

DIDACTICS OF MATHEMATICS

8(12)



The Publishing House
of Wrocław University of Economics
Wrocław 2011

Referee
Henryk Zawadzki
(University of Economics in Katowice)

Copy-editing
Dorota Pitulec

Proof-reading
Barbara Łopusiewicz

Typesetting
Elżbieta Szlachcic

Cover design
Robert Mazurczyk

Front cover painting: W. Tank, Sower
(private collection)

This publication is available at: www.journal.ue.wroc.pl and www.ibuk.pl.
Abstracts of published papers are available in the international database
The Central European Journal of Social Sciences and Humanities
<http://cejsh.icm.edu.pl>

Information on submitting and reviewing paper is available
on the Publishing House's website www.wydawnictwo.ue.wroc.pl

© Copyright Wrocław University of Economics
Wrocław 2011

ISSN 1733-7941

The original version: printed
Printing: Printing House TOTEM
Print run: 200 copies

TABLE OF CONTENTS

<p>PIOTR DNIESTRZAŃSKI <i>Studia ekonomiczno-matematyczne – analiza wybranych aspektów oferty edukacyjnej</i> <i>[Economic and mathematical studies – analysis of selected aspects of educational offer]</i></p>	5
<p>ALBERT GARDOŃ <i>Rozkład statystyki T-Studenta przy danej wariancji z próby o rozkładzie normalnym</i> <i>[The distribution of the T-Student's statistic given the variance from a normal sample]</i></p>	17
<p>ANNA GÓRSKA, DOROTA KOZIOL-KACZOREK <i>Matematyka, matematyka finansowa i inżynieria finansowa realizowane na kierunkach</i> <i>ekonomicznych w świetle obowiązujących standardów nauczania</i> <i>[Mathematics, financial mathematics and financial engineering carried out on the field of economics in light of the</i> <i>existing standards teaching]</i></p>	31
<p>ALEKSANDER JAKIMOWICZ <i>Dynamika nieliniowa w badaniach ekonomicznych</i> <i>[Nonlinear dynamics in economic research]</i></p>	39
<p>TADEUSZ JANASZAK <i>Złota elipsa i złota hiperbola</i> <i>[Golden ellipse and golden hyperbola]</i></p>	55
<p>MAREK KOŚNY, PIOTR PETERNEK <i>Wielkość próby a istotność wnioskowania statystycznego</i> <i>[Sample size and significance of statistical inference]</i></p>	71
<p>ARKADIUSZ MACIUK <i>Wpływ standardów kształcenia na poziom nauczania matematyki w wyższych szkołach</i> <i>ekonomicznych</i> <i>[The influence of education standards on the level of mathematics teaching in</i> <i>economic universities]</i></p>	81
<p>ADRIANNA MASTALERZ-KODZIS, EWA POŚPIECH <i>Wybrane zagadnienia w nauczaniu ekonomii matematycznej</i> <i>[Selected problems in teaching of mathematical economics]</i></p>	91
<p>MONIKA MIŚKIEWICZ <i>Wpływ nowego programu nauczania matematyki w szkołach średnich na wyniki nauczania</i> <i>matematyki na uczelniach ekonomicznych</i> <i>[The impact of new mathematics curriculum in secondary schools on learning outcomes of mathematics at the universities of economic]</i></p>	101
<p>MARIA PARLIŃSKA, ROBERT PIETRZYKOWSKI <i>Statystyka i ekonometria realizowane na kierunkach ekonomicznych w świetle obowiązujących</i> <i>standardów nauczania</i> <i>[Statistics and econometrics at the economical studies in the frame of standards of education]</i></p>	113
<p>AGNIESZKA PRZYBYLSKA-MAZUR <i>O formalnym opisie zjawisk ekonomicznych</i> <i>[About formal description of economic phenomena] ..</i></p>	119
<p>PAWEŁ SIARKA <i>Rozwój metod ilościowych w bankowości</i> <i>[Development of quantitative methods in banking] .</i></p>	127
<p>KATARZYNA ZEUG-ŻEBRO <i>W jakim stopniu seria podręczników „Elementy matematyki dla studentów ekonomii</i> <i>i zarządzania” wspomaga proces uczenia się matematyki wśród studentów pierwszego roku?</i> <i>[To what extent a series of textbooks “Elements of mathematics for students of economics and</i> <i>management” supports the process of learning mathematics by first-year students?]</i></p>	135

ROZWÓJ METOD ILOŚCIOWYCH W BANKOWOŚCI

Paweł Siarka

Abstract: Over the past two decades we have seen many changes in the banking world due to the development of the banking market and also due to the development of quantitative methods, which allow us to estimate the level of banking risks with greater accuracy. Mathematical models, which are developed by teams of analysts and then implemented in the banking systems, are evidence of practical application of mathematics in finance.

