

PRACE NAUKOWE

Uniwersytetu Ekonomicznego we Wrocławiu

RESEARCH PAPERS

of Wrocław University of Economics

Nr 446

Metody i zastosowania badań operacyjnych



Wydawnictwo Uniwersytetu Ekonomicznego we Wrocławiu
Wrocław 2016

Redakcja wydawnicza: Joanna Świrska-Korlub

Redakcja techniczna: Barbara Łopusiewicz

Korekta: Barbara Cibis

Łamanie: Małgorzata Myszkowska

Projekt okładki: Beata Dębska

Informacje o naborze artykułów i zasadach recenzowania
znajdują się na stronach internetowych

www.pracnaukowe.ue.wroc.pl

www.wydawnictwo.ue.wroc.pl

Publikacja udostępniona na licencji Creative Commons

Uznanie autorstwa-Użycie niekomercyjne-Bez utworów zależnych 3.0 Polska
(CC BY-NC-ND 3.0 PL)



© Copyright by Uniwersytet Ekonomiczny we Wrocławiu
Wrocław 2016

ISSN 1899-3192
e-ISSN 2392-0041

ISBN 978-83-7695-610-7

Wersja pierwotna: publikacja drukowana
Zamówienia na opublikowane prace należy składać na adres:
Wydawnictwo Uniwersytetu Ekonomicznego we Wrocławiu
ul. Komandorska 118/120, 53-345 Wrocław
tel./fax 71 36 80 602; e-mail: econbook@ue.wroc.pl
www.ksiegarnia.ue.wroc.pl

Druk i oprawa: TOTEM

Wstęp

Wstęp	7
Krzysztof Echaust: Modelowanie wartości ekstremalnych stóp zwrotu na podstawie danych śróddziennych / Modeling of extreme returns on the basis of intraday data	9
Helena Gaspars-Wieloch, Ewa Michalska: On two applications of the Omega ratio: $\max\Omega_{\min}$ and $\Omega(H+B)$ / O dwóch zastosowaniach wskaźnika Omega: $\max\Omega_{\min}$ i $\Omega(H+B)$	21
Agata Gluzicka: Zastosowanie modelu MAD z dodatkowymi warunkami ograniczającymi / Application of the MAD model with additional constraints	37
Dorota Górecka, Małgorzata Szalucka: Foreign market entry mode decision – approach based on stochastic dominance rules versus multi-actor multi-criteria analysis / Wybór sposobu wejścia na rynek zagraniczny – podejście oparte na dominacjach stochastycznych a wieloaktorska analiza wielokryterialna	47
Paweł Hanczar, Dagmara Pisiewicz: Logistyka odzysku – optymalizacja przepływów w systemie gospodarki komunalnej / Reverse logistics – optimization of flows in the system of waste management	70
Michał Jakubiak, Paweł Hanczar: Optymalizacja tras zbiórki odpadów komunalnych na przykładzie MPO Kraków / Optimization of municipal solid waste collection and transportation routes on the example of MPO Cracow	83
Michał Kameduła: Zastosowanie koewolucyjnego algorytmu genetycznego w rozwiązaniu zadania trójkryterialnego / Application of co-evolutionary genetic algorithm for a three-criterion problem.....	93
Donata Kopańska-Bródka, Renata Dudzińska-Baryła, Ewa Michalska: Zastosowanie funkcji omega w ocenie efektywności portfeli dwuskładnikowych / Two-asset portfolio performance based on the omega function .	106
Marek Kośny, Piotr Peternek: Zagadnienie sposobu definiowania preferencji na przykładzie przydziału uczniów do oddziałów klasowych / Definition of preferences in the context of pupils' allocation to classes	115
Wojciech Młynarski, Artur Prędki: Ocena efektywności technicznej i finansowej wybranych nadleśnictw Lasów Państwowych za pomocą metody DEA / Technical and financial efficiency evaluation for selected forestry managements of the State Forests National Forest Holding – the DEA approach.....	126

