rydsgård, Szwecja) z powłoką z blachy falistej o wysokiej fali, przekroju kołowym i rozpiętości ok 11 m (rys. 2.27).



Rys. 2.27. Powłoka mostu kolejowego na trasie Malmo-Ystad (Szwecja) [15]

Podczas przejazdu przez most pociągu towarowego o całkowitej długości ok. 250 m z prędkością 65 km/h mierzono ugięcie powłoki w kluczu. Wynik tych pomiarów, dokonanych niedługo po ukończeniu budowy obiektu, przedstawiono na rys. 2.28.



Rys. 2.28. Zarejestrowane ugięcia powłoki w kluczu [15]

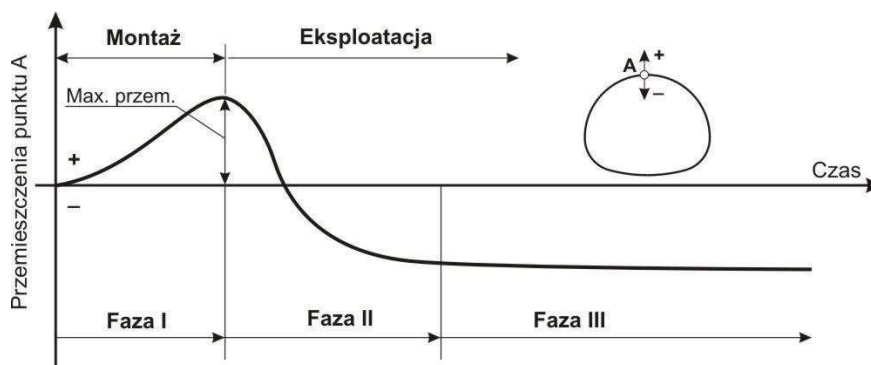
W pracy [18] przedstawiono drugą i trzecią serię pomiarów, przeprowadzonych kilka lat później na tej samej konstrukcji. Zrealizowane pomiary w zakresie testów dynamicznych przy przejeździe pociągu z ustaloną prędkością wykazały, że maksymalne przemieszczenia względne pod podobnym obciążeniem maleją z czasem. Tuż po budowie maksymalne ugięcia wynosiły ok. $w=1,1$ mm [15] (por. rys. 2.28), a w podobnych

badaniach, przeprowadzonych po kilku latach eksploatacji $w=0,75$ mm oraz $w=0,7$ mm po kolejnych kilku miesiącach użytkowania obiektu [18]. Jednocześnie, maksymalne rejestrowane momenty nie podlegają zauważalnym zmianom. Wskazuje to na przyrost sztywności konstrukcji w czasie, na co zwracają uwagę także inne prace [54] [82] [103].

Porównanie bezwzględnych wartości ugięcia, zmierzonego pod analogicznym obciążeniem w kilkumiesięcznym odstępie czasu, wykazały, że bezwzględne ugięcia były większe w badaniu późniejszym [18]. Efekt taki należy wiązać z powolnym procesem zagęszczenia zasypki pod wpływem dynamicznych obciążeń użytkowych [82].

Do podobnych spostrzeżeń prowadzi również analiza innych prac. Wyniki ośmioletnich badań konstrukcji gruntowo-powłokowej z blachy falistej pod linią kolejową, przedstawione w [54], wskazują na nieznaczną redukcję naprężeń w powłoce w rejonie klucza, a także w strefach „bocznych”. Wyniki pięcioletniego monitoringu przemieszczeń trzyprzęsłowego mostu w ciągu obwodnicy Gniezna (zob. rys. 2.3) przedstawiono w [103]. Pomiarom podlegały przemieszczenie powierzchni drogi (nawierzchni), powłoki w kluczu oraz górnej powierzchni fundamentu. Zarówno nawierzchnia jak i powłoka wykazały przyrost ugięcia w czasie, podczas gdy fundamenty praktycznie nie osiadały. Największe, trwałe ugięcia mostu wystąpiły w ciągu pierwszych dwóch lat użytkowania, a następnie wykazywały tendencję do stabilizacji.

Podsumowując, zachowanie obiektów gruntowo-powłokowych w szerokiej skali czasu określają dwie szczególne cechy: powolny przyrost sztywności obiektu, oraz powolna, długotrwała redukcja wypiętrzenia powłoki (rys 2.29). Oba procesy „zanikają” z czasem.

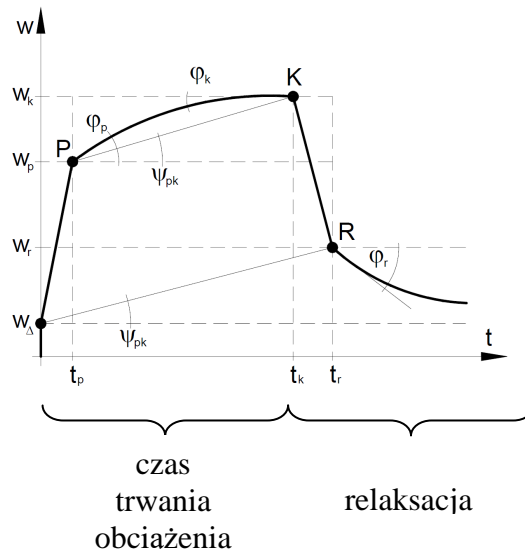


Rys. 2.29. Zmiany ugięcia klucza w poszczególnych fazach pracy przepustu [71]

Efekt obciążenia długotrwałego

W pracach [28] [82] [88] przedstawiono wyniki badań konstrukcji pod długotrwałym obciążeniem nieruchomym. Rejestrowane było ugięcie mostu podczas

obciążenia, trwającego kilkadziesiąt minut, a następnie także w czasie odprężenia po zdjęciu obciążenia. Po początkowo szybkim przyroście przemieszczenia pod wpływem zadanego obciążenia obserwowano dalszy, powolny, przyrost przemieszczenia. Podobnie przy odciążeniu początkowa odpowiedź obiektu następowała stosunkowo szybko, ale jeszcze przez kilkadziesiąt minut rejestrowano powolne zmiany ugięcia. Schemat zachowania obiektu pod obciążeniem zilustrowano na rys. 2.30.



Rys. 2.30. Zmiany ugięcia powłoki w funkcji czasu [88]

Ten reologiczny efekt związany jest, zdaniem autorów badań [88], z przystosowaniem się warstwy kontaktowej (grunt w styku z powłoką) do działania tego obciążenia. Jednocześnie, w wyniku tego, ulegają zmianie (w funkcji czasu) wartości sił wewnętrznych [82] [88].

2.3. Modelowanie zachowania konstrukcji gruntowo-powłokowych

Pomimo nieskomplikowanej budowy, projektowanie i modelowanie konstrukcji gruntowo-powłokowych wiąże się z licznymi trudnościami. Proste modele, bowiem, nie opisują w sposób zadowalający rzeczywistej pracy tych obiektów, które wykazują szereg cech zachowania nieliniowego, niespotykanych w konstrukcjach sztywnych. Świadczą o tym prace [71] [81] [82] [87] [91] [94] [135] i wiele innych.

Polska jest jednym z krajów, w których powstaje wiele obiektów gruntowo-powłokowych, również tych o dużej rozpiętości [56] [72]. Jak dotąd nie powstały, jednak,

oficjalnie obowiązujące, polskie wytyczne odnośnie projektowania. Normy do projektowania stosowane są, natomiast, od dawna w innych krajach [12] [23] [53] [82]: w Kanadzie (OHBC (1983) [177], a później CHBDC (2000) [171]), w USA (ASTM (1999) [170], AASHTO (2001) [169]) i w krajach skandynawskich (metoda Sundquista-Petterssona (2000) [119] [121] [122]). Według [71] w Europie najczęściej stosuje się metodę szwedzką (Sundquista-Petterssona, S-P) oraz kanadyjską CHBDC [171]. Szczegółowe opisy metod projektowania podano m. in. w pracach [71] [53] [82], a przykłady stosowania wybranych elementów projektowania według metody szwedzkiej przedstawiono np. w [7] [144].

Modele obliczeniowe stosowane przy projektowaniu i analizie zachowania konstrukcji gruntowo-powłokowych można podzielić na uproszczone analityczne oraz bardziej złożone numeryczne. Modele pierwszego typu, np. [11] [112], w połączeniu z doświadczeniami z budowy obiektów gruntowo-powłokowych na całym świecie, są stosowane w praktyce na etapie projektowania [71]. Jednak to modelowanie numeryczne, stanowiące zasadniczy temat niniejszego opracowania, zdecydowanie lepiej niż metody uproszczone nadaje się do opisu rzeczywistego zachowania inżynierskich obiektów gruntowo-powłokowych [13] [14] [16] [36] [37] [71] [81] [135] (i inne). Dzięki ciągłemu rozwojowi komputerów i dużej swobodzie kształtowania sposobu prowadzenia obliczeń modelowanie numeryczne zyskuje coraz większe zainteresowanie [13] [16] [36] [37] [53] [71] [81] [82] [135] (i inne). Jednocześnie, nowoczesne podejścia projektowe dopuszczają wykorzystanie złożonych obliczeń numerycznych przy wymiarowaniu obiektów inżynierskich z podatną powłoką [60]. Zatem, stosowanie modelowania numerycznego poza aspektem czysto naukowym, poznawczym może być także użyteczne z punktu widzenia wykorzystania praktycznego [9] [53] [82] [86] [90] [91] [148].

Spektrum zagadnień, będących przedmiotem modelowania w aspekcie gruntowo-powłokowych obiektów inżynierskich jest w zasadzie identyczne jak w przypadku badań tych konstrukcji (por. rys. 2.8). Modele obliczeniowe wykorzystuje się do weryfikacji hipotez dotyczących zachowania konstrukcji. W konsekwencji, pozwala to lepiej zrozumieć ich zachowanie. Ponadto, na modelach obliczeniowych można, bez ponoszenia dużych kosztów, dokonywać rozmaitych analiz odnośnie możliwości ulepszenia konstrukcji [5]–[7] [9] [52] [90] [91]. Ciekawym tego przykładem jest zastosowanie metod matematycznej optymalizacji, np. w odniesieniu do kształtu powłoki [49] [136].

Pod pojęciem modelowania numerycznego kryje się cała grupa metod obliczeniowych. Najczęściej stosuje się metodę elementów skończonych (MES) lub metodę objętości skończonych (MOS) (por. rozdz. 5). Obliczenia mogą być prowadzone na modelach dwuwymiarowych (2D) [59] [67] [73] [90] [135] [136] [165] lub trójwymiarowych (3D) [7] [8] [35]–[37] [81] [90] [148]. Oprócz tego, wyróżnić można kilka stopni dokładności odwzorowania geometrii (szczególnie w odniesieniu do blachy falistej), a także różne sposoby uwzględnienia strefy kontaktowej, czy modele konstytutywne zasypki i powłoki. Zagadnienia te, na tle opublikowanych wyników symulacji, naświetlono w kolejnych punktach bieżącego rozdziału.

2.3.1. Powłoka

Rzeczywisty sposób pracy powłoki z blachy falistej jest trójwymiarowy [78] [81] [82] [113]. Modele powłoki (a w konsekwencji również całej konstrukcji) opracowuje się, stosując różne stopnie dokładności odwzorowania jej geometrii. Kolejne uproszczenia są pożądane, np. ze względu na możliwość znacznego skrócenia czasu obliczeń, ale pociągają za sobą konieczność wprowadzenia dodatkowych założeń, a także rozbudowy modelu matematycznego.

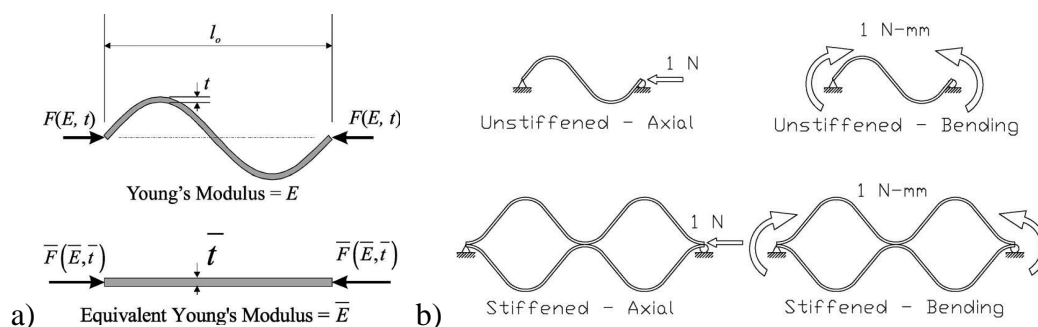
Pozornie najprostszym podejściem jest dokładne odwzorowanie geometrii powłoki, łącznie z jej „falistością” i grubością. Wówczas, do opisu jej zachowania wystarczają podstawowe równania mechaniki ośrodków ciągłych (por. rozdz. 4). W przypadku stosowania numerycznych metod obliczeniowych (np. siatkowych; por. rozdz. 5–8) zarówno blachę powłoki, jak i otaczający ją grunt dzieli się na komórki (lub elementy) objętościowe. Ich wymiary, przynajmniej lokalnie, muszą być wyraźnie mniejsze od grubości blachy. Z tego względu modelowanie konstrukcji gruntowo-powłokowej przy zastosowaniu takiego podejścia jest niemal niemożliwe i w praktyce nie jest ono stosowane.

Wykorzystanie teorii powłok pozwala znacznie zmniejszyć wymagania dotyczące dyskretyzacji. Komplikuje to jednak obliczenia o tyle, że opis mechanicznej pracy powłoki wymaga wprowadzenia dodatkowych stopni swobody (obroty) oraz uogólnionych sił wewnętrznych (momenty). Zależnie od skali odzwierciedlenia szczegółów geometrii, blachę falistą można traktować jako powłokę o stałej grubości i „pofalowanej” powierzchni środkowej lub „niepofalowaną” powłokę ortotropową o uśrednionej, wygładzonej powierzchni środkowej. Ostatnie podejście jest w obliczeniach stosowane najczęściej [35]–[37] [81] [90] [148].

Blacha falista zaliczana jest do materiałów o tzw. technicznej anizotropii [63]. Nadanie blasze falistości na etapie jej produkcji jest, w istocie, zabiegiem technicznym mającym na celu zwiększenie jej sztywności w wybranym, preferowanym kierunku [63]. Zastępcze sztywności powłoki ortotropowej, będącej modelem powłoki falistej, wyprowadza się przy użyciu metody homogenizacji. W największym uproszczeniu polega ona na wykorzystaniu informacji dostępnej w skali niejednorodności (skala „fal” blachy) do skali zastosowań inżynierskich (skala całości konstrukcji) [80]. W przypadku blachy falistej, odpowiednie sztywności są znane i można skorzystać z gotowych wzorów, np. [63]. W odniesieniu do modelowania konstrukcji gruntowo-powłokowych, podejście takie jest najbardziej powszechne [35] [81] [82] [88].

Niekiedy, również w odniesieniu do konstrukcji gruntowo-powłokowych, stosuje się elementy metody homogenizacji. Wówczas, na podstawie odpowiednio przeprowadzonych obliczeń w skali niejednorodności (w tym przypadku fal blachy) określa się najpierw uśrednione, efektywne parametry powłoki (lub kontaktu grunt-powłoka). W kolejnym etapie obliczenia można przeprowadzić w drugiej skali, tj. w skali całej konstrukcji, przy czym na tym etapie niejednorodności „pomija się”, np. zamieniając powłokę falistą na płaską powłokę ortotropową o odpowiednio dobranych parametrach zastępczych.

W pracach [35] [81] przedstawiono schematy prostych zagadnień, których rozwiązanie prowadzi do określenia efektywnych parametrów blachy falistej – jej odpowiednich sztywności w kierunku poprzecznym. W drugiej z wymienionych prac podano odpowiednie schematy także dla blachy z tzw. nakładką (rys. 2.31).



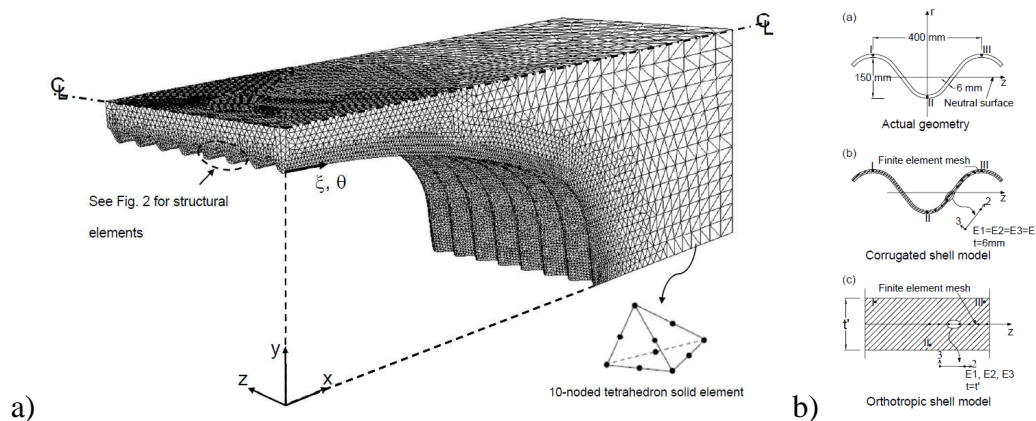
Rys. 2.31. Schematy określania zastępczych sztywności poprzecznych blach falistych:

a) wg [35], b) wg [81]

Porównanie wyników trójwymiarowej analizy MES przy zastosowaniu teorii powłok izotropowych i ortotropowych przedstawiono w [35]. Pod względem uzyskanych

wartości momentów zginających, dla powłoki ortotropowej uzyskano lepszą zgodność wyników obliczeń i eksperymentu.

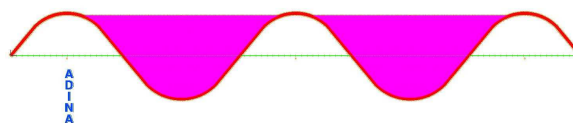
Bardziej wyszukane porównanie przedstawiono w pracach [36] [37]. Obliczenia w programie *ABAQUS* wykonano w celu zweryfikowania możliwości odtworzenia wyników badań [78] za pomocą modelu numerycznego. Przeprowadzono analizy porównawcze dotyczące powłoki, tj. utworzono dwa modele: jeden z zastosowaniem elementów typu „shell” i bezpośrednim odtworzeniem geometrii, która uwzględniała fale, drugi model opierał się na teorii płyt ortotropowych. Geometrię pierwszego z wymienionych modeli przedstawiono na rys. 2.32.



Rys. 2.32. Trójwymiarowy model konstrukcji, uwzględniający „wprost” falistość blachy [36]

Modelowanie fali „wprost” jak na rys 2.31 dało wyniki o wiele bardziej zgodne z wynikami badań (0,2% błędu w porównaniu z 3% przy zastosowaniu teorii płyt ortotropowych) [36]. Podejście takie pozwala uwzględnić np. efekty lokalnych wyboczeń, które w przypadku określania nośności granicznej mogą mieć duże znaczenie [113].

Niektórzy autorzy sugerują konieczność zwiększenia sztywności podłużnej blachy w modelach numerycznych, ze względu na wypełnienie zagłębień „fal” gruntem (za [81]). Wówczas również stosuje się metodę homogenizacji do określenia efektywnych paramentów powłoki. Schemat odpowiedniego zagadnienia, którego rozwiązanie prowadzi do określenia efektywnej, zwiększonej sztywności powłoki, zaprezentowano na rys. 2.33.



Rys. 2.33. Model blachy falistej z wypełnieniem zagłębień [81]

2.3.2. Zasyпка gruntowa

Najistotniejszym problem w modelowaniu zasyпки jest dobór dla niej odpowiedniego typu równań konstytutywnych, który determinuje „fizykę” jej zachowania. Do najczęściej stosowanych modeli konstytutywnych zasyпки w analizie numerycznej zachowania konstrukcji gruntowo-powłokowych należą:

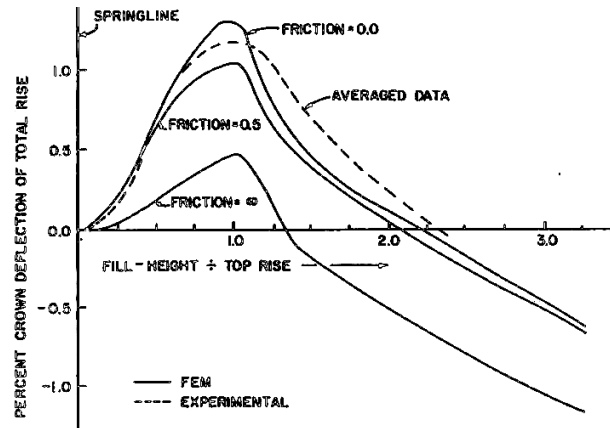
- model liniowo sprężysty [35] [88] [93] [135],
- nieliniowo sprężysty model Duncana [32] [33] [81],
- sprężysto-plastyczny Coulomba-Mohra [2] [81] [165],
- sprężysto-plastyczny Druckera-Pragera [71],
- modele „cap”, np. Modified Cam-Clay (MCC) [139].

Pierwszy, najprostszy z wymienionych modeli pozwala w zadowalający sposób odwzorować zachowanie konstrukcji gruntowo-powłokowych m. in. w zakresie deformacji pod obciążeniem [89] [93] [135]. Kolejny typ, model Duncana, opracowany został specjalnie dla potrzeb opisu współpracy zasyпки z powłoką. Pozwala na uwzględnienie nieliniowego zachowania zasyпки bez konieczności stosowania modeli z plastycznością. Kolejne modele sprężysto-plastyczności jeszcze lepiej odzwierciedlają rzeczywiste zachowanie materiału zasyпки, tj. gruntu. Modele te są stosowane w przypadku zagadnień, w których zachowanie konstrukcji jest wyraźnie nieliniowe, m. in. do analizy konstrukcji w stanach granicznych, np. [2] [81].

Zagadnienia sprężysto-plastycznego zachowania gruntu omówiono w rozdz. 4, a w dalszej, głównej części pracy przedstawiono implikacje zastosowania poszczególnych modeli konstytutywnych zasyпки dla wyników symulacji (rozd. 6).

2.3.3. Strefa kontaktowa

Istotny wpływ sposobu modelowania kontaktu na wyniki analiz wykazano w pracy [59] z 1983 roku. Analiza numeryczna stanu deformacji powłoki podczas jej zasypywania wykazała, że zastosowanie modelu tarcowego w analizie skutkuje uzyskaniem o wiele lepszej zgodności wyników obliczeń i badań. Porównanie przebiegu wypiętrzenia powłoki, zidentyfikowanego doświadczalnie i na modelach, różniących się parametrami kontaktu, przedstawiono na rys. 2.34.



Rys. 2.34. Przebieg ugięcia w kluczu powłoki podczas jej zasypywania [59]: porównanie wyników MES dla różnych modeli kontaktu oraz wyników eksperymentu

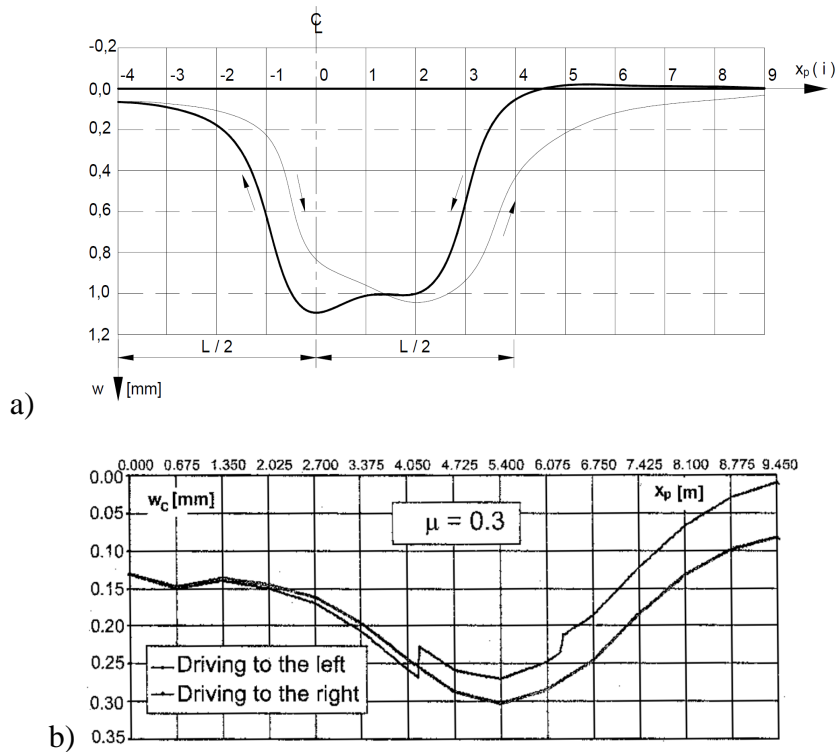
Na „istotność” modelu kontaktu zwrócono także uwagę w [89] [139] oraz [93] i [135]. Ostatnie dwie z wymienionych pozycji dotyczą modelowania zachowania konstrukcji pod działaniem obciążeń ruchomych. Uzyskane w tych pracach wyniki omówiono w kolejnym punkcie.

2.3.4. Modelowanie zachowania konstrukcji pod działaniem obciążeń ruchomych

W większości prac, dotyczących modelowania zachowania konstrukcji gruntowo-powłokowych pod obciążeniem ruchomym (np. [35] [81] [148] [165]), nie rozważa się wpływu kierunku przejazdu na uzyskiwane wyniki. Fakt ten [87], którego przejawem jest „efekt histerezy, uwzględniono tylko w dwóch pracach, dotyczących modelowania. Po raz pierwszy wyniki symulacji „efektu histerezy” opublikowano w [93] w 2007 roku, a następnie w pracy autora niniejszego opracowania w roku 2014 [135]. Z obydwu analiz wynika, że uwzględnienie w modelu numerycznym tarcia gruntu o blachę, nawet dla najprostszego liniowo sprężystego modelu konstytutywnego zasypki prowadzi do uzyskania histerezy.

W pierwszej z wymienionych prac przedstawiono wyniki symulacji pojedynczego cyklu obciążenia – przejazdu i powrotu pojazdu przez most o konstrukcji podatnej z powłoką z blachy płaskiej. Rezultaty obliczeń odniesiono do testu, przeprowadzonego na obiekcie w Niemczech [91]. Do rozwiązania problemu zastosowano dwuwymiarową analizę metodą elementów skończonych (MES). Przyjęto liniowo sprężysty model powłoki oraz zasypki i idealnie plastyczny kontakt. Obliczenia przeprowadzono dla różnych wartości współczynnika tarcia dla strefy kontaktu.

Stwierdzono, że efekt histerezy w postaci wzajemnego przesunięcia wykresów dla przejazdów w przeciwnych kierunkach występuje dla współczynnika tarcia $\mu < 0,7$; co odpowiada kątowi tarcia $\phi < 35^\circ$. Przyjęcie mniejszej wartości $\mu = 0,3$ ($\phi = 17^\circ$) skutkowało uzyskaniem histerezy z charakterystycznym skokiem wartości przemieszczenia (rys. 2.35). Skok ten wynika z wystąpienia jednoczesnego, nagłego poślizgu w dużej części strefy kontaktowej [93].

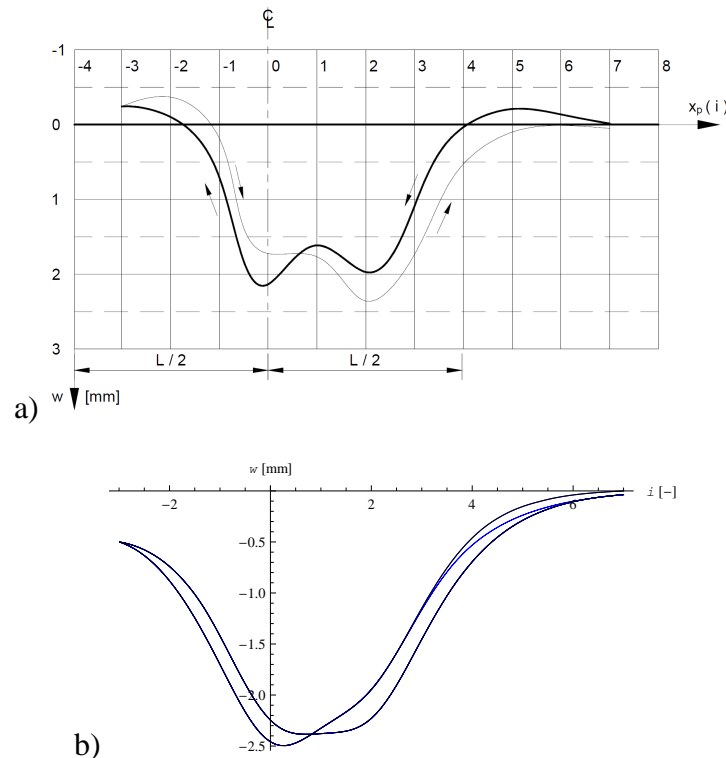


Rys. 2.35 Porównanie wyników badań i symulacji:
a) z badań [91], b) z symulacji [93]

W omawianej pracy nie uzyskano przesunięcia rzędnych, odpowiadających ekstremom ugięcia. Stwierdzono, natomiast, że sposób modelowania kontaktu jak i przyjęta w nim wartość współczynnika tarcia ma istotny wpływ na wyniki. Zmniejszenie współczynnika tarcia z $\mu = 0,7$ do wartości $\mu = 0,3$ skutkowało zwiększeniem o połowę wartości maksymalnego, ugięcia.

W drugiej z wymienionych prac, tj. [135] przedstawiono wyniki obliczeń, przeprowadzonych przy użyciu programu *Flac* [172], bazującego na sformułowaniu jawnym metody różnic skończonych. Przyjęto sprężysto-plastyczny model kontaktu oraz parametry zasyпки, określone na podstawie korelacji wg normy PN-81/B-03020 [179]. Uzyskano gładkie przebiegi wykresów, bardziej przypominające te, otrzymane z pomiarów [91], a także o wiele lepszą ilościową i jakościową zgodność wyników.

Ponadto, symulacje przeprowadzono dla kilku, następujących po sobie identycznych cykli obciążenia [135]. Potwierdzono, że poza pierwszym z nich, pozostałe cykle tworzą „zamknięte” pętle na wykresach ugięcia i naprężenia, co wcześniej sugerowano w [82]. Porównanie wyników badania i symulacji przedstawiono na rys. 2.35



Rys. 2.35. Porównanie wyników badań [91] i symulacji [135]:

a) z badań, b) z symulacji

Wyniki przedstawione powyżej są punktem wyjścia dla niniejszej pracy. W zasadniczej jej części znacznie rozszerzono zakres analizy względem [135]. Uwzględniono złożone, bardziej odpowiadające rzeczywistości, sprężysto-plastyczne modele konstytutywne dla zasypki oraz sposób zasypywania powłoki na etapie budowy obiektu. Ponadto, dla innego obiektu [87] zastosowano modelowanie dwuskalowe. W szczególności użyto technik homogenizacji w celu wyznaczenia efektywnych parametrów warstwy kontaktowej.

2.4. Podsumowanie

W rozdziale 2 przedstawiono najpierw podstawowe informacje na temat budowy konstrukcji gruntowo-powłokowych. Opisano zwięźle stosowane materiały i kształty powłok, rodzaje ich posadowienia oraz sposób układania zasypki. Zwrócono

uwagę na to, że zasypka gruntowa wraz z warstwami nawierzchni drogowej [9] w istotny sposób bierze udział w przenoszeniu obciążeń użytkowych. Sposób układania zasypki jest ważnym czynnikiem, warunkującym wytworzenie prawidłowej współpracy zasypki z powłoką.

Nakreślono, w następnej kolejności, aktualny stan wiedzy odnośnie opublikowanych wyników badań konstrukcji gruntowo-powłokowych odnośnie zachowania tych budowli pod działaniem obciążeń o zmiennym położeniu. Z opublikowanych wyników wynika, że odpowiedź konstrukcji na obciążenie ruchome zależy nie tylko od lokalizacji i intensywności obciążenia, ale także od kierunku przejazdu [87]. Wyraża się to „efektem histerezy” i jest jednym z przejawów nieliniowego zachowania budowli inżynierskich o konstrukcji podatnej

W dalszej części wskazano cechy zachowania budowli podatnych w szerokiej skali czasu. Analiza opublikowanych prac wskazuje, że obiekty gruntowo-powłokowe charakteryzuje przyrost w czasie ich sztywności. Jednocześnie, maksymalne rejestrowane momenty pozostają w zasadzie bez zmian. Z czasem powstają też trwałe ugięcia powłoki. Największe ich przyrosty występują w ciągu pierwszych lat użytkowania, a następnie stabilizują się.

W końcowej części rozdziału omówiono wybrane aspekty modelowania konstrukcji gruntowo-powłokowych. Zaprezentowano stosowane podejścia odnośnie sposobu modelowania powłoki, zasypki gruntowej oraz strefy kontaktowej grunt-powłoka.

Z przeprowadzonego przeglądu wynikają praktyczne implikacje, odnośnie głównego zagadnienia, rozważanego w pracy, którym są symulacje zachowania konstrukcji pod obciążeniem ruchomym. Do najważniejszych wniosków, płynących z analizy opublikowanych wyników modelowania numerycznego, należą:

- stopień odwzorowania geometrii konstrukcji i poprawny sposób uwzględnienia fałdowania blachy ma wyraźny wpływ na uzyskiwane w modelu numerycznym wyniki,
- jedynie zastosowanie sprężysto-plastycznego modelu gruntu w obliczeniach numerycznych daje satysfakcjonujące rezultaty [83],
- kontakt grunt-powłoka, choć przemieszczenia w nim są małej wartości, ma wpływ na uzyskiwane wyniki symulacji zachowania konstrukcji, szczególnie w odniesieniu do ruchomych obciążeń cyklicznych,

- uwzględnienie etapowej budowy konstrukcji może mieć wyraźny wpływ na uzyskiwane wyniki symulacji, zwłaszcza przy zastosowaniu nieliniowych modeli konstytutywnych.

Zagadnienie modelowania zachowania konstrukcji pod obciążeniem ruchomym o zmiennym kierunku, podjęte w tej pracy, stanowi jak dotąd „otwarty” temat badawczy. Zagadnienie to rozważano jak dotąd jedynie w dwóch pracach [93] z 2007 roku i w pracy autora [135] z roku 2014. Analizy, przedstawione w dalszej części niniejszej pracy, dostarczają wielu nowych, dotąd niepublikowanych informacji, pozwalających lepiej zrozumieć zachowanie podatnych konstrukcji gruntowo-powłokowych.

3. Cel i zakres pracy

Najogólniej sformułowany cel pracy zawiera się w jej tytule: zasadniczą treścią pracy jest, bowiem, wieloskalowe modelowanie numeryczne współpracy zasypki z powłoką w konstrukcjach gruntowo-powłokowych. Jako przedmiot analiz obrano zagadnienie zachowania konstrukcji pod obciążeniem ruchomym, cyklicznym. Charakterystyczną cechą zachowania konstrukcji, poddanej takiemu obciążeniu jest „efekt histerezy”, zdiagnozowany doświadczalnie na kilku obiektach [82] [87] [91]. Głównym elementem pracy są symulacje tego zachowania. Częściowe, szczegółowe cele przeprowadzonych analiz można sformułować następująco:

- budowa modeli obliczeniowych konstrukcji gruntowo-powłokowych i przeprowadzenie analiz ich zachowania pod obciążeniem ruchomym przy uwzględnieniu zmiennego kierunku ruchu obciążenia i jego cykliczności,
- identyfikacja cech gruntu zasypowego, w szczególności modelu konstytutywnego, które w największym stopniu determinują zachowanie konstrukcji gruntowo-powłokowej pod działaniem obciążenia o zmiennym położeniu.
- określenie modelu kontaktu grunt-powłoka „na styku” blachy falistej i zasypki gruntowej i wykorzystanie tego modelu w analizie konstrukcji – modelowanie dwuskalowe.

Oddzielnym zagadnieniem, poruszonym w pracy jest optymalizacja kształtu powłoki w konstrukcjach gruntowo-powłokowych. W tym przypadku szczegółowymi celami pośrednimi są:

- określenie optymalnego kształtu powłoki, ze względu na jej wyężenie, dla różnych obciążeń i ich kombinacji,

- przedstawienie procedury optymalizacji dla przypadku obciążenia ruchomego, o zmiennym, tj. niezdeterminowanym położeniu.

Najważniejsze wyniki pracy

W zakresie uzyskanych autorskich wyników badań w pracy przedstawiono:

- Rozdział 6 poświęcono analizie zachowania konstrukcji mostowej z powłoką z blachy płaskiej pod działaniem obciążenia ruchomego. Obliczenia przeprowadzono przy założeniu jednostronnego kontaktu powłoka-zasyпка, przyjmując kolejno różne modele konstytutywne zasypki gruntowej: najpierw model liniowo sprężysty, następnie modele sprężysto-plastyczności, w szczególności, model Coulomba-Mohra, w dalszej kolejności ten sam model, „wzbogacony” o izotropowe wzmocnienie typu odkształceniowego oraz model „cap” z dodatkową, „zamykającą” powierzchnią plastyczności. Ponadto, przeprowadzono analizę wrażliwości rozwiązania na wartość wybranych stałych materiałowych, przyjętych w obliczeniach. Oprócz tego, uwzględniono w modelu etapową budowę obiektu, w szczególności, sposób układania kolejnych warstw zasypki i obciążania ich powierzchni. Uzyskane wyniki analiz numerycznych odniesiono do wyników badania *in situ*, przeprowadzonego na obiekcie, zlokalizowanym w ciągu drogi nr 8 w pobliżu miejscowości Niemcza [91].
- W rozdziale 7 analizowana jest konstrukcja z blachy falistej. Symulacje jej zachowania pod działaniem obciążenia o zmiennym położeniu przeprowadzono dwuskalowo. W pierwszym etapie rozwiązano numerycznie zagadnienie brzegowo-początkowe dla powtarzalnego okresowo wydzielonego fragmentu blachy z przylegającym do niej gruntem w celu identyfikacji efektywnego modelu kontaktu. W drugim etapie przeprowadzono obliczenia dla całej konstrukcji, przyjmując efektywne, uśrednione parametry sztywność powłoki oraz zidentyfikowany model konstytutywny kontaktu. Obliczenia przeprowadzono przy założeniu modelu Coulomba-Mohra dla zasypki i jednostronnego kontaktu powłoka-zasyпка. Wyniki symulacji odniesiono do wyników badań, przedstawionych w [87].
- W rozdziale 8 przedstawiono procedurę optymalizacji kształtu konstrukcji gruntowo-powłokowych oraz uzyskane wyniki dla różnych układów obciążenia oraz kinematycznych warunków brzegowych. Do optymalizacji wykorzystano procedurę symulowanego wyżarzania [64] [65] [136]–[138] i energetyczny warunek optymalności [61] [131] [136] [137]. Rozważono obciążenia takie jak: ciężar własny

zasypki, równomierne obciążenie jezdni, obciążenie użytkowe w postaci samochodu ciężarowego. Zaproponowano, ponadto, procedurę optymalizacji kształtu przy niezdeterminowanym położeniu obciążenia użytkowego.

4. Podstawy opisu sprężysto-plastycznego zachowania ośrodka gruntowego

Zachowanie ośrodka ciągłego wynika bezpośrednio z ogólnych zasad dynamiki (prawa ruchu Newtona), definicji odkształcenia (związek fizyczny), oraz równań konstytutywnych opisujących zachowanie fizyczne wyidealizowanego materiału. Matematycznie wyraża się to układem różniczkowych cząstkowych, które mają być rozwiązane dla określonej geometrii, właściwości materiału oraz warunków początkowych i brzegowych. Nieznanymi wielkościami do określenia są funkcje pól mechanicznych, tj. prędkość ruchu, prędkość odkształcenia, prędkość naprężenia oraz – uzyskiwane na drodze całkowania po czasie – przemieszczenie, odkształcenie i naprężenie [172].

Przedstawienie podstaw matematycznego opisu zagadnienia brzegowo-początkowego z uwzględnieniem sprężysto-plastycznych modeli geomateriałów w niniejszej pracy oparto głównie na [48] [50] [105] a także [172]. Niemniej jednak, kompletny opis matematyczny zagadnień mechaniki ośrodków ciągłych lub jego elementy można odnaleźć m.in. w pracach [30] [44] [69] [79] [143], a w szczególnym odniesieniu do geomateriałów także w [31] [48] [50] [123].

4.1. Zbiorczy układ równań teorii ośrodka ciągłego

4.1.1. Podstawowe oznaczenia i definicje

W pracy stosuje się następującą konwencję. Pogrubioną literą podano wielkości wektorowe i tensorowe (np. \mathbf{a} , \mathbf{A}), a literą bez pogrubienia z indeksem (lub indeksami) ich składowe. Przykładowo, symbol a_i oznacza składową i wektora \mathbf{a} w kartezjańskim układzie odniesienia, A_{ij} oznacza składową tensora \mathbf{A} o wskaźnikach i, j . Wartości indeksów, oznaczonych literą alfabetu łacińskiego, przebiegają zbiór $\{1,2,3\}$. W rozważanych zagadnieniach występują wielkości tensorowe co najwyżej drugiego rzędu. Przy stosowaniu kartezjańskiego układu współrzędnych nie ma potrzeby rozróżniania typu tensorów (kowariantnych, kontrawariantnych). Przyjęto zatem, że wszystkie tensory są tego samego typu, tzn. są tensorami kowariantnymi, a indeksy są pisane na dole. Przecinek przed indeksem, np. $\alpha_{,i}$ oznacza pochodną materialną po x_i , przy czym α może być w ogólności zmienną skalarną, wektorem lub tensorem.

Ponadto, obowiązuje umowa sumacyjna Einsteina. Dotyczy ona indeksów i, j, k oraz l , które przyjmują wartości od 1 do 3, a w przypadku zagadnień dwuwymiarowych indeksów α i β , które mogą przyjmować wartość 1 lub 2. Przykładowo, w zapisie indeksowym iloczynu skalarnego wektorów \mathbf{a} i \mathbf{b} znaki sumy można pominąć, a w związku z tym, następujące wyrażenia są równoważne

$$\mathbf{a} \cdot \mathbf{b} = \sum_{i=1}^3 \sum_{j=1}^3 \delta_{ij} a_i b_j = \delta_{ij} a_i b_j = \sum_{k=1}^3 a_k b_k = a_k b_k = a_l b_l. \quad (4.1)$$

Wskaźnik, po którym odbywa się sumowanie jest tzw. wskaźnikiem niemym i jego symbol może być zastąpiony innym, który nie występuje w danym wyrażeniu (ostatnia równość w (4.1)). Jeżeli powtórzony indeks jest podkreślony, oznacza to odstąpienie od umowy sumacyjnej.

Symbol δ_{ij} , użyty w (4.1), oznacza deltę Kroneckera, której wartości określone są następująco

$$\delta_{ij} = \begin{cases} 1, & i = j \\ 0, & i \neq j \end{cases}. \quad (4.2)$$

Symbol permutacyjny e_{ijk} przyjmuje następujące wartości

$$e_{ijk} = \begin{cases} 0, & \text{gdy } i = j \vee j = k \vee k = i \\ 1, & \text{gdy } i \neq j \neq k \wedge (i, j, k) \text{ jest parzystą permutacją } (1,2,3) \\ -1, & \text{gdy } i \neq j \neq k \wedge (i, j, k) \text{ jest nieparzystą permutacją } (1,2,3) \end{cases}, \quad (4.3)$$

przy czym parzystymi permutacjami ciągu (1,2,3) są: (1,2,3), (2,3,1) oraz (3,1,2), natomiast nieparzystymi: (3,2,1), (2,1,3) oraz (1,3,2).

Kropka ponad symbolem danej wielkości oznacza pochodną po czasie, zgodnie z regułą

$$\dot{a} = \frac{\partial a}{\partial t}. \quad (4.4)$$

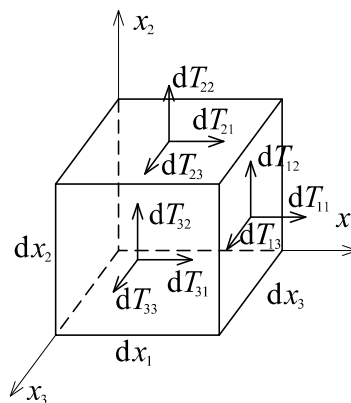
Stan ruchu

Ruch każdego punktu ośrodka jest opisany jednoznacznie składowymi wektorów x_i , u_i , v_i oraz a_i , które oznaczają odpowiednio położenie, przemieszczenie prędkość i przyspieszenie. Pomiędzy wspomnianymi wyżej wielkościami występują następujące zależności:

$$\begin{aligned} u_i &= \dot{x}_i, \\ v_i &= \dot{u}_i, \\ a_i &= \dot{v}_i. \end{aligned} \quad (4.5)$$

Stan naprężenia

Stan naprężenia w danym punkcie ośrodka jest jednoznacznie opisany poprzez symetryczny tensor naprężenia σ o składowych σ_{ij} . Geometryczną interpretację poszczególnych składowych dla nieskończenie małej elementarnej objętości materiału o wymiarach dx dy dz ilustruje rysunek 4.1.



Rys. 4.1. Geometryczna interpretacja składowych sił oddziaływania na wydzieloną elementarną objętość materiału (na podstawie: [105])

Na rysunku powyżej przedstawiono 9 składowych wypadkowych sił oddziaływania otaczającego materiału na elementarną objętość materiału. Składowe tensora naprężenia związane są z siłami pokazanymi na rysunku 4.1 następującą relacją

$$\sigma_{ij} = \frac{dT_{ij}}{dS_i}, \quad (4.6)$$

gdzie dS_i to pole powierzchni ścianki o normalnej zgodnej z kierunkiem osi x_i , przy czym

$$dS_i = \frac{1}{2} dx_k dx_l |e_{ikl}|. \quad (4.7)$$

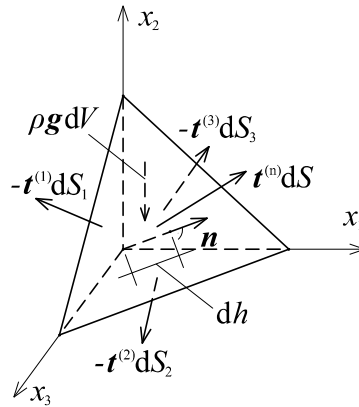
Grupując odpowiednie składowe tensora naprężenia σ , otrzymuje się wyrażenie na wektor naprężenia na ściance o normalnej w kierunku i o zwrocie osi x_i

$$t_j^{(i)} = \sigma_{ij}. \quad (4.8)$$

Wektor naprężenia $t^{(n)}$ na dowolnie nachylonej powierzchni o jednostkowej normalnej \mathbf{n} jest opisany wzorem Cauchy'ego:

$$t_i^{(n)} = \sigma_{ij} n_j. \quad (4.9)$$

Graficzną interpretację wektora naprężenia $t^{(n)}$ przedstawiono na rysunku 4.2, na którym zaprezentowano wektory wypadkowych sił działających na czworościenną infinitezymalnie małą objętość ośrodka. Znak „minus” przy symbolu $t^{(i)}$ wynika z przeciwnego do osi x_i zwrotu normalnej zewnętrznej na odpowiednich ścianach rozważanego czworościanu.



Rys. 4.2. Geometryczna interpretacja wektora naprężenia Cauchy'ego $t^{(n)}$ (wg [105])

Wzór (4.9), określający wartości składowych wektora $t^{(n)}$ wyprowadza się z zasady zachowania pędu (warunków równowagi) dla zaprezentowanego wycinka materiału przy założeniu jego infinitezymalnych wymiarów, tzn. $dh \rightarrow 0$ [105]. Zastąpienie oddziaływania otaczającego ośrodka wypadkowymi siłami działającymi na ściany elementarnej objętości pozwala traktować ją jak niezależny zbiór cząstek materiału (ciało swobodne). Wówczas zasadne jest zapisanie zasady zachowania pędu [105]

$$\mathbf{t}^{(n)}dS - \sum_{i=1}^3 \mathbf{t}^{(i)}dS_i + \rho \mathbf{g}dV = (dm\mathbf{v})_{,t}. \quad (4.10)$$

Podstawiając

$$dS_i = dS \cos(\mathbf{n}, \hat{\mathbf{i}}) = dS n_i \quad (4.11)$$

oraz

$$dm = \rho dV, \quad (4.12)$$

a także

$$dV = \frac{1}{3}dS \cdot dh \quad (4.13)$$

do (4.10), otrzymuje się

$$\mathbf{t}^{(n)}dS - \sum_{i=1}^3 \mathbf{t}^{(i)}dS \cdot n_i + \frac{1}{3}\rho \mathbf{g}dh dS = \frac{1}{3}\rho dh dS \mathbf{v}_{,t}. \quad (4.14)$$

Po podzieleniu obustronnie przez dS i pominięciu członów zawierających wielkość dh , zdążającą do zera, otrzymuje się

$$\mathbf{t}^{(n)} = \sum_{i=1}^3 \mathbf{t}^{(i)} n_i. \quad (4.15)$$

Podstawienie (4.8) do powyższego wzoru (4.15) prowadzi bezpośrednio do uzyskania wzoru (4.9). A zatem wykazano, że wzór (4.9) wynika z II zasady dynamiki Newtona.

Dla jednorodnego stanu naprężenia, którego przyjęcie jest uzasadnione dla odpowiednio małych (zdążających do zera) wymiarów dx , dy oraz dz , można pokazać, że tensor naprężenia σ jest reprezentowany symetryczną macierzą jego składowych. W szczególności oznacza to, że

$$\sigma_{12} = \sigma_{21}, \quad \sigma_{23} = \sigma_{32}, \quad \sigma_{31} = \sigma_{13}. \quad (4.16)$$

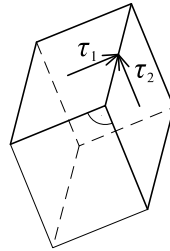
Rozważany jest moment statyczny sił względem osi x_1 , działających na wycinek materiału pokazany na rysunku 4.1. Składowe wektora naprężenia na niewidocznych ścianach, określone wg wzoru (4.9) są tej samej wartości, ale o przeciwnym zwrocie względem tych działających na odpowiednich – widocznych, przeciwległych ścianach. W związku z tym, pomijając znoszące się momenty pochodzące od składowych na przeciwległych ścianach elementarnego prostopadłościanu, sumaryczny moment sił względem osi x_1 wynosi

$$\sigma_{23}dx_1dx_2dx_3 - \sigma_{32}dx_1dx_2dx_3. \quad (4.17)$$

Pomijając siły bezwładności, które dla infinitezimalnego wycinka materiału są małe w porównaniu do składowych tensora naprężenia, zastosowanie zasady zachowania momentu pędu prowadzi do zależności

$$\sigma_{23} = \sigma_{32}. \quad (4.18)$$

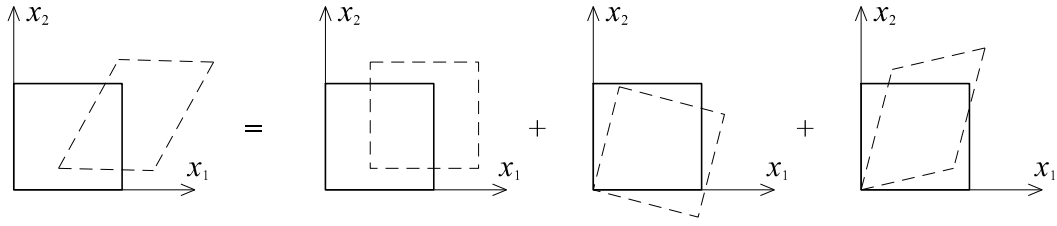
Analogiczne rozważania można przeprowadzić dla momentów sił względem pozostałych osi układu współrzędnych, co prowadzi do udowodnienia (4.16). Dalszą konsekwencją symetrii tensora naprężenia jest m. in. tzw. twierdzenie o równowartości naprężeń stycznych (ang. *theorem of conjugate shear stresses*) [105]. Mówi ono o tym, że odpowiednie naprężenia styczne są sobie równe w dowolnie zorientowanym kartezjańskim układzie współrzędnych, w szczególności na krawędzi dwóch dowolnych płaszczyzn, przecinających się pod kątem prostym. Fakt ten zilustrowano na rysunku poniżej.



Rys. 4.3. Ilustracja równowartości naprężeń stycznych: $\tau_1 = \tau_2$ (na podstawie [105])

Stan deformacji

Niech cząstki ośrodka poruszają się z prędkością \mathbf{v} . W nieskończenie krótkim przedziale czasu dt , wszystkie punkty ośrodka doznają infinitezimalnego przemieszczenia, za które odpowiada przyrost przemieszczenia $\mathbf{v}dt$. Ruch elementarnej objętości można jednoznacznie opisać jako superpozycję ruchu translacyjnego (ciała sztywnego), sztywnego obrotu oraz odkształcenia. Miarą translacji jest wektor prędkości \mathbf{v} , a deformacji i sztywnego obrotu tensor gradientu prędkości ruchu o składowych $v_{i,j}$. Geometryczną interpretację poszczególnych „składowych” ruchu elementarnej objętości materiału w przypadku dwuwymiarowego (płaskiego) stanu ruchu przedstawiono na rysunku poniżej. Linia ciągłą wykreślono schematycznie konfigurację odniesienia, a przerywaną elementarną objętość w konfiguracji aktualnej (po przemieszczeniu o $d\mathbf{u}=\mathbf{v}dt$).



Rys. 4.4. Superpozycja translacji, obrotu oraz odkształcenia

Prędkość kątowna sztywnego obrotu wyrażona jest wzorem

$$\Omega_i = -\frac{1}{2} e_{ijk} \omega_{jk}, \quad (4.19)$$

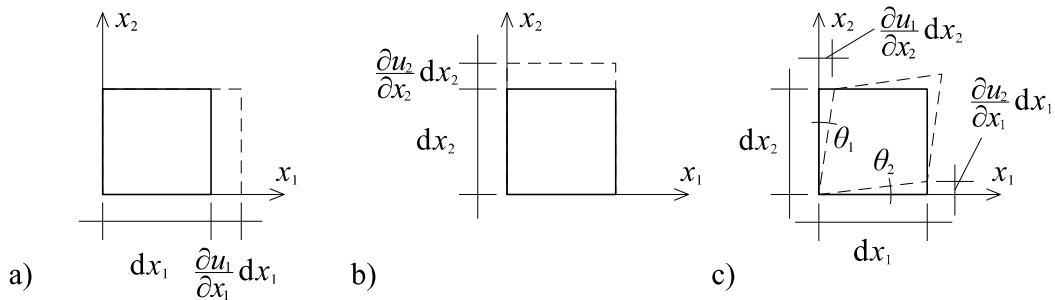
gdzie e_{ijk} jest symbolem permutacyjnym, a ω jest tensorem prędkości kątowej rotacji, stanowiącym antysymetryczny składnik gradientu prędkości

$$\omega_{ij} = \frac{1}{2} (v_{i,j} - v_{j,i}). \quad (4.20)$$

Składowe tensora prędkości odkształcenia są zdefiniowane jako symetryczna część tensora gradientu prędkości ruchu

$$\xi_{ij} = \frac{1}{2} (v_{i,j} + v_{j,i}), \quad (4.21)$$

gdzie pochodne cząstkowe są liczone po składowych bieżącego wektora wodzącego w konfiguracji aktualnej. Jak wynika z przyjętej definicji, rozciąganie jest dodatnie (znak plus), tj. przyjęto klasyczną konwencję znakowania. Interpretację geometryczną poszczególnych składowych tensora odkształcenia prezentuje poniższy rysunek.



Rys. 4.5. Interpretacja geometryczna odkształcenia w przypadku dwuwymiarowym:

a) jednoosiowe rozciąganie w kierunku x_1 , b) jednoosiowe rozciąganie w kierunku x_2 ,

c) czyste ścinanie w płaszczyźnie x_1 0 x_2

Zastosowanie definicji odkształcenia podłużnego

$$\varepsilon = \lim_{l \rightarrow 0} \frac{\Delta l}{l} \quad (4.22)$$

oraz interpretacji geometrycznej z rys. 4.5 daje równoważny rezultat z wykorzystaniem wzoru (4.21), scałkowanego po czasie, tj.

$$\varepsilon_{ij} = u_{i,j} = \frac{\partial u_i}{\partial x_j}, \text{ dla } i = j. \quad (4.23)$$

W przypadku odkształcenia postaciowego każda ze składowych symetrycznego tensora odkształcenia określona jest wzorem

$$\varepsilon_{ij} = \varepsilon_{ji} = \frac{1}{2}(\theta_{ij} + \theta_{ji}) = \frac{1}{2}\gamma_{ij}, \text{ dla } i \neq j, \quad (4.24)$$

gdzie θ_{ij} , θ_{ji} – to kąty obrotu jak na rys. 4.5.c), $\gamma_{ij} = \theta_{ij} + \theta_{ji}$ – to odkształcenie postaciowe (kątowe) w płaszczyźnie x_i 0 x_j .

Tensor prędkości odkształcenia ξ może być wyrażony w postaci sumy aksjatora oraz dewiatora, zgodnie z następującym zapisem

$$\xi_{ij} = \xi_{ij}^{ax} + \xi_{ij}^{dev}. \quad (4.25)$$

Oznacza to, że deformacje (oraz ich prędkości wg wzoru powyżej) można wyrazić jako superpozycję zmiany objętości oraz postaci (kształtu) elementarnego wycinka materiału. Część aksjatorowa prędkości odkształcenia

$$\xi_{ij}^{ax} = \frac{1}{3}\delta_{ij}\xi_{kk} \quad (4.26)$$

stanowi tensor izotropowy, co w szczególności oznacza, że jego składowe są niezmiennicze ze względu na obrót układu współrzędnych. Pierwszy niezmiennik tensora prędkości odkształcenia określa wielkość prędkości dylatacji elementarnej objętości materiału, tzn. prędkość odkształcenia objętościowego

$$\xi_V = \xi_{kk}. \quad (4.27)$$

Część dewiatorowa ξ_{ij}^{dev} tensora prędkości odkształcenia określa prędkość zmiany postaci, tzn. tę część deformacji, która nie pociąga za sobą zmiany objętości. Z równań (4.25) oraz (4.26) wynika, że składowe dewiatora prędkości odkształcenia mogą być obliczone według wzoru:

$$\xi_{ij}^{dev} = \xi_{ij} - \frac{1}{3}\delta_{ij}\xi_{kk}. \quad (4.28)$$

4.1.2. Równania ruchu

Zapisanie zasady zachowania pędu dla elementarnej objętości kontinuum materialnego daje układ 3 równań ruchu Cauchy'ego:

$$\sigma_{ij,j} + \rho \cdot g_i = \rho \frac{dv_i}{dt}, \quad (4.29)$$

gdzie ρ – jest gęstością (masą na jednostkę objętości ośrodka), $\rho \mathbf{g}$ – jest siłą objętościową, $d\mathbf{v}/dt$ – jest pochodną materialną prędkości po czasie. Równania te, w matematycznym sensie, rządzą ruchem elementarnej objętości, w przypadku działania siły objętościowej $\rho \mathbf{g}$. Wektor \mathbf{g} określa przyspieszenie bezwładnościowe w nieinercjalnym układzie odniesienia, np. wektor przyspieszenia grawitacyjnego w polu grawitacyjnym Ziemi przy jej powierzchni. Warto zauważyć, że w przypadku stanu równowagi statycznej przyspieszenie $d\mathbf{v}/dt$ jest zerem, i równanie (4.29) sprowadza się do cząstkowego równania różniczkowego równowagi Naviera

$$\sigma_{ij,j} + \rho \cdot g_i = 0. \quad (4.30)$$

4.1.3. Równania konstytutywne sprężysto-plastyczności

Równania ruchu (4.29) wraz z definicjami prędkości odkształcenia (4.21) stanowią dziewięć równań dla piętnastu niewiadomych (6 składowych tensora prędkości odkształcenia, 6 naprężenia i 3 składowe wektora prędkości). Sześć dodatkowych równań, koniecznych do rozwiązania całego układu stanowią równania konstytutywne. Równania te, definiujące zachowanie fizyczne konkretnego materiału, opisują zależność przyrostu naprężenia od prędkości odkształcenia a niekiedy też innych wielkości, np. aktualnego stanu naprężenia $\boldsymbol{\sigma}$ czy niezmienników tensora odkształceń plastycznych skumulowanych w materiale. Równania konstytutywne można zwykle zapisać w następującej ogólnej formie:

$$\dot{\boldsymbol{\sigma}} = \mathbf{H}_{ij}(\boldsymbol{\sigma}_{ij}, \boldsymbol{\xi}_{ij}, \kappa). \quad (4.31)$$

gdzie $\dot{\boldsymbol{\sigma}}$ jest tensorem prędkości (przyrostu) naprężenia, \mathbf{H} jest daną funkcją, a κ to parametr, który bierze pod uwagę historię obciążenia.

W przypadku, w którym założenie małych odkształceń przestaje obowiązywać, a stosuje się opis przestrzenny (opis Eulera), w którym układ odniesienia nie zmienia się pomimo narastających w materiale deformacji, należy dodatkowo uwzględnić „wędrówkę” (translację i obrót) materiału w przestrzeni. Wówczas, składowe tensora prędkości naprężenia $\tilde{\boldsymbol{\sigma}}$ muszą być zdefiniowane następująco:

$$\tilde{\sigma}_{ij} = \frac{d\sigma_{ij}}{dt} - \omega_{ik}\sigma_{kj} + \sigma_{ik}\omega_{kj}. \quad (4.32)$$

Po rozpisaniu powyższego równania, tensor $\tilde{\boldsymbol{\sigma}}$ może być wyrażony jako

$$\ddot{\sigma}_{ij} = \frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial t} + v_k \sigma_{ij,k} - \omega_{ik} \sigma_{kj} + \sigma_{ik} \omega_{kj}. \quad (4.33)$$

Przedstawione wyżej równania stanowią najogólniejszą postać równań konstytutywnych, stosowaną w ramach teorii ośrodka ciągłego. W ogólności równania te wiążą wielkość występujących w materiale naprężeń ze stanem deformacji materiału a niekiedy też z innymi wielkościami. Zależność pomiędzy naprężeniem i deformacją, opisywana związkami konstytutywnymi, zależy od rodzaju rozważanego materiału i stanowi jego właściwość. Podstawy opisu matematycznego związków konstytutywnych stosowanych najczęściej w ramach teorii ośrodka ciągłego (sprężystości i plastyczności) przedstawiono w kolejnych podpunktach.

4.1.3.1. Równania liniowej sprężystości

Najprostszym typem związków konstytutywnych, stosowanym w mechanice jest liniowe prawo sprężystości Hooke'a. Przy założeniu izotropii ośrodka i małych wartości odkształceń prawo to może być zapisane następująco:

$$\dot{\sigma}_{ij} = H_{ij}(\xi_{ij}) = 2G\xi_{ij} + \left(K - \frac{2}{3}G\right)\delta_{ij}\xi_{kk}, \quad (4.34)$$

gdzie: G – oznacza moduł odkształcalności postaciowej Kirchhoffa, K – moduł odkształcalności objętościowej Helmholtza. Warto zauważyć, że funkcja H_{ij} zależy w tym przypadku wyłącznie od prędkości odkształcenia, zatem związki sprężystości nie zależą ani od historii obciążenia, ani od aktualnego stanu naprężenia.

Co więcej, dla materiału sprężystego można pokazać, że stan naprężenia zależy jedynie od aktualnej wartości odkształcenia, pod warunkiem, że stanowi beznaprężeniowemu towarzyszą zerowe odkształcenia. W poniższych rozważaniach zakłada się, że właściwości rozważanego ośrodka – stałe sprężystości nie zależą od czasu, ani poziomu występujących w materiale naprężeń czy odkształceń. Mówi się wówczas o liniowej sprężystości. Całkując równanie (4.34) po czasie otrzymuje się

$$\int_0^t \dot{\sigma}_{ij} dt = \int_0^t \left(2G\xi_{ij} + \left(K - \frac{2}{3}G\right)\delta_{ij}\xi_{kk} \right) dt, \quad (4.35)$$

co po podstawieniu

$$\xi_{ij} = \dot{\epsilon}_{ij} \quad (4.36)$$

i dalszych przekształceniach daje

$$\sigma_{ij} - \sigma_{ij}^0 = 2G(\epsilon_{ij} - \epsilon_{ij}^0) + \left(K - \frac{2}{3}G\right)\delta_{ij}(\epsilon_{kk} - \epsilon_{kk}^0), \quad (4.37)$$

gdzie 0 w indeksie górnym oznacza wartość danej wielkości w chwili $t=0$. Dodatkowo zakładając, że zerowym przemieszczeniom przed obciążeniem materiału (w chwili $t=0$) towarzyszy brak przemieszczeń i, co za tym idzie, deformacji, otrzymuje się zależność między naprężeniem a odkształceniem

$$\sigma_{ij} = 2G\varepsilon_{ij} + \left(K - \frac{2}{3}G \right) \delta_{ij} \varepsilon_{kk}. \quad (4.38)$$

Z postaci wzoru (4.38) wynika w sposób jawny, że na podstawie znajomości odkształceń można jednoznacznie określić naprężenie. Można wykazać odwracalność tego związku, tj. wzajemną jednoznaczność naprężeń i odkształceń. Obliczając z (4.38) sumę σ_{ll} otrzymuje się

$$\sigma_{ll} = 3K\varepsilon_{kk}. \quad (4.39)$$

Podstawiając ε_{kk} , wyliczone z powyższej zależności, do równania (4.38) otrzymuje się

$$\sigma_{ij} = 2G\varepsilon_{ij} + \left(K - \frac{2}{3}G \right) \delta_{ij} \frac{1}{3K} \sigma_{ll}, \quad (4.40)$$

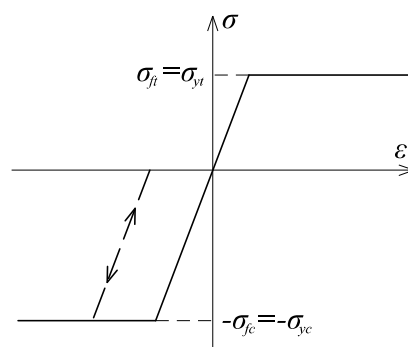
co po prostych przekształceniach daje w konsekwencji wyrażenie na składowe tensora odkształcenia, które można obliczyć na podstawie znajomości naprężeń, zgodnie z zależnością

$$\varepsilon_{ij} = \frac{1}{2G} \sigma_{ij} - \frac{3K - 2G}{18KG} \delta_{ij} \sigma_{ll}. \quad (4.41)$$

4.1.3.2. Podstawowe pojęcia plastyczności – przypadek jednoosiowy

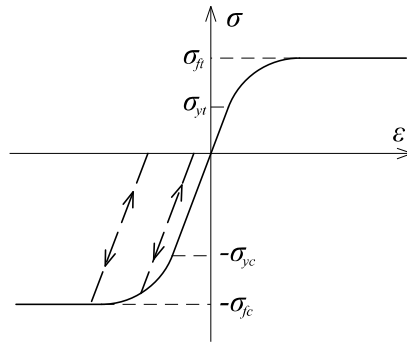
Opis plastyczności materiałów został wprowadzony dla zagadnienia zniszczenia stali niskowęglowej (np. [48]). Podstawowym testem wykonywanym na próbkach stali jest test jednoosiowego ściskania/rozciągania, w którym oprócz parametrów sprężystości (stałych sprężystości) wyznacza się tzw. granicę plastyczności σ_{yt} , tj. wartość naprężenia, po przekroczeniu której, liniowe prawo Hooke'a przestaje obowiązywać. Wówczas w materiale pojawiają się trwałe odkształcenia, tzw. plastyczne, które pozostają w nim po odciążeniu. Innymi słowy, w przypadku stanów jednoosiowego naprężenia zakres stosowalności prawa Hooke'a ograniczony jest wartościami naprężenia $-\sigma_{yc}$ oraz σ_{yt} . Pierwsza z wymienionych wielkości, tj. σ_{yc} oznacza granicę plastyczności przy ściskaniu, druga – σ_{yt} analogiczną wielkość dla rozciągania. Użyte indeksy oznaczają skrót wymienionych pojęć w języku angielskim (*yield in compression*, *yield in tension*). Po przekroczeniu jednej ze wspomnianych granicznych wielkości naprężenia w materiale pojawiają się deformacje trwałe, plastyczne.

Zachowanie naprężenie-odkształcenie, czyli związek konstytutywny stali niskowęglowej z dobrym przybliżeniem opisuje model sprężysto-idealnie plastyczny. W przypadku takiego modelu, osiągnięcie granicy plastyczności jest jednoznaczne z osiągnięciem granicy wytrzymałości na ściskanie $-\sigma_{fc}$ lub rozciąganie σ_{ft} (ang. *failure in compression, failure in tension*). Zniszczenie plastyczne jest wówczas związane z teoretycznie nieograniczonym przyrostem deformacji, tzw. plastycznym płynięciem, któremu nie towarzyszy przyrost wartości naprężenia. Opisany przypadek materiału sprężysto-idealnie plastycznego reprezentowany jest charakterystyką σ - ε , przedstawioną na rys. 4.6.



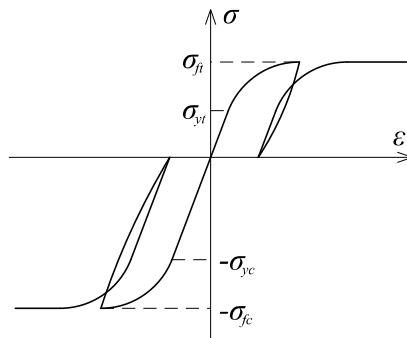
Rys. 4.6. Charakterystyka σ - ε , odpowiadająca modelowi materiału sprężysto-idealnie plastycznego (na podstawie [48])

Duża część materiałów stosowanych w przemyśle budowlanym nie wykazuje wyraźnej granicy plastyczności. Dotyczy to zwłaszcza materiałów, których budowa jest bardziej złożona (chaotyczna) niż krystaliczna budowa metali, np. drewno, cegła, a w jeszcze większym stopniu beton lub grunt. W takim wypadku dokładniejszy opis zachowania się materiału stanowi model sprężysto-plastyczny o wzmocnieniu izotropowym. Odkształcenia trwałe (plastyczne) pojawiają się jeszcze przed przekroczeniem granicy wytrzymałości materiału, a przedział sprężystości rozszerza się wraz z przyrostem deformacji plastycznych. Charakterystyka σ - ε dla takiego modelu przedstawiona została na rysunku 4.7. W modelu takim stan sprężysty odpowiada wnętrzu statycznej obwiedni obciążenia pierwotnego [48]. Gałęzie odciążenia-ponownego obciążenia, przedstawione na rysunku linią przerywaną, odpowiadają modelowi Hooke'a, tzn. zależność przyrostów naprężenia i odkształcenia opisuje zależność (4.34).



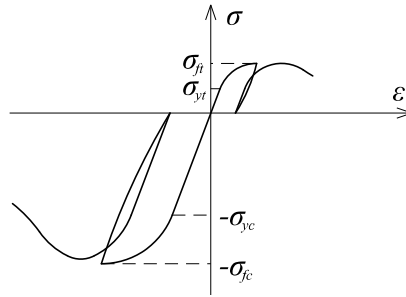
Rys. 4.7. Charakterystyka σ - ε , odpowiadająca modelowi materiału sprężysto-plastycznego z wzmocnieniem izotropowym (na podstawie [48])

Na podstawie badań pod obciążeniem cyklicznym stwierdzono, że deformacjom plastycznym towarzyszy przesuwanie się gałęzi charakterystyki σ - ε [48], a co za tym idzie, również przedziału sprężystości. Uogólnieniem modelu sprężysto-plastycznego, uwzględniającym powyższe efekty jest model o wzmocnieniu izotropowo-kinematycznym, nazywanym również modelem o wzmocnieniu anizotropowym, ze względu na oderwanie przedziałów sprężystości od stanu naturalnego. Charakterystyka σ - ε , odpowiadająca takiemu modelowi pokazana jest na rysunku 4.8.



Rys. 4.8. Charakterystyka σ - ε , odpowiadająca modelowi materiału sprężysto-plastycznego z wzmocnieniem izotropowo-kinematycznym (na podstawie [48])

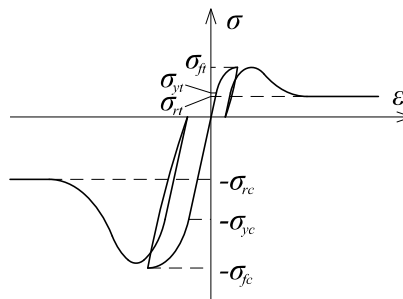
Materiały takie jak skonsolidowany grunt, skała, czy beton po przekroczeniu wytrzymałości szczytowej wykazują zachowanie niestateczne – następuje degradacja materiału, spowodowana np. rozwojem mikrouszkodzeń, tj. sieci drobnych zarysowań, szczelin czy pęknięć. W celu określenia związków konstytutywnych takiego materiału do wyżej opisanych modeli wprowadza się dodatkowo element osłabienia. Cechą charakterystyczną modeli tego typu materiałów jest obniżanie się obwiedni obciążenia pierwotnego po przekroczeniu wytrzymałości szczytowej. Rysunek 4.9 przedstawia przykład charakterystyki σ - ε materiału kruchego z wzmocnieniem izotropowo-kinematycznym i elementem osłabienia.



Rys. 4.9. Charakterystyka σ - ϵ niestatecznego zachowania materiału kruchego – model ze wzmocnieniem izotropowo-kinematycznym i z elementem osłabienia (na podstawie [48])

W wypadku materiałów kruchych, po przekroczeniu pewnej granicznej wartości odkształcenia w materiale pojawiają się wskrośne rysy, tworzące zlokalizowane powierzchnie nieciągłości. Dalszy opis zachowania materiału w ujęciu teorii ośrodka ciągłego traci wobec tego sens, co zresztą potwierdzają nieciągłe charakterystyki otrzymywane eksperymentalnie [31]. Warto także zwrócić uwagę na proporcję wytrzymałości na ściskanie i rozciąganie, która dla materiałów kruchych jest daleka od jedności, zwykle rzędu $\sigma_{fc}/\sigma_{ft} = 10$ lub więcej [31].

Aproksymację zachowania kruchego, w ujęciu teorii plastyczności uwzględniają modele, w których materiał po przekroczeniu wartości wytrzymałości szczytowej, pomimo początkowo niestatecznego zachowania wykazuje cechy ciągliwości, tzn. posiada wytrzymałość rezydualną lub resztkową. Charakterystykę takiego ośrodka przedstawiono na rysunku 4.10. W opisie zachowania materiałów kruchych wytrzymałość resztkowa, zarówno przy ściskaniu σ_{rc} jak i przy rozciąganiu σ_{rt} powinny zdążyć do zera, a nachylenie charakterystyki po przekroczeniu granicy wytrzymałości powinno być duże.



Rys. 4.10. Charakterystyka σ - ϵ , odpowiadająca modelowi materiału sprężysto-plastycznego ze wzmocnieniem izotropowo-kinematycznym i z elementem osłabienia (na podstawie [48])

4.1.3.3. Funkcje charakterystyczne

Uogólnieniem podstawowych pojęć plastyczności w analizie złożonego, trójwymiarowego stanu naprężenia są tzw. funkcje charakterystyczne.

W przypadku jednoosiowym jednoznaczne określenie poziomu naprężeń, przy którym w materiale pojawiają się odkształcenia trwałe wymaga określenia jednej skalarnej wielkości, tj. granicy plastyczności. W przypadku analizy trójwymiarowego stanu naprężenia, aby określić czy w materiale pojawiają się odkształcenia trwałe, wprowadza się skalarną funkcję plastyczności f , która przyjmuje wartości ujemne w przypadku stanów sprężystych oraz wartość równą 0, gdy materiał doznaje odkształceń plastycznych (trwałych). Wartości dodatnie oznaczają stany niedozwolone. Argumentem funkcji plastyczności f jest zawsze tensor naprężenia, a w przypadku bardziej złożonych modeli także inne parametry. Przykładowo, dla modeli, uwzględniających efekty wzmocnienia lub osłabienia, jeden lub więcej skalnych parametrów wzmocnienia [48], zależnych od skumulowanych w materiale odkształceń trwałych.

Kolejną funkcją charakterystyczną, stosowaną w teorii sprężysto-plastyczności, jest funkcja stanu granicznego F [48] (funkcja graniczna wg [50]). Podobnie jak w przypadku funkcji plastyczności, wartości F muszą być niedodatnie. Osiągnięcie wartości $F=0$ determinuje wystąpienie stanu granicznego, który oznacza zniszczenie plastyczne [48], związane z nieograniczonym wzrostem odkształceń przy stałym obciążeniu.

W opisie niektórych, bardziej złożonych materiałów wprowadza się kolejne funkcje charakterystyczne, np. funkcję ograniczającą, będącą szczególnym przypadkiem funkcji plastyczności, czy też funkcje potencjału plastycznego, niezbędną do określenia prawa plastycznego płynięcia.

Niezmienniki naprężenia

Jeśli modelowany materiał jest izotropowy, wtedy argumentami funkcji charakterystycznych muszą być niezmienniki tensora naprężenia, które mogą być wyrażone następująco [48]

$$\begin{aligned}
 I_1 &= \sigma_{ii} \\
 I_2 &= \frac{1}{2} I_1^2 - \frac{1}{2} \sigma_{ij} \sigma_{ij} \\
 I_3 &= \frac{1}{3} \sigma_{ij} \sigma_{jk} \sigma_{kl} - \frac{1}{2} I_1 \sigma_{ij} \sigma_{ji} + \frac{1}{6} I_1^3
 \end{aligned}
 \tag{4.42}$$

Dodatkowo, jeśli w danym punkcie znane są wartości naprężeń głównych, to niezmienniki tensora naprężenia można wyrazić prościej

$$\begin{aligned} I_1 &= \sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3, \\ I_2 &= \sigma_1\sigma_2 + \sigma_2\sigma_3 + \sigma_3\sigma_1, \\ I_3 &= \sigma_1\sigma_2\sigma_3, \end{aligned} \quad (4.43)$$

gdzie naprężeniami głównymi $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$ nazywa się pierwiastki równania charakterystycznego

$$\sigma^3 - I_1\sigma^2 + I_2\sigma - I_3 = 0, \quad (4.44)$$

uporządkowane w taki sposób, że $\sigma_1 \geq \sigma_2 \geq \sigma_3$.

W przypadku modeli materiałów izotropowych, argumentami funkcji charakterystycznych mogą być w sposób jawny wartości naprężeń głównych, które stanowią alternatywną dla (4.43) trójkę niezmienników – ich wartości również są niezmiennicze, tj. niezależne od wyboru (obrotu) kartezjańskiego układu odniesienia. Wówczas warunek dopuszczalnego stanu naprężenia można przedstawić następująco

$$F(\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3) \leq 0. \quad (4.45)$$

W niektórych modelach argumentem funkcji charakterystycznych może być drugi niezmiennik dewiatora naprężenia, wyrażony jako

$$J_2 = -\frac{1}{2} s_{ij} s_{ij}, \quad (4.46)$$

przy czym s_{ij} oznacza dewiator naprężenia [48]

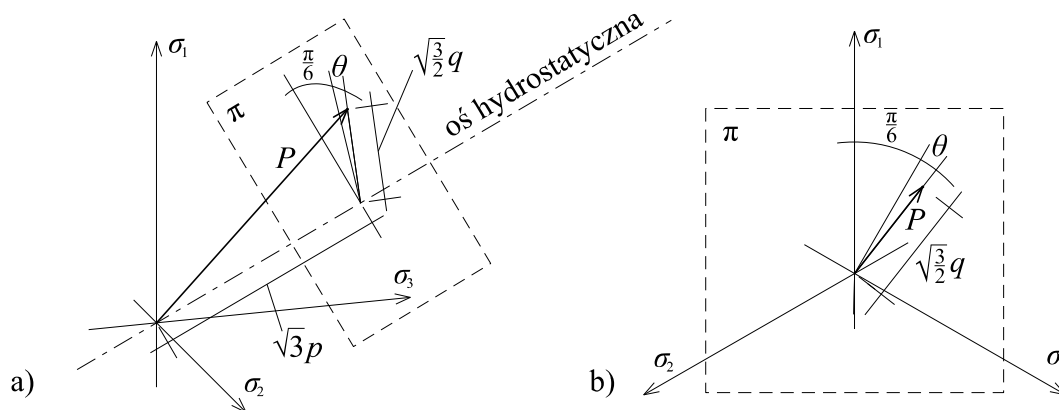
$$s_{ij} = \sigma_{ij} - \frac{1}{3} \delta_{ij} \sigma_{kk}. \quad (4.47)$$

Innymi, często stosowanymi niezmiennikami są naprężenie średnie p , intensywność obciążenia q oraz kąt Lodego θ [48]

$$\begin{aligned} p &= -\frac{1}{3} I_1 = -\frac{1}{3} \sigma_{kk} = -\frac{1}{3} (\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3), \\ q &= \sqrt{-3J_2} = \sqrt{\frac{3}{2} s_{ij} s_{ij}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2}, \\ \theta &= \frac{1}{3} \arcsin\left(-\frac{27 J_3}{2 q^3}\right), \quad \theta \in \left(-\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{6}\right). \end{aligned} \quad (4.48)$$

Niezmienniki p, q i θ mają czytelną interpretację geometryczną w przestrzeni naprężeń głównych. Dowolny stan naprężenia w rozważanym punkcie ośrodka materialnego determinuje jednoznacznie wektor naprężenia \mathbf{P} w układzie osi

współrzędnych $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$. Niech wektor \mathbf{P} (zaczepiony w początku układu współrzędnych) ma swój koniec w płaszczyźnie dewiatorowej π . Wówczas, odległość tej płaszczyzny od początku układu współrzędnych wynosi $\sqrt{3}p$, odległość końca wektora \mathbf{P} od osi hydrostatycznej jest równa $\sqrt{2/3}q$, a kąt jaki tworzy rzut wektora \mathbf{P} z rzutem wersora osi σ_1 na płaszczyznę dewiatorową wynosi $\pi/6 + \theta$, gdzie θ jest kątem Lodego. Fakty te ilustruje rysunek 4.11.



Rys. 4.11. Interpretacja geometryczna niezmienników p, q oraz θ w przestrzeni naprężeń głównych – widok aksonometryczny: a) ogólny 3D, b) izometryczny w płaszczyźnie dewiatorowej π

Przedstawiona interpretacja wymaga uzupełnienia o definicje osi hydrostatycznej i płaszczyzny dewiatorowej. Oś hydrostatyczną nazywa się prostą

$$\sigma_1 = \sigma_2 = \sigma_3, \quad (4.49)$$

nachyloną do wszystkich osi kartezjańskiego układu współrzędnych pod tym samym kątem. Każdą płaszczyznę prostopadłą do osi hydrostatycznej

$$\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3 = \text{const.} \quad (4.50)$$

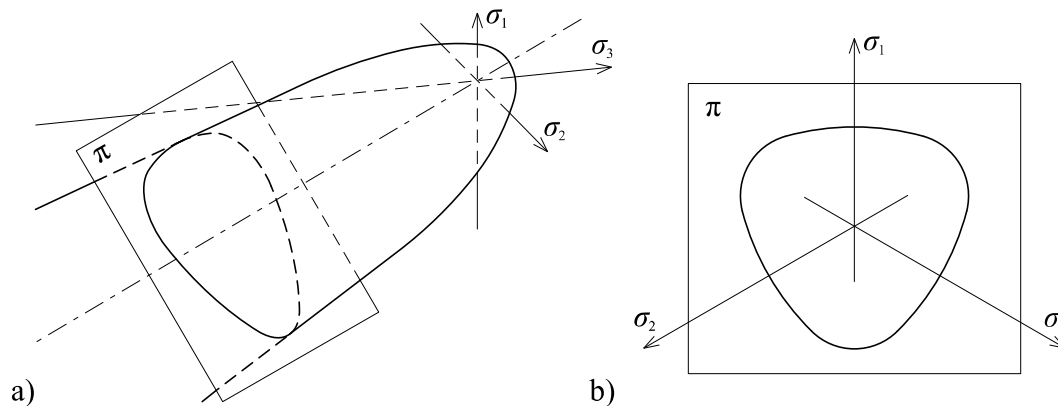
nazywa się płaszczyzną dewiatorową.

4.1.3.4. Reprezentacja geometryczna funkcji charakterystycznych

Najogólniej rzecz ujmując, funkcje charakterystyczne są reprezentowane hiperpowierzchniami (lub ogólniej: rodzinami hiperpowierzchni) w sześciowymiarowej przestrzeni niezależnych składowych tensora naprężenia. Zilustrowanie takich hiperpowierzchni jest w zasadzie niemożliwe. Można natomiast przedstawić pewne charakterystyczne trójwymiarowe lub płaskie przekroje takich hiperpowierzchni [48]. W przypadku materiałów początkowo izotropowych wspomniane przekroje, w przestrzeni niezmienników tensora naprężenia w jednoznaczny sposób odwzorowują funkcje plastyczności f i wytrzymałości F . Funkcje charakterystyczne niektórych modeli

konstrytuwnych nie zależą od wszystkich trzech niezmienników, wtedy możliwe jest przedstawienie tych funkcji na płaszczyźnie lub w przestrzeni jednowymiarowej, co zdecydowanie upraszcza interpretację.

Funkcje charakterystyczne materiałów izotropowych mogą być przedstawione w przestrzeni niezmienników, np. w przestrzeni naprężeń głównych. Rysunek 4.12 przedstawia przykładową funkcję plastyczności oraz jej wybrany przekrój w płaszczyźnie dewiatorowej.



Rys. 4.12. Przykładowy kształt funkcji plastyczności materiału izotropowego:

a) ogólny widok aksonometryczny, b) wybrany przekrój w płaszczyźnie dewiatorowej π

Warto zwrócić uwagę na symetrię śladu powierzchni plastyczności w płaszczyźnie dewiatorowej względem rzutów osi układu współrzędnych σ_1 , σ_2 i σ_3 na tę płaszczyznę, co wg [50] określa się mianem symetrii trójkątnej. Wynika to bezpośrednio z faktu, że w powyższym przedstawieniu funkcji plastyczności (rys. 4.12) odstąpiono od uporządkowania trójki naprężeń głównych. Rzeczywisty zakres wartości kąta Lodego θ jest równy $\pi/3$, co stanowi 1/6 kąta pełnego, podczas gdy przekrój powierzchni plastyczności z płaszczyzną dewiatorową obejmuje kąt pełny, tj. 2π . W przypadku uwzględnienia uporządkowania wartości naprężeń głównych, należałoby rozważać funkcje charakterystyczne jedynie w podobszarze przestrzeni σ_1 - σ_2 - σ_3 , którego rzut na płaszczyznę dewiatorową π stanowi kąt ostry pomiędzy rzutem dodatniej części osi σ_1 i ujemnej σ_2 na płaszczyznę π . Odpowiada to zakresowi kąta Lodego θ (zob. wzór (4.48c)).

Jeśli rozważany jest materiał sprężysto-idealnie plastyczny, powierzchnia pokazana na ostatnim rysunku stanowi zarówno powierzchnię plastyczności jak i powierzchnię stanu granicznego. Jednocześnie powierzchnia ta rozgranicza obszary dozwolonych i niedozwolonych stanów naprężenia.

Wzmocnienie izotropowe

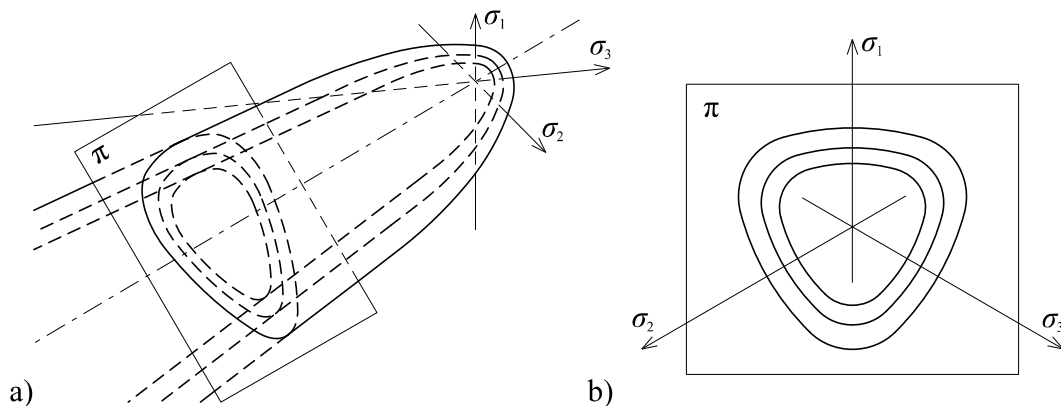
W modelach idealnej plastyczności powierzchnia plastyczności zajmuje stałe miejsce w przestrzeni naprężeń (jak na rys. 4.12), a wartość funkcji plastyczności zależy jedynie od aktualnego stanu naprężenia. W przypadku bardziej złożonych modeli ze wzmocnieniem izotropowym dopuszczalne powierzchnie plastyczności tworzą jednoparametrową rodzinę powierzchni

$$f(\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3, \kappa)=0, \quad (4.51)$$

gdzie κ jest skalarną funkcją odkształcenia plastycznego

$$\kappa = \kappa(\boldsymbol{\varepsilon}^{pl}). \quad (4.52)$$

Zmiany powierzchni, reprezentujące plastyczne wzmocnienie i osłabienie izotropowe mają charakter ewolucji homotetycznych [48]. Innymi słowy kolejne powierzchnie plastyczności powstają poprzez odwzorowanie w jednokładności względem pewnego stałego punktu, którym zwykle jest początek układu współrzędnych, określający stan beznaprężeniowy. Przykład ewolucji powierzchni plastyczności w modelu o wzmocnieniu izotropowym ilustruje rysunek 4.13.



Rys. 4.13. Przykład ewolucji powierzchni plastyczności w modelu o wzmocnieniu izotropowym

Wzmocnienie izotropowo-kinematyczne

W przypadku wzmocnienia izotropowo-kinematycznego, oprócz transformacji homotetycznych, powierzchnia plastyczności może podlegać także translacji. Ogólna postać funkcji plastyczności wyraża się, wówczas, wzorem

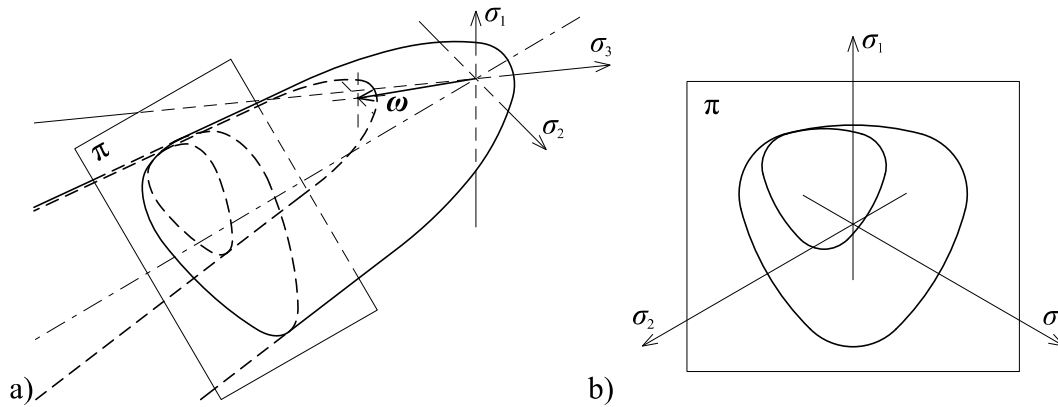
$$f(\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3, \kappa, \boldsymbol{\omega})=0, \quad (4.53)$$

gdzie $\boldsymbol{\omega}$ jest wektorowym parametrem wzmocnienia

$$\boldsymbol{\omega} = \boldsymbol{\omega}(\boldsymbol{\varepsilon}^{pl}). \quad (4.54)$$

Przykładową funkcję plastyczności dla takiego przypadku przedstawiono na rysunku 4.14. Wektor $\boldsymbol{\omega}$ ma przejrzystą interpretację i oznacza on wektor translacji środka

jednokładności powierzchni plastyczności względem konfiguracji odniesienia. Warto odnotować, że taki sposób transformacji może prowadzić do oderwania zakresu sprężystości od stanu beznaprężeniowego (por. 4.1.3.2). Widoczna na rysunku 4.14, „transformowana” węższa powierzchnia nie obejmuje początku układu współrzędnych, który określa stan beznaprężeniowy.



Rys. 4.14. Przykład „ewolucji” funkcji plastyczności dla materiału o wzmocnieniu izotropowo-kinematycznym

4.1.3.5. Całkowanie związków sprężysto-plastyczności

Dopóki wartość funkcji plastyczności pozostaje mniejsza od zera ($f < 0$), zachowanie materiału opisują przyrostowe równania sprężystości (por. 4.1.3.1).

Zachowanie plastyczne materiału determinowane jest niezerowym przyrostem odkształceń trwałych (plastycznych). Warunkiem koniecznym zaistnienia takiego stanu jest zerowa wartość funkcji plastyczności $f=0$. Wówczas, w celu jednoznacznego określenia zależności pomiędzy przyrostami naprężenia a przyrostami odkształcenia konieczne jest przyjęcie pewnych, dodatkowych założeń oraz praw, w szczególności zasady addytywności odkształcenia, prawa plastycznego płynięcia oraz warunku zgodności.

Zasada addytywności odkształcenia

Zasada addytywności odkształcenia lub, nazywana także zasadą dekompozycji (prędkości) odkształcenia (ang. *strain decomposition rule*) stwierdza, że całkowitą wartość prędkości odkształcenia (przyrostu odkształcenia) można wyrazić jako sumę prędkości odkształceń sprężystych ξ_{ij}^e oraz plastycznych, tj. trwałych ξ_{ij}^{pl}

$$\xi_{ij} = \xi_{ij}^e + \xi_{ij}^{pl}. \quad (4.55)$$

Część sprężysta prędkości odkształcenia spełnia liniowe prawo Hooke’a

$$\dot{\sigma}_{ij} = 2G\dot{\xi}_{ij}^e + \left(K - \frac{2}{3}G\right)\delta_{ij}\dot{\xi}_{kk}^e. \quad (4.56)$$

Po podstawieniu wartości ξ_{ij}^e obliczonej wg wzoru (4.55) do (4.62), otrzymuje się

$$\dot{\sigma}_{ij} = 2G(\dot{\xi}_{ij} - \dot{\xi}_{ij}^{pl}) + \left(K - \frac{2}{3}G\right)\delta_{ij}(\dot{\xi}_{kk} - \dot{\xi}_{kk}^{pl}). \quad (4.57)$$

Do określenia ξ_{ij}^{pl} stosuje się prawo plastycznego płynięcia oraz warunek zgodności.

Prawo plastycznego płynięcia

Proporcje odpowiednich składowych tensora odkształceń plastycznych ξ_{ij}^{pl} określa prawo plastycznego płynięcia. Można je przedstawić w postaci

$$\dot{\xi}_{ij}^{pl} = \lambda \frac{\partial g(\sigma_{ij})}{\partial \sigma_{ij}}, \quad (4.58)$$

gdzie g oznacza funkcję potencjału plastycznego, a λ jest pewnym skalarnym mnożnikiem. Interpretacja geometryczna zapisanego wyżej warunku jest taka, że wektor przyrostu odkształcenia plastycznego w przestrzeni składowych naprężenia jest prostopadły do funkcji potencjału plastycznego.