Implemented by leading banks in the world, mathematical models set the direction of development of risk management process for the entire banking industry. These achievements are the subject of ongoing research by the Basel Committee, whose recommendations create global banking standards. Over the last twenty years, the Basel Committee has recommended several methods of risk analysis to protect the world banking system. In this article the author focuses on the analysis of credit risk, which evolved in cooperation with the Basel Committee. Thus, some suggestions are presented with respect to teaching banking risks in the context of knowledge of quantitative methods.

Keywords: Basel II, risk management, one factor model, credit risk.

1. Wstęp

W ciągu ostatnich trzech dekad w bankowości światowej dokonał się gruntowny przełom w obszarze zarządzania ryzykiem. Dziś podejście do oceny ryzyka prowadzonej działalności bankowej różni się znacznie od strony doboru metodologii, choć w istocie cel zarządzania ryzykiem pozostał ten sam. Środki prowadzące do celu ewoluowały z wielu powodów, choć najważniejsze to z pewnością rozwój rynku usług bankowych pociągający za sobą kreację coraz to nowych instrumentów finansowych generujących ryzyko w odmienny aniżeli spotykany wcześniej sposób. Inną przyczyną wywołującą zmiany w świecie bankowości jest niewątpliwie rozwój metodologii statystycznych, których użyteczność w obszarze zarządzania ryzykiem jest niepodważalna.

Paweł Siarka

Institute of Financial Services

E-mail: pawel.siarka@i4fs.pl

Wdrażanie metod statystycznych celem oszacowania ryzyka działalności bankowej ma swoje źródło w dwóch niezależnych procesach dokonujących się w ostatnich trzech dekadach. Z jednej strony banki, korzystając z wewnętrznych zasobów, co okazało się bardzo efektywne, rozwijały modele statystyczne. Wykształceni w obszarze metod ilościowych menedżerowie szybko bowiem zdali sobie sprawę z potęgi narzędzi, którymi dysponowali. Zakres implementacji modeli matematycznych pozwalających optymalizować procesy zarządzania ryzykiem przekonał ostatecznie także i niezdecydowanych zwolenników tradycyjnej bankowości. Stąd banki, w trosce o mocniejszą pozycję rynkową oraz w nadziei na wyższe zyski, samodzielnie inwestowały w rozwój metodologii statystycznych oraz ich implementację w systemach informatycznych. Z drugiej strony nierozdzielnie związany z wdrażaniem w sektorze bankowym metod ilościowych w procesie oceny ryzyka jest Komitet Bazylejski, stanowiący swoisty autorytet światowej bankowości. Zwany również od nazwiska pierwszego prezesa Komitetem Cooka, został założony w 1974 r. przez prezesów banków centralnych krajów grupy G10. Nie bez znaczenia dla daty powstania Komitetu był kryzys naftowy z 1973 r. oraz wywołane nim zawirowania na rynkach finansowych. Od samego początku Komitet Bazylejski ds. Nadzoru Bankowego działał jako ciało doradcze, wyznaczając standardy, przez co jego zalecenia nie niosą za sobą uregulowań prawnych. Niemniej jednak niewątpliwym sukcesem Komitetu jest akceptowanie jego zaleceń w blisko 150 krajach na świecie.

2. Adekwatność kapitałowa

Jednym z podstawowych zagadnień, którymi zajmuje się Komitet Bazylejski, jest problem adekwatności kapitałowej. Poziom kapitałów banku ma niewątpliwie znaczenie dla bezpieczeństwa prowadzonej działalności. Kapitał bowiem stanowi swoisty amortyzator chroniący bank przed upadkiem. To właśnie kapitał pozwala na pokrywanie strat z tytułu wszelkich rodzajów ryzyka i stanowi o bezpieczeństwie depozytów bankowych (Jajuga, 2007). W 1988 r. po rocznej konsultacji z bankami Komitet Bazylejski wydał dokument zwany Bazylejską Umową Kapitałową (Basel Committee..., 2006). W dokumencie tym zawarte były zasady wyznaczania minimalnego poziomu kapitału, który w ocenie Komitetu miał zapewnić bankom bezpieczeństwo, chroniąc je przed niewypłacalnością. Komitet Bazylejski w swoim dokumencie skupił się w istocie na podstawowym i najważniejszym wówczas ryzyku, tj. ryzyku kredytowym.