Piotr Namieciński: Alternatywna metoda określania preferencji decydenta w zagadnieniach wielokryterialnych / Alternative methods of decision-maker preferences identification in multicriteria issues	144
Marek Nowiński: Testowanie nieliniowych algorytmów optymalizacyjnych – zestaw funkcji typu <i>benchmark</i> / Testing nonlinear optimization algorithms – set of benchmark type functions	159
Agnieszka Przybylska-Mazur: Wybrana metoda analizy długoterminowej stabilności finansów publicznych / The selected method of analysis of the long-term sustainability of public finance	173
Ewa Roszkowska, Tomasz Wachowicz, Robert Jankowski: Analiza porozumienia końcowego w negocjacjach elektronicznych w kontekście zgodności systemu oceny ofert negocjatora z informacją preferencyjną/ Analyzing the negotiation agreements in a context of concordance of negotiation offer scoring systems with negotiators' preferential information	187
Aleksandra Sabo-Zielonka, Grzegorz Tarczyński: Adaptacja heurystyki <i>s-shape</i> na potrzeby wyznaczenia trasy przejścia w niestandardowym układzie strefy kompletacji zamówień / Adaptation of the s-shape heuristic for the custom layout of the order-picking zone	207
Jakub Staniak: Inicjalizacja ukrytych modeli Markowa z wykorzystaniem analizy skupień / Initialization of hidden Markov models by means of clustering analysis.....	224
Paulina Szterlik: Lokalizacja magazynu centralnego z zastosowaniem metod wielokryterialnych / Location of central warehouse using quantitative research	237
Grzegorz Tarczyński: Porównanie efektywności kompletacji łączonych zleceń z kompletacją niezależną / An attempt of comparison of order batching with independent order-picking	250

Wstęp

Kolejna, XXXIV Ogólnopolska Konferencja Naukowa im. Profesora Władysława Bukietyńskiego, organizowana corocznie przez najważniejsze ośrodki naukowe zajmujące się dziedziną badań operacyjnych, w roku 2015 odbyła się w pięknym, zabytkowym i świeżo odremontowanym zespole pałacowo-parkowym w Łagowie koło Zgorzelca. Konferencję zrealizowaną pod nazwą *Metody i Zastosowania Badań Operacyjnych* przygotowała Katedra Badań Operacyjnych Uniwersytetu Ekonomicznego we Wrocławiu pod kierownictwem dr. hab. Marka Nowińskiego, prof. UE.

Konferencje te mają już długoletnią tradycję – są to coroczne spotkania pracowników nauki specjalizujących się w badaniach operacyjnych. Głównym celem konferencji było, podobnie jak w latach ubiegłych, stworzenie (przede wszystkim dla młodych teoretyków, a także praktyków dyscypliny) forum wymiany myśli na temat najnowszych osiągnięć dotyczących metod ilościowych wykorzystywanych do wspomagania procesów podejmowania decyzji, a także prezentacja nowoczesnych zastosowań badań operacyjnych w różnych dziedzinach gospodarki. Ten cenny dorobek naukowy nie może być zapomniany i jest publikowany po konferencji w postaci przygotowywanego przez organizatorów zeszytu naukowego zawierającego najlepsze referaty na niej zaprezentowane.

W pracach Komitetu Naukowego Konferencji uczestniczyli czołowi przedstawiciele środowisk naukowych z dziedziny badań operacyjnych w Polsce; byli to: prof. Jan B. Gajda (Uniwersytet Łódzki), prof. Stefan Grzesiak (Uniwersytet Szczeciński), prof. Bogumił Kamiński (SGH w Warszawie), prof. Ewa Konarzewska-Gubała (Uniwersytet Ekonomiczny we Wrocławiu), prof. Donata Kopańska-Bródka, prof. Maciej Nowak i prof. Tadeusz Trzaskalik (Uniwersytet Ekonomiczny w Katowicach), prof. Dorota Kuchta (Politechnika Wrocławska), prof. Krzysztof Piasecki (Uniwersytet w Poznaniu) i prof. Józef Stawicki (Uniwersytet Mikołaja Kopernika w Toruniu).

Zakres tematyczny konferencji obejmował teoretyczne i praktyczne zagadnienia dotyczące przede wszystkim:

- modelowania i optymalizacji procesów gospodarczych,
- metod wspomagających proces negocjacji,
- metod oceny efektywności i ryzyka na rynku kapitałowym i ubezpieczeniowym,
- metod ilościowych w transporcie i zarządzaniu zapasami,
- metod wielokryterialnych,
- optymalizacji w zarządzaniu projektami oraz analizy ryzyka decyzyjnego.