W przypadku tzw. stowarzyszonego prawa plastycznego płynięcia funkcja potencjału plastycznego jest tożsama z funkcją plastyczności $g=f$. W każdym przypadku, kiedy $g \neq f$ mówi się o niestowarzyszonym prawie plastycznego płynięcia.

Warunek zgodności

Aby zdefiniować jednoznacznie związek konstytutywny należy określić wartość współczynnika λ , czyli tzw. skalarnego mnożnika Lagrange'a. Zwykle wykorzystuje się w tym celu warunek zgodności, który najogólniej rzecz ujmując, stwierdza, że podczas procesu aktywnego, wartość funkcji plastyczności pozostaje zerowa, w szczególności przyrost funkcji plastyczności

$$df = 0. \quad (4.59)$$

Pod pojęciem procesu aktywnego rozumie się taki sposób obciążenia materiału, w którym powstają odkształcenia plastyczne. Korzystając z definicji różniczki zupełnej można zapisać

$$df = \dot{f}dt = \frac{\partial f}{\partial \sigma_{ij}} \dot{\sigma}_{ij} dt + \frac{\partial f}{\partial \kappa} \dot{\kappa} dt = 0, \quad (4.60)$$

co po uproszczeniu daje

$$\frac{\partial f}{\partial \sigma_{ij}} \dot{\sigma}_{ij} + \frac{\partial f}{\partial \kappa} \dot{\kappa} = 0. \quad (4.61)$$

Jeśli κ zależy tylko od odkształceń plastycznych, wtedy

$$\dot{\kappa} = \frac{\partial \kappa}{\partial \varepsilon_{ij}^{pl}} \frac{\partial \varepsilon_{ij}^{pl}}{\partial t} = \frac{\partial \kappa}{\partial \varepsilon_{ij}^{pl}} \xi_{ij}^{pl}, \quad (4.62)$$

a po podstawieniu do (4.66) otrzymuje się ostatecznie

$$\frac{\partial f}{\partial \sigma_{ij}} \dot{\sigma}_{ij} + \frac{\partial f}{\partial \kappa} \frac{\partial \kappa}{\partial \varepsilon_{ij}^{pl}} \xi_{ij}^{pl} = 0. \quad (4.63)$$

Wielkość κ może być zastąpiona w powyższym wzorze dowolnym wektorem skalarnych parametrów wzmocnienia. Zakładając, że dany model konstytutywny wykorzystuje m skalarnych parametrów wzmocnienia κ_n , ostatnie równanie transformuje się do postaci.

$$\frac{\partial f}{\partial \sigma_{ij}} \dot{\sigma}_{ij} + \sum_{k=1}^m \frac{\partial f}{\partial \kappa_n} \frac{\partial \kappa_n}{\partial \varepsilon_{ij}^{pl}} \xi_{ij}^{pl} = 0. \quad (4.64)$$

Przedstawiona wyżej teoria stanowi ogólny „szkielet” matematycznego opisu modeli sprężysto-plastycznych, w których operuje się pojęciami powierzchni charakterystycznych i wzmocnienia typu odkształceniowego. Nie wyczerpuje to wprawdzie wszystkich możliwości sformułowania związków konstytutywnych materiałów sprężysto-plastycznych, jednak zaprezentowana teoria pozwala opisać wiele charakterystycznych zjawisk występujących w szerokiej klasie materiałów.

4.1.4. Warunki początkowe i brzegowe

Zaprezentowane wyżej w tym rozdziale zależności wyprowadzone zostały dla elementarnego wycinka materiału. W celu określenia zachowania się konstrukcji, jako całości, należy sformułować i rozwiązać tzw. zagadnienie brzegowo-początkowe. Określone równania różniczkowe obowiązują, wówczas, w obszarze, odpowiadającym objętości analizowanej konstrukcji, a w celu rozwiązania tych równań należy odpowiednio zdefiniować tzw. warunki brzegowe oraz początkowe.

W zagadnieniach mechaniki (sprężysto-plastyczności) stosowane są zwykle dwa typy warunków brzegowych. Warunek pierwszego typu, tzw. warunek Dirichleta polega na określeniu na brzegu wartości zmiennej stanu, tj. prędkości przemieszczenia. W przypadku określenia zewnętrznych wektorów naprężenia (zob. równanie (4.9)) mówi się o warunku brzegowym II typu, tzw. warunku Neumanna. Zdefiniowania wymagają także odpowiednie warunki początkowe, tj. rozkład prędkości \mathbf{v} oraz naprężenia $\boldsymbol{\sigma}$

w chwili $t=0$ w całym obszarze zagadnienia. Wówczas, na podstawie całkowania po czasie równań ruchu oraz związków konstytutywnych można określić stan przemieszczenia (deformacji) oraz stan naprężenia w dowolnej chwili czasowej t .

4.2. Modele konstytutywne gruntu zasypowego

Ogromna różnorodność materiałów występujących naturalnie i tych, stosowanych w technice, powoduje, że związki konstytutywne dla konkretnych grup materiałów stanowią obszerne działy wiedzy, którym poświęcone są nierzadko całe monografie, np. [31] [48] [123].

W ramach przeglądu modeli konstytutywnych, prezentowanego w niniejszej pracy, ujęto wyłącznie te, stosowane w opisie gruntów gruboziarnistych. Innymi słowy, skupiono się na modelach, które mogą być stosowane dla materiału zasypowego konstrukcji gruntowo-powłokowych.

Sprężysto-plastyczne modele gruntu tworzone są zwykle na bazie wyników badań doświadczalnych [48] [50]. Modele konstytutywne mogą być budowane wyłącznie na bazie testów, w których zachowane są jednorodne pola naprężenia i odkształcenia. Są to tzw. badania elementowe [48]. Do testów, spełniających to wymaganie należą m. in.:

- test prostego ścinania,
- badanie w edometrze,
- test trójosiowego ściskania, w szczególności jego wybrane szczególne przypadki:
 - test jednoosiowego ściskania (oraz rozciągania),
 - test hydrostatycznego ściskania.

Wyniki wspomnianych wyżej testów charakteryzują zachowanie materiału w określonych stanach naprężenia i/lub odkształcenia, a także umożliwiają wyznaczenie wartości wybranych parametrów mechanicznych – odkształceniowych oraz wytrzymałościowych.

W dalszej części pracy omówiono szczegółowo konkretne typy związków konstytutywnych, przede wszystkim, w zakresie wystarczającym do wykorzystania ich w obliczeniach, ale równocześnie w zakresie potrzebnym do uwypuklenia charakterystycznych własności materiału, które poszczególne modele opisują. Zaprezentowano przykłady obliczeniowe, ilustrujące te właściwości, a także podano interpretację poszczególnych stałych materiałowych. Wszystkie omówione modele

zostały wykorzystane w dalszej części pracy w symulacjach zachowania konstrukcji gruntowo-powłokowej. Wyniki tych symulacji zaprezentowano w rozdziale 6.

4.2.1. Model Coulomba-Mohra

Model Coulomba-Mohra został wprowadzony dla opisu materiałów sypkich [50]. Jest on jednocześnie jednym z najpowszechniej stosowanym dla gruntów w zagadnieniach praktycznych [157] [179].

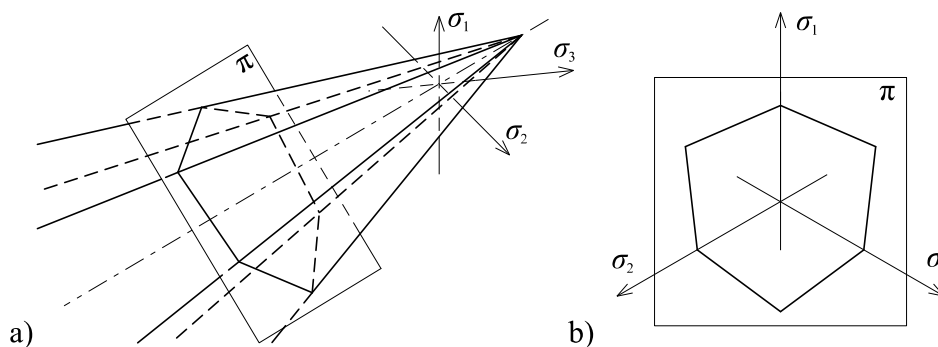
Powierzchnia plastyczności w przestrzeni naprężeń głównych określona jest wzorem [50]

$$\frac{1}{2}(\sigma_1 - \sigma_3) + \frac{1}{2}(\sigma_1 + \sigma_3) \sin \phi - c \cos \phi = 0. \quad (4.65)$$

Jak widać, funkcja ta nie zależy od pośredniego naprężenia głównego. Warunek (4.65) ma jednoznaczne odwzorowanie na płaszczyźnie $\sigma_1 - \sigma_3$ i jest liniowy – opisuje prostą. Należy wspomnieć, że zapis (4.65) jest poprawny przy uwzględnieniu uporządkowania naprężeń głównych [50]

$$\sigma_1 \geq \sigma_2 \geq \sigma_3. \quad (4.66)$$

Odstąpiwszy od zasady uporządkowania (4.66), w przestrzeni „nieuporządkowanych” naprężeń głównych obszar stanów dopuszczalnych ogranicza 6 płaszczyzn, tworzących powierzchnie boczne ostrosłupa. Odpowiada to liczbie permutacji trzech wartości ciągu $(\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3)$. Uogólnioną powierzchnię plastyczności, tożsamą w modelu C-M z powierzchnią stanu granicznego, przedstawiono na rysunku 4.15.



Rys. 4.15. Powierzchnia plastyczności w modelu Coulomba-Mohra

Zastosowanie klasycznej postaci warunku Coulomba [50]

$$|\tau_f| = c - \sigma \operatorname{tg} \phi \quad (4.67)$$

jako równania obwiedni i wykorzystanie konstrukcji kół Mohra stanowi wygodne narzędzie interpretacyjne modelu Coulomba-Mohra. Parametry wytrzymałościowe c i ϕ mają w takim podejściu przejrzystą interpretację graficzną, a zastosowanie kół Mohra pozwala analizować nieco bardziej złożone przypadki stanu naprężenia [48] [50] (por. podpunkt 4.2.1.2 oraz rys. 4.16).

4.2.1.1. Parametry materiałowe dla modelu Coulomba-Mohra

Zależności korelacyjne, dostępne w literaturze [157] [179] podają, że podstawowe parametry piasku grubego mieszczą się w zakresach:

- gęstość $\rho=1,65\text{--}2,05 \text{ t}\cdot\text{m}^{-3}$ [179]
- moduł Younga $E=45\text{--}160 \text{ MPa}$ [179]
- współczynnik Poissona $\nu=0,25$ [179], $\nu=0,2\text{--}0,3$ [157]
 - kąt tarcia wewnętrznego $\phi=31\text{--}36^\circ$ [179], $\phi=33\text{--}39^\circ$ [157], $\phi=30\text{--}46^\circ$ [153]
- kohezja $c=0$ [179], $c=0\text{--}2,0 \text{ kPa}$ [157]
- kąt dylatacji ψ – b.d. [179], zmienny zależnie od procesu wg [50].

Dodatkowo określając stan zagęszczenia gruntu, można zdecydowanie zawęzić zakresy wartości. Norma PN-81/B-03020 [179] dla piasku grubego (symbol P_r) o stopniu zagęszczenia $I_D=0,8$ pozwala przykładowo oszacować charakterystyczną wartość kąta tarcia wewnętrznego zasypki, równą $\phi=34,0^\circ$.

Pozorna kohezja

Wspomniane wyżej wartości są wykorzystywane przy określaniu nośności podłoża, należy je, zatem, traktować jako „ostrożne”. W gruntach częściowo nasyconych wodą, określanych też jako grunty nienasycone (ang. *partially saturated* lub *unasturated*) występuje tzw. pozorna kohezja (ang. *apparent cohesion*) [3] [31] [41]–[43] [45] [150]. W świetle tego faktu, przyjęcie zerowej (lub bliskiej zero) wartości kohezji c jest uzasadnione tylko w gruntach w stanie nasycenia, różnym niż „częściowo nasycony”, co w praktyce oznaczałoby grunt zupełnie suchy lub całkowicie nawodniony. W przypadku konstrukcji gruntowo-powłokowych, rozważanym w tej pracy, stany takie należy wykluczyć. A zatem należy rozważyć możliwość uwzględnienia w obliczeniach pozornej kohezji.

Występowanie w gruntach pozornej kohezji związane jest ze wzrostem wytrzymałości efektywnej przy uwzględnieniu ssania macierzystego [41]–[43] [45] [150]. Ssanie macierzyste, inaczej ciśnienie ssące lub deficyt ciśnienia stanowi różnicę

między ciśnieniem atmosferycznym a ciśnieniem wody przylegającej do cząstek gruntu. Wartość ciśnienia macierzystego w strefie aeracji wynosi 0 przy powierzchni zwierciadła wody gruntowej i maleje poniżej zera z wysokością ponad zwierciadłem.

Peterson (1988) zaproponował dla gruntów o stopniu saturacji poniżej $S_r < 0,85$ następującą modyfikację warunku Coulomba [118]

$$|\tau_f| = c' - (\sigma + u_a) \operatorname{tg} \phi' + C_\psi, \quad (4.68)$$

gdzie C_ψ – to pozorna kohezja, c' i ϕ' – to efektywne parametry wytrzymałościowe ośrodka, u_a – oznacza ciśnienie powietrza. Równanie (4.68) jest zgodne z koncepcją Fredlunda *et al.* z 1978 [42]

$$|\tau_f| = c' - (\sigma + u_a) \operatorname{tg} \phi' + (u_a - u_w) \tan \phi^b, \quad (4.69)$$

gdzie ϕ^b jest charakterystycznym kątem określającym przyrost wytrzymałości gruntu w miarę zwiększania wartości ssania macierzystego. W zakresie niedużych wartości ssania do ok. 50,0 kPa wartość kąta ϕ^b we wzorze (4.69) odpowiada wartości kąta tarcia wewnętrznego [45]. Uwzględnienie tego faktu i porównanie wyrażeń, występujących po prawej stronie równań (4.68) i (4.69) prowadzi do uzyskania wyrażenia na wartość pozornej kohezji

$$C_\psi = (u_a - u_w) \tan \phi. \quad (4.70)$$

W ramach obliczeń prezentowanych dalej w tym opracowaniu ciśnienie powietrza jest ciśnieniem referencyjnym, tzn. $u_a = 0$. Oznacza to, że warunek Coulomba, uzupełniony o uwzględnienie pozornej kohezji wyraża wzór

$$|\tau_f| = c' + C_\psi - \sigma \operatorname{tg} \phi', \quad (4.71)$$

co jest równoważne warunkowi (4.67) pod warunkiem przyjęcia $c = c' + C_\psi$ oraz $\phi = \phi'$.

W celu oszacowania wartości ssania, a w konsekwencji pozornej kohezji, można wykorzystać zależność ssania macierzystego stopnia wypełnienia porów wodą (ang. *soil-water characteristic curve*). Charakterystyka tego typu jest właściwością materiału, a odpowiednie zależności funkcyjne podano m. in. w [41] [128] [149].

Wartość ssania macierzystego (a w konsekwencji także pozornej kohezji) można oszacować również określając ssanie macierzyste na podstawie wysokości podciągania kapilarnego. W kontekście konstrukcji gruntowo-powłokowych, rozważanych w niniejszej pracy, podejście takie ma uzasadnienie dla obiektów przeprowadzonych ponad ciekim wodnym lub gdy znany jest ustabilizowany poziom

zwierciadła wody gruntowej. Wówczas, ssanie macierzyste jest równoważne podciśnieniu kapilarnemu i jest równe

$$u_w = -h\gamma_w, \quad (4.72)$$

gdzie h – oznacza wysokość ponad zwierciadłem wody gruntowej (cieku wodnego), a γ_w – ciężar objętościowy wody. Biorąc pod uwagę wcześniejsze zależności, wartość zwiększenia wytrzymałości ze względu na ssanie macierzyste, uwzględnione w postaci pozornej kohezji można obliczyć jako

$$C_\psi = |u_w| \tan \phi = h\gamma_w \tan \phi. \quad (4.73)$$

Kąt dylatacji

Kąt dylatacji ψ określa zmianę objętości ośrodka podczas plastycznego odkształcania [50]. Określenie wartości ψ jest niezbędne do sprecyzowania prawa plastycznego płynięcia. Funkcja potencjału plastycznego, stosowanego w modelu C-M, ma postać podobną do warunku (4.65), przy czym wartość kąta tarcia ϕ zastąpiona jest wartością kąta dylatacji ψ

$$\frac{1}{2}(\sigma_1 - \sigma_3) + \frac{1}{2}(\sigma_1 + \sigma_3) \sin \phi - c \cos \phi = 0. \quad (4.74)$$

Przyjęcie odpowiedniej wartości kąta dylatacji dla modelu Coulomba-Mohra stanowi zawsze trudność. Rzeczywisty proces plastycznego płynięcia zachodzi, bowiem, przy zmiennej wartości ψ . W postępującym procesie uplastycznienia wartość tego kąta maleje a w stanie granicznym wartość ψ zbliża się do zera [50]. Zakres dopuszczalnej wartości kąta dylatacji określają nierówności [50]

$$0 \leq \psi \leq \phi, \quad (4.75)$$

które zapewniają nieujemną moc dyssypacji plastycznej – spełnienie II prawa termodynamiki.

W celu zdefiniowania prawa plastycznego płynięcia dla potrzeb obliczeń, prezentowanych w dalszej części pracy, przyjęto wstępnie niewielką wartość kąta dylatacji gruntu zasypowego, równą $\psi=3,4^\circ$, tj. na poziomie $10\% \cdot \phi$. Sprawdzenie wrażliwości rozwiązania na wartość ψ wykazało pomijalny wpływ tego parametru na wyniki (zob. rozdz. 6).

4.2.1.2. Przykłady obliczeniowe – podstawowe testy

Test bezpośredniego/prostego ścinania

Wytrzymałość na ścinanie w modelu Coulomba-Mohra można obliczyć bezpośrednio z warunku Coulomba (4.67), który wyraża następujący fakt: wytrzymałość na ścinanie gruntu $|\tau_f|$ w rozważanej płaszczyźnie zależy od naprężenia normalnego na kierunku prostopadłym do tej płaszczyzny, ponadto wytrzymałość ta rośnie liniowo z wielkością naprężenia normalnego.

W pozostałych testach odpowiednie wytrzymałości można obliczyć, posługując się dodatkowo wykorzystaniem konstrukcji kół Mohra lub obliczając najpierw naprężenia główne.

Test jednoosiowego ściskania/rozciągania

Wytrzymałość próbki w teście jednoosiowego ściskania wynosi

$$\sigma_c = \frac{2c \cos \phi}{1 - \sin \phi} = \frac{2c}{\operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{4} - \frac{\phi}{2}\right)}, \quad (4.76)$$

a w teście jednoosiowego rozciągania

$$\sigma_t = \frac{2c \cos \phi}{1 + \sin \phi} = \frac{2c}{\operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{4} + \frac{\phi}{2}\right)}. \quad (4.77)$$

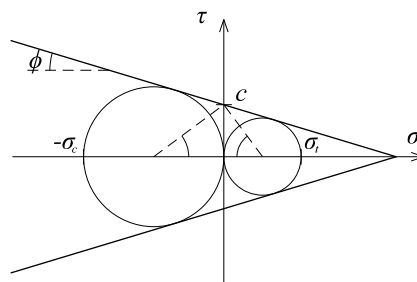
Obie zależności można wyprowadzić bezpośrednio z wzoru (4.65), podstawiając dla testu jednoosiowego ściskania

$$\sigma_3 = -\sigma_c \quad \text{oraz} \quad \sigma_1 = 0, \quad (4.78)$$

a dla testu rozciągania

$$\sigma_3 = 0 \quad \text{oraz} \quad \sigma_1 = \sigma_t, \quad (4.79)$$

lub skorzystać ze schematu, wykorzystującego konstrukcję granicznych, tj. stycznych do obwiedni kół Mohra. Schemat taki przedstawiono na rysunku poniżej.



Rys. 4.16. Schemat graficznego określania wytrzymałości gruntu na jednoosiowe ściskanie

Test hydrostatycznego ściskania

W teście hydrostatycznego ściskania, tzn. w warunkach izotropowej konsolidacji [48], zastosowanie modelu C-M, skutkuje zachowaniem liniowo sprężystym, ponieważ cała półoś hydrostatyczna po stronie ściskań

$$\sigma_1 = \sigma_2 = \sigma_3 \leq 0 \quad (4.80)$$

znajduje się wewnątrz obszaru, ograniczonego powierzchnią plastyczności (por. rys. 4.15).

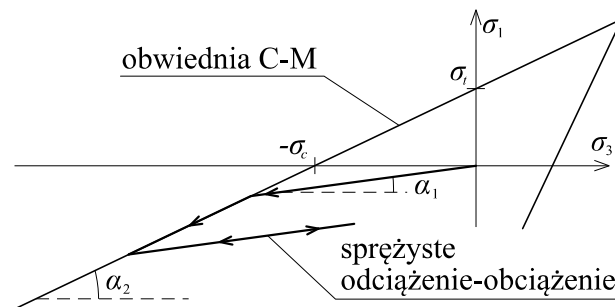
Edometr – test ściskania w jednoosiowym stanie odkształcenia

Najciekawszy jest przypadek edometru, w którym, w zależności od wartości ϕ , c i ν , materiał wykazuje zachowanie sprężyste lub plastyczne (sprężysto-plastyczne).

Założmy, że próbka gruntu jest stopniowo obciążana w edometrze. O ile $c > 0$, początkowo zachowanie materiału jest sprężyste. Obciążenie pionowe jest równe σ_3 , boczne σ_1 , a stosunek tych naprężeń oraz ich przyrostów wynosi

$$\frac{\sigma_1}{\sigma_3} = \frac{d\sigma_1}{d\sigma_3} = \frac{\nu}{1-\nu}. \quad (4.81)$$

W momencie, kiedy osiągnięty zostanie warunek plastyczności, rozpoczyna się uplastycznienie, a ścieżka obciążenia zmienia kierunek i pokrywa się, wówczas, z linią plastyczności. Przykładową ścieżkę obciążenia przedstawia rysunek 4.17.



Rys. 4.17. Ścieżka obciążenia w teście edometrycznego ściskania wraz z linią odciążenia-obciążenia, materiał opisany modelem C-M

Porównując nachylenie ścieżki obciążenia w zakresie sprężystym (tangens kąta α_1 z rys. 4.17) oraz po uplastycznieniu (tj. nachylenie obwiedni C-M – tangens kąta α_2), można określić warunki, dla których ścieżka obciążenia zawsze pozostaje wewnątrz obwiedni, co oznacza sprężyste zachowanie materiału w edometrze niezależnie od wielkości obciążenia. Warunki te są następujące

$$\alpha_1 > \alpha_2 \text{ oraz } c > 0. \quad (4.82)$$

Tangens kąta α_1 określa wzór (4.81), a kąta α_2 można obliczyć na podstawie (4.74). W konsekwencji pierwszy warunek w formule (4.82) przybiera postać

$$\frac{\nu}{1-\nu} > \frac{1-\sin \phi}{1+\sin \phi}, \quad (4.83)$$

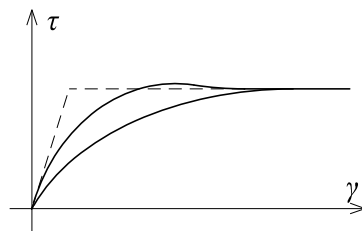
a po dalszych przekształceniach upraszcza się do

$$\sin \phi > 1 - 2\nu. \quad (4.84)$$

Przykładowo, dla wartości $\nu=0,25$ warunek (4.84) daje $\phi > 30^\circ$. W szczególności oznacza to, że zachowanie piasku grubego o parametrach jak w 4.2.1.1 ($\phi=34,0^\circ > 30^\circ$ oraz $\nu=0,25$) jest bezwarunkowo sprężyste przy ściskaniu w edometrze, tzn. w jednoosiowym stanie odkształcenia.

4.2.2. Model Coulomba-Mohra ze wzmocnieniem izotropowym

Wyniki wielu badań sugerują, że w zakresie deformacji niesprężystych zachowanie gruntu jest zbyt złożone, aby opisywać je prostym modelem sprężysto-idealnie plastycznym, np. [31] [50]. „Wzbogacenie” modelu Coulomba-Mohra o wzmocnienie typu odkształceniowego pozwala odwzorować bardziej rzeczywiste zachowanie ośrodka przy ścinaniu. Zachowanie to w przypadku gruntów jest zwykle dalekie od uzyskiwanego teoretycznie z zastosowaniem sprężysto-idealnie plastycznego modelu C-M [31] [50] [153] [154]. Typowe charakterystyki ścinania, uzyskiwane dla gruntów niespoistych w testach ścinania, zaprezentowano na rys. 4.18. Dla porównania pokazano także charakterystykę, odpowiadającą modelowi Coulomba-Mohra bez uwzględnienia wzmocnienia (linia przerywana).



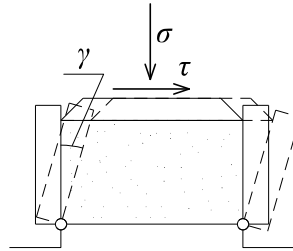
Rys. 4.18. Przykładowe charakterystyki ścinania gruntu
(na podstawie: [50] [153])

Charakterystyki wytrzymałościowe, pokazane na rysunku powyżej, wskazują, że wraz z przyrostem odkształcenia γ opór, stawiany przez grunt τ , związany z jego wytrzymałością, rośnie nieliniowo od początku procesu ścinania. W zależności od stanu zagęszczenia może występować dodatkowo element osłabienia. Wówczas, zniszczenie plastyczne następuje dopiero po przekroczeniu wytrzymałości szczytowej. Niezależnie

jednak od tego, w stanie plastycznego zniszczenia, naprężenie stabilizuje się i nie przyrasta mimo dalszego zwiększania odkształcenia.

4.2.2.1. Przykład obliczeniowy – test prostego ścinania

W celu zilustrowania efektów przyjęcia wzmocnienia w modelu Coulomba-Mohra zaprezentowano niżej symulację testu prostego ścinania. Aparat do przeprowadzania takiego badania pokazano schematycznie na rys. 4.19.



Rys. 4.19. Aparat prostego ścinania (na podstawie [154])

Podczas testu obraca się zamontowaną „zawiasowo” ściankę skrzynki wypełnionej gruntem ze stałą, małą prędkością kątową $\dot{\gamma}$. Jednoczesnym pomiarom podlegają kąt deformacji skrzynki γ oraz opór, stawiany przez grunt. Rejestrowane wielkości można przeliczyć na wartości naprężenia ścinającego τ oraz odkształcenia próbki γ . Bezpośrednim wynikiem badania jest charakterystyka wytrzymałości gruntu, podobna do tych z rysunku 4.18.

Dla uproszczenia opisu matematycznego w przedstawionym niżej przykładzie obliczeniowym przyjęto model Treski, rozszerzony o wzmocnienie typu odkształceniowego. Model Treski jest szczególnym przypadkiem modelu Coulomba-Mohra, w którym $\phi=0$. Przyjęto następujące parametry sprężystości: moduł Younga $E=1,5 \cdot 10^5$ kPa, współczynnik Poissona $\nu=0,25$; które odpowiadają własnościom gruntu zasypowego. Parametrem wytrzymałości w modelu Treski jest kohezja, której wartość, w modelu ze wzmocnieniem, jest funkcją skalarne parametru wzmocnienia κ , będącego miarą skumulowanych w materiale odkształceń plastycznych. Parametr ten przyjęto w następującej postaci [172]

$$\kappa = \varepsilon^{ps} = \varepsilon_0^{ps} + \int_0^t \sqrt{\left(\frac{1}{2} (\xi_1^{ps} - \xi_m^{ps})^2 + \frac{1}{2} (\xi_m^{ps})^2 + \frac{1}{2} (\xi_3^{ps} - \xi_m^{ps})^2 \right)} dt, \quad (4.85)$$

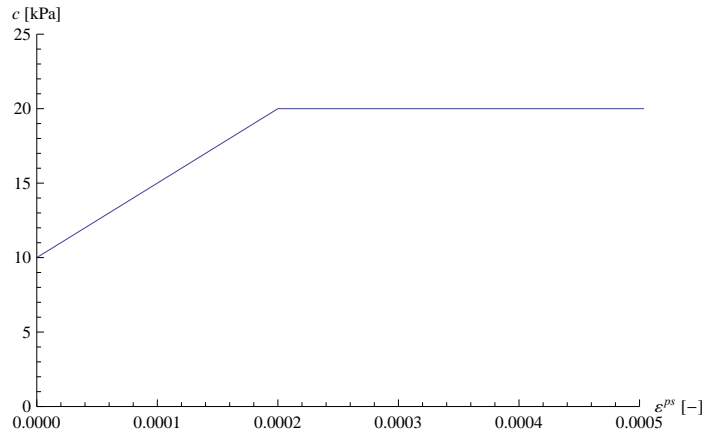
gdzie ξ_1^{ps} oraz ξ_3^{ps} to prędkości główne odkształcenia plastycznego, a wielkość ξ_m^{ps} wyrażona jest wzorem

$$\xi_m^{ps} = \frac{1}{3}(\xi_1^{ps} + \xi_3^{ps}). \quad (4.86)$$

W prezentowanym przykładzie przyjęto funkcję wzmocnienia dla kohezji tak, że przy braku odkształceń plastycznych jej wartość wynosi $c(\varepsilon^{ps}=0)=10,0$ kPa, wraz ze wzrostem wartości ε^{ps} przyrasta liniowo, do wartości $c_{max}=20,0$ kPa, która pozostaje stała przy dalszym zwiększaniu odkształceń powyżej wartości $\varepsilon^{ps}=2,0 \cdot 10^{-4}$. Funkcję tę można zapisać zależnością

$$c=c(\varepsilon^{ps})=\min(10,0+5,0 \cdot 10^4 \cdot \varepsilon^{ps}; 20,0) \text{ [kPa]}, \quad (4.87)$$

a jej wykres pokazano poniżej.



Rys. 4.20. Funkcja wzmocnienia kohezji $c(\varepsilon^{ps})$, przyjęta w przykładzie obliczeniowym

W opisanym teście tensor prędkości odkształcenia wyrażony jest w postaci macierzowej jako

$$\xi = \begin{bmatrix} 0 & \xi_{12} & 0 \\ \xi_{12} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}. \quad (4.88)$$

Zakładając zerowe odkształcenia na początku testu, analogiczny związek można zapisać dla tensora odkształcenia

$$\varepsilon = \begin{bmatrix} 0 & \varepsilon_{12} & 0 \\ \varepsilon_{12} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad (4.89)$$

przy czym

$$\varepsilon_{12} = \frac{1}{2}\gamma, \quad \xi_{12} = \frac{1}{2}\dot{\gamma}, \quad (4.90)$$

a γ jest kątem obrotu ścianki skrzynki zgodnie z rys. 4.19.

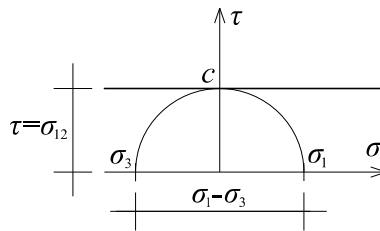
W zakresie sprężystym naprężenia określa się z prawa Hooke'a. Wszystkie niezerowe składowe tensora naprężenia σ można obliczyć korzystając ze wzorów

$$\sigma_{12} = \sigma_{21} = 2G\varepsilon_{12}. \quad (4.91)$$

Liniowe prawo Hooke'a obowiązuje, dopóki wartość funkcji plastyczności f pozostaje ujemna

$$f(\sigma_{ij}, \varepsilon^{ps}) = f(\sigma_{12}, \varepsilon^{ps}) = 2\sigma_{12} - 2c(\varepsilon^{ps}) < 0. \quad (4.92)$$

Powyższy warunek wynika z (4.74) oraz interpretacji granicznych kół Mohra, przedstawionej na rysunku 4.21.



Rys. 4.21. Graniczne koło Mohra dla rozważanego testu

O ile znana jest wartość naprężenia stycznego $\tau = \sigma_{12}$, któremu nie towarzyszy naprężenie normalne, to różnica naprężeń głównych może być zastąpiona podwojoną wartością tego naprężenia. Zakładając, że na początku testu skumulowane w próbce odkształcenia wynoszą $\varepsilon^{ps} = 0$, graniczna wartość naprężenia, która nie powoduje trwałych odkształceń wynosi

$$\sigma_{12}^{gr} = c(\varepsilon^{ps} = 0) = 10,0 \text{ kPa}. \quad (4.93)$$

Równoważnie, korzystając z prawa sprężystości, można obliczyć graniczną wartość odkształcenia ε_{12} , po przekroczeniu której następuje początek uplastycznienia materiału

$$\varepsilon_{12}^{gr} = \frac{\sigma_{12}^{gr}}{2G} = \frac{10}{2 \cdot 6,0 \cdot 10^4} = 8,333 \cdot 10^{-5}. \quad (4.94)$$

Po osiągnięciu wyliczonych wyżej granicznych wartości naprężenia i odkształcenia przy dalszym obciążaniu rozpoczyna się uplastycznienie materiału.

Przyjęcie $\psi = \phi = 0$ indukuje stowarzyszone prawo plastycznego płynięcia, które można zapisać w postaci

$$\xi_{ij}^{pl} = \lambda \frac{\partial f(\sigma_{ij})}{\partial \sigma_{ij}}, \quad (4.95)$$

a po podstawieniu wyrażenia na funkcję plastyczności (4.92), w chwili przejścia od stanu sprężystego do początku uplastycznienia, wszystkie niezerowe składowe prędkości odkształcenia plastycznego (z dokładnością do stałego mnożnika λ) wynoszą

$$\xi_{12}^{pl} = \xi_{21}^{pl} = \lambda. \quad (4.96)$$

Uwzględniając powyższe, związek sprężystości dla sprężystej części odkształcenia można zapisać w postaci:

$$\dot{\sigma}_{12} = \dot{\sigma}_{21} = 2G(\xi_{12} - \lambda), \quad (4.97)$$

Z postaci związków przedstawionych wyżej wynika, że nawet po uplastycznieniu jedynymi niezerowymi składowymi tensora naprężenia pozostają $\sigma_{12} = \sigma_{21}$. A zatem postać funkcji plastyczności (4.92) pozostaje prawidłowa w dalszym ciągu obciążania (uplastycznienia).

Mnożnik Lagrange'a λ można wyliczyć z warunku zgodności. Najpierw, w celu określenia prędkości przyrostu parametru wzmocnienia należy obliczyć wartości główne prędkości odkształcenia plastycznego, które tworzą zbiór rozwiązań równania charakterystycznego:

$$\det(\xi_{ij}^{pl} - \delta_{ij}\xi^{pl}) = 0 \quad (4.98)$$

i wynoszą w tym wypadku odpowiednio:

$$\begin{aligned} \xi_1^{pl} &= \xi_{12}^{pl}, \\ \xi_2^{pl} &= 0, \\ \xi_3^{pl} &= -\xi_{12}^{pl}. \end{aligned} \quad (4.99)$$

Wówczas parametr wzmocnienia określony jest następująco

$$\kappa = \varepsilon^{ps} = \int_0^t \sqrt{|\xi_{12}^{pl}|} dt, \quad (4.100)$$

a prędkość jego przyrostu

$$\dot{\kappa} = \dot{\varepsilon}^{ps} = |\xi_{12}^{pl}| = \lambda. \quad (4.101)$$

Warunek plastyczności dla $\varepsilon^{ps} < 2,0 \cdot 10^{-4}$ (równoważnie $c < 20,0$ kPa) może być zapisany w postaci:

$$f(\sigma_{ij}, \varepsilon^{ps}) = f(\sigma_{12}, \sigma_{21}, \varepsilon^{ps}) = \sigma_{12} + \sigma_{21} - 2(10 + 5,0 \cdot 10^4 \varepsilon^{ps}). \quad (4.102)$$

Wówczas, warunek zgodności (4.61), po wykonaniu podstawień (4.102), (4.97), (4.101) przyjmuje postać

$$\dot{f} = 2 \cdot 2G(\xi_{12} - \lambda) - 10 \cdot 10^4 \lambda = 0, \quad (4.103)$$

a po uwzględnieniu dodatkowo wartości $G=60\,000$ kPa i wykonaniu prostych przekształceń wyznacza się *explicite* wartość mnożnika λ

$$\lambda = 0,706 \cdot \xi_{12}. \quad (4.104)$$

Prędkość przyrostu wszystkich niezerowych składowych tensora naprężenia wyraża wzór

$$\dot{\sigma}_{12} = \dot{\sigma}_{21} = 2G \cdot 0,294 \cdot \xi_{12}. \quad (4.105)$$

Pochodna po czasie parametru wzmocnienia wynosi:

$$\dot{\kappa} = \dot{\varepsilon}^{ps} = \dot{\lambda} = 0,706 \cdot \dot{\xi}_{12}, \quad (4.106)$$

Zmiana charakteru uplastycznienia, w tym przypadku jednoczesne wystąpienie stanu granicznego następuje, gdy parametr wzmocnienia osiąga (lub przekracza) graniczną wartość $\varepsilon_{ps}=2 \cdot 10^{-4}$, równocześnie funkcja plastyczności zmienia postać na następującą

$$f(\sigma_{ij}, \varepsilon^{ps}) = f(\sigma_{12}, \sigma_{21}, \varepsilon^{ps}) = \sigma_{12} + \sigma_{21} - 20. \quad (4.105)$$

W tym wypadku warunek zgodności postaci (4.61), po wykonaniu odpowiednich podstawień przyjmuje postać:

$$\dot{f} = 2 \cdot 2G(\dot{\xi}_{12} - \dot{\lambda}) = 0, \quad (4.107)$$

a po wykonaniu prostych przekształceń wyznacza się wartość mnożnika λ

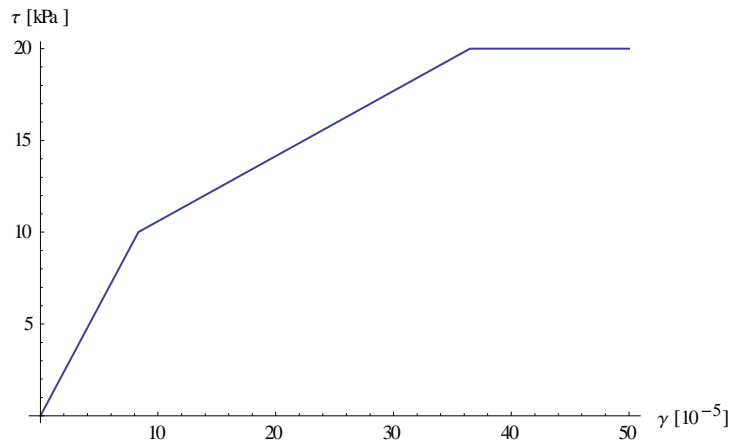
$$\lambda = \xi_{12}. \quad (4.108)$$

Związek sprężystości dla sprężystej części odkształcenia można wyrazić jako

$$\dot{\sigma}_{12} = \dot{\sigma}_{21} = 2G(\dot{\xi}_{12} - \dot{\xi}_{12}) = 0, \quad (4.109)$$

co w szczególności oznacza, że dalszemu odkształcaniu skrzynki nie towarzyszy przyrost naprężeń, a zatem występuje w materiale stan graniczny (por. rozdz. 4, a także [50])

Podsumowując, w analizowanym teście, wykres $\sigma_{12}-\varepsilon_{12}$ składa się z trzech prostoliniowych odcinków o nachyleniach kolejno $2G$, $0,296 \cdot 2 \cdot G$ oraz 0 . Charakterystykę tę zaprezentowano na rysunku 4.22.

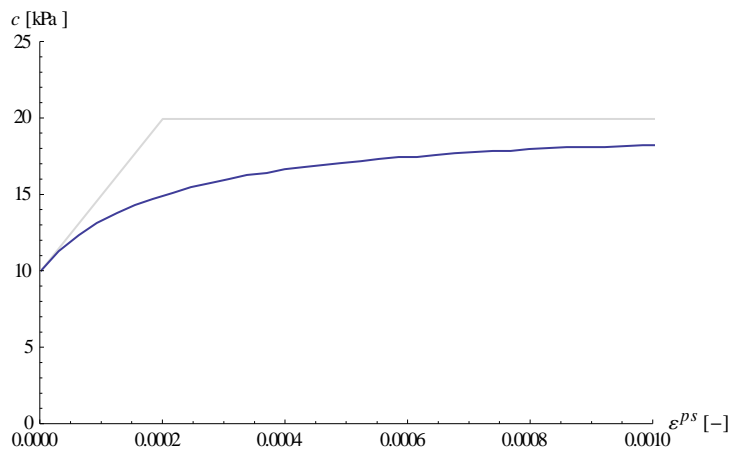


Rys. 4.22. Charakterystyka $\sigma_{12}-\varepsilon_{12}$, będąca wynikiem testu prostego ścinania

Pewnego rodzaju „regularyzację” funkcji dwuliniowych, bardziej odpowiadającą przebiegom rzeczywistych funkcji wzmocnienia, stanowi przyjęcie funkcji wzmocnienia w postaci wyrażenia wymiernego

$$c = \frac{A\varepsilon^{ps}}{B + \varepsilon^{ps}} + C, \quad (4.110)$$

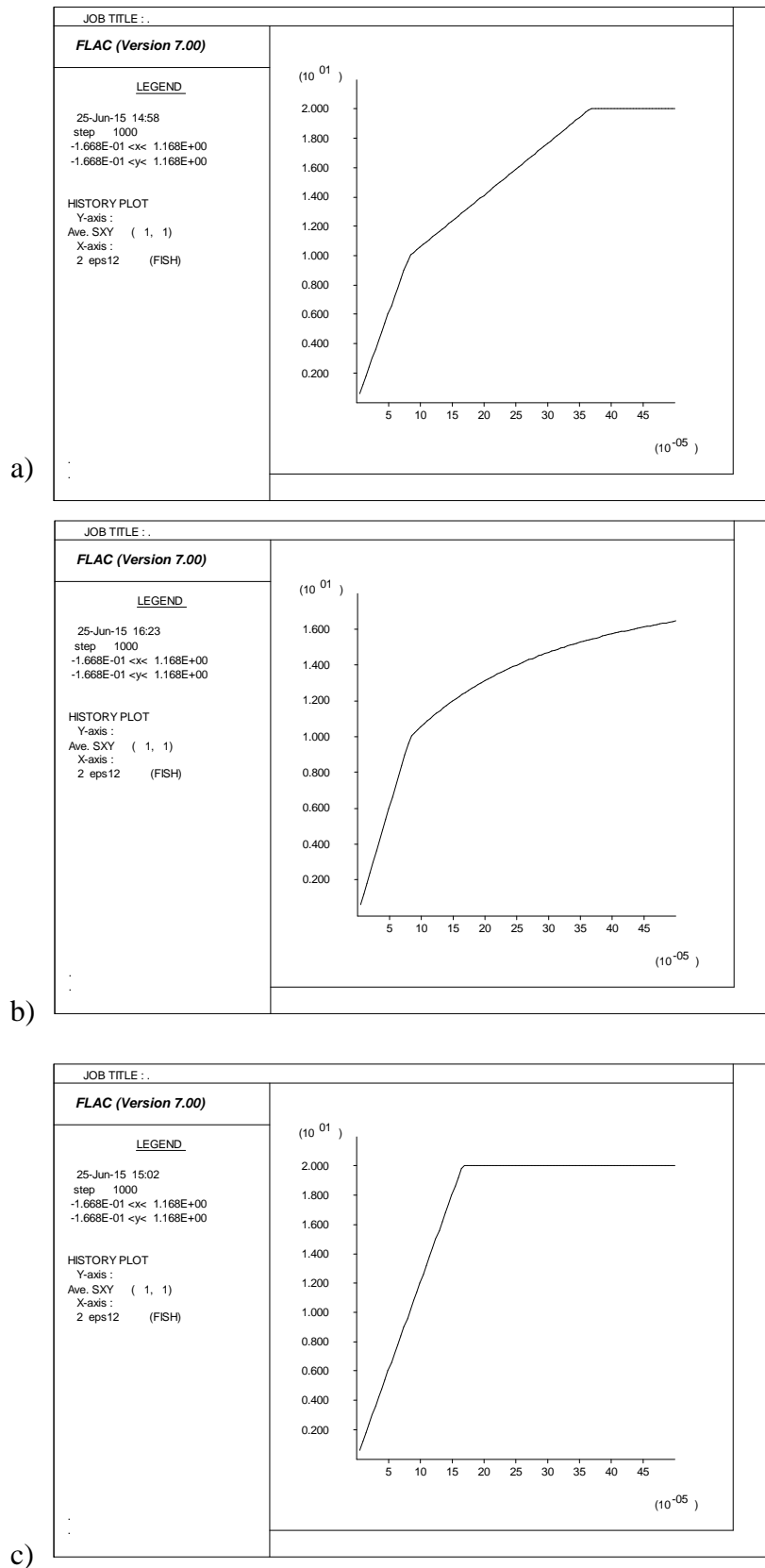
którego współczynniki można dobrać tak, aby uzyskać odpowiednią wartość i nachylenie stycznej w zerze oraz poziomą asymptotę, której rzędna odpowiada ograniczeniu c_{max} . Nieliniową funkcję wzmocnienia postaci (4.110) dla rozważanego przypadku przedstawiono na rysunku poniżej.



Rys. 4.23. Nieliniową funkcja wzmocnienia postaci (4.110), odpowiadająca zakresem wartości i nachyleniem w zerze funkcji wzmocnienia wg (4.87)

Wynik rozważanego testu, uzyskany numerycznie w programie *Flac*, dla dwuliniowej oraz „gładkiej” funkcji wzmocnienia pokazano na kolejnym rysunku (4.22a oraz 4.22b). Dla lepszego zobrazowania efektu wzmocnienia pokazano także wyniki testu bez wzmocnienia, tj. z kohezją o stałej wartości $c_{max}=20,0$ kPa, niezależną od odkształceń plastycznych (rys. 4.22c).

4. Podstawy opisu sprężysto-plastycznego zachowania ośrodka gruntowego



Rys. 4.24. Charakterystyki $\sigma_{12}-\epsilon_{12}$, uzyskane numerycznie z wykorzystaniem programu *Flac*:

a) dwuliniowa funkcja wzmocnienia wg wzoru (4.87),

b) nieliniowa, „gładka” funkcja wzmocnienia postaci (4.110), c) bez wzmocnienia

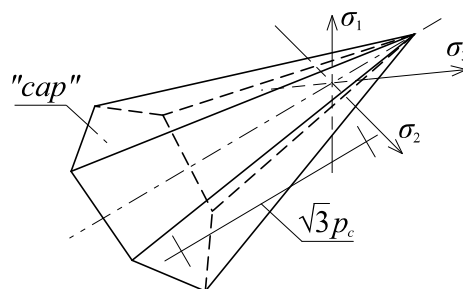
4.2.3. Model „cap” ze wzmocnieniem gęstościowym

Jak pokazano w 4.2.1.2, zachowanie gruntu w warunkach izotropowej konsolidacji przy stosowaniu modelu C-M jest liniowo sprężyste. Aby uwzględnić bardziej rzeczywistą „naturę” gruntu, w szczególności możliwość jego plastycznego zagęszczenia stosuje się tzw. modele typu „cap”. Wprowadza się w nich dodatkową „nasadkową” (wg [48]) powierzchnię plastyczności, zamykającą obszar stanów sprężystych po stronie ściskania, tzw. powierzchnię „cap”. Zwykle przyjmuje się stowarzyszone prawo płynięcia oraz wzmocnienie izotropowe z parametrem wzmocnienia zależnym od plastycznego odkształcenia objętościowego. Modele tego typu, w porównaniu do modeli z „otwartą” powierzchnią plastyczności, pozwalają lepiej odwzorować rzeczywiste zachowanie niektórych materiałów w stanach naprężenia „bliskich” stanowi hydrostatycznego ściskania [48].

Przykładem modelu „cap” jest model *double-yield* [172]. Zgodnie z nazwą, konstytuują go dwie niezależne powierzchnie plastyczności. Jedną z nich stanowi model Coulomba-Mohra z opcjonalnym izotropowym wzmocnieniem typu odkształceniowego, drugą stanowi powierzchnia plastyczności „cap”, odpowiadająca za zachowanie materiału w stanach naprężenia bliskim izotropowemu ściskaniu

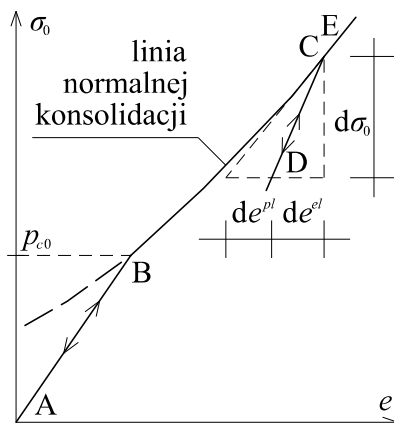
$$f^V(\sigma_{ij}, p_c) = f^V(\sigma_0, p_c) = \sigma_0 - p_c, \quad (4.111)$$

gdzie $\sigma_0 = -\frac{1}{3}\sigma_{kk}$ - wyraża intensywność średniego naprężenia normalnego, a p_c - to ciśnienie prekonsolidacji (ang. „cap” pressure). Obszar dopuszczalnych, sprężystych stanów naprężenia w przestrzeni naprężeń głównych dla tego modelu przedstawiono na rysunku poniżej.



Rys. 4.25. Powierzchnia plastyczności w modelu *double-yield*, złożona z warunku Coulomba-Mohra oraz dodatkowej płaszczyzny „cap”

Zachowanie materiału poddanego izotropowemu ściskaniu określa ogólna charakterystyka, przedstawiona na rysunku 4.26.



Rys. 4.26. Charakterystyka izotropowego ściskania materiału w modelu *double-yield*; linia normalnej konsolidacji z gałęziami odciążenia-ponownego obciążenia (na podstawie [172])

Powyższy wykres ilustruje schematycznie zależność pomiędzy naprężeniem hydrostatycznym σ_0 a ujemnym odkształceniem objętościowym

$$e = -\varepsilon_V = -\varepsilon_{kk} \quad (4.112)$$

w warunkach ściskania izotropowego. Warto zauważyć, że w przypadku ściskania wielkości e oraz σ_0 są dodatnie.

Dopóki intensywność naprężenia σ_0 jest mniejsza od początkowej wartości ciśnienia prekonsolidacji $p_{c,0}$, zachowanie materiału jest sprężyste – odpowiada temu fragment AB ścieżki obciążenia. W punkcie B „natrafia” ona na linię normalnej konsolidacji (ang. *normal consolidation line*), stanowiącą obwiednię stanów dopuszczalnych. Rozpoczyna się proces izotropowej konsolidacji – fragment BC ścieżki obciążenia pokrywa się z linią normalnej konsolidacji. Rosnącej wartości intensywności obciążenia towarzyszy, wówczas, rosnąca wartość ciśnienia prekonsolidacji, przy czym w procesie tym $p_c = \sigma_0$. Fragment CD ścieżki obciążenia stanowi sprężyste odciążenie. Nie zmienia się wtedy wartość p_c a prędkość przyrostu odkształcenia plastycznego wynosi 0. W następnej kolejności, w punkcie D próbka zaczyna być znów stopniowo obciążana. Ścieżka obciążenia odpowiada linii odciążenia-ponownego obciążenia (ang. *swelling lines*) do momentu, w którym wartość σ_0 pozostaje mniejsza lub równa maksymalnej dotychczasowej, osiągniętej wcześniej w punkcie C. Wraz z dalszym obciążaniem, ścieżka obciążenia znów trafia na linię konsolidacji (w punkcie E) i z dalszym obciążaniem próbka jest dalej konsolidowana.

Z powyższego wynika fizyczna interpretacja ciśnienia prekonsolidacji p_c , które jest maksymalną intensywnością średniego obciążenia normalnego, jakiego doznawał materiał w swojej historii obciążenia.

W modelu *double-yield* wszystkie właściwości materiału, nie licząc parametrów modelu Coulomba-Mohra, w sposób jednoznaczny określone są poprzez:

- funkcja wzmocnienia $p_c(e^{pl})$, opisująca zależność ciśnienia prekonsolidacji od wielkości plastycznego odkształcenia objętościowego,
- parametr

$$R = \frac{de^{pl}}{de^{el}}, \quad (4.113)$$

określający proporcję pomiędzy przyrostami odkształcenia plastycznego i sprężystego przy obciążaniu pierwotnym (por. rys. 4.26).

Warto zwrócić uwagę na „uzmiennienie” wartości sprężystego modułu odkształcenia objętościowego K , który zależy od lokalnego nachylenia linii normalnej dla rzędnej równej p_c i stałego parametru R . Fakt ten ilustrują różne nachylenia gałęzi sprężystych na rys. 4.26. W modelu *double-yield* drugi, niezależny od K parametr sprężystości pozostaje stały. Zwykle niezmienną wartość przypisuje się współczynnikowi Poissona ν , rzadziej modułowi odkształcenia postaciowego G .

4.2.3.1. Interpretacja parametrów modelu dla testu ściskania w edometrze

Niech próbka gruntu będzie stopniowo ściskana w edometrze ze stałą prędkością odkształcenia. Prędkość przyrostu odkształcenia reprezentowana jest, wówczas, tensorem, który w postaci macierzowej można wyrazić jako

$$\xi = \begin{bmatrix} \xi & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad (4.114)$$

przy czym dla ściskania wartość ξ musi być ujemna.

W zakresie pracy sprężystej ośrodka gruntowego przyrost naprężenia wyraża się następująco

$$\sigma = \begin{bmatrix} K + \frac{4}{3}G & 0 & 0 \\ 0 & K - \frac{2}{3}G & 0 \\ 0 & 0 & K - \frac{2}{3}G \end{bmatrix} \xi, \quad (4.115)$$

co wynika bezpośrednio z (4.34).

W szczególności, przyrost naprężenia współosiowego z przyrostem odkształcenia determinuje edometryczny moduł ściśliwości wtórnej

$$M = K + \frac{4}{3}G. \quad (4.116)$$

Założmy, że parametry modelu Coulomba-Mohra są dobrane w taki sposób, że uplastycznienie materiału nastąpi ze względu na „zagęszczenie”. Wówczas, funkcja plastyczności wyraża się wzorem

$$f(\sigma_{ij}, p_c) = -\frac{1}{3}\sigma_{kk} - p_c. \quad (4.116)$$

Zakładając, że na początku testu odkształcenie ε , naprężenie σ oraz ciśnienie prekonsolidacji $p_c=p_{c0}$ są zerowe, ustalenie wartości funkcji plastyczności $f=0$ jest zadaniem trywialnym. A zatem uplastycznienie materiału rozpoczyna się wraz z początkiem testu.

Zastosowanie stowarzyszonego prawa plastycznego płynięcia pozwala określić kierunki przyrostów odkształceń plastycznych

$$\xi_{ij}^{pl} = -\frac{1}{3}\lambda\delta_{ij}. \quad (4.117)$$

Prawo sprężystości zapisane dla części sprężystej prędkości odkształcenia przybiera wówczas postać

$$\begin{aligned} \dot{\sigma}_{11} &= 2G\left(\xi + \frac{1}{3}\lambda\right) + \left(K - \frac{2}{3}G\right)(\xi + \lambda), \\ \dot{\sigma}_{22} = \dot{\sigma}_{33} &= 2G\left(\frac{1}{3}\lambda\right) + \left(K - \frac{2}{3}G\right)(\xi + \lambda), \end{aligned} \quad (4.118)$$

W celu obliczenia mnożnika λ wykorzystuje się warunek zgodności. Wymaga to znajomości funkcji wzmocnienia $p_c(e^{pl})$, która wiąże wartość ciśnienia prekonsolidacji p_c z wartością skumulowanego w materiale plastycznego odkształcenia objętościowego e^{pl}

$$e^{pl} = e_0^{pl} - \int_0^t \xi_{kk}^{pl} dt. \quad (4.119)$$

Warunek zgodności (w kolejnych przekształceniach) przybiera postać

$$\begin{aligned} \dot{f}(\sigma_{11}, \sigma_{22}, \sigma_{33}, p_c(e^{pl})) &= \\ &= \frac{\partial f}{\partial \sigma_{11}} \dot{\sigma}_{11} + \frac{\partial f}{\partial \sigma_{22}} \dot{\sigma}_{22} + \frac{\partial f}{\partial \sigma_{33}} \dot{\sigma}_{33} + \frac{\partial f}{\partial p_c} \frac{\partial p_c}{\partial e^{pl}} \dot{e}^{pl} = \\ &= -\frac{1}{3} \left(2G \left(\xi + \frac{1}{3}\lambda \right) + \left(K - \frac{2}{3}G \right) (\xi + \lambda) \right) + \\ &- 2 \cdot \frac{1}{3} \left(2G \left(\frac{1}{3}\lambda \right) + \left(K - \frac{2}{3}G \right) (\xi + \lambda) \right) - \frac{\partial p_c}{\partial e^{pl}} \lambda = 0. \end{aligned} \quad (4.120)$$

Zastosowano w powyższym równaniu następujące podstawienie, które wynika z (4.117) oraz (4.119)

$$\dot{e}^{pl} = \frac{\partial}{\partial t} \left(e_0^{pl} - \int_0^t \xi_{kk}^{pl} dt \right) = -\xi_{kk}^{pl} = 3 \cdot \frac{1}{3} \lambda = \lambda \quad (4.121)$$

Rozwiązując równanie (4.120) określa się mnożnik Lagrange'a

$$\lambda = \frac{-K\xi}{\frac{\partial p_c}{\partial e^{pl}} + K}, \quad (4.122)$$

który w tym przypadku zależy od prędkości odkształcenia, modułu odkształcenia objętościowego K oraz „aktualnej” wartości pochodnej funkcji wzmocnienia $\partial p_c / \partial e^{pl}$.

Podstawiając powyższe (4.122) do (4.118), można obliczyć „lokalną” wartość edometrycznego modułu odkształcalności pierwotnej – z uwzględnieniem konsolidacji, tj. plastycznego „zagęszczenia”

$$\begin{aligned} M_0(p_c) &= \frac{\dot{\sigma}_{11}}{\xi} = \frac{d\sigma_{11}}{d\varepsilon} = 2G \left(1 - \frac{\lambda}{3\xi} \right) + \left(K - \frac{2}{3}G \right) \left(1 - \frac{\lambda}{\xi} \right) = \\ &= 2G \left(1 - \frac{1}{3} \frac{K}{\frac{\partial p_c}{\partial e^{pl}} + K} \right) + \left(K - \frac{2}{3}G \right) \left(1 - \frac{K}{\frac{\partial p_c}{\partial e^{pl}} + K} \right) = \\ &= K + \frac{4}{3}G - K\lambda = M - K\lambda = M - \frac{K^2\xi}{\frac{\partial p_c}{\partial e^{pl}} + K}. \end{aligned} \quad (4.123)$$

Przyjęcie stałej proporcji między modułem odkształcenia pierwotnego i wtórnego

$$\beta = \frac{M_0}{M}, \quad (4.124)$$

gdzie β – jest wskaźnikiem skonsolidowania [157] [179], który determinuje wartość pochodnej funkcji $p_c(e^{pl})$, zależną od aktualnych stałych sprężystości oraz stałego współczynnika β

$$\frac{\partial p_c}{\partial e^{pl}} = \frac{4GK\beta + 3K^2\beta - 4GK}{(4G + 3K)(1 - \beta)}. \quad (4.125)$$

Parametr R wiąże moduł odkształcenia objętościowego K z nachyleniem funkcji $p_c(\varepsilon_V^{pl})$ (por. rys. 4.26)

$$K = R \frac{\partial p_c}{\partial e^{pl}}, \quad (4.126)$$

a stąd

$$R = \frac{K}{\frac{\partial p_c}{\partial e^{pl}}} = \frac{(4G+3K)(1-\beta)}{4G\beta+3K\beta-4G}. \quad (4.127)$$

Skracając uzyskane wyrażenie przez K^2 można pokazać, że współczynnik R zależy tylko od proporcji G/K , która przy założeniu stałej wartości współczynnika Poissona ν również pozostaje stała.

$$R = \frac{\left(4\frac{G}{K}+3\right)(1-\beta)}{4\frac{G}{K}\beta+3\beta-4\frac{G}{K}} \quad (4.128)$$

4.2.3.2. Kalibracja parametrów modelu *double-yield* na podstawie zależności korelacyjnych

Interpretację wskaźnika konsolidacji β przedstawiono w poprzednim podpunkcie. Norma PN-81/B-03020 podaje ten współczynnik jako stały, ale niektóre inne parametry zależą od stanu zagęszczenia gruntu. Przykładowo, dla różnych stopni zagęszczenia gruntu I_D różne są wartości gęstości objętościowej, oraz modułów odkształcalności, a także parametrów wytrzymałości. Operowanie pojęciem stopnia zagęszczenia stanowi w tym kontekście uproszczony sposób uwzględnienia efektu wzmocnienia gęstościowego bez konieczności komplikowania modelu konstytutywnego. W rzeczywistości, jednak, różne stany zagęszczenia nie definiują odrębnych materiałów. Dany grunt może występować w różnych stanach zagęszczenia, ale pozostaje wciąż jednym, tym samym materiałem. Powyższy fakt wyrażają modele „cap” z zamkniętą powierzchnią plastyczności, m.in. *double-yield*. Zmiany gęstości objętościowej uwzględnia się jako trwałe (plastyczne) odkształcenie objętościowe e^{pl} . Ponadto, wraz z gęstością zmieniają się także inne parametry, w szczególności te, związane ze sprężystą odkształcalnością objętościową.

Założmy, że w gruncie w stanie luźnym, nie występują objętościowe odkształcenia plastyczne, tzn. $e^{pl}=0$, a gęstość gruntu w tym stanie potraktujemy jako wartość referencyjną ρ_0 . Znając wartości gęstości w innych stanach, można określić, odpowiadające tym stanom, wartości plastycznego odkształcenia objętościowego e^{pl} . Znając dodatkowo moduły sprężystego odkształcenia objętościowego, możliwe jest skalibrowanie funkcji wzmocnienia $p_c(e^{pl})$ tak, aby wybranym wartościom gęstości odpowiadały konkretne wartości parametrów odkształceniowych.

Wartości gęstości objętościowej oraz modułu sprężystości E dla różnych stanów zagęszczenia można odczytać z odpowiednich nomogramów w normie PN-81/B-03020. Do obliczenia odkształcenia objętościowego e^{pl} oraz modułu sprężystego odkształcenia objętościowego K wykorzystano następujące wzory:

$$K = \frac{E}{3(1-2\nu)}, \quad (4.129)$$

$$e^{pl} = \frac{\rho_0}{\rho} - 1.$$

gdzie ρ_0 oznacza gęstość gruntu luźnego, dla którego $e^{pl}=0$.

Wybrane parametry piasku grubego, m. in. obliczone wg (4.129) wartości e^{pl} oraz K , przy różnych stanach zagęszczenia gruntu zestawiono w tabeli 4.1.

Tabela 4.1.
Wybrane parametry piasku grubego w różnych stanach zagęszczenia

stan gruntu	I_D [-]	ρ [t/m ³]	E [MPa]	e^{pl} [-]	K [MPa]
luźny	0,2	1,65	55,0	0,0000	37,0
średnio zagęszczony	0,5	1,7	95,0	0,0303	63,0
zagęszczony	0,8	1,8	150,0	0,0909	100,0

Przyjmijmy aproksymację zależności $K(e^{pl})$ w postaci wielomianu rzędu n . Wówczas, na podstawie $n+1$ znanych par parametrów (e^{pl}, K) można jednoznacznie określić funkcję wzmocnienia $p_c(e^{pl})$, która również jest wielomianem (rzędu $n+1$). Jeśli zależność $K(e^{pl})$ wyraża się wzorem

$$K(e^{pl}) = A(e^{pl})^2 + Be^{pl} + C, \quad (4.130)$$

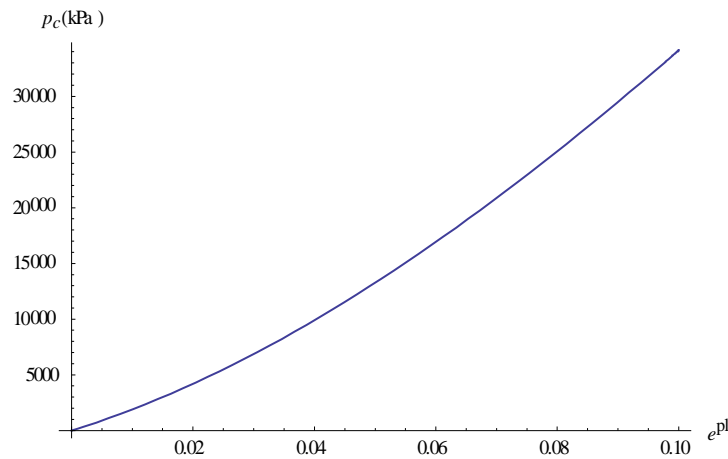
to parametry A , B oraz C można określić przez rozwiązanie prostego układu trzech równań, który wynika z podstawienia do (4.130) wartości e^{pl} oraz K z kolejnych wierszy Tabeli 6.2. Rozwiązanie tego prostego problemu prowadzi do uzyskania następujących wartości: $A=2,72 \cdot 10^6$, $B=9,41 \cdot 10^5$ oraz $C=3,70 \cdot 10^4$.

Podstawiając (4.130) do (4.126), poszukiwaną zależność $p_c(e^{pl})$ można określić na drodze całkowania. W konsekwencji otrzymuje się wyrażenie

$$p_c(e^{pl}) = \frac{A}{3R}(e^{pl})^3 + \frac{B}{2R}(e^{pl})^2 + \frac{C}{R}e^{pl} + D. \quad (4.131)$$

Przyjęcie założenia, że ciśnienie prekonsolidacji gruntu w stanie luźnym wynosi 0 (brak konsolidacji), pozwala obliczyć ostatni, niewiadomy dotąd parametr $D=0$. Wartość $R=0,220$ obliczona została ze wzoru (4.128) po podstawieniu $\beta=0,9$ oraz $G/K=0,6$; co jest prawdziwe dla $\nu=0,25$.

Zależność $p_c(e^{pl})$ wg zależności (4.131) przedstawia wykres na rys. 4.27.



Rys. 4.27. Funkcja wzmocnienia $p_c(e^{pl})$, określona na podstawie danych normowych dla piasku grubego

Prosta analiza uzyskanego wykresu pozwala stwierdzić, że aby zagęścić grunt od stanu „luźny” ($e^{pl}=0$) do stanu „zagęszczony” ($e^{pl}=0,0909$) trzeba obciążyć próbkę statycznie ciśnieniem hydrostatycznym rzędu 30 000 kPa. Fakt ten, sformułowany na podstawie wyników kalibracji parametrów piasku dla modelu *double-yield*, potwierdzają także wyniki badań [10] [155] (za [48]) – piaski w stanie naturalnym, niezależnie od stanu, wykazują cechy silnej prekonsolidacji – osiągnięcie stanu normalnej konsolidacji wymaga przyłożenia ogromnego naprężenia średniego σ_0 [48].

Obciążenia rzędu 10^4 kPa z pewnością nie występują w zasypce obiektów gruntowo-powłokowych. Nasuwa się wobec tego wniosek, że w świetle przyjętych za normą danych, o ile zakłada się odpowiednie zagęszczenie zasypki, to można w obliczeniach przyjąć stałą wartość modułu odkształcenia. Innymi słowy, zasadne jest zastosowanie dla zasypki modelu Coulomba-Mohra z odpowiednio dobranymi, stałymi parametrami. W przypadku stosowania modelu *double-yield* dla zasypki uzasadnione wydaje się, wobec przedstawionych rozważań, przyjęcie liniowej funkcji wzmocnienia $p_c(e^{pl})$, co determinuje stałą wartość modułów odkształcenia sprężystego. Wówczas, model d-y pozwala uwzględnić większą podatność gruntu przy pierwszym obciążeniu (z konsolidacją).

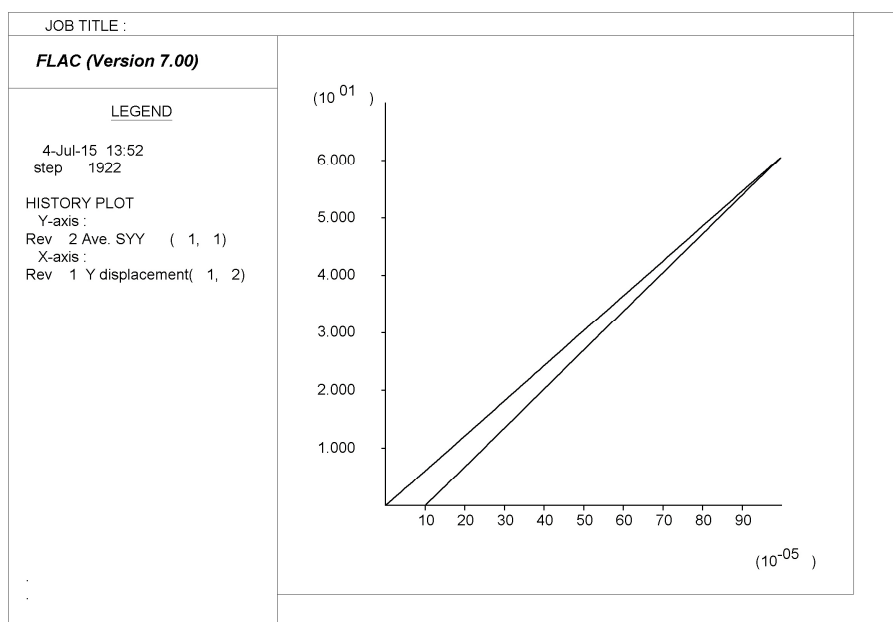
Należy odnotować, że przedstawione wyżej rozważania dotyczą gruntów naturalnych, podczas gdy grunt zasypkowy jest zawsze materiałem antropogenicznym. W dalszej części pracy zaprezentowano także inne podejście do określania funkcji wzmocnienia $p_c(e^{pl})$, oparte na założeniu stałej wartości wskaźnika konsolidacji C_c . Oba podejścia zostały następnie zastosowane w symulacjach zachowania się konstrukcji gruntowo-powłokowej jako całości (rozdz. 6).

4.2.3.3. Przykłady obliczeniowe

Prezentowany niżej przykład obliczeniowy ilustruje zachowanie gruntu w edometrze przy założeniu właściwości materiału gruntowego wg 4.2.3.2. Przykłady stanowią jednocześnie weryfikację wyprowadzonych w 4.2.3.1 zależności.

Symulację testu edometrycznego ściskania dla przedstawionych wyżej parametrów przeprowadzono numerycznie w programie *Flac* [172]. Przyjęto parametry materiałowe jak dla zagęszczonego piasku grubego, określone wg korelacji zawartych w PN-81/B-03020 uzupełnione o funkcję $p_c(e^{pl})$, określoną w poprzednim podpunkcie.

W pierwszej kolejności rozważono ściskanie w edometrze gruntu luźnego z konsolidacją, tj. przyjęto na początku $e^{pl}=0$, co odpowiada $p_c=0$. Obciążenie wymuszono stałą prędkością odkształcenia aż do uzyskania maksymalnego, co do wartości bezwzględnej całkowitego odkształcenia pionowego $\varepsilon_{11}=-0,001$. Następnie próbkę stopniowo odciążano z jednakową, co do wartości bezwzględnej, prędkością. Wynik symulacji w postaci charakterystyki $\sigma_{11}-\varepsilon_{11}$ (naprężenie pionowe–odkształcenie pionowe) został zaprezentowany na rysunku 4.27. Dla łatwiejszej interpretacji odwrócono na wykresach znak wspomnianych wielkości σ_{11} oraz ε_{11} tak, aby obie były nieujemne.



Rys. 4.28. Charakterystyka $\sigma_{11}-\varepsilon_{11}$ w teście edometrycznego ściskania wg modelu *double-yield* z funkcją wzmocnienia wg (4.131); początkowe ciśnienie prekonsolidacji $p_{c0}=0$

Jak widać obciążenie gruntu w zakresie obciążenia około 60 kPa skutkuje liniową charakterystyką zarówno przy obciążeniu pierwotnym jak i wtórnym. Nachylenia poszczególnych gałęzi, odczytane z wykresu, wynoszą:

- dla linii obciążenia pierwotnego

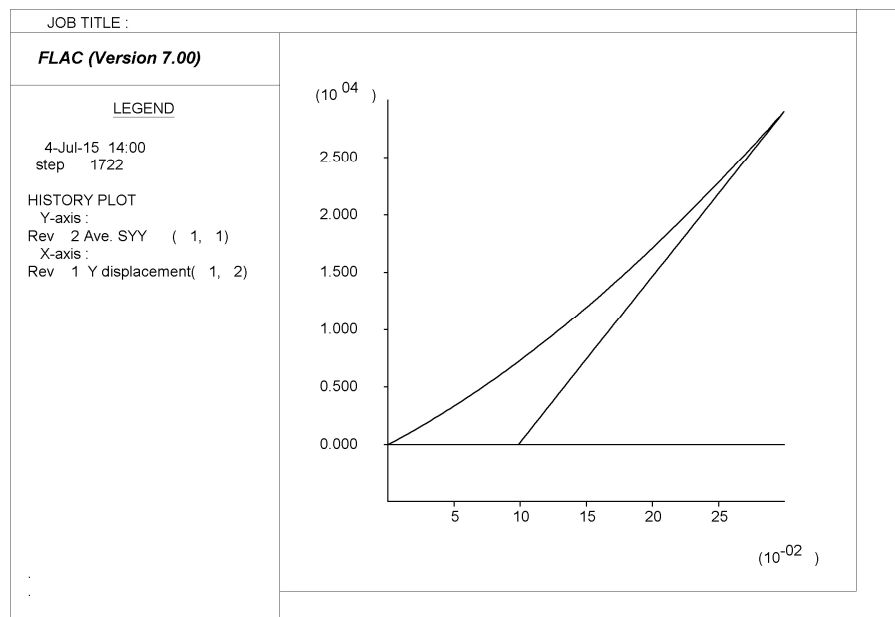
$$\frac{\partial \sigma}{\partial \varepsilon} = \frac{60,0}{100 \cdot 10^{-5}} = 60 \cdot 10^3 \text{ [kPa]}, \quad (4.132)$$

- dla linii obciążenia wtórnego

$$\frac{\partial \sigma}{\partial \varepsilon} = \frac{60}{90 \cdot 10^{-5}} = 66,7 \cdot 10^3 \text{ [kPa]}, \quad (4.133)$$

co odpowiada odpowiednim wartościom modułów edometrycznych M_0 i M piasku luźnego, określonym wg zależności korelacyjnych. Warto zwrócić uwagę, że trwałe odkształcenie, pozostające w próbce po pierwszym obciążeniu i odciążeniu stanowi ułamek, równy $1-\beta=0,1$ maksymalnego, całkowitego odkształcenia.

Dla pokazania „faktycznego” efektu zagęszczenia symulację powtórzono, przyjmując o wiele większą wartość maksymalnego odkształcenia, a co za tym idzie również naprężenia. Procedurę obciążania pozostawiono bez zmian natomiast obciążenie zadawano aż do uzyskania całkowitego odkształcenia $\varepsilon_{11}=-0,3$. Odpowiednią charakterystykę obciążenia i odciążenia przedstawia rysunek 4.29.



Rys. 4.29. Charakterystyka $\sigma_{11}-e$ w teście edometrycznego ściskania wg modelu *double-yield*; początkowe ciśnienie prekonsolidacji $p_{c0}=55,0$ kPa

Uzyskana charakterystyka obciążenia jest wyraźnie nieliniowa. Wraz z przyrostem obciążenia, a tym samym ciśnienia prekonsolidacji p_c , nachylenie charakterystyki rośnie. Grunt wzmacnia się, rośnie jego sztywność. Na podstawie wykresu odciążania można oszacować wartość modułu edometrycznego M , odpowiadającego konsolidacji w warunkach jednoosiowego odkształcenia do poziomu

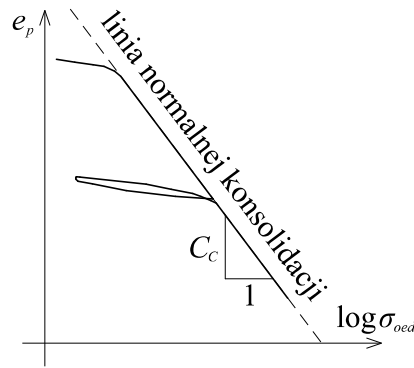
naprężenia ok. 30 000 kPa. Jego wartość wynosi około $M=150$ MPa. Odpowiada to zagęszczeniu gruntu pomiędzy „średnio zagęszczony” a „zagęszczony”.

Zaprezentowane wyżej przykłady potwierdzają sformułowany w 4.2.3.2 wniosek: przyjęcie funkcji wzmocnienia określonej z zależności korelacyjnych skutkuje tym, że w zakresie stosunkowo niskich obciążeń σ_0 , moduły odkształcenia pozostają praktycznie stałe. Można jedynie, tak jak to jest w podejściu normowym dla osiadania fundamentów, rozróżnić moduł odkształcenia przy pierwszym obciążeniu M_0 od modułu dla odkształceń sprężystych M , co dotyczy także innych niż stan jednoosiowego odkształcenia sposobów obciążenia pod warunkiem, że towarzyszy im zmiana intensywności średniego obciążenia σ_0 .

4.2.3.4. Parametry modelu *double-yield* przy przyjęciu wykładniczej funkcji wzmocnienia

W poprzednich podpunktach wykazano, że do zagęszczenia piasku konieczna jest ogromna wartość obciążenia statycznego. W praktyce, w konstrukcjach gruntowo-powłokowych do odpowiedniego zagęszczenia gruntu, odpowiadającego $I_D=0,8$ lub więcej [86], wystarczy użycie sprzętu takiego jak walce, czy zagęszczarki. Obciążenie powierzchni gruntu w przypadku użycia standardowej zagęszczarki płytowej jest rzędu 100,0 kPa, tzn. 2-3 rzędy mniejsze niż odpowiednie obciążenie statyczne dla gruntów naturalnych (por. 4.2.3.2). Sugeruje to potrzebę rozważenia podejścia innego niż prezentowane w poprzednich podpunktach.

Wyniki wielu badań wskazują, że charakterystyki normalnej konsolidacji izotropowej mają przebieg liniowy w układzie $e_p-\log\sigma_0$, gdzie e_p oznacza wskaźnik porowatości [10] [25] [46] [47] i inne (za [48]). Podobna zależność obowiązuje również dla ściśliwości „edometrycznej”, np. [10] [34] [39] [76]. W tym drugim przypadku nachylenie linii normalnej konsolidacji w układzie $e_p-\log\sigma_{oed}$ określa wskaźnik ściśliwości pierwotnej C_C . Fakt ten prezentuje rysunek 4.30.



Rys. 4.30. Charakterystyka ściśliwości edometrycznej

Można pokazać, że zależność $p_c(e^{pl})$ wyraża się w takim wypadku funkcją wykładniczą. Dla małych wartości przyrostów odkształcenia odkształceń prawdziwy jest wzór [48]

$$de = -\frac{de_p}{1 + e_{p0}}. \quad (4.134)$$

Liniowość charakterystyki normalnej konsolidacji izotropowej można wyrazić następująco

$$\frac{de_p}{d(\log \sigma)} = -\frac{(1 + e_{p0})de}{\frac{1}{\sigma_0 \ln 10} d\sigma_0} = \text{const.} \quad (4.135)$$

Po podstawieniu $K_0 = d\sigma_0/de$, gdzie K_0 oznacza moduł pierwotnej ściśliwości objętościowej, można określić lokalną wartość tego parametru

$$K_0 = \frac{(1 + e_{p0}) \ln 10}{\text{const.}} \sigma_0, \quad (4.136)$$

która, jak widać, zależy liniowo od obciążenia σ_0 .

Przyjmijmy, że parametry sprężystości zależą tylko od ciśnienia prekonsolidacji oraz, że proporcję modułu odkształcenia pierwotnego i wtórnego określa stały współczynnik R . Wówczas, co łatwo pokazać, spełnienie postawionych wyżej postulatów gwarantuje przyjęcie w modelu *double-yield* funkcji wzmocnienia w postaci wykładniczej

$$p_c(e^{pl}) = A \cdot e^{B \cdot e^{pl}}. \quad (4.137)$$

Podstawiając powyższe do wzoru (4.126), otrzymuje się

$$K = R \cdot A \cdot B \cdot e^{B \cdot e^{pl}} = RBp_c, \quad (4.138)$$

co w jawny sposób pokazuje, że moduł odkształcenia objętościowego K zależy liniowo od ciśnienia prekonsolidacji. Ze względu na stałą proporcję R odkształcenia plastycznego e^{pl} i sprężystego e^{el} , podobna zależność dotyczy modułu K_0

$$K_0 = \frac{RB}{1+R} p_c, \quad (4.139)$$

Warto zwrócić uwagę, że zerowe ciśnienie prekonsolidacji determinuje zerową wartość modułu, a zatem nie można w ramach tak przyjętej funkcji wzmocnienia zrealizować konsolidacji gruntu nigdy nieobciążonego.

Określenie stałych A i B dla materiału zasypowego

Założmy, że obciążenie o wartości 100 kPa, przekazywane na grunt przez zagęszczarkę, jest wstanie zagęścić go do uzyskania odpowiednich parametrów sprężystości, określonych w normie dla piasku grubego o $I_D=0,8$. Założmy dodatkowo, że grunt bezpośrednio pod płytą zagęszczarki charakteryzuje jednoosiowy stan odkształcenia. Jeśli $e^{pl}=0$, to na mocy (4.138) $p_c=A$, a $K=ABR$.

Rozważmy, jako referencyjny, grunt zagęszczony tak, że ma parametry, odpowiadające $I_D=0,8$. Do wartości średniego obciążenia $\sigma_0=p_c$ zachowuje się sprężyste. Obliczmy p_c dla pionowego obciążenia „edometrycznego” o intensywności 100 kPa

$$\begin{aligned} p_c = \sigma_0 &= -\frac{1}{3} \left(\sigma_{oed} + 2 \cdot \frac{\nu}{1-\nu} \sigma_{oed} \right) = \\ &= -\frac{1}{3} \left(-100 + 2 \cdot \frac{0,25}{1-0,25} (-100) \right) = 55,5 \text{ [kPa]}. \end{aligned} \quad (4.140)$$

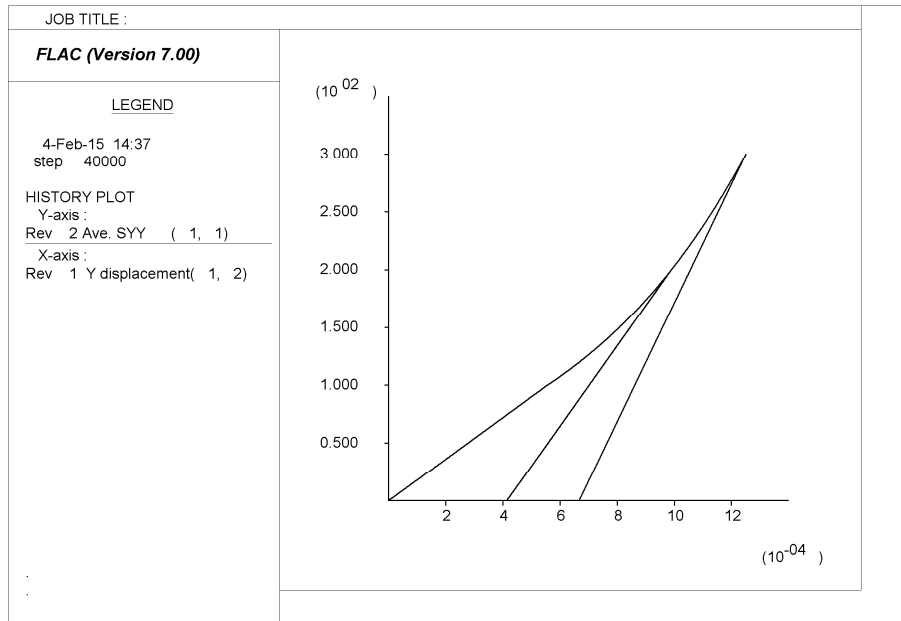
Wówczas można wyznaczyć parametr $A=55,5$ kPa dla gruntu po zagęszczeniu. Wartość $R=0,220$ obliczona została ze wzoru (4.128) po podstawieniu $\beta=0,9$; co jest prawdziwe dla $\nu=0,25$.

Przyjmując $\beta=0,9$ oraz $G/K=0,6$; można ze wzoru (4.128) obliczyć $R=0,220$. W konsekwencji

$$B = \frac{K}{AR} = \frac{100000}{55,5 \cdot 0,220} = 8,28 \cdot 10^3. \quad (4.141)$$

4.2.3.5. Przykład obliczeniowy

Przykład wyników symulacji ściskania gruntu w edometrze przy obliczonych wyżej wartościach stałych A i B przedstawiono na rys. 4.31. W teście tym materiał był obciążony do wartości $\sigma=-200,0$ kPa, odciążony do 0 i następnie znów obciążony do wyższej wartości $\sigma=-300,0$ kPa i ponownie odciążony do 0.



Rys. 4.31. Wynik symulacji testu edometrycznego ściskania z wykładniczą funkcją wzmocnienia (4.137)

4.2.4. Podsumowanie

W podrozdziale 4.2 omówiono wybrane typy związków konstytutywnych, które mogą być zastosowane do opisu zachowania gruntu zasypowego w konstrukcjach gruntowo-powłokowych. Dla wszystkich omawianych modeli zaprezentowano przykłady obliczeniowe, ilustrujące ich charakterystyczne właściwości, a także podano interpretację poszczególnych stałych materiałowych.

W pierwszej kolejności skupiono się na modelu Coulomba-Mohra, który został wprowadzony dla opisu materiałów sypkich i jest najczęściej stosowanym modelem konstytutywnym w odniesieniu do gruntów (zob. np. [157]). Parametry gruntu zasypowego można oszacować na podstawie zależności korelacyjnych, dostępnych w literaturze [157] [179]. Zwrócono uwagę, że w gruntach częściowo nasyconych występuje tzw. pozorna kohezja oraz zaproponowano sposób jej oszacowania dla potrzeb symulacji zasadniczego zagadnienia pracy – modelowania zachowania konstrukcji gruntowo-powłokowej.

Zastosowanie modelu *strain softening/hardening* ze wzmocnieniem typu odkształceniowego pozwala odwzorować bardziej rzeczywiste, nieliniowe zachowanie ośrodka przy ścinaniu niż w przypadku stosowania modelu Coulomba-Mohra. Zaprezentowano analityczny sposób całkowania równań ruchu dla zagadnienia prostego ścinania w przypadku dwuliniowej funkcji wzmocnienia. Dla bardziej złożonej, nieliniowej funkcji wzmocnienia w postaci funkcji wymiernej podano wynik uzyskany

w obliczeniach numerycznych. Porównanie uzyskanych krzywych ścinania ze sprężysto-idealnie plastyczną charakterystyką, odpowiadającą modelowi C-M, ilustruje efekt przyjęcia wzmocnienia typu izotropowego w modelu konstytutywnym zasypki.

W następnej kolejności opisano model *double-yield*, który jest modelem typu „cap”. Dzięki wprowadzeniu dodatkowej „nasadkowej” powierzchni plastyczności, modele tego typu pozwalają lepiej odwzorować rzeczywiste cechy ściśliwości gruntów, w szczególności poprzez zróżnicowanie odkształcalności pierwotnej i wtórnej. Na podstawie analizy dostępnych zależności korelacyjnych uzasadniono przyjęcie stałej wartości modułów odkształcenia sprężystego, co determinuje liniową postać funkcji wzmocnienia dla modelu zasypki gruntowej. Przedstawiono na przykładach także konsekwencje przyjęcia wykładniczej funkcji wzmocnienia, dla której moduły sprężystości zależą liniowo od wartości ciśnienia prekonsolidacji.

Wszystkie wymienione wyżej modele zostały wykorzystane w symulacjach zachowania konstrukcji gruntowo-powłokowej poddanej działaniu obciążenia ruchomego. Wyniki te wraz z omówieniem konsekwencji przyjęcia poszczególnych modeli dla zasypki przedstawiono w rozdziale 6 pracy.

5. Sformułowanie metody objętości skończonych w zagadnieniach sprężysto-plastyczności ośrodka gruntowego

W poprzednim rozdziale zaprezentowano model matematyczny, w postaci układu równań różniczkowych teorii ośrodka ciągłego. Znalezienie w sposób analityczny rozwiązania ścisłego zagadnień brzegowo-początkowych mechaniki jest możliwe tylko dla pewnej ograniczonej klasy problemów, zwykle przy prostej geometrii i nieskomplikowanych warunkach brzegowych i początkowych. W praktyce do rozwiązywania równań różniczkowych w zagadnieniach praktycznych mechaniki stosuje się metody numeryczne. Ich idea polega na aproksymacji równań różniczkowych za pomocą układu skończonej liczby równań algebraicznych, zapisanych dla dyskretnego zbioru punktów przestrzeni i czasu [40]. Najczęściej stosowanymi metodami są tzw. metody siatkowe, do których należą metoda różnic skończonych (MRS), metoda objętości skończonych (MOS) oraz metoda elementów skończonych (MES) [26] [58] [124].

Najprostszą, a przy tym efektywną obliczeniowo metodą z grupy metod siatkowych jest metoda różnic skończonych, której autorstwo przypisywane jest Eulerowi i datowana jest w związku z tym na XVIII w. [40]. Aproksymacja pochodnej, która z definicji jest granicą wyrażenia różnicowego, polega na zastąpieniu tej granicy skończonym wyrażeniem różnicowym. Największą wadą MRS są silne ograniczenia dotyczące sposobu dyskretyzacji przestrzennej zagadnienia, tzn. siatka musi być

regularna (ang. *structured grid*) – odpowiednio dopasowana do bazy wektorowej przyjętego układu współrzędnych [40] [58].

Wady tej pozbawiona jest metoda objętości skończonych, która nie narzuca tak ścisłych ograniczeń na sposób siatkowania. W MOS obszar zagadnienia dzielony jest na małe obszary kontrolne – komórki o prostej geometrii. Aproksymacja pochodnych przestrzennych bazuje na zastosowaniu dla poszczególnych komórek twierdzenia Ostrogradskiego-Gaussa, które transformuje całkę po objętości komórki (lub po jej powierzchni w zagadnieniu dwuwymiarowym) na całkę po jej brzegu. Zabieg taki pozwala, w szerokiej klasie zagadnień, zastosować związek konstytutywny dla poszczególnych komórek, natomiast fizyczne prawa zachowania są, w sensie całkowym, spełnione w węzłach. Dużą zaletą MOS jest fakt, że podobnie jak w MRS stosowanie przybliżeń nie pozbawia równań ich sensu fizycznego [40]. Więcej informacji na temat MOS można odnaleźć przykładowo w [38] [77] [146] [172] [173].

Obecnie, najczęściej stosowaną w praktyce metodą numeryczną w zagadnieniach mechaniki jest MES [58]. To, co wyróżnia tę metodę od MOS, to przyjęcie wewnątrz elementu konkretnej postaci funkcji aproksymujących rozwiązanie, tzw. funkcji kształtu. Funkcje te przyjmuje się zwykle w postaci wielomianu a jego współczynniki („wagi”) określa się na drodze rozwiązania układu równań, sformułowanego tak, aby zagwarantować ciągłość poszukiwanej funkcji w całym obszarze zagadnienia. Zwykle w MES poszukuje się tzw. rozwiązań „słabych”, na które nie narzuca się tak silnych ograniczeń jak w przypadku stosowania ścisłych metod analitycznych rozwiązywania równań różniczkowych. W najprostszym ujęciu, spośród dopuszczalnych rozwiązań wybiera się takie (w sensie doboru „wag” funkcji aproksymujących), które zapewnia spełnienie w węzłach fizycznych praw zachowania z jak najmniejszym błędem. Zagadnienie sprowadza się wówczas do problemu optymalizacji. Podstawy teoretyczne MES zostały położone w [147] a pierwsze wyniki dla zagadnienia przepływu ciepła opublikowano w [156] i [167]. Więcej informacji na temat metody można znaleźć np. w [66] [132] [168], a w odniesieniu do zagadnień geotechniki np. w [124]

Warto odnotować, że przyjęcie w MES funkcji kształtu w postaci wielomianu rzędu 1 skutkuje identyczną jak w MOS aproksymacją pochodnej przestrzennej. W takiej sytuacji dla określonego zagadnienia, o ile stosuje się jednakową siatkę, w MOS i MES postuluje się spełnienie identycznego układu równań [172]. Różnice dotyczą jedynie metody jego rozwiązywania.

W rozwiązywaniu zagadnień, które stanowią zasadniczą treść niniejszego opracowania, zdecydowano się na zastosowanie programu *Flac* [172], bazującego na sformułowaniu jawnym metody objętości skończonych. Podyktowane to zostało m. in. następującymi zaletami tej metody:

- stosunkowo niskie wymagania odnośnie zasobów systemowych komputera, szczególnie odnośnie pamięci RAM,
- możliwość przyjęcia w zasadzie dowolnego, poprawnie sformułowanego modelu konstytutywnego dla gruntu zasypowego bez konieczności ingerencji w metodę rozwiązywania,
- stosunkowo duża szybkość obliczeń w zagadnieniach fizycznie nieliniowych,
- tryb dużych odkształceń.

5.1. Podstawy MOS

5.1.1. Dyskretyzacja obszaru zagadnienia

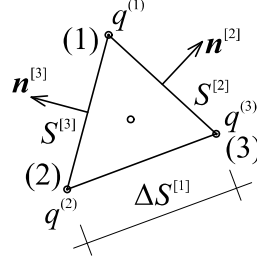
Rozważany obszar zagadnienia jest w MOS dzielony na tzw. komórki, inaczej objętości kontrolne (ang. *zones, control volumes*) o prostej geometrii, najczęściej trójkątne. Węzły siatki zlokalizowane są zwykle w narożach komórek. Wówczas, dla ułatwienia opisu wprowadza się dodatkowe węzły obliczeniowe w środku komórek. Wiąże się to z tym, że prawa konstytutywne określa się zwykle dla komórek, a nie dla węzłów. W ogólności, możliwe jest także podejście odmienne, tzn. budowanie komórek „wokół” węzłów. Wtedy dodatkowe węzły obliczeniowe znajdują się w narożach komórek [40] [58]. W tej pracy stosuje się pierwsze podejście, stosowane w programie *Flac* [172].