Istota zalecanej przez Komitet Bazylejski metodologii skupiała się na utrzymaniu współczynnika wypłacalności (WW) na poziomie minimum 8%, gdzie zasada wyznaczania współczynnika wypłacalności polegała z grubsza na wskaźniku liczonym jako iloraz kapitałów własnych oraz aktywów ważonych ryzykiem. Zatem model sprowadzał się w swojej postaci do:

$$WW = \frac{K}{AW} > 8\%,$$

gdzie:

WW – współczynnik wypłacalności; K – kapitał własny; AW – aktywa ważone ryzykiem wyznaczone według wzoru:

$$AW = \sum_{i=1}^k RW_i \cdot A_i,$$

gdzie: k – liczba grup aktywów banku wyznaczona według zaleceń Komitetu Bazylejskiego; A_i – wartość aktywów i -tej grupy; RW_i – waga przypisana na i -tej grupie aktywów według zasad rekomendowanych przez Komitet Bazylejski.

Kluczową rolę w modelu odgrywały wagi RW_i , które według zaleceń Komitetu Bazylejskiego miały odzwierciedlać poziom ryzyka danej grupy aktywów. Dla przykładu, kredyt gotówkowy udzielony osobie fizycznej uzyskiwał wagę 100%, natomiast kredyt udzielony państwu wchodzącemu w skład OECD otrzymywał wagę 0%.

W konsekwencji przyjętych uregulowań banki zostały zobowiązane do utrzymywania kapitału na poziomie nie mniejszym aniżeli 8% wartości aktywów ważonych ryzykiem, co można zapisać symbolicznie jako:

$$K > 8\% \cdot \sum_{i=1}^k w_i \cdot A_i.$$

Zachęcony sukcesem wprowadzenia Umowy Kapitałowej, Komitet Bazylejski podjął próbę ujęcia w wymogach kapitałowych również innych rodzajów ryzyka aniżeli ryzyko kredytowe. Słusznie bowiem zauważono, że banki również w dużym stopniu narażone są na pozostałe rodzaje ryzyka obejmujące ryzyko walutowe, ryzyko otwartych pozycji w dłużnych papierach wartościowych czy w akcjach.

W 1997 r. Komitet Bazylejski wydał dokument odnoszący się do ujęcia ryzyka rynkowego w rachunku kalkulacji wymogów kapitałowych. Dokument ten okazał się przełomowy głównie dzięki umożliwieniu stosowania

modelu *Value at Risk* (VaR). Model ten bowiem uTOROWAŁ drogę rozpoczętemu w 1988 r. procesowi ilościowego pomiaru ryzyka bankowego. Od tej chwili analitycy wykorzystujący modele matematyczne w swojej pracy uzyskali silne wsparcie od międzynarodowego autorytetu, co miało kolosalne przełożenie na zmianę postrzegania obszaru zarządzania ryzykiem w oczach bankowych top menedżerów. Zmieniło się również podejście właścicieli banków co do wymagań stawianych przed menedżerami zajmującymi się ryzykiem. Dotąd bowiem obszar ryzyka, często utożsamiany z działalnością windykacją oraz monitoringową, zarządzany był zwykle przez osobę z prawniczym wykształceniem. Zmiany, jakie nastąpiły dzięki Komitetowi Bazylejskiemu, sprawiły, że obszarem ryzyka coraz częściej zaczęły zarządzać osoby, które ukończyły ściśle kierunki studiów.

W ramach Nowej Umowy Kapitałowej banki uzyskały możliwość wyznaczania wymogów kapitałowych według nowych zasad. Według rekomendowanej metody IRB (*Internal Rating Based Approach*) banki mogą szacować samodzielnie wagi ryzyka na podstawie modelu statystycznego. W ramach tego podejścia wagi ryzyka odzwierciedlają poziom nieoczekiwanych strat, których pokrycie mają stanowić fundusze własne (Bank, Lawrenz, 2003). Aby wyznaczyć poziom nieoczekiwanych strat, wykorzystano model jednoczynnikowy (Merton, 1974), którego istota polega na wyjaśnianiu zachowania indeksu ryzyka poszczególnego klienta przy wykorzystaniu tylko jednego czynnika rynkowego oraz cechy idiosynkratycznej (specyficznej) klienta banku. Zatem według modelu indeks ryzyka Z_i charakteryzujący i -tego klienta jest uzależniony od czynnika rynkowego X oraz czynnika idiosynkratycznego ε_i według reguły:

$$Z_i = \omega_i X + \sqrt{1 - \omega_i^2} \varepsilon_i,$$

gdzie ω_i jest parametrem określającym wpływ cechy X na indeks ryzyka i -tego klienta.