W konferencji wzięło udział 43 przedstawiciele różnych środowisk naukowych, licznie reprezentujących krajowe ośrodki akademickie. W trakcie sześciu sesji ple-

narych, w tym dwóch sesji równoległych, przedstawiono 27 referatów, których poziom naukowy w przeważającej części był bardzo wysoki. Zaprezentowane referaty, po pozytywnych recenzjach, zostają dziś opublikowane w Pracach Naukowych Uniwersytetu Ekonomicznego we Wrocławiu w postaci artykułów naukowych w specjalnie wydany zeszycie konferencyjnym.

Przypominając przebieg konferencji, nie można nie wspomnieć o konkursie zorganizowanym dla autorów referatów niebędących samodzielnymi pracownikami nauki. Dotyczył on prezentacji najciekawszego zastosowania badań operacyjnych w praktyce gospodarczej. Komitet Organizacyjny Konferencji powołał kapitułę konkursu, w której skład weszli: prof. Ewa Konarzewska-Gubała – przewodnicząca, prof. Jan Gajda, prof. Stefan Grzesiak i prof. Donata Kopańska-Bródka. Członkowie Komisji Konkursowej oceniali referaty ze względu na:

- innowacyjność, oryginalność metody będącej przedmiotem zastosowania,
- znaczenie zastosowania dla proponowanego obszaru,
- stopień zaawansowania implementacji metody w praktyce.

Spośród 15 referatów zgłoszonych wyróżniono: 1. miejsce: dr Michał Jakubiak i dr hab. Paweł Hanczar (Uniwersytet Ekonomiczny we Wrocławiu), *Optymalizacja tras zbiórki odpadów komunalnych na przykładzie MPO Kraków*; 2. miejsce: mgr Dagmara Piesiewicz i dr hab. Paweł Hanczar (Uniwersytet Ekonomiczny we Wrocławiu), *Logistyka odzysku – optymalizacja przepływów w systemie gospodarki komunalnej*; 3. miejsce: dr Dorota Górecka i dr Małgorzata Szałucka (Uniwersytet Mikołaja Kopernika w Toruniu), *Wybór sposobu wejścia na rynek zagraniczny – wieloaktorska analiza wielokryterialna a podejście oparte na dominacjach stochastycznych*.

Przy okazji prezentowania opracowania poświęconego XXXIV Konferencji *Metody i Zastosowania Badań Operacyjnych* i jej bardzo wartościowego dorobku nie możemy nie podziękować członkom Komitetu Organizacyjnego Konferencji, w którego skład wchodził młodzi, acz doświadczeni pracownicy Katedry Badań Operacyjnych Uniwersytetu Ekonomicznego we Wrocławiu: dr Piotr Peternek (sekretarz), dr hab. Marek Kośny, dr Grzegorz Tarczyński oraz mgr Monika Stańczyk (biuro konferencji). Zapewnili oni w sposób profesjonalny sprawne przygotowanie i przeprowadzenie całego przedsięwzięcia oraz zadbali o sprawy administracyjne związane z realizacją konferencji, a także byli odpowiedzialni za dopilnowanie procesu gromadzenia i redakcji naukowych materiałów pokonferencyjnych, które mamy okazję Państwu dziś udostępnić.

Już dzisiaj cieszymy się na nasze kolejne spotkanie w ramach jubileuszowej XXXV Ogólnopolskiej Konferencji Naukowej im. Profesora Władysława Bukietyńskiego, która tym razem będzie organizowana przez naszych przyjaciół z Katedry Badań Operacyjnych Uniwersytetu Ekonomicznego w Poznaniu pod kierownictwem prof. dr. hab. Krzysztofa Piaseckiego.