5.1.2. Aproksymacja pochodnych przestrzennych

Równania różnicowe dla komórki trójkątnej wyprowadza się korzystając z twierdzenia Ostrogradskiego-Gaussa o dywergencji [105]. Rozważmy pole dowolnej wielkości q , która może być skalarem lub wektorem. Twierdzenie o dywergencji, zapisane dla komórki (obszaru kontrolnego) przyjmuje wówczas postać

$$\int_A q_{,\beta} dA = \int_S qn_\beta dS, \quad (5.1)$$

gdzie A i S są odpowiednio powierzchnią i brzegiem trójkątnej komórki, a $\mathbf{n}^{[f]}$ jest jednostkowym wektorem normalnym do fragmentu brzegu f , skierowanym na zewnątrz komórki. Występujące wyżej wielkości przedstawiono na rys. 5.1.



Rys. 5.1. Dwuwymiarowa, trójkątna komórka w MOS

Należy zauważyć, że numeracja węzłów i brzegów jest dobrana w ten sposób, że znajdujące się naprzeciw siebie węzeł i brzeg mają ten sam numer. Ponadto, w przedstawionym opisie obowiązuje następująca konwencja. Indeks górny w nawiasach kwadratowych wyróżnia wielkość odniesioną do odpowiedniego fragmentu brzegu, a w nawiasach okrągłych wartość danej wielkości w węźle.

Założenie liniowej zmienności wielkości q w obrębie komórki, determinuje stałą wartość gradientu $q_{,\beta} = \text{const}$. Wówczas (5.1) można przekształcić do postaci

$$Aq_{,\beta} = \sum_{f=1}^3 \int_{S^{[f]}} q n_{\beta}^{[f]} dS^{[f]}, \quad (5.2)$$

gdzie indeks górny f odnosi się do wielkości danej zmiennej na brzegu o numerze f . Ponieważ na każdym z trzech boków $n_{\beta} = \text{const}$., to

$$Aq_{,\beta} = \sum_{f=1}^3 n_{\beta}^{[f]} \int_{S^{[f]}} q dS^{[f]}. \quad (5.3)$$

Dodatkowo korzystając z definicji wartości średniej zmiennej q na brzegu o numerze f

$$\bar{q}^{[f]} = \frac{1}{\Delta S^{[f]}} \int_{S^{[f]}} q dS^{[f]}, \quad (5.4)$$

otrzymuje się

$$Aq_{,\beta} = \sum_{f=1}^3 \bar{q}^{[f]} n_{\beta}^{[f]} \Delta S^{[f]}, \quad (5.5)$$

przy czym $\bar{q}^{[f]}$ można obliczyć jako średnią z wartości w węzłach przylegających do danego boku, ponieważ ze względu na stałą wartość gradientu rozkład q w komórce jest liniowy. Przykładowo dla brzegu numer 1 o długości $\Delta S^{[1]}$, $\bar{q}^{[1]}$ można określić jako

$$\bar{q}^{-[1]} = \frac{1}{2}(q^{(2)} + q^{(3)}). \quad (5.6)$$

Uogólnienie powyższej zależności prowadzi do następującego wyrażenia

$$\bar{q}^{-[f]} = \frac{1}{2} \sum_{l=1}^3 q^{(l)} - \frac{1}{2} q^{(f)}, \quad (5.7)$$

Po podstawieniu powyższego do (5.5) można wykonać następujące przekształcenia

$$\begin{aligned} q_{,\beta} &= \frac{1}{A} \sum_{f=1}^3 \left(\left(\frac{1}{2} \sum_{l=1}^3 q^{(l)} - \frac{1}{2} q^{(f)} \right) n_{\beta}^{[f]} \Delta S^{[f]} \right) = \\ &= \frac{1}{2A} \sum_{f=1}^3 \left(\sum_{l=1}^3 q^{(l)} n_{\beta}^{[f]} \Delta S^{[f]} \right) - \frac{1}{2A} \sum_{f=1}^3 \left(q^{(f)} n_{\beta}^{[f]} \Delta S^{[f]} \right) = \\ &= \frac{1}{2A} \sum_{l=1}^3 \left(\sum_{f=1}^3 q^{(l)} n_{\beta}^{[f]} \Delta S^{[f]} \right) - \frac{1}{2A} \sum_{f=1}^3 \left(q^{(f)} n_{\beta}^{[f]} \Delta S^{[f]} \right) = \\ &= \frac{1}{2A} \sum_{l=1}^3 \left(q^{(l)} \sum_{f=1}^3 n_{\beta}^{[f]} \Delta S^{[f]} \right) - \frac{1}{2A} \sum_{f=1}^3 \left(q^{(f)} n_{\beta}^{[f]} \Delta S^{[f]} \right). \end{aligned} \quad (5.8)$$

Zastąpienie q wartością 1 we wzorze (5.5) prowadzi do uzyskania zależności

$$\sum_{f=1}^3 n_{\beta}^{[f]} \Delta S^{[f]} = 0. \quad (5.9)$$

Po wstawieniu ostatniego wzoru (5.9) do poprzedniego równania (5.8) otrzymuje się wzór na składowe gradientu $q_{,\beta}$ wielkości q , który obliczony na podstawie wartości węzłowych $q^{(f)}$ wynosi

$$q_{,\beta} = -\frac{1}{2A} \sum_{f=1}^3 q^{(f)} n_{\beta}^{[f]} \Delta S^{[f]}. \quad (5.10)$$

Przykładowo, podstawiając za q składowe wektora prędkości v_{α} , otrzymuje się wzór na gradient prędkości

$$v_{\alpha,\beta} = -\frac{1}{2A} \sum_{f=1}^3 v_{\alpha}^{(f)} n_{\beta}^{[f]} \Delta S^{[f]} \quad (5.11)$$

Uwzględniając powyższe oraz definicję tensora prędkości odkształcenia otrzymuje się wyrażenie

$$\xi_{\alpha\beta} = -\frac{1}{4A} \left(\sum_{l=1}^3 v_{\alpha}^{(l)} n_{\beta}^{[l]} \Delta S^{[l]} + \sum_{l=1}^3 v_{\beta}^{(l)} n_{\alpha}^{[l]} \Delta S^{[l]} \right), \quad (5.12)$$

pozwalające określić wszystkie składowe $\xi_{\alpha\beta}$ na podstawie znanych wartości węzłowych prędkości.

5.1.3. Aproksymacja pochodnych czasowych

Aproksymacja pochodnych czasowych w MOS polega na zastąpieniu pochodnej, skończoną różnicą

$$\dot{q} = \frac{dq}{dt} \approx \frac{\Delta q}{\Delta t} = \frac{q(t + \Delta t) - q(t)}{\Delta t}. \quad (5.13)$$

Innymi słowy, stosuje się podejście metody różnic skończonych.

Tzw. sformułowanie jawne, stosowane w tej pracy (w programie *Flac*) polega na tym, że sposób określania stanu przemieszczenia i naprężenia w kolejnych krokach czasowych jest „deterministyczny” – wykorzystuje się schemat różnicowy „w przód”. Ujmując to inaczej, „nowa” wartość danej zmiennej $q(t+\Delta t)$ może być określona na podstawie znajomości jej wartości „aktualnej” $q(t)$ oraz aproksymowanej pochodnej po czasie

$$q(t + \Delta t) \approx q(t) + \dot{q}\Delta t, \quad (5.14)$$

co wynika wprost ze wzoru poprzedniego (5.13).

5.2. Sformułowanie numeryczne programu *Flac*

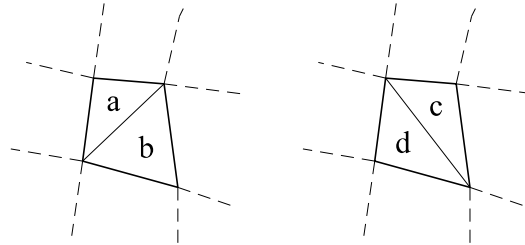
Flac jest programem metody objętości skończonych, dedykowanym do symulacji mechanicznego zachowania konstrukcji zbudowanych z gruntu, skał lub innych geomateriałów i ich interakcji z innymi rodzajami konstrukcji. Konstrukcyjne elementy wzmacniające (ang. *structural elements* – *SEs*): cięgnowe, belkowe i powłokowe modelowane są w programie z wykorzystaniem metody elementów skończonych.

Jak wspomniano we wstępie do rozdziału, obliczenia numeryczne, prezentowane w niniejszej pracy, zostały wykonane w programie *Flac* (*Fast Lagrangian Analysis of Continua*) – większość w wersji dwuwymiarowej (*Flac*) [172] oraz część obliczeń w wersji trójwymiarowej programu (*Flac3D*) [173]. Sformułowanie, zaprezentowane szczegółowo w dalszej części rozdziału dotyczy dwuwymiarowego problemu teorii sprężysto-plastyczności.

5.2.1. Sposób dyskretyzacji obszaru

Obszar zagadnienia (objętość ciała stałego) dzielony jest przez użytkownika na czworokątne komórki, które razem tworzą siatkę objętości skończonych. Wewnętrznie

Flac dzieli każdą komórkę czworokątną na komórki trójkątne. Podziału takiego można dokonać na dwa sposoby, tj. wykorzystując do tego celu obie przekątne. Cztery trójkątne komórki, które parami tworzą całą czworokątną komórkę zaprezentowano na rys. 5.2.



Rys. 5.2. Alternatywne sposoby podziału czworokątnej komórki na dwie trójkątne (na podstawie [172])

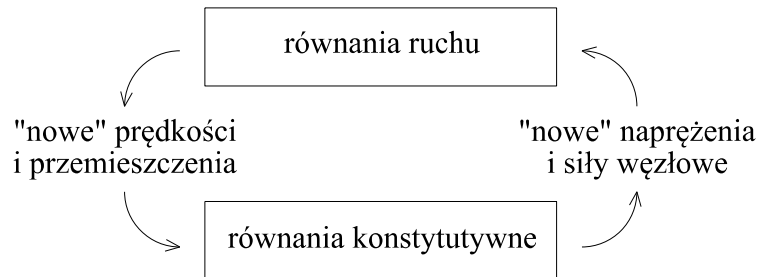
Składowe dewiatora naprężenia są w programie *Flac* obliczane i przechowywane w pamięci dla każdego z czterech trójkątnych elementów a, b, c oraz d. Wymaga to „zapamiętania” 16 niezależnych zmiennych – $4 \times (s_{11}, s_{22}, s_{33}, s_{12})$. Wektory sił węzłowych określone są jako średnia arytmetyczna wektorów sił obliczonych przy zastosowaniu obydwu podziałów. W ten sposób, odpowiedź takiej „kompozytowej” komórki jest symetryczna przy symetrycznym obciążeniu – zastosowano technikę dyskretyzacji mieszanej (ang. *mixed-discretization zoning technique*) [107].

Jeśli jedna para trójkątów zostanie mocno zdeformowana (na przykład, jeżeli powierzchnia jednego trójkąta jest znacznie mniejsza niż powierzchnia jego towarzystwa), para ta nie jest wówczas wykorzystywana do określania sił węzłowych. Jeśli obie pary trójkątów zostaną zniekształcone, *Flac* wyświetla komunikat o błędzie geometrii [172].

5.2.2. Procedura całkowania numerycznego

Program *Flac* stosuje pełne równania ruchu, tj. równania dynamiki z członami bezwładnościowymi i odpowiednio dobranym tłumieniem. Procedura całkowania numerycznego jest kontynuowana do momentu uzyskania „rozwiązania statycznego”. Zostaje ono osiągnięte, gdy moc dyssypacji energii kinetycznej spada do odpowiednio małej wartości (zaniedbywalnie małej). W konsekwencji, wartości sił bezwładności również maleją do wartości zanedbywalnie małych – konstrukcja znajduje się w równowadze statycznej. Stan ruchu oraz stan naprężenia stają się stacjonarne – w praktyce oznacza to brak dalszego przyrostu odkształceń lub plastyczne płynięcie całej konstrukcji lub jej części [172] [173].

Z punktu widzenia sformułowania numerycznego problemu „zdyskretyzowane” prawa ruchu dla kontinuum są przekształcone na układ równań II prawa Newtona zapisanego dla wszystkich węzłów. Powstały układ równań różniczkowych zwyczajnych jest następnie rozwiązany numerycznie za pomocą jawnego podejścia różnic skończonych. Pojedyncza iteracja numerycznego całkowania równań ruchu we *Flacu* składa się z dwóch etapów, co zilustrowano schematycznie na rysunku 5.3.



Rys. 5.3. Schemat iteracji obliczeniowej jawnej metody całkowania w programie *Flac* [172]

W pierwszej kolejności wykorzystuje się równania ruchu w celu określenia „nowych” prędkości oraz przemieszczeń (na zasadzie całkowania po czasie) przy aktualnym stanie naprężenia. Następnie, na podstawie zaktualizowanego rozkładu prędkości określone są przyrosty odkształcania, z których oblicza się przyrosty naprężeń, wykorzystując do tego związek konstytutywny. W konsekwencji wyliczany jest zarówno „nowy” stan ruchu jak i „nowy” rozkład naprężeń. Poprzez określenie „nowy”, użyte wyżej kilka razy, rozumiane jest „w kolejnej chwili czasu”, tj. w kroku $t_{i+1}=t_i+\Delta t$.

5.2.2.1. Sformułowanie prawa ruchu dla węzłów

Rozważmy równanie równowagi statycznej, postaci

$$\sigma_{\alpha\beta,\beta} + \rho b_\alpha = 0. \quad (5.15)$$

Siły węzłowe $f^{(l)}$ ($l \in \{1,2,3\}$), działające na trójkątną komórkę, znajdującą się w stanie równowagi, są określane z wykorzystaniem zasady prac (mocy) wirtualnych. W tym przypadku zasadę tę można wyrazić następująco: moc sił zewnętrznych (węzłowych i masowych) na dowolnym kinematycznie dopuszczalnym polu prędkości δv musi być równa mocy naprężeń na polu prędkości odkształcania [172]

$$E = I. \quad (5.16)$$

Moc sił zewnętrznych E wyraża się wzorem

$$E = \underbrace{\sum_{l=1}^3 \delta v_\alpha^{(l)} f_\alpha^{(l)}}_{E^f} + \underbrace{\int_A \delta v_\alpha \rho b_\alpha dA}_{E^b}, \quad (5.17)$$

a moc naprężeń na odkształceniach

$$I = \int_A \delta \xi_{\alpha\beta} \sigma_{\alpha\beta} dA. \quad (5.18)$$

Stosując aproksymację prędkości odkształcenia, tzn. zależność (5.12) oraz fakt, że prędkość odkształcenia w obrębie komórki jest stała, otrzymuje się wzór

$$I = -\frac{1}{4} \sum_{l=1}^3 (\delta v_{\alpha}^{(l)} \sigma_{\alpha\beta} n_{\beta}^{[l]} + \delta v_{\beta}^{(l)} \sigma_{\alpha\beta} n_{\alpha}^{[l]}) \Delta S^{[l]}. \quad (5.19)$$

Uwzględniając, ponadto, symetrię tensora naprężenia, tj. $\sigma_{\alpha\beta} = \sigma_{\beta\alpha}$ oraz definiując wektor siły

$$T_{\alpha}^{(l)} = \sigma_{\alpha\beta} n_{\beta}^{[l]} \Delta S^{[l]} \quad (5.20)$$

otrzymuje się wyrażenie

$$I = -\frac{1}{2} \sum_{l=1}^3 \delta v_{\alpha}^{(l)} T_{\alpha}^{(l)}. \quad (5.21)$$

Wyrażenie E^b , występujące z prawej strony równania (5.18) określa moc sił objętościowych na polu prędkości δv . Przyjęcie założenia o stałej wartości gęstości i jednostkowej siły objętościowej w obrębie komórki oraz zastosowanie definicji wartości średniej pozwala zapisać

$$E^b = \rho A b_{\alpha} \overline{\delta v_{\alpha}}. \quad (5.22)$$

Przy założeniu liniowego rozkładu δv można wartość średnią (w sensie całkowym) wyrazić jako średnią arytmetyczną wartości węzłowych

$$\overline{\delta v_{\alpha}} = \frac{1}{3} \sum_{l=1}^3 \delta v_{\alpha}^{(l)}, \quad (5.23)$$

co prowadzi ostatecznie do wzoru

$$E^b = \frac{1}{3} \rho A \sum_{l=1}^3 \delta v_{\alpha}^{(l)} b_{\alpha}. \quad (5.24)$$

Założenie, że masa każdej z komórek skupia się „po równo” w jej węzłach prowadzi do wzoru na „masę węzłową”

$$m^{(l)} = \frac{\rho A}{3}. \quad (5.25)$$

Podstawienie (5.25) do (5.24) prowadzi do uzyskania zależności

$$E^b = \sum_{l=1}^3 \delta v_{\alpha}^{(l)} b_{\alpha} m^{(l)}. \quad (5.26)$$

Zasada prac wirtualnych transformuje się ostatecznie do postaci

$$\sum_{l=1}^3 \delta v_{\alpha}^{(l)} f_{\alpha}^{(l)} + \sum_{l=1}^3 \delta v_{\alpha}^{(l)} \frac{\rho b_{\alpha} A}{3} = -\frac{1}{2} \sum_{l=1}^3 \delta v_{\alpha}^{(l)} T_{\alpha}^{(l)}. \quad (5.27)$$

Ponieważ zasada ta jest poprawna dla dowolnego, kinematycznie dopuszczalnego pola prędkości, to przyjmując jego rozkład tak, że w jednym z węzłów wartość wynosi 1 a w pozostałych 0, otrzymuje się wyrażenie na ekwiwalentną statyczną siłę węzłową

$$f_{\alpha}^{(l)} = -\frac{T_{\alpha}^{(l)}}{2} - b_{\alpha} m^{(l)}. \quad (5.28)$$

Równowaga sił w węzłach

Rozważmy wydzielone z konstrukcji (z siatki OS) otoczenie dowolnego węzła o numerze L na globalnej liście węzłów. Węzeł ten jest wspólnym narożem dla n różnych komórek. Wprowadźmy oznaczenie $[[X^{(l)}]]^{(L)}$, określające sumę wielkości węzłowych $X^{(l)}$ wszystkich n komórek, dla których węzłowi L w numeracji globalnej (w siatce) odpowiada węzeł l w numeracji lokalnej (w komórce).

Drugie prawo dynamiki Newtona, zapisane dla dowolnego węzła L , wyraża się wzorem

$$F_{\alpha}^{(L)} = m^{(L)} \frac{dv_{\alpha}^{(L)}}{dt}, \quad (5.29)$$

gdzie $F^{(L)}$ oznacza niezrównoważoną siłę węzłową, a $m^{(L)}$ można obliczyć jak sumę

$$m^{(L)} = [[m^{(l)}]]^{(L)}. \quad (5.30)$$

Na siłę $F^{(L)}$ składają się: zewnątrz siła węzłowa $P^{(L)}$ (np. wynikająca z obciążenia na brzegu) oraz suma ekwiwalentnych oddziaływań od poszczególnych komórek – zgodnie z III zasadą dynamiki Newtona ze znakiem minus

$$F_{\alpha}^{(L)} = P_{\alpha}^{(L)} - [[f_{\alpha}^{(l)}]]^{(L)}. \quad (5.31)$$

Powyższe wyrażenie można ostatecznie rozwinąć do postaci

$$F_{\alpha}^{(L)} = P_{\alpha}^{(L)} + \left[\left[\frac{T_{\alpha}^{(l)}}{2} \right] \right]^{(L)} + \left[[m^{(l)} b_{\alpha}] \right]^{(L)}. \quad (5.32)$$

Siła ta w stanie równowagi statycznej musi wynosić zerowa (w praktyce musi być odpowiednio, zanedbywalnie mała).

Tłumienie

Numeryczną drogą do uzyskania stabilnego „rozwiązania statycznego” jest wprowadzenie do równań ruchu tłumienia. We *Flacu* stosowane jest tzw. lokalne tłumienie niewiskotyczne (ang. *local nonviscous damping*) [27]. W odróżnieniu od

tłumienia wiskotycznego, w którym siły tłumienia zależą od prędkości ruchu, w podejściu programu *Flac* siła tłumienia $D^{(L)}$ skorelowana jest z wartością niezrównoważonej siły $F^{(L)}$.

$$D_{\alpha}^{(L)} = -\alpha |F_{\alpha}^{(L)}| \operatorname{sgn}(u_{\alpha}^{(L)}), \quad (5.32)$$

przy czym α jest stałą, dodatnią wartością we wszystkich węzłach. Domyślna wartość tego parametru w programie *Flac* wynosi $\alpha=0,8$. Funkcja sgn zwraca znak danego wyrażenia, a jej użycie we wzorze (5.32) implikuje, że siła tłumienia jest zawsze skierowana przeciwnie do kierunku prędkości ruchu. Zmodyfikowane równanie ruchu przy uwzględnieniu tłumienia transformuje się do postaci

$$F_{\alpha}^{(L)} + D_{\alpha}^{(L)} = m^{(L)} \frac{dv_{\alpha}^{(L)}}{dt}. \quad (5.33)$$

Aproksymacja pochodnej czasowej

Układ równań (5.33), zapisanych dla wszystkich węzłów jest układem równań różniczkowych zwyczajnych i stanowi podstawę do sformułowania procedury całkowania numerycznego. Podstawiając $v^{(L)}$ za q we wzorze (5.14) otrzymuje się

$$v_{\alpha}^{(L)}(t + \Delta t) \approx v_{\alpha}^{(L)}(t) + \frac{dv_{\alpha}^{(L)}}{dt} \Delta t. \quad (5.34)$$

Pochodną $\frac{dv_i^{(L)}}{dt}$ określa się z zależności (5.33). W konsekwencji, „nowe” prędkości węzłowe oblicza się korzystając z wzoru

$$v_{\alpha}^{(L)}(t + \Delta t) \approx v_{\alpha}^{(L)}(t) + \frac{F_{\alpha}^{(L)} + D_{\alpha}^{(L)}}{m^{(L)}} \Delta t. \quad (5.35)$$

„Nowe” wartości przemieszczenia wyprowadza się również z ogólnej zależności (5.14). Określa się je korzystając z wzoru

$$u_{\alpha}^{(L)}(t + \Delta t) \approx u_{\alpha}^{(L)}(t) + v_{\alpha}^{(L)} \Delta t. \quad (5.36)$$

Ponadto, w trybie dużych odkształceń oblicza się i aktualizuje „na bieżąco” (tj. każdorazowo, po wykonaniu pewnej ustalonej, małej liczbie iteracji obliczeniowych) położenie węzłów

$$x_{\alpha}^{(L)}(t + \Delta t) \approx x_{\alpha}^{(L)}(t) + u_{\alpha}^{(L)} \Delta t. \quad (5.37)$$

Przytoczone wyżej równania pozwalają na obliczenie „nowego” stanu ruchu, pod warunkiem znajomości „aktualnego” stanu ruchu węzła, stanu naprężenia w sąsiadujących z nim komórkach oraz obciążenia w jego otoczeniu. Kolejnym etapem

iteracji całkowania numerycznego, zgodnie ze schematem na rys. 5.3, jest określenie „nowych” sił węzłowych oraz naprężeń. Wykorzystuje się w tym celu związek konstytutywny w postaci przyrostowej.

5.2.2.2. Przyrostowa postać związku konstytutywnego dla komórek

Flac stosuje związki konstytutywne dla komórek w postaci przyrostowej, które są aproksymowane wg jawnego podejścia różnic skończonych, tzn.

$$\sigma_{\alpha\beta}(t + \Delta t) \approx \sigma_{\alpha\beta}(t) + \dot{\sigma}_{\alpha\beta}(t) \cdot \Delta t. \quad (5.38)$$

Biorąc dodatkowo pod uwagę ogólną postać związku konstytutywnego (4.31), prędkość przyrostu naprężenia $\dot{\sigma}$ w każdej komórce zależy od znanego w chwili czasu t naprężenia $\sigma(t)$, prędkości przyrostu odkształcenia $\dot{\zeta}(t)$, aproksymowanego wg (5.12) oraz parametru wzmocnienia κ , który podobnie jak wielkość przemieszczeń jest określany na drodze całkowania numerycznego wg jawnego podejścia metody różnic skończonych.

W trybie dużych odkształceń należy dodatkowo uwzględnić „wędrówkę” materiału w przestrzeni. Wówczas, składowe tensora prędkości naprężenia $\dot{\sigma}$ muszą być zdefiniowane wg zależności (4.32), a podejście różnic skończonych musi być uzupełnione o aproksymację tensora prędkości obrotu

$$\omega_{\alpha\beta} = -\frac{1}{4A} \sum_{l=1}^3 (v_{\alpha}^{(l)} n_{\beta}^{[l]} - v_{\beta}^{(l)} n_{\alpha}^{[l]}) \Delta S^{[l]}. \quad (4.39)$$

5.2.2.3. Sposób zapewnienia zbieżności rozwiązania

Stosowanie metod numerycznych zawsze wiąże się z błędami, których przykładowym źródłem mogą być niedokładności zaokrągleń przy operacjach arytmetycznych, czy choćby błąd obcięcia wynikający z pominięcia wyższych członów rozwinięcia Taylora przy aproksymowaniu pochodnej.

W rozwiązywaniu różnych zagadnień dąży się do zapewnienia zbieżności rozwiązania. Rozwiązanie zbieżne do takie, które w miarę zagęszczania podziału (dyskretyzacji czasowej i przestrzennej) zbliża się do rozwiązania dokładnego [40] [141]. Udowodnienie zbieżności rozwiązań jest trudnym zagadnieniem, zwłaszcza w przypadku równań nieliniowych oraz przy uwzględnianiu konkretnych warunków brzegowych. Z tego powodu sprawdza się co najmniej zbieżność dla przypadku liniowego bez uwzględnienia warunków brzegowych [40].

Warunki zbieżności rozwiązania metodą różnic skończonych dla liniowych zagadnień początkowych zostały sformułowane przez Laxa (cyt. za: [141]): warunkiem

koniecznym i wystarczającym zbieżności jest, aby zagadnienie początkowo-brzegowe było poprawnie postawione oraz zachowana była zgodność i stabilność schematu różnicowego.

Zgodność jest rozumiana jako „przejście” schematu różnicowego w równanie różniczkowe w granicy przy $\Delta t, \Delta x \rightarrow 0$ [40] [141]. Ponieważ aproksymacja pochodnej w metodzie różnic skończonych wynika wprost z rezygnacji z symbolu granicy w jej definicji, to zgodność jest bezwarunkowa. Zatem dla poprawnie postawionego zagadnienia do „zapewnienia” pozostaje stabilność.

Abstrahując od ścisłego matematycznie podejścia, (np. metoda Neumanna [40] [141]), w poniższym rozważaniu stosuje się podejście „fizyczne” [172], przedstawione niżej.

W metodzie iteracyjnej, stosowanej w programie *Flac*, podczas jednego kroku czasowego „dane” migrują na odległość, odpowiadającą „rozmiarowi” pojedynczej komórki. W przypadku metody różnic skończonych doskonale ilustrują to tzw. schematy różnicowe [40]. Uproszczony warunek stabilności w ujęciu „fizycznym” można sformułować tak, że dane te muszą być szybsze od najszybciej rozchodzącego się fizycznego zaburzenia, tzn. prędkości fali podłużnej. Dla zagadnienia sprężystości, przy podziale na elementy o wymiarze Δx warunek taki sprowadza się do [172]

$$\Delta t < \frac{\Delta x}{C}, \quad (4.40)$$

gdzie

$$C = \sqrt{\frac{K + \frac{4}{3}G}{\rho}}, \quad (4.41)$$

odpowiada prędkości dźwięku (ogólniej sprężystej fali podłużnej) [172].

We *Flacu* stabilność rozwiązania jest zapewniona poprzez zautomatyzowane skalowanie masy [172]. Rozwiązania statyczne, tj. takie, w których siły bezwładności są pomijalnie małe, są niezależne od wielkości masy, pod warunkiem, że ta nie jest wykorzystywana do określania sił masowych. Dzięki zabiegowi skalowania mas węzłowych uzyskuje się bezwarunkową stabilność rozwiązań statycznych. Konsekwencją takiego zabiegu jest to, że czas t traci swój fizyczny sens (np. w odniesieniu do dynamiki). Ponieważ stosuje się skalowanie masy, przyjęto we *Flacu*, że w jednym kroku obliczeniowym czas przyrasta o $\Delta t=1$ i odlicza iterację a nie fizyczne jednostki czasu.

Skalowanie masy odbywa się lokalnie dla każdej komórki. Dodatkowo, ponieważ wzór (4.40) obowiązuje dla sprężystości, stosuje się w praktyce warunek bardziej restrykcyjny wprowadzając „współczynnik bezpieczeństwa” równy 2, tzn. wymaga się w konsekwencji

$$\Delta t < \frac{\Delta x}{2C}. \quad (4.42)$$

Biorąc pod uwagę $\Delta t=1$, $m_{gp}=\frac{1}{3}\rho A$ oraz (4.41), przeskalowana dla zapewnienia stabilności masa każdego z trzech węzłów komórki musi wynosić

$$m_{gp} = \frac{\left(K + \frac{4}{3}G\right)\Delta x_{\max}^2}{6A}. \quad (4.43)$$

5.2.3. Warunki początkowe i brzegowe

Zarówno przyrosty naprężenia jak i prędkości są określane w sposób jawny, tzn. na bazie znanych wartości w kroku obliczeniowym i są określane „nowe” wielkości w kroku obliczeniowym kolejnym. Warunki początkowe w postaci zdefiniowanych w chwili czasu $t=0$ wartości naprężenia σ w komórkach i prędkości $\mathbf{v}^{(l)}$ w węzłach są niezbędne do uruchomienia procedury całkowania równań ruchu. Ponadto, aby możliwe było jednoznaczne określenie przemieszczeń należy podać ich początkową wartość we wszystkich węzłach. Podobna uwaga dotyczy odkształceń w komórkach, a w przypadku modeli konstytutywnych ze wzmocnieniem odnosi się to dodatkowo do odkształceń plastycznych. Niepodanie wspomnianych wartości w programie jest jednoznaczne z przyjęciem ich wartości, równej zero w całym obszarze zadania.

We *Flacu* można zadawać warunki brzegowe I i II typu (por. 4.1.4). Przemieszczeniowe, tj. kinematyczne warunki brzegowe zadawane są poprzez określenie wartości prędkości ruchu w określonych węzłach. Pozwala to, m. in. na całkowite zablokowanie ruchu danego brzegu, poprzez przypisanie prędkości $\mathbf{v}=0$.

Naprężeniowe warunki brzegowe są przeliczane na ekwiwalentny układ sił węzłowych $P_\alpha^{(L)}$ (por. 5.2.2.1). Przykładowo, obciążenie brzegu $S^{[f]}$ dowolnej komórki stałym na długości tego brzegu wektorem naprężenia \mathbf{t} skutkuje dodaniem sił o wartości

$$P_\alpha^{(L)} = \frac{1}{2}t_\alpha \Delta S^{[f]} \quad (5.44)$$

do sił węzłowych $\mathbf{F}^{(K)}$ w węzłach K przylegających do boku $S^{[f]}$.

5.3. Podsumowanie i uwagi

W bieżącym rozdziale przedstawiono pełne sformułowanie „jawne” metody objętości skończonych dla zagadnienia brzegowo-początkowego sprężysto-plastyczności w wersji 2D. Ponieważ w pracy przedstawione są także wyniki obliczeń 3D (rozdz. 7), warto wspomnieć, że równania aproksymacyjne dla przypadku 3D wyprowadza się analogicznie jak w 2D. Zwykle sposób aproksymacji pochodnych przestrzennych w 3D podaje się dla komórek czworosiecznych [105] [173]. Podobnie jak w przypadku sformułowania 2D część wielkości określana jest w węzłach (np. prędkość, masa, siła) a inne w komórkach (naprężenie, odkształcenie). Sposób aproksymacji bazuje na zastosowaniu twierdzenia o dywergencji, które w 3D pozwala zamienić całość po objętości komórki na całość po jej powierzchni „zewnątrznej”. W przypadku określania pochodnych w pojedynczej czworosiecznej objętości skończonej, sprowadza się to do sumowania stałych wielkości określonych dla czterech węzłów w narożach komórki oraz czterech ścian, tworzących jej brzeg. W związku z tym zmieniają się (względem wzorów dla 2D) niektóre stałe współczynniki, wynikające np. z sumowania po innej liczbie węzłów czy definicji średniej arytmetycznej określonej dla innej liczby niezależnych wielkości węzłowych. Szczegóły pełnego sformułowania 3D można znaleźć w [173]

Podsumowanie zalet i wad metody obliczeniowej programu *Flac*

Do zalet zastosowanej we *Flacu* metody obliczeniowej – sformułowania jawnego MOS – należą:

- brak konieczności tworzenia dużych macierzy sztywności jak w przypadku sformułowań niejawnych, stosowanych powszechnie w MES (W procedurze numerycznej całkowania równań ruchu do określenia przyrostów wielkości fizycznych w węzłach lub w komórkach wystarcza informacja z ich „najbliższego” otoczenia.),
- niskie wymagania odnośnie pamięci operacyjnej (w związku z powyższym),
- możliwość symulowania procesów fizycznie niestabilnych (Instrukcja użytkownika programu dodaje tu: *przy bezwarunkowej stabilności numerycznej* [172]),
- możliwość zastosowania w zasadzie dowolnego (matematycznie i fizycznie poprawnego) modelu konstytutywnego sprężysto-plastycznego ośrodka ciągłego bez potrzeby dostosowywania algorytmu rozwiązania, podczas gdy większość

programów elementów skończonych wymaga użycia różnych technik rozwiązania dla różnych modeli fizycznych materiałów,

- tryb dużych odkształceń, tj. zastosowanie opisu Lagrange'a [172], w którym układ odniesienia porusza się z materiałem, a deformację siatki uwzględnia się poprzez aktualizację „na bieżąco” położenia jej węzłów, a w związku konstytutywnym uwzględnia „wędrówkę” materiału.

Do wad procedury obliczeniowej, stosowanej w programie *Flac* można zaliczyć m. in.:

- silne ograniczenie nakładane na krok czasowy i wymagane człony tłumienia.
- wolniejszy przebieg symulacji zagadnień fizycznie liniowych w porównaniu do programów MES.

Mając na uwadze zarówno zalety jak i wady programu, może być on wykorzystany do rozwiązywania szerokiej klasy problemów. Odpowiednie „wycucie” programu jest, jednak, niezbędne do poprawnego interpretowania wyników i wymaga zbudowania pewnego doświadczenia. Znajduje to potwierdzenie we fragmencie instrukcji użytkownika:

Cena stosowania bezwarunkowo stabilnego numerycznie schematu jawnego jest taka, że użytkownik musi mieć fizyczne wycucie tego, co dzieje się w modelu. Flac nie jest „czarną skrzynką”, która po wprowadzeniu danych daje gotowe rozwiązanie. Zachowanie się numerycznego modelu musi być zawsze odpowiednio interpretowane [172].

6. Współpraca zasypki z powłoką z blachy płaskiej: modelowanie z wykorzystaniem zaawansowanych, nieliniowych modeli gruntu

W 2006 roku opublikowane zostały wyniki badań, w których zidentyfikowany został efekt histerezy w moście gruntowo-powłokowym [91]. Podczas badania mostu drogowego w obwodnicy Niemczy na drodze krajowej nr 8 rejestrowane było przemieszczenie oraz naprężenie w powłoce mostu obciążonego poruszającym się pojazdem. Podczas testu samochód ciężarowy przejeżdżał przez most w jedną stronę, a następnie wracał. Na podstawie wyników pomiarów stwierdzono, że pomierzone wielkości tworzyły pętle histerezy, tzn. wykresy odpowiadające przejazdowi w jedną i w drugą stronę nie pokrywały się (zob. 2.2.1.2, rys. 2.13 oraz 2.14).

W tym rozdziale przedstawiono wyniki autorskich symulacji numerycznych tego testu. Najpierw zaprezentowano przyjętą procedurę symulacji testu, a następnie uzyskane wyniki przy założeniu różnych modeli konstytutywnych zasypki. Począwszy od modelu uproszczonego [135], w którym przyjęto zasypkę liniowo sprężystą, związki konstytutywne w dalszych podrozdziałach są sukcesywnie rozbudowywane. Rozdział kończy podsumowanie uzyskanych wyników ze wskazaniem implikacji przyjęcia poszczególnych modeli i ich parametrów dla wyników obliczeń.

6.1. Model uproszczony – zasypka liniowo sprężysta

Obliczenia przeprowadzono w płaskim stanie odkształcenia oraz w trybie dużych odkształceń. Związek konstytutywny dla zasypki przyjęto jako liniowo sprężysty. Założono następujące parametry materiałowe: moduł Younga $E=150,0$ MPa, współczynnik Poissona $\nu=0,25$, gęstość $\rho=1,9$ t/m³. Wartości te odpowiadają w przybliżeniu parametrom piasku grubego w stanie zagęszczenia „zagęszczony” (stopień zagęszczenia $I_D=0,8$) według polskiej normy PN-81/B 03020 [179]. Przyjęto model liniowo sprężysty dla elementów, tworzących powłokę oraz profile stalowe w palisadzie. Ich geometryczne i materiałowe parametry są następujące: grubość powłoki $t_s=23,0$ mm, moduł Younga $E_s=205,0$ GPa i gęstość $\rho_s=7,86$ t/m³. Założono, że powłoka jest ciągła w kierunku prostopadłym do płaszczyzny zadania (kierunek z). Charakterystyki geometryczne przekroju grodzic G-62, zastosowanych w palisadzie, tworzącej posadowienie powłoki, są następujące: pole powierzchni $A=78,9$ cm², moment bezwładności $I=2950$ cm⁴, gęstość liniowa $\rho=0,062$ t/m. Przy rozwiązywaniu zagadnienia płaskiego parametry należy przeliczyć na 1,0 m konstrukcji wzdłuż osi z (prostopadłej do płaszczyzny zadania). Wartości przyjęte do obliczeń wynikają z podanych wyżej wartości podzielonych przez rozstaw profili, wynoszący $a_s=3,1$ m. Tak więc przyjęto do obliczeń: $A_L=20,7$ cm²/m, $I_L=983,3$ cm⁴/m, $\rho_L=0,0263$ t/m/m.

Na styku powłoki stalowej i gruntu przyjęto kontakt „jednostronny”, co oznacza, że dozwolona jest separacja (odrywanie) ośrodka gruntowego względem powłoki, jeśli ta oddala się od materiału zasypki a także późniejsze „odnowienie” kontaktu, o ile powłoka i zasypka ponownie zbliżą się do siebie. Wartość naprężeń ścinających w elementach kontaktowych ograniczona jest warunkiem Coulomba

$$|\tau_f| \leq a + \sigma \operatorname{tg} \phi. \quad (6.1)$$

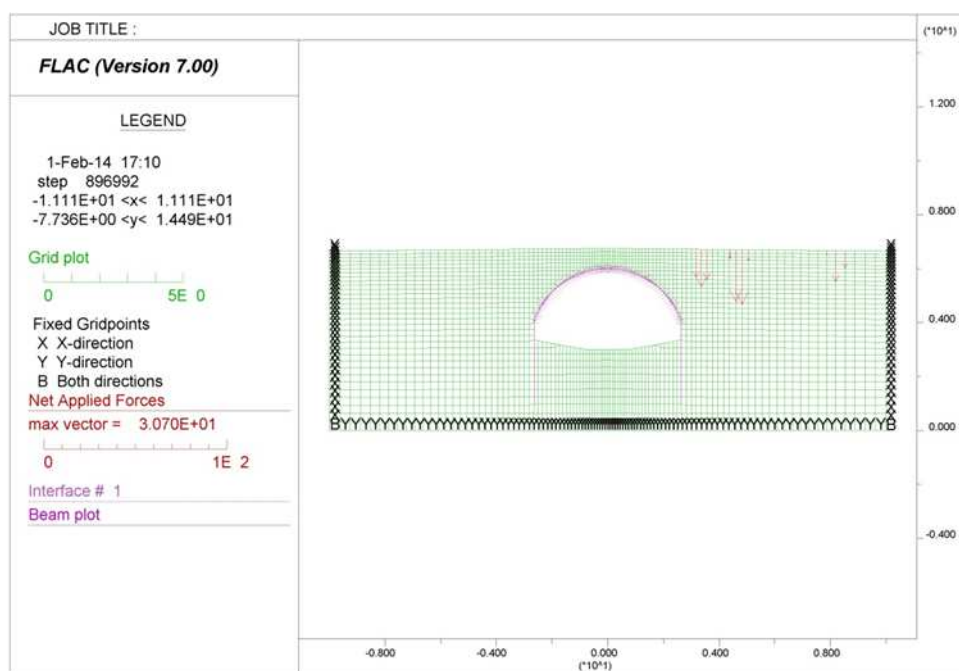
Wartości parametrów adhezji na kontakcie blacha-zasypka i kąta tarcia gruntu o blachę przyjęto następująco: $a=c=0$, $\delta=\frac{2}{3}\cdot\phi\approx 22^\circ$, gdzie c oraz ϕ odpowiadają kohezji i kątowi tarcia wewnętrznego piasku grubego o stopniu zagęszczenia $I_D=0,8$ według PN-81/B 03020. Kąt dylatacji dla elementów kontaktowych przyjęto na poziomie $\psi=0^\circ$. Sztywność normalną i styczną elementów kontaktowych przyjęto zgodnie z zaleceniami podanymi przez producenta oprogramowania w instrukcji użytkownika [172], tzn. dziesięciokrotnie większą niż największa sztywność komórki przylegającej do interface'u:

$$k_s = k_n = 10 \cdot \frac{K + \frac{4}{3}G}{\Delta z_{\min}}, \quad (6.2)$$

gdzie k_s , k_n – oznaczają odpowiednio styczną oraz normalną sztywność kontaktu; K i G są modułami odkształcenia materiału zasyпки, Δz_{\min} oznacza najmniejszy wymiar komórki przylegającej do interface'u.

6.1.1. Procedura symulacji

Płaski model obliczeniowy w postaci siatki różnic skończonych odzwierciedla geometrię mostu w pobliżu Niemczy [9] [82] [96]. Siatkę metody różnic skończonych wraz z warunkami brzegowymi (przy początkowym położeniu ciężarówki $i=7$) przedstawiono na rys. 6.1.

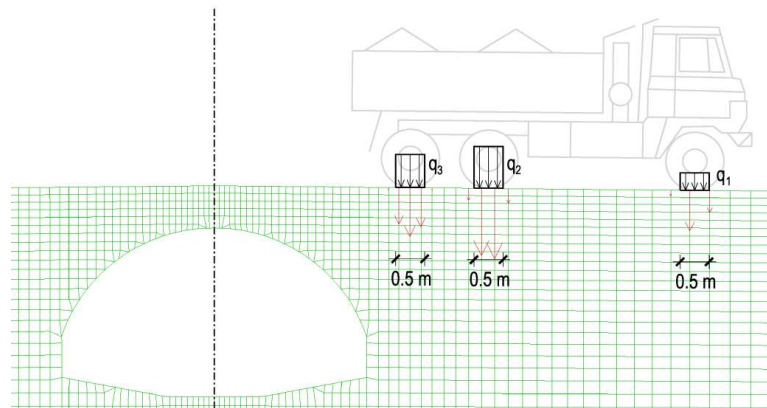


Rys. 6.1. Model numeryczny mostu – siatka objętości skończonych oraz warunki brzegowe (przy początkowym położeniu ciężarówki $i = 7$)

Stalową powłokę, a także elementy posadowienia, tj. palisadę tworzą elementy belkowe (typu *beam*). Powłoka została połączona z zasypką poprzez liniowe, tzn. zerowej grubości elementy kontaktowe (ang. *interface*). Model składa się z 2954 komórek (elementów; ang. *zones*) metody różnic skończonych, 92 elementów skończonych typu belkowego i 134 elementów typu interface.

W pierwszym etapie obliczeń zostało rozwiązane zadanie, w którym jedynym obciążeniem jest ciężar własny konstrukcji – zasyпки oraz powłoki i posadowienia.

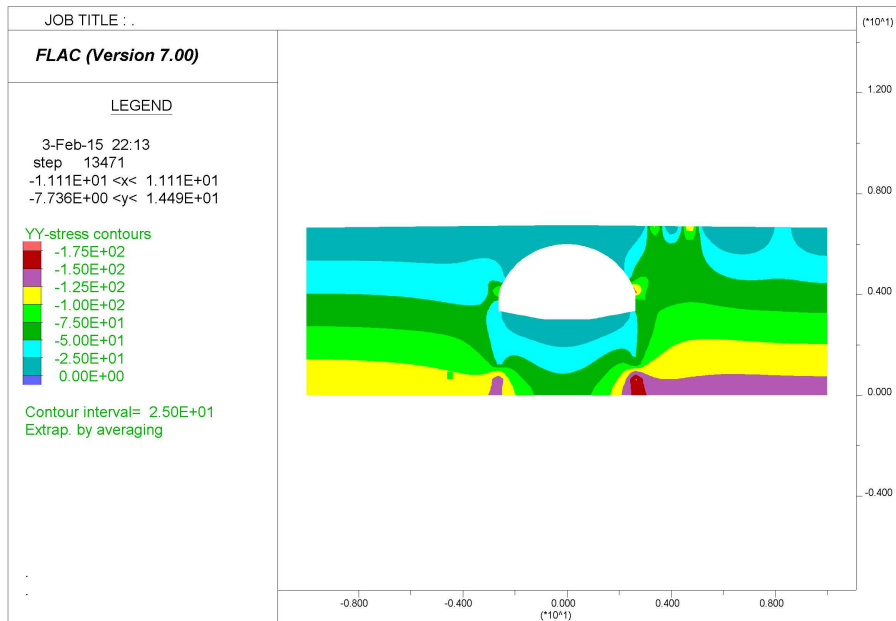
Następnie zadano na brzegu obciążenie od pojazdu w położeniu początkowym $i=7$. Przyjęto, że obciążenie z każdej osi pojazdu przekazywane jest na grunt jako pasmowe o szerokości 0,5 m, tzn. rozłożone równomiernie na odległości, równej 0,5 m wzdłuż mostu. Dodatkowo zakładając, że w kierunku w poprzek mostu obciążenie jest rozłożone na szerokości pojazdu, wynoszącej 1,8 m, obliczeniowe wartości intensywności obciążenia wynoszą $q_1=60,0$ kN/m, $q_2=143,3$ kN/m, $q_3=113,3$ kN/m. Ze względu na procedurę obliczeń, obciążenia te muszą zostać przeliczone na równoważny układ sił w węzłach siatki. Odpowiednią procedurę napisano we wbudowanym we *Flacu* języku programowania *Fish*. Obciążenie pokazano schematycznie na rysunku 6.2. Kolorem zielonym wyróżniono siatkę objętości skończonych, a czerwonym wektory sił węzłowych.



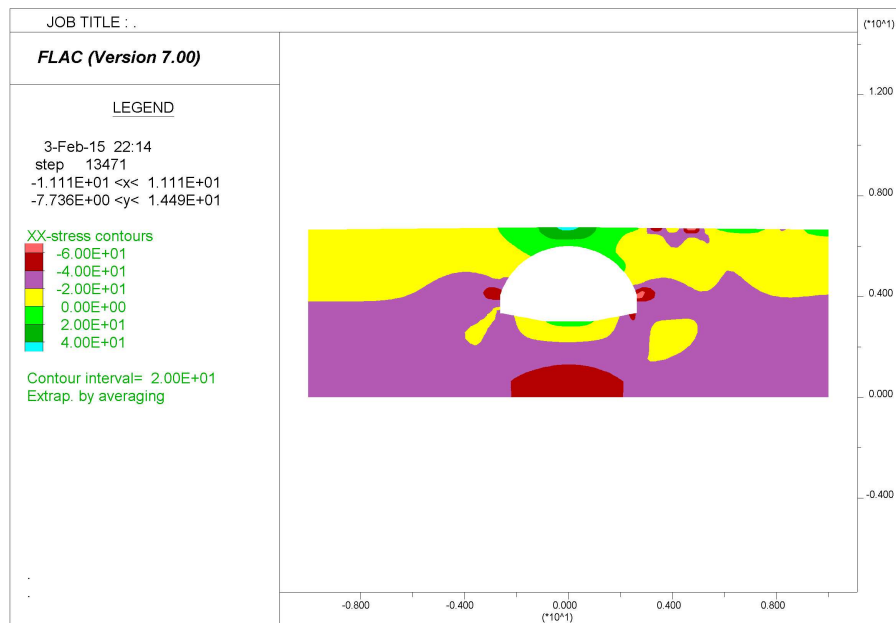
Rys. 6.2. Schemat zadawania obciążenia od pojazdu

Wyznaczony w ten sposób stan przemieszczeń i naprężeń, po rozwiązaniu zagadnienia brzegowego, posłużył za stan odniesienia odpowiadający chwili rozpoczęcia testu (pomiarów). Wykresy naprężeń w gruncie i sił wewnętrznych w elementach belkowych, określonych na początku testu zaprezentowano na rysunkach 6.3–6.8.

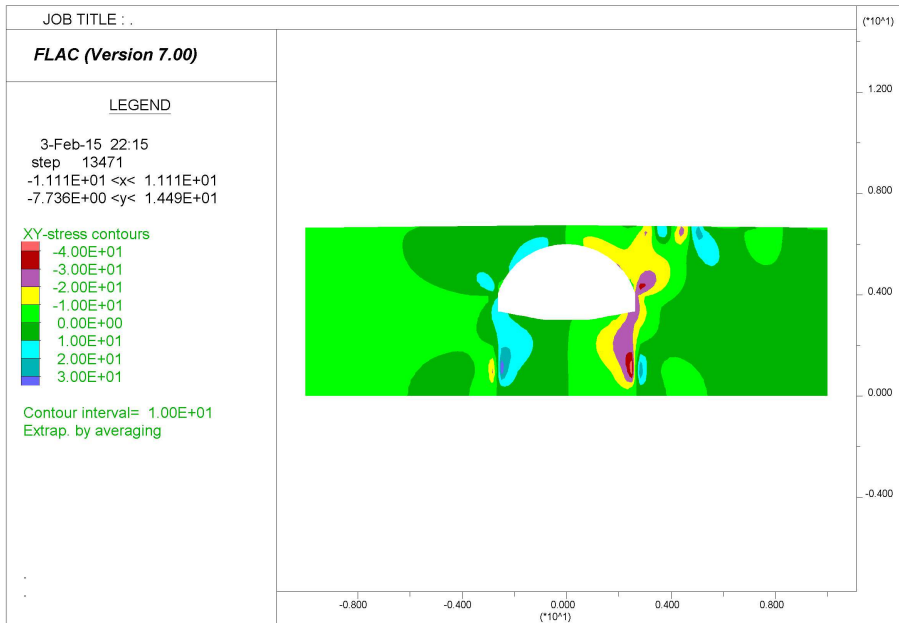
6. Współpraca zasypki z powłoką z blachy płaskkiej...



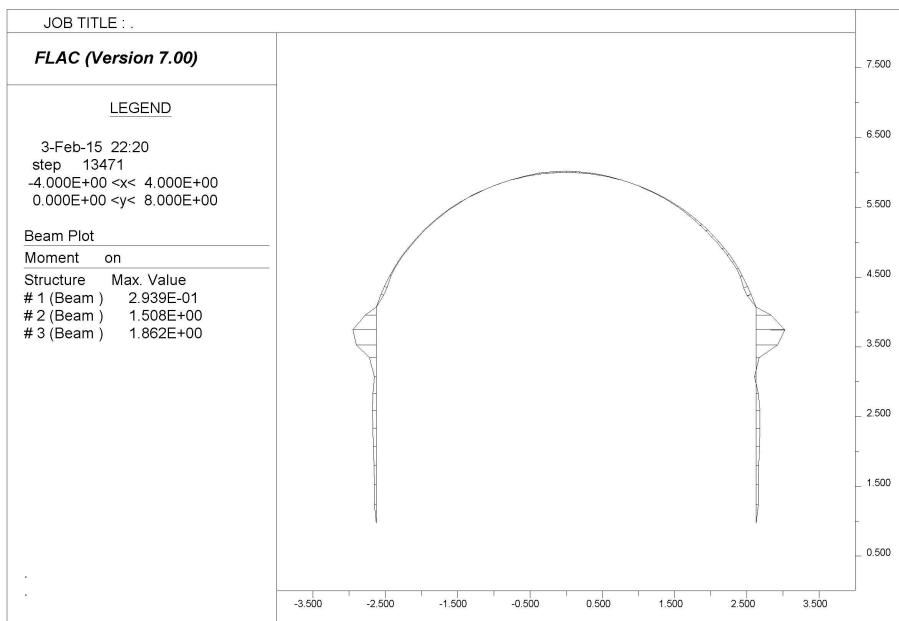
Rys. 6.3. Normalne naprężenia pionowe w gruncie na początku symulacji testu



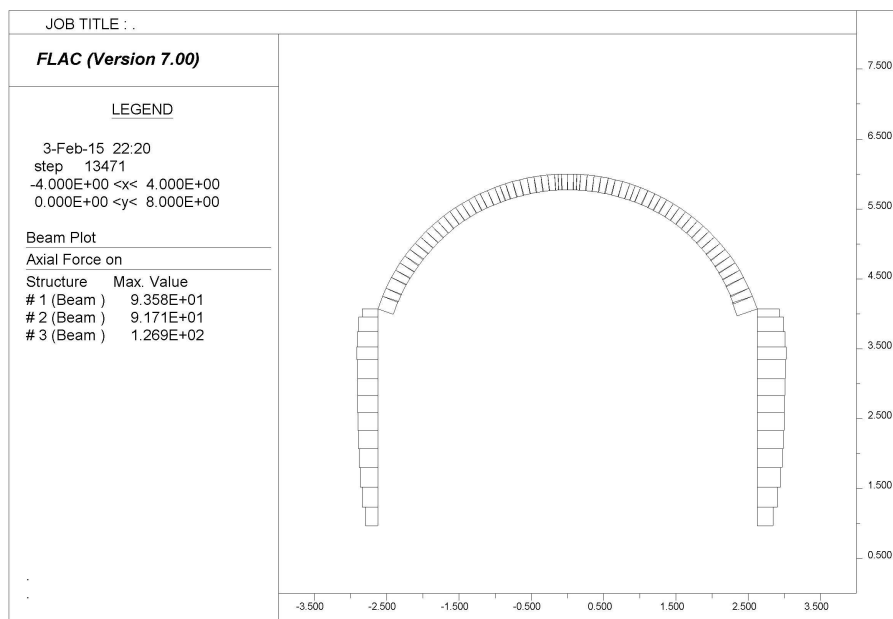
Rys. 6.4. Normalne naprężenia poziome w gruncie na początku symulacji testu



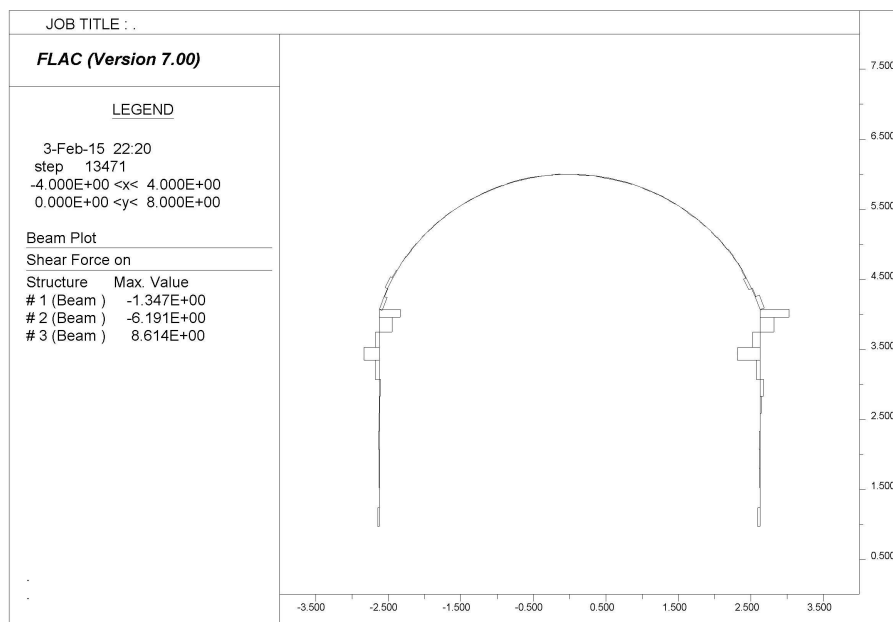
Rys. 6.5. Naprężenia ścinające w gruncie na początku symulacji testu



Rys. 6.6. Wykres momentu w elementach belkowych na początku symulacji testu



Rys. 6.7. Wykres sił osiowych w elementach belkowych na początku symulacji testu



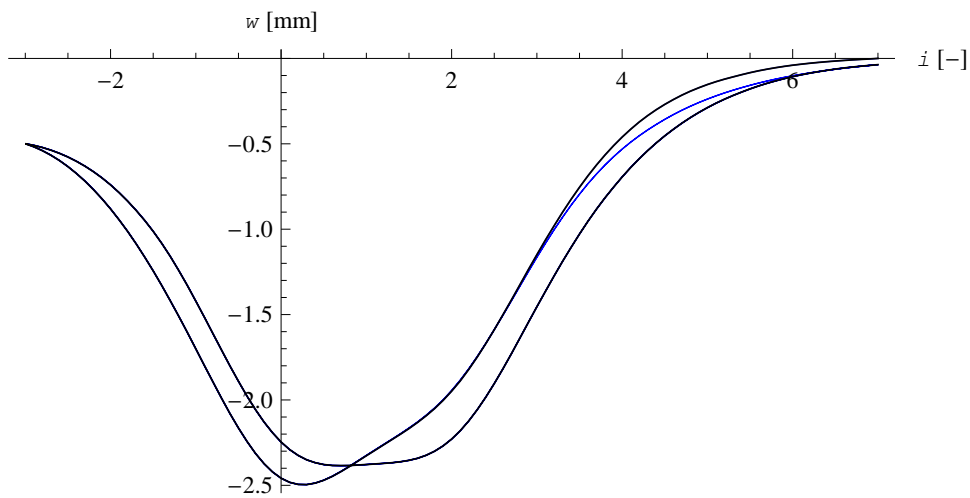
Rys. 6.8. Wykres sił tnących w elementach belkowych na początku symulacji testu

W kolejnym etapie symulacji pojazd był przemieszczany w sposób „przyrostowy”, tzn. przesuwany był o pewien mały dystans i zagadnienie było rozwiązywane. Dystans pomiędzy kolejnymi ustawieniami wynosił 0,0675 m, tzn. 1/10 odległości pomiędzy kolejnymi punktami referencyjnymi w oryginalnym badaniu [91]. Przejazd pomiędzy skrajnymi położeniami został zrealizowany poprzez sto kolejnych ustawień. Jako rozszerzenie badań [91], przyjęto w prezentowanym numerycznym badaniu modelowym nie dwa, a 10 przejazdów pojazdu przez most, tj. 5 pełnych cykli

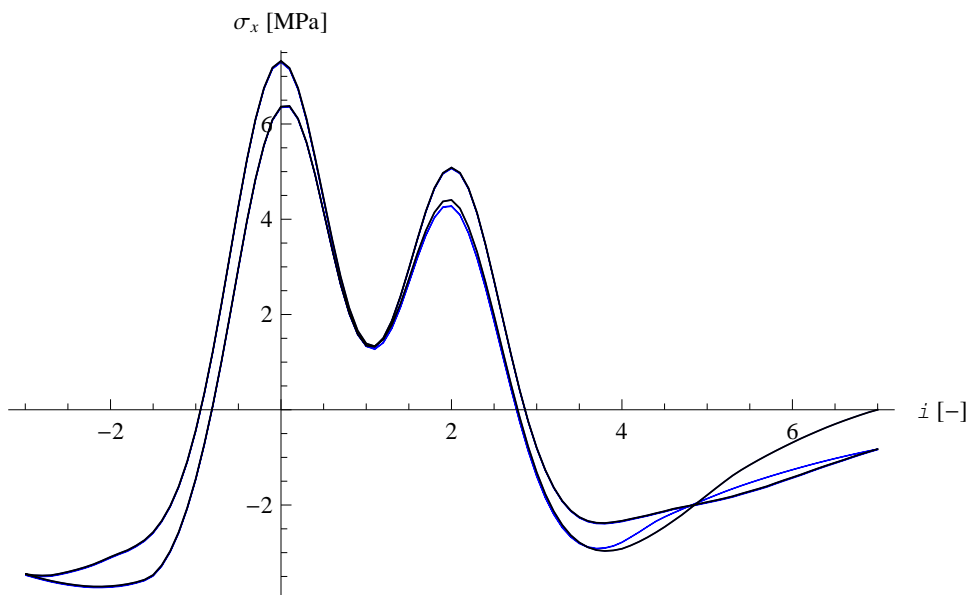
obciążenia, przy czym na pełny cykl obciążenia składa się przejazd pierwotny i powrót, tzn. przejazd w drugą stronę bez zawracania.

6.1.2. Wyniki symulacji

Wyniki w postaci wykresów przemieszczenia oraz naprężenia w powłoce zaprezentowano na rysunkach 6.9 oraz 6.10. Czarne linie odpowiadają pierwszemu cyklowi obciążenia, natomiast niebieskie kolejnym czterem cyklom. Każdy z wykresów przedstawia, zatem, przebieg badanej wielkości podczas pięciu pełnych cykli obciążenia, przy czym przez pełen cykl rozumiany jest przejazd pojazdu przez most i powrót do położenia początkowego.



Rys. 6.9. Przemieszczenie pionowe w kluczu powłoki



Rys. 6.10. Normalne naprężenie obwodowe na dolnej powierzchni powłoki w kluczu

Aby możliwe było porównanie wyników symulacji z wynikami badania w skali naturalnej [91], zaprezentowane zostały wyniki w postaci przyrostów przemieszczenia i naprężenia względem stanu referencyjnego, tj. względem tych występujących w konstrukcji na początku testu – z pojazdem w ustawieniu $i=7$ (por. rys. 6.3–6.8). Takie podejście odpowiada bezpośrednio procedurze rzeczywistego badania *in situ*, przeprowadzonego przez Machelskiego [91]. Czujniki na początku testu wyzerowano i, w związku z tym, mierzone były przyrosty względem początkowego stanu przemieszczenia i naprężenia. Zatem, naprężenie na dolnej powierzchni powłoki, prezentowane w tej pracy jako wynik symulacji i odpowiadające pomierzonemu w badaniu [91], obliczono na podstawie sił wewnętrznych:

$$\sigma_x = \frac{(N - N_0)}{A} + \frac{(M - M_0)}{I} \cdot \frac{h}{2}, \quad (6.3)$$

gdzie M , N – oznaczają odpowiednio moment zginający i siłę osiową, $M_0 = -0,0886$ kNm oraz $N_0 = -71,66$ kN – są wartościami momentu i siły osiowej dla obliczonego stanu konstrukcji, odpowiadającego chwili rozpoczęcia testu.

6.1.3. Podsumowanie i analiza wyników

Symulacje zachowania się konstrukcji pod działaniem obciążenia o zmiennym położeniu przeprowadzono w płaskim stanie odkształcenia przy założeniu liniowo sprężystego modelu konstytutywnego dla zasypki gruntowej oraz jednostronnego interface'u grunt-powłoka z warunkiem plastyczności Coulomba. Wartości użytych w obliczeniach parametrów materiałowych dla zasypki przyjęto na podstawie danych korelacyjnych zawartych w polskiej normie do obliczania posadowień. Założono przy tym, że materiałem zasypki jest piasek gruby zagęszczony.

Obliczenia wykazały występowanie pętli histerezy zarówno na wykresie przemieszczenia jak i naprężenia. Uzyskano przesunięcie gałęzi wykresu w kierunku ruchu pojazdu oraz efekt przyrastania wartości deformacji i naprężenia wraz z przejazdem kolejnej osi ponad punktem pomiarowym. W szczególności, wartość maksymalnego odczytu jest dla danej osi pojazdu większa w tym z przejazdów, w którym oś ta przejeżdża przez most jako druga. Identyczne wnioski „jakościowe” płyną z analizy wyników badania *in situ*. Oznacza to, że efekt powstawania pętli histerezy można stowarzyszyć z występowaniem poślizgów na granicy grunt-powłoka.

Wyniki w zakresie przemieszczenia w w kluczu powłoki wykazują dobrą ilościową zgodność z eksperymentem. Wartość maksymalnego przemieszczenia wynosi

w modelu, jak i w badaniach około 2,5 mm. Wartości naprężenia są jednak niedoszacowane w modelu numerycznym, tzn. około dwukrotnie mniejsze niż wynika to z przeprowadzonych na rzeczywistym obiekcie pomiarów [91].

W przyjętym modelu obliczeniowym, poza pierwszym cyklem obciążenia (przejazdem i powrotem), wykresy w kolejnych przejazdach tworzą zamknięte, powtarzające się pętle. Pod działaniem obciążenia cyklicznego efekt wzajemnego przemieszczania się gruntu i powłoki, również staje się cykliczny – kolejne przejazdy w przeciwnych kierunkach przywracają poprzedni stan wzajemnego przemieszczenia i naprężenia. Innymi słowy, pełny cykl obciążenia przejazd i powrót nie powoduje zmian naprężenia i przemieszczenia.

Pomimo dobrej zgodności maksymalnego przemieszczenia i wyraźnego efektu histerezy, zgodność wyników badań modelowych z wynikami *in situ*, wykresy różnią się kształtem od tych, będących wynikiem pomiarów [91]. Przykładowo, przesunięcia rzędnych, odpowiadających ekstremom w kolejnych przejazdach nie są tak wyraźne w wynikach symulacji jak w wynikach pomiarów. Brak także na wykresie przemieszczenia wyraźnego ekstremum w pobliżu rzędnej $i=1$, kiedy obciążenie ustawione jest symetrycznie względem osi obiektu

W celu sprawdzenia możliwości poprawy zgodności uzyskanego rozwiązania z wynikami badania [91], przeprowadzono ocenę wrażliwości rozwiązania na wartość przyjętych parametrów kontaktu i zasypki:

- kąt tarcia ϕ w interface'ie, w zakresie wartości $18,0^\circ - 26,0^\circ$,
- adhezja a w interface'ie, w zakresie wartości 0 kPa – 5,0 kPa,
- kąt dylatacji ψ w interface'ie, w zakresie wartości $0,0^\circ - 4,0^\circ$,
- moduł Younga E zasypki, w zakresie wartości 100,0 MPa – 200,0 MPa,
- współczynnik Poissona ν zasypki, w zakresie wartości 0,15 – 0,35.

Ponadto, w celu skontrolowania poprawności obliczeń, sprawdzono również wpływ doboru gęstości siatkowania na uzyskiwane numerycznie rozwiązanie. Wyniki tych analiz przedstawiono szczegółowo w Zał. 1, a poniżej zaprezentowano jedynie najistotniejsze wnioski.

Przyjęcie oszacowanych wg podejścia normowego stałych materiałowych skutkuje uzyskaniem wyników, których nie można znacząco polepszyć poprzez modyfikację wartości przyjętych stałych. Można przyjąć parametry tak, aby uzyskać lepszą zgodność w zakresie naprężeń, ale jednocześnie pogarsza się wtedy zgodność

uzyskiwanych wielkości przemieszczenia. Największy wpływ na wyniki (w przeanalizowanym zakresie wartości, który nie jest czynnikiem obiektywnym) wykazał moduł Younga E zasypki. Zmiana pozostałych parametrów nie powodowała dużych różnic w uzyskiwanych wynikach symulacji.

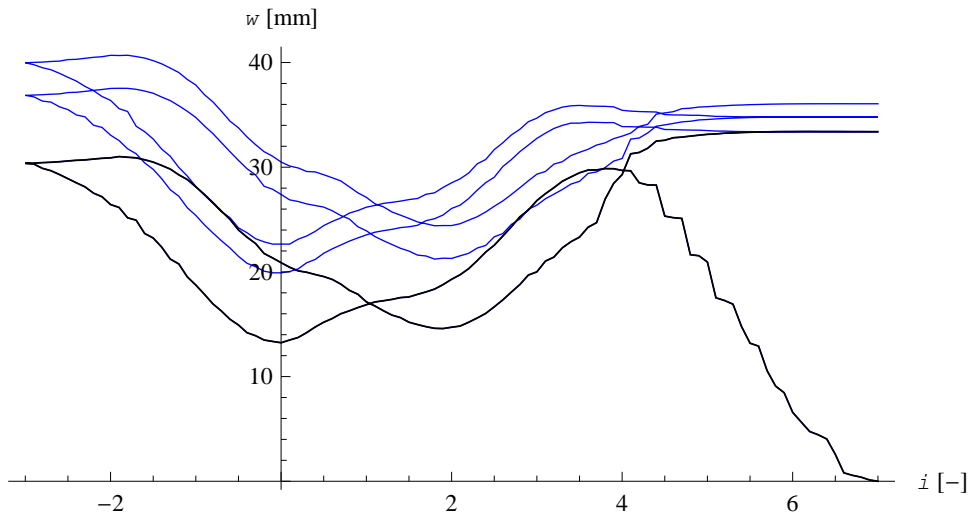
Sprawdzenie doboru odpowiedniej gęstości siatki wykazało, że zastosowanie siatki o mniejszej niż wstępnie przyjęta liczbie komórek powoduje nieznaczną zmianę wyników, jednak zagęszczanie siatki względem tej stosowanej we wszystkich prezentowanych wcześniej przypadkach nie powoduje widocznej zmiany wyników. Przyjętą w obliczeniach „gęstość” siatkowania traktuje się jako wystarczającą dla zapewnienia odpowiedniej dokładności obliczeń.

6.2. Model sprężysto-idealnie plastyczny z powierzchnią plastyczności Coulomba-Mohra

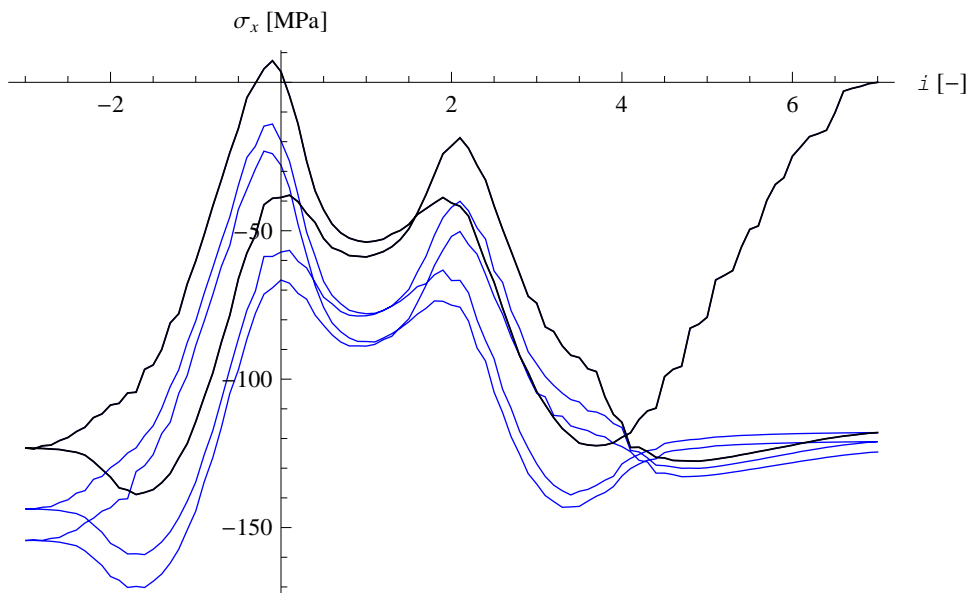
Podstawowym modelem sprężysto-plastycznym, przyjmowanym dla gruntu w zagadnieniach praktycznych jest model Coulomba-Mohra. Podejście takie proponuje m. in. norma do obliczania posadowień przy określaniu nośności podłoża, jak i inne prace, w tym dotyczące modelowania konstrukcji gruntowo-powłokowych [53] [82].

Korzystając z zależności korelacyjnych, dla piasku grubego (symbol P_r) o stopniu zag. $I_D=0,8$ oszacowano wartość kąta tarcia wewnętrznego zasypki, równą $\phi=34,0^\circ$. Wartość kohezji, zgodnie z podejściem normowym, wynosi $c=0,0$ kPa. W celu zdefiniowania prawa plastycznego płynięcia, przyjęto wartość kąta dylatacji $\psi=3,4^\circ$, tj. na poziomie $10\% \cdot \phi$.

Symulację zagadnienia cyklicznych przejazdów ciężarówki przez most z zasypką, której zachowanie opisuje model Coulomba-Mohra przeprowadzono wg niezmienionej względem poprzednich podrozdziałów procedury obliczeniowej, opisanej w 6.1.1. Ze względu na konieczność zapewnienia stabilności numerycznej, przyjęto w obliczeniach małą, ale niezerową wartość kohezji $c=1,0$ kPa. Wyniki w postaci wykresów przemieszczenia oraz naprężenia, analogicznie jak w przypadku modelu liniowo sprężystego, przedstawiono na rys. 6.11 oraz 6.12



Rys. 6.11. Przemieszczenie pionowe w kluczu powłoki



Rys. 6.12. Normalne naprężenie obwodowe na dolnej powierzchni powłoki w kluczu

Przyjęcie sprężysto-idealnie plastycznego modelu Coulomba-Mohra z parametrami określonymi wg PN skutkuje wynikami znacznie odległymi od tych, uzyskanych w rzeczywistym badaniu. Należy, w związku z tym rozważyć poprawność przyjętych parametrów. Wielu autorów [3] [31] [41] [118] [150] sugeruje występowanie w gruntach nienasyconych tzw. pozornej kohezji, czego nie uwzględniono w obliczeniach, których wyniki prezentują rysunki 6.11 i 6.12. W kolejnym punkcie przedstawiono, wobec tego, najpierw sposób oszacowania wartości pozornej kohezji na podstawie podejścia teoretycznego, a następnie wyniki symulacji przy uwzględnieniu odpowiedniego zwiększenia wytrzymałości gruntu.

6.2.1. Uwzględnienie pozornej kohezji C_ψ

Dla analizowanej konstrukcji można określić ciśnienie ssania na podstawie wysokości geometrycznej ponad ciekim wodnym, nad którym przeprowadzony jest most. Przykładowo, na wysokości górnej części powłoki wysokość ta wynosi około $h=2,5$ m (por. rys. 2.11). Wartość ssania macierzystego, co do wartości bezwzględnej jest, wówczas, równa

$$|u_a - u_w| = |-u_w| = \gamma_w |h| = 9,81 \cdot 3,0 = 24,5 \text{ [kPa]}, \quad (6.6)$$

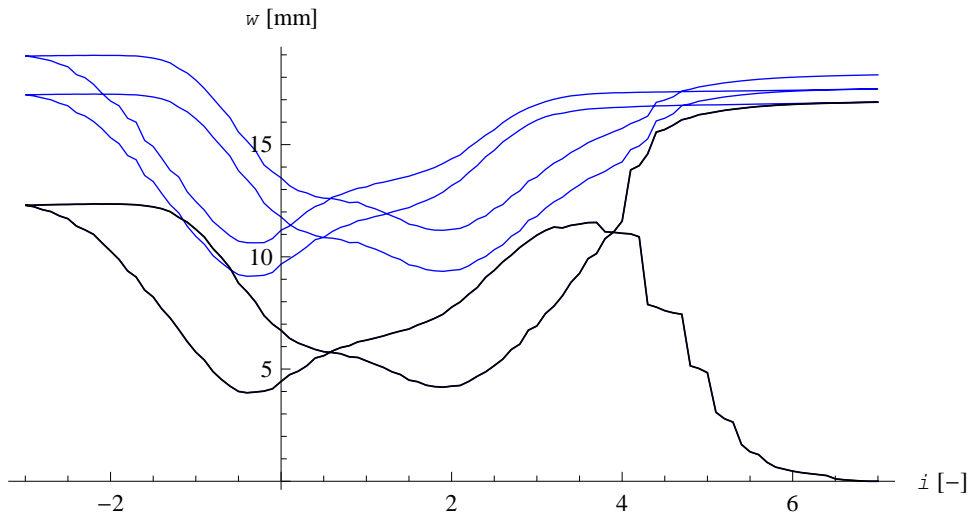
a oszacowana na podstawie wzoru (4.70) wartość pozornej kohezji wynosi

$$C_\psi = |u_a - u_w| \tan \phi = 29,43 \text{ tg}(34,0^\circ) = 16,5 \text{ [kPa]}. \quad (6.7)$$

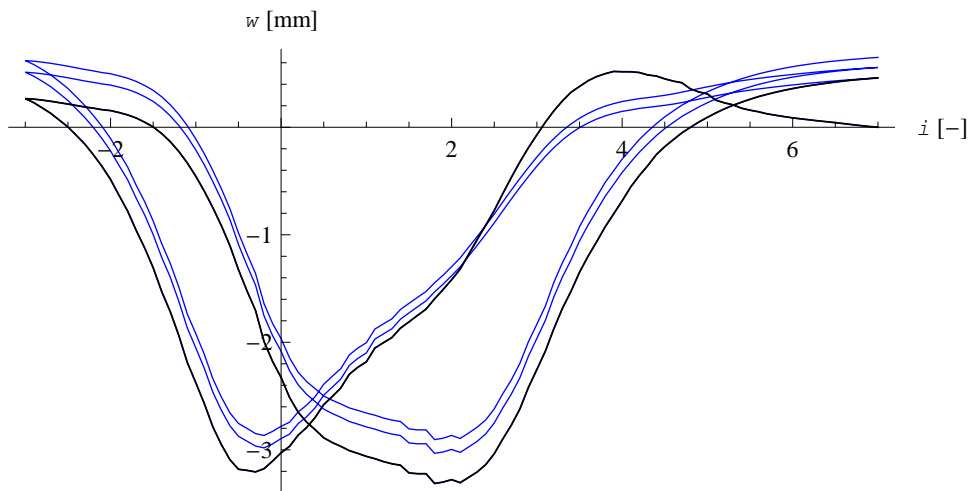
Obliczoną wartość pozornej kohezji należy traktować jako szacunkową. Z tego względu zdecydowano się na wykonanie odpowiedniej analizy parametrycznej, mającej na celu określenie takiej wartości pozornej kohezji, która zapewni najlepszą zgodność z wynikami badań. Analizę taką można traktować jednocześnie jako sprawdzenie wrażliwości rozwiązania na wartość kohezji.

Pozorną kohezję przypisano ośrodkowi gruntowemu dopiero na etapie przejazdów, podczas gdy stan przemieszczenia i naprężenia od ciężaru własnego był określany przy wartości kohezji $c=1,0$ kPa. Równowaga stanu nasycenia gruntu wodą ponad jej zwierciadłem, ze względu na podciąganie kapilarne, występuje, bowiem, dopiero po pewnym czasie od ułożenia zasypki i jej zagęszczenia.

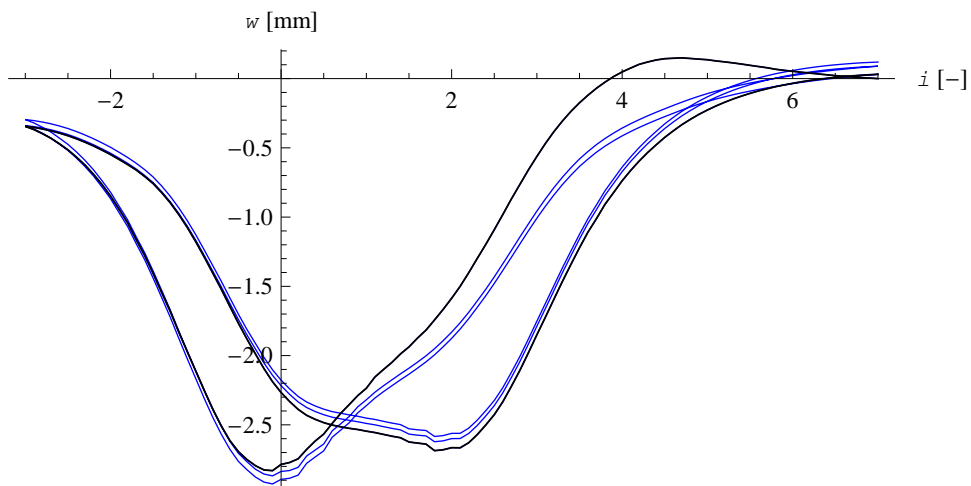
Wyniki symulacji wielokrotnego przejazdu pojazdu przez most dla sekwencji wartości kohezji c , odpowiednio $c=5,0$ kPa, $c=10,0$ kPa, $c=15,0$ kPa, $c=20,0$ kPa, $c=50,0$ kPa oraz $c \rightarrow \infty$ przedstawiono na rysunkach na kolejnych stronach. Ostatni przypadek, w którym wartość kohezji c zdąży do nieskończoności, odpowiada modelowi liniowo sprężystemu na etapie przejazdów z naprężeniami od ciężaru własnego określonymi jak dla ośrodka opisanego modelem Coulomba-Mohra.



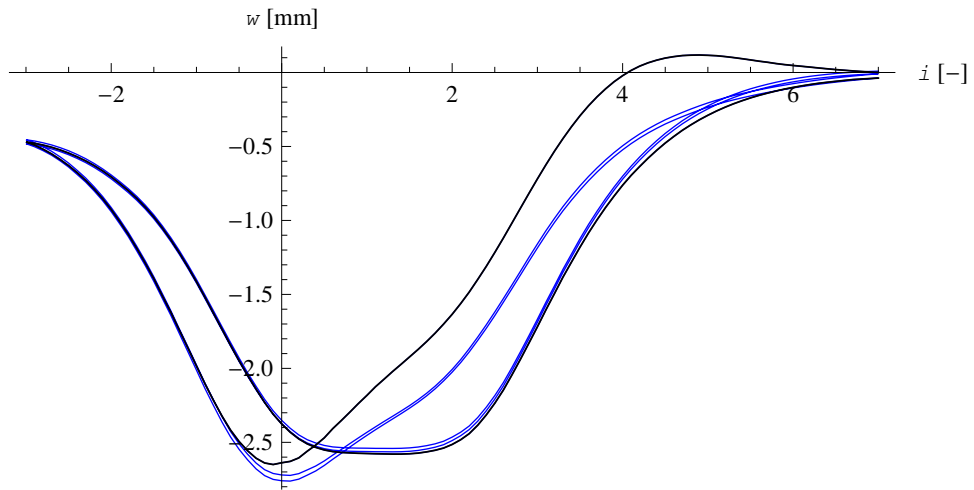
Rys. 6.13. Przeszczenie pionowe w kluczu powłoki – $c=5,0$ kPa



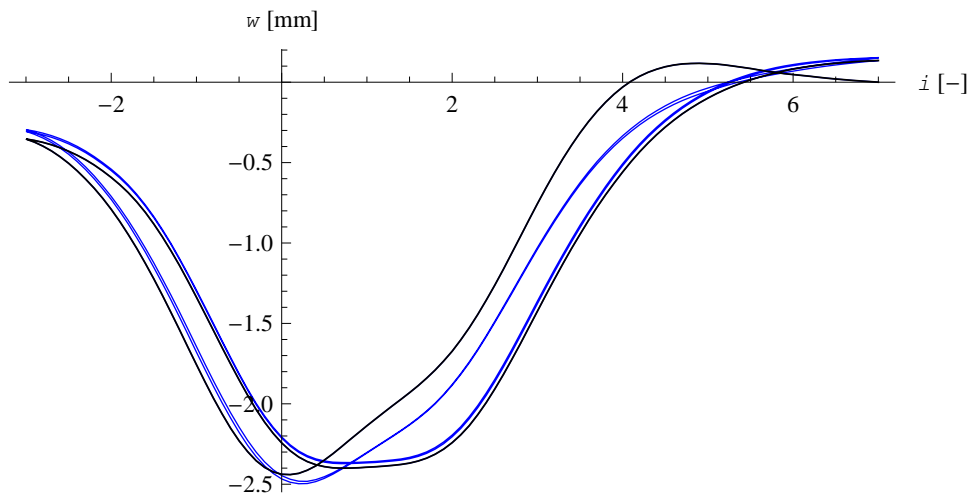
Rys. 6.14. Przeszczenie pionowe w kluczu powłoki – $c=10,0$ kPa



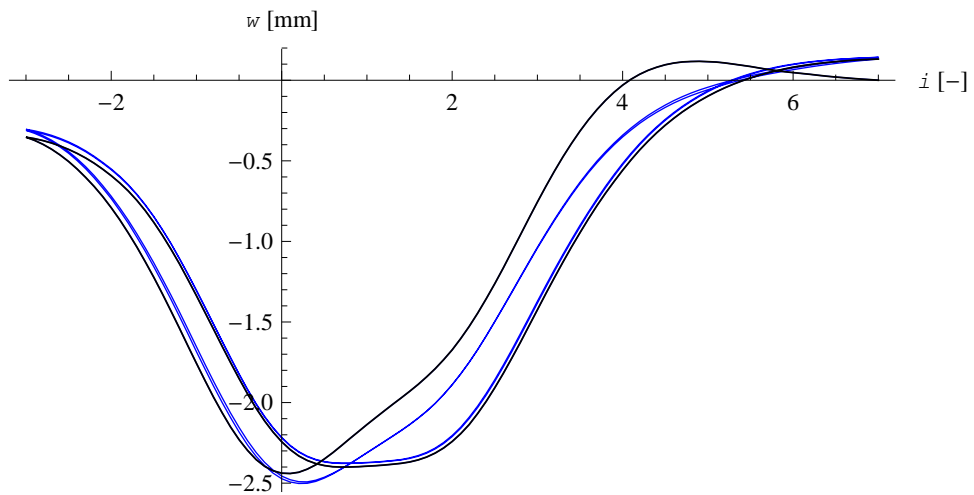
Rys. 6.15. Przeszczenie pionowe w kluczu powłoki – $c=15,0$ kPa



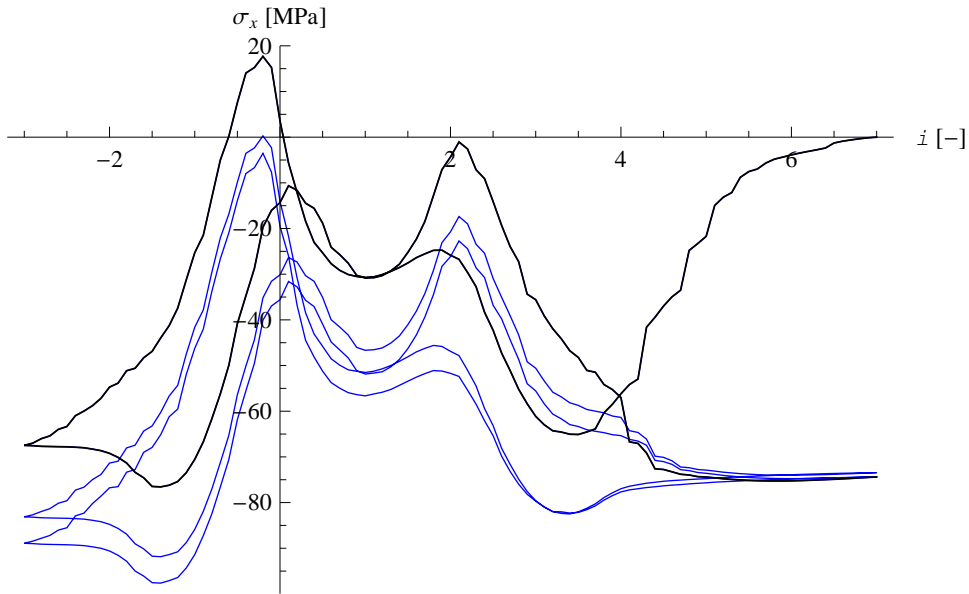
Rys. 6.16. Przeszyczenie pionowe w kluczu powłoki – $c=20,0$ kPa



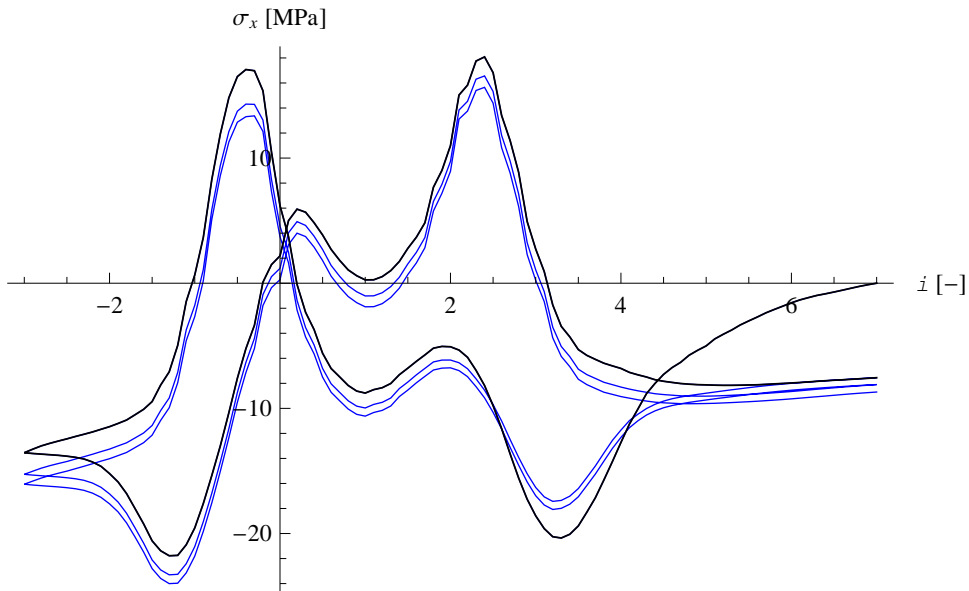
Rys. 6.17. Przeszyczenie pionowe w kluczu powłoki – $c=50,0$ kPa



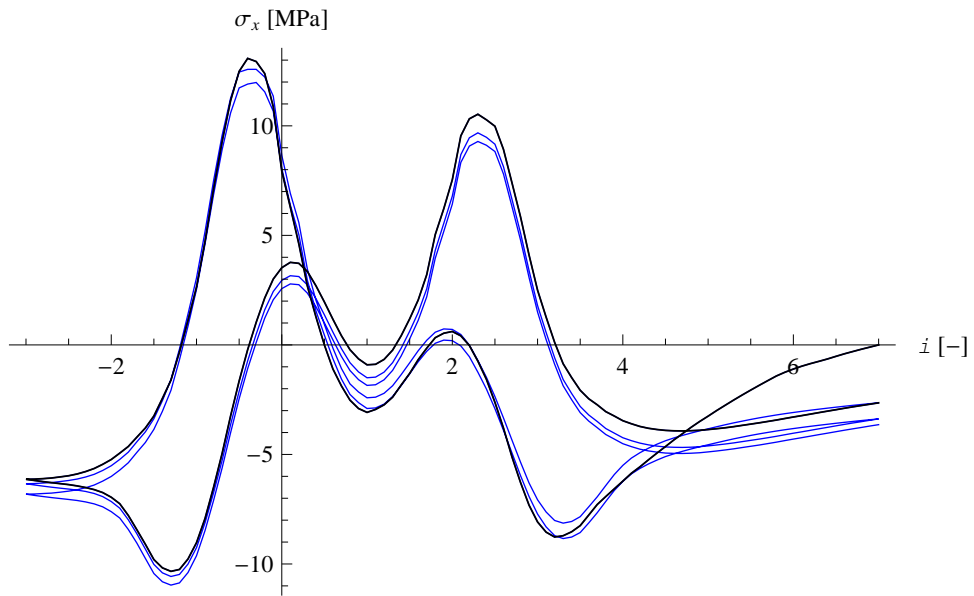
Rys. 6.18. Przeszyczenie pionowe w kluczu powłoki – $c=\infty$



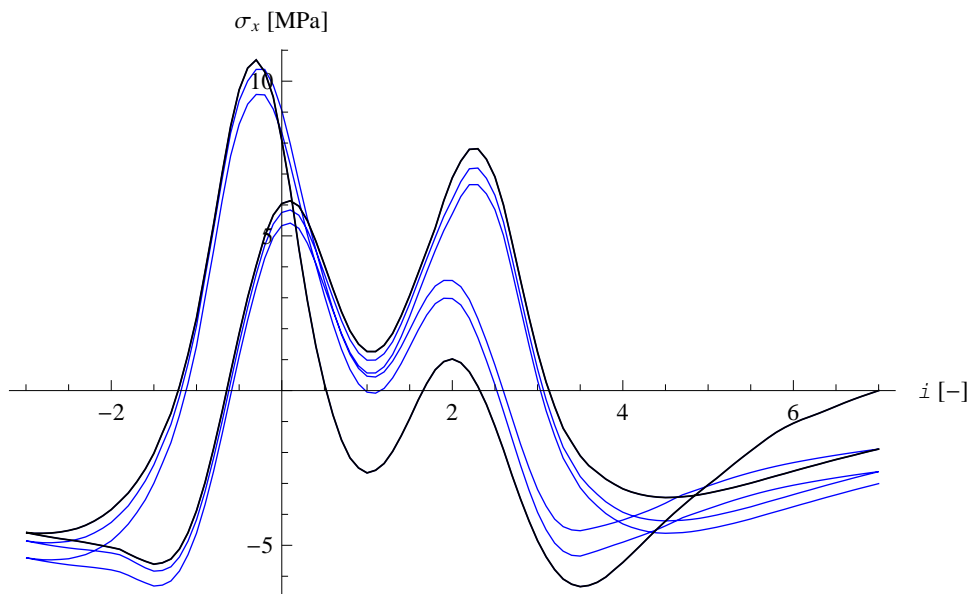
Rys. 6.19. Normalne naprężenie obwodowe na dolnej powierzchni powłoki w kluczu – $c=5,0$ kPa



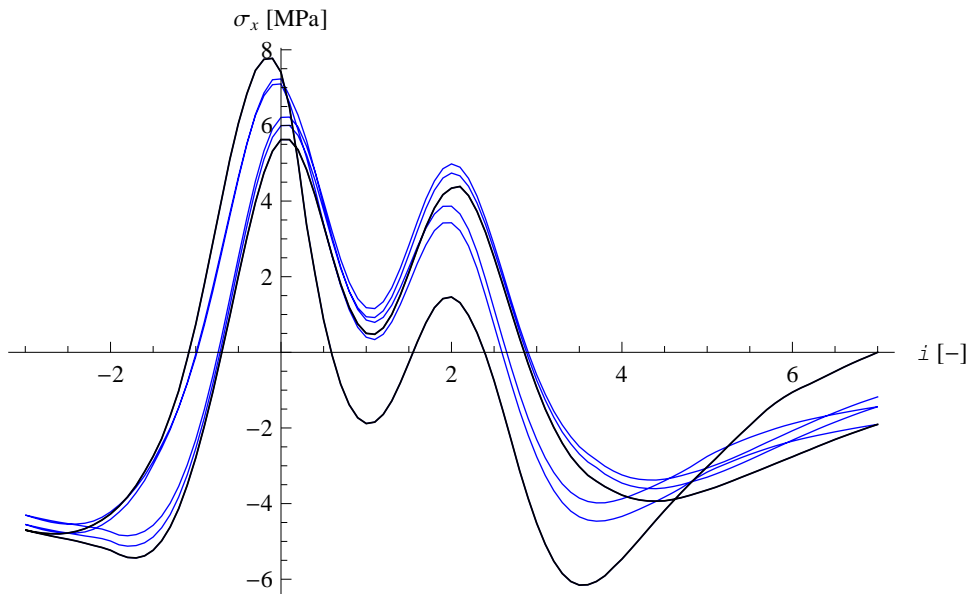
Rys. 6.20. Normalne naprężenie obwodowe na dolnej powierzchni powłoki w kluczu – $c=10,0$ kPa



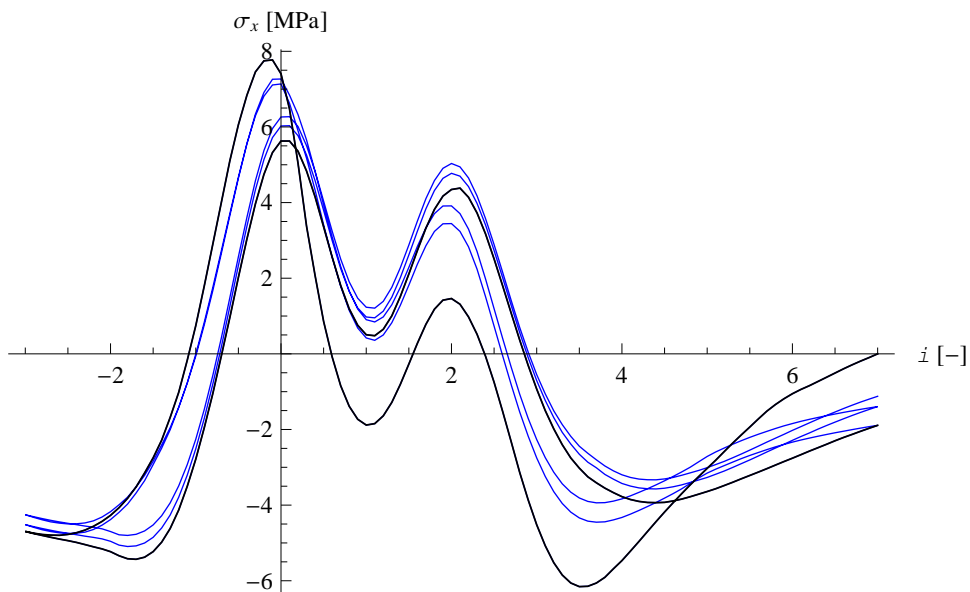
Rys. 6.21. Normalne naprężenie obwodowe na dolnej powierzchni powłoki w kluczu – $c=15,0$ kPa



Rys. 6.22. Normalne naprężenie obwodowe na dolnej powierzchni powłoki w kluczu – $c=20,0$ kPa



Rys. 6.23. Normalne naprężenie obwodowe na dolnej powierzchni powłoki w kluczu – $c=50,0$ kPa



Rys. 6.24. Normalne naprężenie obwodowe na dolnej powierzchni powłoki w kluczu – $c=\infty$

6.2.1.1. Analiza uzyskanych wyników

Szczegółowa analiza zaprezentowanych wyżej wyników pozwala sformułować następujące stwierdzenia:

- zastąpienie modelu liniowo sprężystego dla ośrodka gruntowego sprężysto-plastycznym związkiem konstytutywnym Coulomba-Mohra prowadzi do znacznego polepszenia zgodności wyników symulacji z wynikami badania *in situ*, pod warunkiem uwzględnienia pozornej kohezji o odpowiedniej wartości,
- we wszystkich prezentowanych wynikach efekt histerezy jest dużo bardziej wyraźny niż w uproszczonym modelu z zasypką liniowo sprężystą [135] (por. podrozdział 6.1),

- przyjęcie zbyt małej wartości parametru c skutkuje progresywnym przyrostem wypiętrzenia konstrukcji w kolejnych przejazdach, a także znacznie przeszacowanymi wartościami naprężenia obwodowego σ_x , sięgającymi wartości nawet $\sigma_x = -170$ MPa (ściskanie) w przypadku $c = 1,0$ kPa,
- można określić wartość pozornej kohezji $c = C_\psi$ tak, aby uzyskać dobrą ilościową zgodność wyników symulacji z wynikami pomiarów, przeprowadzonych na rzeczywistym obiekcie. Spośród przeanalizowanych wartości, najlepsze rezultaty daje przyjęcie $c = 15,0$ kPa, co jest zresztą zgodne z wartością pozornej kohezji oszacowaną wg podejścia teoretycznego, zgodnie ze wzorem (4.70) [42] [45]. Przyjęcie $c = 15,0$ kPa skutkuje uzyskaniem dobrej zgodności wyników symulacji i badania. Wartości przemieszczenia w mieszczą się w zakresie $-2,9$ – $0,2$ mm w modelu ($-2,5$ – $0,5$ mm w rzeczywistym badaniu), a wartości naprężenia obwodowego σ_x w przedziale około $-11,0$ – $13,0$ MPa w modelu ($-10,0$ – $15,0$ MPa w badaniu). Ponadto, wartość kohezji $c = 15,0$ kPa to minimalna, przy której można uznać, że oprócz pierwszego cyklu obciążenia, wykresy odpowiadające kolejnym czterem przejazdom w zasadzie pokrywają się.