Przy założeniu, że zmienna Z_i ma rozkład normalny standaryzowany, znając bezwarunkowe prawdopodobieństwo niewypłacalności PD (*probability of default*), jesteśmy w stanie wyznaczyć poziom indeksu Z_i , przy którym następuje zdarzenie niewypłacalności:

$$P(Z_i < \alpha) = PD,$$

$$\alpha_i = N^{-1}(PD),$$

Wyznaczając warunkowe prawdopodobieństwo niewypłacalności przy założeniu, że czynnik rynkowy X o wystandaryzowanym rozkładzie normalnym przyjmuje niekorzystną wartość mogącą zdarzyć się nie częściej aniżeli raz na 1000 lat, otrzymujemy (Carlos, Cespades, 2002):

$$P(Z < \alpha | X_{0,999}) = N \left(\frac{1}{\sqrt{1-\omega^2}} N^{-1}(PD) - \frac{\omega}{\sqrt{1-\omega^2}} N^{-1}(0,999) \right).$$

Bezpośrednio z powyższej nierówności wyznaczana jest waga ryzyka dla portfela kredytowego według metody IRB:

$$RW = LGD \cdot \left[N \left(\frac{1}{\sqrt{1-R}} N^{-1}(PD) - \frac{\sqrt{R}}{\sqrt{1-R}} \cdot N^{-1}(0,999) \right) - PD \right] \cdot 12,5,$$

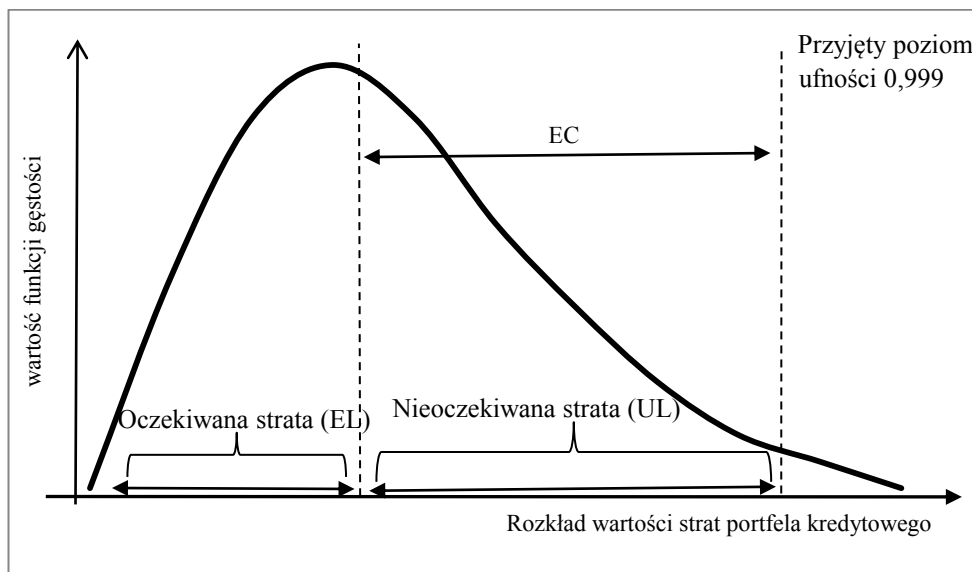
gdzie:

RW – waga ryzyka; LGD (*loss given default*) – udział straty w całkowitej kwocie ekspozycji kredytowej w momencie zajścia zdarzenia zaniechania spłaty; N – dystrybuanta standaryzowanej normalnej zmiennej losowej;

N^{-1} – odwrotność dystrybuanty standaryzowanej normalnej zmiennej losowej; PD (*probability of default*) – prawdopodobieństwo niewywiązania się kredytobiorcy ze zobowiązania; R – współczynnik korelacji aktywów dwóch dowolnych klientów.

Zgodnie z przyjętą przez Komitet Bazylejski koncepcją w ramach metody IRB, wysokość kapitału regulacyjnego jest następstwem poziomu kapitału ekonomicznego (*economic capital*) mającego za zadanie zaabsorbować nieoczekiwanych strat (Hugh, Wang, 2004). Rys. 1 prezentuje związek między stratą nieoczekiwaną, stratą oczekiwaną a kapitałem ekonomicznym.

O ile oczekiwana strata pokrywana jest z bieżącej działalności banku, o tyle strata nieoczekiwana stanowi istotne zagrożenie dla banku, a jej pokryciu ma służyć kapitał ekonomiczny (Wierzba i in., 2004).