Marek Nowiński

Jakub Staniak

Szkoła Główna Handlowa w Warszawie
e-mail: jakub.staniak@gmail.com

INICJALIZACJA UKRYTYCH MODELI MARKOWA Z WYKORZYSTANIEM ANALIZY SKUPIEŃ

INITIALIZATION OF HIDDEN MARKOV MODELS BY MEANS OF CLUSTERING ANALYSIS

DOI: 10.15611/pn.2016.446.16

JEL Classification: C53, E37, E27

Streszczenie: Artykuł prezentuje możliwości wykorzystania narzędzi z dziedziny analizy skupień w procesie estymacji jednowymiarowych, ukrytych modeli Markowa. Zaproponowana heurystyka została przetestowana na danych symulacyjnych i porównana z tradycyjnie stosowanym algorytmem Bauma-Welcha (EM). W artykule pokazano również przykładowe zastosowania metody do analizy cyklu koniunkturalnego na podstawie danych z rynku pracy oraz wyników ankiet koniunktury w przemyśle. Wysoka trafność segmentacji poszczególnych szeregów czasowych każe przypuszczać, iż zaproponowaną heurystykę można stosować nie tylko jako narzędzie wspomagające tradycyjne metody ale również, jako samodzielną, alternatywną metodę estymacji tam, gdzie modele oparte na maksymalizacji funkcji wiarygodności są narażone na przeuczenie.

Słowa kluczowe: ukryte modele Markowa, modele przełącznikowe Baum-Welch, metoda k -średnich, analiza skupień, inicjalizacja, estymacja.

Summary: The following paper addresses some major problems which arise in the estimation of Hidden Markov Models, and delves in to the possibilities of augmenting traditional algorithms such as Baum-Welch (EM), with methods known from cluster analysis. Author conducted thorough tests of the proposed heuristics not only using simulated data, but also shows a successful applications on a real world, macroeconomic time series from labor market and business tendency surveys. Low estimation and prediction errors which are presented in the article, testify in favor of proposed method and give good reason to believe that clustering algorithms can constitute either a sound initialization method for Baum-Welch procedure, or a standalone estimation method where likelihood maximization can lead to overfitting.

Keywords: hidden Markov model, switching models, Baum-Welch, k -means, cluster analysis, initialization, estimation.

1. Wstęp

Mimo że ukryte modele Markowa (*Hidden Markov Models* – HMM) zyskały popularność dzięki zastosowaniom w takich dziedzinach, jak uczenie maszynowe czy bioinformatyka, dziś są obecne niemal wszędzie tam, gdzie problemy decyzyjne pojawiają się w kontekście systemu dynamicznego, którego stany nie są bezpośrednio obserwowalne dla decydenta. Stąd zastosowania modeli klasy HMM można spotkać zarówno w bezpieczeństwie (detekcja anomalii), zarządzaniu (*condition-based maintenance*), jak i w badaniach rynku (np. analiza sekwencyjnych danych sprzedaży). W procesie wytwórczym modelu klasy HMM napotyka się jednak na dwie trudności. Są to inicjalizacja procesu estymacji oraz specyfikacja modelu. Pierwszy jest związany z wrażliwością wyników algorytmu EM na wartości parametrów startowych. Drugi problem dotyczy przede wszystkim doboru liczby ukrytych stanów. W niniejszym referacie zaproponowano heurystyczną metodę wyznaczania pierwszego przybliżania parametrów modelu, która polega na sprowadzeniu pierwotnego problemu analizy dynamicznej do analizy skupień w przestrzeni parametrów, co pozwala nie tylko na dokonanie wstępnej segmentacji szeregu (a tym samym estymacji), ale również na zastosowanie znanych w analizie skupień metod doboru liczby ukrytych stanów.

Zaproponowana metoda została przetestowana na danych symulacyjnych, tj. dla wielokrotnie wylosowanych dwustanowych modeli HMM z emisjami binarnymi oraz gaussowskimi. Za kryterium skuteczności przyjęto odsetek trafnie zaklasyfikowanych obserwacji. Zbadano wiele możliwych kombinacji, biorąc pod uwagę różne długości próby oraz różne wielkości zmiany w parametrach emisji między stanami. Badania te wykazały, że w większości przypadków zaproponowana metoda uzyskuje nieznacznie mniejszą lub identyczną skuteczność klasyfikacji, co model oszacowany algorytmem Bauma-Welcha (EM) i odkodowany algorytmem Viterbiego. Co więcej, w modelach nietypowych (mała liczebność próby i/lub stosunkowo małe różnice pomiędzy stanami) zaproponowana metoda uzyskiwała lepszą skuteczność odkodowania niż wymienione algorytmy. Jak dowodzi dalsza analiza przeprowadzona na danych empirycznych, wynika to przede wszystkim z większej odporności zaproponowanej metody na przeuczenie niż w przypadku algorytmów klasy EM, które będąc *de facto* estymatorami największej wiarygodności, narażone są na problem nadmiernego dopasowania w próbie.