Jakościowo wyniki symulacji pozostają zgodne z wynikami pomiarów [91]. Uzyskano przyrost zarówno przemieszczenia jak i naprężenia wraz z przejazdem kolejnej osi nad punktem pomiarowym dla obydwu kierunków przejazdu. Kierunki przesunięcia rzędnych, w których osiągnęte są ekstrema, względem rzędnych $i=0$ oraz $i=2$, w których jedna z osi pojazdu znajduje się dokładnie nad punktem pomiarowym (nad kluczem powłoki), mają kierunki zgodne z tymi uzyskanymi z pomiarów, przeprowadzonych na obiekcie. Dotyczy to zarówno wykresu przemieszczenia w jak i naprężenia σ_x .

Gałęzie wykresu naprężenia dla przejazdu pierwotnego i wtórnego, dla kohezji $c = 15,0$ kPa, przecinają się dwukrotnie, tak jak na wynikach badań [91], tj. po raz pierwszy na rzędnej, równej około $i \approx 0,5$; a następnie $i \approx 4,5$. Wartości (bezwzględne) ekstremów lokalnych przy przejeździe powtórny są nieznacznie niedoszacowane, dodatkowo występuje większe niż w badaniu przesunięcie w rzędnych odpowiadającym ekstremom.

Wykres przemieszczenia, w porównaniu z wynikami badań, jest nieco bardziej wygładzony. Oprócz maksimum wypiętrzenia przy pierwszym przejeździe pierwotnym nie występują wyraźne lokalne ekstrema przemieszczenia w górę (wypiętrzenia). Odwrotnie niż w badaniu istniejącego obiektu, większe ugięcia (w dół) występują

w skrajnym położeniu lewym ($i=-3$) niż skrajnym prawym ($i=7$) (oprócz pierwszego cyklu obciążenia).

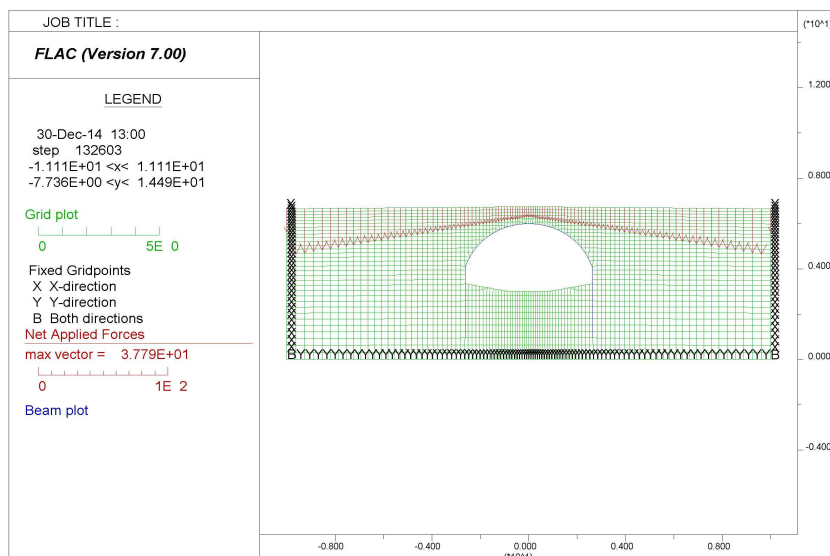
Wyniki symulacji przy założeniu modelu Coulomba-Mohra dla zasypki pozostają w dużo lepszej zgodności z eksperymentem niż w przypadku modelu z zasypką liniowo sprężystą, zarówno pod względem ilościowym jak i jakościowym. Z przedstawionych wyżej faktów wynika, że za występowanie i kształt pętli histerezy odpowiada nie tylko poślizg na kontakcie, ale także nieliniowe zachowanie gruntów.

6.2.2. Uwzględnienie historii obciążenia na etapie budowy

Pominiętym dotąd elementem symulacji jest odpowiednie przygotowanie modelu, poprzez uwzględnienie historii obciążenia, w szczególności etapów budowy, prowadzących m. in. do wypiętrzenia powłoki – wstępnego jej sprężenia. W dalszej części punktu 6.2.2 sprawdzono wrażliwość rozwiązania na sposób obciążenia przed badaniem. Przeanalizowano w tym celu różne sposoby obciążenia konstrukcji na etapie budowy, tj. przed przeprowadzeniem symulacji testu. Uwzględniono, w szczególności, zasypywanie powłoki kolejnymi warstwami gruntu.

6.2.2.1. Sposób 1

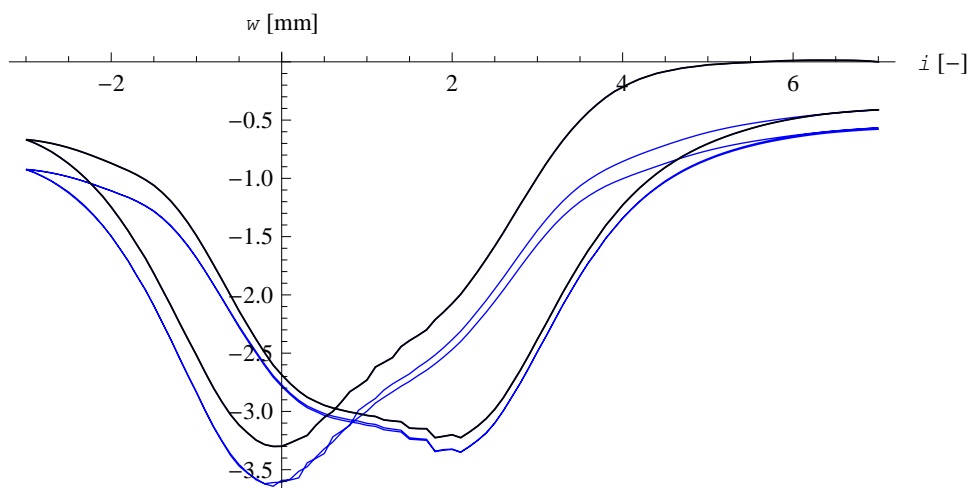
Sposób pierwszy wzięcia pod uwagę wpływu historii obciążenia, polega na zadaniu obciążenia rozłożonego o stałej intensywności na całej powierzchni mostu, obliczeniu zadania (doprowadzenia do stanu równowagi) oraz następującym po tym zdjęciu obciążenia i ponownym doprowadzeniu modelu do stanu równowagi. Dopiero w następnej kolejności zadawano obciążenie pojazdem w startowym położeniu $i=7$. Pozostała część procedury, w dalszym ciągu symulacji nie uległa zmianie. Model numeryczny w postaci siatki różnic skończonych wraz z warunkami brzegowymi, w chwili obciążenia powierzchni mostu pokazano na rys. 6.25.



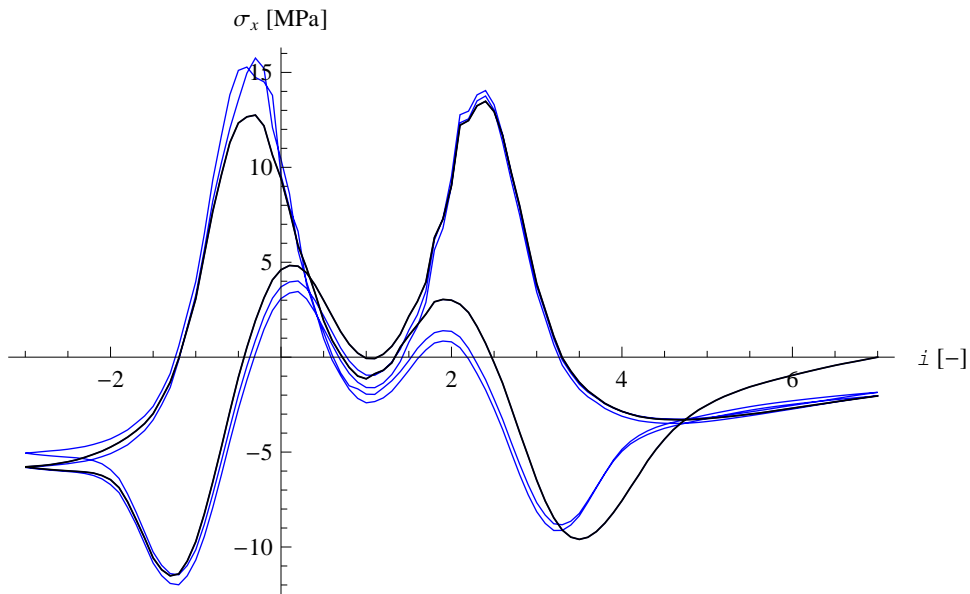
Rys. 6.25. Obciążenie powierzchni gruntu przed przeprowadzeniem symulacji testu w sposobie 1

Wartość zadanego obciążenia przyjęto na podstawie następujących założeń: zagęszczanie gruntu odbywało się zagęszczarką płytową o sile ubijania 10,0 kN oraz o polu powierzchni płyty, wynoszącym 0,10 m². Średnia wartość intensywności obciążenia wynosi w takim przypadku $q=100,0$ kPa – taką wartość przyjęto w obliczeniach. Warto zwrócić uwagę, że obciążenie to zadawane było w sposób statyczny, co jest szczególnie istotne przy stosowaniu jawnego sformułowania metody różnic skończonych. Statyczny sposób obciążania rozumiany jest przy tym w następujący sposób: wartość obciążenia rośnie liniowo do wartości określonej wyżej w ciągu 1000 kroków obliczeniowych. Podobnie, w przypadku odciążania proces zmniejszania intensywności jest rozłożony w czasie na 1000 kroków obliczeniowych (por. rozdz. 5).

Wyniki symulacji dla pierwszego sposobu uwzględnienia historii obciążenia w postaci wykresów przemieszczenia i naprężenia zaprezentowano poniżej.



Rys. 6.26. Przemieszczenie pionowe w kluczu powłoki – zagęszczanie zasypki, sposób 1



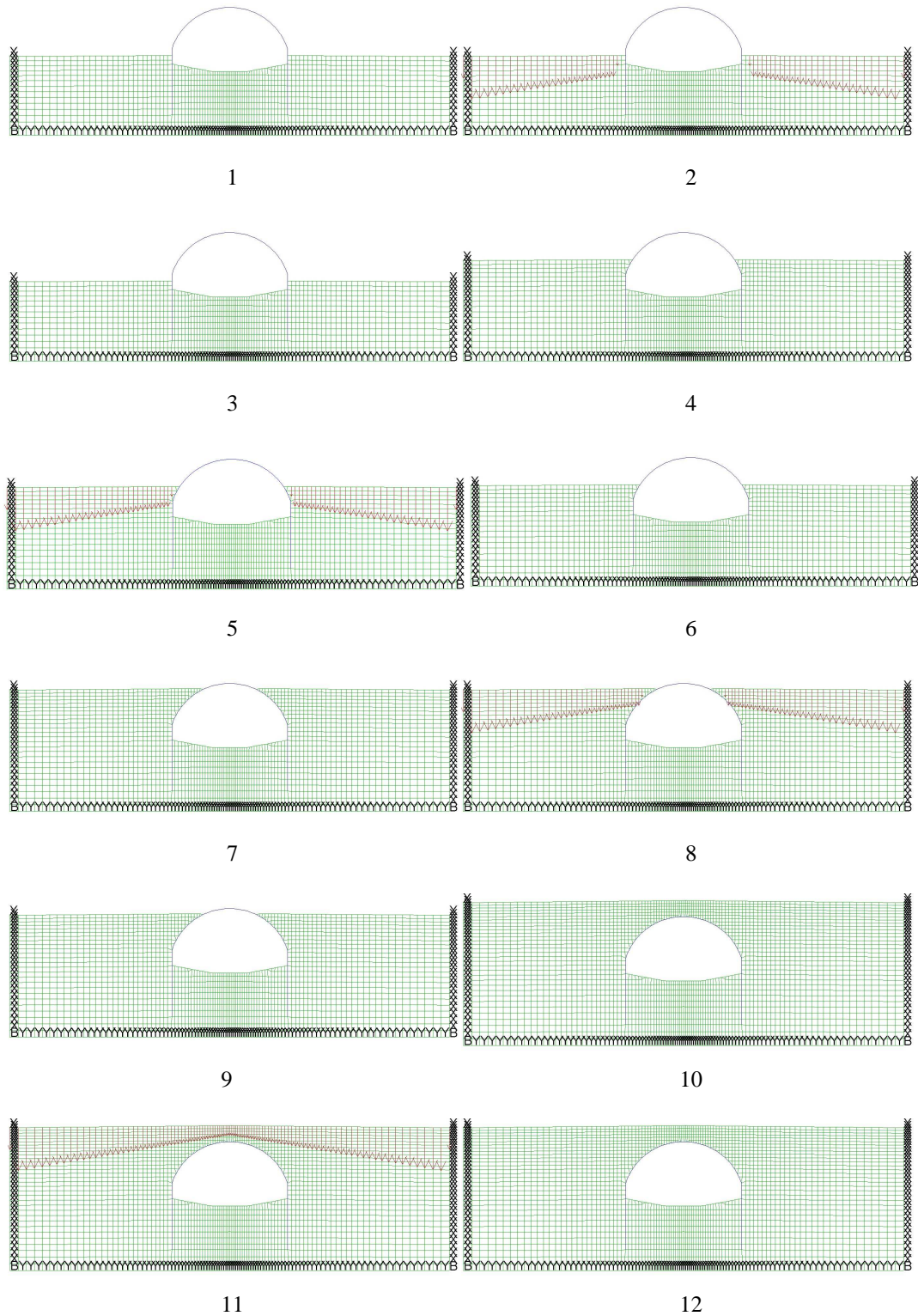
Rys. 6.27. Normalne naprężenie obwodowe na dolnej powierzchni powłoki w kluczu – zagęszczanie zasypki, sposób 1

Opisany wyżej sposób uwzględnienia historii obciążenia gruntu skutkuje tym, że pierwsze trzy przejazdy (półtora cyklu obciążenia) powodują sukcesywny przyrost przemieszczenia w dół. Dopiero potem kolejne przejazdy tworzą pokrywające się wykresy. Przebieg wykresu naprężenia już od drugiego pełnego cyklu obciążenia tworzy pełne pętle obciążenia. Ponadto, zwiększył się zakres uzyskiwanych wartości naprężenia, tzn. największa wartość w zakresie ściskania wynosi $\sigma_x = -12,0$ MPa, a rozciągania $\sigma_x = 16,0$ MPa, podczas gdy w przypadku nieuwzględnienia obciążenia przed testem wynosiły odpowiednio $\sigma_x = -11,0$ MPa i $\sigma_x = 13,0$ MPa.

6.2.2.2. Sposób 2

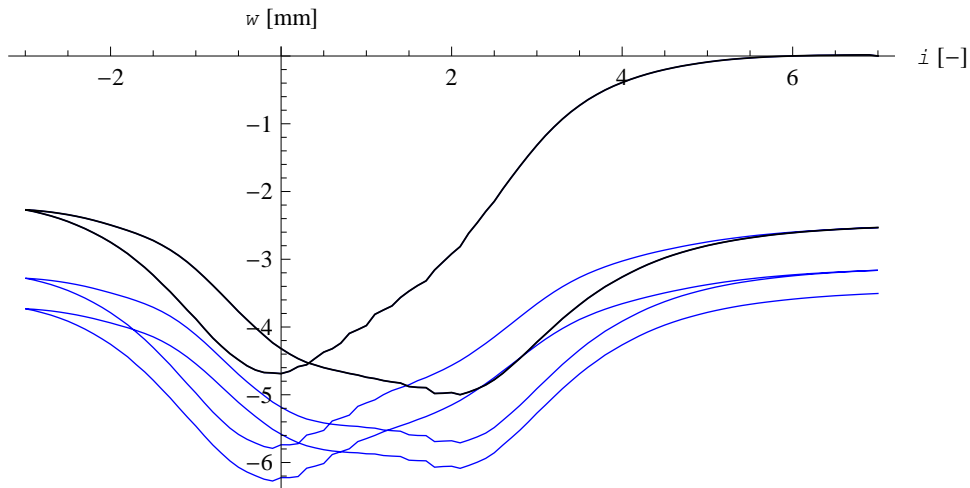
Sposób drugi uwzględnienia zagęszczania zasypki polega na bezpośrednim uwzględnieniu etapów zasypywania warstwami o miąższości ok. 1,0 m. Dodatkowo na powierzchniach kolejnych warstw zadawano obciążenie $q = 100$ kPa, odpowiadające sile zagęszczania z użyciem wibracyjnej zagęszczarki płytowej. Podobnie jak poprzednio, przypisano wartość kohezji $c = 15,0$ kPa od początku symulacji, także na etapie obliczania zagadnienia od obciążenia ciężarem własnym oraz etapowaniu budowy.

Model zadania w postaci siatki objętości skończonych wraz z elementami belkowymi (typu *beam*) oraz warunkami brzegowymi dla kolejnych etapów budowy przedstawiony został na rysunku 6.28.

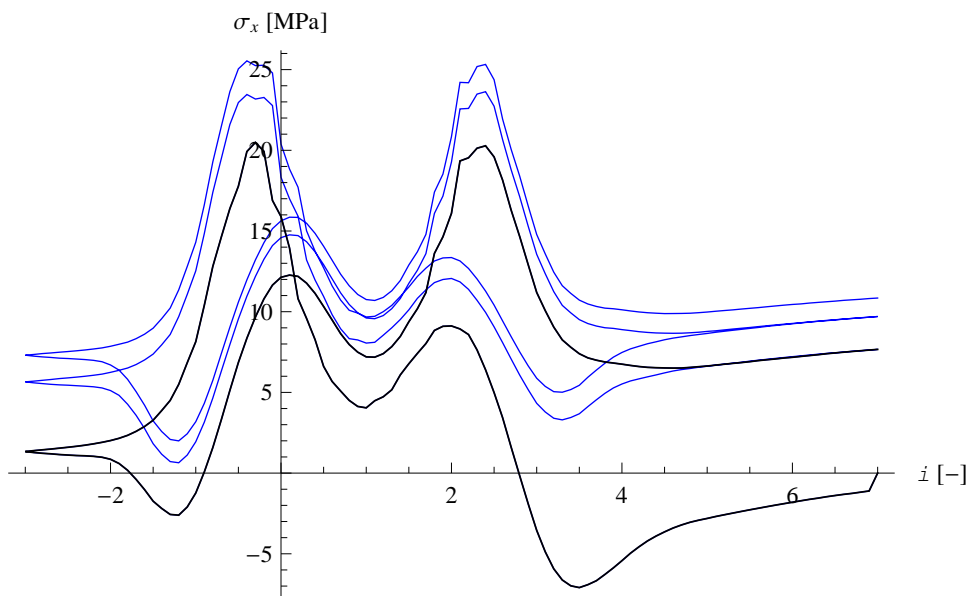


Rys. 6.28. Kolejne etapy budowy obiektu oraz obciążenia przed przeprowadzeniem symulacji testu

Wyniki symulacji zagadnienia wielokrotnego przejazdu pojazdu przez most z uwzględnieniem opisanego wyżej sposobu uwzględnienia zasypki przedstawiono na kolejnych rysunkach 6.29, 6.30.



Rys. 6.29. Przesunięcie pionowe w kluczu powłoki – zagęszczanie zasyпки, sposób 2

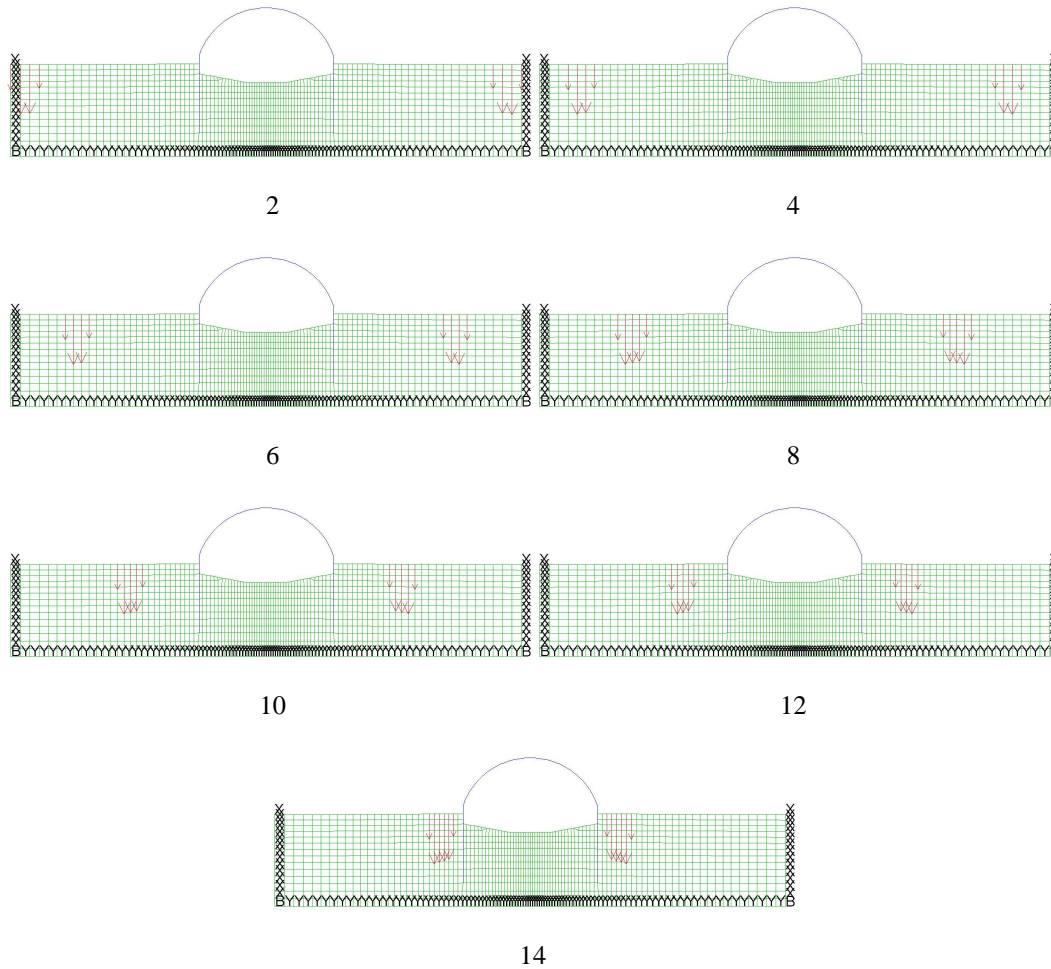


Rys. 6.30. Normalne naprężenie obwodowe na dolnej powierzchni powłoki w kluczu – zagęszczanie zasyпки, sposób 2

Opisany wyżej, drugi sposób uwzględnienia historii obciążenia konstrukcji skutkuje tym, że w kolejnych trzech pełnych cyklach obciążenia sukcesywny przyrost przemieszczenia w dół nie stabilizuje się. Gałęzie wykresu naprężenia z kolejnymi przejazdami przesuwają się w górę, tj. „w stronę rozciągań”. W związku z tym zakres wartości na jednym i drugim wykresie zwiększył się jeszcze względem uzyskanego dla pierwszego sposobu uwzględniania obciążenia. Największa wartość naprężenia ściskającego wynosi $\sigma_x = -7,0$ MPa, rozciągającego $\sigma_x = 25,0$ MPa, a wartości przemieszczenia w mieszczą się w zakresie ok. $-6,0$ – $0,0$ mm, przy czym podane wartości obejmują trzykrotny cykl obciążenia, tj. łącznie 6 przejazdów.

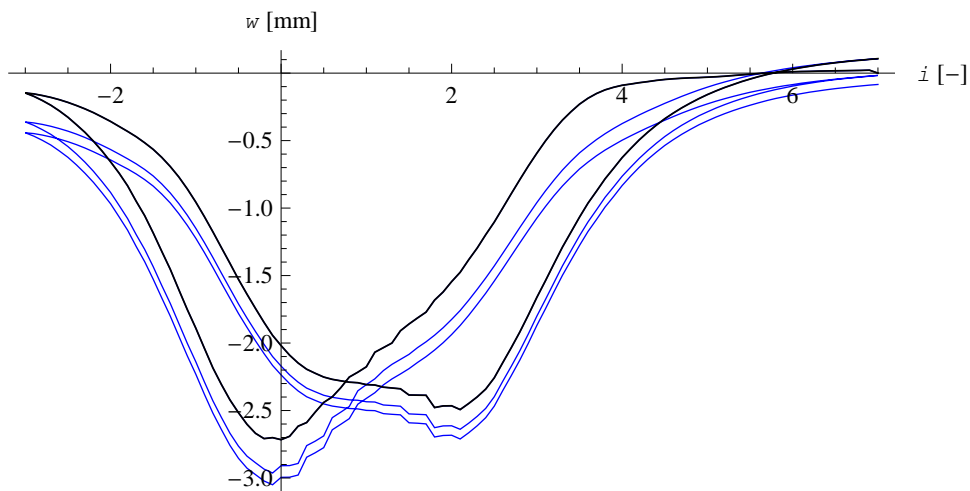
6.2.2.3. Sposób 3

Sposób trzeci uwzględnienia zagęszczania zasypki jest zmodyfikowany względem drugiego o bardziej odpowiadający rzeczywistości sposób obciążania (zagęszczania) kolejnych warstw gruntu. W sposób bezpośredni uwzględniono kolejne etapy zasypywania warstwami o miąższości ok. 1,0 m tak jak w sposobie 2. Na powierzchniach kolejnych warstw zadawano obciążenie $q=100$ kPa, rozłożone na szerokości ok 1,0 m, symetrycznie względem powłoki. Nie zadawano obciążenia w bezpośredniej bliskości powłoki, tj. ok. 0,5 m, podobnie jak w sposobie 2 (por. rys. 6.28). Następnie obciążenie takie było przesuwane o około metr w kierunku powłoki. Podobnie jak poprzednio, przypisano wartość kohezji $c=15,0$ kPa od początku symulacji, także na etapie obliczania zagadnienia od obciążenia ciężarem własnym oraz etapowaniu budowy. Model zadania w postaci siatki objętości skończonych wraz z elementami belkowymi (typu *beam*) oraz warunkami brzegowymi dla kolejnych etapów zagęszczania pierwszej warstwy przedstawiono na rysunkach poniżej. Pominięto etapy, w których obciążenie było „zdejmowane”. Ze względu na dużą liczbę uwzględnionych etapów (ponad 70), zdecydowano się przedstawić kolejne etapy obciążania (zagęszczania) tylko dla jednej, pierwszej warstwy. Na pozostałych obciążenie było realizowane w analogiczny sposób. Nie zadawano obciążenia w bezpośredniej bliskości powłoki, ok. 0,5 m, podobnie jak w sposobie 2 (por. rys. 6.28).

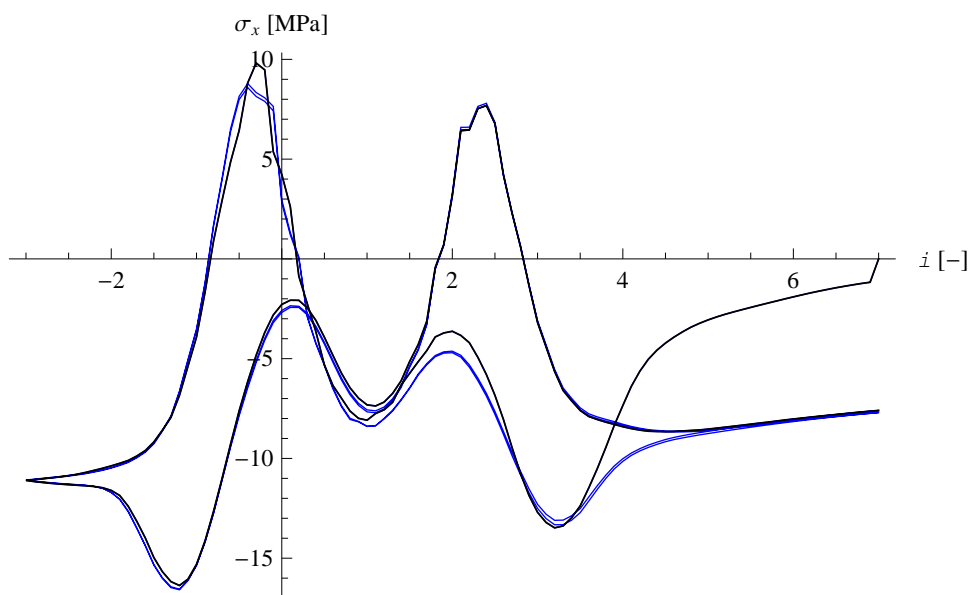


Rys. 6.31. Procedura „zagęszczania” pierwszej warstwy w trzecim sposobie uwzględnienia historii obciążenia gruntu

Wyniki symulacji zagadnienia wielokrotnego przejazdu pojazdu przez most według opisanego wyżej, trzeciego sposobu uwzględnienia zasypki przedstawiono na kolejnych rysunkach rys. 6.32 i 6.33.



Rys. 6.32. Przesunięcie pionowe w kluczu powłoki – zagęszczanie zasypki, sposób 3

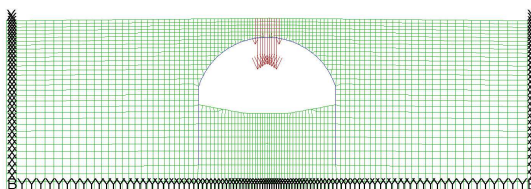


Rys. 6.33. Normalne naprężenie obwodowe na dolnej powierzchni powłoki w kluczu – zagęszczanie zasypki, sposób 3

Sposób trzeci wydaje się bardziej od poprzednich zbliżony do rzeczywistego. W kolejnych przejazdach nie występuje w zasadzie sukcesywny przyrost przemieszczenia. Przesunięcie w dół (w kierunku ściskania) wykresu naprężenia świadczy o zwiększeniu krzywizny powłoki w kluczu na etapie przejazdów względem stanu na początku testu tak, jakby podczas zasypywania zamiast wstępnego wypiętrzenia powłoki w górę uzyskano efekt odwrotny.

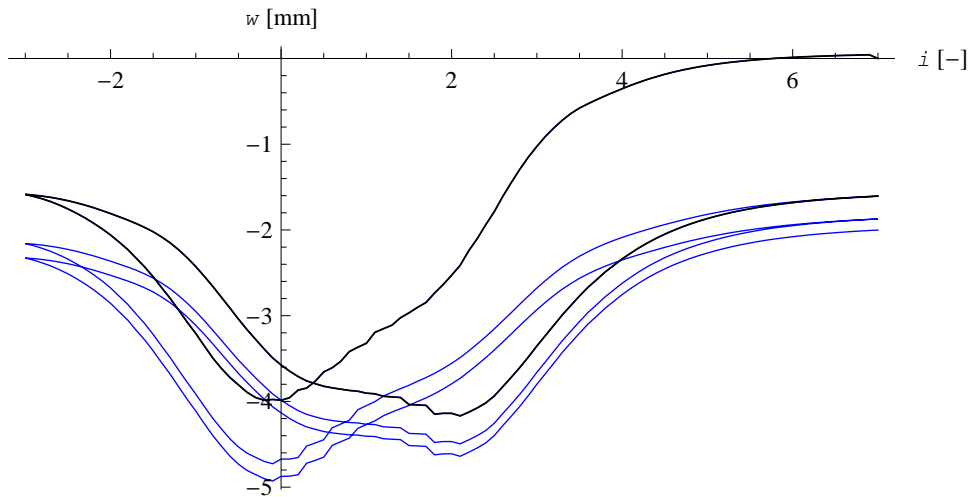
6.2.2.4. Sposób 4

Sposób 4 uwzględniania etapów budowy obiektu jest niemal identyczny jak trzeci, jednak pominięte zostało na etapie zagęszczania obciążenie nad kluczem powłoki. Opuszczony etap obciążania przedstawia rysunek 6.34.

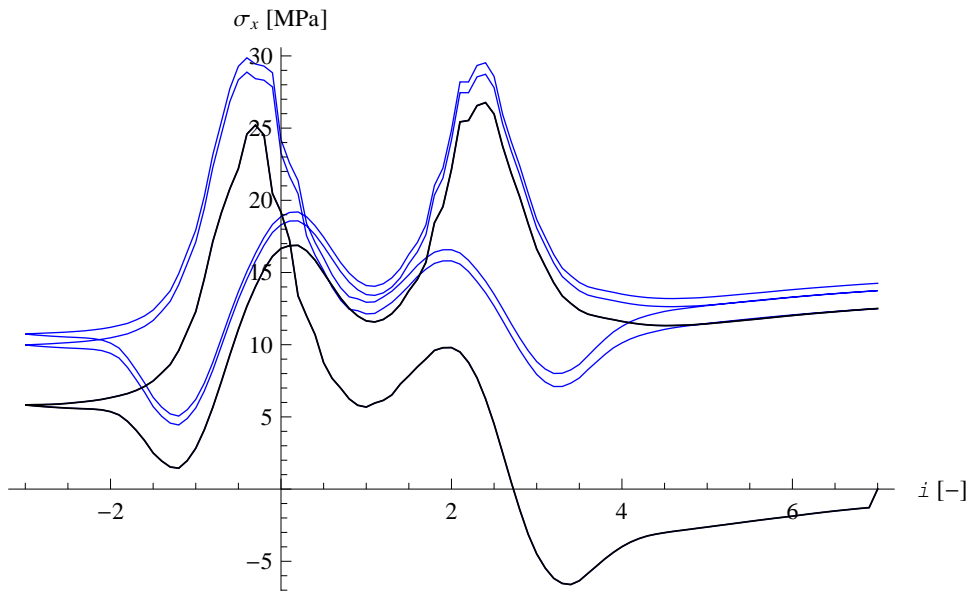


Rys. 6.34. Etap obciążania opuszczony w sposobie 4 uwzględnienia historii zasypywania powłoki

Wyniki symulacji zagadnienia wielokrotnego przejazdu pojazdu przez most z uwzględnieniem czwartego sposobu zasypywania przedstawiono na kolejnych rysunkach 6.35 i 6.36.



Rys. 6.35. Przemieszczenie pionowe w kluczu powłoki – zagęszczanie zasyпки, sposób 4



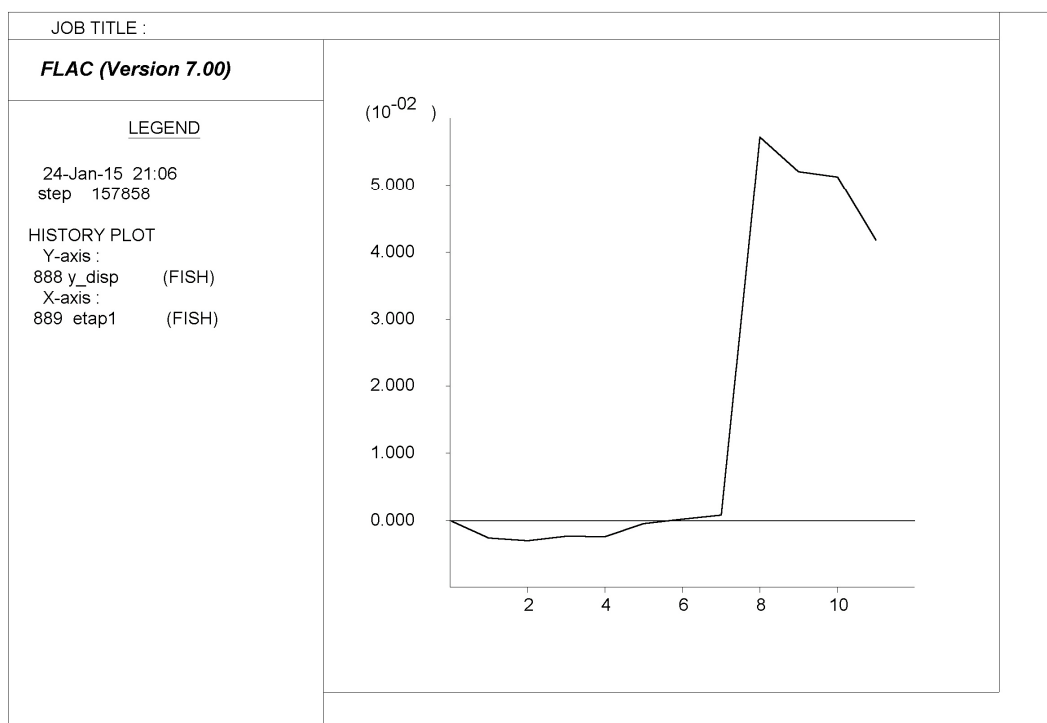
Rys. 6.36. Normalne naprężenie obwodowe na dolnej powierzchni powłoki w kluczu – zagęszczanie zasyпки, sposób 4

W sposobie 4 uwzględnienia historii zasypywania, zmodyfikowanym nieznacznie względem sposobu trzeciego, uzyskuje się wykres przemieszczenia, w którym kolejne przejazdy powodują sukcesywny przyrost przemieszczenia, lecz nie jest on tak duży jak w sposobie 2. Zakres wartości naprężenia σ_x wynosi $-7,0 - +30,0$ [MPa]. Zmienił się wyraźnie względem sposobu 3 i jest zbliżony do tego, uzyskanego w sposobie 2.

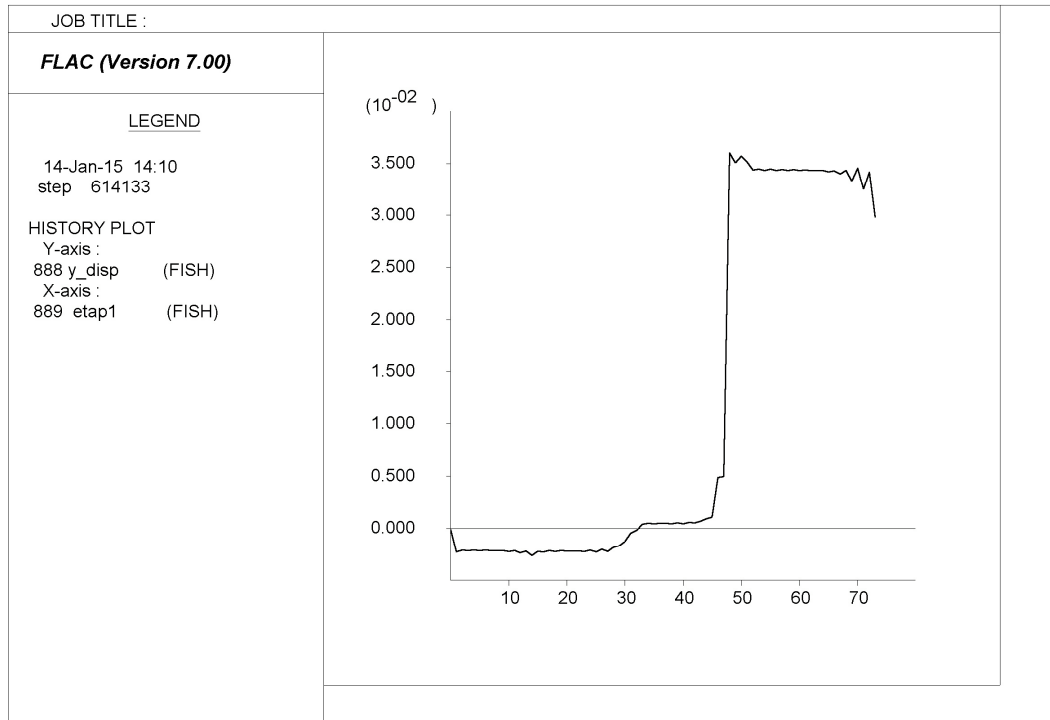
6.2.2.5. Podsumowanie – porównanie uzyskanych wyników

Sposób obciążenia konstrukcji gruntowo-powłokowej na etapie budowy ma bardzo istotny wpływ na wartości przemieszczenia i naprężenia w powłoce. Dla przyjętego modelu Coulomba-Mohra dla zasypki może skutkować wystąpieniem efektu przyrostu przemieszczenia w kolejnych cyklach obciążenia lub jego stabilizacją. W przypadku naprężeń, skutkiem obciążenia na etapie układania warstw zasypki jest uzyskanie wyników różniących się nawet o około 20,0 MPa. Odnosi się to do procedury wg oryginalnego badania, tzn. pomiarów przyrostu przemieszczenia i naprężenia względem stanu referencyjnego konstrukcji na początku testu. W celu określenia faktycznego wpływu obciążenia konstrukcji przed testem na stan naprężeń i przemieszczeń należy przeanalizować wartości bezwzględne rozważanych wielkości, a nie jedynie przyrostów. Wówczas można ocenić „realistycznie” wielkość wypiętrzenia powłoki lub naprężeń w blasze powłoki.

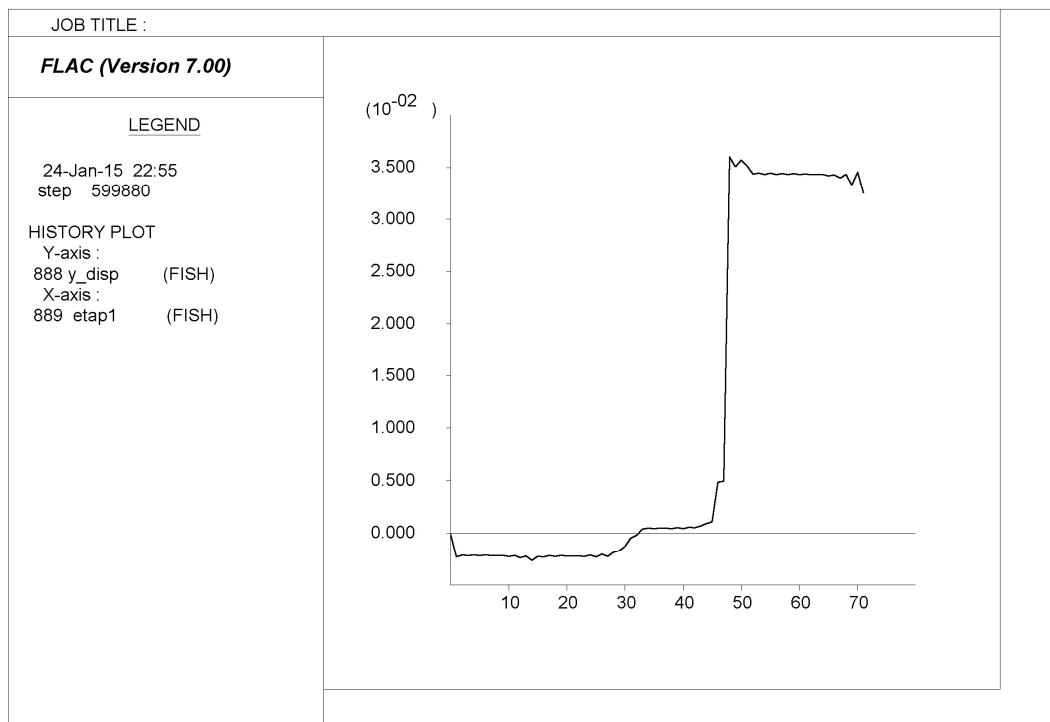
Na rys. 6.37–6.39 przedstawiono wykresy wypiętrzenia powłoki w zależności od etapu budowy dla sposobów 2, 3 i 4 uwzględniania historii zasypywania powłoki. Na osi poziomej określono „etap” budowy. Podane numery odpowiadają tym na rys. 6.28 oraz 6.31.



Rys. 6.37. Wypiętrzenie powłoki w zależności od etapu budowy – sposób 2



Rys. 6.38. Wypiętrzenie powłoki w zależności od etapu budowy – sposób 3

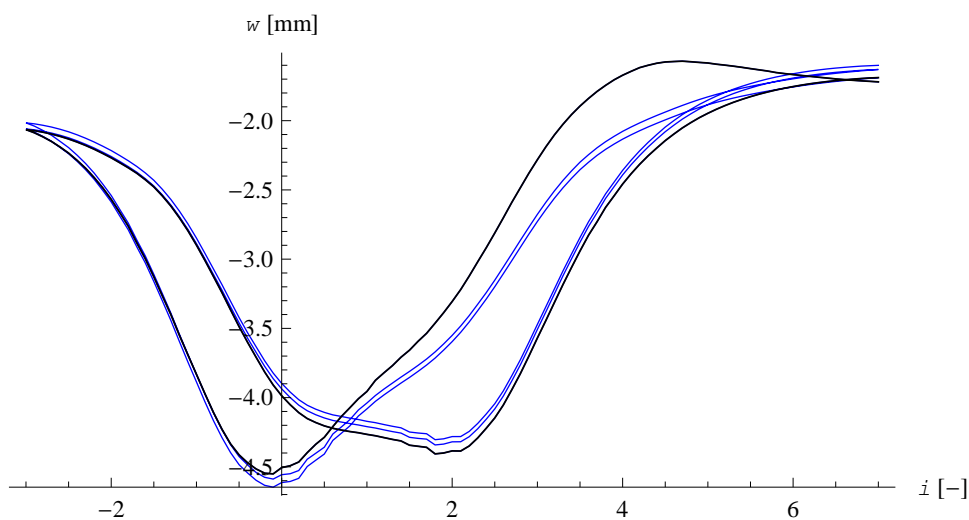


Rys. 6.39. Wypiętrzenie powłoki w zależności od etapu budowy – sposób 4

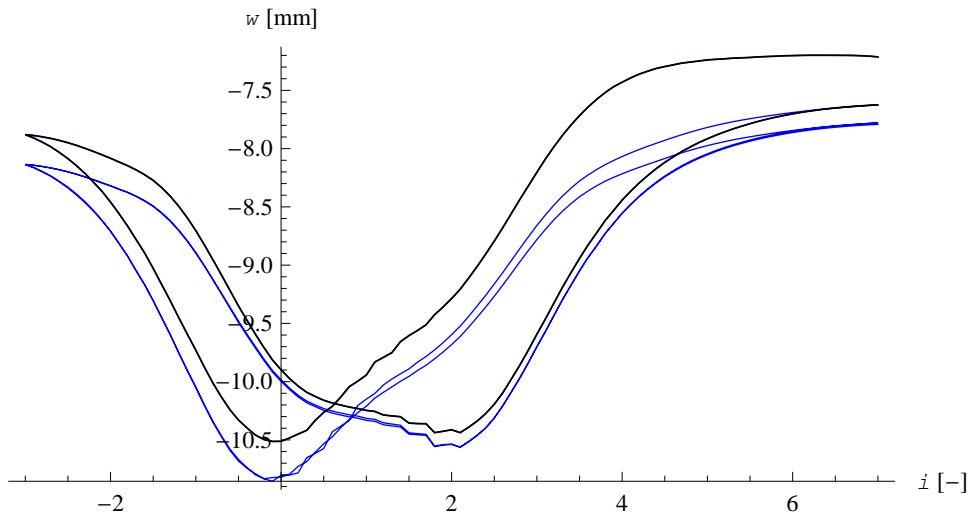
Jak widać wszystkie prezentowane wykresy zachowują tendencję obserwowaną w badaniach rzeczywistych obiektów (np. [82] [86] [84] [110] [111] [53] [15] [67] [68] [62]), tzn. wypiętrzenie początkowo rośnie, a w końcowych etapach zasypywania i „zagęszczania” maleje, jednak nie osiąga już wartości początkowej. Ujemne wartości na

początkowym etapie zasypywania wynikają z przemieszczenia w dół powłoki pod ciężarem własnym. Przemieszczenie to wynosi około 3,0 cm we wszystkich przypadkach. Największe maksymalne wypiętrzenie w górę uzyskano w sposobie 2 i wynosi ono niespełna 6,0 cm. W sposobach 3 i 4 maksymalna wartość wypiętrzenia osiąga ok. 3,5 cm. W sposobie 3 maleje poniżej 3,0 cm po zakończeniu układania i zagęszczania warstw, a w sposobie 4 maleje tylko nieznacznie względem wartości maksymalnej i wynosi na końcu około 3,25 cm. We wszystkich przypadkach wbudowanie i obciążenie przedostatniej warstwy, która sięga prawie do klucza powłoki, powoduje gwałtowny przyrost wypiętrzenia.

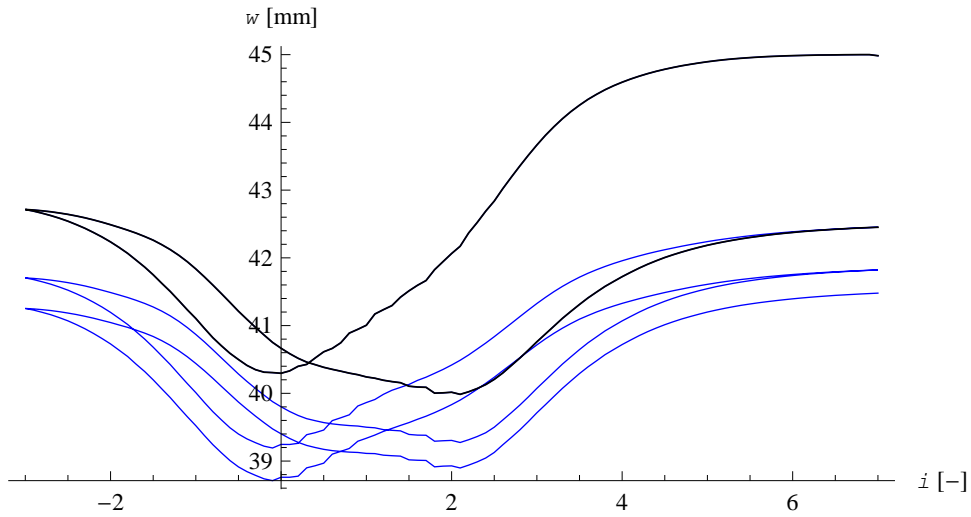
Na kolejnych stronach przedstawiono wyniki w zakresie przemieszczenia pionowego w i naprężenia σ_x na spodzie powłoki w kluczu w zależności od położenia pojazdu podczas symulowanego badania mostu pod obciążeniem ruchomym. Podobnie jak w przypadku wykresów wypiętrzenia pokazano bezwzględne wartości pomierzonych wielkości. Stanem referencyjnym (bez przemieszczeń i bez naprężeń) jest w tym przypadku stan braku jakichkolwiek obciążeń, również obciążenia ciężarem własnym. Dla porównania, oprócz sposobów uwzględnienia historii obciążenia 1, 2, 3 i 4 pokazano też wynik dla braku obciążeń przed testem (jak w rodz. 6.3.1). Wykres ten wyróżniono jako „sposób 0”.



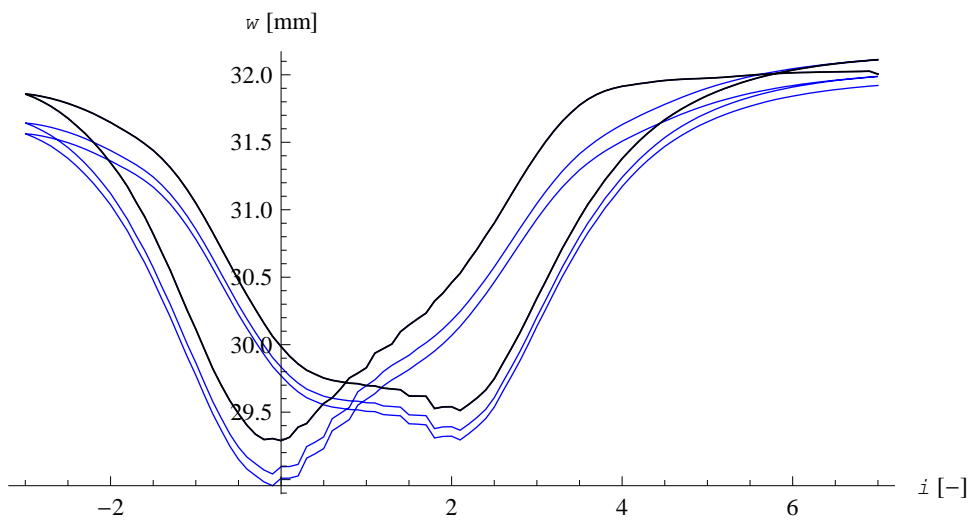
Rys. 6.40. Przemieszczenie pionowe w kluczu powłoki – sposób 0



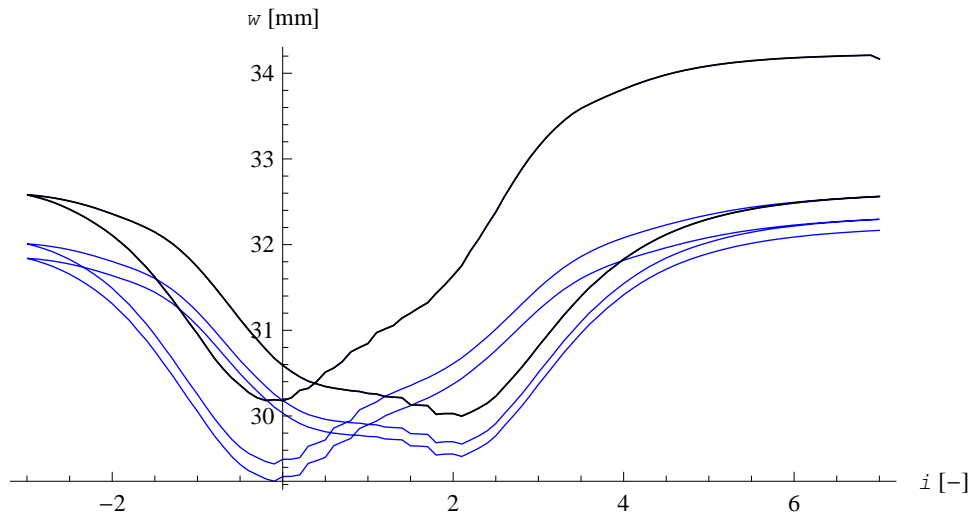
Rys. 6.41. Przeszczenie pionowe w kluczu powłoki – sposób 1



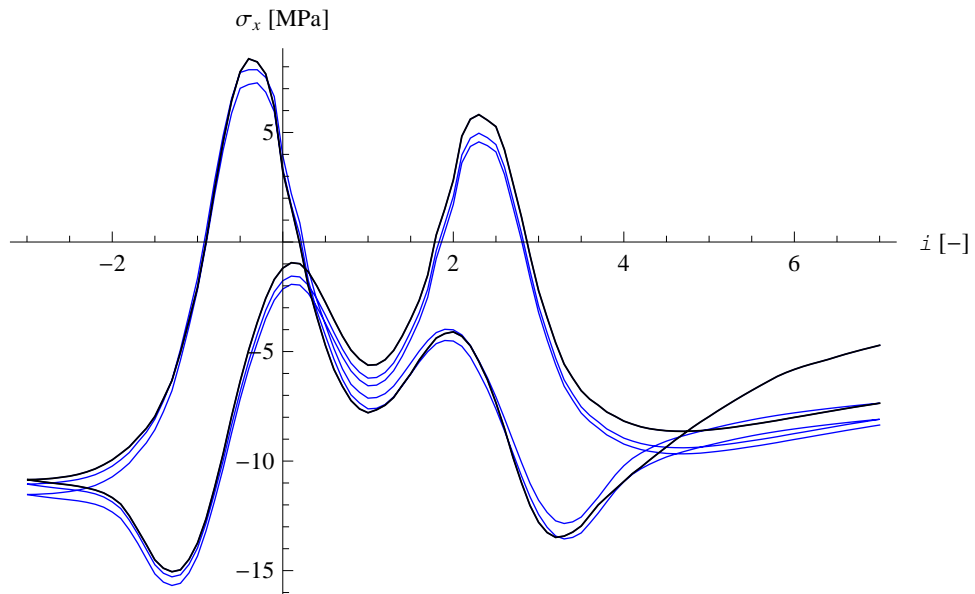
Rys. 6.42. Przeszczenie pionowe w kluczu powłoki – sposób 2



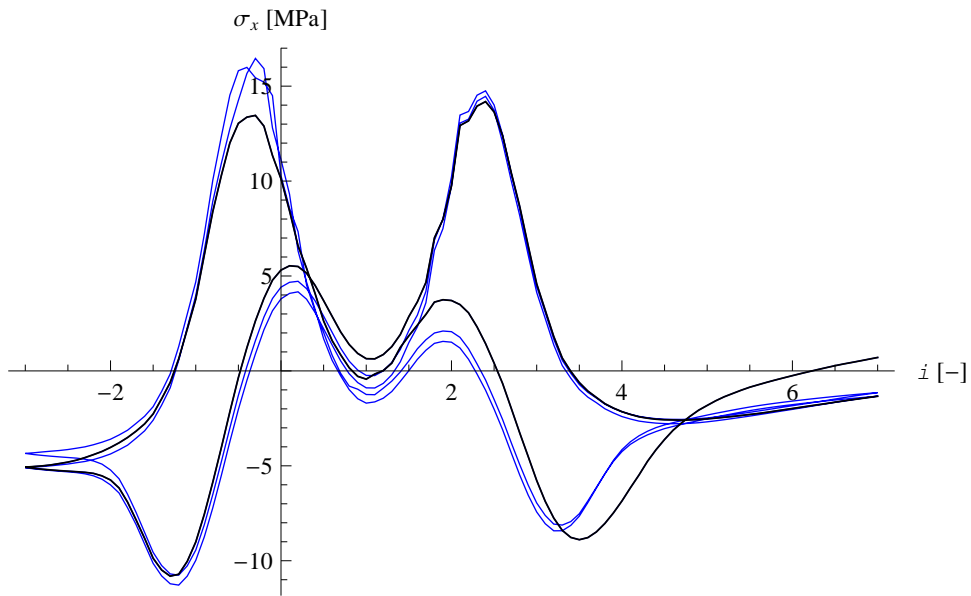
Rys. 6.43. Przeszczenie pionowe w kluczu powłoki – sposób 3



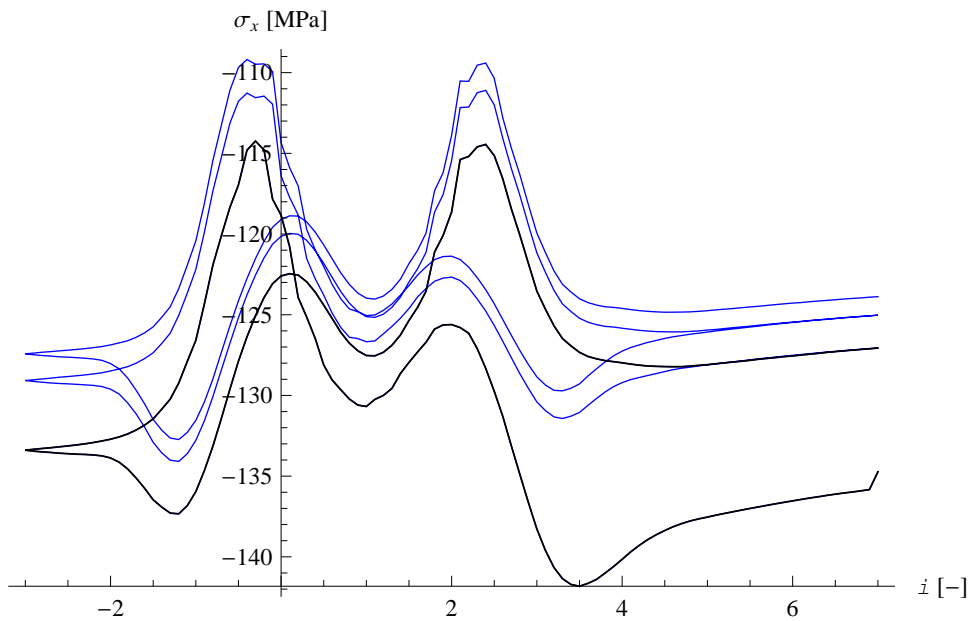
Rys. 6.44. Przemieszczenie pionowe w kluczu powłoki – sposób 4



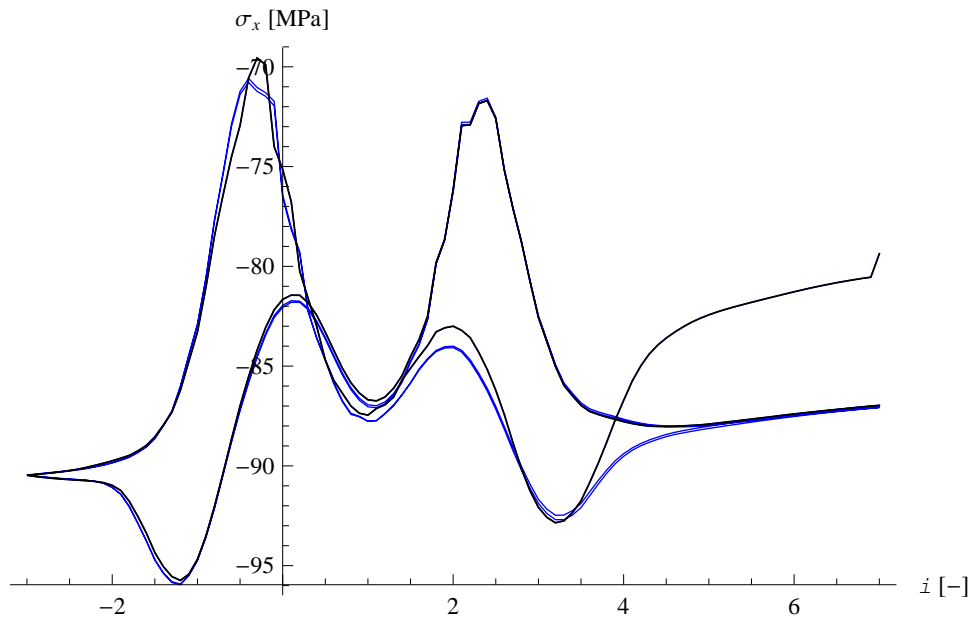
Rys. 6.45. Normalne naprężenie obwodowe na dolnej powierzchni powłoki w kluczu – sposób 0



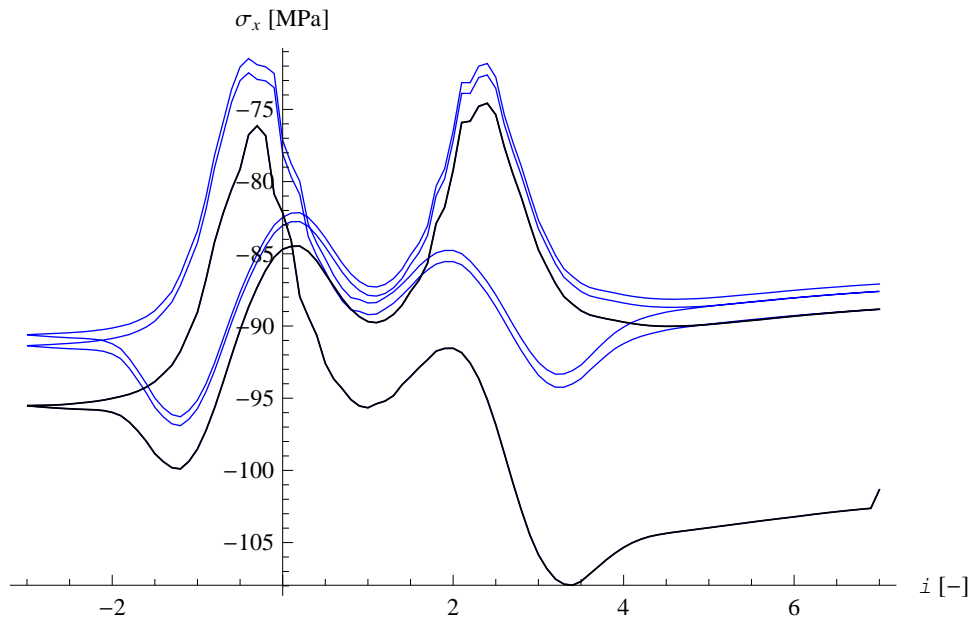
Rys. 6.46. Normalne naprężenie obwodowe na dolnej powierzchni powłoki w kluczu – sposób 1



Rys. 6.47. Normalne naprężenie obwodowe na dolnej powierzchni powłoki w kluczu – sposób 2



Rys. 6.48. Normalne naprężenie obwodowe na dolnej powierzchni powłoki w kluczu – sposób 3



Rys. 6.49. Normalne naprężenie obwodowe na dolnej powierzchni powłoki w kluczu – sposób 4

Aby uporządkować uzyskane wyniki przed ich omówieniem, wybrane spostrzeżenia zestawiono w tabeli 6.1.

Tabela 6.1.
Porównanie wyników przemieszczenia w i naprężenia σ_x dla różnych sposobów przygotowania konstrukcji

sposób uwzględnienia historii obciążenia			przemieszczenie w			naprężenie σ_x		
nr	liczba warstw	obciążenie	min [mm]	max [mm]	opis	min [MPa]	max [MPa]	opis
0	1	brak	-4,5	-1,5	stabilne	-16,0	8,0	nieznaczn. maleje
1	1	równomierne całości	-11,0	-7,5	nieznaczn. maleje	-11,0	16,0	stabilne
2	4	równomierne warstw	39,0	45,0	maleje	-142,0	-110,0	przyrasta
3	4	odcinkowe warstw	29,0	32,0	nieznaczn. maleje	-96,0	-70,0	stabilne
4	4	jw. z pominięciem ostatniego	29,0	34,0	maleje	-108,0	-72,0	przyrasta

Zakresy wartości uzyskiwanych wyników drastycznie zmieniają się w przypadku uwzględnienia lub nieuwzględnienia układania zasypki warstwami.

W przypadku schematów, nieuwzględniających zasypywania powłoki kolejnymi warstwami gruntu (sposób 0 oraz 1), można sformułować następujące wnioski. Obciążenie konstrukcji przed etapem przejazdów skutkuje pozostającym po odciążeniu trwałym przemieszczeniem w dół, o wartości rzędu kilku milimetrów. Przemieszczenie w trakcie testu dodatkowo przyrasta (nieznacznie) wraz z każdym kolejnym cyklem obciążenia. Ponadto, w schemacie nr 1 uzyskiwane wartości naprężenia rosną w porównaniu do tych uzyskanych w schemacie nr 0. Cały wykres naprężenia przesuwają się w kierunku „rozciągań”, co jest łatwe do wytłumaczenia przy trwałym przemieszczeniu klucza powłoki w dół.

W przypadku schematów uwzględniających układanie kolejnych warstw, wyraźne jest trwałe wypiętrzenie powłoki, tj. przemieszczenie w kluczu w górę o ok. 30–40 mm. Im większe jest to przemieszczenie, tym większe uzyskuje się wartości ściskania na dolnej powierzchni powłoki w trakcie całego testu. Jedynym sposobem uwzględnienia historii, spośród 2–4, który gwarantuje uzyskanie „zamkniętych” pętli histerezy jest sposób 3, w którym obciążenia warstw zadawane było odcinkowo, tzn. na odcinkach o szerokości około 1,0 m i następnie przesuwane w kierunku powłoki z uwzględnieniem takiego obciążenia na całej powierzchni górnej ukończonego obiektu. Sposób 3 jednocześnie jest najbardziej zbliżony do rzeczywistego sposobu zasypywania konstrukcji gruntowo-powłokowych.

Najważniejszymi wnioskami z przeprowadzonych w tej pracy analiz, związanych z uwzględnieniem historii obciążenia na etapie budowy są następujące:

- efekt sprężenia powłoki związanej z jej wypiętrzeniem podczas zasypywania, można zrekonstruować w modelu numerycznym konstrukcji, przyjmując sprężysto-plastyczny model zasypki oraz jednostronny kontakt grunt-powłoka,
- uzyskiwane wyniki są bardzo wrażliwe na sposób obciążenia konstrukcji przed rozpoczęciem testu.

6.2.3. Podsumowanie

Symulacje zachowania się konstrukcji pod działaniem obciążenia o zmiennym położeniu przeprowadzono przy założeniu sprężysto-idealnie plastycznego modelu Coulomba-Mohra zasypki oraz jednostronnego interface'u grunt-powłoka z warunkiem plastyczności Coulomba.

Przyjęcie parametrów wytrzymałości określonych wg PN-81/B-03020 [179] dla piasku grubego skutkuje uzyskaniem wyników znacznie różniących się od tych, uzyskanych z pomiarów przeprowadzonych na rzeczywistym obiekcie. Dopiero przyjęcie odpowiedniej wartości pozornej kohezji prowadzi do znacznego „polepszenia” jakości uzyskiwanych rezultatów. Wówczas, wyniki wykazują dużo lepszą zgodność z eksperymentem niż dla przypadku modelu z zasypką liniowo sprężystą. Przyjęcie większej od zera kohezji dla gruntów niespoistych, jest uzasadnione w przypadku ośrodków częściowo nasyconych wodą. Zwiększona w ten sposób wytrzymałość gruntu wynika bezpośrednio z występowania w gruncie częściowo nasyconym ujemnego ciśnienia porowego, tzw. ssania macierzystego. Oszacowana wg podejścia teoretycznego [42] [45] wartość pozornej kohezji c jest zbliżona z wynikami odpowiedniej analizy parametrycznej, tzn. jest bliska takiej wartości, dla której uzyskano najlepszą ilościową zgodność wyników symulacji z wynikami pomiarów, przeprowadzonych na obiekcie mostowym [91].

Oprócz wspomnianej analizy parametrycznej dla zmiennej wartości kohezji, przeprowadzono analizę wrażliwości wyników symulacji na przyjęte wartości innych parametrów materiałowych:

- kąt tarcia wewnętrznego ϕ w zakresie wartości $30,0^\circ - 38,0^\circ$,
- kąt dylatacji ψ w zakresie wartości $1,7^\circ - 6,8^\circ$,
- moduł Younga E zasypki, w zakresie wartości $100,0 - 200,0$ MPa,

- współczynnik Poissona ν zasypki, w zakresie wartości 0,15 – 0,35.

Szczegółowe wyniki tych analiz przedstawiono w Zał. 2, a poniżej zaprezentowano jedynie istotne wnioski.

Sprawdzenie wrażliwości wykazało wyraźną zależność uzyskiwanych wyników od przyjętej wartości kąta tarcia wewnętrznego ϕ . Również moduł Younga zasypki E ma znaczący wpływ na wartości uzyskiwanych wartości przemieszczenia i naprężenia. Wrażliwość rozwiązania na wartość kąta dylatacji ψ jak i współczynnika Poissona ν jest mała. Zmiana tych dwóch ostatnich parametrów nie powoduje znaczących zmian w uzyskiwanych wynikach.

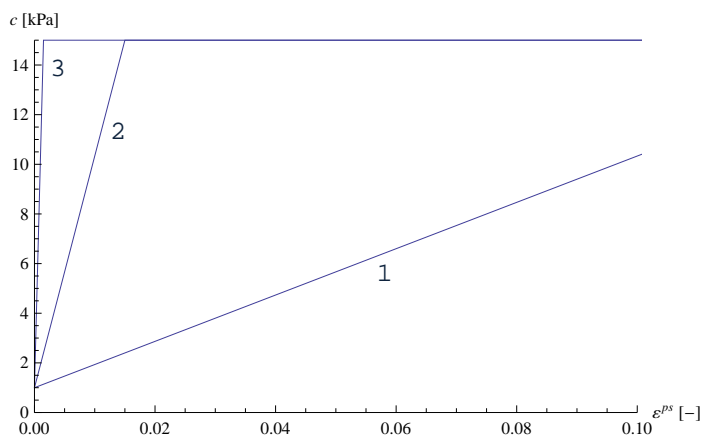
Sprawdzono także wrażliwość rozwiązania na obciążenie konstrukcji przed jej docelowym badaniem pod obciążeniem poruszającym się pojazdem. W szczególności uwzględniono etapy zasypywania i różne sposoby obciążenia powierzchni poszczególnych warstw. Przeprowadzone testy numeryczne dowodzą, że wyniki są bardzo wrażliwe na sposób obciążenia, związanego z układaniem i zagęszczaniem zasypki podczas budowy. Niewielka zmiana sposobu tego obciążenia może spowodować znaczną zmianę w uzyskiwanych wielkościach naprężenia.

6.3. Model Coulomba-Mohra ze wzmocnieniem typu odkształceniowego (*strain-hardening*)

6.3.1. Dwuliniowa funkcja wzmocnienie dla kohezji c z ograniczeniem wartości górnej $c_{max}=15,0$ kPa

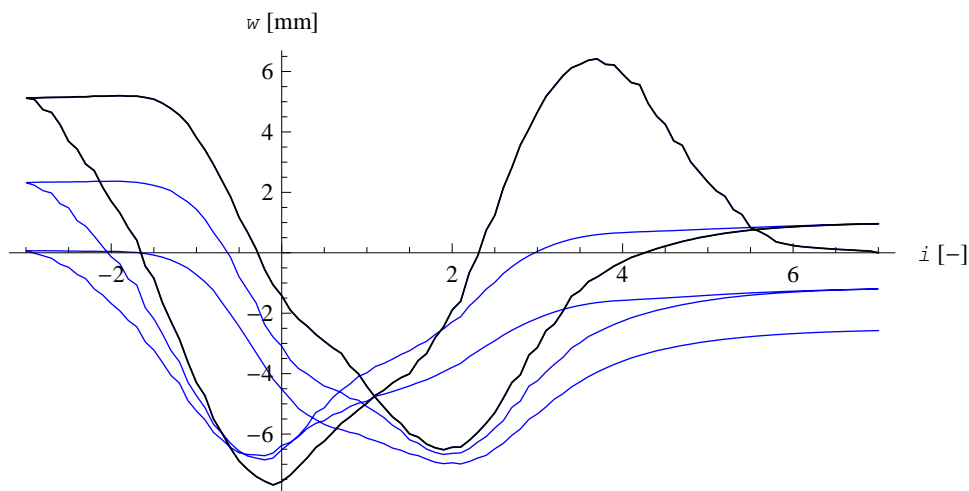
Wpływ przyjęcia modelu zasypki ze wzmocnieniem izotropowym dla modelu zasypki na uzyskiwane wyniki symulacji sprawdzono dla dwuliniowej funkcji wzmocnienia (por. p. 4.2.2). Przyjęto, że kohezja c początkowo przyrasta liniowo ze wzrostem parametru wzmocnienia ε^{ps} od wartości $c=1,0$ kPa do $c=15,0$ kPa, a z dalszym przyrostem ε^{ps} nie podlega zmianie wartości – pozostaje stała. Ze względu na brak danych, pozwalających oszacować nachylenie pierwszej, liniowo zmiennej części funkcji wzmocnienia, obliczenia przeprowadzono dla trzech różnych tego nachylenia. Wykresy funkcji wzmocnienia $c-\varepsilon^{ps}$ dla rozważanych nachyleń przedstawiono na rys. 6.50. Funkcję o najmniejszym nachyleniu oznaczono numerem 1, a pozostałe dwie numerami 2 oraz 3 w kolejności rosnącego nachylenia $\partial c/\partial \varepsilon^{ps}$. Maksymalna wartość kohezji $c=15,0$ kPa jest osiągnięta, gdy wartość parametru wzmocnienia wynosi $\varepsilon^{ps}=0,15$

dla funkcji 1, $\varepsilon^{ps}=0,015$ dla funkcji 2 oraz $\varepsilon^{ps}=0,0015$ dla funkcji 3. Odpowiada to nachyleniom, wynoszącym około $\partial c/\partial \varepsilon^{ps}=100$ kPa, $\partial c/\partial \varepsilon^{ps}=1\ 000$ kPa oraz $\partial c/\partial \varepsilon^{ps}=10\ 000$ kPa, dla kolejnych funkcji 1–3.

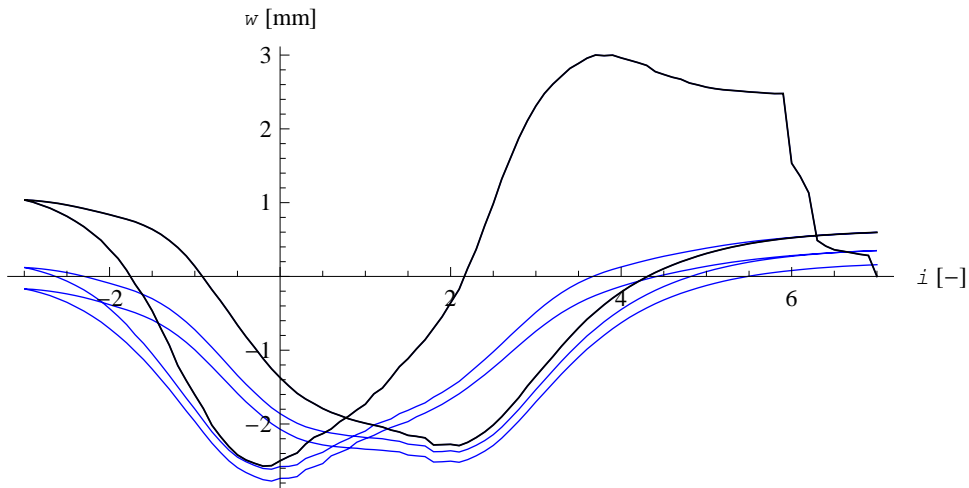


Rys. 6.50. Funkcje wzmocnienia kohezji c (1–3)

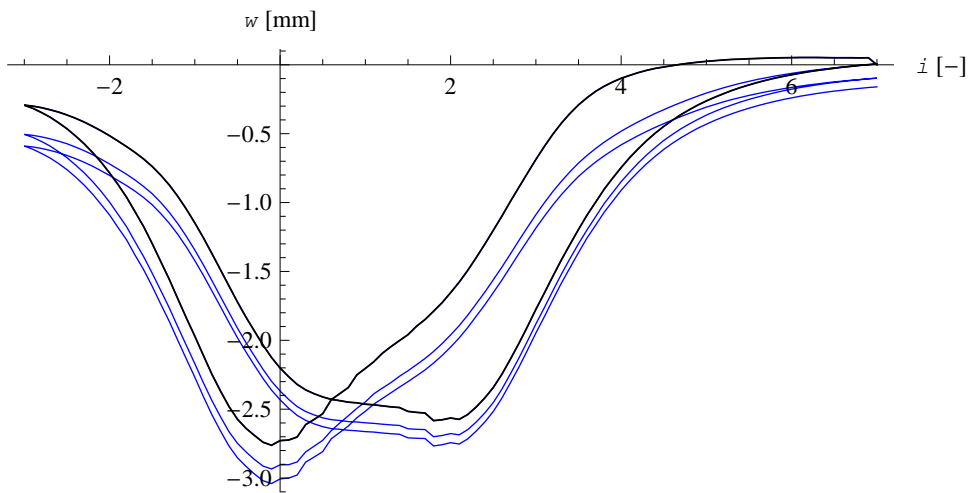
Wyniki symulacji cyklicznego obciążenia konstrukcji gruntowo-powłokowej dla wszystkich przedstawionych wyżej funkcji wzmocnienia zaprezentowano na rys. 6.51–6.56.



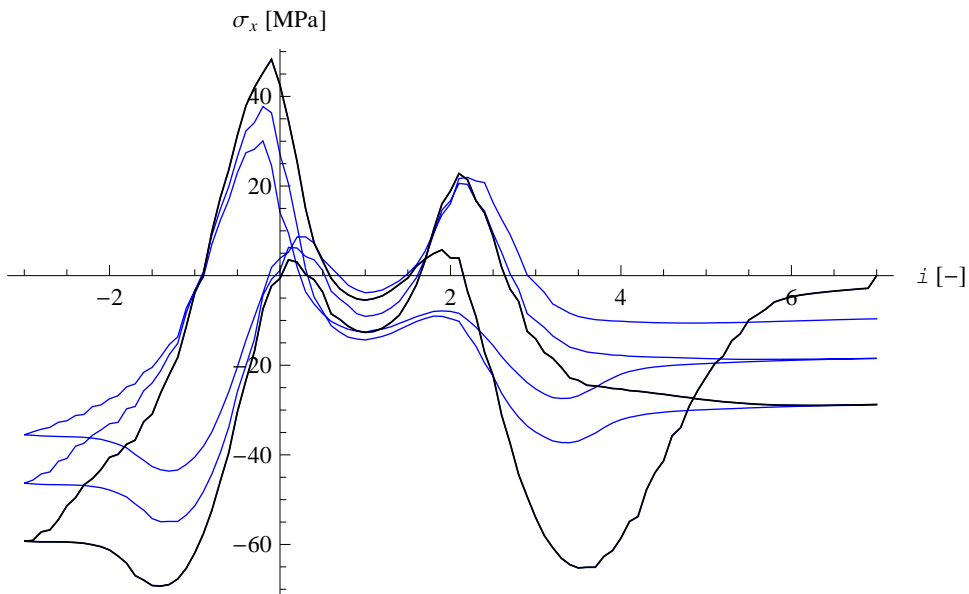
Rys. 6.51. Przesunięcie pionowe w kluczu powłoki – funkcja wzmocnienia 1



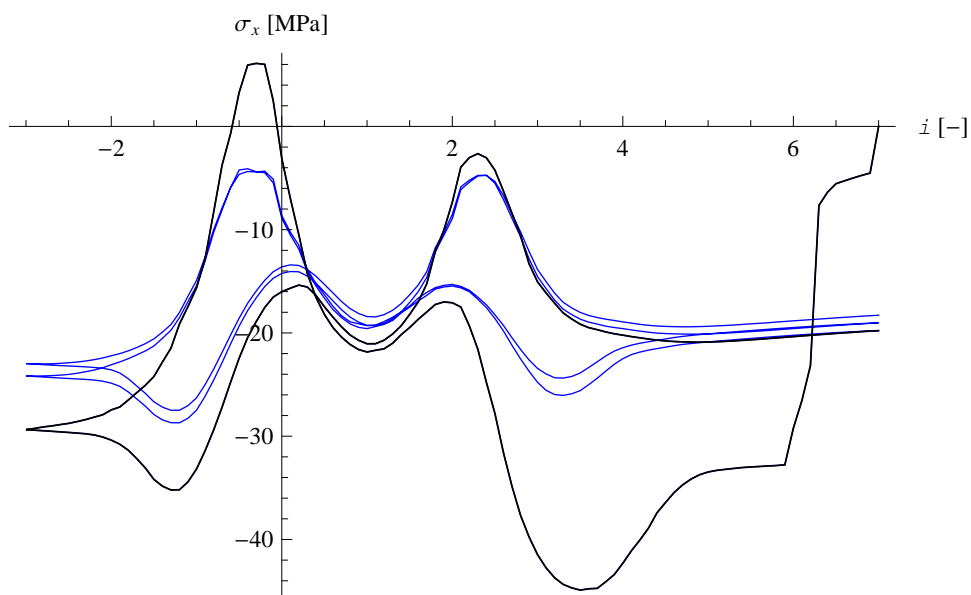
Rys. 6.52. Przeszczenie pionowe w kluczu powłoki – funkcja wzmacnienia 2



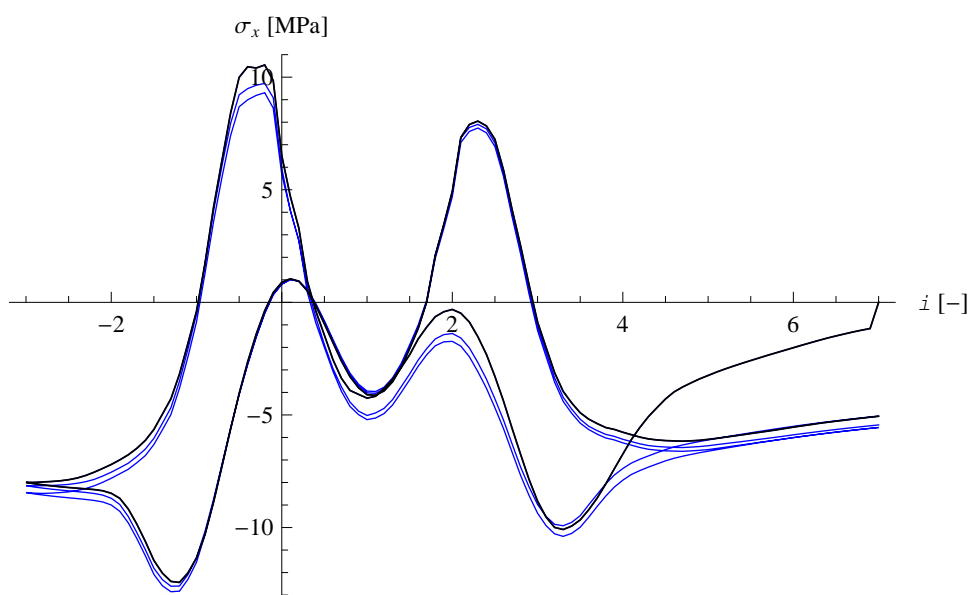
Rys. 6.53. Przeszczenie pionowe w kluczu powłoki – funkcja wzmacnienia 3



Rys. 6.54. Normalne naprężenie obwodowe na dolnej powierzchni powłoki w kluczu – funkcja wzmacnienia 1



Rys. 6.55. Normalne naprężenie obwodowe na dolnej powierzchni powłoki w kluczu – funkcja wzmocnienia 2



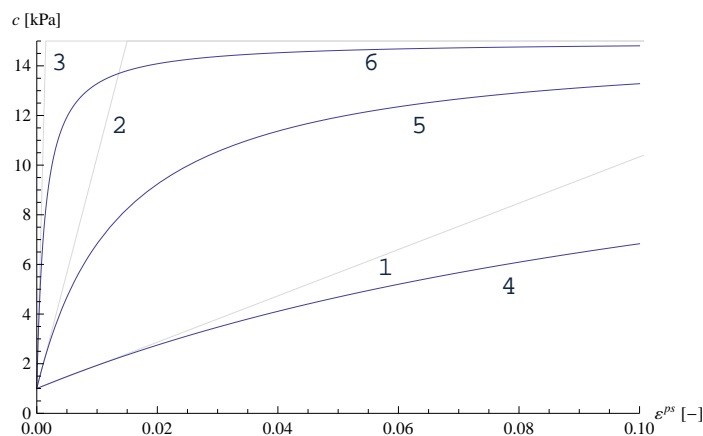
Rys. 6.56. Normalne naprężenie obwodowe na dolnej powierzchni powłoki w kluczu – funkcja wzmocnienia 3

Kinetyka wzmocnienia, tj. szybkość narastania wytrzymałości z wartością skumulowanych odkształceń ma widoczny wpływ na uzyskiwane wyniki. W przypadku stosunkowo małych nachyleń pierwszej, liniowo zmiennej części funkcji wzmocnienia naprężenia w pierwszych przejazdach są zdecydowanie przeszacowane, a efekt wypłaszczania wykresu naprężenia z kolejnymi przejazdami jest bardzo wyraźny. Podobne spostrzeżenia dotyczą wykresów przemieszczenia. Przy „wolnym” narastaniu wytrzymałości początkowo zdecydowanie większą część obciążenia przenosi stalowa konstrukcja powłoki. W miarę wzmocnienia się gruntu obciążenie w coraz większym

stopniu przejmując na siebie ośrodek gruntowy, a konstrukcja z kolejnymi przejazdami staje się sztywniejsza. Na fakt ten zwrócono uwagę także w [18] [54] [82] [88] [103].

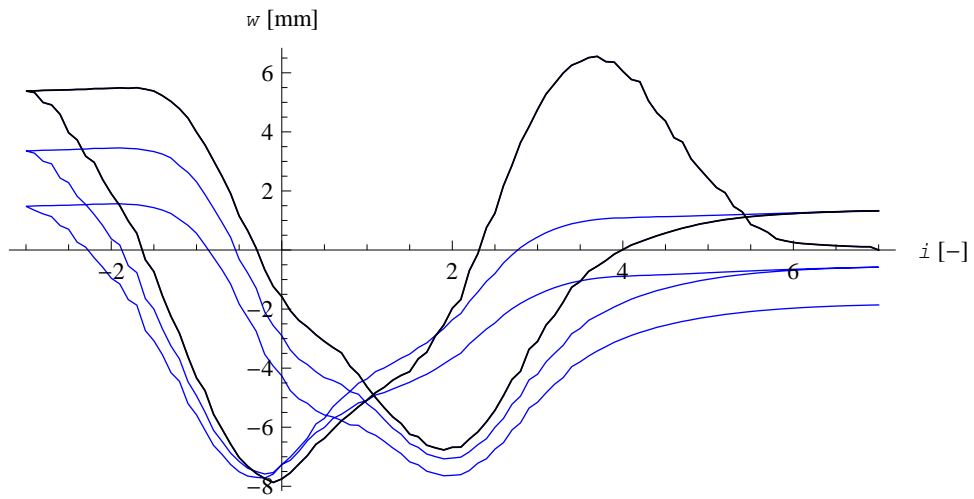
6.3.2. Nieliniowa funkcja wzmocnienia dla kohezji c z ograniczeniem wartości górnej $c_{max}=15$ kPa

Jak już wspomniano w 4.2.2, dwuliniowe funkcje wzmocnienia niezupełnie odpowiadają nieliniowym, „gładkim” charakterystykom ścinania rzeczywistych materiałów takich jak grunt. Wobec tego symulacje badania mostu powtórzono, przyjmując nieliniową funkcję wzmocnienia postaci (4.109). Wykresy rozpatrywanych nieliniowych funkcji wzmocnienia, oznaczonych kolejnymi numerami 4–6, przedstawiono na rysunku 6.57. Współczynniki tych funkcji dobrano tak, że nachylenia funkcji 4–6 w zerze są identyczne jak analizowanych wcześniej funkcji 1–3. Podobnie jak wcześniej wartości $c(\varepsilon^{ps})$ mieszczą się zawsze między 1,0 kPa a 15,0 kPa. Dla ukazania, że funkcje 4-6 nachyleniem w zerze nawiązują do przypadków poprzednich, wykresy funkcji wzmocnienia 1-3 zostały na poniższym rysunku powtórzone.