Rys. 1. Graficzna prezentacja straty oczekiwanej oraz straty nieoczekiwanej

Źródło: opracowanie własne.

3. Podsumowanie

Przyjmowane przez banki rozwiązania w ramach zaleceń Komitetu Bazylejskiego okazały się niewystarczające w obliczu światowego kryzysu finansowego z 2008 r. Okazało się, że przestrzeganie norm kapitałowych stanowiących o bezpieczeństwie wypłacalności banku nie chroni banku przed upadkiem. Najlepszym przykładem jest tu spektakularny upadek banku Lehman Brothers, który w momencie złożenia wniosku o ochronę przed wierzycielami posiadał współczynnik wypłacalności funduszy pierwszej kategorii na poziomie 11%, przy minimalnym poziomie tego typu funduszy ustanowionym na poziomie 4% (Dziekoński, 2010). Ponadto ocena ratingowa banku nadana przez firmę Fitch wynosiła aż AAA. Dlatego też Komitet Bazylejski pracuje obecnie nad kolejną umową kapitałową Basel III, która ma za zadanie znacznie podnieść bezpieczeństwo banków głównie poprzez zwiększenie płynności, poprawę przejrzystości kapitałów, zwiększenie wymogów kapitałowych wobec transakcji na papierach wartościowych i instrumentach pochodnych, a także uściślenie założeń co do wykorzystywanych celem kalkulacji wymogów kapitałowych metod ratingów wewnętrznych. Przedstawiony w niniejszym artykule przegląd regula-

cji z obszaru ryzyka bankowego jednoznacznie wskazuje na kierunek rozwoju nowoczesnej bankowości opartej w znacznej mierze na matematycznych modelach wykorzystywanych w procesie zarządzania ryzykiem. Stąd od analityków bankowych wymaga się obecnie znajomości metod ilościowych pozwalających w sposób bezpieczny kontrolować poziom ryzyka. Niestety, obserwowany w Polsce od kilku lat proces zmian w obszarze kształcenia studentów studiów ekonomicznych wydaje się bagatelizować istotność kursów o charakterze ilościowym. Ograniczeniu poddawane są zarówno podstawowe kursy matematyki, jak i statystyki matematycznej oraz ekonometrii, których znajomość stanowi podstawę stosowania i rozumienia specjalistycznych modeli wykorzystywanych w bankowości. Z niepokojem obserwowana tendencja „humanizacji” studiów ekonomicznych jest przyczyną spadku atrakcyjności ich absolwentów na rynku pracy instytucji finansowych. Stąd absolwentom studiów ekonomicznych coraz trudniej jest pozyskać pracę w obszarze analitycznym, przez co coraz częściej muszą się zadowalać mniej wymagającą pracą operacyjną. W efekcie osoby o doskonałym przygotowaniu ekonomicznym, rozumiejące procesy gospodarcze w skali zarówno mikro, jak i makro, są wypierane z rynku pracy przez osoby o wykształceniu ścisłym. Dlatego też w trosce o jakość kształcenia, która wpływa ostatecznie na stabilność systemu finansowego, należy odwrócić tendencję ograniczania kursów o charakterze ilościowym w ramach wyższego szkolnictwa ekonomicznego.

Literatura

- Bank M., Lawrenz J. (2003). *Why simple, when it can be difficult? Some remarks on the Basel IRB approach*. „Kredit und Kapital”.
- Basel Committee on Banking Supervision (BCBS) (2006). *International Convergence on Capital Measurement and Capital Standards. Bank for International Settlements*. Basel.
- Carlos J., Cespades G. (2002). *Credit risk modelling and Basel II*. „Algo Research Quarterly”. Spring.
- Dziekoński P. (2010). *Basel 3. Czy czeka nas przyspieszona konsolidacja sektora bankowego*. Materiały Deloitte. <http://www.slideshare.net/press123/bazylea-iii>.
- Hugh T., Wang Z. (2004). *Interpreting the Internal Ratings-Based Capital Requirements in Basel II*. The Chinese University of Hong Kong.
- Jajuga K. (2007). *Zarządzanie ryzykiem*. Wydawnictwo Naukowe PWN. Warszawa.
- Merton R.C. (1974). *On the pricing of corporate debt: The risk structure of interest rates*. „Journal of Finance”. No. 29. Str. 449-470.

Wierzba R., Iwanowicz-Drozdowska M., Lepczyński B. (2004). *Nowa Umowa Kapitałowa Bazylejskiego Komitetu Nadzoru Bankowego – konsekwencje dla gospodarki*. Raport w ramach projektu 2 H02C 071 22. Gdańsk.