Zaproponowana heurystyka może zatem służyć nie tylko jako metoda inicjalizacji samego algorytmu Bauma-Welcha, ale również jako alternatywna, odporna na przeuczenie i samodzielna metoda estymacji. Potencjalne korzyści z jej zastosowania nie ograniczają się zatem tylko do większej efektywności obliczeniowej procesu estymacji (brak konieczności wielokrotnej inicjalizacji), ale dają szansę na zastosowanie modelu HMM do danych, w analizie których tradycyjne metody estymacji zawiodą. W niniejszej pracy zostało to potwierdzone empirycznie na podstawie dwóch przykładów danych makroekonomicznych dotyczących rynku pracy oraz wyników testu koniunktury w przemyśle.

2. Metoda

Niniejszy punkt przedstawia elementarne wiadomości teoretyczne dotyczące ukrytych modeli Markowa oraz krótki opis dwóch głównych nurtów, które dominują w zastosowaniach i których rozróżnienie jest istotne ze względu na dalsze rozważania. W dalszej części znajdują się opis oraz graficzna ilustracja heurystyki umożliwiającej inicjalizację i estymację modelu klasy HMM.

2.1. Ukryte modele Markowa

Ukrytym modelem Markowa nazywa się częściowo obserwowalny proces stochastyczny $(X_t, Y_t)_{t=1}^{\infty}$, gdzie:

- $(X_t)_{t=1}^{\infty}$ jest nieobserwowalnym procesem, ewoluującym zgodnie z dynamiką określoną przez jednorodny łańcuch Markowa ze skończoną przestrzenią stanów, $|S_x| = k < \infty$ i macierzą prawdopodobieństw przejścia

$$[p(X_t = j | X_{t-1} = i)]_{i,j=1}^k,$$

- $(Y_t)_{t=1}^{\infty}$ jest procesem obserwowalnym, przy czym dla każdego $t = 1, 2, \dots$ zmienne Y_t oraz Y_{t-1} są niezależne pod warunkiem X_t oraz

$$p(Y_t | X_t = i) = p(Y_t | \theta_i),$$

gdzie powyższa funkcja gęstości określa warunkowy rozkład tzw. emisji, Y_t .

Przy tak wyspecyfikowanym modelu jednym z podstawowych problemów jest kwestia wnioskowania o zmiennej nieobserwowalnej, tj. o ukrytych stanach systemu na podstawie zaobserwowanego ciągu emisji. Zadanie to można zdefiniować na dwa sposoby. W pierwszym przypadku wyznacza się, przy użyciu algorytmu prefiksowo-sufiksowego, tzw. prawdopodobieństwa wygładzone $p(X_t = i | Y_{1:T})$ dla każdego $t = 1, \dots, T$. Drugie podejście polega na wyznaczeniu najbardziej prawdopodobnej realizacji ukrytego ŁM dla całej próby, $\arg \max_{X_{1:T}} p(X_{1:T} | Y_{1:T})$, do czego służy algorytm Viterbiego [Murphy 2012]. W niniejszej pracy zastosowano drugie podejście, chociaż prezentowana metoda może być również wykorzystana w połączeniu z wnioskowaniem opartym na prawdopodobieństwach wygładzonych.

2.2. Dwa nurty zastosowań – możliwy zakres metody

Modele HMM zyskały popularność w latach 70. i 80. ubiegłego stulecia, kiedy pojawiły się pierwsze udane zastosowania tychże modeli do problemów rozpoznawania mowy oraz pisma. Lata 80. przyniosły też pierwsze zastosowania w bioinformatyce, konkretnie w analizach łańcuchów DNA, zaś lata 90. obfitowały w wiele zastosowań w dziedzinach, takich jak ekonometria, klimatologia oraz wiele innych [Cappe i in. 2005].