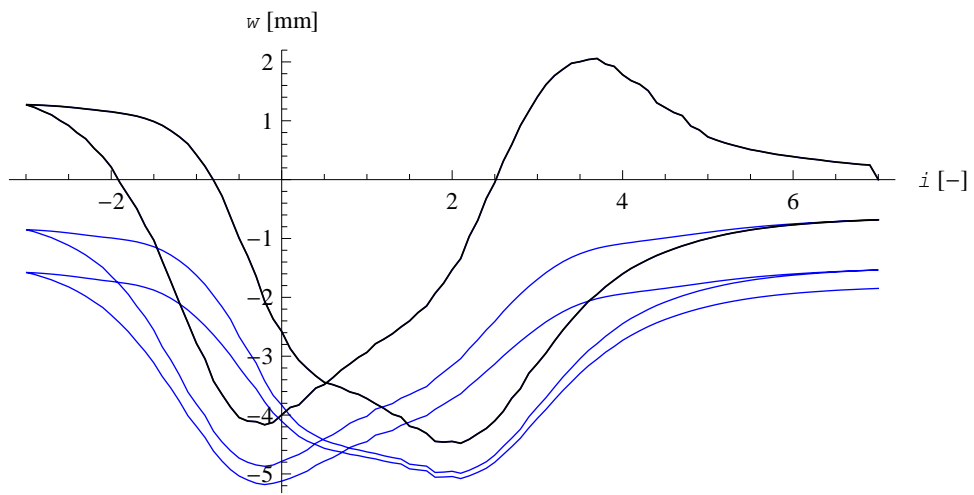


Rys. 6.57. Nieliniowe funkcje wzmocnienia kohezji c (3–6)

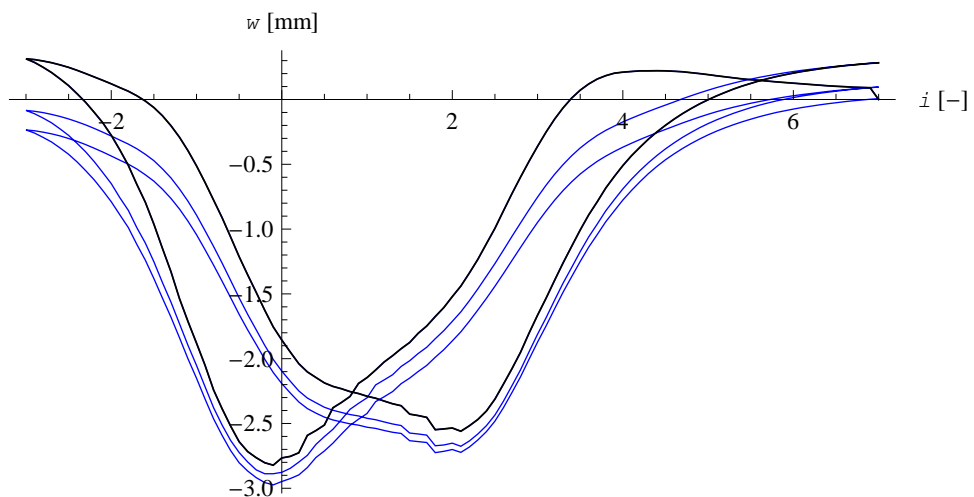
Wyniki symulacji zachowania mostu pod działaniem obciążenia ruchomego podczas 3 cykli obciążenia zaprezentowano na rys. 6.58–6.63.



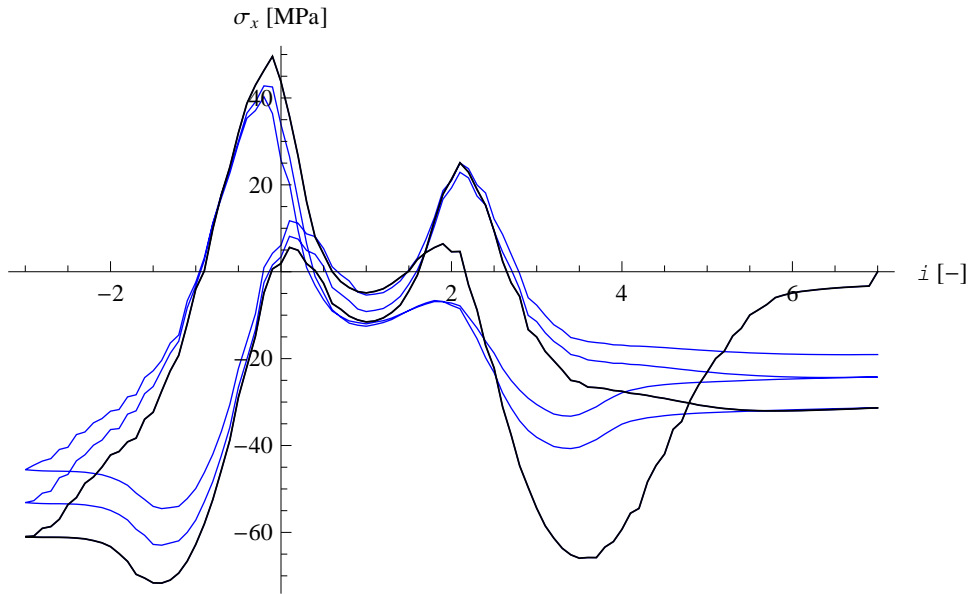
Rys. 6.58. Przeszczenie pionowe w kluczu powłoki – funkcja wzmocnienia 4



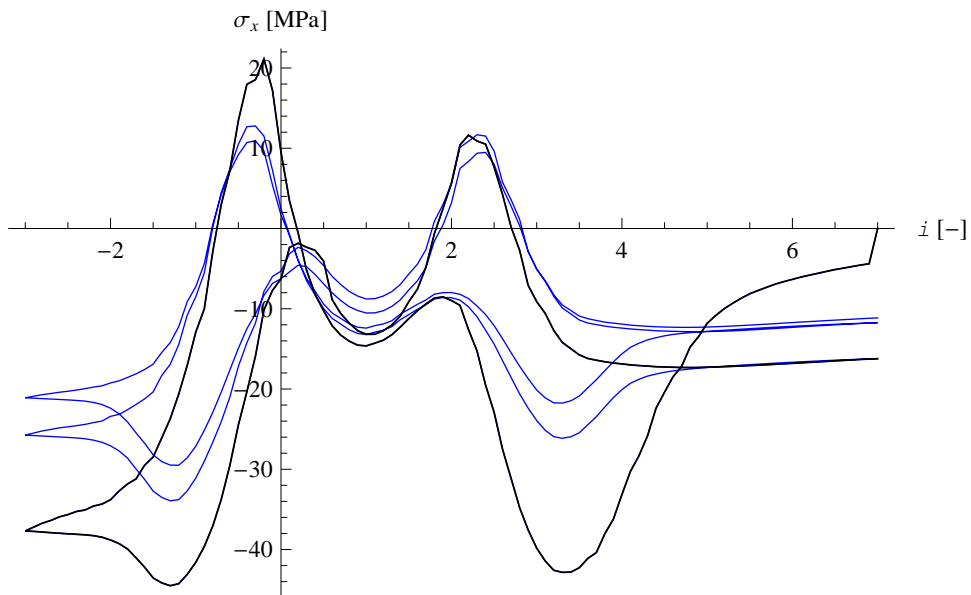
Rys. 6.59. Przeszczenie pionowe w kluczu powłoki – funkcja wzmocnienia 5



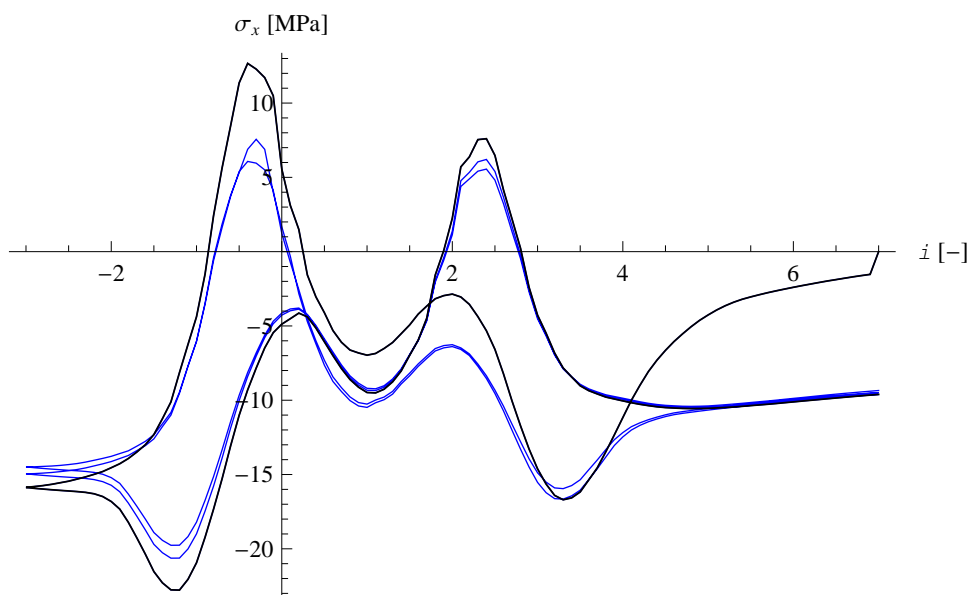
Rys. 6.60. Przeszczenie pionowe w kluczu powłoki – funkcja wzmocnienia 6



Rys. 6.61. Normalne naprężenie obwodowe na dolnej powierzchni powłoki w kluczu – funkcja wzmocnienia 4



Rys. 6.62. Normalne naprężenie obwodowe na dolnej powierzchni powłoki w kluczu – funkcja wzmocnienia 5

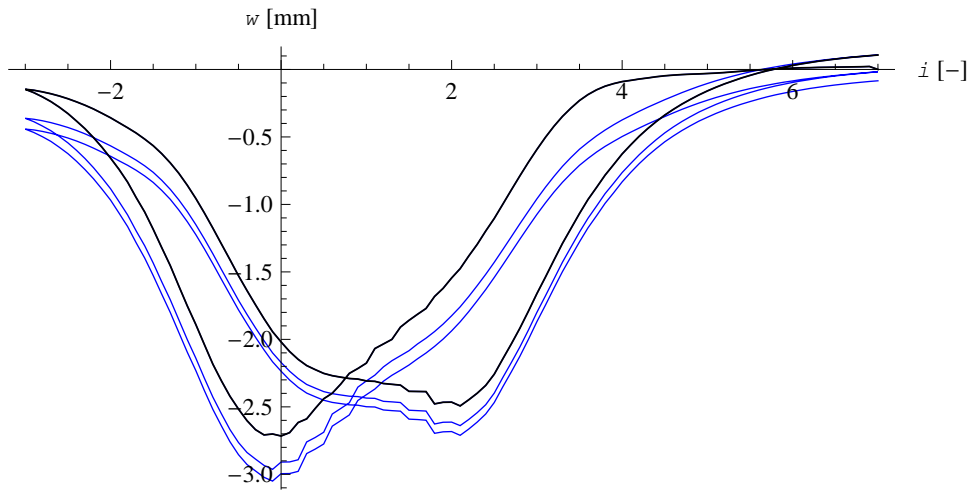


Rys. 6.63. Normalne napężenie obwodowe na dolnej powierzchni powłoki w kluczu – funkcja wzmocnienia 6

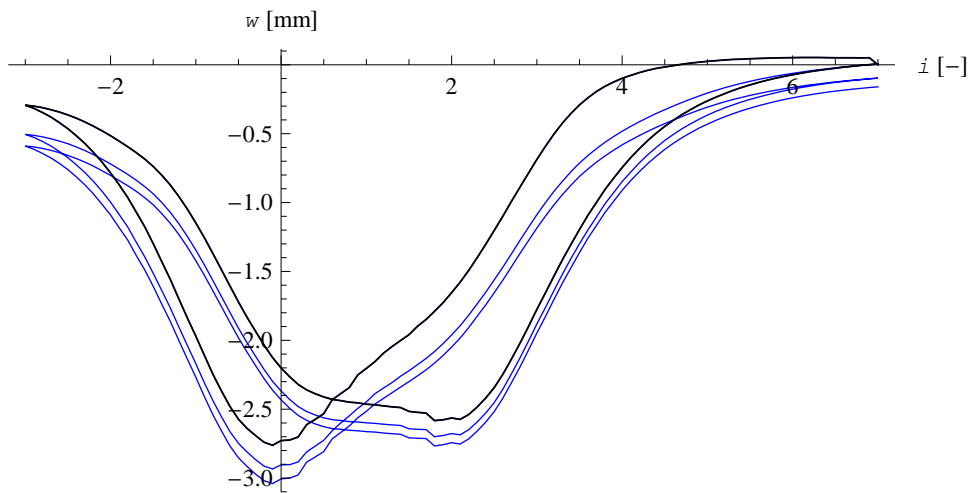
6.3.3. Analiza wyników i podsumowanie

Zastosowanie wzmocnienia typu odkształceniowego zmienia jakość uzyskiwanych wyników. Kluczową rolę odgrywa tu szybkość narastania wytrzymałości z wartością skumulowanych odkształceń. W przypadku stosunkowo powolnego narastania wytrzymałości w funkcji odkształceń plastycznych, zarówno napężenia w powłoce jak i przemieszczenie w pierwszych przejazdach są zdecydowanie przeszacowane, ale wykresy wyplaszczają się wraz z kolejnymi przejazdami. W miarę wzmocnienia się gruntu obciążenie w coraz większym stopniu przejmuje na siebie ośrodek gruntowy, a konstrukcja z kolejnymi przejazdami staje się sztywniejsza. Na fakt ten zwrócono uwagę także w [88].

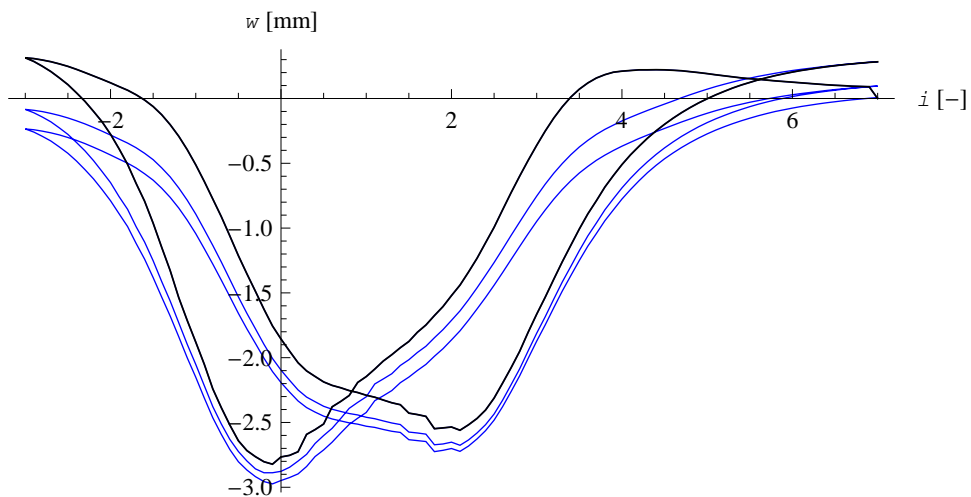
W celu zilustrowania efektu wzmocnienia izotropowego, na kolejnych rysunkach 4.64–4.69 przedstawiono porównanie wyników symulacji bez uwzględnienia wzmocnienia oraz z jego uwzględnieniem – dla funkcji wzmocnienia 3 oraz 6. Obliczenia we wszystkich analizowanych przypadkach przeprowadzono dla tego samego sposobu uwzględnienia historii obciążenia, tj. sposobu 3.



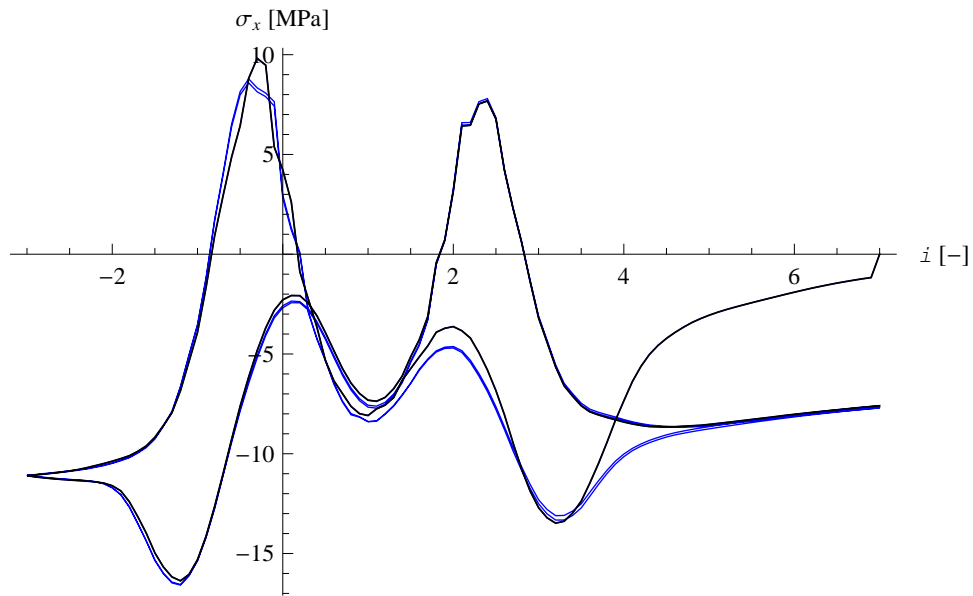
Rys. 6.64. Przeszczenie pionowe w kluczu powłoki – model C-M bez wzmocnienia



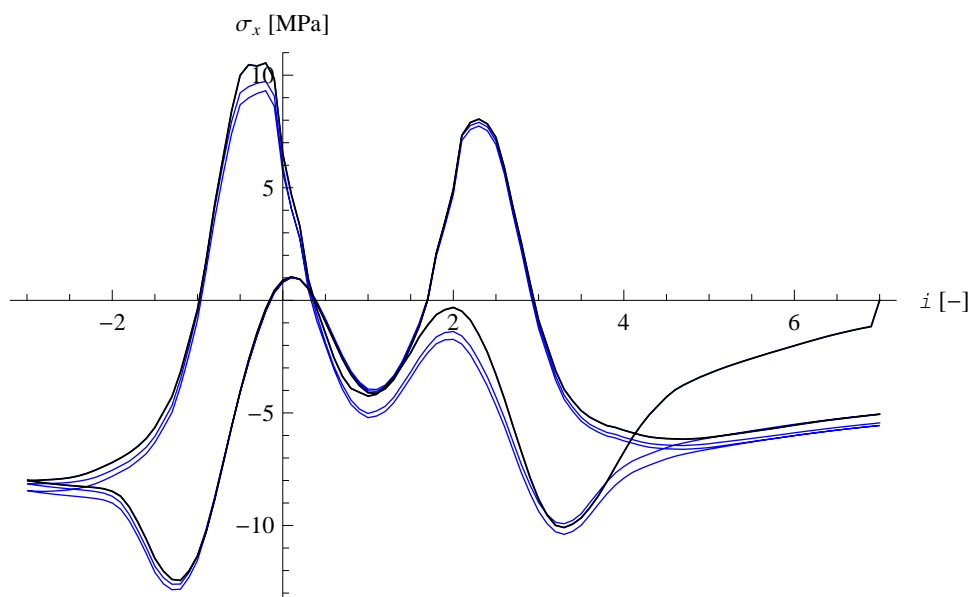
Rys. 6.65. Przeszczenie pionowe w kluczu powłoki – wzmocnienie wg funkcji 3



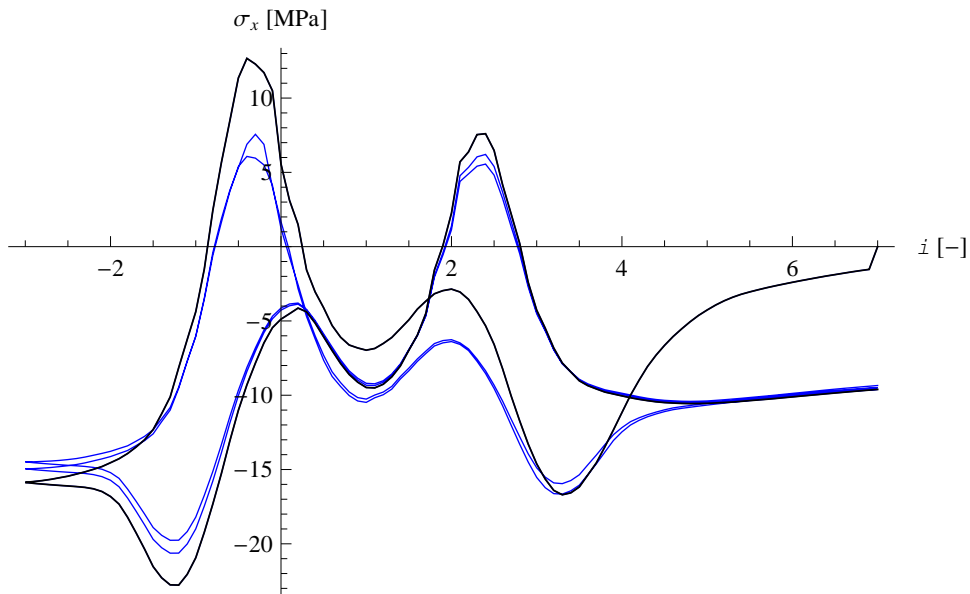
Rys. 6.66. Przeszczenie pionowe w kluczu powłoki – zagęszczenie zasyпки, sposób 3, wzmocnienie wg funkcji 6



Rys. 6.67. Normalne naprężenie obwodowe na dolnej powierzchni powłoki w kluczu – zagęszczanie zasyпки, sposób 3, model C-M bez wzmocnienia



Rys. 6.68. Normalne naprężenie obwodowe na dolnej powierzchni powłoki w kluczu – zagęszczanie zasyпки, sposób 3, wzmocnienie wg funkcji 3

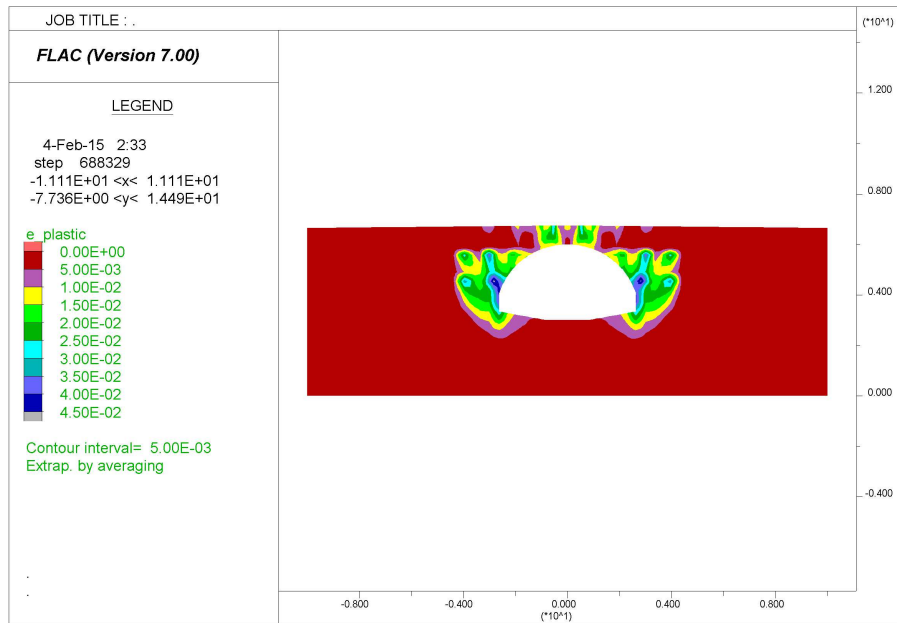


Rys. 6.69. Normalne naprężenie obwodowe na dolnej powierzchni powłoki w kluczu – zagęszczanie zasypki, sposób 3, wzmocnienie wg funkcji 6

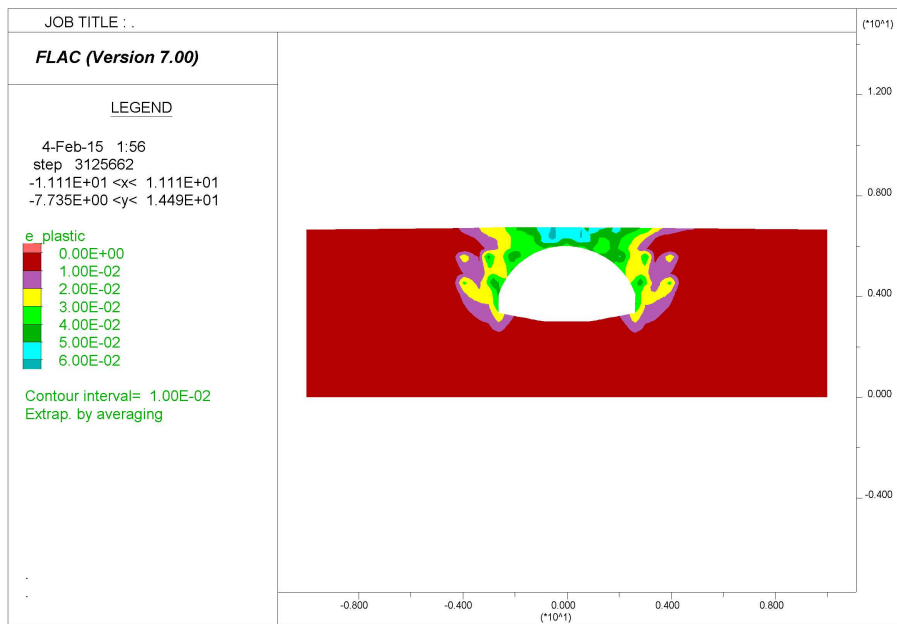
Zakresy wartości uzyskiwanych przemieszczeń przy uwzględnieniu trzech różnych, porównanych wyżej funkcji wzmocnienia nie różnią się znacząco. Dla przypadku z „gładką” funkcją wzmocnienia kształt wykresu najbardziej przypomina ten, będący wynikiem rzeczywistych pomiarów. Pojawia się, wówczas, lokalne maksimum wypiętrzenia w pierwszym przejeździe i uzyskuje się podniesioną „w górę” lewą część wykresu, jak w wynikach oryginalnego badania [91]. Wyraźne różnice pod względem ilościowym dotyczą wykresów naprężenia, co wskazuje, że wzmocnienie typu odkształceniowego ma wpływ na uzyskiwane wyniki, prawdopodobnie ze względu na różne rozkłady naprężenia już na etapie układania kolejnych warstw gruntu.

Ciekawym uzupełnieniem wyników jest wskazanie obszarów, w których materiał zasypki wzmacnia się wraz z narastającym plastycznym odkształcaniem. Obszary te przedstawiono dla przypadku funkcji wzmocnienia 1, dla którego efekt przyjęcia wzmocnienia był najbardziej wyraźny. Na rys. 6.70–6.73 przedstawiono wartości odkształcenia plastycznego ε^{ps} w gruncie otaczającym powłokę na różnych „stadiach” rozważanego testu.

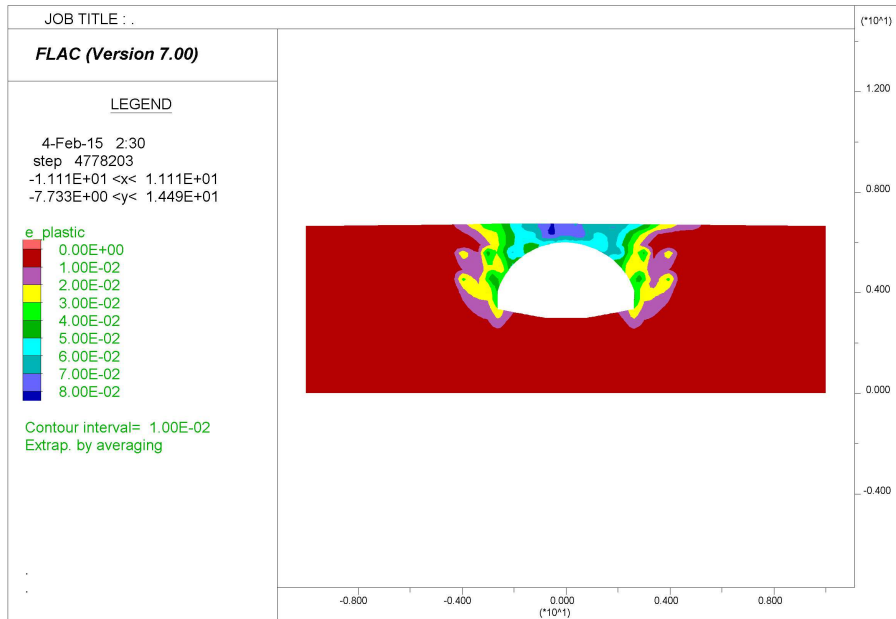
6. Współpraca zasyпки z powłoką z blachy płaskkiej...



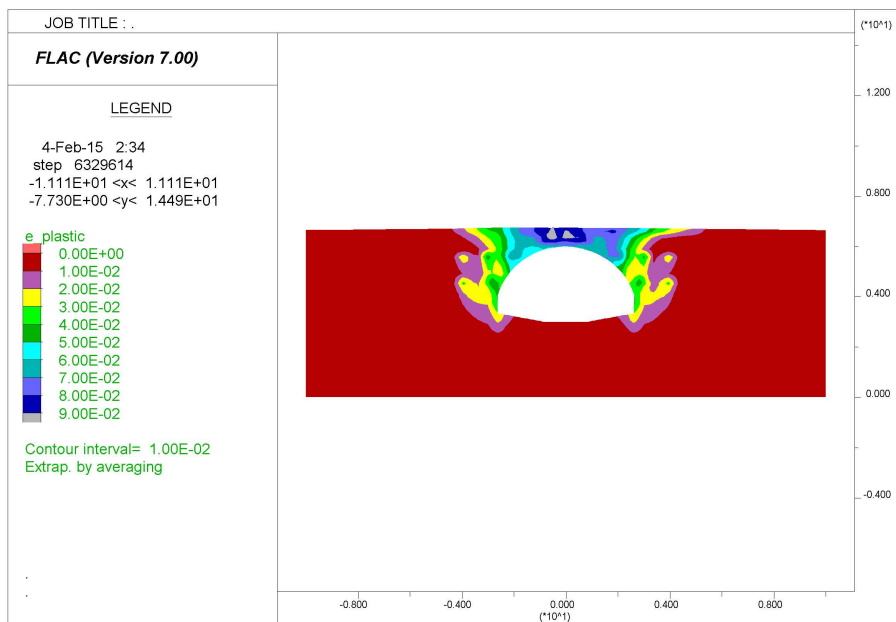
Rys. 6.70. Odształcenie plastyczne ε^{ps} w gruncie po ułożeniu wszystkich warstw zasyпки



Rys. 6.71. Odształcenie plastyczne ε^{ps} w gruncie po pierwszym cyklu obciążenia



Rys. 6.72. Odształcenie plastyczne ϵ^{ps} w gruncie po drugim cyklu obciążenia



Rys. 6.73. Odształcenie plastyczne ϵ^{ps} w gruncie po trzecim cyklu obciążenia

Strefy wzmocnienia gruntu, tj. obszary, w których występuje niezerowe skumulowane odkształcenie plastyczne ϵ^{ps} lokalizują się w pobliżu powłoki. Bezpośrednio po ułożeniu wszystkich warstw zasyпки widać obszary zwiększonego ϵ^{ps} wyłącznie w otoczeniu stalowej powłoki, w odległości od niej nieprzekraczającej 2,0–3,0 m, pomimo iż poza tą strefą obciążenie „od zagęszczania” było również realizowane. Największe wartości odkształcenia plastycznego ϵ^{ps} występują wówczas w pobliżu pachwin powłoki. Na etapie przejazdów strefy te lokalizują się ponad powłoką (bezpośrednio nad kluczem).

6.4. Model ze wzmocnieniem gęstościowym (*double-yield*)

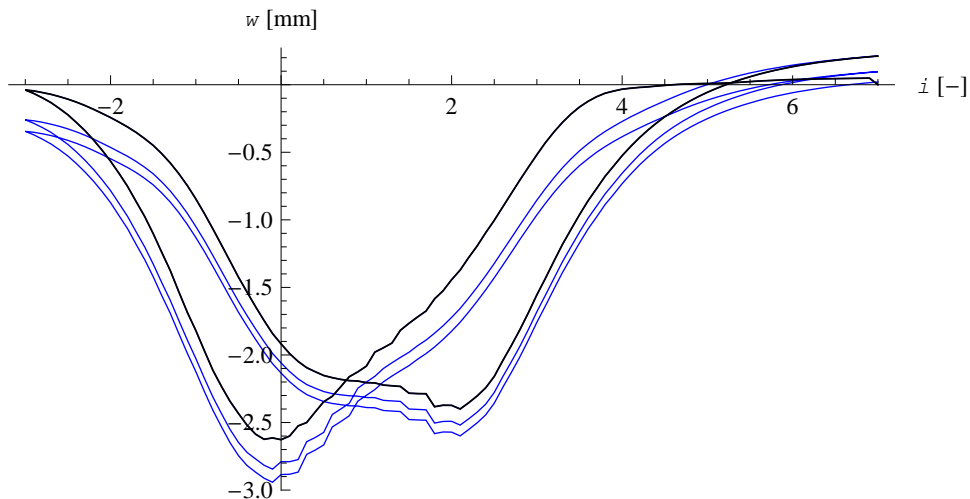
Wyżej w tej pracy postawiona została hipoteza, że uwzględnienie wzmocnienia gęstościowego może wpłynąć na „polepszenie” jakości wyników symulacji. Modele typu „cap”, tj. z powierzchnią plastyczności „zamkniętą” po stronie ściskań, stosuje się dla materiałów, które wykazują inne cechy ściśliwości przy pierwszym, a inne przy wtórnym obciążeniu. Odpowiedni dobór parametrów modelu, pozwala także uwzględnić zmienne cechy ściśliwości, zależne od wartości ciśnienia prekonsolidacji – maksymalnego obciążenia, jakiemu materiał był poddany. Na zmienną odkształcalność zasypki w konstrukcjach gruntowo-powłokowych – przyrost modułów odkształcalności wraz z głębokością zwrócono uwagę m. in. w [1] [2] [22] [86]. Ten przyrost sztywności gruntu wynika m. in. z rosnącego z głębokością średniego naprężenia. W tym kontekście zastosowanie modeli plastyczności o wzmocnieniu gęstościowym nie pociąga za sobą konieczności określania *a priori* zmiennych parametrów odkształcalności jak np. w [2] [22]. Ponadto, stosując modele „cap”, można opisać zmienną odkształcalność spowodowaną obciążeniami bardziej złożonymi niż obciążenie od ciężaru zasypki. Jest to szczególnie istotne dla etapu zasypywania powłoki, w której grunt jest zagęszczany, a powłoka wstępnie sprężana [35] [83] [110] [111].

W niniejszym podrozdziale przeanalizowano efekt wzmocnienia gęstościowego w symulacjach zachowania konstrukcji gruntowo-powłokowej pod obciążeniem ruchomym. W pierwszej kolejności przyjęto liniową funkcję wzmocnienia. W takim wypadku różnicuje się jedynie odkształcalność pierwotną i wtórną zasypki. W następnej kolejności obliczenia przeprowadzono przy założeniu potęgowej funkcji wzmocnienia. Wówczas, moduły odkształcenia zależą dodatkowo od wartości ciśnienia prekonsolidacji (por. 4.2.3.4 oraz 4.2.3.5). Stosując modele ze wzmocnieniem gęstościowym należy uwzględnić etapy budowy, ponieważ zachowanie zasypki silnie zależy od historii obciążenia [48]. Etapy te uwzględniono w niniejszym podrozdziale wg sposobu 3, który wcześniej został określony jako najbardziej zbliżony do rzeczywistego.

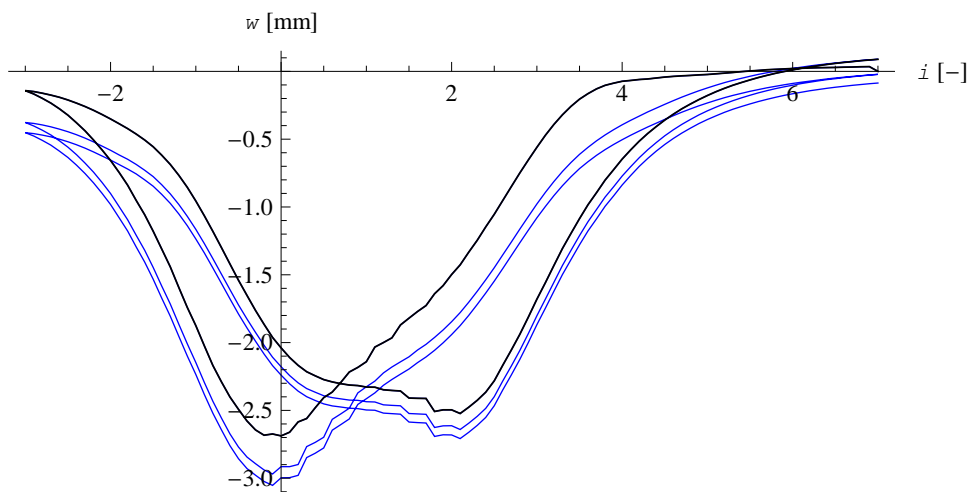
6.4.1. Liniowa funkcja wzmocnienia – $K=const$.

W obliczeniach, których wyniki przedstawiono poniżej przyjęto stałe wartości modułów sprężystości dla gruntu zasypowego, tj. $K=1,0 \cdot 10^5$ kPa, $G=6,0 \cdot 10^4$ kPa. Wartości te odpowiadają parametrom piasku grubego, zagęszczonego o $I_D=0,8$. W celu sprawdzenia wrażliwości rozwiązania na parametr β , sprawdzono dwie jego wartości:

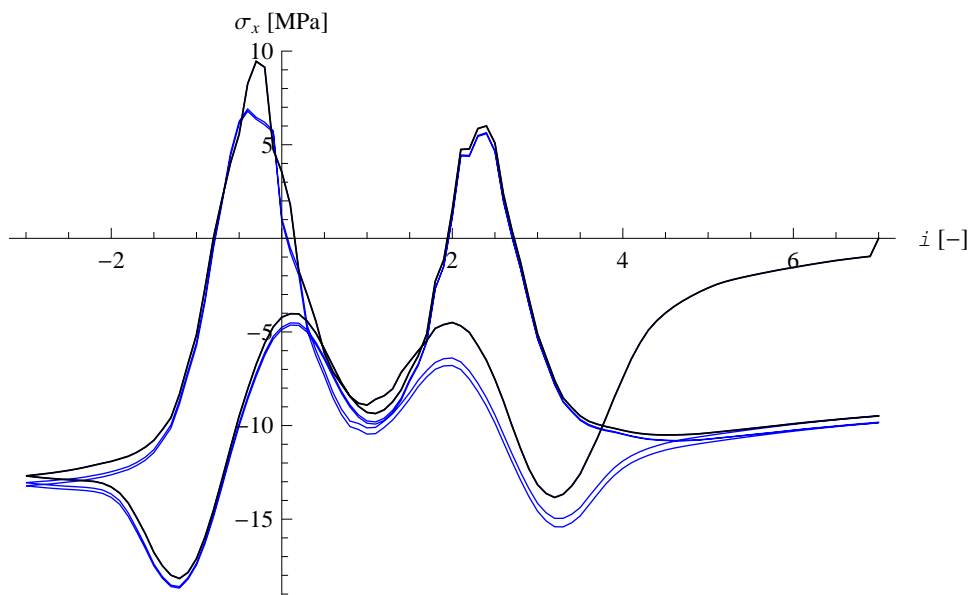
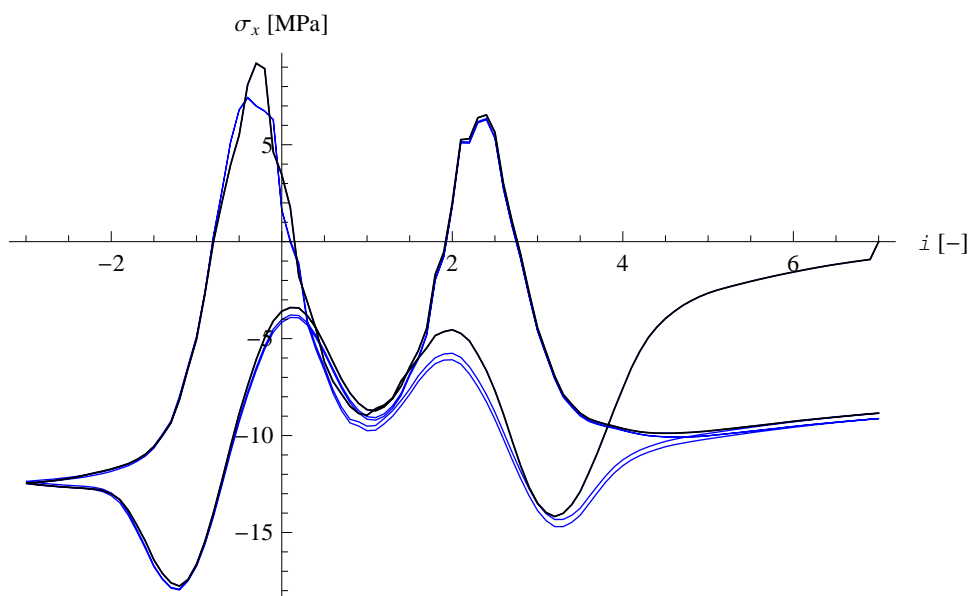
$\beta=0,9$ wg normy oraz $\beta=0,6$; która stanowi dolną granicę zakresu dla piasku grubego wg [157]. Obliczenia przeprowadzono dla dwóch różnych wartości początkowego ciśnienia prekonsolidacji: $p_{c0}=0$ oraz $p_{c0}=55,0$ kPa. Druga z wymienionych wartości uwzględnia zagęszczenie cienkiej warstwy gruntu zagęszczarką. W takim wypadku plastyczne odkształcenia objętościowe powinny wystąpić dopiero pod obciążeniem większym od p_{c0} . Na rysunkach 6.74–6.77 przedstawiono wyniki symulacji dla parametru $\beta=0,9$ i różnych wartości p_{c0} ($p_{c0}=0$ oraz $p_{c0}=55,0$ kPa).



Rys. 6.74. Przesunięcie pionowe w kluczu powłoki – $\beta=0,9$, $p_{c0}=0,0$ kPa

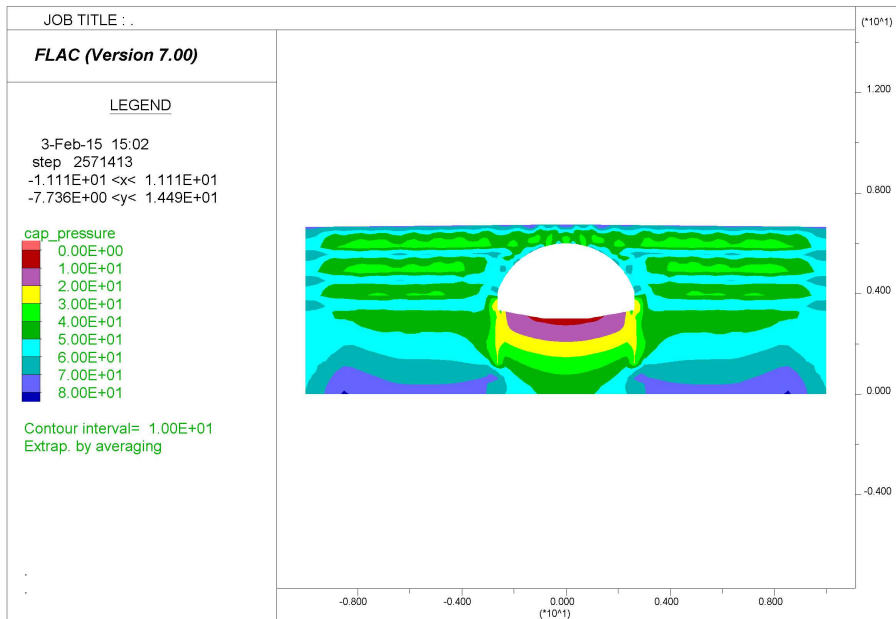


Rys. 6.75. Przesunięcie pionowe w kluczu powłoki – $\beta=0,9$, $p_{c0}=55,0$ kPa

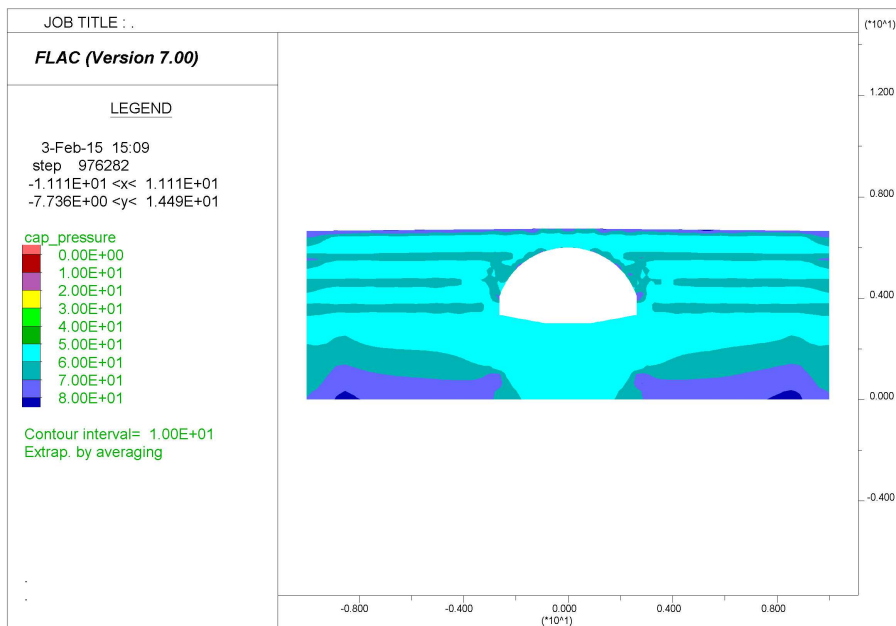
Rys. 6.76. Normalne naprężenie obwodowe na dolnej powierzchni powłoki w kluczu – $\beta=0,9$, $p_{c0}=0,0$ kPaRys. 6.77. Normalne naprężenie obwodowe na dolnej powierzchni powłoki w kluczu – $\beta=0,9$, $p_{c0}=55,0$ kPa

Zaprezentowane wyniki nie wykazują dużych różnic niezależnie od przyjętej na początku wartości p_{c0} . Stosunkowo wysoka wartość $\beta=0,9$ powoduje, że zarówno przy obciążaniu pierwotnym jak i wtórnym (sprężystym), efektywne wartości modułów odkształcenia nie różnią się znacząco. Wyniki symulacji rozważanego testu cyklicznego obciążenia zależą nie tylko od wyindukowanej na etapie zasypywania deformacji konstrukcji oraz rozkładu naprężenia, ale także od wielkości aktualnego ciśnienia prekonsolidacji przed rozpoczęciem testu. Rozkłady ciśnienia prekonsolidacji w gruncie

po przeprowadzeniu zagęszczania, ale przed przejazdami dla obydwu przypadków ($p_{c0}=0$ i $p_{c0}=55$ kPa) pokazano na rys. 6.78 oraz 6.79.



Rys. 6.78. Wartości ciśnienia prekonsolidacji p_c po etapowym zasypywaniu powłoki – w przypadku $\beta=0,9$, $p_{c0}=0,0$ kPa

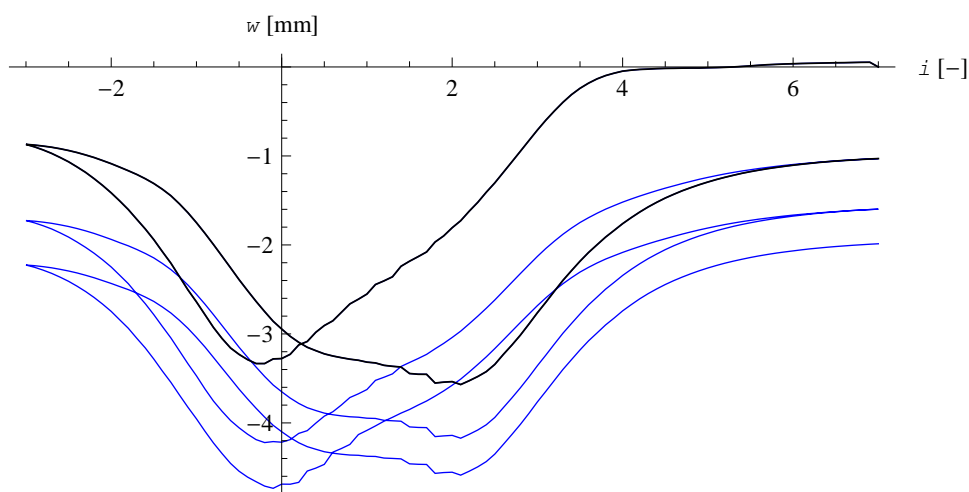


Rys. 6.79. Wartości ciśnienia prekonsolidacji p_c po etapowym zasypywaniu powłoki – w przypadku $\beta=0,9$, $p_{c0}=55,0$ kPa

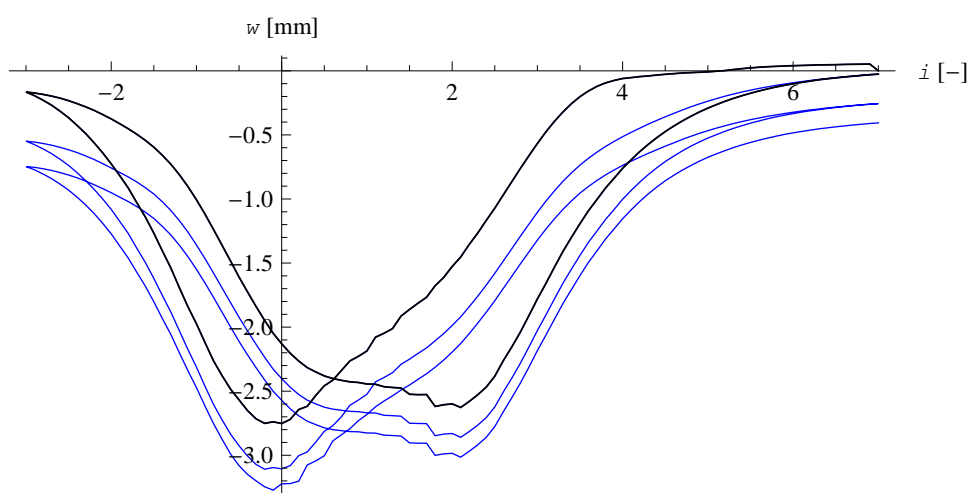
Przyjęcie *a priori* ciśnienia prekonsolidacji $p_{c0}=55,0$ kPa skutkuje nieco większym zagęszczeniem gruntu po ukończeniu zasypywania. Próba odwzorowania w modelu odpowiedniego zagęszczenia jedynie w wyniku obciążenia na etapie budowy

powoduje niedoszacowanie wartości p_c , która tylko przy samej powierzchni kolejnych warstw odpowiada tej, określonej jak dla edometru (por. 4.2.3.4).

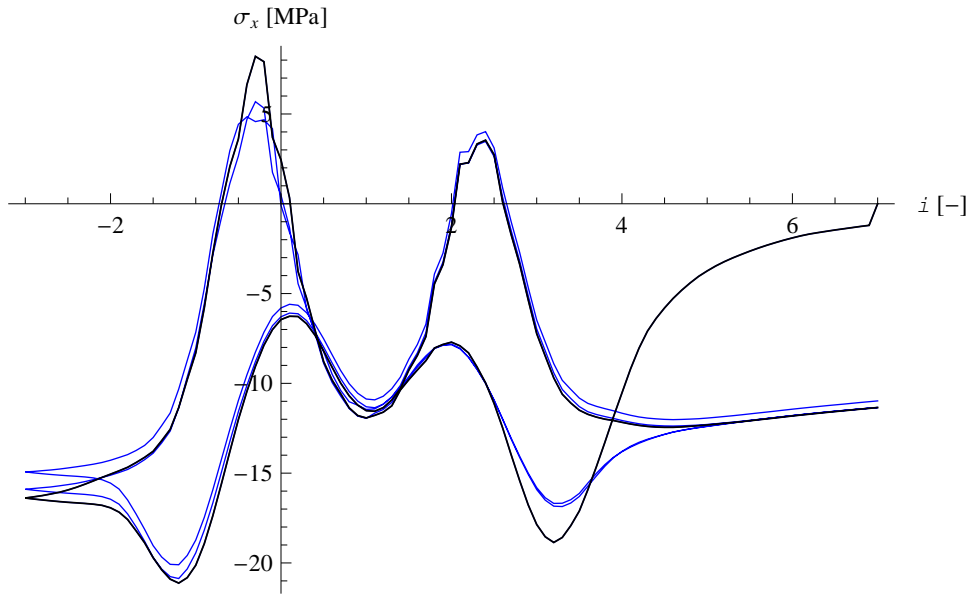
Efekty przyjęcia w obliczeniach modelu konstytutywnego ze wzmocnieniem gęstościowym są bardziej wyraźne dla $\beta=0,6$. Podobnie jak dla poprzednio analizowanego wariantu $\beta=0,9$ przeanalizowano dwa przypadki – pierwszy, w którym odpowiednie zagęszczeniu musi być zapewnione przez obciążenie gruntu na etapie budowy obiektu ($p_{c0}=0,0$) oraz przypadek, w którym pewną wartość zagęszczenia zakłada się *a priori*, tzn. $p_{c0}=55,0$ kPa. Wyniki w postaci wykresów przemieszczenia oraz naprężenia dla obu przypadków pokazano na rys. 6.80–6.83. Ponadto, rozkłady wartości ciśnienia prekonsolidacji w gruncie po ukończeniu zasypywania, ale przed przejazdami dla obu przypadków ($p_{c0}=0$ i $p_{c0}=55$ kPa) przedstawiono na rys. 6.84 oraz 6.185.



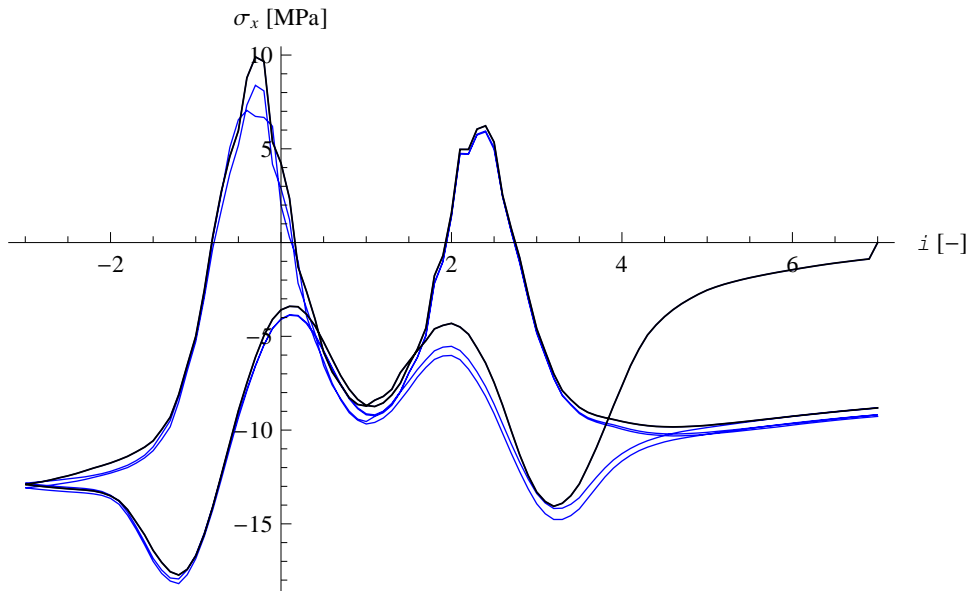
Rys. 6.80. Przemieszczenie pionowe w kluczu powłoki – $\beta=0,6$; $p_{c0}=0,0$ kPa



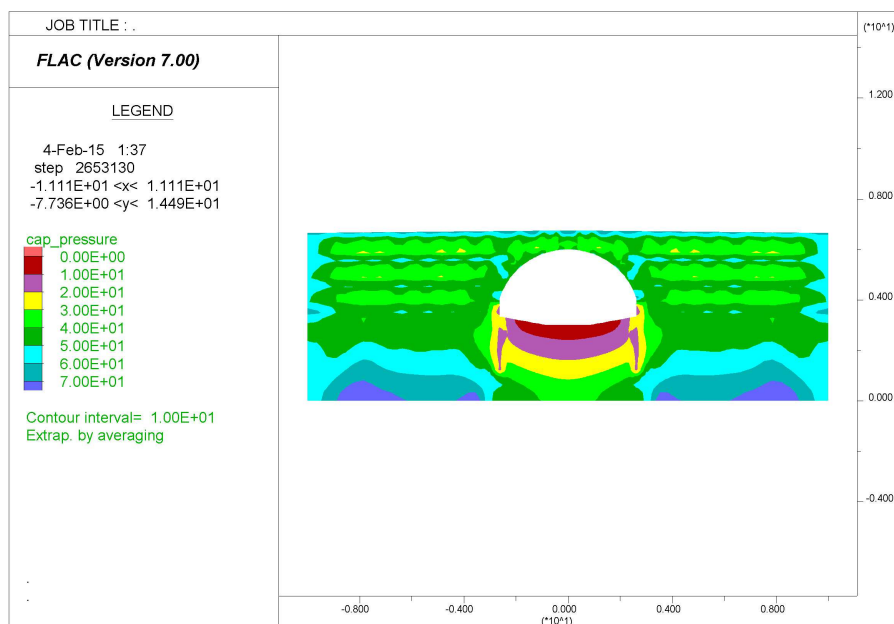
Rys. 6.81. Przemieszczenie pionowe w kluczu powłoki – $\beta=0,6$; $p_{c0}=55,0$ kPa



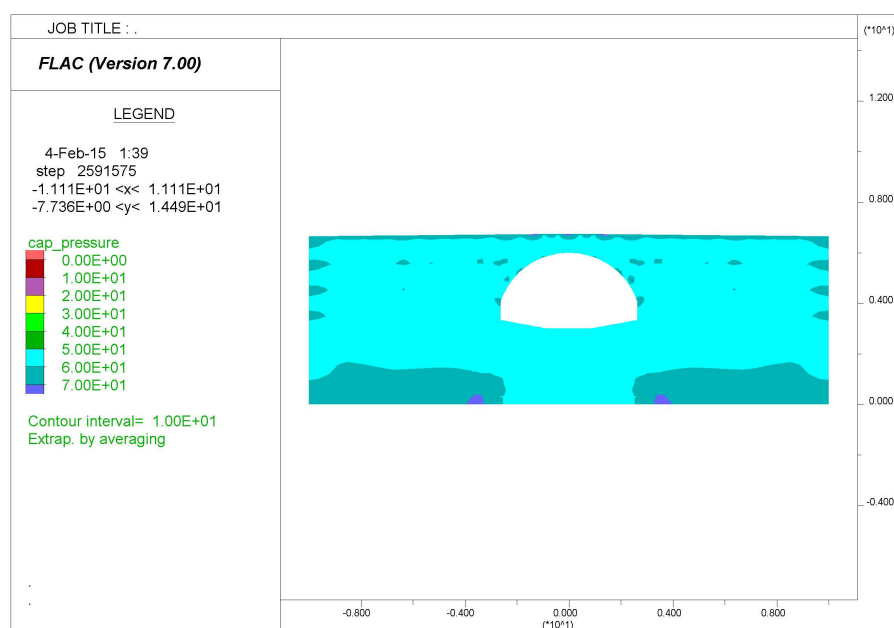
Rys. 6.82. Normalne naprężenie obwodowe na dolnej powierzchni powłoki w kluczu – $\beta=0,6$; $p_{c0}=0,0$ kPa



Rys. 6.83. Normalne naprężenie obwodowe na dolnej powierzchni powłoki w kluczu – $\beta=0,6$; $p_{c0}=55,0$ kPa



Rys. 6.84. Wartości ciśnienia prekonsolidacji p_c po etapowym zasypywaniu powłoki – w przypadku $\beta=0,6$;
 $p_{c0}=0,0$ kPa



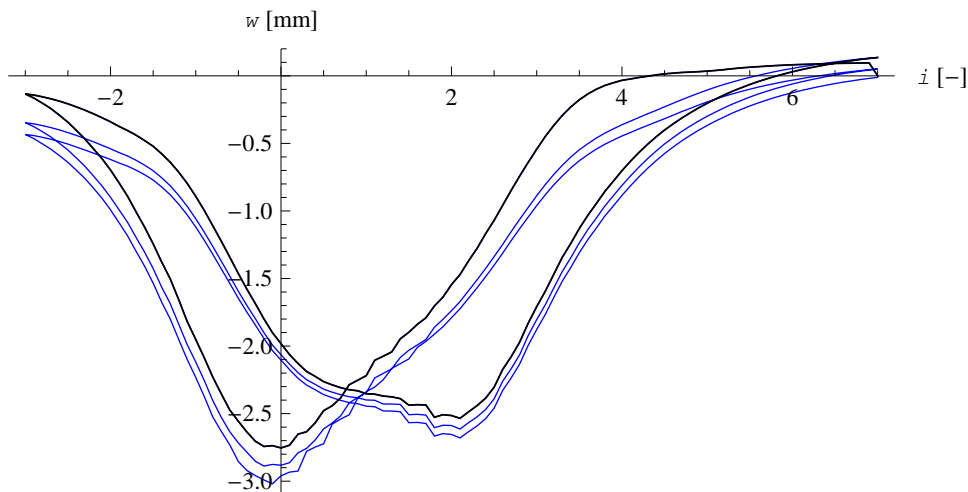
Rys. 6.85. Wartości ciśnienia prekonsolidacji p_c po etapowym zasypywaniu powłoki – w przypadku $\beta=0,6$;
 $p_{c0}=55,0$ kPa

Przedstawione wyżej wyniki wskazują, że przyjęcie modelu gęstościowego dla zasypki skutkuje uzyskaniem stopniowego, sukcesywnego przyrostu przemieszczenia w kolejnych przejazdach przy jednoczesnym zachowaniu cykliczności przebiegu wykresu naprężenia. Przyrost wspomnianego przemieszczenia jest tym większy im mniejsza jest wartość współczynnika β . Jednocześnie założenie odpowiedniego zagęszczenia dla całego obszaru zasypki skutkuje redukcją tego efektu.

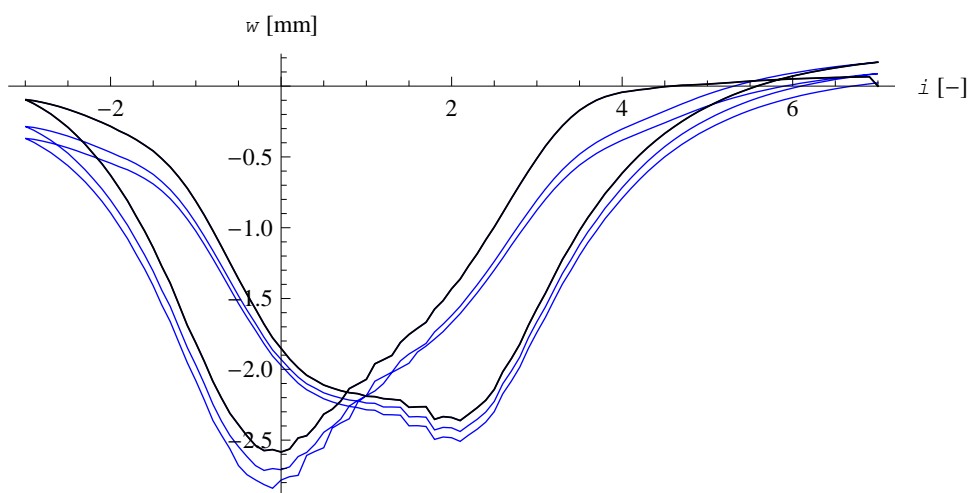
6.4.2. Wykładnicza funkcja wzmocnienia – $K \neq \text{const}$.

Wyniki symulacji wielokrotnego przejazdu dla funkcji wzmocnienia w postaci wykładniczej przedstawiono poniżej. Jak poprzednio przeanalizowano zagadnienie dla dwóch wartości $\beta=0,9$ oraz $\beta=0,6$. Przyjęto, ponadto, trzy różne wartości wstępnego ciśnienia prekonsolidacji (na początku symulacji, w momencie „pojawiania się” w modelu kolejnych warstw zasyпки), tj. $p_{c0}=40,0$ kPa, $p_{c0}=50,0$ kPa, $p_{c0}=55,0$ kPa. Ze względu na zależność modułów sprężystości od ciśnienia prekonsolidacji, przyjęcie małych wartości p_{c0} , bliskich zero nie miałyby fizycznego uzasadnienia, a wartości wyraźnie mniejsze od $p_{c0}=50,0$ kPa powodują znaczne trudności numeryczne.

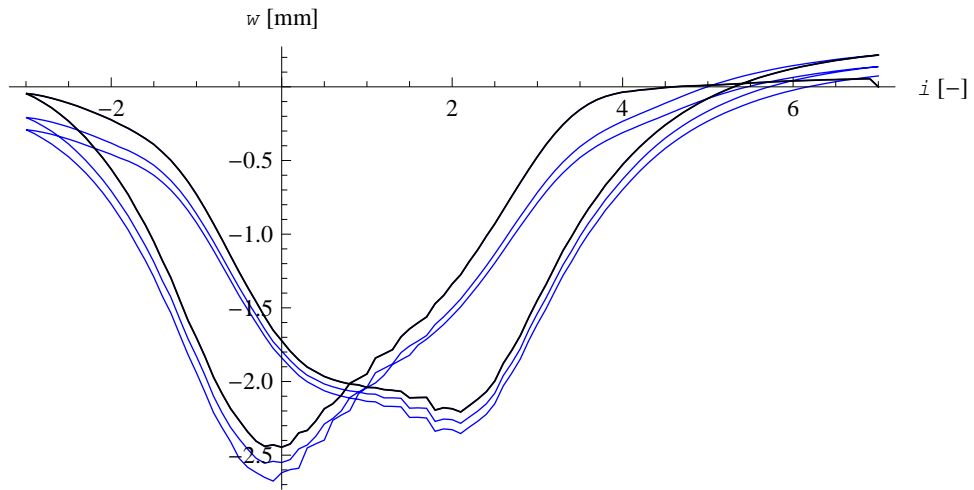
Wyniki dla $\beta=0,9$ i wartości $p_{c0}=40,0$ kPa, $p_{c0}=50,0$ kPa oraz $p_{c0}=55,0$ kPa zaprezentowano na kolejnych rysunkach 6.86–6.91.



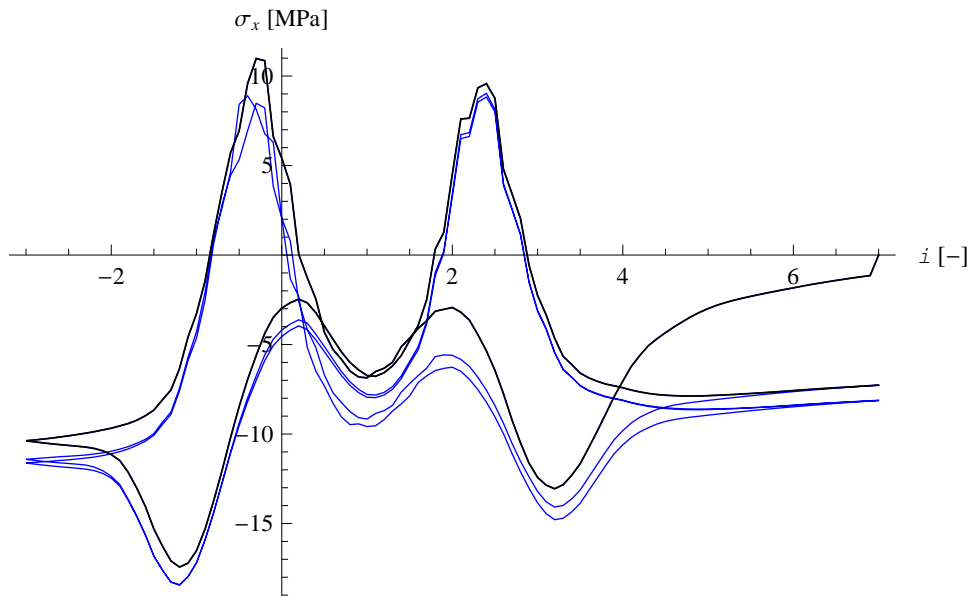
Rys. 6.86. Przemieszczenie pionowe w kluczu powłoki – $\beta=0,9$; $p_{c0}=40,0$ kPa



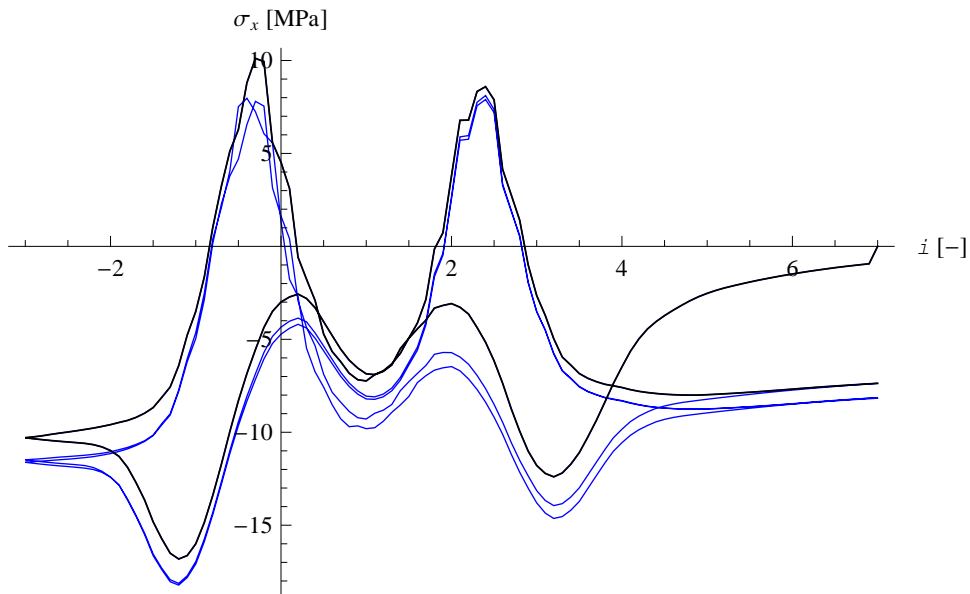
Rys. 6.87. Przemieszczenie pionowe w kluczu powłoki – $\beta=0,9$; $p_{c0}=50,0$ kPa



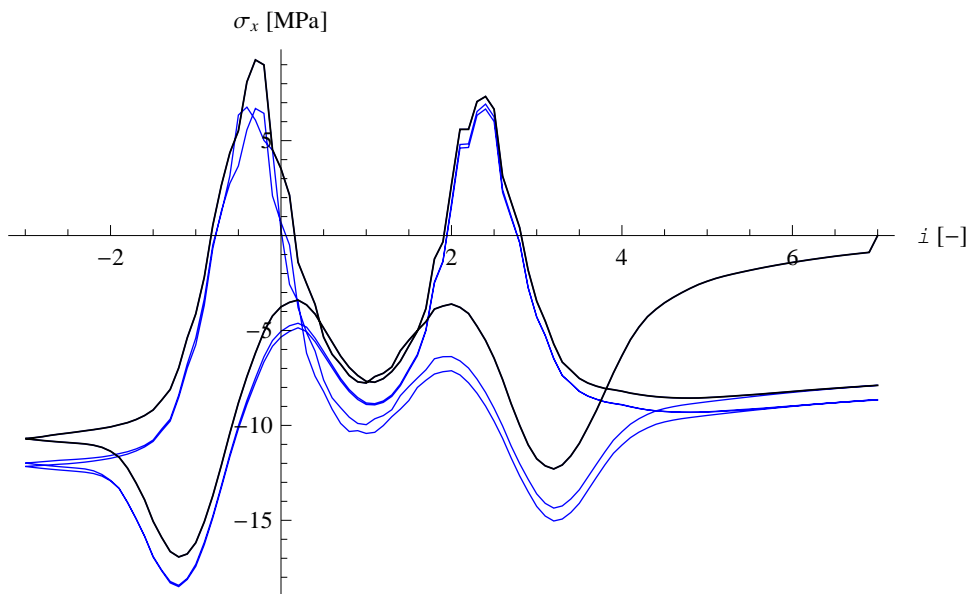
Rys. 6.88. Przesunięcie pionowe w kluczu powłoki – $\beta=0,9$; $p_{c0}=55,0$ kPa



Rys. 6.89. Normalne naprężenie obwodowe na dolnej powierzchni powłoki w kluczu – $\beta=0,9$; $p_{c0}=40,0$ kPa



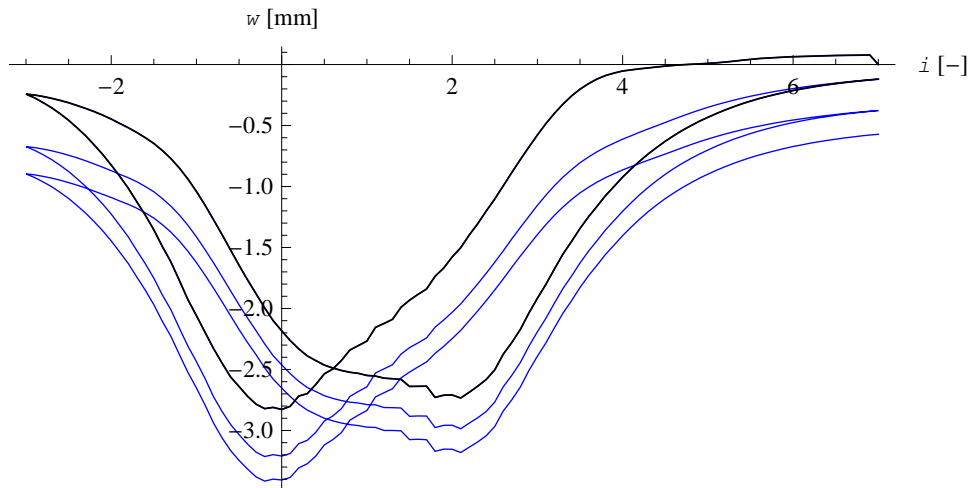
Rys. 6.90. Normalne naprężenie obwodowe na dolnej powierzchni powłoki w kluczu – $\beta=0,9$; $p_{c0}=50,0$ kPa



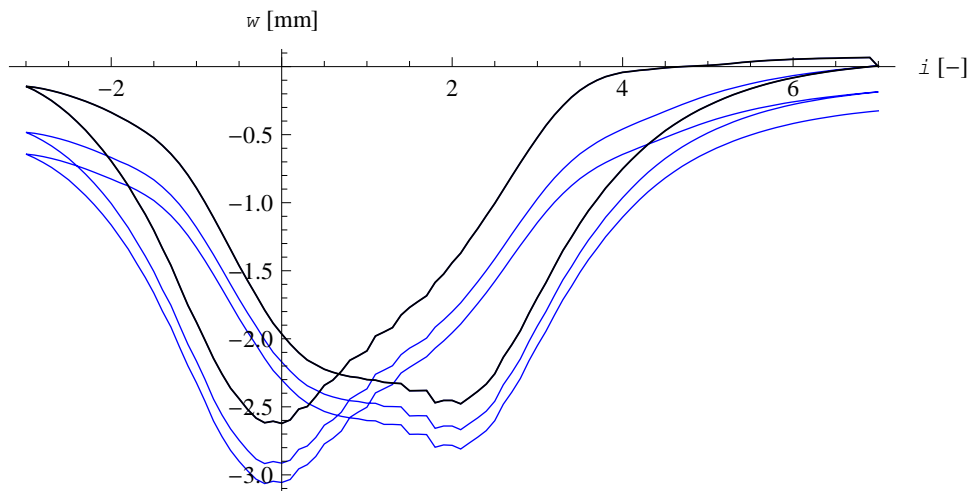
Rys. 6.91. Normalne naprężenie obwodowe na dolnej powierzchni powłoki w kluczu – $\beta=0,9$; $p_{c0}=55,0$ kPa

Podobnie jak dla liniowej funkcji wzmocnienia, również i w tym przypadku przyjęcie $\beta=0,9$ skutkuje tym, że wyniki nie różnią się znacząco nawet dla różnych wartości początkowego ciśnienia prekonsolidacji. Wskazuje to na fakt, że większe znaczenie dla wyników symulacji ma zróżnicowanie pierwotnego i wtórnego modułu odkształcenia.

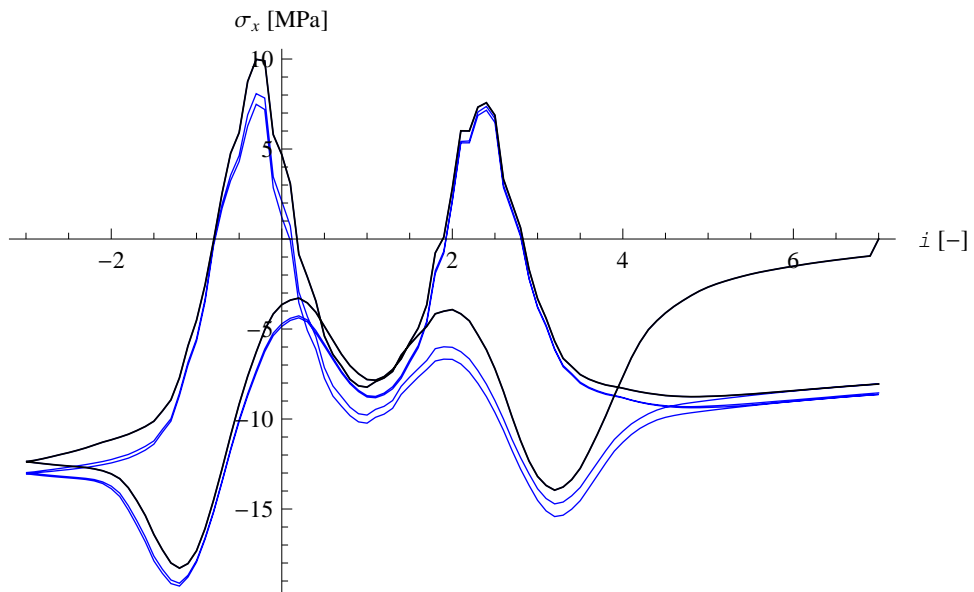
Wyniki dla $\beta=0,6$ oraz różnych wartości początkowego ciśnienia prekonsolidacji $p_{c0}=50,0$ kPa oraz $p_{c0}=55,0$ kPa przedstawiono na rys. 6.92–6.95.



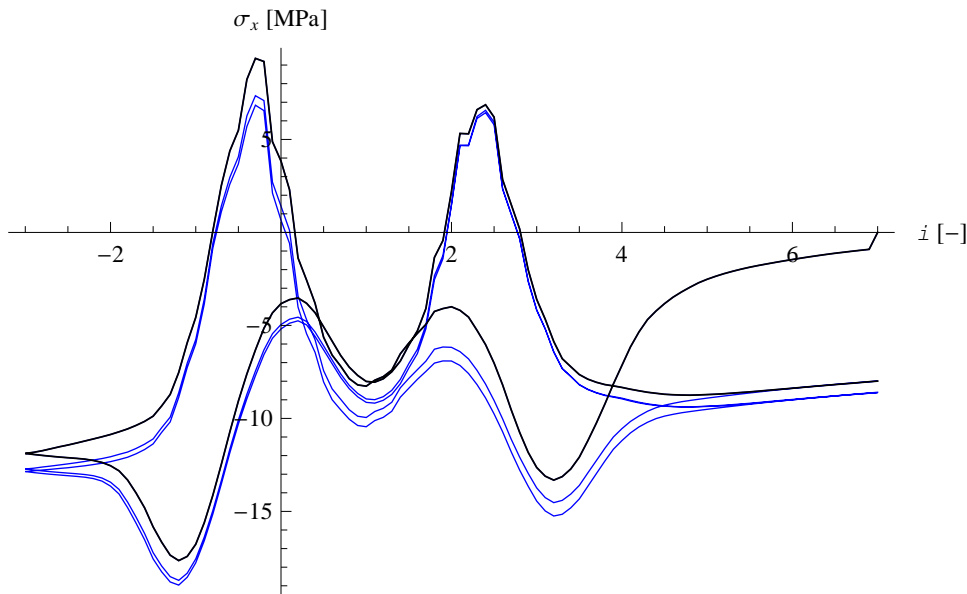
Rys. 6.92. Przeszczenie pionowe w kluczu powłoki – $\beta=0,6$; $p_{c0}=50,0$ kPa



Rys. 6.93. Przeszczenie pionowe w kluczu powłoki – $\beta=0,6$; $p_{c0}=55,0$ kPa



Rys. 6.94. Normalne naprężenie obwodowe na dolnej powierzchni powłoki w kluczu – $\beta=0,6$; $p_{c0}=50,0$ kPa



Rys. 6.95. Normalne naprężenie obwodowe na dolnej powierzchni powłoki w kluczu – $\beta=0,6$; $p_{c0}=55,0$ kPa

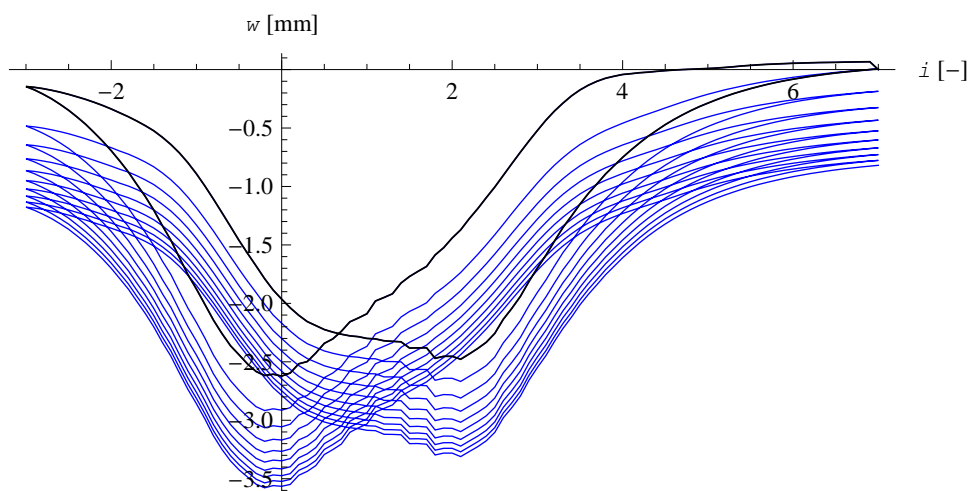
W przypadku przyjęcia $\beta=0,6$; co oznacza bardziej wyraźne zróżnicowanie zachowania zasyпки przy pierwszym i wtórnym obciążeniu, wyraźny staje się także efekt przyjęcia różnych wartości p_{c0} . Dla mniejszej z rozpatrywanych, sukcesywny przyrost osiadania konstrukcji w kluczu powłoki jest wyraźniej widoczny

6.4.3. Podsumowanie i analiza wyników

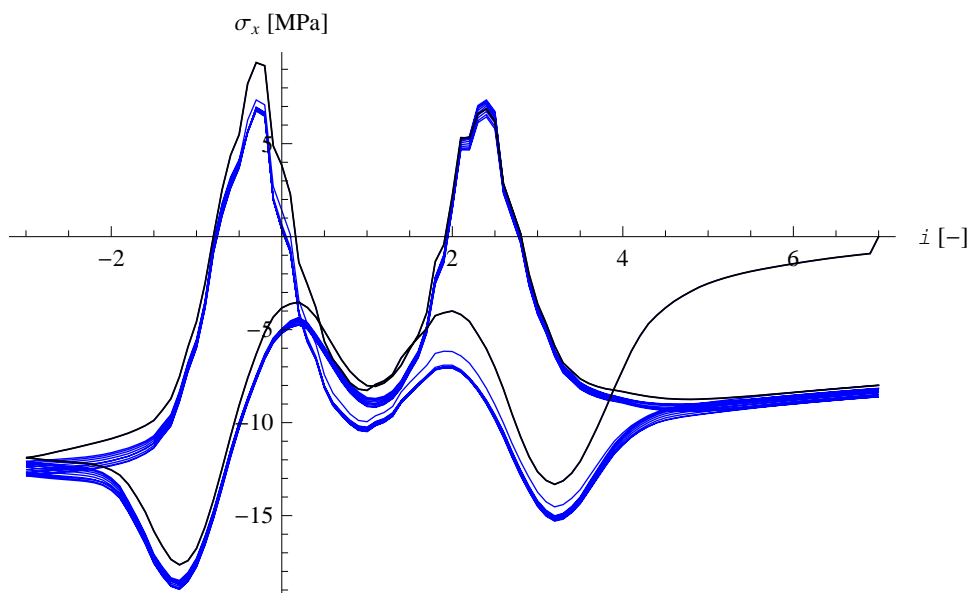
Analiza wybranych parametrów normowych prowadzi do wniosku, że w zakresie małych obciążeń rzędu setek kPa, występujących w konstrukcji, uzasadnione jest przyjęcie stałej wartości modułów odkształcenia dla gruntów takich jak piasek. Niemniej jednak, zróżnicowanie modułu pierwotnego i wtórnego prowadzi do odtworzenia w symulacjach efektu zauważonego na rzeczywistych obiektach. Efekt ten polega na powolnym przyroście osiadania w trakcie eksploatacji gruntowo-powłokowych obiektów mostowych, co potwierdzają wyniki doświadczalne [71] [103]. Jednocześnie, wartości naprężenia w kolejnych cyklach obciążenia nie wykazują dużych zmian [101].

Rozpatrzono także inne podejście, w którym przyjęto funkcję wzmocnienia w postaci potęgowej. Wówczas moduł odkształcenia zależy liniowo od ciśnienia prekonsolidacji p_c . W przeanalizowanym zakresie parametrów, odpowiadających materiałowi zasyпки, uzyskano wyniki, w których, podobnie jak w podejściu poprzednim, wartości naprężenia w kolejnych cyklach obciążenia nie wykazują dużych zmian – pozostają cykliczne, natomiast sukcesywny przyrost odkształcenia objętościowego w gruncie w kolejnych przejazdach uwidacznia się na wykresach przemieszczenia.

Wykres zaprezentowany poniżej (rys. 6.96) uzyskany dla $\beta=0,6$ i $p_{c0}=55,0$ w odróżnieniu od wykresu na rys. 6.93, przedstawia nie 3, ale 10 cykli obciążenia. Wykres ten wskazuje, że przyrastające generalnie ugięcie wykazuje tendencję stabilizowania się, tj. przyrosty ugięcia pozostające po kolejnych cyklach obciążenia sukcesywnie zmniejszają się. Jednocześnie względne wielkości maksymalnych ugięć w kolejnych przejazdach również maleją, natomiast naprężenia pozostają w zasadzie cykliczne (rys. 6.97). Potwierdza to sposób zachowania rzeczywistych obiektów w szerokiej skali czasu ich eksploatacji [18] [54] [82] [103] (por. 2.2.2).



Rys. 6.96. Przemieszczenie pionowe w kluczu powłoki podczas 10 cykli obciążenia – $\beta=0,6$; $p_{c0}=55,0$ kPa



Rys. 6.97. Normalne naprężenie obwodowe na dolnej powierzchni powłoki w kluczu podczas 10 cykli obciążenia – $\beta=0,6$; $p_{c0}=55,0$ kPa

6.5. Podsumowanie i wnioski

Symulacje zachowania obiektu z powłoką z blachy płaskiej przeprowadzono metodą objętości skończonych przy założeniu płaskiego stanu odkształcenia. W modelu numerycznym konstrukcji przyjęto jednostronny kontakt typu tarcowego i kilka modeli konstytutywnych zasypki, różniących się stopniem złożoności. Najważniejsze, bezpośrednie wnioski z przeprowadzonych analiz można sformułować następująco:

- dla modelu uproszczonego z zasypką liniowo sprężystą:
 - wykazano, że „efekt histerezy” wynika z tarcia i stowarzyszony jest z występowaniem poślizgów na granicy grunt-powłoka,
- dla modelu Coulomba-Mohra:
 - zrekonstruowano „efekt histerezy”, uzyskując dobrą zgodność wyników symulacji i badań [91] zarówno w sensie ilościowym jak i jakościowym, przy czym było to uwarunkowane potraktowaniem gruntu zasypowego jako ośrodka częściowo nasyconego wodą poprzez uwzględnienie pozornej kohezji,
 - uwzględnienie etapowego zasypywania powłoki (w fazie budowy obiektu) pozwoliło odtworzyć w modelu efekt wstępnego sprężenia powłoki. Wyniki symulacji są bardzo wrażliwe na założony sposób budowy obiektu,
- dla modelu z izotropowym wzmocnieniem typu odkształceniowego:
 - dzięki uwzględnieniu bardziej zbliżonego do rzeczywistego zachowania gruntu przy ścinaniu uzyskano dalszą poprawę zgodności wyników symulacji z eksperymentem, szczególnie w zakresie przemieszczeń – w aspekcie jakościowym,
- dla modelu „cap” ze wzmocnieniem gęstościowym:
 - zróżnicowanie modułu pierwotnego i wtórnego prowadziło do odtworzenia w symulacjach dodatkowych, poza histerezą, efektów:
 - przyrost generalnego ugięcia powłoki w kolejnych cyklach obciążenia,
 - przyrost ogólnej sztywności całej konstrukcji w kolejnych cyklach obciążenia.

Tego typu charakterystyki zachowania konstrukcji w szerokiej skali czasu zdiagnozowano wcześniej w badaniach *in situ* [18] [54] [82] [103]. W niniejszej pracy uzasadniono, że za zachowania te odpowiada ciągły proces zagęszczania gruntu, zachodzący podczas eksploatacji obiektu (por. [82]).

Rekapitulując, najistotniejsze, praktyczne wnioski z przeprowadzonych analiz są następujące:

- z punktu widzenia zastosowań inżynierskich, w modelowaniu zachowania tych obiektów należy koniecznie uwzględnić tarciovy model kontaktu grunt-powłoka,
- przyjęcie modelu liniowo sprężystego dla zasyпки pozwala z zadowalającym przybliżeniem szacować ugięcia,
- zastosowanie dla zasyпки modelu Coulomba-Mohra pozwala z dobrą dokładnością odtwarzać rzeczywiste zachowanie obiektów gruntowo-powłokowych pod warunkiem uwzględnienia pozornej kohezji, np. wg modelu Fredlunda [42] [118], ponadto:
 - pomimo uproszczenia zagadnienia do dwuwymiarowego (2D), w wynikach prezentowanych w tej pracy maksymalny względny błąd obliczeń (różnica między wynikiem badań i symulacji) nie przekracza kilkunastu procent,
- zastosowanie dla zasyпки modelu „cap” pozwoliło zrekonstruować nie tylko efekt histerezy, ale także kolejne cechy zachowania, które rzeczywiste konstrukcje wykazują w szerokiej skali czasu [18] [54] [82] [103].

7. Współpraca zasypki z powłoką z blachy falistej: modelowanie wieloskalowe

W poprzednim rozdziale analizowana była konstrukcja gruntowo-powłokowa z blachy płaskiej. Rozważany był dwuwymiarowy model konstrukcji przy założeniu płaskiego stanu odkształcenia. W przypadku konstrukcji gruntowo-powłokowych z blach falistych nawet przyjęcie dostatecznie dużej szerokości mostu i pasmowych obciążeń nie wystarcza do stwierdzenia, że stan deformacji i naprężenia jest płaski. W szczególności, ze względu na fale blachy, nawet układ geometryczny nie jest identyczny w różnych przekrojach. W związku z tym należy się spodziewać, że lokalnie przy powłoce stan naprężenia jest zaburzony „falistością” blachy i zmienny również w trzecim kierunku, prostopadłym do płaszczyzny przekroju podłużnego mostu. Dopiero wykorzystanie faktu, że powtarzające się fale blachy tworzą strukturę periodyczną, pozwala – przy wykorzystaniu techniki homogenizacji – na znaczne uproszczenie geometrii, w szczególności na „zredukowanie” zagadnienia do problemu dwuwymiarowego.

Symulacje numeryczne, prezentowane w dalszej części rozdziału, dotyczą mostu kolejowego w Świdnicy. Na obiekcie tym w 2014 r. przeprowadzono badania zachowania się konstrukcji pod obciążeniem ruchomym [87]. Charakterystykę analizowanego obiektu oraz wybrane wyniki badań, do których odniesiono wyniki symulacji, zaprezentowano w 2.2.1.3.

Przyjęta procedura symulacji jest dwuskalowa. Najpierw, na podstawie odpowiednio przeprowadzonych obliczeń w skali niejednorodności (fal blachy) zidentyfikowano „efektywny” model kontaktu i określono jego uśrednione parametry. Odpowiednie sztywności powłoki, konieczne do przeprowadzenia obliczeń określono na

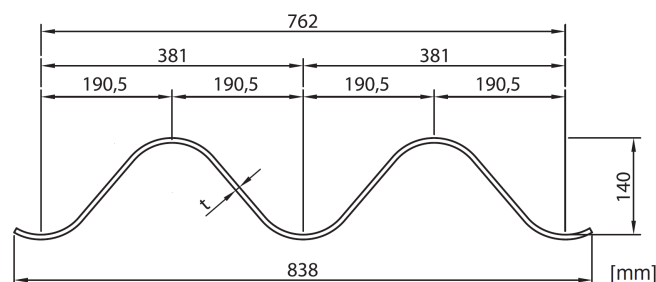
podstawie znanych wzorów [63]. W kolejnym etapie obliczenia przeprowadzono w drugiej skali, tj. w skali całej konstrukcji, zamieniając powłokę falistą na jej model belkowy i przyjmując zidentyfikowany wcześniej model kontaktu.

7.1. Wieloskalowa analiza współpracy zasypki z powłoką

7.1.1. Określenie parametrów zastępczych powłoki z blachy falistej

W płaskim modelu konstrukcji powłoka zastąpiona jest belką o zastępczych, efektywnych charakterystykach, a wszystkie oddziaływania są niezmiennie w kierunku prostopadłym do płaszczyzny zagadnienia. W takiej sytuacji, do obliczeń potrzebne są jedynie charakterystyki przekroju blachy, odniesione są do jej pasma o jednostkowej szerokości.

Parametry blachy falistej powłoki SuperCor, użytej do budowy obiektu w Świdnicy, przyjęto w niniejszej pracy na podstawie danych zawartych w katalogu producenta [175]. Dane te dla pojedynczej blachy (bez nakładki) przedstawiono poniżej na rys. 7.1 oraz w tabeli 7.1.



Rys. 7.1. Przekrój poprzeczny blachy SuperCor; grubość blachy $t=7,0$ mm; źródło [175]

Tabela 7.1.
Charakterystyki geometryczne blach; źródło [175]

Grubość blachy [mm]	Powierzchnia przekroju [mm^2/mm]	Moment bezwładności [mm^4/mm]	Wskaźnik wytrzymałości [mm^3/mm]
7,0	8,867	21 897,45	297,92

W przypadku konstrukcji powłoki złożonej z dwóch warstw blachy (z nakładką), w celu określenia momentu bezwładności wykorzystano wzór Steinera

$$I_{obl} = 2 \left(I + A \left(\frac{1}{2} h \right)^2 \right), \quad (7.1)$$

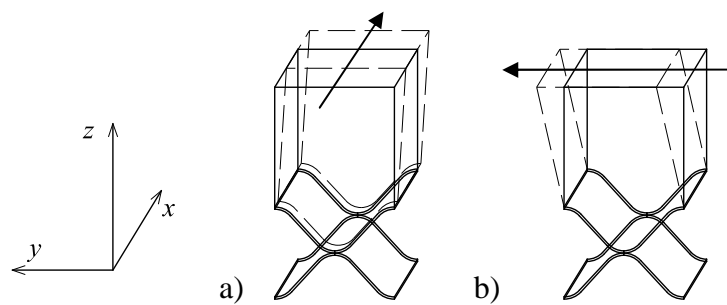
a pole przekroju, przyjęte dalej w obliczeniach

$$A_{obl} = 2A. \quad (7.2)$$

7.1.2. Określenie modelu zastępczego kontaktu grunt-powłoka falista

Podobnie jak sztywność blachy, również i zastępczy kontakt jest anizotropowy. Na kierunku wzdłuż fali możliwy jest, bowiem, „jednorodny” poślizg – bez znacznych deformacji zarówno blachy jak i ośrodka gruntowego. W kierunku prostopadłym, natomiast, poślizg taki wydają się być niemożliwy (zob. rys. 7.2).