Z punktu widzenia niniejszej pracy bardzo istotne jest rozróżnienie dwóch zasadniczo różnych podejść, które dominują we wspomnianych zastosowaniach. W pierwszym, bardziej tradycyjnym, struktura ukrytego ŁM, jest znana, gdyż istnieje dobrze określony model systemu, który jest przedmiotem analizy. W rozpoznawaniu mowy takim systemem jest język, którego znajomość pozwala nam skonstruować ŁM odpowiadający zależnościom probabilistycznym występującym między słowami języka czy też zgłoskami alfabetu fonetycznego. W konsekwencji struktura ukrytego ŁM jest znana z innych źródeł niż analizowane emisje, ale co ważniejsze, mnogość stanów i rzadkość macierzy prawdopodobieństw przejścia jest również przyczyną tego, że nawet w sytuacjach, kiedy emisje są obciążone stosunkowo dużym szumem, odkodowanie cechuje się wysoką skutecznością.

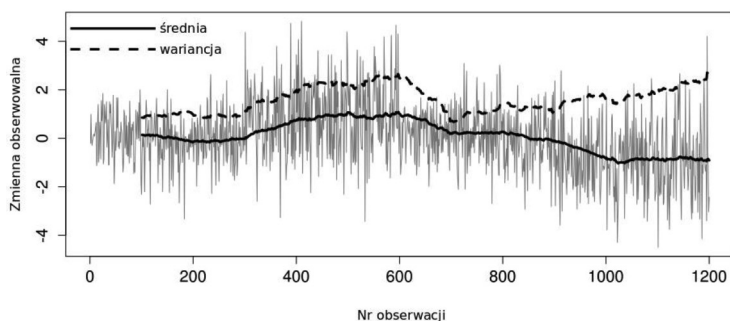
Zupełnie inaczej wygląda to w zastosowaniach np. ekonometrycznych, w których po pierwsze nie znamy i być może nie mamy możliwości poznania „prawdziwego” modelu systemu będącego przedmiotem analizy. Oznacza to, że sama struktura ukrytego ŁM, konkretnie jego macierz prawdopodobieństw przejścia, musi być estymowana na podstawie tych samych danych, które służą do oszacowania realizacji zmiennej stanu. Po drugie zaś, poszczególne stany mogą w ogóle nie mieć merytorycznej interpretacji, i co za tym idzie, jest to tylko i wyłącznie narzędzie segmentacji próby na stosunkowo jednolite okresy, czyli takie, w których zachowana jest stabilność parametrów rozkładów warunkowych zmiennej obserwowalnej. W tego typu zastosowaniach zwykle ukryty ŁM ma mniej liczną przestrzeń stanów (zwykle dwu- lub trzelementową) oraz dopuszcza się przejścia między wszystkim stanami. Prezentowana metoda jest adresowana do tej właśnie klasy modeli i nie ma zastosowania w modelach tradycyjnych.

2.3. Metoda estymacji przy wykorzystaniu analizy skupień

Prezentowana metoda w całości bazuje na technikach i algorytmach dobrze znanych z innych dziedzin ekonometrii i statystyki. Jednak łączne zastosowanie tych technik w kontekście szacowania modeli klasy HMM wnosi pewną nową jakość, co zostało wykazane na danych zarówno symulacyjnych, jak i empirycznych. W dalszej części tekstu zaprezentowano sekwencję kroków, z których składa się procedura.

Przypuśćmy, że przedmiotem analizy jest odkodowanie szeregu czasowego zaprezentowanego na rys. 1. Pierwszym krokiem jest przeniesienie problemu z domeny czasu do przestrzeni parametrów rozkładu zmiennej obserwowalnej, co można uzyskać przez oszacowanie tychże parametrów w ruchomych oknach. Zwykle dla przypadków jednowymiarowych są to średnia lub/i wariancja, chociaż dla szeregów wielowymiarowych wszystkie średnie, wariancje i kowariancje mogą rozpinąć przestrzeń parametrów. Tutaj para (μ_i, σ_i) oszacowanych parametrów dla i -tego w kolejności okna stanowi jeden punkt w przestrzeni dwuwymiarowej.

Należy wspomnieć, że na tym etapie na badaczu spoczywa odpowiedzialność za dokonanie dwóch wyborów. Po pierwsze, jakie okno zastosować, konkretnie należy



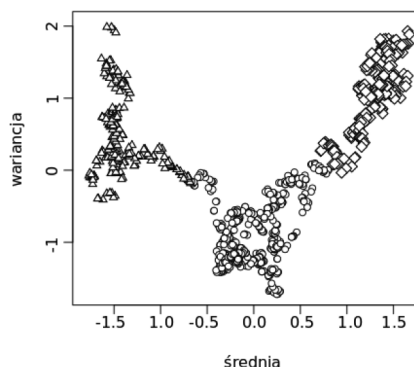
Rys. 1. Przykładowa realizacja zmiennej obserwowalnej wraz z oszacowaniami średniej i wariancji w ruchomym oknie

Źródło: opracowanie własne.

ustalić jego wielkość (liczbę obserwacji jaką obejmie) oraz kształt (wagi przypisane do każdej z obserwacji w oknie). Zalety i wady różnych podejść są analizowane teoretycznie w literaturze dotyczącej przetwarzania sygnałów (jest to bowiem nic innego jak filtr dolnoprzepustowy), ale praktyczne wskazówki czytelnik może odnaleźć w literaturze dotyczącej finansowych szeregów czasowych, w której występuje to jako tzw. *rolling analysis* [Zivot, Wang 2006]. Drugą decyzją, jaką należy podjąć, dotyczy tego, które parametry będą stanowiły podstawę dalszej analizy. Może to wynikać z istoty problemu, ale w podejściu całkowicie empirycznym można również przyjąć możliwe wiele parametrów (np. dodać autokorelacje kolejnych rzędów) i następnie zastosować metody redukcji wymiaru.

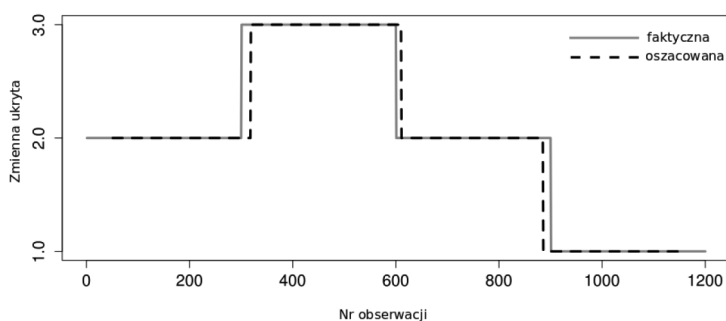
Przeniesienie problemu dynamicznego do problemu statycznego można uzasadnić w następujący sposób – oszacowane wartości parametrów w każdym oknie traktuje się jako potencjalny stan w przestrzeni ukrytego ŁM. Tym samym, jeżeli dwa potencjalne stany (dwa punkty w przestrzeni (μ, σ)) są dostatecznie do siebie podobne (leżą dostatecznie blisko), to należy uznać je za obarczone błędem dwa oszacowania parametrów odpowiadających jednej wartości nieobserwowalnej zmiennej stanu. Stwierdzenie „dostatecznie podobne”, nieprecyzyjne ze swej natury, w kontekście metod analizy skupień (*clustering analysis*) nabiera bardziej precyzyjnego znaczenia, w zależności od przyjętej metryki. Najprostszym rozwiązaniem (choć nie jedynym) jest zastosowanie algorytmu *k*-średnich do wyznaczenia skupisk w przestrzeni parametrów, co zostało pokazane na rys. 2.

W ten sposób uzyskuje się pierwszą przybliżoną segmentację szeregu czasowego (rys. 3), co pozwala na policzenie parametrów rozkładów warunkowych w podpróbach oraz wstępne oszacowanie macierzy prawdopodobieństw przejścia. Tok dalszego postępowania zależy od koncepcji przyjętej przez badacza. Tak oszacowane parametry mogą stanowić punkt startowy do wykonania algorytmu Bauma-Welcha i dopiero wówczas parametry maksymalizujące funkcję wiarygodności są podstawą



Rys. 2. Wyniki segmentacji potencjalnych stanów w przestrzeni parametrów

Źródło: opracowanie własne.