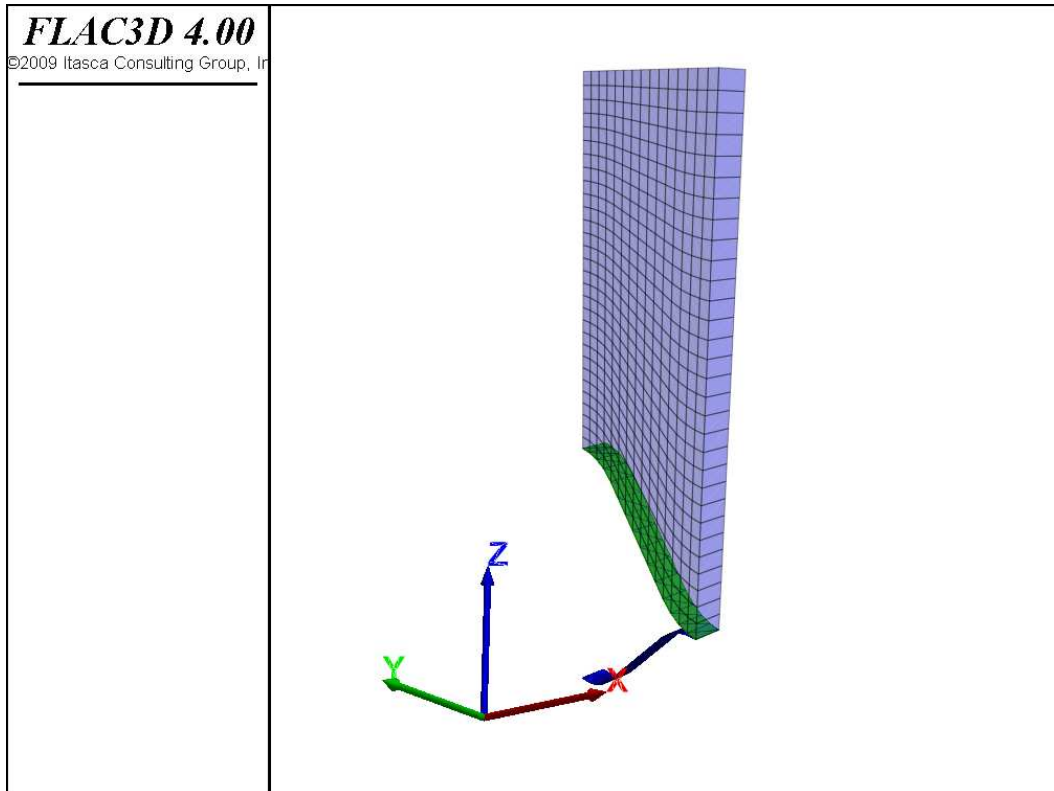
W celu określenia efektywnych parametrów strefy kontaktu przeprowadzono numeryczny test ścinania kompozytowego układu, złożonego z wycinka blachy (powłoki), gruntu oraz strefy kontaktowej. Jako obszar zadania przyjęto periodyczne (powtarzalne) pasmo blachy wraz z przylegającym do niej gruntem, a test przeprowadzono przy różnych wartościach średniego naprężenia normalnego. Schemat testu przy ścinaniu w kierunkach „wzdłuż” i „w poprzek” fali pokazano na rysunku poniżej.



Rys. 7.2. Schemat testu ścinania na kontakcie grunt-powłoka falista:
a) „wzdłuż” fali – w płaszczyźnie xz , b) „w poprzek” fali – w płaszczyźnie yz

7.1.2.1. Test ścinania wzdłuż fali

Zagadnienie sformułowano i rozwiązano numerycznie z użyciem oprogramowania *Itasca Flac3D* w wersji 4.0 [173]. Model obliczeniowy zagadnienia w postaci siatki objętości skończonych oraz elementów tworzących powłokę pokazano na rysunku 7.3.



Rys. 7.3. Geometria zadania z podziałem na objętości skończone oraz elementami powłokowymi

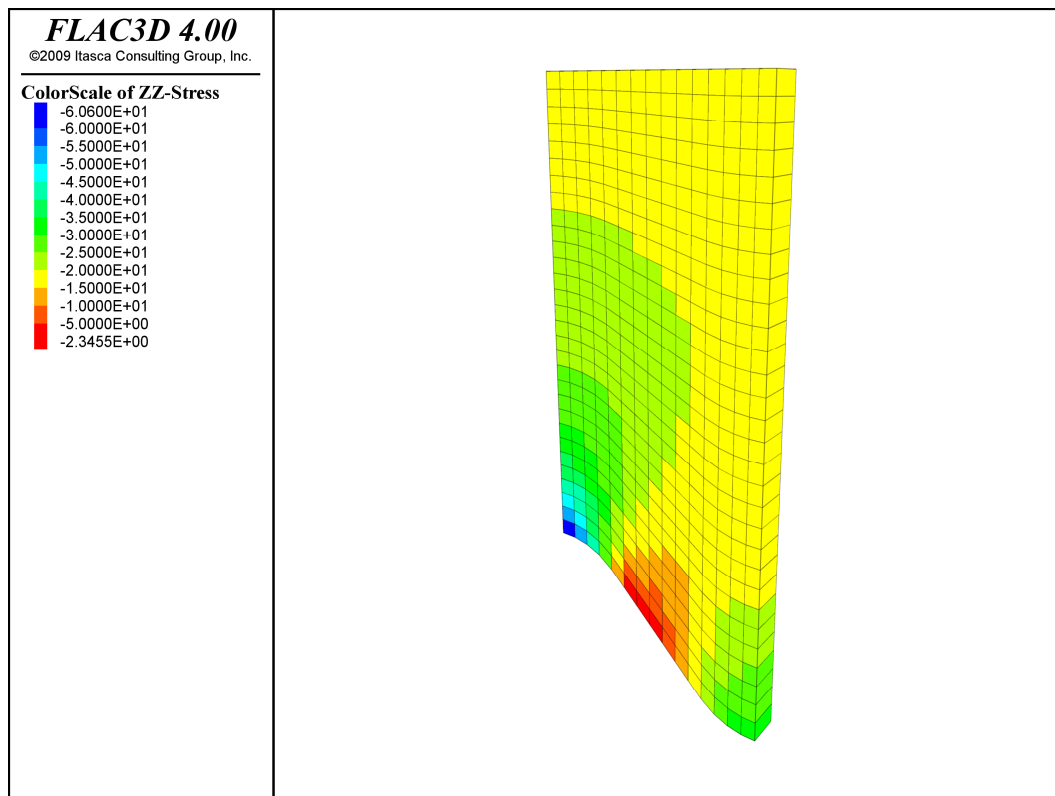
Rozważany w zagadnieniu obszar stanowi wyodrębniony płaszczyznami symetrii, powtarzalny fragment blachy wraz z przylegającym do niej gruntem. Innymi słowy, z tego typu identycznych elementów, złączonych ze sobą można utworzyć dowolnie duży fragment blachy falistej (z przylegającą warstwą gruntu). Model obejmuje warstwę gruntu o minimalnej miąższości równej długości fali blachy. Tym samym założono, że lokalne zaburzenie stanu naprężenia i przemieszczenia przy karbach blachy ograniczone jest do warstwy gruntu o miąższości 0,381 m. Założono, podobnie jak w analizach we wcześniejszym rozdziale, że naprężenie ścinające w interface'ie ograniczone jest warunkiem Coulomba (4.67), a kąt tarcia gruntu o płaską stalową powłokę wynosi $2/3$ kąta tarcia wewnętrznego gruntu. Zachowanie mechaniczne gruntu opisuje przy tym model Coulomba-Mohra. Parametry gruntu odpowiadają zagęszczonemu piaskowi grubemu, a ich wartości przyjęto jak w poprzednim rozdziale (zob. rozdz. 6.2), uwzględniając także pozorną kohezję.

Powłoka jest zamocowana na krawędziach w płaszczyznach ograniczających powtarzalny (periodyczny) wycinek powłoki: na krawędziach w płaszczyźnie yz zablokowano możliwość przemieszczenia w kierunku x oraz obroty względem osi y i z , a na krawędziach w płaszczyźnie xz przemieszczenie y oraz obrót względem osi x i z . Warunki brzegowe dla obszaru gruntu są następujące: zablokowany kierunek

przemieszczenia y na bocznych ścianach, obciążenie pionowe o ustalonej wartości oraz stała prędkość przemieszczenia w kierunku x na górnej powierzchni, natomiast na przedniej i tylnej powierzchni (o normalnej na kierunku osi y) przyjęto warunek okresowości wektora przemieszczenia.

Procedura obliczeń

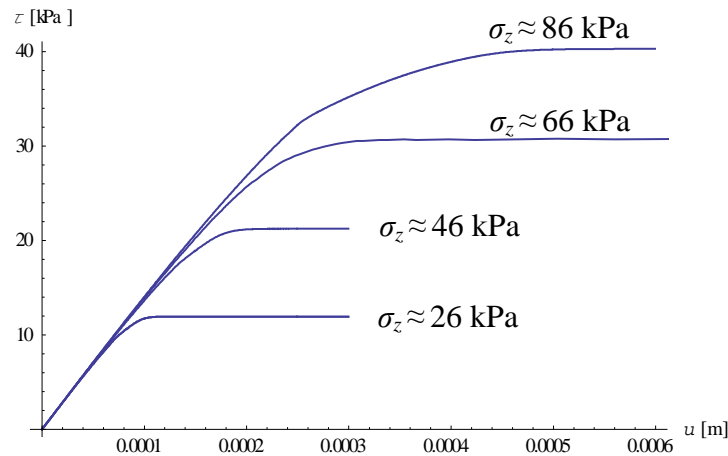
W początkowym stadium testu na górnej powierzchni gruntu zadano obciążenie pionowe. Obciążenie to zrealizowano w sposób statyczny, tzn. narastało wolno od zera do wartości docelowej tak, aby ograniczyć błąd numeryczny związany z nagłym, skokowym obciążeniem. Przykładowy rozkład naprężenia pionowego dla obciążenia pionowego, odpowiadającego ciężarowi gruntu w kluczu obiektu w Świdnicy przedstawiono na rys. 7.4.



Rys. 7.4. Rozkład naprężenia normalnego na kierunku pionowym (σ_{zz}) po zadaniu obciążenia pionowego

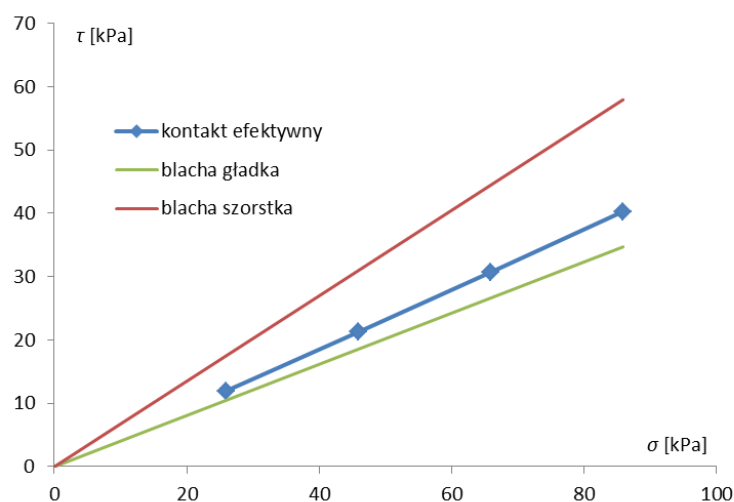
W kolejnym etapie testu wymuszone zostało ścinanie poprzez zadanie stałej prędkości przemieszczenia poziomego na górnej powierzchni gruntu. Podczas tego procesu „rejestrowano” poziomą reakcję, stanowiącą opór gruntu. Dzięki temu możliwe było wykreślenie charakterystyk ścinania kompozytowego układu grunt-błacha. Charakterystyki te dla różnych wartości obciążenia pionowego zaprezentowano na rys. 7.5. Najniższa z rozpatrywanych wartości odpowiada oddziaływaniu ciężaru gruntu

na powłokę w kluczu. Kolejne trzy analizowane wielkości naprężenia wynikają z sukcesywnego zwiększania obciążenia o 20 kPa.



Rys. 7.5. Charakterystyki ścinania układu grunt-błacha na kierunku „wzdłuż” fałdowania przy różnych wartościach obciążenia pionowego

Zestawienie wartości maksymalnego oporu gruntu z odpowiadającą mu wielkością pionowego obciążenia pozwala na utworzenie obwiedni, będącej graficznym przedstawieniem efektywnego kryterium wytrzymałości zastępczego kontaktu grunt-powłoka. Wykres taki zaprezentowano na rysunku 7.6. Dla porównania przedstawiono także liniowy warunek Coulomba (4.67), przyjmowany w poprzednim rozdziale dla gładkiej blachy płaskiej, tj. ze zredukowanym do 2/3 kątem tarcia a także dla kontaktu „szorstkiego”, tzn. dla kąta tarcia w strefie kontaktowej, równego kątowi tarcia wewnętrznego zasypki.



Rys. 7.6. Efektywne kryterium wytrzymałości kontaktu przy ścinaniu „wzdłuż” fali

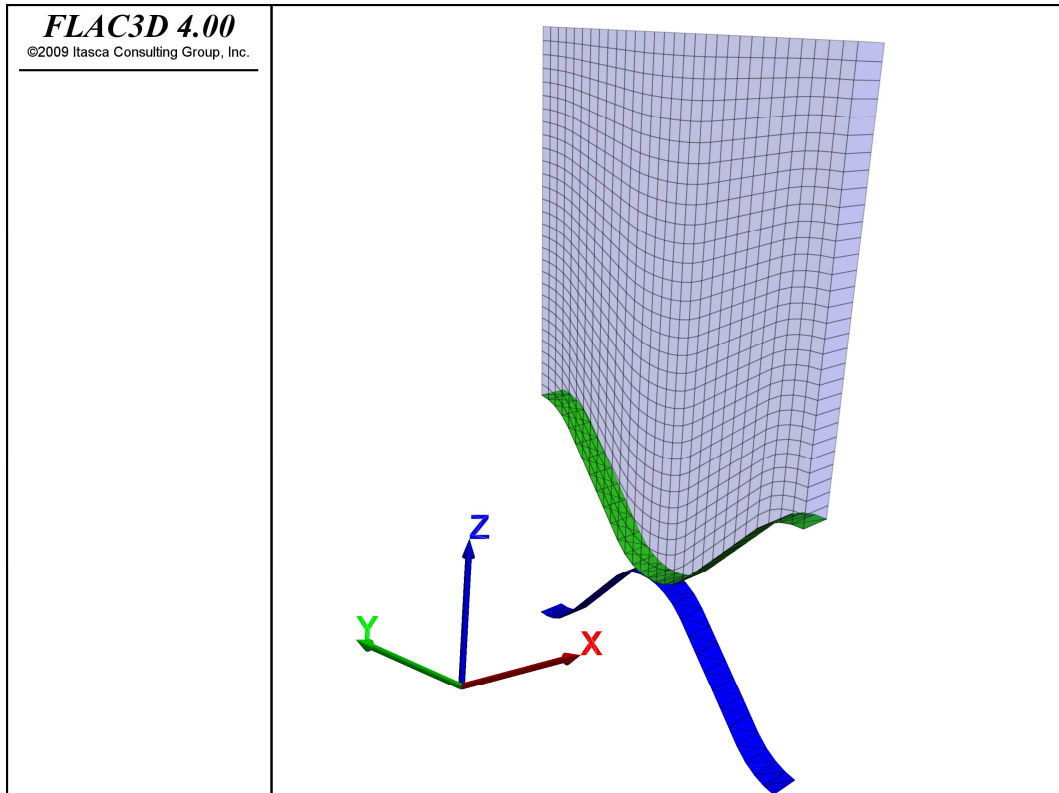
Uzyskane wyniki wskazują, że zastępcza, efektywna wytrzymałość kontaktu na ścinanie może być opisana warunkiem Coulomba, jednak należy przyjąć wyższy niż

w przypadku blachy płaskiej efektywny kąt tarcia gruntu o powłokę. Jest to związane z występowaniem koncentratora normalnego naprężenia w skrajnych punktach fali (por. rys. 7.4). Mimo zredukowanego kąta tarcia w strefie kontaktu, możliwość poślizgu w miejscach koncentracji naprężenia normalnego jest ograniczona względem przypadku blachy płaskiej. W rezultacie podczas ścinania gruntu względem powłoki, występuje przy jej powierzchni niejednorodny stan naprężenia i odkształcenia, ponadto lokalnie, zanim strefa kontaktowa ulegnie całkowitemu uplastycznieniu, musi zostać pokonany również opór odkształcenia samego gruntu.

Ostatecznie, określone metodą najlepszego dopasowania parametry efektywne kontaktu wynoszą: kąt tarcia gruntu o powłokę $\phi=25,3^\circ$ oraz adhezja $a=-0,4\approx 0$ kPa. Przeprowadzone rozważania wykazały, że o ile naprężenia styczne na kontakcie grunt-błacha płaska ogranicza warunek Coulomba, to na kontakcie grunt-błacha falista przy ścinaniu w płaszczyźnie karbów można zastosować warunek podobny, przyjmując nieco wyższy kąt tarcia. Charakterystyka plastycznego zachowania strefy kontaktowej gruntu i blachy falistej w takim wypadku tylko nieznacznie różni się od przyjmowanej wcześniej dla blachy płaskiej. Dla blachy falistej charakterystyka ta wykazuje cechy „łagodnego” przejścia między zachowaniem sprężystym, a poślizgiem (por. rys. 7.5), podczas gdy dla blachy płaskiej zakładano charakterystykę dwuliniową (sprężysto-idealnie plastyczną) z „nagłym” przejściem od stanu sprężystego do poślizgu.

7.1.2.2. Test ścinania w poprzek fali

Test ścinania w poprzek fali przeprowadzono w sposób analogiczny do przedstawionego wyżej. Model obliczeniowy zagadnienia w postaci siatki objętości skończonych pokazano na rys. 7.7.

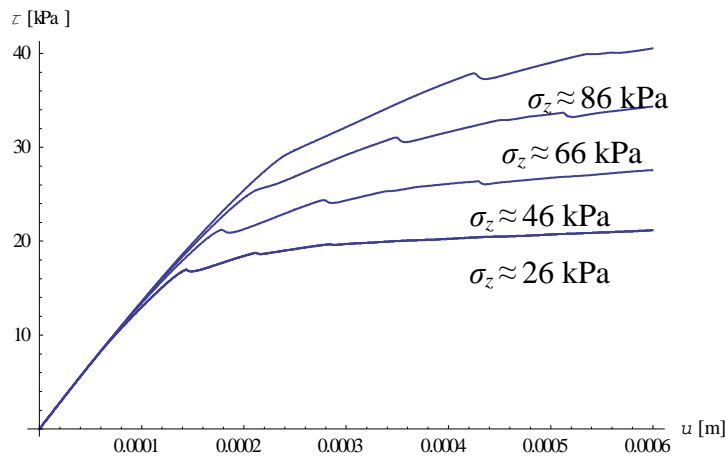


Rys. 7.7. Geometria zadania z podziałem na objętości skończone oraz elementami powłokowymi

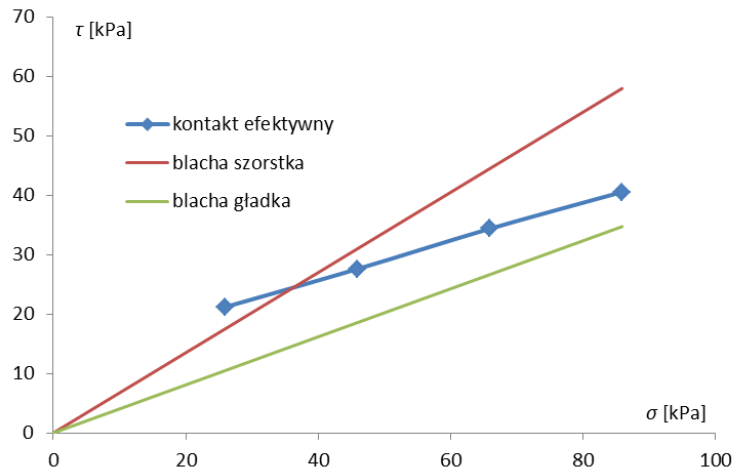
Test przeprowadzono przy identycznych jak w 7.1.2.1 założeniach i stosując w zasadzie tę samą procedurę. Różnice polegają na przyjęciu innych warunków brzegowych, a także zmienionej geometrii zadania, która obejmuje całą komórkę periodyczności.

Powłoka jest zamocowana na krawędziach w następujący sposób: na krawędziach w płaszczyźnie yz zablokowano możliwość przemieszczenia w kierunku x oraz obroty względem osi y i z , a na krawędziach w płaszczyźnie xz przemieszczenie y oraz obrót względem osi x i z . Warunki brzegowe dla obszaru gruntu przyjęto następująco: zablokowany kierunek przemieszczenia x na ścianach z przodu i z tyłu, obciążenie pionowe o ustalonej wartości oraz stała prędkość przemieszczenia w kierunku y na górnej powierzchni, natomiast na powierzchniach bocznych (o normalnej na kierunku osi y) warunek periodyczności wektora przemieszczenia.

Charakterystyki ścinania układu grunt-błacha w opisanych wyżej warunkach testowych zaprezentowano na rys. 7.8, a efektywne kryterium poślizgu na rys. 7.9.



Rys. 7.8. Charakterystyki ścinania układu grunt-błacha na kierunku „w poprzek” fałdowania przy różnych wartościach obciążenia pionowego



Rys. 7.9. Efektywne kryterium wytrzymałości kontaktu przy ścinaniu „w poprzek” fali

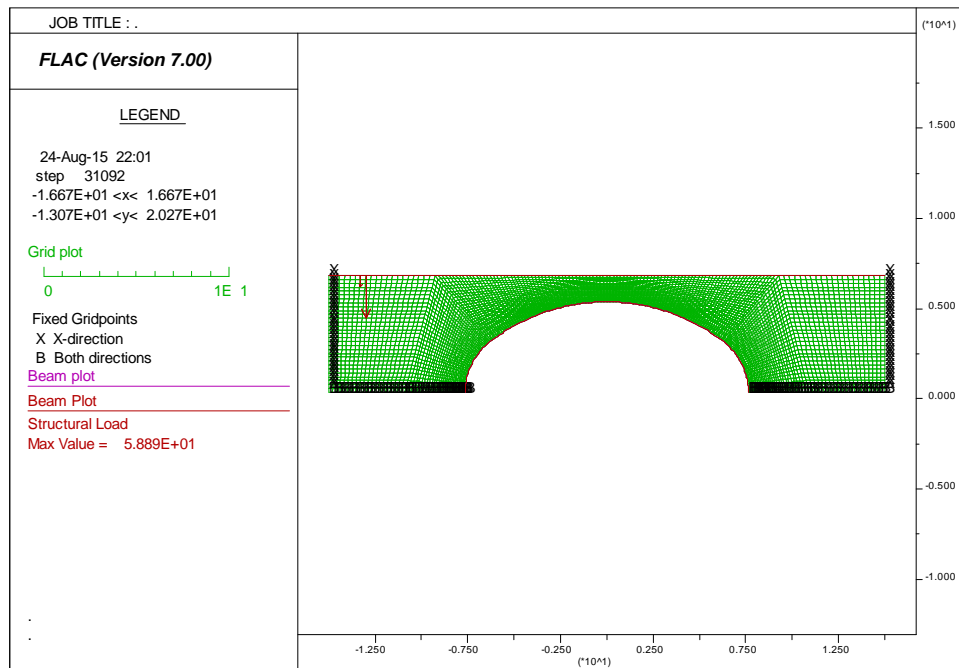
Charakterystyka plastycznego zachowania strefy kontaktowej gruntu i blachy falistej wykazuje w rozważanym przypadku cechy plastyczności ze wzmocnieniem. Przeprowadzone testy wykazały, że na kontakcie grunt-błacha falista przy ścinaniu w płaszczyźnie w poprzek korbów można zastosować liniowy warunek Coulomba, ograniczający wartości naprężeń stycznych. Należy jednak przyjąć pewną dodatnią wartość adhezji, a także zredukowaną wartość kąta tarcia. Określone metodą najlepszego dopasowania parametry efektywne kontaktu przy ścinaniu w poprzek fałdów blachy wynoszą: kąt tarcia gruntu o powłokę $\phi=18,0^\circ$ oraz adhezja $a=12,8$ kPa.

7.1.3. Symulacje numeryczne 2D z parametrami zastępczymi

Symulacje zachowania mostu pod obciążeniem ruchomym przeprowadzono w sposób analogiczny do przedstawionego w rozdziale 6 z tą różnicą, że dla kontaktu

przyjęto parametry efektywne określone w 7.1.2.1. Przyjęto model Coulomba-Mohra zasyпки z pozorną kohezją.

Płaski model obliczeniowy w postaci siatki różnic skończonych odzwierciedla geometrię mostu w Świdnicy. Siatkę metody różnic skończonych wraz z warunkami brzegowymi przy początkowym położeniu ciężarówki $x=-15,0$ m przedstawiono na rys. 7.10.



Rys. 7.10. Model numeryczny mostu – siatka objętości skończonych oraz warunki brzegowe przy początkowym położeniu lokomotywy $x=-15,0$ m

Stalową powłokę, a także model nawierzchni tworzą elementy belkowe (typu *beam*). Powłoka została połączona z zasypką poprzez liniowe, tzn. zerowej grubości elementy kontaktowe (ang. *interface*).

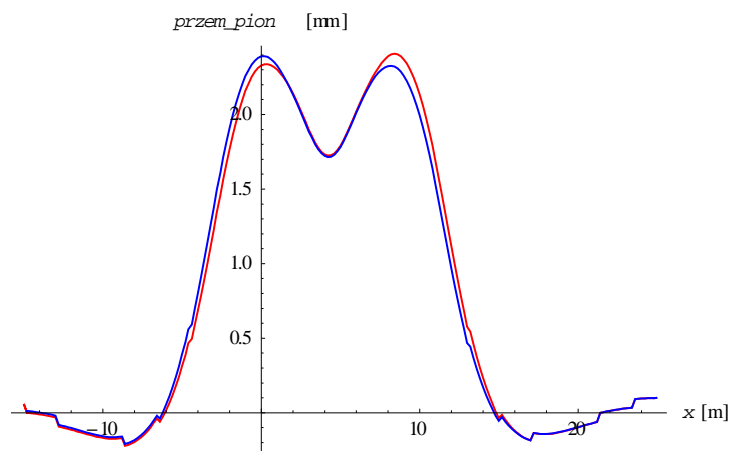
W pierwszym etapie obliczeń zostało rozwiązane zadanie, w którym jedynym obciążeniem jest ciężar własny konstrukcji – zasyпки oraz powłoki i posadowienia. Następnie zadano na brzegu obciążenie od pojazdu w położeniu początkowym $x=-15,0$ m. Przyjęto, że obciążenie od każdej z osi lokomotywy jest rozłożone na szerokości toru, tj. na odległości, równej 2,6 m. Obliczeniowa wartość siły dla każdej z osi jest taka sama i wynosi $P=74,2$ kN.

Wyznaczony na drodze rozwiązania zagadnienia brzegowego stan przemieszczenia i naprężenia, odpowiadający sytuacji z rys. 7.10, posłużył za stan odniesienia odpowiadający chwili rozpoczęcia pomiarów. Na etapie symulacji badania [87] lokomotywa była przemieszczana w sposób „przyrostowy”, tzn. przesuwana

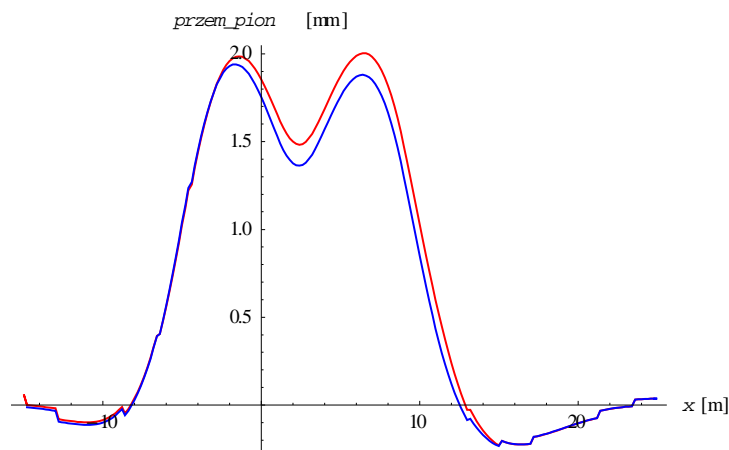
o pewien mały dystans i zagadnienie było ponownie rozwiązywane. Dystans pomiędzy kolejnymi ustawieniami wynosił 0,2 m. Przejazd pomiędzy skrajnymi położeniami $x=-15,0$ m i $x=25,0$ m był, zatem, zrealizowany poprzez dwieście kolejnych ustawień.

7.1.3.1. Wyniki obliczeń

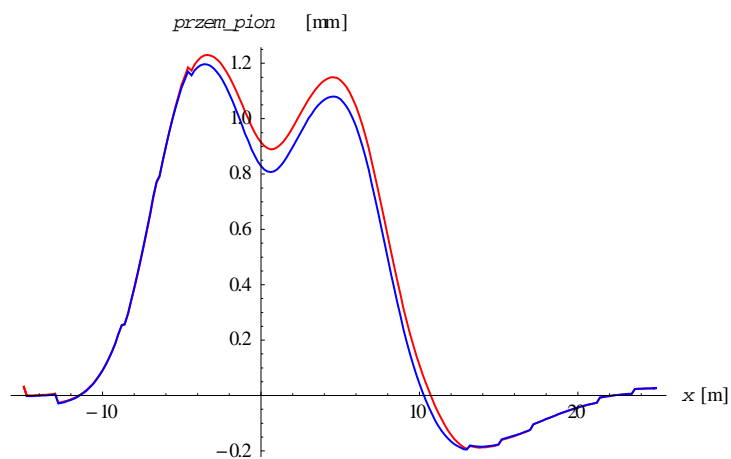
Wyniki w postaci wykresów przemieszczenia powłoki w drugim cyklu obciążenia, co odpowiada schematowi S2 w oryginalnym badaniu, przedstawiono na rysunkach 7.11–7.22. Linie czerwone odpowiadają przejazdowi pierwotnemu „w przód”, natomiast niebieskie przejazdowi powrotnemu, zamykającemu pojedynczy cykl obciążenia.



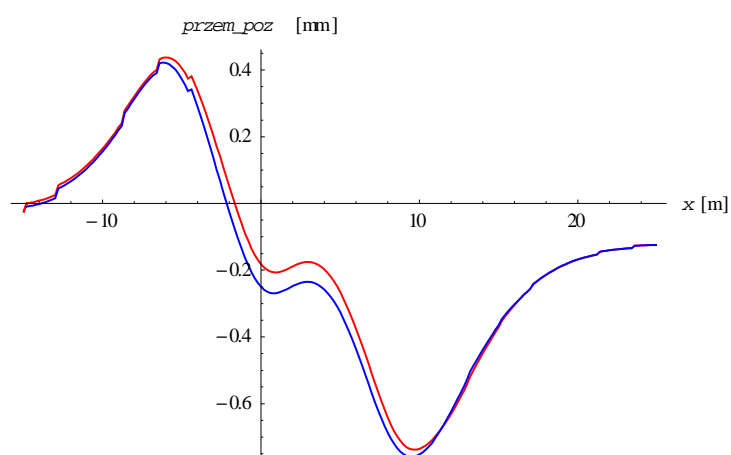
Rys. 7.11. Przemieszczenie pionowe w kluczu powłoki (4V)



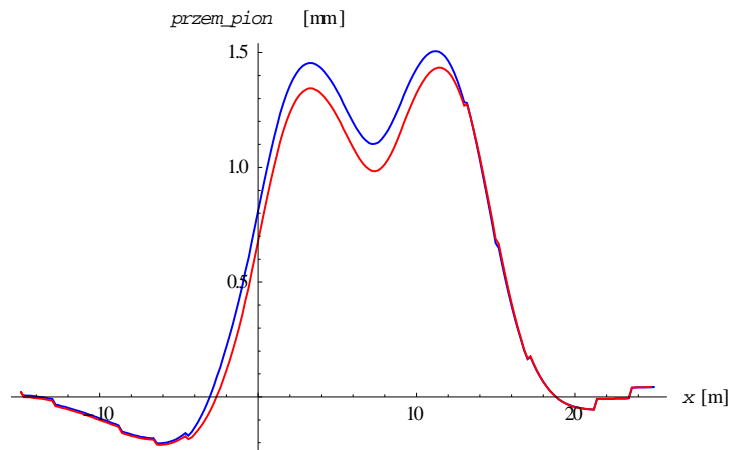
Rys. 7.12. Przemieszczenia pionowe punktu 3 (3V)



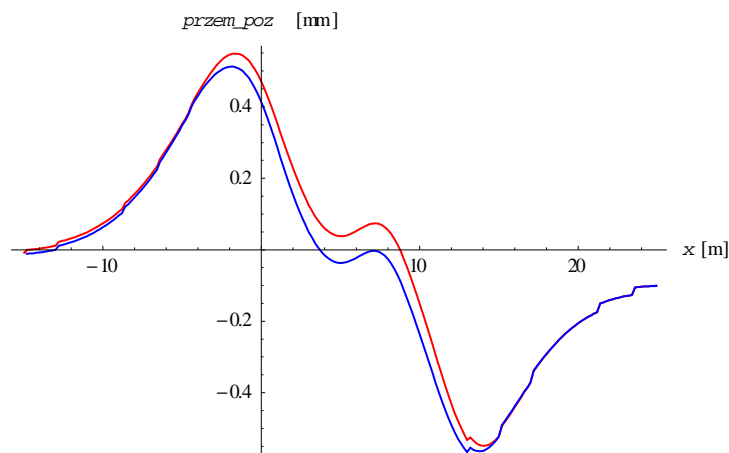
Rys. 7.13. Przemieszczenia pionowe punktu 2 (2V)



Rys. 7.14. Przemieszczenia poziome punktu 2 (2H)



Rys. 7.15. Przemieszczenia pionowe punktu 5 (5V)



Rys. 7.16. Przemieszczenia poziome punktu 5 (5H)

7.1.4. Analiza wyników

W zakresie przemieszczenia pionowego potwierdzono w sposób obliczeniowy wszystkie spostrzeżenia wymienione w 7.1.3. Ilościowo uzyskane wyniki symulacji pozostają zgodne z wynikami badań *in situ*. Maksymalne wartości ugięć są nieznacznie niedoszacowane w modelu. Szczegółowe porównanie wartości przedstawia tabela 7.2.

Tabela 7.2.
Porównanie maksymalnego ugięcia uzyskanego w symulacji i z pomiarów [87]

	Numer punktu pomiarowego <i>j</i>			
	2	3	4	5
<i>jV</i> [mm] (wynik symulacji)	1,2	2,2	2,8	1,8
<i>jV</i> [mm] (wynik pomiarów <i>in situ</i>)	1,2	2,0	2,4	1,5

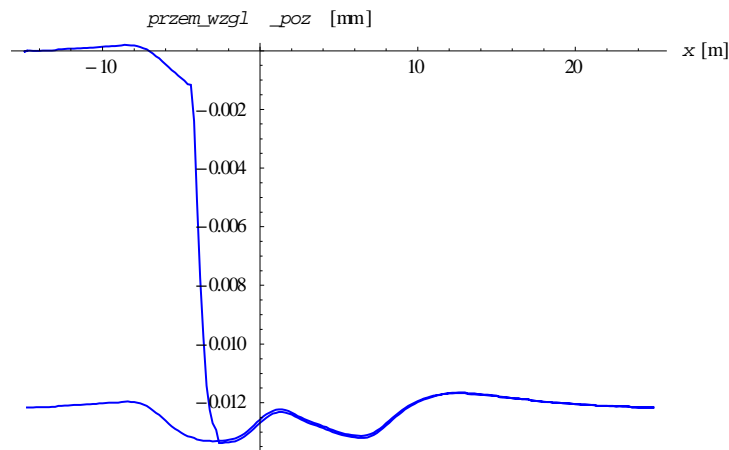
Wyniki symulacji wykazują bardziej wyraźne niż wynikające z pomiarów maksimum wypiętrzenia powłoki podczas najazdu lokomotywy zarówno w przejeździe pierwotnym jak i wtórnym. Niedoszacowane są w obliczeniach lokalne minima ugięć

w momencie, w którym wózki lokomotywy znajdują się symetrycznie po obu stronach punktu pomiarowego. Jednak ogólnie zgodność wyników jest dobra. Odtworzono w modelu numerycznym charakterystyczne cechy zachowania obiektu [87] (por. 2.2.1.3).

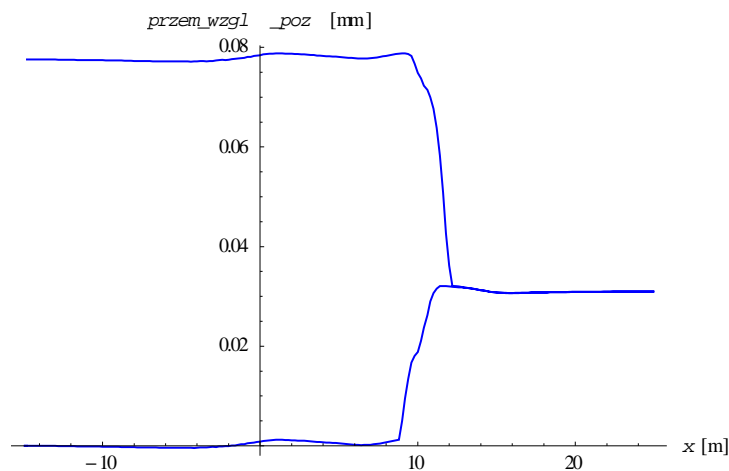
Nie tak dobrą zgodność wykazują wyniki pomiarów przemieszczeń poziomych. Wyniki pomiarów wykazały, że podczas najazdu lokomotywy w przejeździe „w przód” przemieszczenie poziome zaczyna przyrastać dopiero w momencie, gdy przedni wózek lokomotywy znajduje mniej więcej nad kluczem powłoki i przemieszczenie to nie zmienia znaku nawet po zjechaniu z konstrukcji. W wynikach symulacji, natomiast, przemieszczenie to rośnie od początku najazdu i zmienia znak po tym jak przedni wózek mija punkt pomiarowy. Wprawdzie maksymalne wartości przemieszczenia poziomego są zgodne z wynikami badań, to trudno mówić o dobrej zgodności ilościowej wyników obliczeń i pomiarów. W symulacjach występują, bowiem, przemieszczenia przeciwnego znaku (w lewo) w sytuacji, gdy lokomotywa znajduje się po prawej stronie obiektu. Pomiary *in situ* nie wykazały takiej zależności. Powłoka w całości przemieszcza się w prawo i przemieszczenie takie pozostaje po przejeździe w przód (pierwotnym). Ponadto, uzyskane w obliczeniach pętle nie wykazują charakterystycznego ich przesunięcia w całości w żadnym z kierunków, co opisano w 2.2.1.3.

7.1.4.1. Względne przemieszczenia w strefie kontaktowej

Poniżej przedstawiono dodatkową analizę, trudną do przeprowadzenia w sposób doświadczalny, a możliwą do zrealizowania w modelu numerycznym, a dotyczącą poślizgów w strefie kontaktowej. Na rys. 7.17 oraz 7.18 zaprezentowano wykresy względnego przemieszczenia gruntu i powłoki w punktach 2 i 5. Podobnie jak na innych wykresach, oś pozioma odpowiada rzędnej ustawienia lokomotywy x wzdłuż kierunku jej ruchu. Wartości dodatnie na wykresach tych oznaczają przemieszczenie gruntu w prawo względem powłoki. Na początku cyklu obciążenia przyjęto wartość 0.



Rys. 7.17. Względne przemieszczenie poziome gruntu względem powłoki w punkcie 2



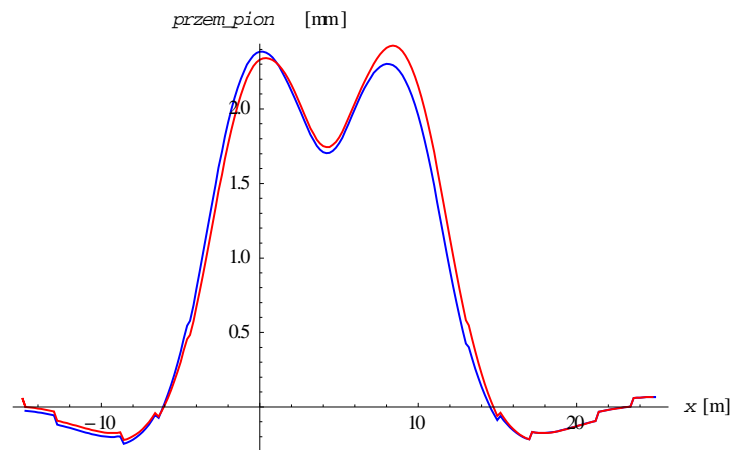
Rys. 7.18. Względne przemieszczenie poziome gruntu względem powłoki w punkcie 5

Z analizy powyższych wykresów wynika, że zasadniczy poślizg, skutkujący pozostającą wartością względnego przemieszczenia można traktować jako zjawisko zachodzące w sposób „skokowy” i występujące zasadniczo raz (punkt 2) lub dwukrotnie (punkt 5) podczas jednego cyklu obciążenia. Przyrost wzajemnego przemieszczenia następuje w chwili najazdu pierwszego wózka na punkt pomiarowy, co stwierdzono w obydwu punktach 2 i 5. W punkcie 5 stwierdzono dodatkowo przyrost wzajemnego przemieszczenia także przy zjeździe drugiego wózka lokomotywy z obiektu. Znak tych przyrostów (kierunek względnego przemieszczenia) jest ten sam przy przejeździe w jedną i w drugą stronę. W punkcie 2 (z lewej strony obiektu) grunt „ślizga się” po powłoce w lewo, dla punktu 5 sytuacja jest odwrotna. Wartości tych względnych przemieszczeń są niewielkie, rzędu setnych części milimetra.

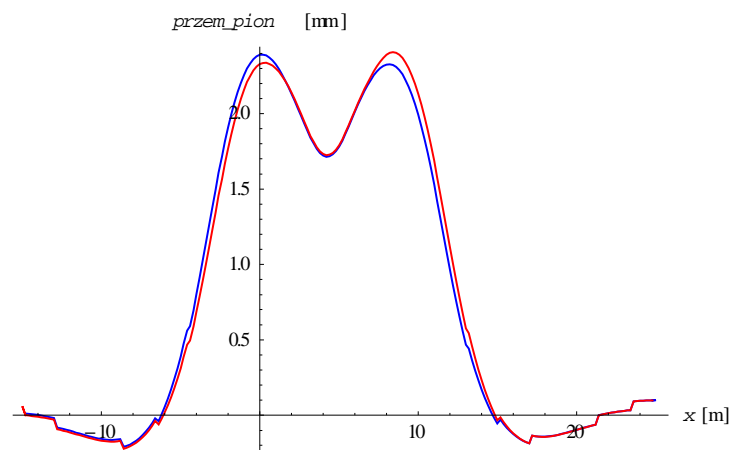
Takie zachowanie strefy kontaktowej świadczy o „dostosowywaniu się” konstrukcji do obciążeń. Prawdopodobnie przebieg tych względnych przemieszczeń mógłby być inny, gdyby uwzględnione zostały etapy budowy.

7.1.4.2. Wrażliwość rozwiązania na kąt tarcia w interface'ie

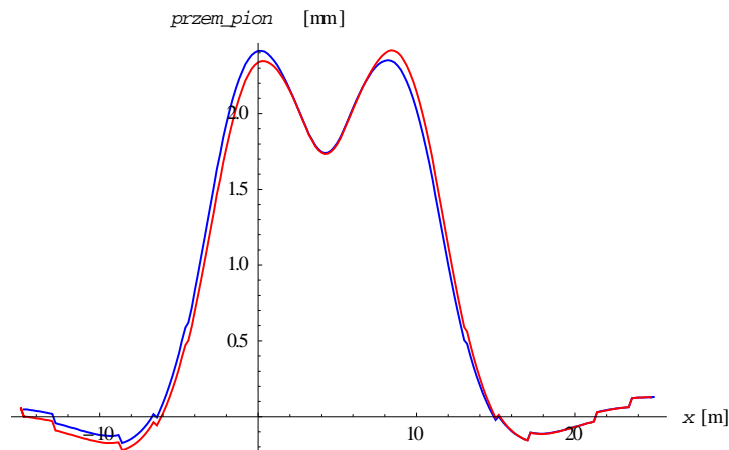
W celu weryfikacji sposobu określania zastępczych parametrów kontaktu zaproponowanego w 7.2.2.1 przeprowadzono analizę wrażliwości rozwiązania na kąt tarcia w strefie kontaktowej grunt-powłoka. Poniżej pokazano sekwencję wyników w zakresie ugięcia powłoki w kluczu dla sekwencji wartości kąta tarcia $\phi=22,0^\circ$ $\phi=25,3^\circ$ oraz $\phi=28,6^\circ$. Pierwsza z wymienionych wartości odpowiada tej, przyjmowanej dla blachy płaskiej.



Rys. 7.19. Przeszczenie pionowe w kluczu powłoki (4V) – kąt tarcia dla interface'u $\phi=22,0^\circ$



Rys. 7.20. Przeszczenie pionowe w kluczu powłoki (4V) – kąt tarcia dla interface'u $\phi=25,3^\circ$



Rys. 7.21. Przesunięcie pionowe w kluczu powłoki (4V) – kąt tarcia dla interface'u $\phi=28,6^\circ$

Porównanie powyższych wyników prowadzi do stwierdzenia, że pod względem ilościowym wykresy niemal nie różnią się. Natomiast zastosowanie najniższej z rozważanych wartości kąta tarcia skutkuje przeciwnym niż w wynikach badań znakiem ugięcia pozostającego po całym cyklu obciążenia wynikami pomiarów. Spostrzeżenie to sugeruje potwierdzenie zasadności przyjęcia efektywnego kąta tarcia dla kontaktu większego od 22° .

7.2. Podsumowanie

Symulacje zachowania się konstrukcji z powłoką z blachy falistej pod działaniem obciążenia o zmiennym położeniu przeprowadzono przy założeniu jednostronnego kontaktu powłoka-zasyпка oraz modelu Coulomba-Mohra dla gruntu. Uwzględniono przy tym obecność wody w porach gruntu poprzez przyjęcie niezerowej wartości pozornej kohezji. Modelowanie przeprowadzono dwuskalowo. W pierwszym etapie (skala „mikro”) rozwiązano odpowiednio sformułowane zagadnienie brzegowo-początkowe dla powtarzalnego periodycznie wydzielonego fragmentu blachy falistej wraz z gruntem. Pozwoliło to stwierdzić, że

- efektywny model kontaktu grunt-błacha falista jest anizotropowy,
- wartości naprężeń ścinających w interface'ie ogranicza warunek Coulomba z odpowiednimi parametrami efektywnymi.

W drugim etapie analizy (skala zastosowań inżynierskich – „makro”) przeprowadzono symulacje zachowania konstrukcji gruntowo-powłokowej pod obciążeniem ruchomym. Zastosowanie techniki modelowania wieloskalowego pozwoliło znacznie uprościć geometrię powłoki, natomiast „informacje”, uzyskane

w skali mikro „przeniesiono” do skali konstrukcji („makro”), poprzez uwzględnienie odpowiedniej sztywności powłoki i określonych wcześniej parametrów efektywnych strefy kontaktu.

Wyniki obliczeń, podobnie jak dla obiektu z powłoką z blachy płaskiej, wykazały występowanie pętli histerezy na uzyskanych wykresach. Dotyczy to zarówno przemieszczeń pionowych jak i poziomych. Uzyskane przemieszczenia, co do wartości maksymalnych, pozostają w zgodzie z wynikami pomiarów.

8. Optymalizacja kształtu konstrukcji gruntowo-powłokowych

Optymalizacja kształtu oraz topologii konstrukcji budowlanych jest ważnym i aktualnym tematem badawczym, np. [20] [75]. Badacze, zajmujący się tą problematyką, wykorzystują szeroką gamę metod optymalizacji, m. in. ewolucyjny algorytm ESO (ang. *evolutionary structural optimisation*) [162]–[164], oraz ulepszoną wersję tej metody BESO (*bi-directional ESO*) [166], metodę rzutowania geometrii (oryg. ang. *geometry projection method*) [114] [115], algorytmy genetyczne [51] [116] [126] [127], czy metodę symulowanego wyżarzania (ang. *simulated annealing*) [136]–[138].

W przeważającej części prac, poświęconych optymalizacji topologii konstrukcji mostowych, m.in. [114] [127] [162] stosuje się następujące, zasadnicze założenie: konstrukcja zbudowana jest z jednorodnego materiału oraz musi przenieść zdefiniowane obciążenie przy zachowaniu pewnych ograniczeń dotyczących topologii. W odniesieniu do konstrukcji gruntowo-powłokowych, w których kluczową rolę w przenoszeniu obciążeń odgrywa współpraca powłoki z zasypką, wspomniane podejście nie ma uzasadnienia.

Literatura w zakresie optymalizacji konstrukcji gruntowo-powłokowych jest ograniczona. W kilku pracach przedstawiono analizy parametryczne wpływu wybranych parametrów projektowych, w tym promienia krzywizny w narożach powłoki skrzynkowej (typu „box”) na ich zachowanie, np. [5]–[7] [90]. W pracy [52] zaproponowano optymalizację wielokryterialną procesu budowy. Pod uwagę wzięto nośność, degradację oraz kształt, ale jedynie w aspekcie zdolności hydraulicznej obiektu. Jediną pracą, poświęconą bezpośrednio zagadnieniu optymalizacji kształtu konstrukcji gruntowo-

powłokowych, poza pracami autora, jest [49]. W pracy tej, dla zadanego schematu obciążenia konstrukcji, zidentyfikowano kształt powłoki betonowej, któremu towarzyszy minimalna wartość naprężenia rozciągającego w powłoce. Publikacja ta nie odnosi się jednak do rozważanych w niniejszym opracowaniu konstrukcji podatnych (stalowych). W odniesieniu do tego typu obiektów jedyną pracą dotyczącą optymalizacji kształtu powłoki jest artykuł autora niniejszego opracowania [136]. Zastosowana procedura opiera się na założeniach przedstawionych we wcześniejszych pracach, w szczególności bazuje na energetycznym warunku optymalności [61] [131] [137] oraz wykorzystuje algorytm symulowanego wyżarzania (ang. *simulated annealing*) [64] [65] [136]–[138].

W dalszej części rozdziału przedstawiono szczegółowo procedurę optymalizacji kształtu powłoki. W następnej kolejności zaprezentowano uzyskane wyniki. Poza przytoczeniem dotychczas opublikowanych rezultatów [136], określono optymalne kształty dla dodatkowych schematów obciążenia, m. in. uwzględniono obciążenie mostu samochodem ciężarowym (por. rozdz. 6). Ponadto, zaproponowano i zweryfikowano procedurę optymalizacji kształtu przy niezdeterminowanym położeniu tego obciążenia na powierzchni mostu.

8.1. Procedura optymalizacji kształtu

8.1.1. Podstawy sformułowania

Energetyczny warunek optymalności [131]

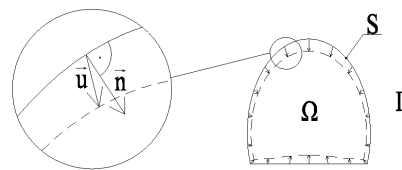
Sformułowanie energetycznego warunku optymalności zostało opublikowane przez Różańskiego i Sobótkę w 2009 roku [131]. Oryginalnie dotyczyło ono wyrobisk podziemnych na dużych głębokościach. Kluczowym założeniem było następujące: z punktu widzenia wytrzymałości obudowy, najlepszy kształt to taki, który minimalizuje zaciskanie (konwergencję) wyrobiska. Założenie to wynika pośrednio z jednej z zasad, stosowanych w nowoczesnym budownictwie podziemnym (zob. np. [125]), w myśl której zasadniczym „elementem nośnym” konstrukcji podziemnych nie jest obudowa wyrobiska, ale otaczający ją górotwór. Odpowiednie ukształtowanie obudowy jest, natomiast, istotne dla wytworzenia właściwej współpracy z otaczającym ją ośrodkiem. Podobnie jest w przypadku mostowych konstrukcji podatnych – zasypka przejmuje większą część obciążenia, a powłoka stanowi jedynie osłonę i zapewnia stateczność

całego obiektu [88] [160]. Fakt ten uzasadnia możliwość zastosowania podobnej procedury do optymalizacji kształtu konstrukcji gruntowo-powłokowych.

W pracy [131] zaproponowano i zweryfikowano dwa różne warunki optymalności. W pierwszym z nich funkcja celu wyraża zmianę pola powierzchni przekroju wyrobiska

$$\Delta V = \int_S \mathbf{u} \cdot \mathbf{n} dS, \quad (8.1)$$

gdzie S – kontur wyrobiska, \mathbf{u} – wektor przemieszczenia, \mathbf{n} – jednostkowy wektor normalny do konturu, skierowany do środka wyrobiska. Użyte we wzorze (8.1) oznaczenia wyjaśnione zostały na rysunku 8.1 poniżej.



Rys. 8.1. Oznaczenia wielkości, występujących we wzorze (8.1)

Miara (8.1) ma jasną interpretację fizyczną, natomiast nie spełnia typowych warunków nakładanych na optymalizacyjną funkcję celu, np. nie jest ona dodatnio zdefiniowana. Zaproponowano, zatem inne podejście, w którym obszar wyrobiska, stanowiący „pustkę”, został wypełniony bardzo podatnym materiałem, o sztywności co najmniej kilka rzędów mniejszej od otaczającego ośrodka gruntowego. Wówczas miarą zaciskania może być energia odkształcenia objętościowego skumulowana w regionie wyrobiska Ω (por. rys. 8.1). Przy założeniu liniowo sprężystego zachowania ośrodka oraz płaskiego stanu odkształcenia miara ta wyraża się w postaci

$$E_0 = \frac{1}{2} K \int_{\Omega} (\varepsilon_x + \varepsilon_z)^2 d\Omega, \quad (8.2)$$

gdzie K – oznacza moduł odkształcenia objętościowego, ε_x , ε_z – są niezerowymi składowymi diagonalnymi tensora odkształcenia.

Miara (8.2) jest dodatnio zdefiniowana, a przez to łatwiejsza do zastosowania w praktyce. Ponadto, jest bardziej użyteczna przy stosowaniu obliczeń numerycznych. Ponieważ obszar Ω (wnętrze wyrobiska) nie jest usuwany z domeny zadania, nie ma potrzeby aktualizowania obszaru zagadnienia oraz warunków brzegowych dla różnych rozpatrywanych kształtów regionu Ω .

Oba warunki (8.1) i (8.2) zostały zastosowane w zagadnieniu optymalizacji kształtu tunelu [61] [131] [137]. W pierwszych dwóch z wymienionych prac

identyfikowano optymalne proporcje gabarytów wyrobiska dla różnych proporcji naprężeń pierwotnych, występujących w górotworze. Przyjęto przy tym, że normalne naprężenie pionowe jest naprężeniem głównym σ_3 , a pozostałe naprężenia główne są równe co do wartości, tj. $\sigma_1 = \sigma_2$ i odpowiadają pierwotnemu naprężeniu poziomemu. Założono liniowo sprężysty model masywu skalnego, a ponadto przyjęto *a priori* za [133], że kształt optymalny wyrobiska tunelowego to elipsa o odpowiednim stosunku długości pól. Zastosowanie funkcji celu w postaci (8.1) oraz (8.2) dało identyczne wyniki: optymalna proporcja długości pól (pionowej i poziomej) jest równa pierwiastkowi kwadratowemu z proporcji odpowiednich naprężeń. Potwierdziło to tezę postawioną w latach sześćdziesiątych przez Sałustowicza [133].

W trzeciej z wymienionych wyżej prac [137] zastosowano, ponadto, metodę stochastycznej optymalizacji, tzw. symulowane wyżarzanie (ang. *simulated annealing*). W zaproponowanej procedurze nie było konieczności ograniczania klasy rozważanych kształtów. Wyniki przeprowadzonych obliczeń potwierdziły nie tylko tezę odnośnie proporcji wymiarów wyrobiska, ale także dowiodły, że optymalnym kształtem wyrobiska jest rzeczywiście elipsa.

W pracy [136] analogiczną procedurę zastosowano do optymalizacji kształtu konstrukcji gruntowo-powłokowych, przyjmawszy odpowiednio zmodyfikowaną geometrię zagadnienia, warunki brzegowe, a także niektóre założenia. Zastosowany algorytm optymalizacji oraz uzyskane wyniki stanowią punkt wyjścia do rozważań prezentowanych w kolejnych podrozdziałach niniejszej pracy.

Metoda symulowanego wyżarzania

Symulowane wyżarzanie (ang. *simulated annealing*) jest heurystyczną, stochastyczną metodą optymalizacji, opracowaną przez Kirkpatricka *et al.* (1983) [64] [65]. Metoda ta inspirowana jest fizycznym procesem ulepszania struktury niektórych stopów metali poprzez tzw. wyżarzanie. Termin ten określa proces metalurgiczny, w którym obrabiany materiał najpierw jest rozgrzewany do temperatury wyższej niż tzw. temperatura krytyczna. Następnie, przez pewien czas podwyższona temperatura jest utrzymywana, a w dalszej kolejności materiał jest powoli schładzany. Celem wyżarzania jest uzyskanie struktury zbliżonej do równowagowej, tym samym usunięcie naprężeń wewnętrznych. W konsekwencji wyżarzony stop charakteryzuje się bardziej równomierną mikrostrukturą, jest łatwiej obrabialny i bardziej ciągliwy [117].

W podwyższonej temperaturze atomy mają stosunkowo dużą swobodę ruchu, a ciągłym procesem reorganizacji struktury materiału rządzą prawa statystycznej termodynamiki. Entropia układu, będąca statystyczną miarą „nieuporządkowania” struktury, jest wówczas wysoka. Podczas powolnego schładzania, wraz z malejącą entropią, ustala się struktura krystaliczna. Jeśli kinetyka chłodzenia jest odpowiednio powolna, to konfiguracji atomów na końcu procesu odpowiada minimalna (lub bliska minimalnej) wartość energii wewnętrznej. Innymi słowy, uzyskana struktura jest optymalna ze względu na energię wewnętrzną układu.

Iteracyjny algorytm symulacji zachowania się układu atomów w określonej temperaturze zaproponowali Metropolis *et al.* (1953) [109]. Układ osiąga równowagę w następującym procesie iteracyjnym: losowo wybrany atom podlega losowemu przemieszczeniu o niewielkiej wartości. Następnie analizowany jest przyrost energii wewnętrznej układu, związany z wprowadzoną zmianą. Jeżeli energia ta maleje, tj. $\Delta E < 0$, zmiana taka jest zawsze akceptowana. W przeciwnym wypadku jest ona akceptowana z pewnym prawdopodobieństwem, równym

$$P(\Delta E) = e^{-\frac{\Delta E}{k_B T}}, \quad (8.3)$$

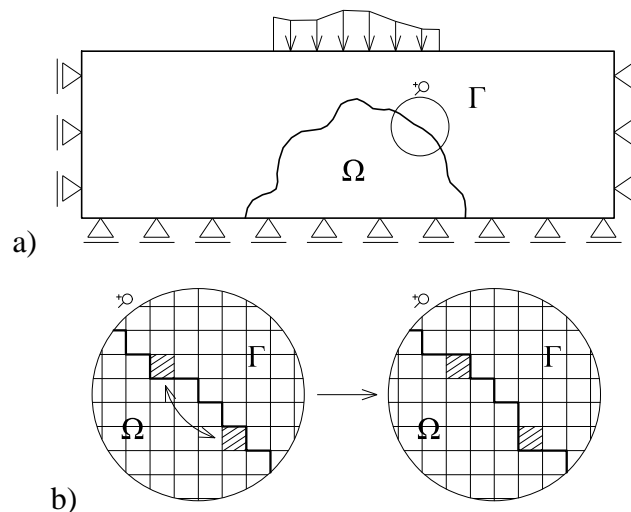
gdzie k_B – jest stałą Boltzmanna, T – oznacza temperaturę.

Analogiczną procedurę zaadoptowano w metodzie optymalizacji, nazywanej symulowanym wyżarzaniem. Energia wewnętrzna zastąpiona jest przez odpowiednio wybraną funkcję celu, a temperatura staje się „fikcyjnym” parametrem, kontrolującym stopień losowości procesu (swobodę reorganizacji, entropię). W miarę obniżania temperatury proces ztraca swoją losowość, jednocześnie wartość funkcji celu zbliża się do globalnego minimum.

8.1.2. Algorytm optymalizacji kształtu powłoki

Autorska procedura optymalizacji kształtu powłoki bazuje na zastosowaniu metody simulated annealing i warunku optymalności (8.2). Obliczeniowy obszar odpowiadający przestrzeni poniżej powłoki wypełnia się fikcyjnym materiałem o wysokiej podatności (obszar Ω), natomiast sztywności samej powłoki nie jest uwzględniana. Dzięki temu nie ma potrzeby przyjmowania *a priori* żadnych parametrów powłoki. Proces optymalizacji polega na poszukiwaniu takiego kształtu obszaru, który odpowiada minimalnej wartości energii odkształcenia objętościowego (8.2) we wspomnianym obszarze.

Zakłada się dyskretyzację obszaru zagadnienia w postaci regularnej siatki elementów kwadratowych, co najmniej w obszarze, w którym kształt powłoki może być modyfikowany. Zastosowanie warunku optymalności postaci (8.2) powoduje, że nie ma potrzeby modyfikacji obszaru zagadnienia w kolejnych iteracjach, a „aktualny” kształt powłoki determinowany jest granicą obszarów: nad powłoką (region Γ – zasypka) i pod nią (region Ω). Dopuszczalną modyfikację kształtu powłoki w pojedynczej iteracji definiuje się jako zamianę parametrów dwóch losowo wybranych komórek, należących do różnych regionów. Obowiązują przy tym odpowiednie ograniczenia, określone w dalszej części tekstu. Schemat procedury, wyjaśniający przedstawione wyżej założenia zaprezentowano na rys. 8.2.



Rys. 8.2. Schemat procedury: a) geometria rozważanego zagadnienia brzegowego,
b) przykładowa modyfikacja kształtu, dopuszczalna w pojedynczej iteracji

Zakłada się stałe pole powierzchni obszaru Ω , które w przebiegu procedury pozostaje zachowane. Ponadto, obszar Ω musi pozostawać jednospójny. Innymi słowy oba obszary Γ i Ω nie mogą dzielić się na odrębne podobszary lub, inaczej, nie mogą powstawać „wyspy” jednego materiału w drugim. Założenie to sprowadza zagadnienie optymalizacji topologii do zagadnienia optymalizacji kształtu. Sposób generowania zmiany kształtu jest następujący: w pierwszej kolejności tworzona jest lista komórek obszaru Ω , które ciągłym fragmentem brzegu „jednokrotnie” graniczą z obszarem Γ . Następnie, w sposób pseudo losowy wybierany jest jeden element z tej listy i odpowiadającej mu komórce przypisywany jest region Γ wraz z jego parametrami materiałowymi. Bezpośrednio po tym analogiczna procedura przeprowadzana jest dla komórek obszaru Γ .

Modyfikacja kształtu powłoki – zamiana komórek – może odbywać się jedynie w obrębie wyznaczonej siatki wyszukiwania. W ogólności może stanowić ją cały obszar zagadnienia lub jego mniejszy fragment, poza który powłoka nie może wykroczyć, np. ze względu na narzucone ograniczenie jej rozpiętości. Przyjęto dodatkowo, że przy górnej krawędzi obszaru musi być zachowana ciągłość regionu Γ . Innymi słowy powłoka nie może osiągnąć górnej krawędzi obszaru zagadnienia.

Każda z iteracji procedury składa się z następujących etapów:

- generacja losowej modyfikacji kształtu,
- rozwiązanie zagadnienia brzegowego, obliczenie wartości funkcji celu E_0 ,
- akceptacja lub odrzucenie tej zmiany na podstawie porównania uzyskanej wartości E_0 z odpowiednią wartością z poprzedniej iteracji.

Jeżeli, w wyniku wygenerowanej zmiany, energia E_0 maleje ($\Delta E_0 < 0$), to modyfikacja taka jest zawsze akceptowana. W przeciwnym wypadku jest ona akceptowana z prawdopodobieństwem, określonym równaniem (8.3). Realizowane jest to w następujący sposób: generowana jest pseudolosowa liczba z rozkładu równomiernego $[0,1]$. Jeśli „wylosowana” wartość jest mniejsza od $P(\Delta E_0)$, zmiana jest akceptowana.

Doprecyzowania wymaga jeszcze sposób „uruchomienia” procedury oraz określenie kinetyki chłodzenia. W szczególności, konieczne jest przyjęcie pewnego początkowego kształtu, który w kolejnych iteracjach będzie modyfikowany oraz początkowej temperatury T_0 . Początkowy kształt, o ile spełnia postawione wcześniej założenia, jest w zasadzie dowolny, natomiast sposób przyjęcia temperatury początkowej T_0 może mieć istotny wpływ na przebieg procedury (czas jej trwania, zbieżność).

Temperaturę początkową T_0 określa się tak, aby prawdopodobieństwo akceptacji zmiany w przypadku nieujemnego przyrostu funkcji celu wynosiło około 0,5. W tym celu, przed rozpoczęciem docelowej procedury symulowanego wyżarzania, przeprowadza się najpierw odpowiedni test. Dla pewnej, określonej liczby N losowych zmian kształtu początkowego wyliczana jest wartość średnia $\overline{\Delta E_0}$ spośród wszystkich nieujemnych przyrostów

$$\overline{\Delta E_0} = \frac{\sum_{n=1}^N \Delta E_0^n \cdot H(\Delta E_0^n)}{\sum_{n=1}^N H(\Delta E_0^n)}, \quad (8.4)$$

gdzie n – to numer wylosowanej zmiany, a H oznacza funkcję Heaviside’a.

Wartość T_0 jest szacowana z nierówności (8.3) po wykonaniu podstawień

$$P(\Delta E_0)=0,5; \Delta E_0= \overline{\Delta E_0}, T=T_0. \quad (8.5)$$

Ostatecznie wartość T_0 można obliczyć według wzoru

$$T_0 = -\frac{\overline{\Delta E_0}}{\ln 0,5}. \quad (8.6)$$

Kinetyka chłodzenia (obniżania parametru temperatury T) realizowana jest w postępie geometrycznym, tzn. kolejna wartość temperatury jest wyliczana na podstawie wartości poprzedniej według zależności

$$T_{i+1} = q \cdot T_i, \quad q = \text{const.} < 1, \quad (8.7)$$

Dla kolejnych wartości temperatury T_i ($i=0,1,2,\dots$) wykonywanych jest pewna, określona liczba k iteracji, następnie temperatura jest obniżana, i znów wykonywana jest seria iteracji, itd. Procedura optymalizacji kończy się w momencie, w którym dalsze obniżanie temperatury nie powoduje zmiany kształtu.

8.1.3. Uwzględnienie obciążeń zmiennych (ruchomych)

Zaprezentowana wyżej procedura ma zastosowanie w przypadku ściśle określonego, niezmiennego (stałego) obciążenia. W praktyce, obciążenie użytkowe obiektów mostowych jest najczęściej zmienne – ruchome. Przedstawiona niżej modyfikacja zaproponowanej wcześniej procedury pozwala uwzględnić obciążenia zmienne.

Przy projektowaniu konstrukcji (np. ze względu na nośność) określa się dla obciążeń zmiennych „najbardziej niekorzystny” przypadek obciążenia, tzn. skutkujący największym wyężeniem elementów nośnych. Przypadek taki determinuje rozwiązanie projektowe, np. przyjęcie odpowiednich przekrojów poszczególnych elementów konstrukcji. Podobne założenia można zaadoptować dla zagadnienia optymalizacji, tzn. spośród różnych przypadków obciążenia, jako „najbardziej niekorzystny” (determinujący wartość funkcji celu) wybrać ten, który skutkuje uzyskaniem największej wartości energii wg wzoru (8.2). Odpowiadający tym założeniom warunek optymalności można sformułować następująco: optymalny kształt to taki, który minimalizuje wartość energii E_0^* , tzn. uzyskanej dla najgorszego przypadku obciążenia. W przypadku skończonej (przeliczalnej) liczby rozpatrywanych przypadków obciążenia (np. dla pewnej liczby M różnych ustawień obciążenia na moście) sprowadza się to do zastąpienia warunku (8.2) wyrażeniem

$$E_0^* = \sup\{E_0^m: m \in \{1,2,\dots,M\}\}, \quad (8.8)$$

gdzie E_0^m oznacza energię określoną dla m -tego spośród M rozpatrywanych przypadków obciążenia.

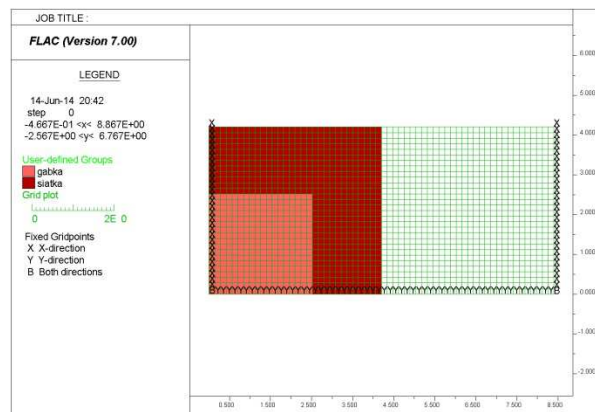
Przykład wyników, uzyskanych z zastosowaniem powyższej procedury dla różnych ustawień samochodu ciężarowego na moście przedstawiono w 8.2.3.

8.1.4. Przykład realizacji procedury

Rozważono problem w płaskim stanie odkształcenia. Wymiary konstrukcji odpowiadają tej, analizowanej w rozdziale 6 pracy. Założono, że całkowita wysokość obiektu wynosi 4,2 m, a obszar Ω (pod powłoką) ma ustalone pole powierzchni przekroju, równe około 12,7 m². W obliczeniach przyjęto liniowo sprężysty model konstytutywny materiału zasypki. Moduły sztywności odpowiadają parametrom zagęszczonego piasku grubego ($I_D=0,8$). Przyjęte wartości modułu Younga i współczynnika Poissona wynoszą odpowiednio: $E_T=150,0$ MPa oraz $\nu=0,25$; natomiast gęstość $\rho_T=2,0$ t/m³. Sztywności materiału wypełniającego obszar pod powłoką przyjęto o 6 rzędów mniejsze, w szczególności moduł Younga $E_\Omega=1,5 \cdot 10^{-4}$ MPa, a gęstość $\rho_\Omega=2,0 \cdot 10^{-6}$ t/m³. Uwzględniono obciążenie równomierne powierzchni górnej mostu o intensywności $q=4,0$ kN/m. Funkcję celu przyjęto w postaci warunku (8.2).

Sekwencja zagadnień brzegowych została rozwiązana za pomocą programu *Itasca Flac 7.00* [172]. Dzięki wykorzystaniu wbudowanego języka programowania *FISH*, autorska procedura optymalizacji kształtu została opracowana i zastosowana do rozwiązania przykładów numerycznych przy użyciu jednego programu komputerowego – *Flac 7.00*.

Schemat zadania wraz z przyjętym początkowym, prostokątnym kształtem światła mostu przedstawiono na rys. 8.3 poniżej.

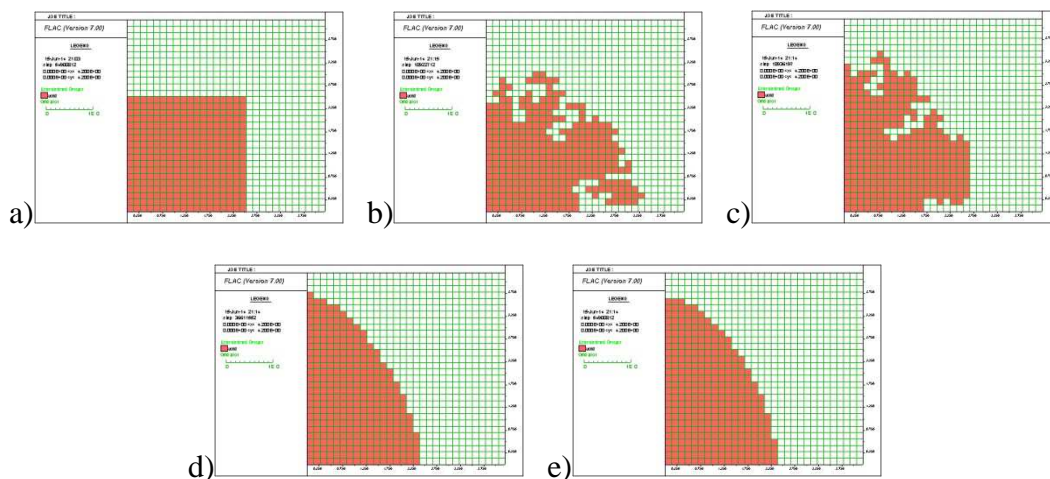


Rys. 8.3. Rozważane zagadnienie brzegowe – siatka objętości skończonych, przemieszczeniowe warunki oraz początkowy kształt powłoki

Wykorzystanie symetrii pozwoliło zredukować rozważany obszar zagadnienia poprzez odrzucenie symetrycznej lewej części. Zielonymi liniami (na rys. 8.3) wykreślona została siatka objętości skończonych. Obszary z wypełnieniem wskazują siatkę przeszukiwania, w obrębie której kształt powłoki może być w kolejnych iteracjach modyfikowany. Obszar Ω wyróżniono kolorem jaśniejszym. W tym przypadku jest to obszar prostokątny 18×18 komórek objętości skończonych. Przemieszczeniowe warunki brzegowe przyjęto jak dla edometru, tzn. przemieszczenia prostopadłe do brzegów, ograniczających obszar od dołu i od boków wynoszą zero. Górna powierzchnia mostu, jak wspomniano wcześniej, jest obciążona obciążeniem o intensywności $q=4,0$ kN/m.

Temperaturę początkową T_0 określono na podstawie „testu” dla $N=1000$ różnych, wygenerowanych modyfikacji kształtu początkowego, zgodnie z algorytmem, opisanym w 8.1.2. Następnie przeprowadzona została docelowa procedura symulowanego wyżarzania. Kinetykę chłodzenia zrealizowano w postępie geometrycznym, zgodnie z wzorem 8.7, przyjmując $q=0,9$. Dla każdej z kolejnych wartości T_i wykonano za każdym razem po 100 iteracji ($k=100$).

Ewolucję kształtu powłoki w przebiegu procedury optymalizacji zaprezentowano na rys. 8.4 poniżej.



Rys. 8.4. Ewolucja kształtu podczas przeprowadzania procedury optymalizacji:

a) kształt początkowy, b) c) d) i e) kształty po, odpowiednio, 1 000, 2 000, 5 000 i 1 0000 iteracji

Dość dobrze „uporządkowany” prostokątny kształt startowy początkowy został najpierw silnie zaburzony. Następnie podlegał stopniowemu ponownemu „porządkowaniu” i stabilizował się (nie podlegał dalszym zmianom) po przeprowadzeniu ok. 7 000–8 000 iteracji. Procedurę kontynuowano do 10 000 iteracji dla zapewnienia, że proces „wyżarzania” został rzeczywiście zakończony.

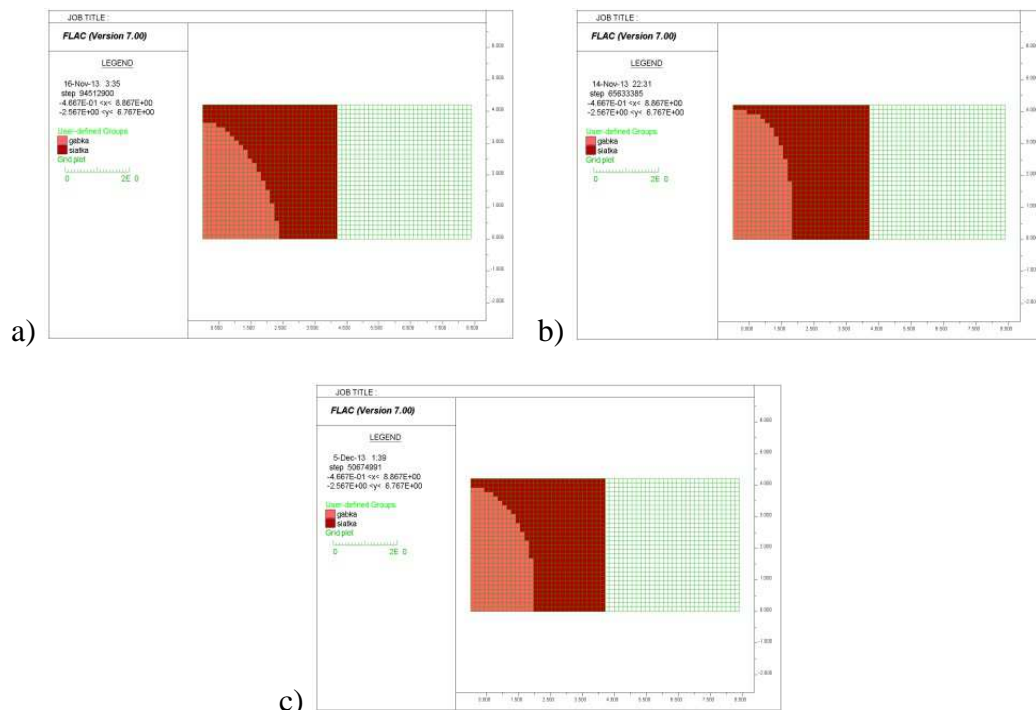
8.2. Wyniki optymalizacji dla różnych przypadków obciążenia

8.2.1. Ciężar zasyпки i obciążenie równomierne [136]

W [136] przeanalizowano dwa różne rodzaje obciążeń: ciężar własny (zasyпки) i obciążenie równomiernie rozłożone na powierzchni mostu. Intensywność obciążenia równomiernego na powierzchni przyjęto na poziomie $q=4,0$ kN/m. (jak w obliczeniowym obciążeniu klasy A wg PN-85/S-10030 [178]). Gęstość zasyпки gruntowej wynosiła $\rho=2,0$ t/m³. Łącznie uwzględniono trzy kombinacje obciążeń:

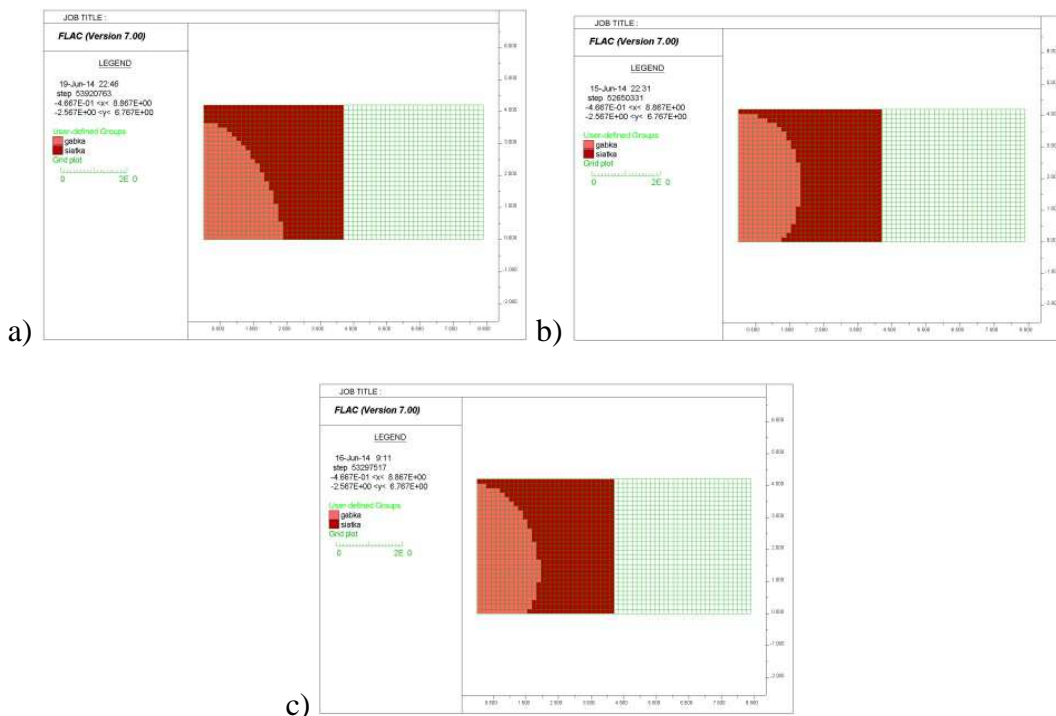
- kombinacja I – równomierne obciążenie powierzchni mostu,
- kombinacja II – ciężar własny zasyпки,
- kombinację III – oba typy obciążeń, działające jednocześnie.

Procedura została wykonana dla dwóch różnych warunków podparcia dolnej krawędzi rozważanego zagadnienia brzegowego: zablokowane przemieszczenie pionowe (typ I) oraz w pełni zablokowane przemieszczenia w obu kierunkach, pionowym i poziomym (typ II). Określone numerycznie, optymalne kształty zostały przedstawione na kolejnych rysunkach 8.5 (podparcie – typ I) oraz 8.6 (podparcie – typ II).



Rys. 8.5. Optymalne kształty konstrukcji gruntowo-powłokowej dla podparcia typu I:

a) kombinacja obciążeń I, b) kombinacja obciążeń II, c) kombinacja obciążeń III



Rys. 8.6. Optymalne kształty konstrukcji gruntowo-powłokowej dla podparcia typu II:

a) kombinacja obciążeń I, b) kombinacja obciążeń II, c) kombinacja obciążeń III

Dyskusja uzyskanych wyników

We wszystkich rozpatrywanych przypadkach różnych warunków brzegowych (obciążenia i podparcia) kształt stabilizował się po około 7 000–9 000 iteracji. Niemniej jednak, procedura była kontynuowana aż do ukończenia 10 000 iteracji, aby zapewnić, że proces „wyżarzania” został rzeczywiście zakończony.

W przypadku uwzględnienia samego ciężaru własnego zasyпки, kształt optymalny jest zamknięty od góry krzywą zbliżoną kształtem do łuku kołowego, a grubość zasyпки jest minimalna (w kluczu jest równa wymiarowi pojedynczej komórki). W przypadku równomiernego obciążenia powierzchni, warstwa zasyпки ponad powłoką jest większa, a optymalny kształt przypomina parabolę. Przyjęcie obydwu obciążeń, działających jednocześnie, skutkuje uzyskaniem kształtu pośredniego.

Dla równomiernego obciążenia działającego na powierzchni konstrukcji optymalny kształt nie zależy od zakładanego na dolnej krawędzi warunku brzegowego. W przypadku, w którym ciężar własny gruntu zasyпки był brany pod uwagę, sposób przyjęcia warunków brzegowych na dolnej krawędzi ma istotny wpływ na finalny, tj. optymalny kształt. Przy zablokowaniu obydwu stopni swobody na dolnej krawędzi obszaru zagadnienia, uzyskany optymalny kształt jest bardziej owalny, niż w przypadku blokady przemieszczenia pionowego.

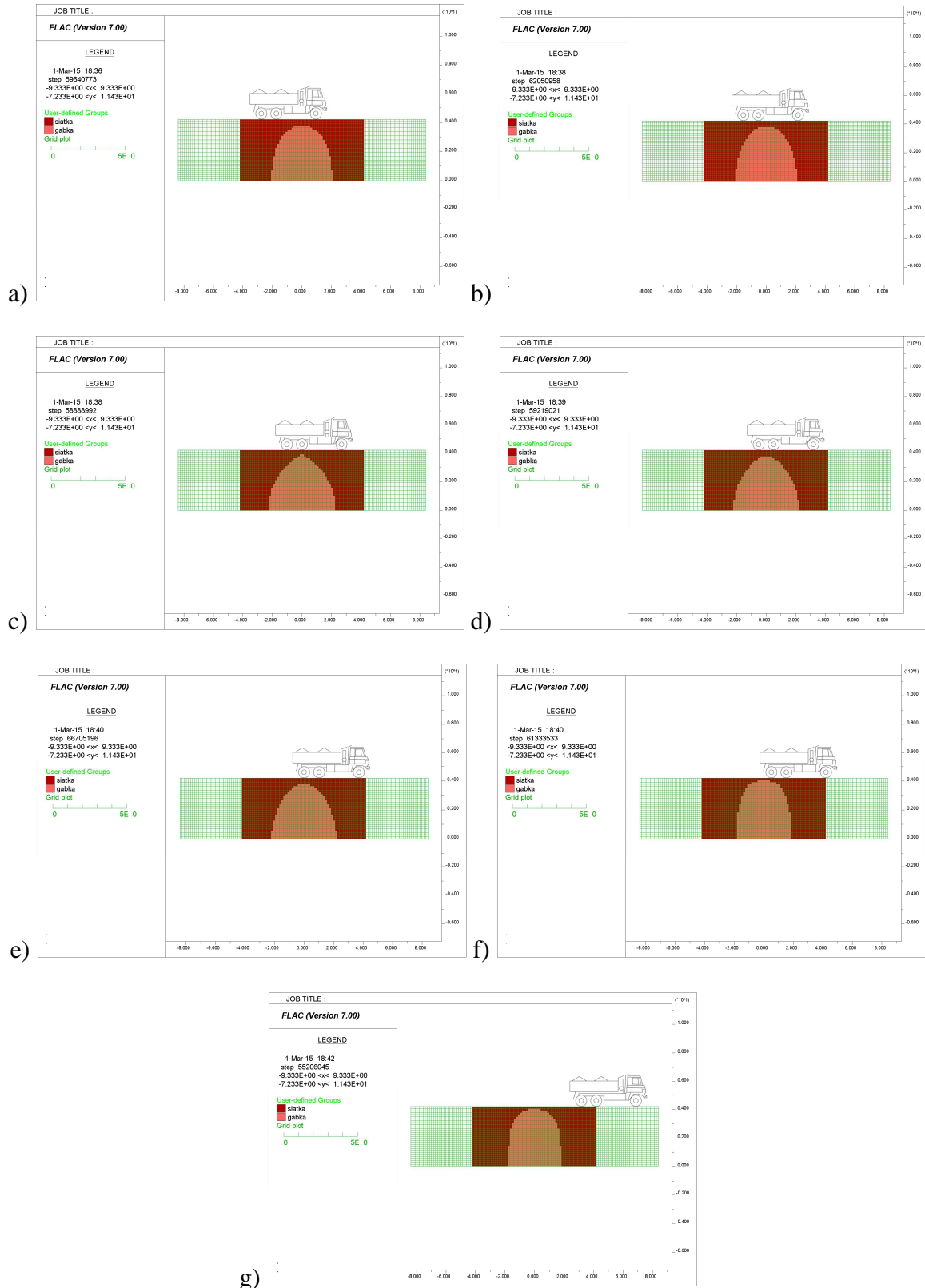
8.2.2. Obciążenie pojazdem o zdeterminowanym ustawieniu

Wstępne wyniki, przedstawione w poprzednim punkcie wykazały pewien ogólny trend wpływu przyjętych obciążeń i ograniczeń na uzyskiwany, optymalny kształt powłoki. W praktyce, jednak, nie występują w mostach schematy obciążenia nieuwzględniające ciężaru własnego zasypki, podobnie obciążenie równomierne pomostu jest dalekie od występującego na rzeczywistych obiektach. Praktyczne zastosowanie zaproponowanej procedury wymaga, zatem, przyjęcia bardziej „realistycznego” obciążenia. W związku z tym określono optymalne kształty powłoki przy uwzględnieniu obciążenia w postaci samochodu ciężarowego jak w rozdz. 6, a oprócz obciążenia pojazdem uwzględniono jednocześnie ciężar zasypki gruntowej. Przyjęto podparcie typu I.

Ponieważ w przypadku uwzględnienia obciążenia pojazdem rozważane zagadnienie brzegowe traci symetrię, analizowano cały obszar, a nie jedynie jego połowę. Przyjęto, jednakże, że kształt mostu pozostaje symetryczny podczas całego procesu optymalizacji.

Wyniki dla różnych ustawień obciążenia zaprezentowano na rysunku 8.8 na kolejnej stronie. Lokalizacja pojazdu jest opisana tą samą zmienną i , co w rozdz. 6, a dla ułatwienia interpretacji ustawienie pojazdu na moście pokazano na rysunkach.

8. Optymalizacja kształtu konstrukcji gruntowo-powłokowych



Rys. 8.7. Optymalne kształty powłoki przy różnych ustawieniach pojazdu na moście:

a) $i = -3$, b) $i = -1$, c) $i = 0$, d) $i = 1$, e) $i = 2$, f) $i = 3$, g) $i = 6$

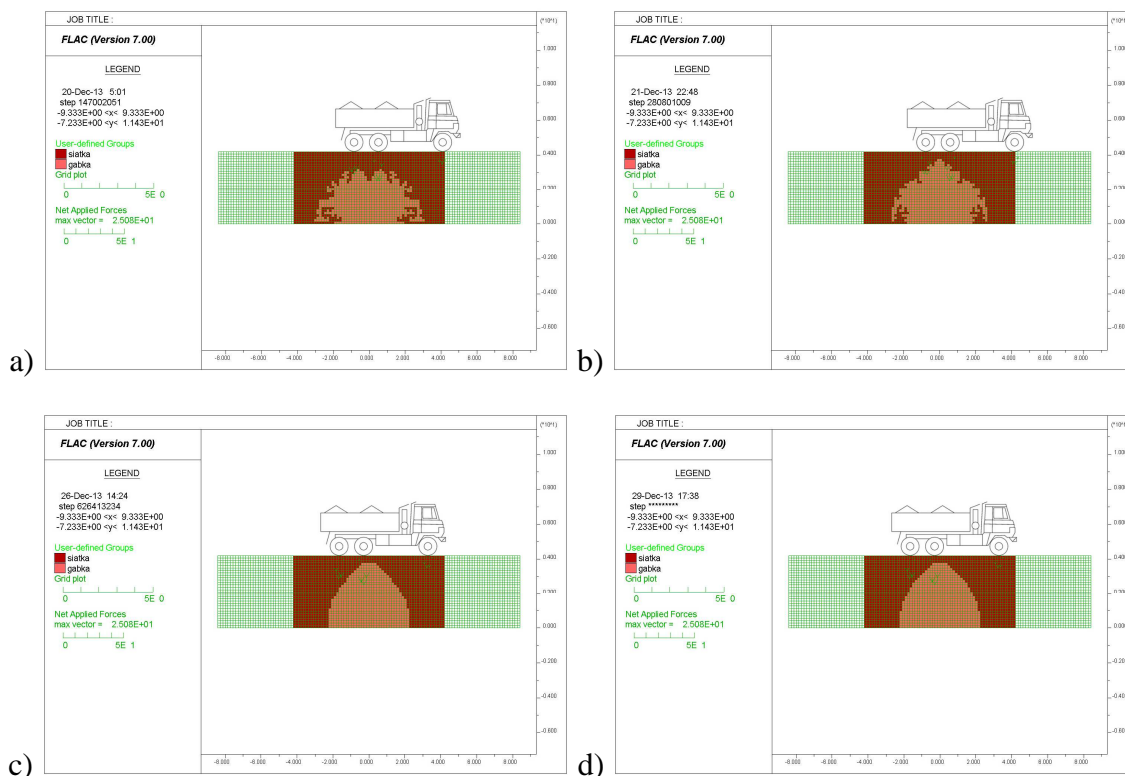
Dyskusja uzyskanych wyników

Uzyskiwane kształty wyraźnie zależą od przyjętego ustawienia pojazdu. Powłoka przybiera największą krzywiznę lokalnie pod bezpośrednim działaniem obciążenia (pod osiami pojazdu). Krzywizna ta jest największa, gdy obciążenie skupia się blisko osi symetrii mostu. Najwyraźniej widać to przy ustawieniu $i=0$ (rys. 8.8c), kiedy to najcięższa, środkowa oś pojazdu znajduje się dokładnie nad kluczem powłoki. W miarę oddalania się pojazdu od osi mostu, optymalny kształt upodabnia się do tego, uzyskanego przy uwzględnieniu jedynie obciążenia ciężarem zasypki (por. rys. 8.8g oraz 8.6b).

8.2.3. Ruchome obciążenie pojazdem

Przyjęcie różnych ustawień pojazdu skutkuje, jak widać na rys. 8.7, uzyskaniem wyraźnie różnych kształtów optymalnych. W celu identyfikacji kształtu optymalnego konstrukcji, przystosowanej do przenoszenia obciążeń ruchomych, konieczne jest przyjęcie modyfikacji funkcji celu, zgodnie z opisem, przedstawionym w 8.1.3. Rozważono, zatem, 100 różnych, równo oddalonych od siebie ustawień pojazdu pomiędzy położeniami skrajnymi $i=-3$ oraz $i=7$. Wielkość E_0 zastąpiono wyrażeniem (8.8).

Na rysunku 8.8 przedstawiono wyniki w postaci ewolucji kształtu w kolejnych etapach optymalizacji wraz z ustawieniem pojazdu, dla którego energia E_0^m była największa i determinowała wartość optymalizacyjnej funkcji celu.



Rys. 8.8. Ewolucja kształtu powłoki podczas optymalizacji przy niezdeterminowanym ustawieniu pojazdu.

a) po 1000 iteracji, b) po 2000 iteracji, c) po 5000 iteracji oraz d) po 10000 iteracji

Dyskusja uzyskanych wyników

Największa wartość energii (supremum zbioru rozpatrywanych wartości) dla zoptymalizowanego kształtu osiągnięta jest dla położenia $i=-0,3$; które należy traktować jako „najgorszy przypadek”, determinujący ostateczny optymalny kształt powłoki mostu, przystosowanego do przenoszenia obciążenia ruchomego. Określony jako optymalny kształt jest zbliżony do uzyskanego dla zdeterminowanego położenia $i=0$, tj. najbliższego położeniu $i=-0,3$ spośród rozpatrywanych wcześniej w 8.3.2. Jednocześnie ustawienie pojazdu, determinujące ostateczny kształt optymalny, jest bliskie ustawieniu, w którym środek ciężkości pojazdu znajduje się dokładnie ponad kluczem powłoki ($i=-0,14$).

Wartość supremum energii dla rozwiązania optymalnego wynosi

$$E_0^* = \sup\{E_0^m : m \in \{1, 2, \dots, 100\}\} = 7,35 \cdot 10^{-5} \text{ [kJ]}, \quad (8.9)$$

tj. więcej niż dla wszystkich rozpatrywanych położень zdeterminowanych. Przykładowo, dla „sąsiednich” $i=0$ oraz $i=-1$ wartości energii wynoszą odpowiednio $E_0=6,28 \cdot 10^{-5}$ kJ oraz $E_0=5,02 \cdot 10^{-5}$ kJ. Przedstawione porównanie stanowi częściową weryfikację procedury – wskazano, że zaproponowana metoda doprowadziła do odnalezienia najbardziej niekorzystnego położenia.

8.3. Podsumowanie

Przedstawiono procedurę optymalizacji kształtu konstrukcji gruntowo-powłokowych oraz uzyskane wyniki numeryczne dla różnych układów obciążenia i kinematycznych warunków brzegowych. Zastosowano stochastyczną metodę symulowanego wyżarzania oraz energetyczny warunek optymalności. Zaproponowano, ponadto, procedurę optymalizacji kształtu przy niezdefiniowanym położeniu obciążenia. Warunek optymalizacji został wówczas zmodyfikowany, a jako funkcję celu przyjęto wartość supremum zbioru wartości energii odkształcenia objętościowego (8.2), określonych dla wszystkich analizowanych ustawień pojazdu wzdłuż mostu.

Uwzględnienie „prostych” obciążeń – ciężaru własnego zasypki oraz obciążenia równomiernego górnej powierzchni mostu wskazało pewien ogólny trend, wyrażający wpływ rodzaju obciążenia na uzyskany optymalny kształt. W przypadku uwzględnienia samego ciężaru własnego zasypki, kształt optymalny jest zamknięty od góry krzywą zbliżoną kształtem do łuku kołowego, a grubość zasypki jest minimalna. W przypadku przyjęcia równomiernego obciążenia powierzchni, warstwa zasypki ponad powłoką jest większa, a optymalny kształt przypomina parabolę. W szczególności krzywizna powłoki w kluczu jest większa niż przy uwzględnieniu jedynie ciężaru własnego zasypki.

Dla obciążenia powierzchni w postaci samochodu ciężarowego (jak w rozdz. 6), uzyskano kształty, które wyraźnie zależą od położenia pojazdu na kierunku wzdłuż mostu. Optymalny kształt powłoki przybiera największą krzywiznę lokalnie pod bezpośrednim działaniem obciążenia (pod osiami pojazdu). Krzywizna ta jest tym większa, im bliżej osi symetrii mostu znajduje się lokalnie skupione obciążenie. Ustawienia, w których największe obciążenie lokalizuje się ponad kluczem powłoki, skutkują uzyskaniem kształtu podobnego do tego, uzyskanego dla równomiernego obciążenia jezdni. Wraz z oddalaniem się tego obciążenia od osi obiektu, kształt optymalny staje się bardziej podobny do uzyskanego przy uwzględnieniu jedynie ciężaru własnego zasypki.

Przy zastosowaniu zmodyfikowanej procedury optymalizacji, pozwalającej uwzględnić obciążenia zmienne, zidentyfikowano kształt optymalny konstrukcji, przystosowanej do przenoszenia obciążenia ruchomego. Kształt ten, determinowany „najbardziej niekorzystnym” przypadkiem ustawienia, odpowiada kształtom, uzyskiwanym dla ustawień pojazdu, w których obciążenie o największej intensywności skupia się ponad kluczem powłoki.

9. Podsumowanie i wnioski końcowe

W zasadniczej części pracy zaprezentowano wyniki analiz numerycznych zachowania się konstrukcji gruntowo-powłokowych pod działaniem obciążenia o zmiennym położeniu. Odrębnym, dodatkowym zagadnieniem rozważanym w pracy był problem optymalizacji kształtu powłoki obiektów gruntowo-powłokowych. Podsumowanie przeprowadzonych analiz oraz płynące z nich wnioski przedstawiono w kolejnych podrozdziałach.

9.1. Modelowanie współpracy zasypki z powłoką

Analizie poddano dwa, jakościowo różne typy konstrukcji: z powłoką z blachy płaskiej oraz z blachy falistej. Symulowano test, w którym obciążenie przesuwano się po obiekcie najpierw w jedną stronę, a następnie w przeciwną w powtarzalnych cyklach. Uzyskane wyniki odniesiono do wyników badań doświadczalnych *in situ*, m.in. [82] [87] [91] [94], w których stwierdzono występowanie „efektu histerezy”.

Dla pierwszego z wymienionych typów konstrukcji symulacje przeprowadzono, przyjmując dla zasypki modele konstytutywne o różnym stopniu skomplikowania. Celem tej analizy była identyfikacja poszczególnych właściwości gruntu, które determinują charakterystyczne cechy zachowania konstrukcji gruntowo-powłokowych, poddanych działaniu obciążeń eksploatacyjnych.

Dla drugiego typu konstrukcji modelowanie przeprowadzono dwuskalowo. W pierwszym etapie zidentyfikowano model efektywnego kontaktu w zakresie jego zachowania przy ścinaniu wzdłuż i w poprzek fałdów blachy. W tym celu rozwiązano

numerycznie odpowiednio sformułowane zagadnienie brzegowo-początkowe dla wydzielonego, powtarzalnego okresowo fragmentu blachy z przylegającym do niej gruntem. W drugim etapie przeprowadzono obliczenia dla konstrukcji gruntowo-powłokowej, przyjmując określony wcześniej efektywny model kontaktu.

Podsumowanie uzyskanych wyników dla obydwu rozważanych konstrukcji i praktyczne wnioski z przeprowadzonych analiz przedstawiono poniżej.

Obiekt z powłoką z blachy płaskiej

Symulacje zachowania obiektu z powłoką z blachy płaskiej przeprowadzono metodą objętości skończonych przy założeniu płaskiego stanu odkształcenia. W modelu numerycznym konstrukcji przyjęto jednostronny kontakt typu tarcowego i kilka modeli konstytutywnych zasypki, różniących się stopniem złożoności. Najważniejsze wnioski z przeprowadzonych analiz można sformułować następująco:

- dla modelu uproszczonego z zasypką liniowo sprężystą:
 - wykazano, że „efekt histerezy” wynika z tarcia i stowarzyszony jest z występowaniem poślizgów na granicy grunt-powłoka,
- dla modelu Coulomba-Mohra:
 - zrekonstruowano „efekt histerezy”, uzyskując dobrą zgodność wyników symulacji i badań [91] zarówno w sensie ilościowym jak i jakościowym, przy czym było to uwarunkowane potraktowaniem gruntu zasypowego jako ośrodka częściowo nasyconego wodą poprzez uwzględnienie pozornej kohezji,
 - uwzględnienie etapowego zasypywania powłoki (w fazie budowy obiektu) pozwoliło odtworzyć w modelu efekt wstępnego sprężenia powłoki,
- dla modelu z izotropowym wzmocnieniem typu odkształceniowego:
 - dzięki uwzględnieniu bardziej zbliżonego do rzeczywistego zachowania gruntu przy ścinaniu uzyskano dalszą poprawę zgodności wyników symulacji z eksperymentem, szczególnie w zakresie przemieszczeń – w aspekcie jakościowym,
- dla modelu „cap” ze wzmocnieniem gęstościowym:
 - oprócz histerezy zrekonstruowano także inne efekty:
 - przyrost generalnego ugięcia powłoki w kolejnych cyklach obciążenia,
 - przyrost ogólnej sztywności całej konstrukcji w kolejnych cyklach obciążenia.

Tego typu charakterystyki zachowania konstrukcji w szerokiej skali czasu zdiagnozowano wcześniej w badaniach *in situ* [18] [54] [82] [103].

Obiekt z powłoką z blachy falistej

Analizy przeprowadzono, przyjmując model Coulomba-Mohra z pozorną kohezją dla zasypki. Model efektywnego kontaktu w zakresie jego zachowania przy ścinaniu określono wykorzystując metodę homogenizacji. Uzyskane wyniki wykazały, że:

- strefa kontaktu, podobnie jak sama powłoka z blachy falistej, wykazuje cechy anizotropii,
- zarówno dla kierunku wzdłuż, jak i w poprzek fal, obwiednię maksymalnego „uśrednionego” naprężenia stycznego dobrze opisuje liniowy warunek Coulomba (4.67), przy czym:
 - w przypadku ścinania wzdłuż fal efektywny kąt tarcia jest większy od kąta tarcia gruntu o blachę płaską,
 - w przypadku ścinania w poprzek fal należy przyjąć dla efektywnego kontaktu pewną niezerową wartość adhezji. Uwzględnia się w ten sposób efekt „klinowania” gruntu w fałdach blachy – dodatkowy opór ścinania przy stosunkowo małych wartościach uśrednionego naprężenia normalnego. Efektywny kąt tarcia jest jednak mniejszy od kąta tarcia gruntu o blachę płaską.

Zidentyfikowany model kontaktu zastosowano w symulacjach zachowania konstrukcji, poddanej działaniu obciążenia ruchomego. Podobnie jak w przypadku poprzednio analizowanego obiektu uzyskano występowanie pętli histerezy na wykresach przemieszczenia pionowego jak i poziomego, tym samym zrekonstruowano charakterystyczne cechy zachowania, zdiagnozowane w badaniach *in situ* [87].

9.1.1. Wnioski praktyczne

Specyfika zachowania konstrukcji jest wynikiem tarcia gruntu o powłokę oraz plastyczności gruntu. Z punktu widzenia zastosowań inżynierskich, w modelowaniu zachowania tych obiektów należy koniecznie uwzględnić tarciový model kontaktu grunt-powłoka. Ponadto:

- przyjęcie modelu liniowo sprężystego dla zasypki pozwala z zadowalającym przybliżeniem szacować ugięcia,
- zastosowanie dla zasypki modelu Coulomba-Mohra pozwala z dobrą dokładnością

odtworzyć rzeczywiste zachowanie obiektów gruntowo-powłokowych pod warunkiem uwzględnienia pozornej kohezji, np. wg modelu Fredlunda [42] [118],

- pomimo uproszczenia zagadnienia do dwuwymiarowego (2D), można uzyskać zadowalającą dokładność obliczeń, zarówno w sensie jakościowym, jak i ilościowym.

Powyższe spostrzeżenia są poprawne nawet w przypadku względnie złożonych problemów, m.in. dla zagadnienia, rozważanego w tej pracy, wyrażającego się „efektem histerezy”.

Z punktu widzenia badawczego najciekawszy jest przypadek modelu „cap”, którego zastosowanie dla zasypki pozwoliło zrekonstruować nie tylko efekt histerezy, ale także kolejne cechy zachowania, które rzeczywiste konstrukcje wykazują w szerokiej skali czasu [18] [54] [82] [103]. Potwierdzono, że za zachowania te odpowiada ciągły proces zagęszczania gruntu, zachodzący podczas eksploatacji obiektu (por. [82]).

W pracy zwrócono uwagę na konieczność przyjęcia nie tylko efektywnych parametrów powłoki, ale także kontaktu, który w przypadku blachy falistej jest anizotropowy. Podejście takie jest nowatorskie i nie było jak dotąd stosowane w analizie zachowania konstrukcji gruntowo-powłokowych.

9.2. Optymalizacja kształtu powłoki

Przedstawiono procedurę optymalizacji kształtu konstrukcji gruntowo-powłokowych oraz uzyskane wyniki numeryczne dla różnych układów obciążenia i kinematycznych warunków brzegowych. Zastosowano stochastyczną metodę symulowanego wyżarzania oraz energetyczny warunek optymalności. Zaproponowano, ponadto, modyfikację procedury, pozwalającą uwzględniać obciążenia zmienne, w szczególności ruchome. Funkcja celu (8.2) została w tym wypadku zastąpiona supremum zbioru wartości funkcji wielkości (8.2), określonej na wszystkich możliwych kombinacjach obciążenia.

Wstępne wyniki, uzyskane przy uwzględnieniu ciężaru własnego zasypki i równomiernego obciążenia jezdni (zob. także [136]) wykazały, że:

- kształt optymalny, określony dla pierwszego z wymienionych typów obciążenia, jest zamknięty od góry krzywą zbliżoną kształtem do łuku kołowego, a grubość zasypki w kluczu jest minimalna,
- w przypadku równomiernego obciążenia jezdni, warstwa zasypki ponad powłoką jest

większa, a optymalny kształt przypomina parabolę. Krzywizna powłoki jest największa w kluczu.

Przyjęcie bardziej zbliżonych do rzeczywistych obciążeń – jednoczesne uwzględnienie ciężaru własnego zasypki i obciążenia jezdni w postaci samochodu ciężarowego (w kilku różnych ustawieniach) – skutkowało uzyskaniem wyników, na podstawie których stwierdzono, że:

- uzyskane kształty wyraźnie zależą od położenia pojazdu na kierunku wzdłuż mostu.
- optymalny kształt powłoki przybiera największą krzywiznę lokalnie pod „skupionym” obciążeniem, tj. pod osiami pojazdu. Krzywizna ta jest tym większa, im bliżej osi symetrii mostu lokalizuje się obciążenie.

Przy zastosowaniu zmodyfikowanej procedury optymalizacji, zidentyfikowano kształt optymalny powłoki konstrukcji, przystosowanej do przenoszenia obciążenia ruchomego, tj. bez konieczności zakładania *a priori* ustawienia pojazdu. Kształt ten, determinowany „najbardziej niekorzystnym” przypadkiem obciążenia, odpowiada kształtom, uzyskiwanym przy ustawieniach pojazdu, w których największe obciążenie skupia się w pobliżu osi obiektu, ponad kluczem powłoki.

9.2.1. Wnioski praktyczne

Uzyskane w pracy wyniki – optymalne kształty powłoki, a w szczególności ich relacja do przyjętych obciążeń, sugerują możliwość potencjalnego wykorzystania praktycznego zaproponowanej procedury.

O ile to możliwe, powłokę należy kształtować tak, aby miała największą krzywiznę w kluczu. Zasadę tę można zastosować np., dla przepustów, przeprowadzających niewielkie ciekły wodne. Wówczas kształt powłoki jest w zasadzie dowolny, a z punktu widzenia zdolności hydraulicznej, otrzymane w pracy kształty – najszersze w dolnej części – są wręcz pożądane. W innych przypadkach, np. przy konieczności zachowania skrajni budowli o określonym kształcie i jednocześnie małej wysokości całej budowli, wspomniana zasada nie zawsze ma zastosowanie. Niemniej jednak, zaproponowaną procedurę optymalizacji, można zastosować i w takim przypadku. Wymagałoby to przyjęcia innych ograniczeń, co do dopuszczalnego kształtu powłoki, np. warunku „opisywania” skrajni przez powłokę.

Optymalizacja kształtu podatnych konstrukcji gruntowo-powłokowych pozostaje zagadnieniem „otwartym” i będzie z pewnością tematem dalszych badań autora.

Literatura

- [1] Abdulrazagh P.H., "On the behaviour of long-span soil-metal box culverts under railway loads." *Proceedings 6th International Conference on Thin Walled Structures*, Polytechnica University of Timisoara, Timisoara, Romania (2011).
- [2] Abdulrazagh P.H., Bayoglu Flener E., "Numerical analysis of box-type soil-steel structure under static service loads." *Archiwum Instytutu Inżynierii Lądowej/Politechnika Poznańska* (2012): 95-108.
- [3] Alonso, E.E., Gens A., Josa A., "A constitutive model for partially saturated soils." *Géotechnique* 40.3 (1990): 405-430
- [4] Andersson A., Sundquist H., Karoumi R., "Full scale tests and structural evaluation of soil-steel flexible culverts for high-speed railways." *Archiwum Instytutu Inżynierii Lądowej/Politechnika Poznańska* (2012): 43-53.
- [5] Antoniszyn G. "Analiza parametryczna stalowej powłoki zanurzonej w gruncie." *Drogownictwo* 4 (2004): 135-139.
- [6] Antoniszyn G. "Analiza parametryczna mostowych obiektów gruntowo-powłokowych typu super-cor." *Zeszyty Naukowe. Budownictwo/Politechnika Śląska* (2005): 43-50.
- [7] Antoniszyn G., "Mostowe konstrukcje gruntowo-powłokowe. Siły wewnętrzne w powłokach mostów gruntowo-powłokowych typu SUPER-COR." *Geoinżynieria: drogi, mosty, tunele* 3 (2008): 58-60.
- [8] Antoniszyn G., "Mosty gruntowo-powłokowe. Wpływ ukształtowania obiektu na siły wewnętrzne w stalowej powłoce." *Mosty* 2 (2008): 26-35.
- [9] Antoniszyn G., "Nawierzchnia jezdni elementem konstrukcyjnym obiektu mostowego?." *Geoinżynieria: drogi, mosty, tunele* 3 (2009): 76-79.
- [10] Atkinson J. H., Bransby P. L., *Mechanics of Soils*. McGraw-Hill, 1978.
- [11] Bakht B. "Soil-steel structure response to live loads." *Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering* 107.ASCE 16316 Proceeding (1981).
- [12] Bakht B. "Evolution of design methods for soil-metal structures in Canada." *Proceedings of the 1st European Conference on Buried Flexible Steel Structures, Rydzyna*. Vol. 1. 2007.
- [13] Bayoglu Flener E., "Response of long-span box type soil-steel composite structures during ultimate loading tests." *Journal of Bridge Engineering* 14.6 (2009): 496-506.
- [14] Bayoglu Flener E., "Testing the response of box-type soil-steel structures under static service loads." *Journal of Bridge Engineering* 15.1 (2009): 90-97.
- [15] Bayoglu Flener E., Karoumi R., Sundquist H., "Field testing of a long-span arch steel culvert during backfilling and in service." *Structure and Infrastructure Engineering* 1.3 (2005): 181-188.
- [16] Bayoglu Flener, E., Karoumi R., "Evaluation of the dynamic response of a soil-steel composite railway bridge." *Archiwum Instytutu Inżynierii Lądowej/Politechnika Poznańska* (2012): 55-64.

-
- [17] Bayoglu Flener E., Sandquist H., "Field testing of a long-span arch corrugated-steel culvert under dynamic and static loads." *Archiwum Instytutu Inżynierii Lądowej/Politechnika Poznańska*. 1 (2007): 25-33.
- [18] Bayoglu Flener E., Sandquist H., "Full-scale testing of two corrugated steel box culverts with different crown stiffness." *Archiwum Instytutu Inżynierii Lądowej/Politechnika Poznańska* 1 (2007): 35-44.
- [19] Bednarek B., Czerepak A., "Animal crossing built over A2 motorway in Poland." *Archiwum Instytutu Inżynierii Lądowej/Politechnika Poznańska* 1 (2007): 45-51.
- [20] Bendsøe M.P., Sigmund O., *Topology optimization: theory, methods and applications*. Springer Science & Business Media, 2003.
- [21] Bęben D., "Trwałość konstrukcji gruntowo-stalowych." *Roczniki Inżynierii Budowlanej* 9 (2009)
- [22] Bęben D., "Deformacje powłoki mostu wykonanej z blach falistych podczas zasypywania gruntem." *Górnictwo i Geoinżynieria* 34 (2010): 97-104.
- [23] Bęben D., "Zagadnienia projektowe i błędy wykonawcze mostowych konstrukcji gruntowo-stalowych." *Drogownictwo* 3 (2013): 74-79.
- [24] Brachman R.WI., Moore I.D., Mak A.C., "Ultimate Limit State of Deep-Corrugated Large-Span Box Culvert." *Transportation Research Record: Journal of the Transportation Research Board* 2201.1 (2010): 55-61.
- [25] Butterfield R. "A natural compression law for soils." *Géotechnique* 29.4 (1979): 469-480.
- [26] Cheng Y.M., Wei W.B., Länsivaara T., "Numerical Methods in Geotechnical Engineering." *Proceedings of the Sixth European Conference on Numerical Methods in Geotechnical Engineering*, Graz, Austria, 2006.
- [27] Cundall P. A. "Distinct Element Models of Rock and Soil Structure." Rozdział 4. W: Brown E.T., (ed.), *Analytical and Computational Methods in Engineering Rock Mechanics*, Allen & Unwin., London, 1987.
- [28] Czerepak A., Tomala P., Wysokowski A., "Comparison of test and calculation results of corrugated steel plate box structure MP150." *Archiwum Instytutu Inżynierii Lądowej/Politechnika Poznańska* (2007): 53-63.
- [29] Czerepak A., Zouhar J., "Deformation control during assembly and backfilling of a corrugated steel structure, ostrava, czech republic." *Archiwum Instytutu Inżynierii Lądowej/Politechnika Poznańska* 12 (2012): 85-93.
- [30] Derski W., *Zarys mechaniki ośrodków ciągłych*, WNT, Warszawa, 1975.
- [31] Derski W., *et al.*, *Rock and soil mechanics*. Elsevier, PWN 1989
- [32] Duncan J., Chang C.-Y., "Nonlinear Analysis of Stress and Strain in Soils." *Journal of the Soil Mechanics and Foundations Division* (1970): 1629-1653.
- [33] Duncan J., *et al.*, *Strength, Stress-Strain and Bulk Modulus Parameters for Finite Element Analyses of Stresses and Movements in Soil Masses*. Berkeley, California, University of California, 1980.
- [34] Dyer M., Jamiołkowski M., Lancellotta R., "Experimental soil engineering and models for geomechanics." *NUMOG* 2 (1986): 873-906.

- [35] El-Sawy K.M., "Three-dimensional modeling of soil-steel culverts under the effect of truckloads." *Thin-walled structures* 41.8 (2003): 747-768.
- [36] Elshimi T. M., *Three-dimensional Nonlinear Analysis of Deep-corrugated Steel Culverts*. Praca doktorska, Departament of Civil Engineering, Queen's University, Kingston, Ontario, Canada, 2011.
- [37] Elshimi T. M., *et al.* "Behaviour of a deep-corrugated large-span box culvert during backfilling." *PanAm Conference, Canadian Geotechnical Society, Toronto, Ontario, 7pp.* 2011.
- [38] Eymard R., Gallouët, T.R. Herbin, R. (2000) The finite volume method Handbook of Numerical Analysis, Vol. VII, 2000, p. 713–1020. Editors: P.G. Ciarlet and J.L. Lions.
- [39] Fedaa J., *Stress in subsoil and methods of final settlement calculation*. Elsevier, 2013.
- [40] Ferziger J.H., Perić M., "Computational method for CFD." *Springer* (2002)
- [41] Fredlund D.G., *et al.*, "The relationship of the unsaturated soil shear to the soil-water characteristic curve." *Canadian Geotechnical Journal* 33.3 (1996): 440-448.
- [42] Fredlund D.G., Morgenstern N.R., Widger R. A., "The shear strength of unsaturated soils." *Canadian geotechnical journal* 15.3 (1978): 313-321
- [43] Fredlund D.G., Rahardjo H., Gan J.K.M. "Non-linearity of strength envelope for unsaturated soils." *Proc. 6th Int. Conf. Expansive Soils, New Delhi*. Vol. 1. 1987
- [44] Fung C.Y., *Podstawy mechaniki ciała stałego*, PWN, Warszawa, 1969.
- [45] Gan J.K.M, Fredlund D.G, Rahardjo H., "Determination of the shear strength parameters of an unsaturated soil using the direct shear test." *Canadian Geotechnical Journal* 25.3 (1988): 500-510.
- [46] Gens A., Potts D.M., "Application of critical state soil models to the prediction of the behaviour of a normally consolidated low plasticity clay." *International symposium on numerical models in geomechanics, Zurich, Switzerland*. 1982.
- [47] Gens A., Potts D.M., "A theoretical model for describing the behaviour of soils not obeying Rendulic's principle." *Proceedings of the International Symposium on Numerical Models in Geomechanics, Zurich, Switzerland*. 1982.
- [48] Gryczmański M., *Wprowadzenie do sprężysto-plastycznych modeli gruntów, Studia z zakresu inżynierii*, nr 40, PAN, IKE, Warszawa 1995.
- [49] Houšť V., Eliáš J., Miča L., "Shape optimization of concrete buried arches." *Eng. Struct.* 48 (2013): 716–726.
- [50] Izbicki R., Mróz Z., *Metody nośności granicznej w mechanice gruntów i skał*, I ed. Warszawa-Poznań: PWN, 1976.
- [51] Jakiela M.J., *et al.*, "Continuum structural topology design with genetic algorithms." *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering* 186.2 (2000): 339-356.
- [52] Janusz L., "Application of multi-criteria optimization methods in choosing material solutions for construction of flexible steel culverts." *Archiwum Instytutu Inżynierii Lądowej/Politechnika Poznańska* (2007): 81-88.

- [53] Janusz L., Madaj A., *Obiekty inżynierskie z blach falistych: projektowanie i wykonawstwo*. Wydawnictwo Komunikacji i Łączności, 2009.
- [54] Janusz L., Madaj A., Sturzebecher K., "Railway grade separation made of corrugated steel plate structure: long term research." *Archiwum Instytutu Inżynierii Lądowej/Politechnika Poznańska* (2007): 99-108
- [55] Janusz L., Tomala P., "O projektowaniu i budowie konstrukcji podatnych z blach falistych." *Seminarium IBDiM i PZWFS. Konstrukcje stalowe w geotechnice*. Warszawa (2010): 69-78.
- [56] Janusz L., Bednarek B., Tomala P., "Doświadczenia w budowie obiektów z blach falistych o bardzo dużej rozpiętości." *Nowoczesne Budownictwo Inżynieryjne Selected full texts 3* (2009): 96-98.
- [57] Jendryczka M., Tokarski Z., "Budowa przejścia dla zwierząt na drodze S5/S10." *Magazyn Autostrady 1-2* (2011): 40-44.
- [58] Jing L., Hudson J.A., "Numerical methods in rock mechanics." *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences* 39.4 (2002): 409-427.
- [59] Katona M.G., "A simple contact–friction interface element with applications to buried culverts." *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics* 7.3 (1983): 371-384
- [60] Katona M., McGrath T., "Guideline for Interpreting AASHTO Specifications to Design or Evaluate Buried Structures with Comprehensive Solution Methods." *Transportation Research Record: Journal of the Transportation Research Board* 2028.1 (2007): 211-217.
- [61] Kawa M., Róžański A., Sobótka M., "A verification of shape optimization procedures of tunnel underground excavations." (in Polish), *Górnictwo i Geoinżynieria* 2 (2011): 535–541.
- [62] Kay J.N., *et al.*, "Instrumentation of a corrugated steel-soil arch overpass at Leigh Creek, south Australia." *ARRB Proceedings* Vol. 30 Part 3, 1980.
- [63] Kączkowski Z., *Płyty. Obliczenia statyczne*, wyd. III. Arkady, Warszawa 2000
- [64] Kirkpatrick S., "Optimization by simulated annealing: Quantitative studies." *Journal of Statistical Physics* 34.5-6 (1984): 975-986.
- [65] Kirkpatrick S., Gelatt C., Vecchi M., "Optimization by simulated annealing." *Science* 220.4598 (1983) 671–680.
- [66] Konderla P., Kasprzak T., *Metody komputerowe w Teorii Sprężystości Część I – Metoda Elementów Skończonych*, Dolnośląskie Wydawnictwo Edukacyjne, Wrocław 1997.
- [67] Korusiewicz L., Kunecki B., "Behaviour of the steel box-type culvert during backfilling." *Archives of Civil and Mechanical Engineering* 11.3 (2011): 637-650.
- [68] Korusiewicz L., Kunecki B., "Field test of a large-span soil-steel arch without stiffeners during backfilling operations." *Archiwum Instytutu Inżynierii Lądowej/Politechnika Poznańska* 12 (2012): 133-139.
- [69] Kozłowski T., *Zarys teorii sprężystości*, Arkady, W-wa 1968
- [70] Kunecki B., "Full-scale test of corrugated steel culvert and FEM analysis with various static systems." *Studia geotechnica et mechanica* 28.2-4 (2006): 5-19.

- [71] Kunecki B., *Zachowanie się ortotropowych powłok walcowych w ośrodku gruntowym pod statycznym i dynamicznym obciążeniem zewnętrznym*. Praca doktorska, Politechnika Wrocławska, 2006.
- [72] Kunecki B., Korusiewicz L., "Field Test of Soil-Steel Corrugated Arch with Ribs and Three-Dimensional Analysis." *Transportation Research Board 91st Annual Meeting*. 12-1507. (2012).
- [73] Kunecki B., Kubica E., "Full-scale laboratory tests and FEM analysis of corrugated steel culverts under standardized railway load." *Archives of Civil and Mechanical Engineering* 4.4 (2004): 41-53.
- [74] Kunecki B., Vaslestad J., Janusz L., "Przykłady kształtowania przestrzeni komunikacyjnej z zastosowaniem konstrukcji podatnych—doświadczenia z Polski i Norwegii." *Czasopismo Techniczne. Architektura* 104.4-A (2007)
- [75] Kutylowski R., *Optymalizacja topologii kontinuum materialnego*. Oficyna Wydawnicza Politechniki Wrocławskiej, 2004.
- [76] Lambe T.W., Whitman R.V., *Mechanika gruntów*. Arkady, 1977.
- [77] LeVeque R., *Finite Volume Methods for Hyperbolic Problems*, Cambridge University Press, 2002.
- [78] Lougheed A.C., *Limit States Testing of a Buried Deep-Corrugated Large-Span Box Culvert*. Praca magisterska, Department of Civil Engineering, Queen's University, 2008.
- [79] Lysik B., *Matematyczne podstawy teorii sprężystości*, Wyd. Politechniki Wrocławskiej, Wrocław, 1970.
- [80] Łydźba D., "Zastosowania metody asymptotycznej homogenizacji w mechanice gruntów i skał." *Prace Naukowe Instytutu Geotechniki i Hydrotechniki Politechniki Wrocławskiej. Monografie* 74.23 (2002)
- [81] MacDonald L., *Numerical modelling of vehicle loads on buried orthotropic steel shell structures*. Praca doktorska, Dalhousie University, Halifax, Nova Scotia, 2010.
- [82] Machelski, C., *Modelowanie mostowych konstrukcji gruntowo-powłokowych*. Dolnośląskie Wydawnictwo Edukacyjne, 2008.
- [83] Machelski C., "Estimation of internal forces in the shell of soil-steel structures on the basis of its displacements during backfilling." *Studia Geotechnica et Mechanica* 31.1 (2009).
- [84] Machelski C., "Deformacja stalowych powłok mostowych obiektów gruntowo-powłokowych podczas zasypki." *Geoinżynieria: drogi, mosty, tunele Selected full texts* 6 (2010): 24-30.
- [85] Machelski, C. "Bezpieczeństwo budowy tunelu pod stokiem narciarskim." *Magazyn Autostrady* 12 (2013): 48-52.
- [86] Machelski, C., *Budowa konstrukcji gruntowo-powłokowych*. Dolnośląskie Wydawnictwo Edukacyjne, 2013.
- [87] Machelski C., "Dependence of deformation of soil-shell structure on the direction of load passage." *Roads and Bridges-Drogi i Mosty*, 13.3 (2014).
- [88] Machelski C., Antoniszyn G., "Badania przepustu gruntowo-powłokowego o małej wysokości konstrukcyjnej." *Inżynieria i Budownictwo* 60.4 (2004): 202-205.

- [89] Machelski C., Antoniszyn G., "Influence of live loads on the soil-steel bridges." *Studia Geotechnica et Mechanica* 26.3-4 (2004): 91-119.
- [90] Machelski C., Antoniszyn G., "Load rate of the circumferential sector of soil-steel bridge structures." *Archives of Civil and Mechanical engineering* 5.4 (2005): 85-102.
- [91] Machelski C., Antoniszyn G., Michalski B., "Live load effects on a soil-steel bridge founded on elastic supports." *Studia Geotechnica et Mechanica* 28, 2-4 (2006): 65-82.
- [92] Machelski C., Antoniszyn G., and Janusz L., "Evaluation of simplifications of 2D models of soil-steel shell bridges." *Archiwum Instytutu Inżynierii Lądowej/Politechnika Poznańska* 1 (2007): 145-154.
- [93] Machelski C., Marcinowski J., "Numerical modelling of moving load effect in a soil-steel bridge." *Archiwum Instytutu Inżynierii Lądowej/Politechnika Poznańska* 1 (2007): 155-165
- [94] Machelski C., Michalski, B. "Deformations of soil-steel bridges. Odształcenia mostowych konstrukcji gruntowo-powłokowych." *Roads and Bridges-Drogi i Mosty*, 4.2 (2005): 91-110.
- [95] Machelski C., Michalski J.B., "Przykłady posadowienia na palach obiektów gruntowo-powłokowych." *Archiwum Instytutu Inżynierii Lądowej/Politechnika Poznańska* 5 (2009): 151-158.
- [96] Machelski C., Michalski J.B., Michalski B., "Efektywny most objazdowy gruntowo-powłokowy." *Inżynieria i Budownictwo* 62 (2006): 11-13.
- [97] Machelski C., Michalski J.B., Janusz L., "Deformation Factors of Buried Corrugated Structures." *Journal of the Transportation Research Board. Solid Mechanics. Transportation Research Board of National Academies, Washington D.C.* 8 (2009): 70-75.
- [98] Madaj A., *et al.*, "Testing of multi plate type structure under dynamic railway loads." *Archiwum Instytutu Inżynierii Lądowej/Politechnika Poznańska* (2012): 185-195.
- [99] Madaj A., Bednarek B., "Animal passages over the a2 motorway, nowy tomyśl-świecko section, in poland." *Archiwum Instytutu Inżynierii Lądowej/Politechnika Poznańska* (2012): 167-174.
- [100] Madaj A., Janusz L., Vaslestad J., "Badania ceglanego przepustu wzmocnionego konstrukcją stalową z blach falistych." *XI Seminarium Współczesne metody wzmocnienia i przebudowy mostów*, Poznań-Kiekrz (2001): 98-105.
- [101] Madaj A., Sturzbecher K., "Changes in stress level in a corrugated steel structure under long-term loads." *Archiwum Instytutu Inżynierii Lądowej/Politechnika Poznańska* (2012): 175-184.
- [102] Madaj A., Vaslestad J., Janusz L., "Badania *in situ* przepustu stalowego z blach falistych użytego do przebudowy ramowego wiaduktu kolejowego." *IX Seminarium Współczesne metody wzmocnienia i przebudowy mostów*, Poznań-Kiekrz (1999): 106-117.

- [103] Madaj A., Węgrzynowski M., Janusz. L., "Long term observations of a 3-span highway corrugated steel box bridge on Gniezno Bypass." *Archiwum Instytutu Inżynierii Lądowej/Politechnika Poznańska* 12 (2012): 197-203.
- [104] Mak A. C., Brachman R. W.; Moore, I. D., "Measured response of a deeply corrugated box culvert to three dimensional surface loads." In: *Proceedings of the Transportation Research Board Annual Conference*, Washington, DC Paper (2009).
- [105] Malvern L.E., *Introduction to the Mechanics of a Continuous Medium*, Prentice-Hall, Inc., Englewood Cliffs, 1969
- [106] Markowicz K., Błach M., Południok C., "Budowa przejść dla zwierząt w ramach modernizacji linii kolejowej E20 (gruntowo-powłokowe konstrukcje mostowe ze stalowych blach falistych)." *Inżynieria i Budownictwo* 64 (2008): 23-24.
- [107] Marti J., Cundall P. A.. "Mixed Discretisation Procedure for Accurate Solution of Plasticity Problems." *Int. J. Num. Methods and Anal. Methods in Geomechanics*, 6 (1982): 129-139.
- [108] Mattsson H-Å., Sundquist H., "The real service life and repair methods of steel pipe culverts in Sweden." *Archiwum Instytutu Inżynierii Lądowej/Politechnika Poznańska* (2007): 185-193.
- [109] Metropolis N., *et al.*, "Equation of state calculation by fast computing machines." *J. Chem. Phys.* 21. 6 (1953): 1087-1092.
- [110] Michalski J.B., Michalski B., "Charakterystyczne cechy sprężenia w obiektach gruntowo-powłokowych." *Archiwum Instytutu Inżynierii Lądowej/Politechnika Poznańska* 8 (2010): 215-244.
- [111] Michalski J.B., Michalski B., "Symmetry in soil-steel bridges." *Archiwum Instytutu Inżynierii Lądowej/Politechnika Poznańska* (2012): 205-216.
- [112] Moore I.D., Booker J.R., "Simplified theory for the behaviour of buried flexible cylinders under the influence of uniform hoop compression." *International journal of solids and structures* 21.9 (1985): 929-941.
- [113] Moore I.D., Brachman R.W., "Research advancing the design of large span deep corrugated metal culverts." *Archiwum Instytutu Inżynierii Lądowej/Politechnika Poznańska* 12 (2012): 9-19.
- [114] Norato J., *et al.*, "A geometry projection method for shape optimization." *Int. J. Numer. Meth. Eng.* 60.14 (2004): 2289-2312.
- [115] Norato, J., Bell B.K., Tortorelli D.A., "A geometry projection method for continuum-based topology optimization with discrete elements." *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering* 293 (2015): 306-327.
- [116] Ohsaki M., "Simultaneous optimization of topology and geometry of a regular plane truss." *Computers & Structures* 66.1 (1998): 69-77.
- [117] Pacyna J. (ed.), *Metaloznawstwo: wybrane zagadnienia*. AGH Uczelniane Wydawnictwa Naukowo-Dydaktyczne, 2005.
- [118] Peterson R.W. "Interpretation of triaxial compression test results on partially saturated soils." *ASTM special technical publication* 977 (1988): 512-538.
- [119] Pettersson L., Bayoglu Flener, E., Sundquist, H., "Design of SoiliSteel Composite Bridges." *Structural Engineering International*, 25.2 (2015): 159-172.

- [120] Pettersson L., Leander J., Hansing L., "Fatigue design of soil steel composite bridges." *Archiwum Instytutu Inżynierii Lądowej/Politechnika Poznańska* 12 (2012): 237-242.
- [121] Pettersson L., Sundquist H., "Development of the Swedish handbook for buried flexible culverts." *Archiwum Instytutu Inżynierii Lądowej/Politechnika Poznańska* 1 (2007): 195-203.
- [122] Pettersson L., Sundquist, H., · *Design of soil-steel composite bridges*. TRITA-BKN Rep. No. 112, Royal Institute of Technology, KTH, Stockholm, 2007.
- [123] Pietruszczak S., *Fundamentals of plasticity in geomechanics*, TIBKAT, 2010.
- [124] Potts D.M., Zdravkovic L., *Finite element analysis in geotechnical engineering: application*. Vol. 2. Thomas Telford, 2001.
- [125] Rabcewicz L.V., Golser J., *Principles of dimensioning the support system for the New Austrian Tunnelling Method*. Water Power, 1973.
- [126] Rahami H., A. Kaveh, and Y. Gholipour. "Sizing, geometry and topology optimization of trusses via force method and genetic algorithm." *Engineering Structures* 30.9 (2008): 2360-2369.
- [127] Rajan S.D., "Sizing, shape, and topology design optimization of trusses using genetic algorithm." *J. Struct. Eng.* 121.10 (1995) 1480-1487.
- [128] Romano N., Palladino M., "Prediction of soil water retention using soil physical data and terrain attributes." *Journal of Hydrology* 265.1 (2002): 56-75.
- [129] Rowińska W., Tłustochowski J., *Sprawozdanie z pomiarów przemieszczeń konstrukcji w czasie próbnego obciążania mostu kolejowego w km. 9.912 linii Wrocław-Międzyzylesie*, Instytut Badawczy Dróg i Mostów, Żmigród- Węglewo, 1998.
- [130] Rowińska W., Tłustochowski J., *Sprawozdanie z nadzoru naukowego nad wykonaniem karbowanej konstrukcji stalowej Multiplate MP150/Arot Via w km. 9,912 linii Wrocław-Międzyzylesie w miejscowości Krosnowice*, Instytut Badawczy Dróg i Mostów, Żmigród- Węglewo, 1998.
- [131] Róžański A., Sobótka M., "Warunki optymalizacji kształtu wyrobisk podziemnych." *Górnictwo i Geoinżynieria* 33.1 (2009) 519–529.
- [132] Rusiński E., Czmochocki J., Smolnicki T., *Zaawansowana metoda elementów skończonych w konstrukcjach nośnych*, Oficyna Wydawnicza Politechniki Wrocławskiej, Wrocław 2000.
- [133] Sałustowicz A., *Zarys mechaniki górotworu*. Katowice, Wydawnictwo „Śląsk” 1968.
- [134] Skulski B., Karaś S., *Sprawozdanie z próbnego obciążenia statycznego i dynamicznego mostu na rzece Śwince w km 21+221,10*. Tychy/Lublin, 2014.
- [135] Sobótka M., "Numerical simulation of hysteretic live load effect in a soil-steel bridge." *Studia Geotechnica et Mechanica* 36.1 (2014): 103–109.
- [136] Sobótka M., Łydźba D., "Shape Optimization of Soil-steel Structure by Simulated Annealing." *Procedia Engineering* 91 (2014): 304-309.

- [137] Sobótka M., Łydźba D., Różański A., "Shape optimization of underground excavation by simulated annealing." *Studia Geotechnica et Mechanica* 35.1 (2013): 209–218.
- [138] Sonmez, F.O., "Shape optimization of 2D structures using simulated annealing." *Computer methods in applied mechanics and engineering* 196.35 (2007): 3279-3299.
- [139] Szajna, W. S., "Numerical model for the analysis of construction process of soil-steel culverts." *Archiwum Instytutu Inżynierii Lądowej/Politechnika Poznańska* 1 (2007): 215-223.
- [140] Szcześniak W., Hypki M., Skulski B., Śledziewski K., "Badanie statyczne i dynamiczne mostu kolejowego o konstrukcji powłokowo-gruntowej." *Logistyka* 6 (2014): 10252-10261.
- [141] Szymkiewicz R., *Metody numeryczne w inżynierii wodnej*, Wydawnictwo Politechniki Gdańskiej, 2012.
- [142] Śledziewski K., "Współczesne metody przebudowy mostów drogowych–przykłady zastosowanych rozwiązań." *Budownictwo i Architektura* 10.1 (2012): 145-156.
- [143] Timoshenko S., Goodier J. N., *Teoria sprężystości*, Warszawa, Arkady, 1962.
- [144] Tomala P., Markowicz K., Bresch B., "Elements of the design process of the flexible steel arch over double track electrified railway." *Archiwum Instytutu Inżynierii Lądowej/Politechnika Poznańska* 1 (2007): 225-232.
- [145] Tomala P., Nowak M., Marecki A., "Fundamenty konstrukcji gruntowo-powłokowych z blach falistych." *Inżynieria i Budownictwo* 69 (2013): 136-140.
- [146] Toro E.F., *Riemann Solvers and Numerical Methods for Fluid Dynamics*, Springer-Verlag, 1999.
- [147] Turner M.J., Clough R.W., Martin H.C., Topp L.J., "Stiffness and Deflection Analysis of Complex Structures." *J. Aeronaut. Sci.* 23 (1956): 805-824.
- [148] Urbański A., *et al.*, "Projektowanie kolejowego wiaduktu gruntowo-powłokowego z blach falistych. Podejście analityczne i numeryczne." *Czasopismo Techniczne Środowisko* 3 (2012): 183-198.
- [149] Van Genuchten M.T., "A closed-form equation for predicting the hydraulic conductivity of unsaturated soils." *Soil science society of America journal* 44.5 (1980): 892-898.
- [150] Vanapalli S.K., *et al.* "Model for the prediction of shear strength with respect to soil suction." *Canadian Geotechnical Journal* 33.3 (1996): 379-392.
- [151] Vaslestad J., *et al.*, "Field measurements of old brick culvert slip lined with corrugated steel culvert." *Transportation Research Record: Journal of the Transportation Research Board* 1892.1 (2004): 227-234.
- [152] Vaslestad J., Madaj A., Janusz L., "Field measurements of long-span corrugated steel culvert replacing corroded concrete bridge." *Transportation Research Record: Journal of the Transportation Research Board* 1814.1 (2002): 164-170.
- [153] de Vallejo L.I.G., Ferrer M., *Geological Engineering*. CRC Press, 2011.
- [154] Vermeer P.A., de Borst R., "Non-Associated Plasticity for Soils, Concrete and Rock." *Heron*, 29.3 (1984): 3-64.

- [155] Vesic A.S., Clough G. W., "Behavior of granular materials under high stresses." *Journal of Soil Mechanics & Foundations Div* (1968): 661-668.
- [156] Wilson E.L., Nickell R.E. "Application of the Finite Element Method to Heat Conduction Analysis." *Nuclear Engineering and Design* 4 (1966): 276-286.
- [157] Wiłun Z., *Zarys geotechniki*, wyd. VII. Wydawnictwo Komunikacji i Łączności, Warszawa, 2005.
- [158] Wysokowski A., *et al.*, "Przejścia dla zwierząt: w zgodzie z naturą." *Geoinżynieria: drogi, mosty, tunele* 2 (2007): 40-42.
- [159] Wysokowski A., Howis J., "Influence of results of testing on manner of constructing culverts and animals passage made as buried flexible steel structures." *Archiwum Instytutu Inżynierii Lądowej/Politechnika Poznańska* (2012): 275-288.
- [160] Wysokowski A., Janusz L., "General conclusions based on the testing of various types of corrugated flexible structures in laboratory in natural scale." *Archiwum Instytutu Inżynierii Lądowej/Politechnika Poznańska* (2007): 273-286.
- [161] Wysokowski A., Staszczuk A., Bednarek B.. "Decrease of negative impact of transport infrastructure investments on natural migration of the wild animals" *Archiwum Instytutu Inżynierii Lądowej/Politechnika Poznańska* (2007) : 287-295.
- [162] Xie Y.M., *et al.*, "Application of topological optimisation technology to bridge design." *Struct. Eng. Int.* 2 (2014): 185-191.
- [163] Xie Y.M., Steven G.P., "A simple evolutionary procedure for structural optimization." *Comput. Struct.* 49.5 (1993): 885-96.
- [164] Xie Y.M., Steven G.P., *Evolutionary structural optimization*, Springer, Berlin, 1997.
- [165] Yeau K.Y., *Experimental, Analytical and Theoretical Investigation of Corrugated Metal Culvert Behavior*. Praca doktorska. The Ohio State University, 2010.
- [166] Young V., *et al.*, "3D and multiple load case bi-directional evolutionary structural optimization (BESO)." *Structural optimization* 18.2-3 (1999) 183-192.
- [167] Zienkiewicz O.C., Cheung Y.K., "Finite Elements in the Solution of Field Problems." *The Engineer* (1965): 507-510.
- [168] Zienkiewicz O.C., *The finite element method*, McGraw-Hill, New York, 1977.

Normy, katalogi, instrukcje

- [169] AASHTO. *Standard Specifications for Highway Bridges*, Section 12, Washington, D.C. 2001.
- [170] ASTM. *Standard practice for structural design of corrugated steel pipe, pipe-arches, and arches for storm and sanitary sewers and other buried applications*. ASTM-A796/A 796M, West Conshohocken, Pa 1999.
- [171] Canadian Standard Association, *Canadian Highway Bridge Design Code (CSA-CHBD)*. CAN/CSA-S6-00, Section 7, Toronto. 2001.

- [172] FLAC Fast Lagrangian Analysis of Continua. *User's Guide*, Ver. 7.0. Itasca Consulting Group Inc., Minneapolis, 2011.
- [173] FLAC3D Fast Lagrangian Analysis of Continua in 3 Dimensions. Version 4.0. *User's Guide*, Itasca Consulting Group Inc., Minneapolis, 2009.
- [174] Katalog: *Konstrukcje podatne z blachy falistej MultiPlate*. ViaCon. Ed. 01/2013.
- [175] Katalog: *Konstrukcje podatne z blachy falistej SuperCor*. ViaCon. Ed. 01/2013.
- [176] Katalog: *Rury stalowe spiralnie karbowane HelCor i HelCor PipeArch*. ViaCon. Ed. 01/2013.
- [177] *Ontario Highway Bridge Design Code (OHBDC) 1983*. II ed., Ontario Ministry of Transportation, Toronto.
- [178] PN-85/S-10030. *Obiekty mostowe. Obciążenia*.
- [179] PN-81/B-03020. *Grunty budowlane. Posadowienie bezpośrednie budowli. Obliczenia statyczne i projektowanie*.

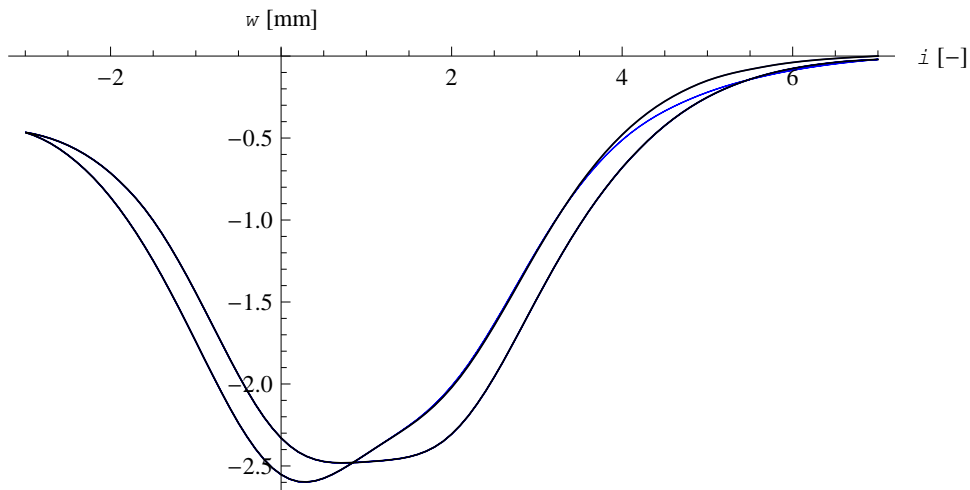
Załącznik 1

Uzupełnienie p. 6.1:

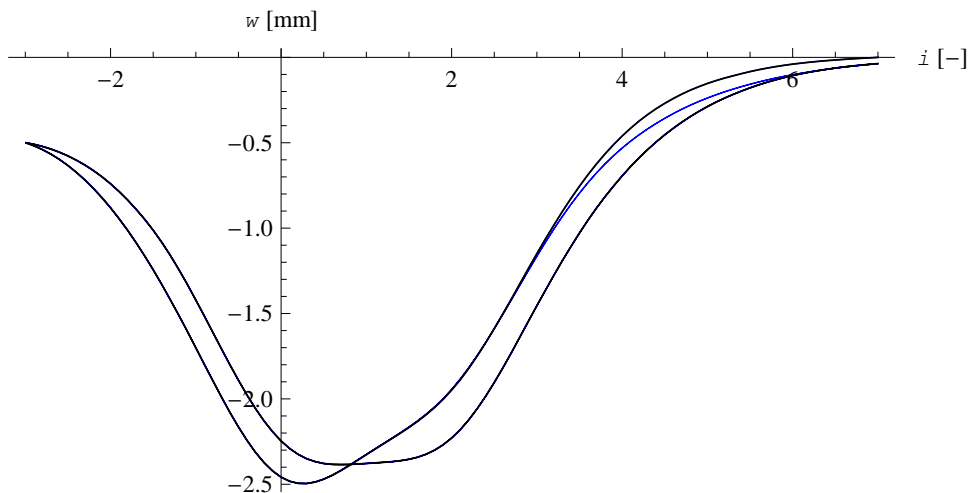
Ocena wrażliwości rozwiązania na wartości przyjętych parametrów
oraz weryfikacja doboru gęstości siatki

Z1.1. Wrażliwość rozwiązania na kąt tarcia ϕ w „interface’ie”

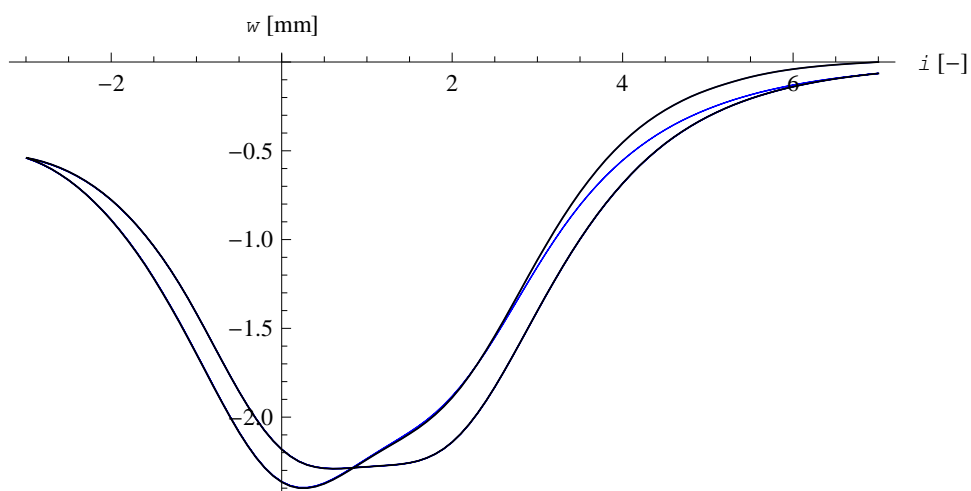
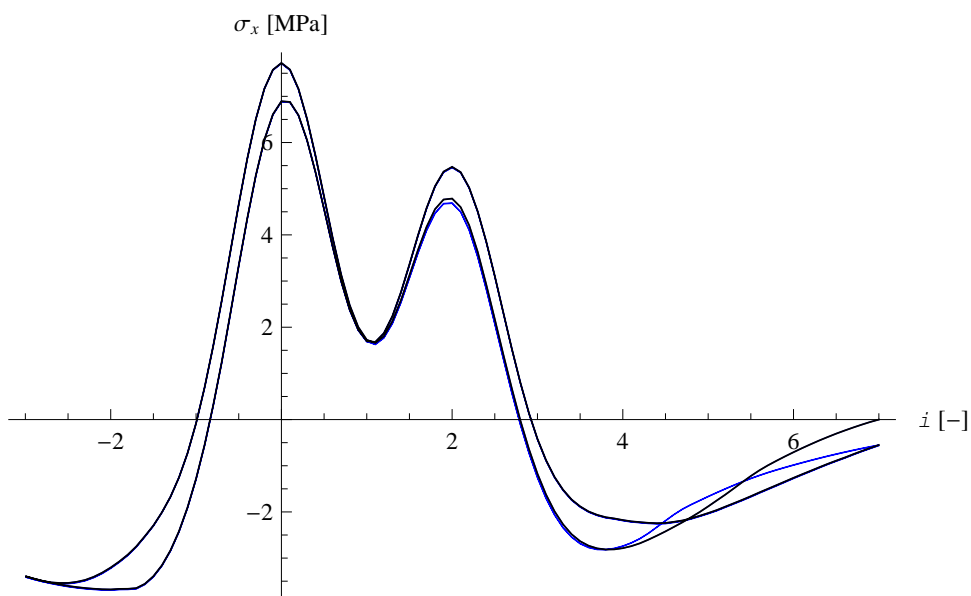
Wrażliwość rozwiązania na przyjętą wartość kąta tarcia ϕ gruntu o powłokę oceniono na podstawie porównania sekwencji wyników uzyskanych przy trzech różnych wartościach tego parametru. Procedurę symulacji i inne parametry pozostawiono bez zmian względem opisu w p. 6.1. Na rysunkach Z1.1–Z1.3 pokazano wykresy przemieszczenia dla wartości kąta tarcia ϕ w „interface’ie”, wynoszących kolejno $\phi=18,0^\circ$, $\phi=22,0^\circ$, $\phi=26,0^\circ$, a na rys. Z1.4–Z1.6 wykresy naprężenia obwodowego dla tej samej sekwencji wartości ϕ .

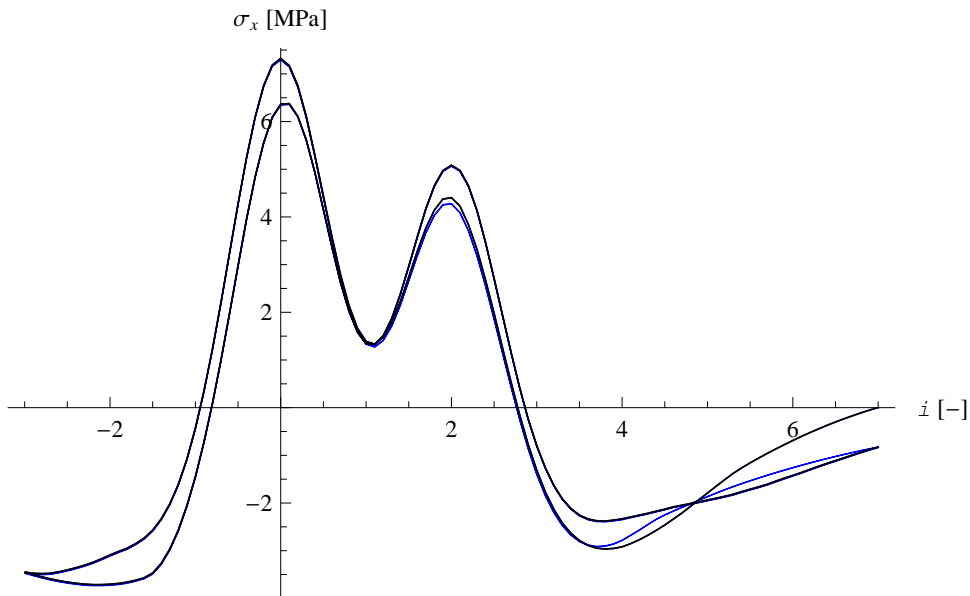


Rys. Z1.1. Przemieszczenie pionowe w kluczu powłoki – $\phi=18,0^\circ$

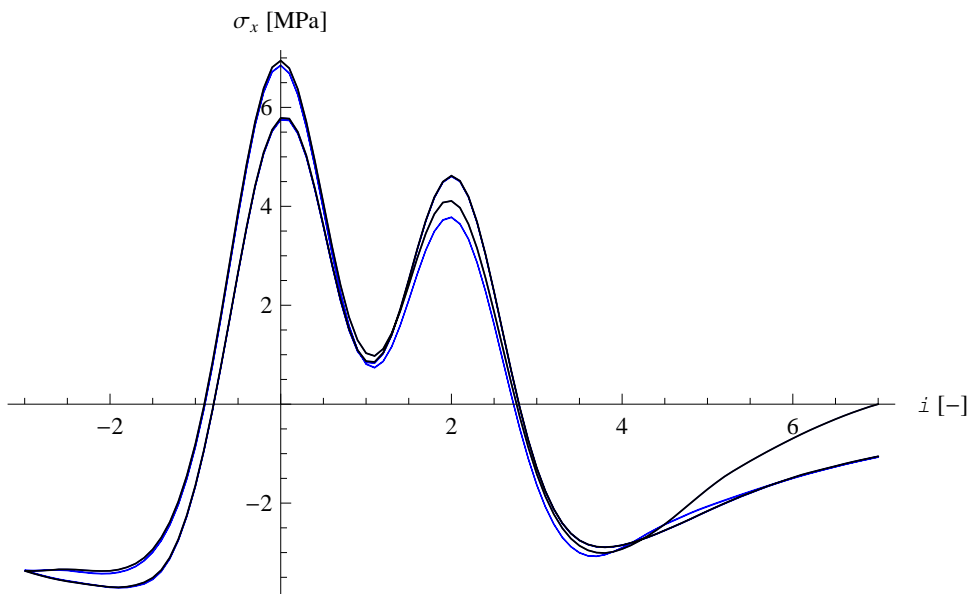


Rys. Z1.2. Przemieszczenie pionowe w kluczu powłoki – $\phi=22,0^\circ$

Rys. Z1.3. Przemieszczenie pionowe w kluczu powłoki – $\phi=26,0^\circ$ Rys. Z1.4. Normalne naprężenie obwodowe na dolnej powierzchni powłoki w kluczu – $\phi=18,0^\circ$



Rys. Z1.5. Normalne naprężenie obwodowe na dolnej powierzchni powłoki w kluczu – $\phi=22,0^\circ$



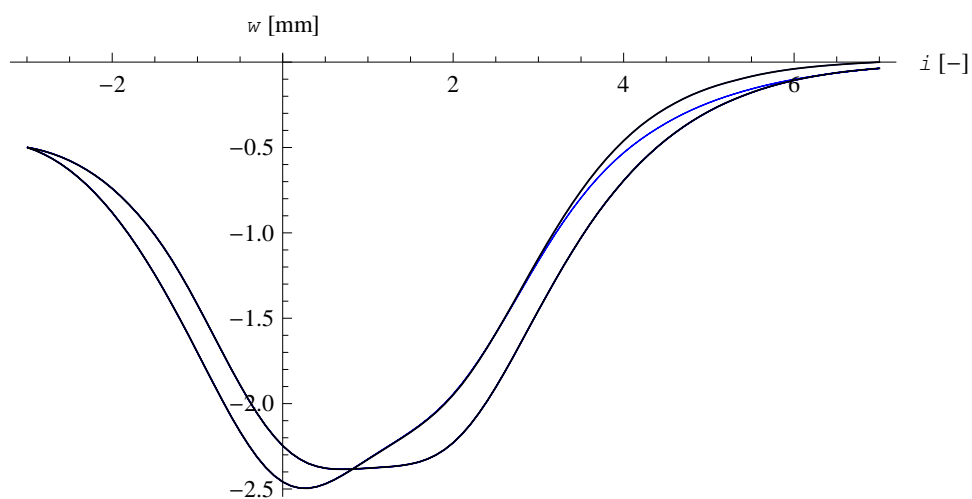
Rys. Z1.6. Normalne naprężenie obwodowe na dolnej powierzchni powłoki w kluczu – $\phi=22,0^\circ$

Przedstawione wyżej wyniki pokazują, że zmiana kąta tarcia wewnętrznego na kontakcie grunt-powłoka nie wykazuje dużego wpływu na wyniki zarówno pod względem ilościowym jak i jakościowym. Wartość maksymalnego przemieszczenia w dół w kluczu powłoki maleje jedynie nieznacznie wraz z zwiększaniem kąta tarcia. Przemieszczenie to wynosi $w=2,6$ mm przy $\phi=18,0^\circ$ oraz $w=2,4$ mm przy $\phi=26,0^\circ$. Pod względem jakościowym, w zakresie uzyskiwanych dla różnych kątów tarcia ϕ wyników przemieszczenia, można stwierdzić, że przy zwiększaniu kąta tarcia nieznacznie rośnie trwałe przemieszczenie klucza powłoki w dół pozostające po pierwszym przejeździe (od wartości ok. 0,03 mm do ok. 0,10 mm). W zakresie wyników dotyczących

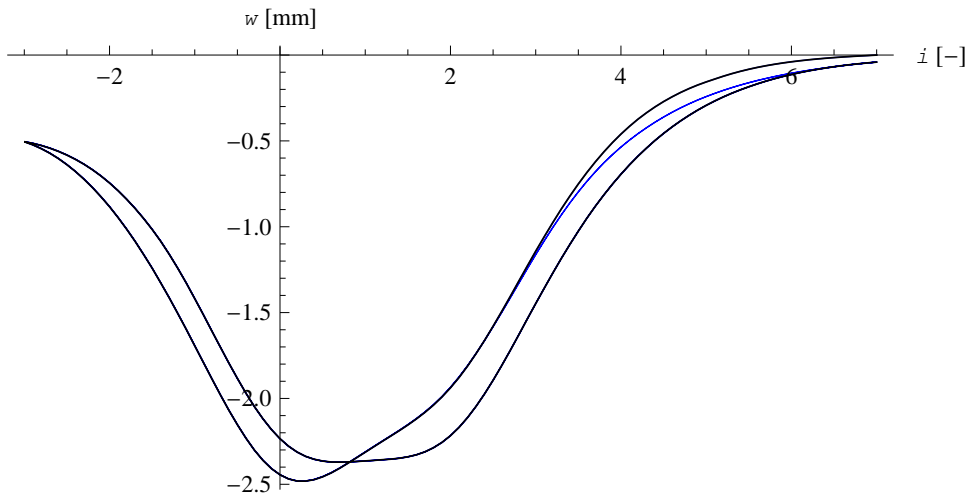
naprężenia, uzyskiwanych dla różnych kątów tarcia w interface'ie, różnice ilościowe jak i jakościowe są nieznaczne. Występuje niewielki przyrost wartości naprężenia ściskającego pozostającego w powłoce po pierwszym przejeździe. Wraz ze zwiększaniem kąta tarcia maleje wartość lokalnego minimum naprężenia w położeniu ($i=1$), kiedy dwie najcięższe osie pojazdu ustawione są symetrycznie względem punktu pomiarowego. Zaznacza się również niewielkie przesunięcie rzędnej i wartości tego ekstremum naprężenia w przejazdach w przeciwnych kierunkach, ale nie w tak dużym stopniu jak w wyniku badania rzeczywistego obiektu. Wyraźnie zmienia się kształt wykresu przy skrajnych położeniach pojazdu, gdzie zmienia się kierunek przemieszczania pojazdu. Po lewej stronie ($i=3$) histereza „rozszerza się”, a po prawej ($i=7$) „zaciska”.

Z1.2. Wrażliwość rozwiązania na wartość adhezji a w „interface'ie”

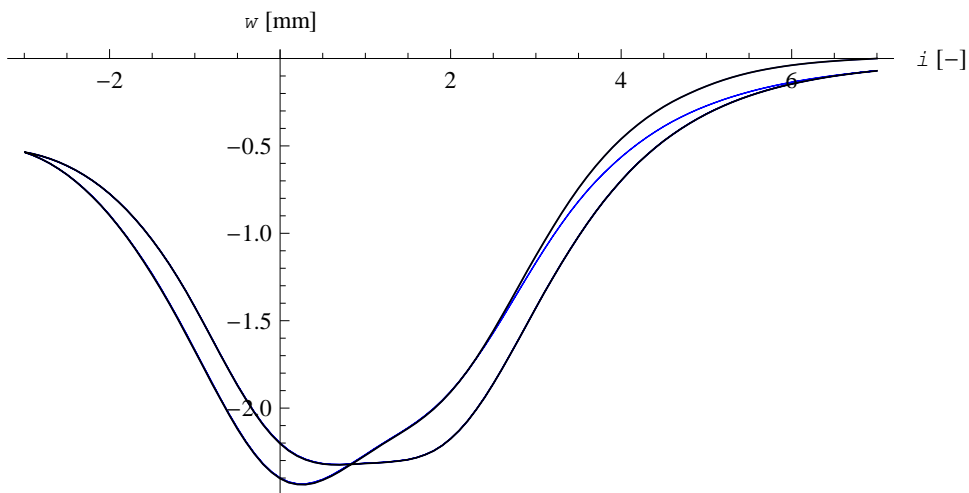
Sprawdzenie wrażliwości wyników na wartość adhezji a w kontakcie przeprowadzono poprzez symulację zagadnienia trzykrotnego cyklu obciążenia (przejazdu samochodu ciężarowego przez most) dla sekwencji trzech wartości adhezji, tj. $a=0,0$ kPa, $a=1,0$ kPa oraz $a=5,0$ kPa. Przypadek $a=0,0$ kPa odpowiada wynikom z p. 6.1.2. Inne parametry materiałowe i procedurę symulacji numerycznej pozostawiono niezmiennione względem opisów z p. 6.1 i p. 6.1.1. Na rys. Z1.7–Z1.9 przedstawiono wykresy przemieszczenia, a na rys. Z1.10–Z1.11 wykresy naprężenia obwodowego dla rozważanych wartości a .



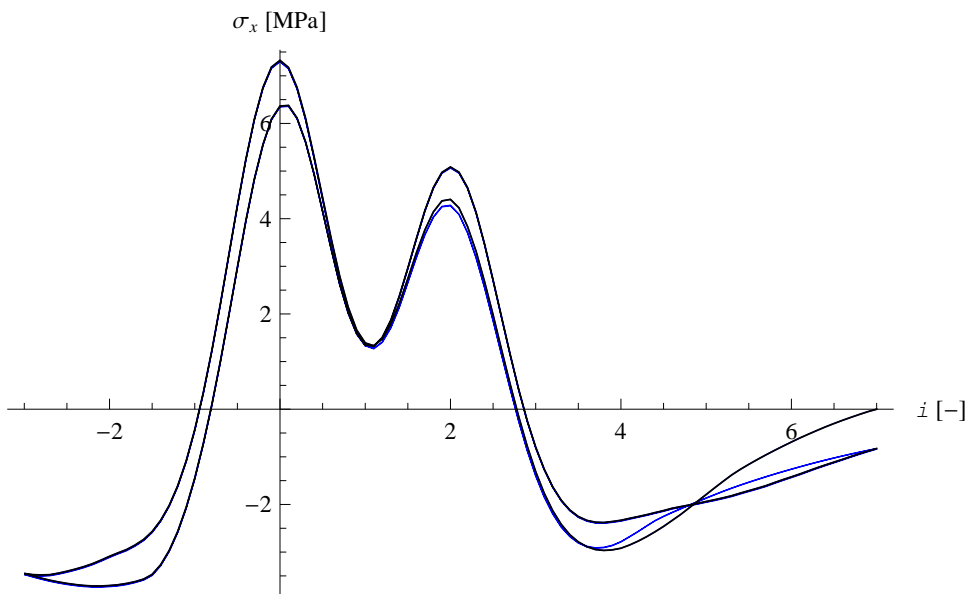
Rys. Z1.7. Przesunięcie pionowe w kluczu powłoki – $a=0,0$ kPa



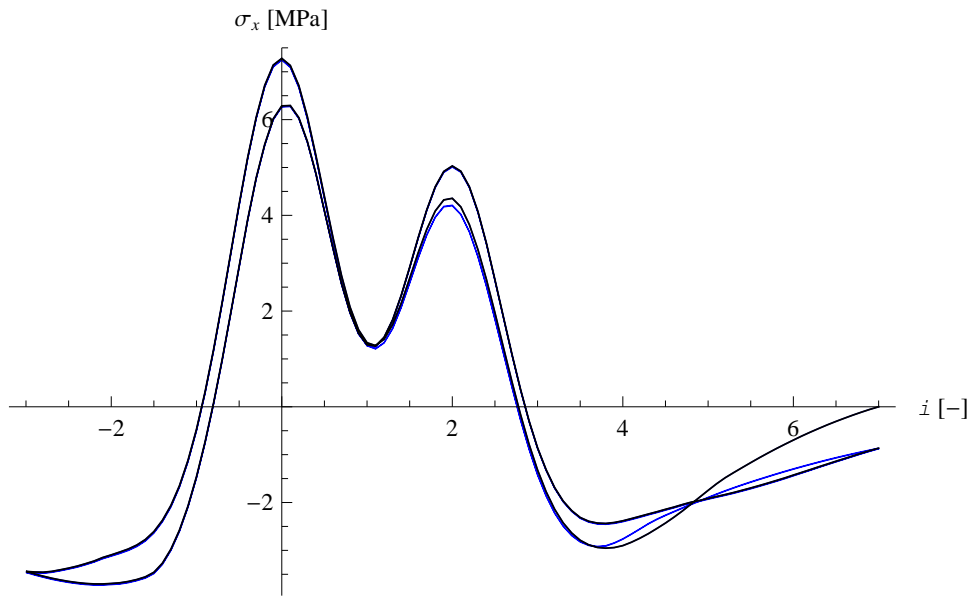
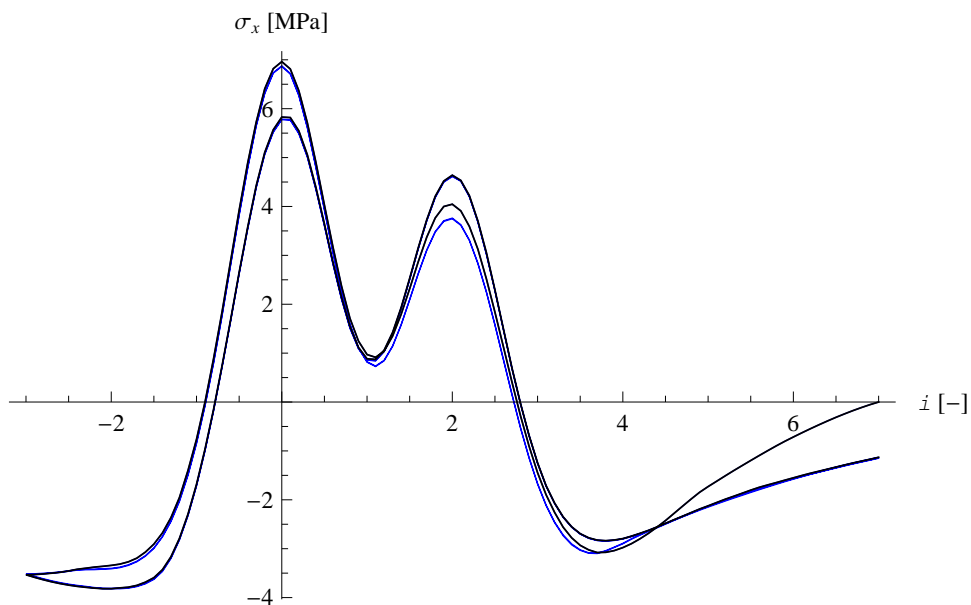
Rys. Z1.8. Przemieszczenie pionowe w kluczu powłoki – $a=1,0$ kPa



Rys. Z1.9. Przemieszczenie pionowe w kluczu powłoki – $a=5,0$ kPa



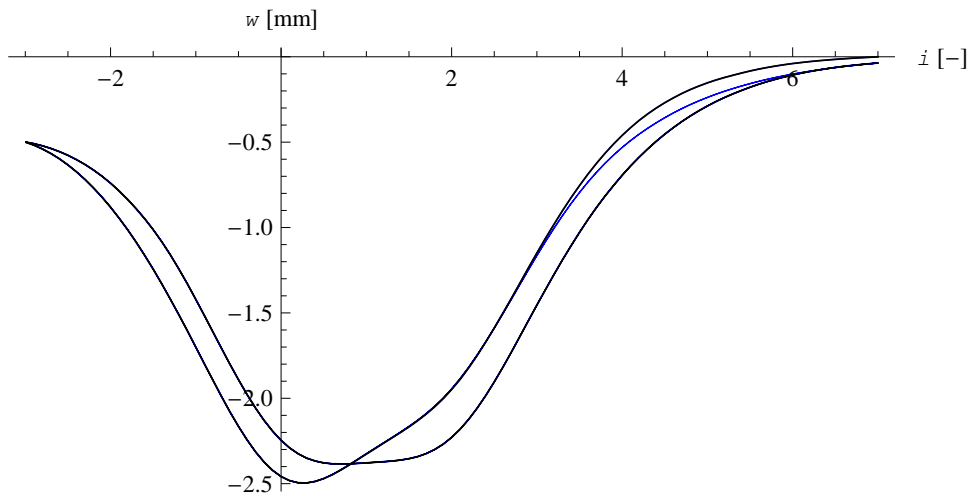
Rys. Z1.10. Normalne naprężenie obwodowe na dolnej powierzchni powłoki w kluczu – $a=0,0$ kPa

Rys. Z1.11. Normalne naprężenie obwodowe na dolnej powierzchni powłoki w kluczu – $a=1,0$ kPaRys. Z1.12. Normalne naprężenie obwodowe na dolnej powierzchni powłoki w kluczu – $a=5,0$ kPa

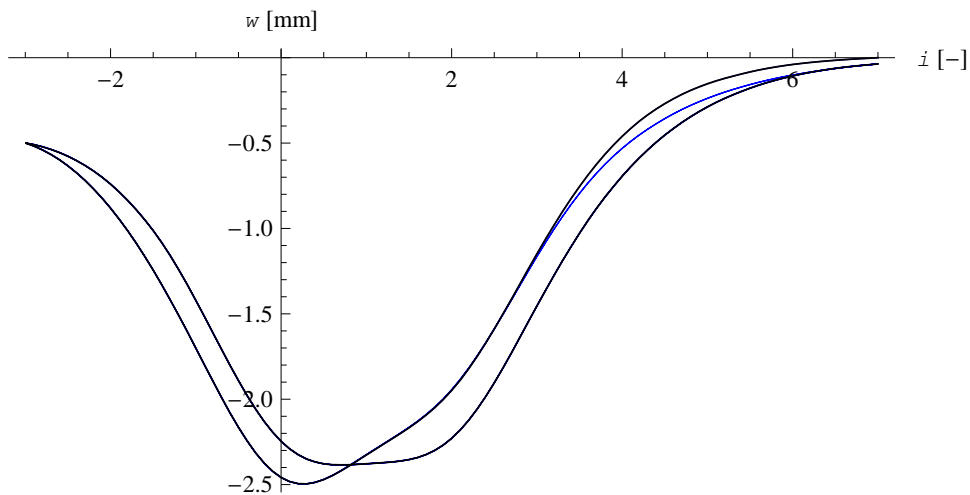
Zmiana adhezji w interfejsie w zakresie od 0,0 kPa do 5,0 kPa powoduje zmiany w wynikach mniejsze niż zmiana kąta tarcia w zakresie od $18,0^\circ$ do $26,0^\circ$. W szczególności maksymalne przemieszczenia w dół nie różnią się o więcej niż 0,05 mm, maksymalne naprężenia o nie więcej niż 0,5 MPa. Podobnie jak w poprzednim punkcie występuje nieznaczny przyrost trwałego przemieszczenia oraz naprężenia po pierwszym cyklu obciążenia wraz ze wzrostem wartości analizowanego parametru, w tym przypadku a .

Z1.3. Wrażliwość rozwiązania na wartość kąta dylatacji ψ w „interface’ie”

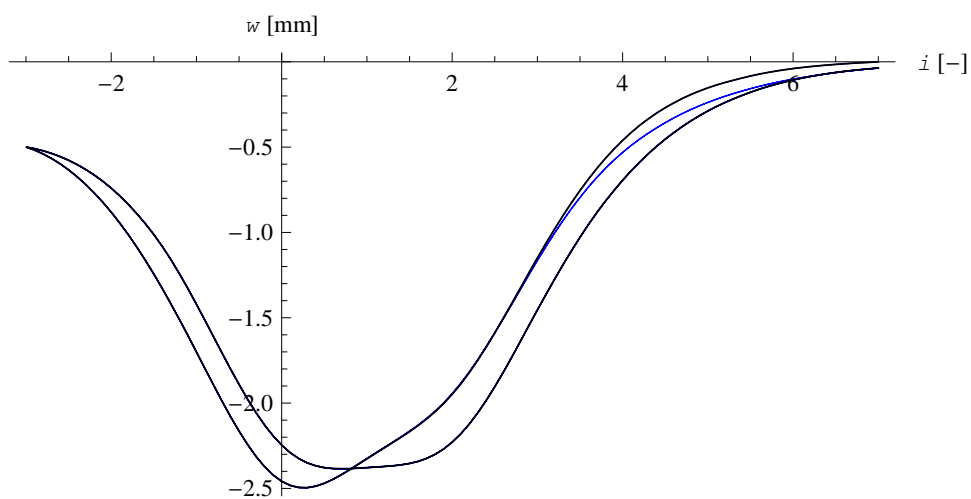
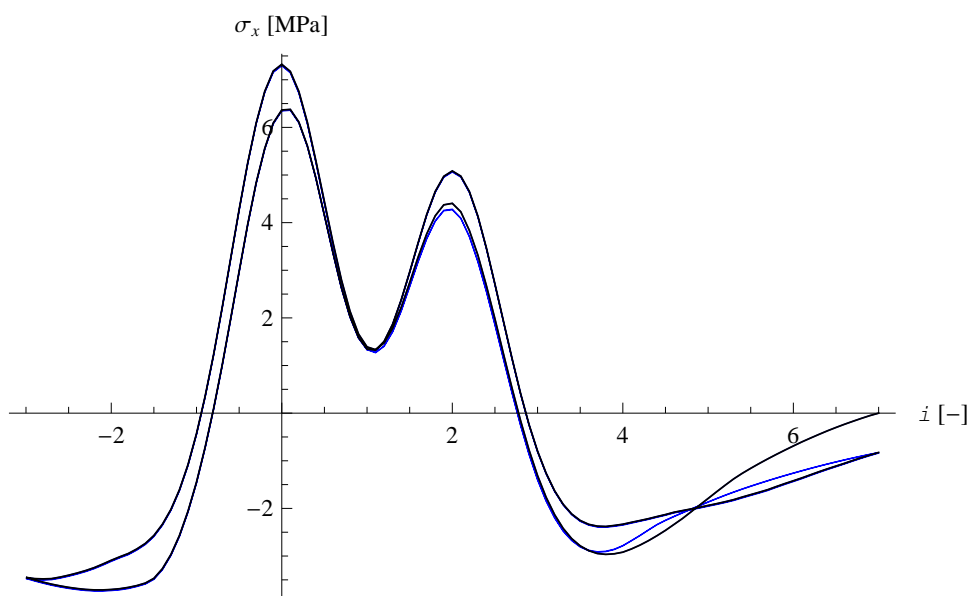
Wrażliwość rozwiązania na wartość kąta dylatacji w „interface’ie” została sprawdzona w podobny sposób jak w przypadku odpowiednich analiz dla kąta tarcia i adhezji. Wyniki w zakresie przemieszczenia w oraz naprężenia σ_x w punkcie 12 dla sekwencji kątów dylatacji $\psi=0,0^\circ$, $\psi=2,0^\circ$ oraz $\psi=4,0^\circ$ przedstawiono na rysunkach Z1.13–Z1.18.

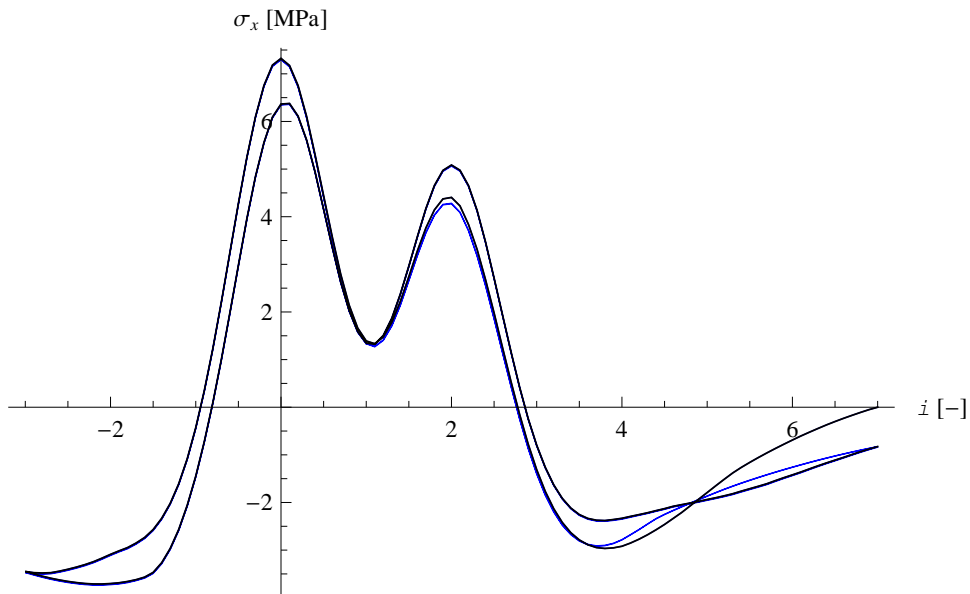


Rys. Z1.13. Przemieszczenie pionowe w kluczu powłoki – $\psi=0,0^\circ$

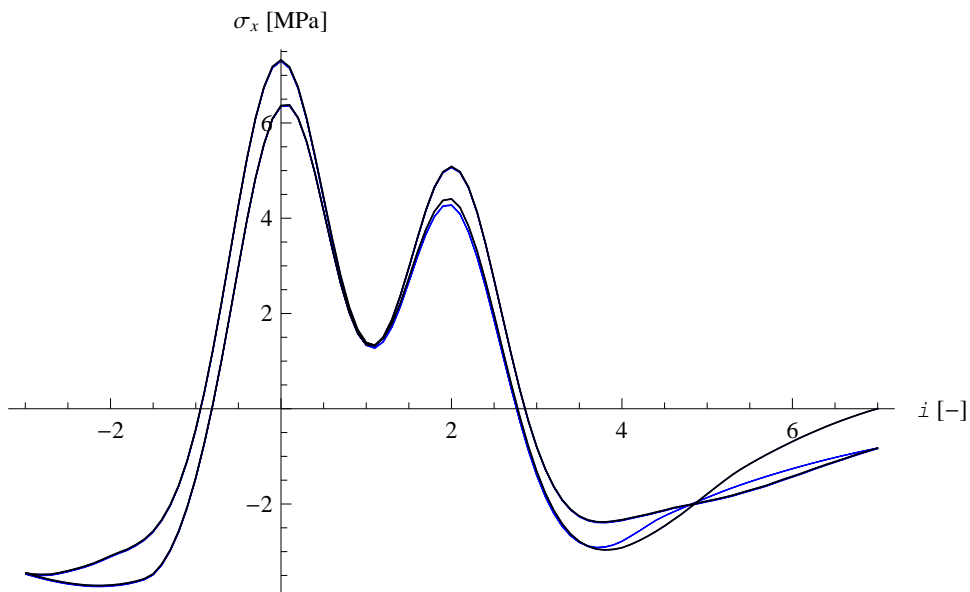


Rys. Z1.14. Przemieszczenie pionowe w kluczu powłoki – $\psi=2,0^\circ$

Rys. Z1.15. Przeszczenie pionowe w kluczu powłoki – $\psi=4,0^\circ$ Rys. Z1.16. Normalne naprężenie obwodowe na dolnej powierzchni powłoki w kluczu – $\psi=0,0^\circ$



Rys. Z1.17. Normalne naprężenie obwodowe na dolnej powierzchni powłoki w kluczu – $\psi=2,0^\circ$



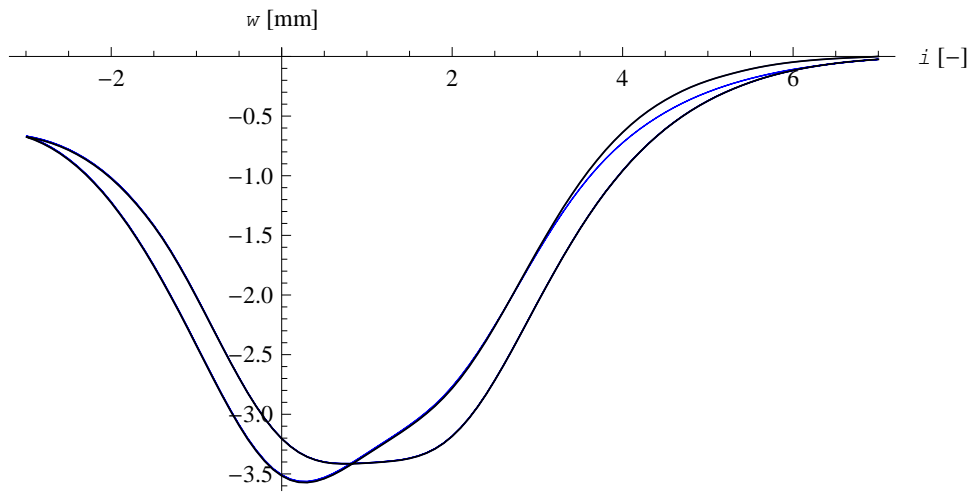
Rys. Z1.18. Normalne naprężenie obwodowe na dolnej powierzchni powłoki w kluczu – $\psi=4,0^\circ$

Zaprezentowane wyżej wyniki nie wykazują w ogóle zauważalnych różnic. Wpływ zmiany kąta dylatacji na kontakcie jest zatem pomijalny.

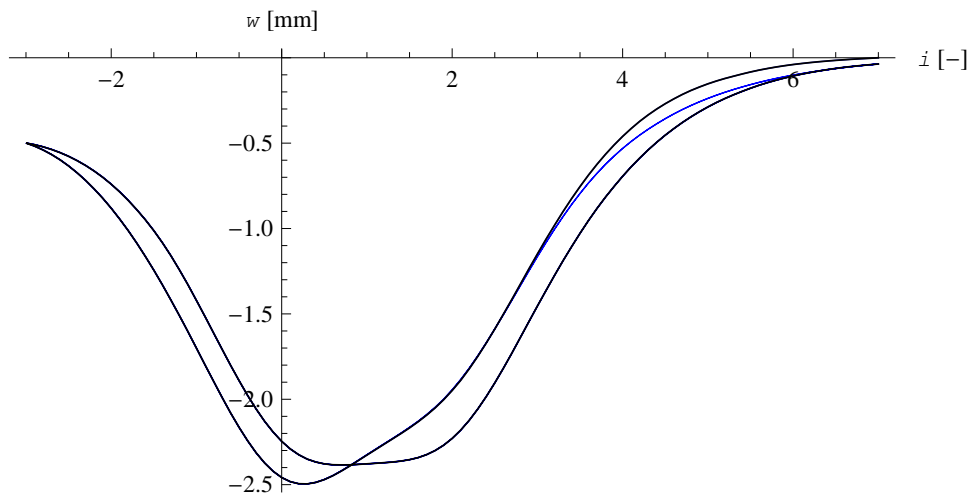
Z1.4. Wrażliwość rozwiązania na moduł Younga E zasyпки

Analogicznie do poprzednich punktów sprawdzono wpływ przyjętej wartości modułu Younga na wyniki. Oprócz wartości $E=150,0$ MPa, przyjętej w p. 6.1, obliczono zagadnienie dla dodatkowych wartości $E=100,0$ MPa oraz $E=200,0$ MPa. Rysunki na kolejnych stronach (Z1.19–Z1.24) przedstawiają wyniki w zakresie przemieszczenia w

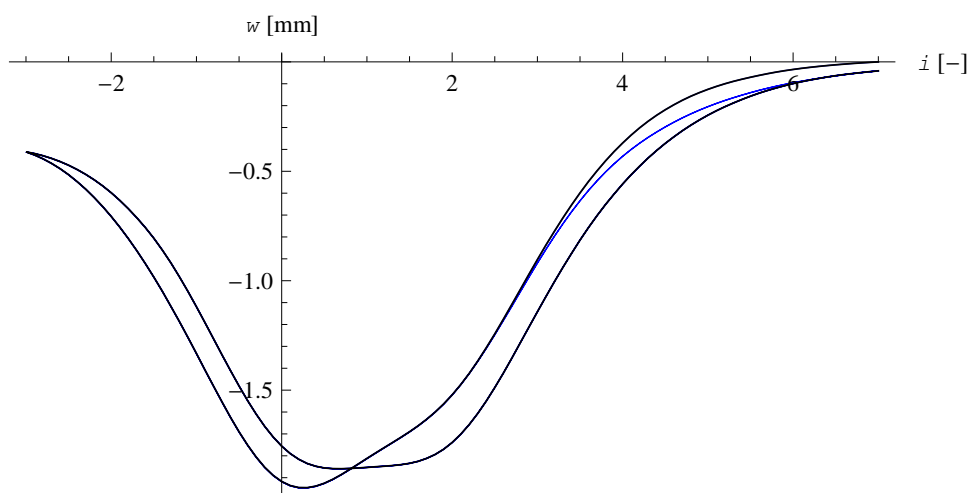
oraz naprężenia σ_x w kluczu powłoki dla sekwencji wartości modułu Younga zasypki: $E=100,0$ MPa, $E=150,0$ MPa oraz $E=200,0$ MPa.



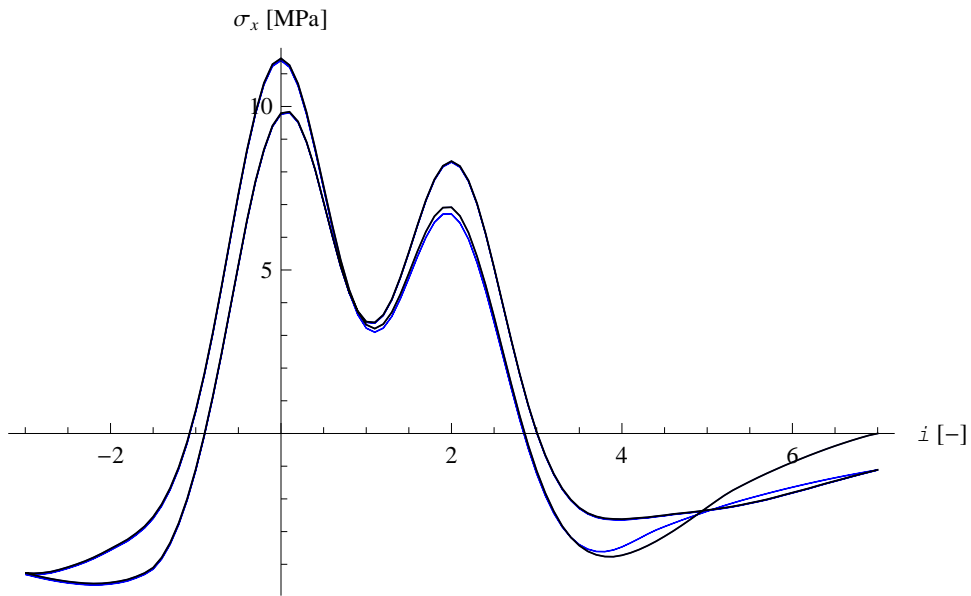
Rys. Z1.19. Przemieszczenie pionowe w kluczu powłoki – $E=100,0$ MPa



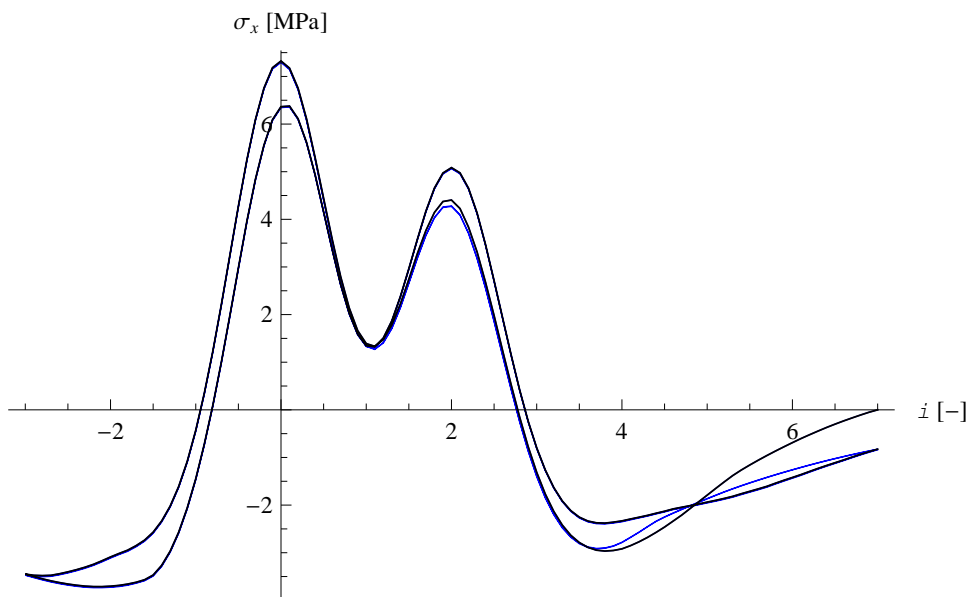
Rys. Z1.20. Przemieszczenie pionowe w kluczu powłoki – $E=150,0$ MPa



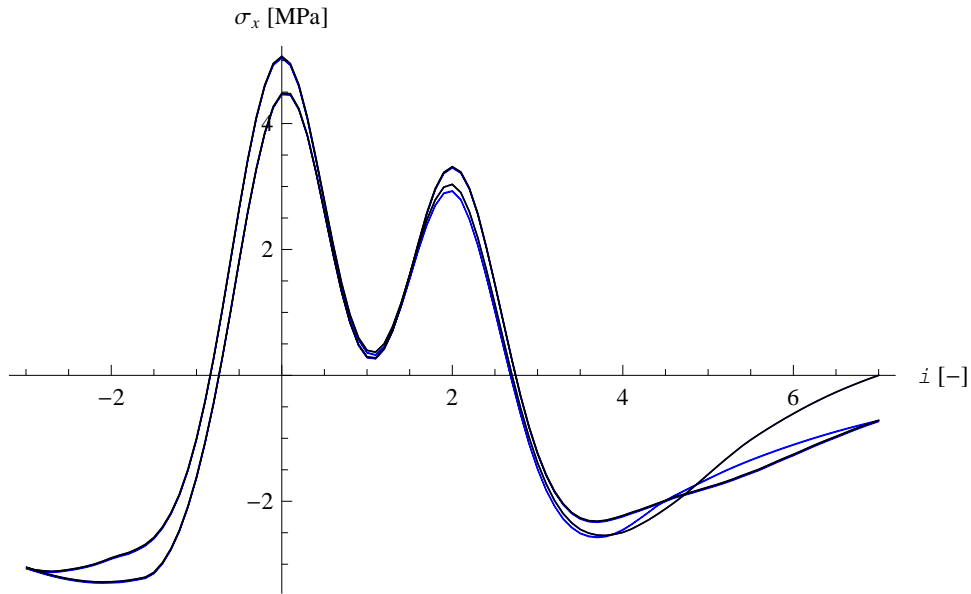
Rys. Z1.21. Przemieszczenie pionowe w kluczu powłoki – $E=200,0$ MPa



Rys. Z1.22. Normalne naprężenie obwodowe na dolnej powierzchni powłoki w kluczu – $E=100,0$ MPa



Rys. Z1.23. Normalne naprężenie obwodowe na dolnej powierzchni powłoki w kluczu – $E=150,0$ MPa

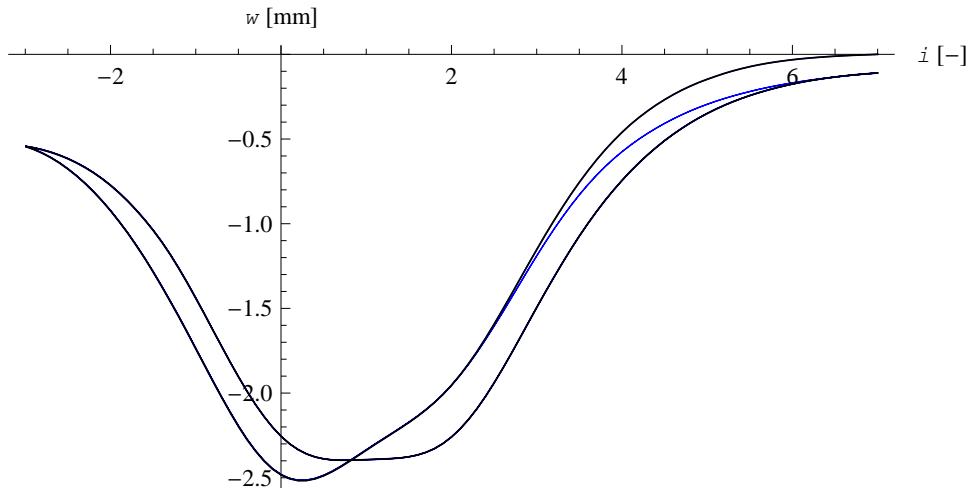


Rys. Z1.24. Normalne naprężenie obwodowe na dolnej powierzchni powłoki
w kluczu – $E=200,0$ MPa

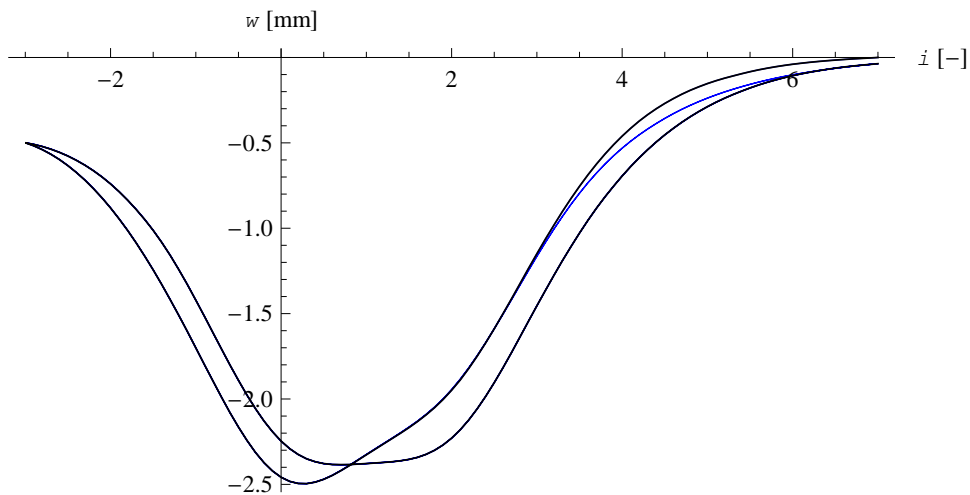
Moduł Younga, przyjęty dla zasyпки ma duży wpływ na wartości uzyskiwanych wartości przemieszczenia i naprężenia. Wartość maksymalnego przemieszczenia w kluczu, skierowanego w dół, maleje wraz ze zwiększaniem modułu Younga od wartości ok 3,5 mm przy $E=100,0$ MPa do ok. 1,9 mm przy $E=200,0$ MPa. Kształt wykresów przemieszczenia pozostaje w zasadzie niezmienny. W zakresie naprężeń różnice ilościowe dotyczą głównie maksymalnych wartości rozciągania w położeniach, w których jedna z osi pojazdu znajduje się dokładnie nad punktem referencyjnym 12, tzn. nad kluczem powłoki. Wartości te maleją ze zwiększaniem modułu Younga i wynoszą około: $\sigma_x=11,5$ MPa przy $E=100,0$ MPa, $\sigma_x=8,5$ przy $E=150,0$ MPa oraz $\sigma_x=6,0$ przy $E=200,0$ MPa. Maksymalne wartości naprężenia ściskającego, występujące przy położeniu $i=-2$, wynoszą: $\sigma_x=4,5$ MPa przy $E=100,0$ MPa, $\sigma_x=3,8$ przy $E=150,0$ MPa oraz $\sigma_x=3,7$; gdy $E=200,0$ MPa. Kształt wykresów nie ulega znacznym zmianom. Zmienia się zasadniczo jedynie proporcja pomiędzy największymi wartościami ściskania i rozciągania oraz wartość lokalnego minimum w pobliżu położenia $i=1$. Oprócz tego, ze zwiększaniem modułu sprężystości niweluje się przesunięcie gałęzi wykresów w kierunku ruchu przy przejazdach w przeciwnych kierunkach.

Z1.5. Wrażliwość rozwiązania na współczynnik Poissona ν zasyпки

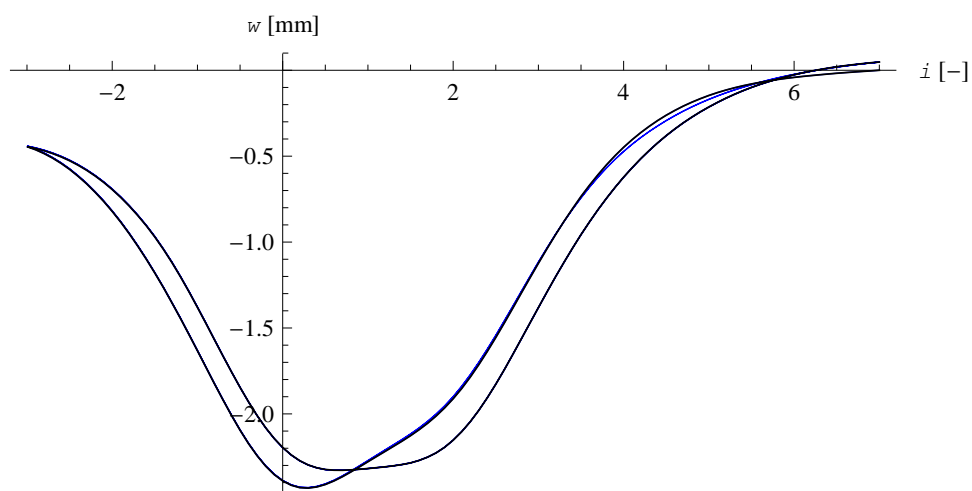
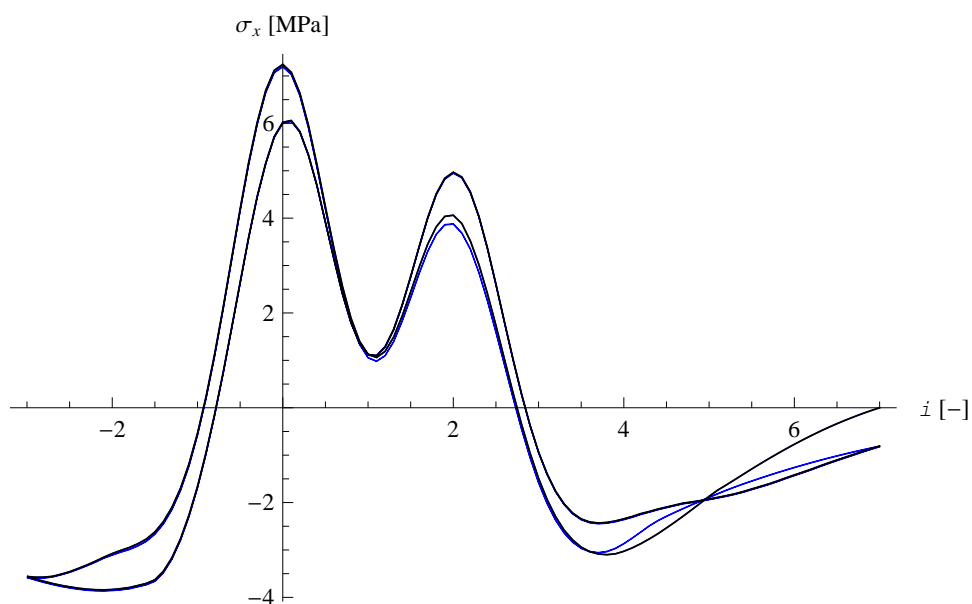
Sprawdzenie wrażliwości rozwiązania na zmianę współczynnika Poissona ν zasyпки przeprowadzono w analogiczny sposób jak w poprzednich punktach. Dodatkowe symulacje numeryczne przeprowadzono dla wartości $\nu=0,15$ oraz $\nu=0,35$. Rysunki poniżej przedstawiają wyniki w zakresie przemieszczenia w oraz naprężenia σ_x w punkcie 12 dla sekwencji wartości współczynnika Poissona $\nu=0,15$; $\nu=0,25$ oraz $\nu=0,35$.

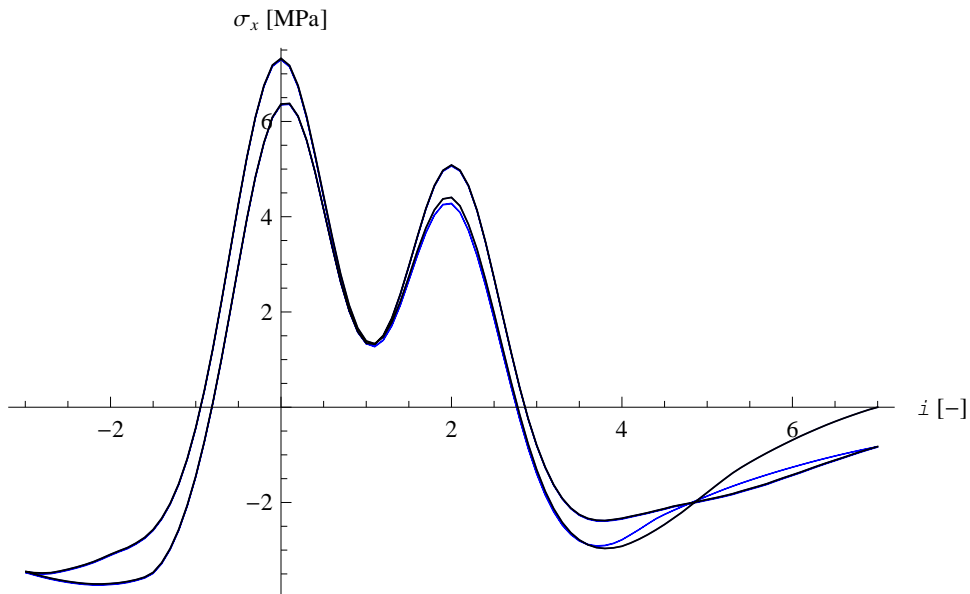


Rys. Z1.25. Przemieszczenie pionowe w kluczu powłoki – $\nu=0,15$

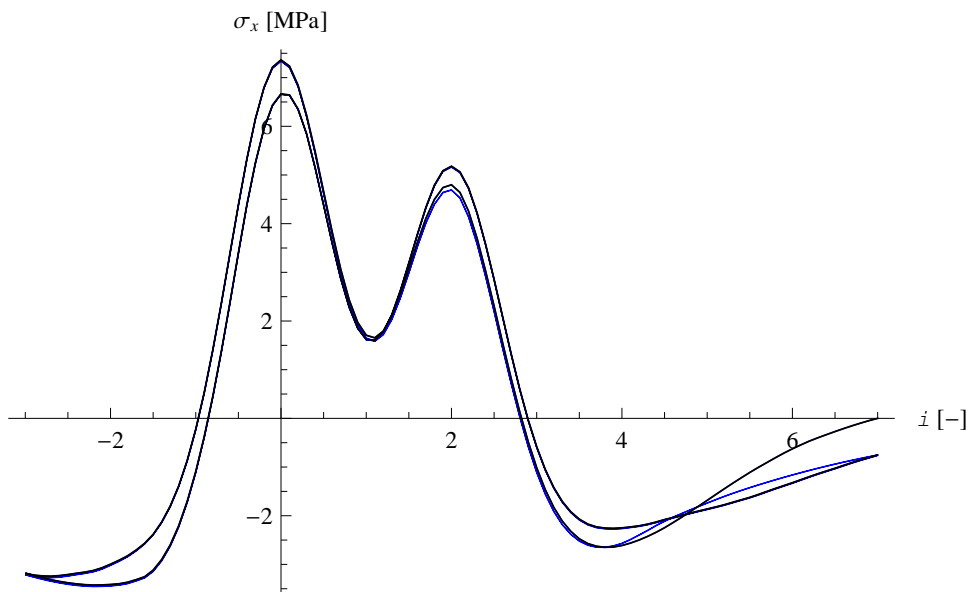


Rys. Z1.26. Przemieszczenie pionowe w kluczu powłoki – $\nu=0,25$

Rys. Z1.27. Przemieszczenie pionowe w kluczu powłoki – $\nu=0,35$ Rys. Z1.28. Normalne naprężenie obwodowe na dolnej powierzchni powłoki w kluczu – $\nu=0,15$



Rys. Z1.29. Normalne naprężenie obwodowe na dolnej powierzchni powłoki w kluczu – $\nu=0,25$

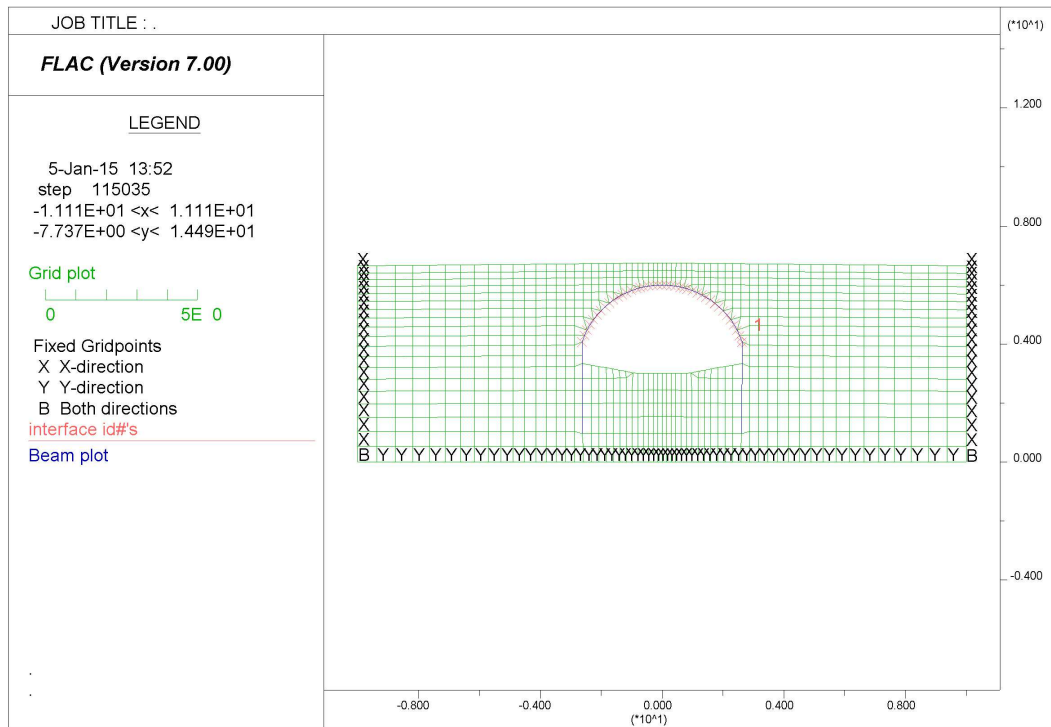


Rys. Z1.30. Normalne naprężenie obwodowe na dolnej powierzchni powłoki w kluczu – $\nu=0,35$

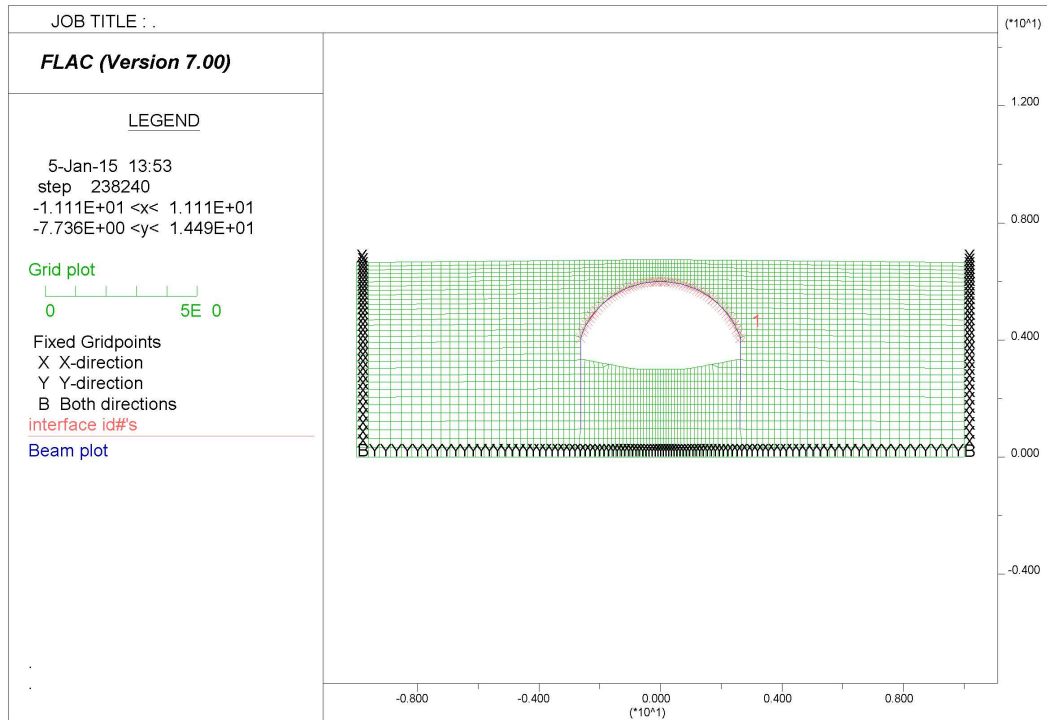
Zmiana współczynnika Poissona ν pociąga za sobą bardzo nieznaczne zmiany w uzyskiwanych wartościach przemieszczenia i naprężenia. Kształty wykresów ulegają pewnym zmianom. Wraz ze wzrostem współczynnika Poissona maleje różnica pomiędzy wartościami osiąganymi w przejeździe pierwotnym i wtórnym oraz przesunięcia gałęzi wykresów odpowiadających przejazdom w przeciwnych kierunkach – histereza staje się mniej wyraźna. Oprócz tego zmienia się wartość przemieszczenia pozostającego po pierwszym przejeździe. Maleje ono od ok. 0,15 mm w dół, przy wartości $\nu=0,15$; poprzez 0,07 mm przy $\nu=0,25$; aż do wypiętrzenia w górę o ok 0,07 mm, przy $\nu=0,35$.

Z1.6. Weryfikacja doboru gęstości siatki

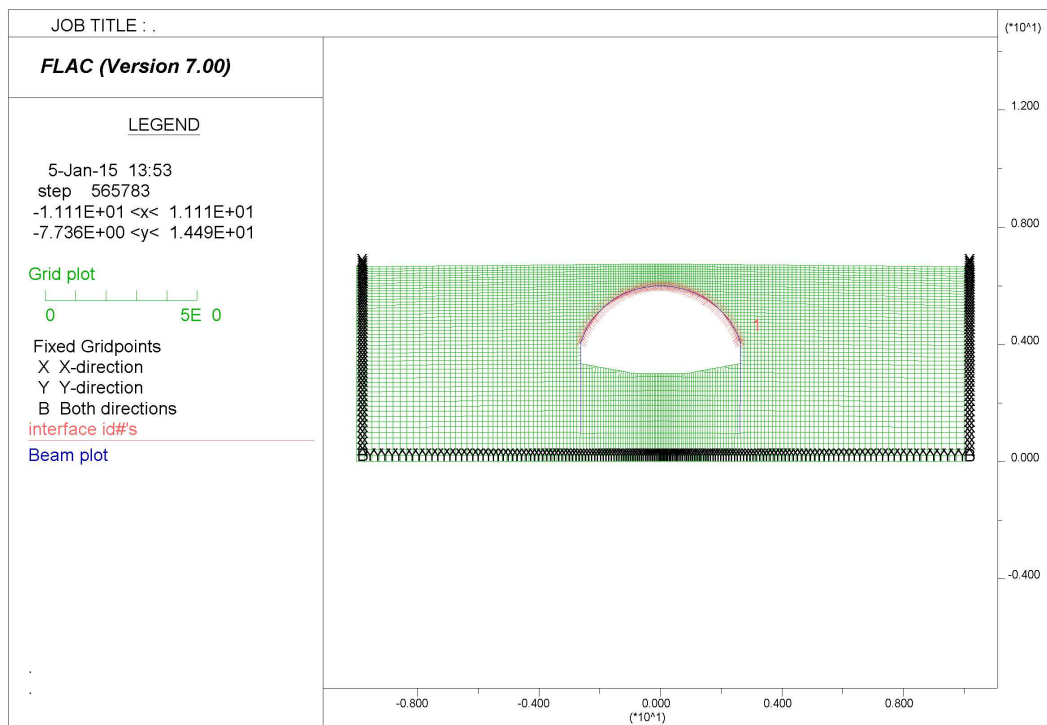
Wyniki przedstawiane w p. 6.1 uzyskiwane były na modelu, w którym definiowano na początku siatkę 100×32 komórek. W celu zweryfikowania poprawności doboru siatki, sprawdzono wpływ siatkowania na uzyskiwane wyniki, obliczając zagadnienie dla siatki „grubszej” 60×19 oraz „drobniejszej” 160×51 . Widok modelu dla trzech różnych doborów gęstości siatki przedstawiono na rysunkach Z1.31–Z1.33.



Rys. Z1.31. Model programu Flac przy zastosowaniu siatki 60×19 komórek

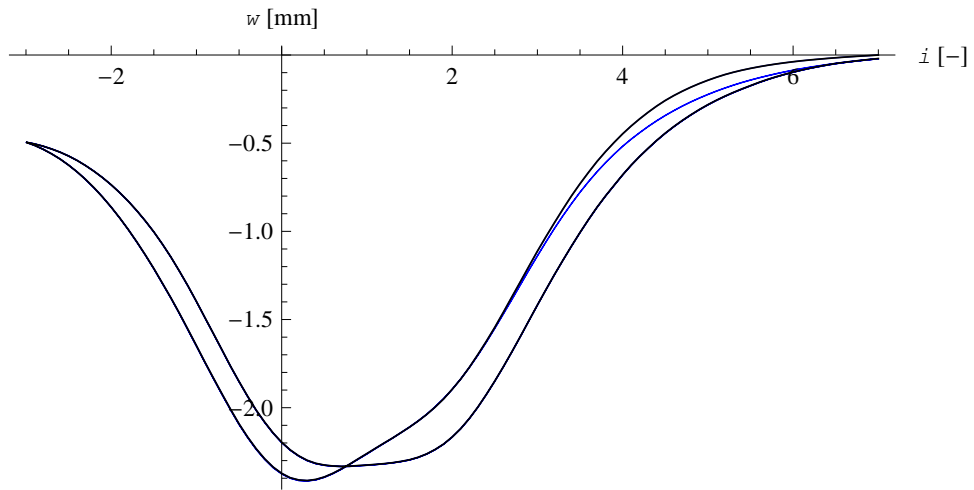


Rys. Z1.32. Model programu Flac przy zastosowaniu siatki 100×32 komórek

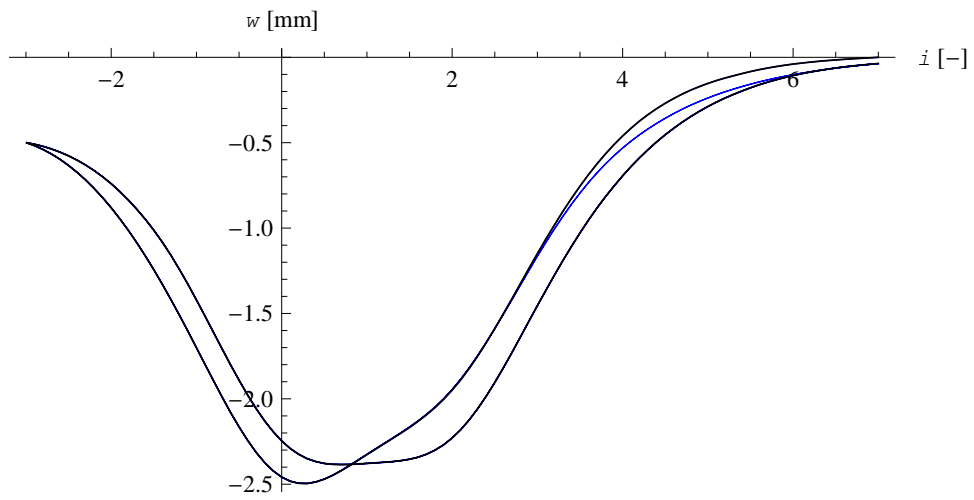


Rys. Z1.33. Model programu Flac przy zastosowaniu siatki 160×51 komórek

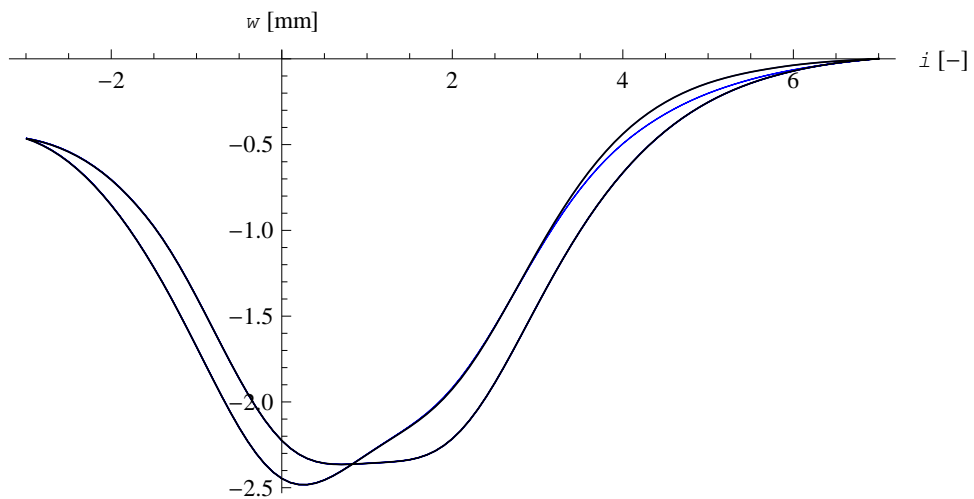
Wyniki symulacji w postaci wykresów przemieszczenia i naprężenia, uzyskane przy różnych gęstościach siatki, zaprezentowano na rys. Z1.34–Z1.39. Procedura obliczeń oraz rametry materiałowe są we wszystkich trzech przypadkach takie same i odpowiadają tym, przedstawionym w podrozdziale 6.1.



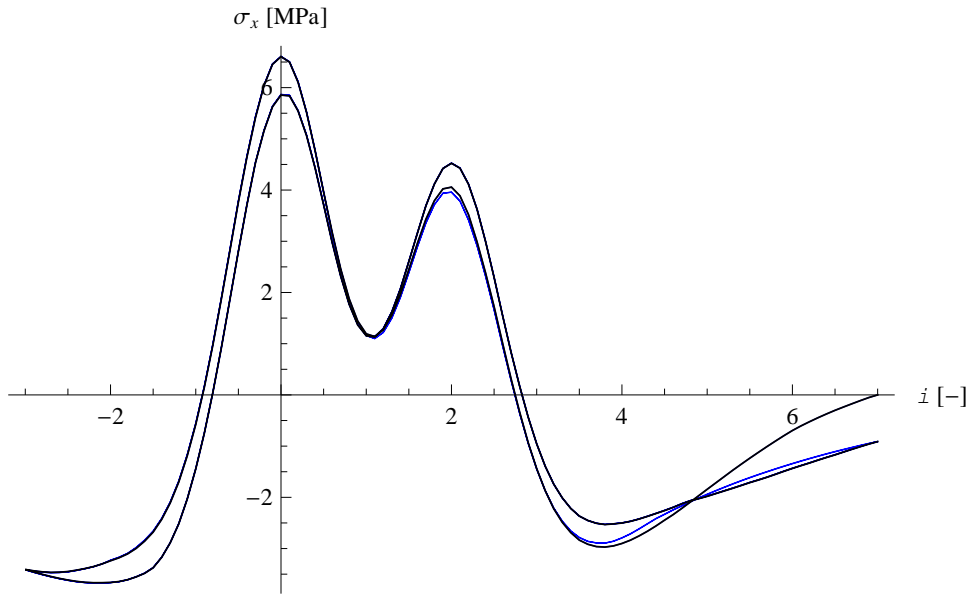
Rys. Z1.34. Przemieszczenie pionowe w kluczu powłoki – siatka 60×19 komórek



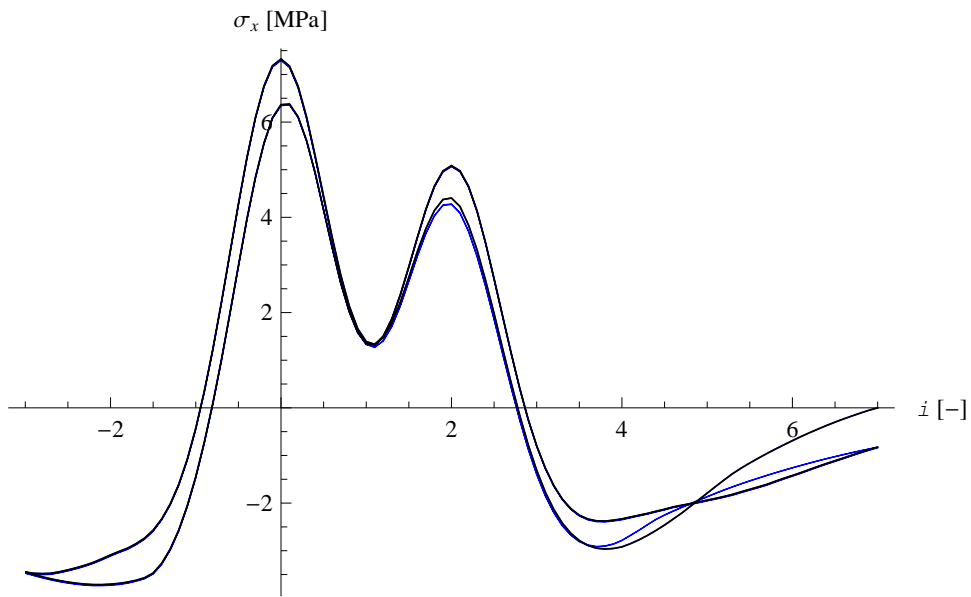
Rys. Z1.35. Przemieszczenie pionowe w kluczu powłoki – siatka 100×32 komórek



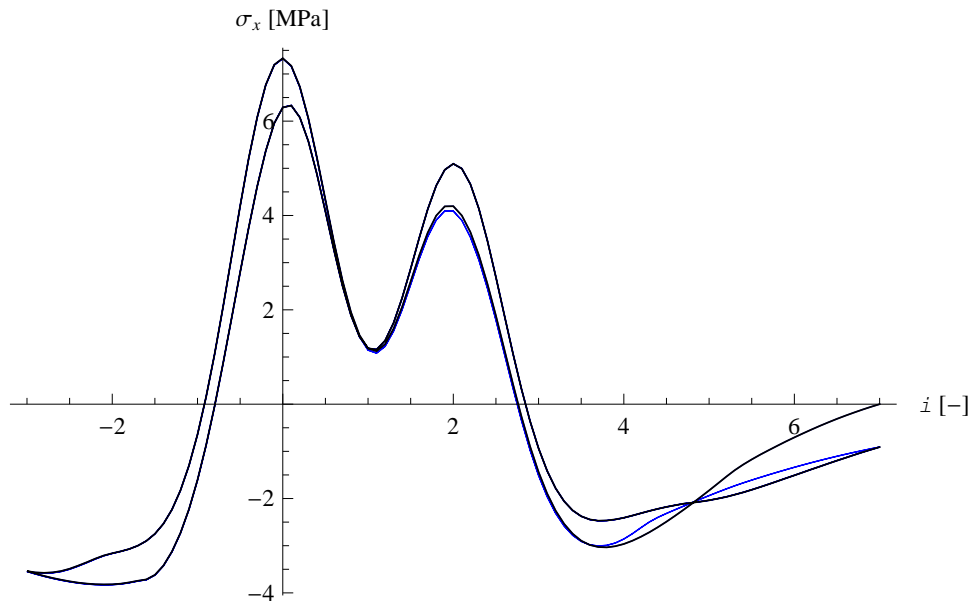
Rys. Z1.36. Przemieszczenie pionowe w kluczu powłoki – siatka 160×51 komórek



Rys. Z1.37. Normalne naprężenie obwodowe na dolnej powierzchni powłoki w kluczu
– siatka 60×19 komórek



Rys. Z1.38. Normalne naprężenie obwodowe na dolnej powierzchni powłoki w kluczu
– siatka 100×32 komórek



Rys. Z1.39. Normalne naprężenie obwodowe na dolnej powierzchni powłoki w kluczu
– siatka 160×51 komórek

Zaprezentowane powyżej wyniki wskazują, że zastosowanie siatki o najmniejszej liczbie komórek 60×19 powoduje nieznaczną zmianę wyników (spadek maksymalnej wartości naprężenia od $\sigma_x=8,6$ MPa do $\sigma_x=7,2$ MPa oraz przemieszczenia od wartości $w=2,5$ mm do $w=2,4$ mm). Natomiast zwiększenie gęstości siatki względem tej zastosowanej w większości obliczeń, prezentowanych w pracy, nie powoduje widocznej zmiany wyników. A zatem przyjętą w obliczeniach „gęstość” siatkowania (100×32 komórek) traktuje się jako wystarczającą dla zapewnienia odpowiednio dużej numerycznej dokładności.

Załącznik 2

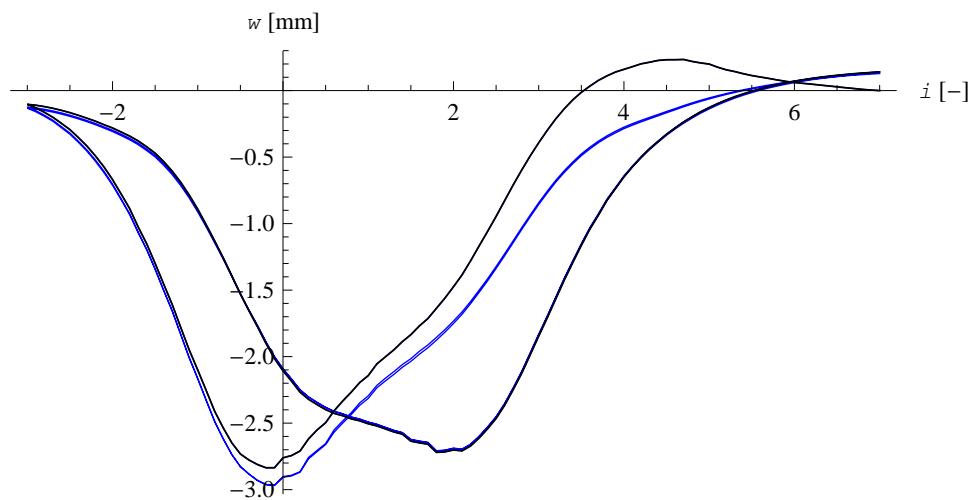
Uzupełnienie p. 6.2:

Ocena wrażliwości rozwiązania na wartości przyjętych parametrów

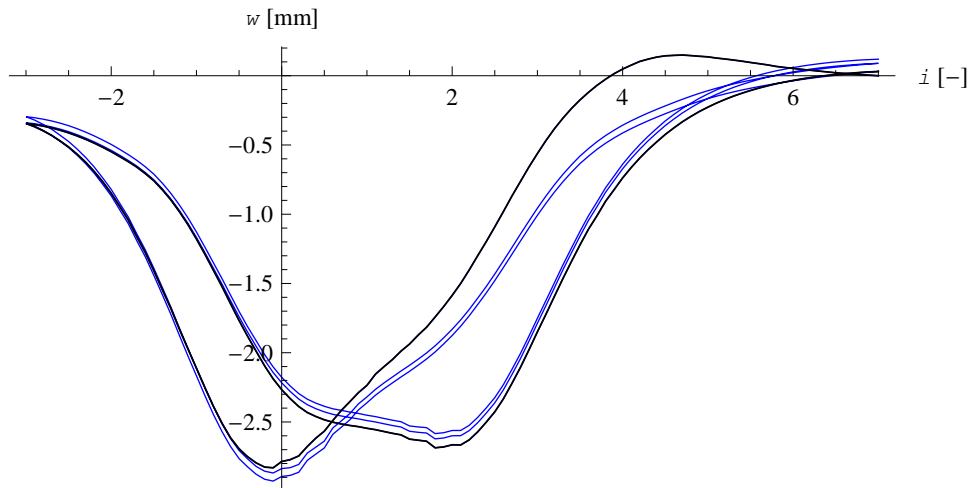
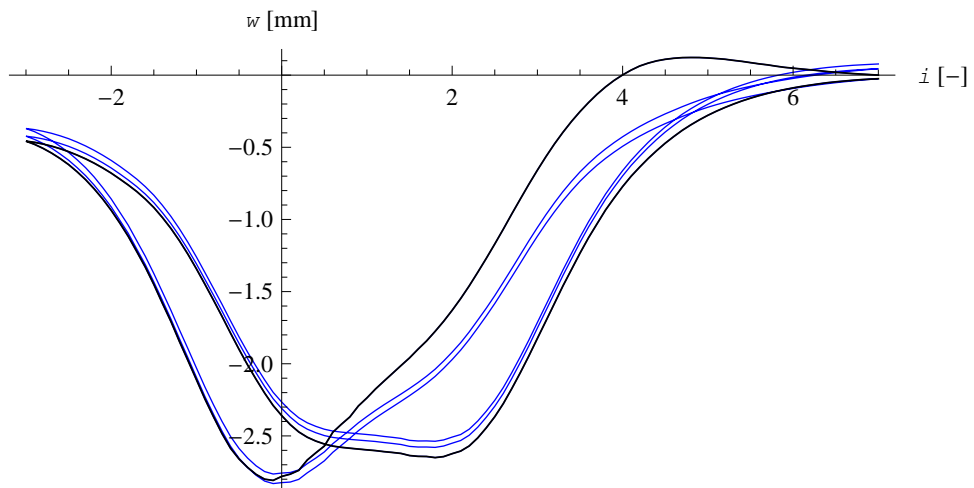
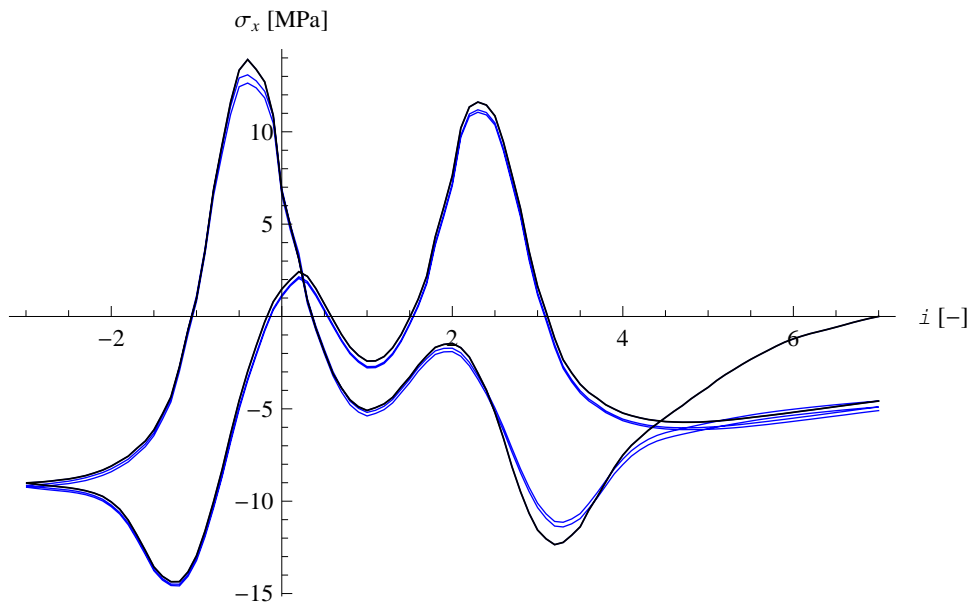
Z2.1. Wrażliwość wyników – kąt tarcia wewnętrznego ϕ

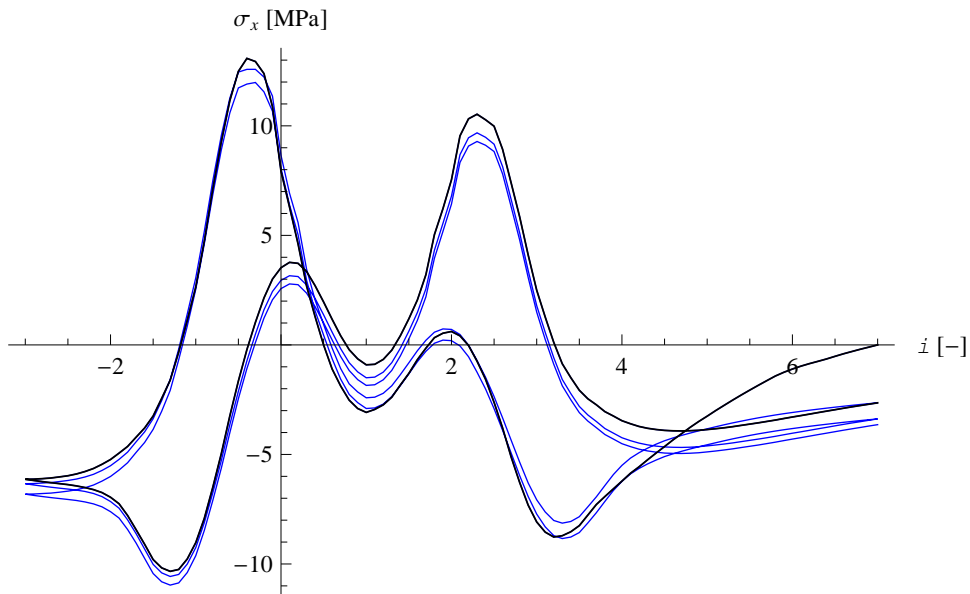
Sprawdzenie wrażliwości wyników na wartość kąta tarcia wewnętrznego przeprowadzono dokonując analizy parametrycznej, w której przyjmowano różne wartości kąta tarcia wewnętrznego ϕ na etapie przejazdów. Pozostałe parametry jak i procedurę symulacji numerycznej pozostawiono bez zmian, tzn. takie jak w p. 6.2.1, przyjmując wartość kohezji $c=15,0$ kPa, odpowiadającą najlepszej zgodności wyników symulacji z badaniem.

Zamodelowano zagadnienie trzykrotnego cyklu obciążenia – przejazdu pojazdu przez most – dla dodatkowych wartości kąta tarcia zasypki gruntowej: $\phi=30,0^\circ$ oraz $\phi=38,0^\circ$. Przypadek $\phi=34,0^\circ$ odpowiada wynikom z p. 6.2.1, przedstawionym na rys. 6.15 oraz 6.21, niemniej jednak dla ułatwienia porównania wyników został on niżej powtórzony. Na rys. Z2.1–Z2.3 przedstawiono wykresy przemieszczenia dla kątów tarcia wewnętrznego ϕ na etapie przejazdów wynoszących kolejno $\phi=30,0^\circ$, $\phi=34,0^\circ$, $\phi=38,0^\circ$, a na rys. Z2.4–Z2.6 wykresy naprężenia obwodowego dla analogicznych wartości ϕ .

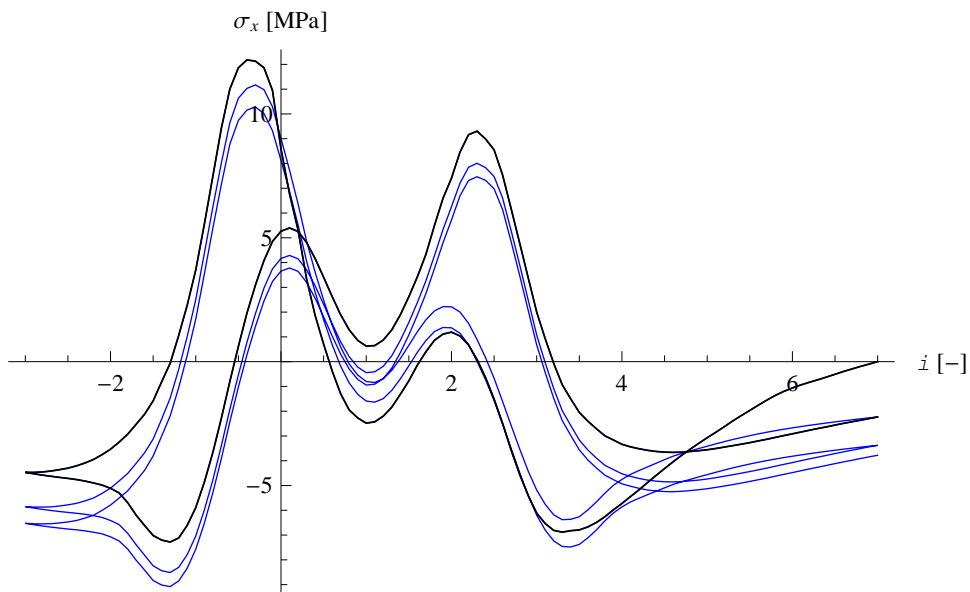


Rys. Z2.1. Przemieszczenie pionowe w kluczu powłoki – $\phi=30,0^\circ$

Rys. Z2.2. Przemieszczenie pionowe w kluczu powłoki – $\phi=34,0^\circ$ Rys. Z2.3. Przemieszczenie pionowe w kluczu powłoki – $\phi=38,0^\circ$ Rys. Z2.4. Normalne naprężenie obwodowe na dolnej powierzchni powłoki w kluczu – $\phi=30,0^\circ$



Rys. Z2.5. Normalne naprężenie obwodowe na dolnej powierzchni powłoki w kluczu– $\phi=34,0^\circ$



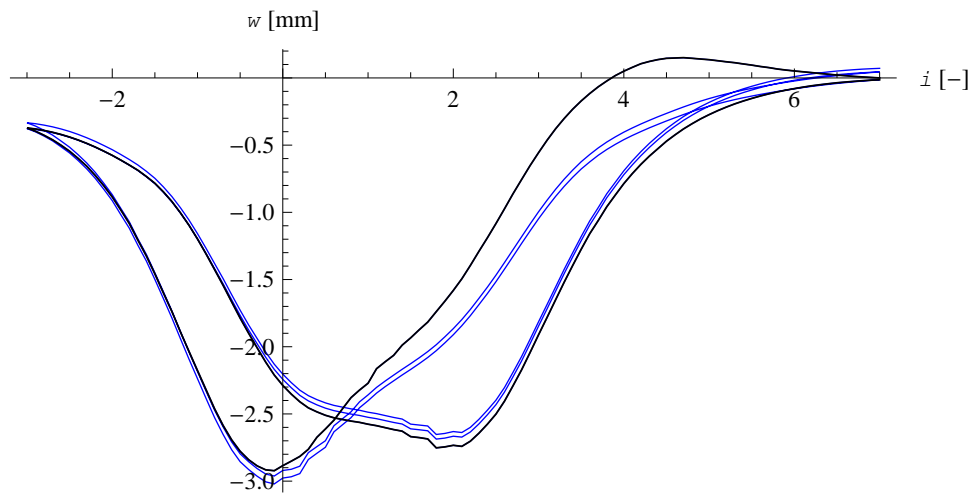
Rys. Z2.6. Normalne naprężenie obwodowe na dolnej powierzchni powłoki w kluczu– $\phi=38,0^\circ$

Wyniki symulacji wykazują wyraźną wrażliwość na przyjętą wartość kąta tarcia ϕ w zakresie $30,0^\circ - 38,0^\circ$. Widać to szczególnie na wykresach naprężenia σ_x . Zwiększanie kąta tarcia wiąże się z wypłaszczeniem wykresów, tzn. spadkiem bezwzględnej wartości ekstremalnych naprężeń, zwłaszcza w przypadku naprężenia ściskającego, które dla $\phi=30,0^\circ$ wynosi około $\sigma_x=-15,0$ MPa, dla $\phi=34,0^\circ$ $\sigma_x=-11,0$ MPa, a w przypadku $\phi=38^\circ$ $\sigma_x=-9,0$ MPa. Pod względem jakościowym zwiększenie kąta tarcia do $\phi=38,0^\circ$ powoduje sukcesywny przyrost ekstremalnych wartości naprężeń ściskających w kolejnych przejazdach. Podobną tendencję można zauważyć dla $\phi=34,0^\circ$, ale występuje ona w mniejszym stopniu. Gałęzie wykresów

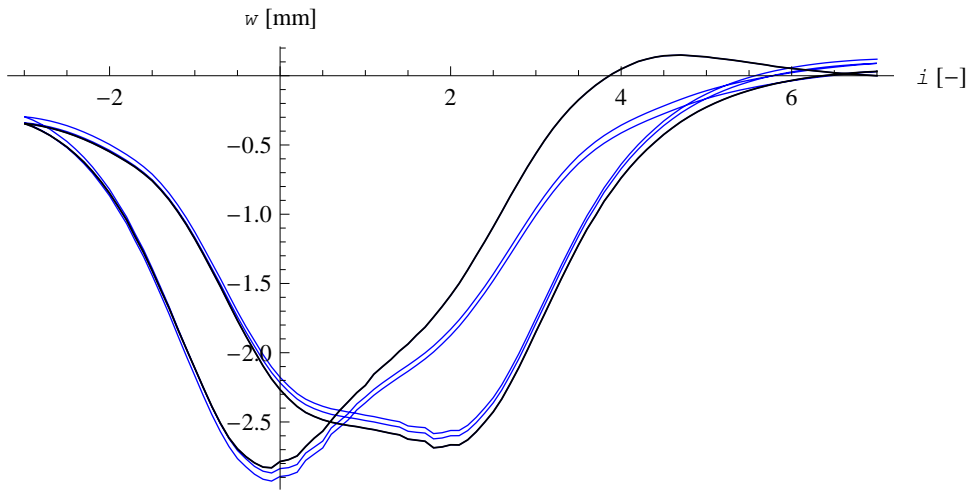
przemieszczenia pokrywają się w kolejnych cyklach obciążenia oprócz pierwszego przejazdu. Wartość maksymalnego przemieszczenia w dół nieznacznie maleje ze wzrostem kąta tarcia. W niewielkim stopniu zmienia się wartość przemieszczenia w kluczu przy skrajnym położeniu ciężarówki ($i=-3$). Poza tym kształt wykresów w zasadzie nie ulega zmianie.

Z2.2. Wrażliwość wyników – kąt dylatacji ψ

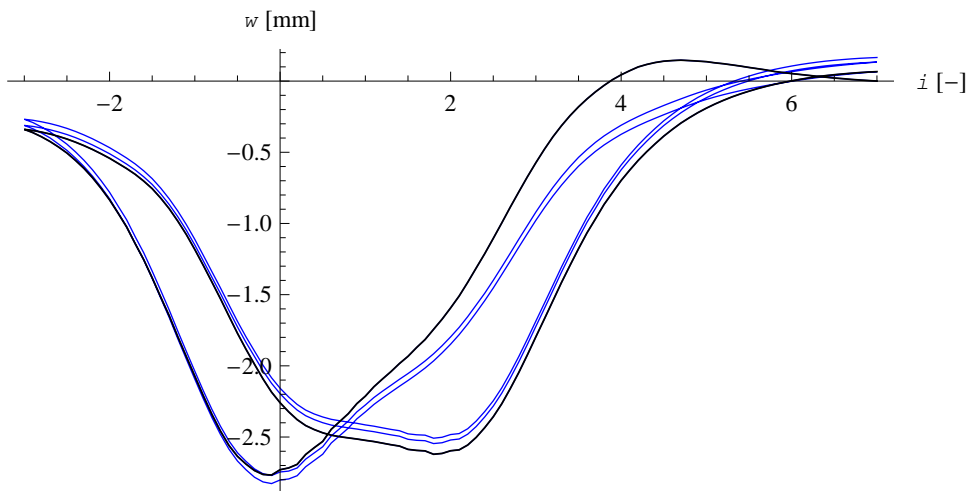
Zasymulowano zagadnienie trzykrotnego przejazdu pojazdu przez most przy założeniu kąta dylatacji $\psi=1,7^\circ$ oraz $\psi=6,8^\circ$, tj. na poziomie 50% oraz 200% wartości $\psi=3,4^\circ$, przyjmowanej w obliczeniach prezentowanych w rozdz. 6.2. Wyniki dla tego przypadku przedstawiono na rys. 6.15 oraz 6.21, niemniej jednak zostały one powtórzone niżej. Na rys. Z2.7–Z2.9 przedstawiono wykresy przemieszczenia dla sekwencji wartości kąta dylatacji $\psi=1,7^\circ$, $\psi=3,4^\circ$, $\psi=6,8^\circ$, a na rys. Z2.10–Z2.12 wykresy naprężenia obwodowego dla analogicznych wartości kąta ψ .



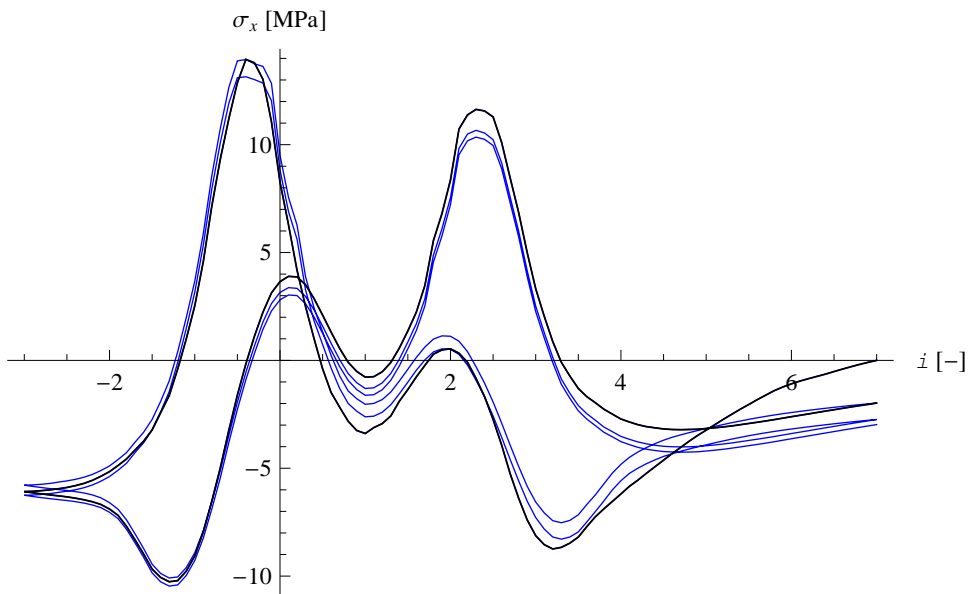
Rys. Z2.7. Przemieszczenie pionowe w kluczu powłoki – $\psi=1,7^\circ$



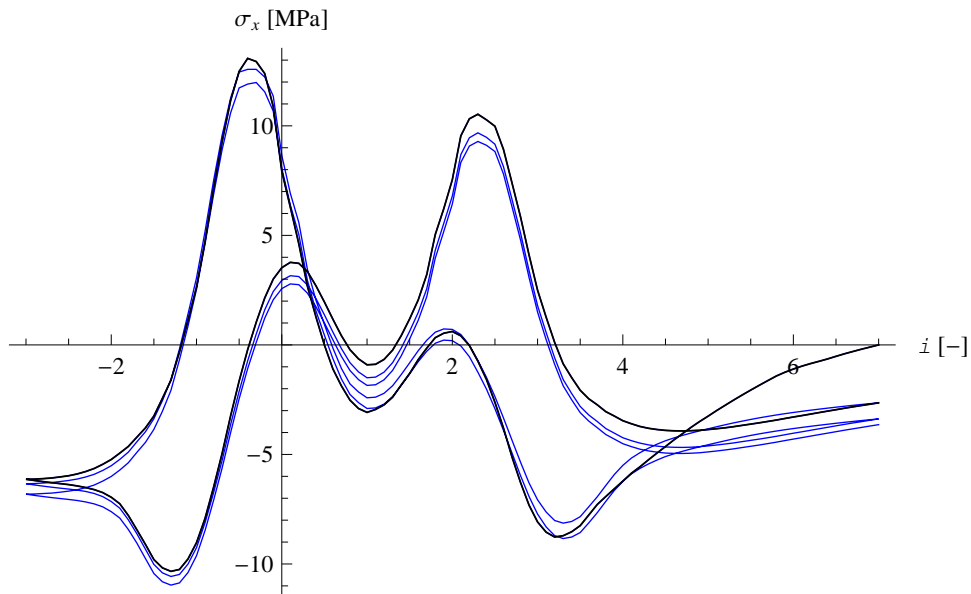
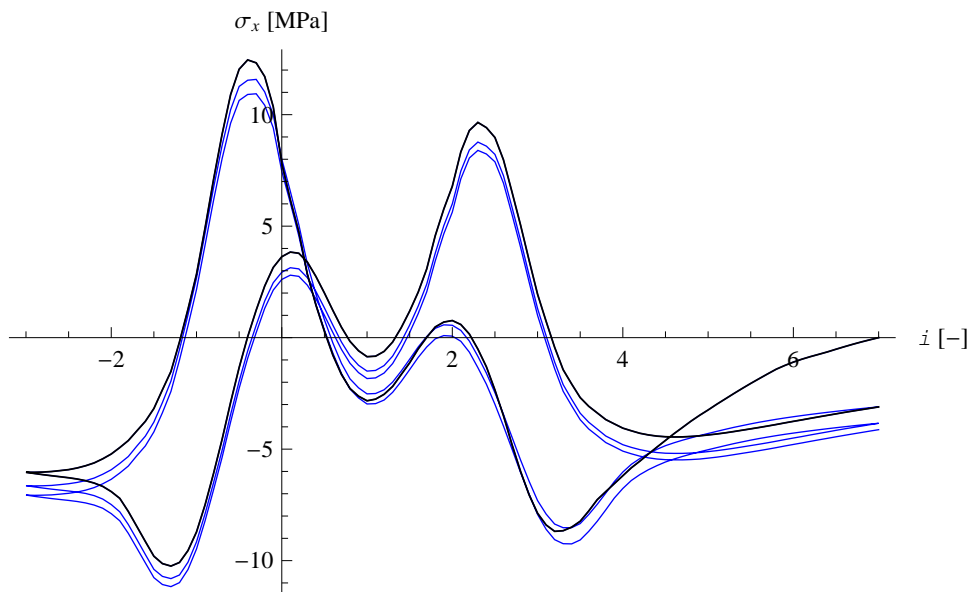
Rys. Z2.8. Przeszczenie pionowe w kluczu powłoki – $\psi = 3,4^\circ$



Rys. Z2.9. Przeszczenie pionowe w kluczu powłoki – $\psi = 6,8^\circ$



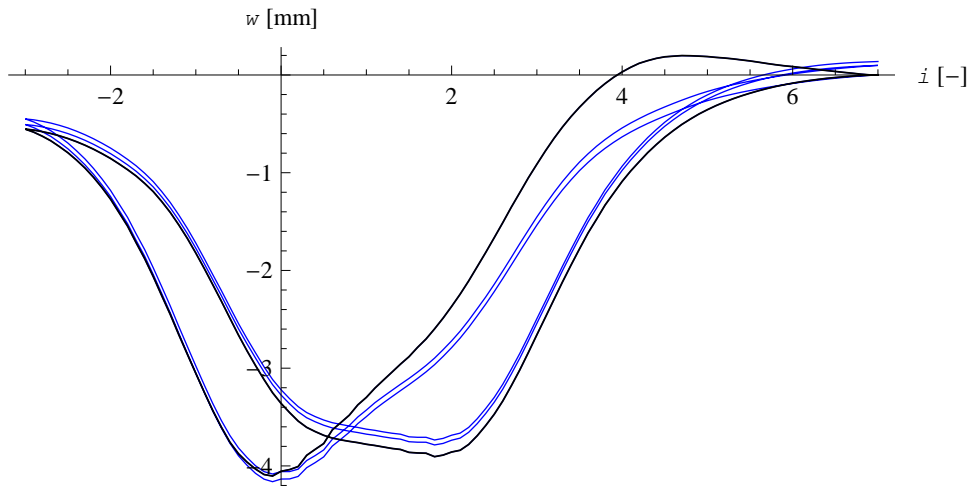
Rys. Z2.10. Normalne naprężenie obwodowe na dolnej powierzchni powłoki w kluczu – $\psi = 1,7^\circ$

Rys. Z2.11. Normalne naprężenie obwodowe na dolnej powierzchni powłoki w kluczu– $\psi = 3,4^\circ$ Rys. Z2.12. Normalne naprężenie obwodowe na dolnej powierzchni powłoki w kluczu– $\psi = 6,8^\circ$

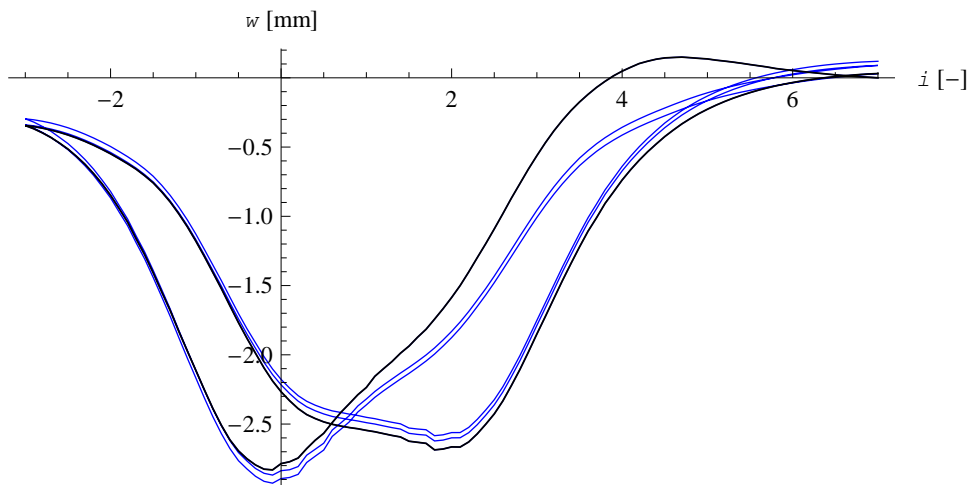
Wrażliwość rozwiązania na wartość kąta dylatacji ψ w zakresie $1,7\text{--}6,8^\circ$ jest znikoma. Zarówno wartości jak i kształt wykresów pozostaje niemal niezmienny dla wszystkich analizowanych wartości ψ , zarówno w przypadku przemieszczenia w jak i naprężenia σ_x . Maksymalna wartość przemieszczenia skierowanego w dół tylko nieznacznie maleje wraz z zwiększaniem kąta dylatacji od $w=3,0$ mm dla $\psi=1,7^\circ$ do $w=2,8$ mm przy wartości $\psi=6,8^\circ$. Skrajne, ekstremalne wartości naprężeń uzyskiwane dla różnych wartości kąta dylatacji pozostają prawie niezmiennione. Widać jedynie niewielki przyrost wartości naprężenia ściskającego (dla $i=-1$), nieprzekraczający 1,0 MPa.

Z2.3. Wrażliwość wyników – moduł Younga E

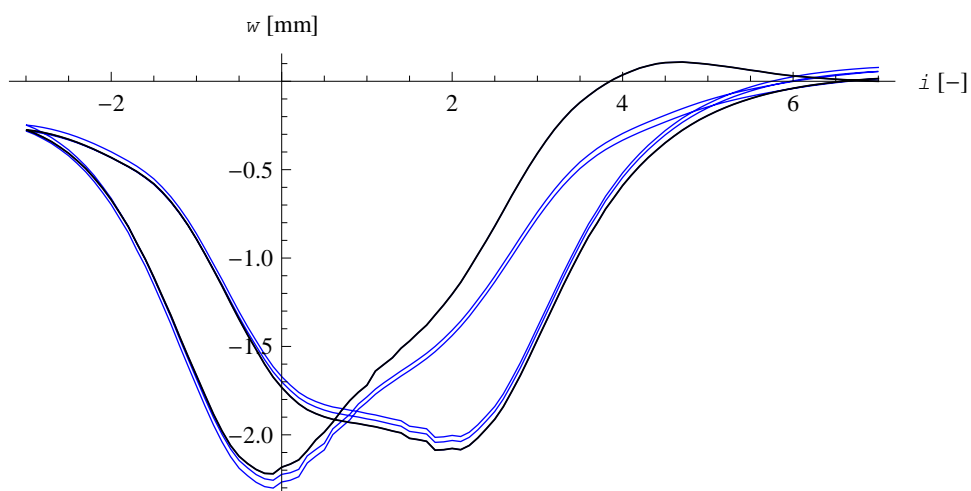
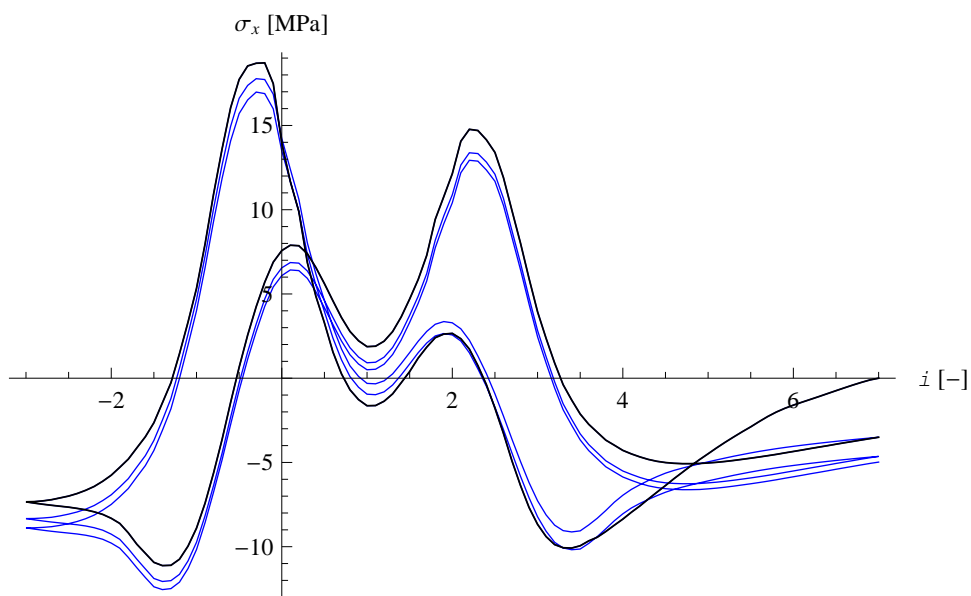
Wrażliwość rozwiązania na przyjętą wartość modułu Younga E przeprowadzono podobnie jak dla parametrów ϕ i ψ , analizowanych w poprzednich punktach. Porównanie wyników przemieszczenia w i naprężenia σ_x , uzyskanych dla sekwencji wartości modułu Younga: $E=100,0$ MPa, $E=150,0$ MPa, $E=200,0$ MPa, przedstawiono na rysunkach poniżej – Z2.13–Z2.18.

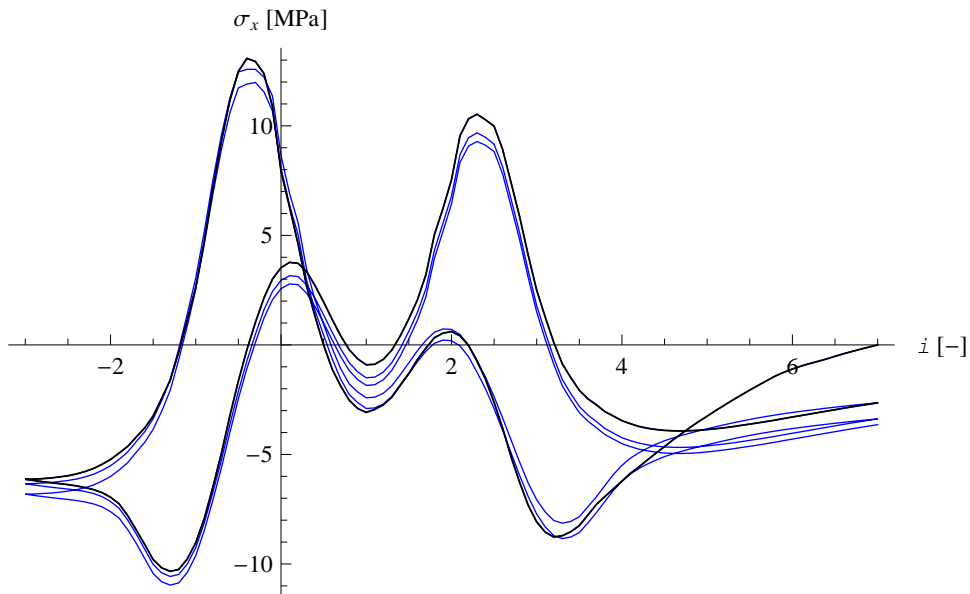


Rys. Z2.13. Przemieszczenie pionowe w kluczu powłoki – $E=100,0$ MPa

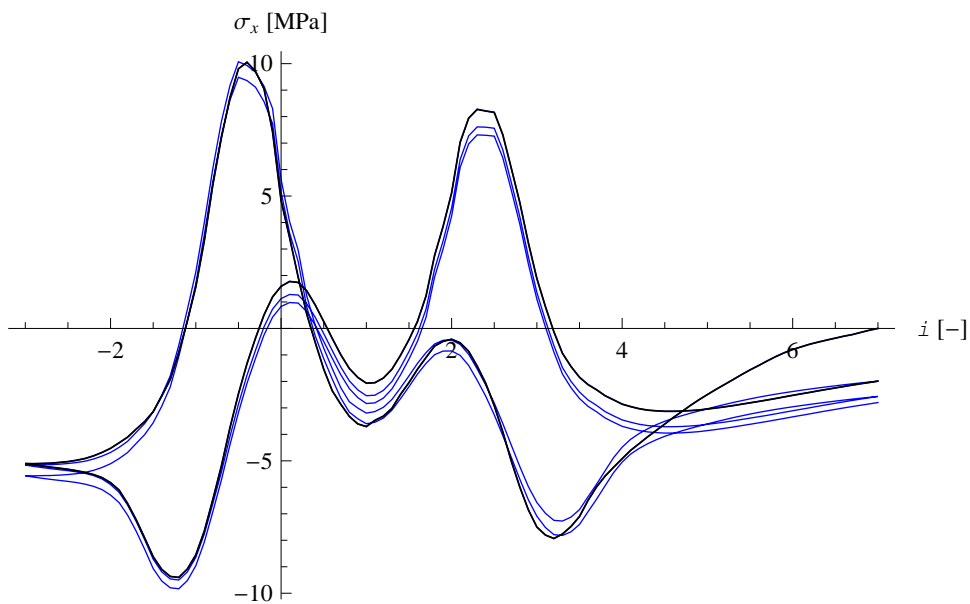


Rys. Z2.14. Przemieszczenie pionowe w kluczu powłoki – $E=150,0$ MPa

Rys. Z2.15. Przemieszczenie pionowe w kluczu powłoki – $E=200,0$ MPaRys. Z2.16. Normalne naprężenie obwodowe na dolnej powierzchni powłoki
w kluczu – $E=100,0$ MPa



Rys. Z2.17. Normalne naprężenie obwodowe na dolnej powierzchni powłoki w kluczu – $E=150,0$ MPa



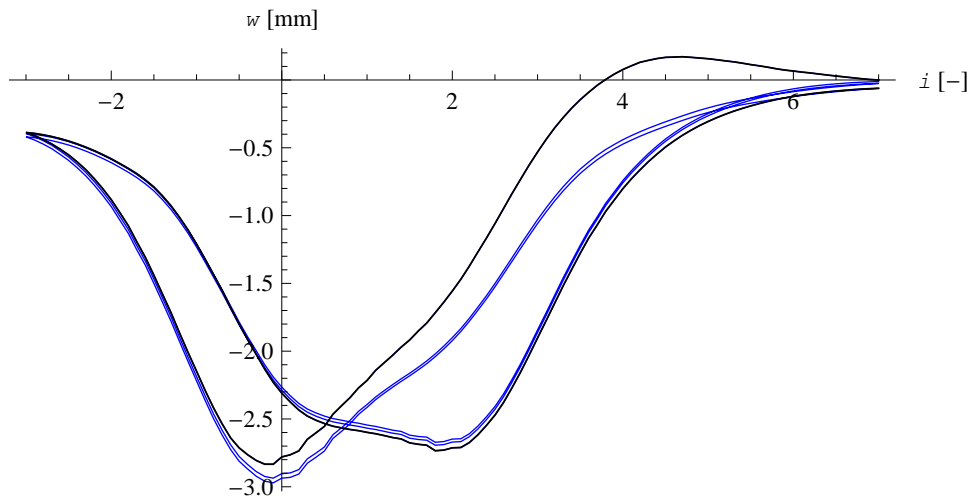
Rys. Z2.18. Normalne naprężenie obwodowe na dolnej powierzchni powłoki w kluczu – $E=200,0$ MPa

Moduł Younga, przyjęty dla zasyпки, podobnie jak w przypadku modelu uproszczonego, ma znaczący wpływ na wartości uzyskiwanych wartości przemieszczenia i naprężenia. Wartość maksymalnego przemieszczenia w dół maleje wraz z zwiększaniem kąta tarcia od wartości ok 4,0 mm przy $E=100,0$ MPa do ok. 2,5 mm przy $E=200,0$ MPa. Kształt wykresów przemieszczenia jak i naprężenia pozostaje w zasadzie niezmienny. W zakresie uzyskiwanych wartości naprężenia różnice dotyczą w większej mierze maksymalnych wartości rozciągania. Wartości te maleją ze zwiększaniem modułu

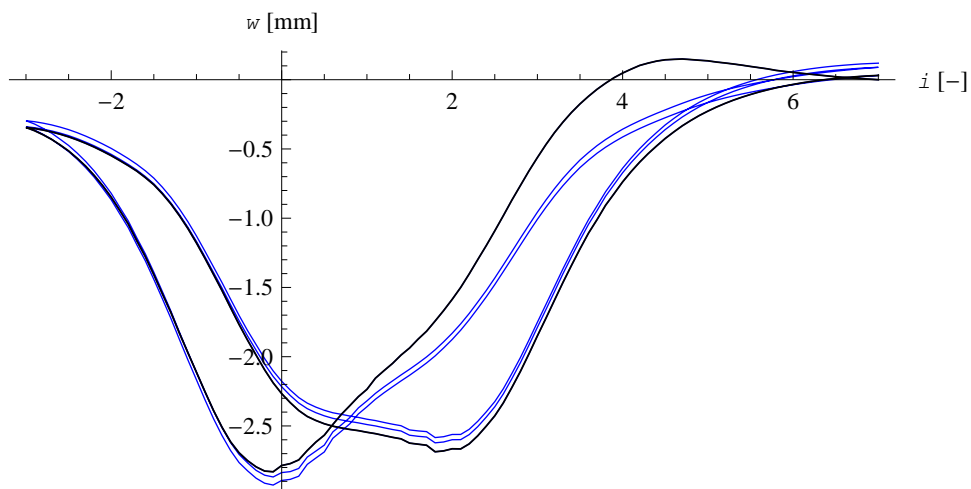
Younga i wynoszą około: $\sigma_x=18,0$ MPa przy $E=100,0$ MPa, $\sigma_x=13,0$ przy $E=150,0$ MPa oraz $\sigma_x=10,0$ przy $E=200,0$ MPa. Maksymalne wartości naprężenia ściskającego, występujące przy położeniu $i=-1$, wynoszą: $\sigma_x=13,0$ MPa dla $E=100,0$ MPa, $\sigma_x=11,0$ MPa dla $E=150,0$ MPa oraz $\sigma_x=10,0$ MPa, gdy $E=200,0$ MPa.

Z2.4. Wrażliwość wyników – współczynnik Poissona ν

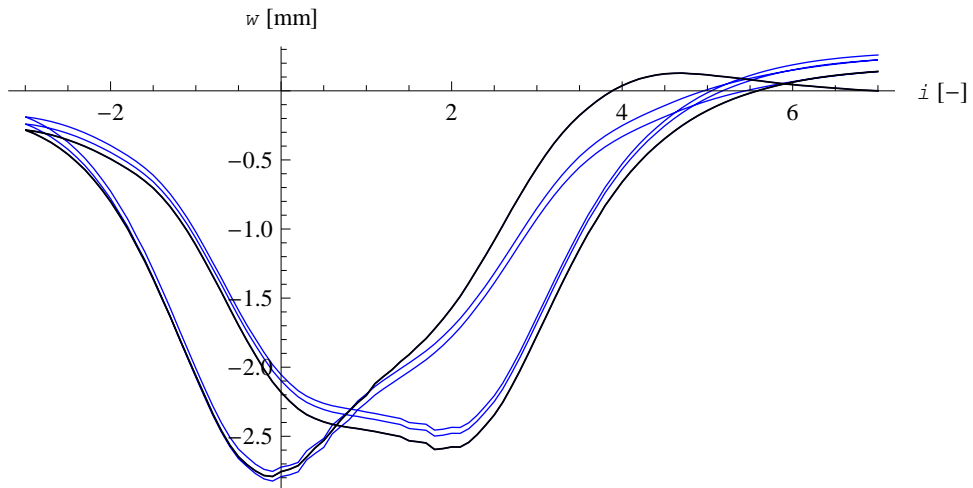
Wrażliwość rozwiązania na przyjętą wartość współczynnika Poissona oceniono na podstawie porównania sekwencji wyników uzyskanych przy trzech różnych wartościach tego parametru, tj. kolejno: $\nu=0,15$; $\nu=0,25$; $\nu=0,35$. Wyniki w zakresie wykresów przemieszczenia w i naprężenia σ_x w kluczu w zależności od położenia pojazdu i przedstawiono na rysunkach poniżej.



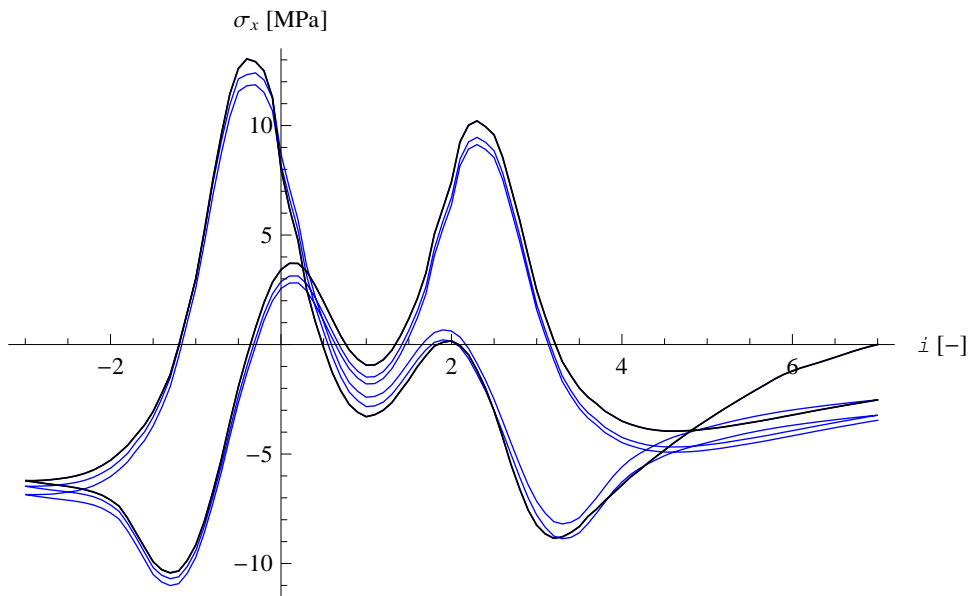
Rys. Z2.19. Przemieszczenie pionowe w kluczu powłoki – $\nu=0,15$



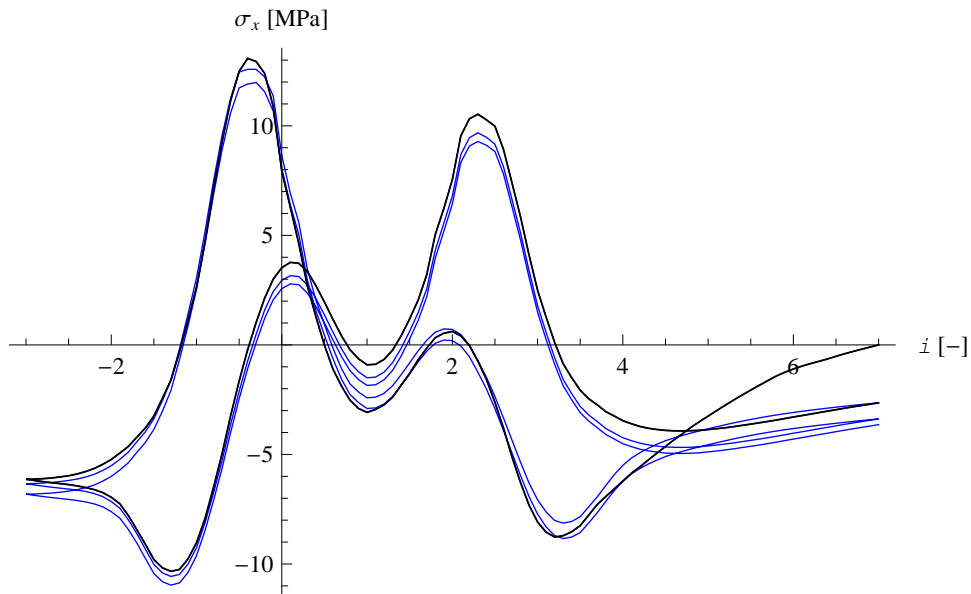
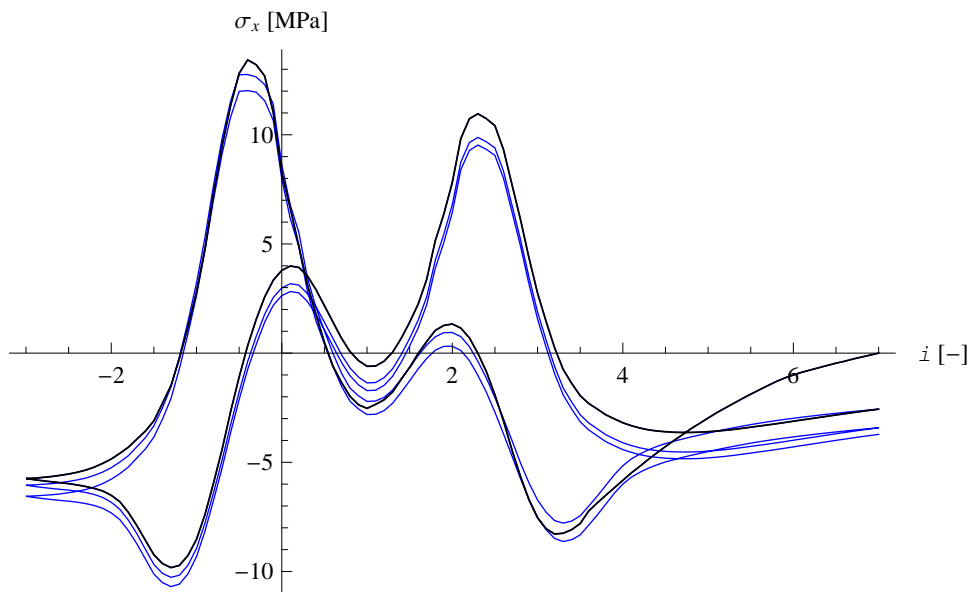
Rys. Z2.20. Przemieszczenie pionowe w kluczu powłoki – $\nu=0,25$



Rys. Z2.21. Przemieszczenie pionowe w kluczu powłoki – $\nu=0,35$



Rys. Z2.22. Normalne naprężenie obwodowe na dolnej powierzchni powłoki w kluczu – $\nu=0,15$

Rys. Z2.23. Normalne naprężenie obwodowe na dolnej powierzchni powłoki w kluczu – $\nu=0,25$ Rys. Z2.24. Normalne naprężenie obwodowe na dolnej powierzchni powłoki w kluczu – $\nu=0,35$

Zmiana współczynnika Poissona ν w zakresie wartości 0,15–0,35 nie powoduje znaczących zmian w uzyskiwanych wynikach – przebiegu przemieszczenia i naprężenia. Wpływ wartości współczynnika Poissona ν na kształt wykresu oraz wartości naprężenia σ_x jest właściwie niezauważalny. Ekstremalna wartość przemieszczenia powłoki w dół (dla $i=0$, przy przejeździe pierwotnym) ulega nieznacznej redukcji od wartości $w=3,0$ mm przy $\nu=0,15$ do $w=2,8$ mm przy $\nu=0,35$. Ponadto, wraz ze zwiększaniem współczynnika Poissona, obserwuje się efekt sukcesywnego wypiętrzania powłoki w górę z kolejnymi, następującymi po sobie cyklami obciążenia.

Streszczenie

Wieloskalowe modelowanie numeryczne współpracy zasypki z powłoką w konstrukcjach gruntowo-powłokowych

Podatne konstrukcje gruntowo-powłokowe stanowią stosunkowo tanią, szybką, a przy tym efektywną technologię budowy obiektów inżynierskich. Specyfika zachowania tego typu budowli jest wynikiem złożonego oddziaływania powłoki na zasypkę i vice versa. W konsekwencji, sposób pracy tych konstrukcji jest „wypadkową” właściwości powłoki oraz gruntu i jest wyraźnie nieliniowy. Przejawia się to m.in. „efektem histerezy”, zidentyfikowanym *in situ* na kilku obiektach. Polega on, najogólniej rzecz biorąc, na tym, że zachowanie konstrukcji pod obciążeniem użytkowym zależy nie tylko od jego intensywności i ustawienia, ale również od kierunku ruchu tego obciążenia.

Zasadniczą część pracy stanowi modelowanie numeryczne zachowania konstrukcji gruntowo-powłokowych pod działaniem obciążeń ruchomych. Analizie poddano dwa, jakościowo różne typy konstrukcji, jeden z powłoką z blachy płaskiej i drugi – z blachy falistej. Cele pracy sformułowano następująco:

- dla konstrukcji z powłoką z blachy płaskiej:
identyfikacja własności gruntu (w tym modelu konstytutywnego), które determinują charakterystyczne cechy zachowania konstrukcji gruntowo-powłokowych, poddanych działaniu obciążeń użytkowych,
- dla obiektu z powłoką z blachy falistej:
wykorzystanie techniki modelowania wieloskalowego, celem określenia w pierwszej kolejności efektywnego modelu dla zagadnienia kontaktowego na styku gruntu i powłoki z blachy falistej (skala „mikro”), a następnie zastosowanie tego modelu w symulacjach zachowania konstrukcji gruntowo-powłokowej (skala zastosowań inżynierskich – „makro”).

Dla pierwszego z wymienionych typów konstrukcji symulacje przeprowadzono, przyjmując jednostronny, tarciovy model kontaktu oraz modele konstytutywne zasypki o różnym stopniu skomplikowania. Wykazano, że:

- „efekt histerezy” wynika z tarcia i stowarzyszony jest z występowaniem poślizgów na granicy grunt-powłoka,
- zastosowanie modelu Coulomba-Mohra dla zasypki pozwala odtwarzać zachowanie konstrukcji z odpowiednią dla zastosowań inżynierskich dokładnością.

Uwarunkowane jest to, jednak, potraktowaniem gruntu zasypowego jako ośrodka częściowo nasyconego wodą poprzez uwzględnienie pozornej kohezji,

- przyjęcie dla zasypki modelu „cap” ze wzmocnieniem gęstościowym pozwala, zrekonstruować inne, poza histerezą, charakterystyczne cechy zachowania konstrukcji – przyrost sztywności i generalnego ugięcia powłoki w kolejnych cyklach obciążenia. Wykazano, tym samym, że za wspomniane efekty odpowiada ciągły proces zagęszczania i wzmacniania się gruntu podczas eksploatacji konstrukcji.

Dla obiektu z powłoką z blachy falistej wykazano, że:

- strefa kontaktu, podobnie jak sama powłoka z blachy falistej, wykazuje cechy anizotropii. Przy tym, zarówno dla kierunku wzdłuż, jak i w poprzek fal, obwiednię „uśrednionego” naprężenia stycznego dobrze opisuje liniowy warunek Coulomba o odpowiednio dobranych parametrach.
- podobnie jak dla pierwszego typu konstrukcji, zrekonstruowano efekt histerezy, uzyskując zadowalającą dokładność obliczeń.

Oddzielnym zagadnieniem, poruszonym w pracy, jest optymalizacja kształtu powłoki w konstrukcjach gruntowo-powłokowych. Zastosowano stochastyczną metodę optymalizacji, tzw. symulowane wyżarzanie oraz energetyczny warunek optymalności. Przedstawiono wyniki optymalizacji dla różnych układów obciążenia. Uwzględniono, przy tym, ciężar własny zasypki, równomierne obciążenie jezdni oraz obciążenie użytkowe w postaci samochodu ciężarowego. Zaproponowano, ponadto, procedurę optymalizacji kształtu powłoki, przy uwzględnieniu obciążeń zmiennych, np. ruchomych. Uzyskane wyniki, w szczególności ich relacja do przyjmowanych obciążeń, sugerują możliwość praktycznego wykorzystania zaproponowanej procedury.

Abstract

Multiscale numerical modelling of the backfill-shell interaction in soil-steel structures

Soil-steel structures are relatively inexpensive and reliable method for constructing engineering structures such as culverts, bridges or shallow tunnels. Mechanical behaviour of this type of structures results from the complexity of the interaction between soil backfill and flexible shell. As a consequence, the behaviour of entire structure is derived from the characteristics of both – the steel shell as well as the soil backfill and, thus, it is significantly non-linear. This is manifested, *inter alia*, by the hysteretic live load effect which has been identified experimentally by *in situ* tests, conducted on a few structures. The aforementioned effect consists in the fact that the mechanical response of the structure to live loads is affected not only by the location and intensity of the load, but also by the direction of its movement.

A main part of the work presents the results of a numerical modelling of the behaviour of soil-steel structure, subjected to live loads. Two, qualitatively different structures are considered, i.e. a bridge with a shell made of plane steel sheets and the one constructed with corrugated steel plates. The aims of the analyses are as follows:

- for the structure made of plane steel sheets:
identification of soil backfill properties (including constitutive relations) governing the specific characteristics of the soil-steel structure behaviour under live loads,
- for the structure made of corrugated steel plates:
application of a multiscale modelling approach, in particular:
 - determination of the effective model for contact problem at the interface between soil backfill and corrugated steel shell and, next
 - adoption of the model in the simulations of the behaviour of the structure under live loads.

For the first structure the simulations are conducted assuming one-sided frictional contact model and different constitutive relation types for the backfill medium. The most important conclusions are following:

- hysteretic live load effect results from friction and it is associated with the slip occurrence at the soil-steel interface,

- adoption of Mohr-Coulomb constitutive model for backfill allows one to reconstruct the behaviour of the structure precisely enough for engineering applications. This statement is valid under the condition of taking into account a fact that the soil is partially saturated with water, in particular, by adoption of appropriate value of apparent cohesion.
- application of a „cap” model allows one to reconstruct the other effects, beside the hysteretic one, i.e. increase in general stiffness and general deflection with consecutive loading cycles. It is proved that these effects, observed also in the experimental tests, result from the compaction process present during exploitation.

The analysis is performed in a multiscale manner for the structure made of corrugated steel plates. At the first stage (in “micro” scale) an effective model of a contact zone at the interface is identified. For this purpose, an appropriate problem for a section of shell with the soil is formulated and solved. It is proved that the contact zone, in the context of its shearing behaviour, is anisotropic. For both directions, along and across the corrugation, the envelope of averaged shear stress can be described by Coulomb condition. At the next stage the problem in “macro” scale is considered. The effective model of contact zone is adopted in the performed simulations. As in the previous case, the hysteretic effect is obtained with satisfactory precision.

A separate topic considered in the work is a shape optimization of the shell in soil-steel structures. A stochastic optimization method, namely simulated annealing with energetic optimality condition is utilized. The results of the optimization for different load cases are presented. Following load types are considered: dead weight of the backfill, uniform load on the pavement and the load, induced by a truck. In addition, a modification of the procedure for accounting live loads is proposed. The obtained results indicate the possibility of application of the proposed procedure in engineering practice.