Rys. 3. Wyniki segmentacji k -średnich przeniesione w domenę czasu

Źródło: opracowanie własne.

do odkodowania Viterbiego. Można też zakończyć proces estymacji (z suboptymalnymi parametrami) i przejść od razu do algorytmu odkodowania. W ostatnim punkcie stosujemy takie właśnie podejście celem demonstracji odporności proponowanej metody na przeuczenie.

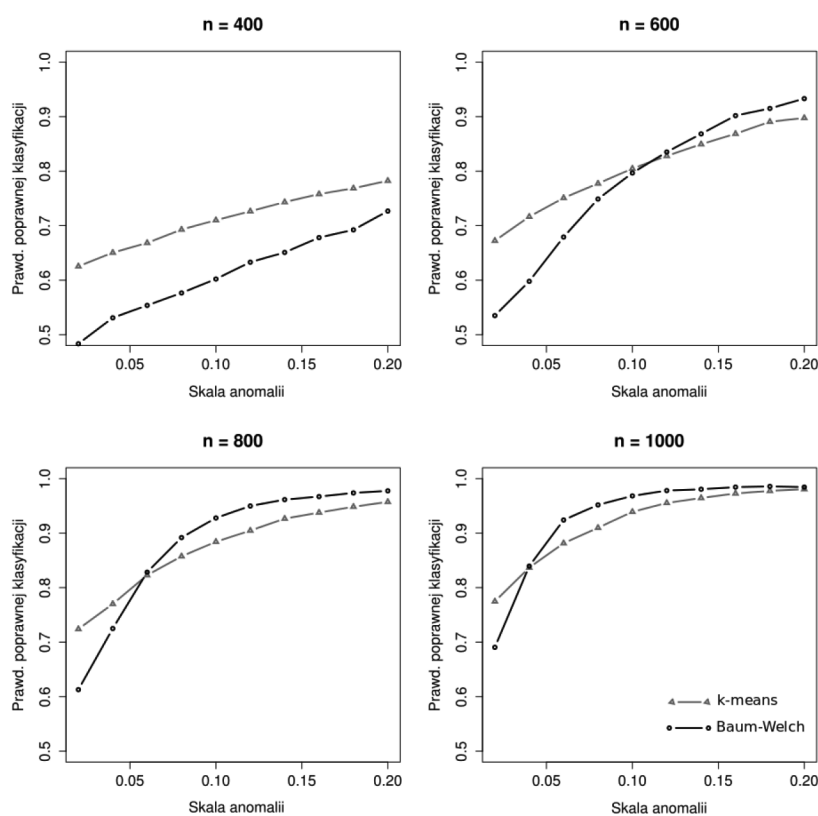
3. Wyniki dla danych syntetycznych

W pierwszej kolejności zaproponowane podejście zostało przetestowane na danych symulacyjnych. Wszystkie testy polegały na właściwym zidentyfikowaniu okresu, w którym wystąpiła anomalia, czyli sytuacja, kiedy ciąg obserwacji był losowany z nieco innego rozkładu niż reszta próby. Kolejno był to model z emisjami binarnymi, kiedy anomalia polegała na tym, że prawdopodobieństwo sukcesu było większe w okresie anomalii niż w pozostałych okresach. Następnie przetestowano dwa

modele gaussowskie: tylko ze zmianą parametru średniej oraz ze zmianą zarówno średniej jak i wariancji. Dla każdego modelu wykonano 1000 powtórzeń dla każdej kombinacji czasu trwania anomalii, n , a także wielkości zmiany parametru (skala anomalii). Porównania dokonano na podstawie średniej trafności odkodowania całego szeregu metodą Viterbiego dla parametrów oszacowanych algorytmem Bauma-Welcha (który odstał na wejściu prawdziwe parametry) oraz dla zaproponowanej metody opartej na procedurze k -średnich.

3.1. Model z emisjami binarnymi

W modelu z emisjami dwumianowymi wykonano 1 tys. powtórzeń dla każdej kombinacji długości anomalii $n = 200, 400, \dots, 1000$ oraz jej intensywności rozumianej jako zmianę wartości prawdopodobieństwa sukcesu $p = 0,05, 0,1, \dots, 0,5$. Ponieważ w tym wypadku jedynie jeden parametr jest czynnikiem różnicującym stany, posłużono się deterministycznym algorytmem k -średnich w jednym wymiarze [Wang, Song 2011].



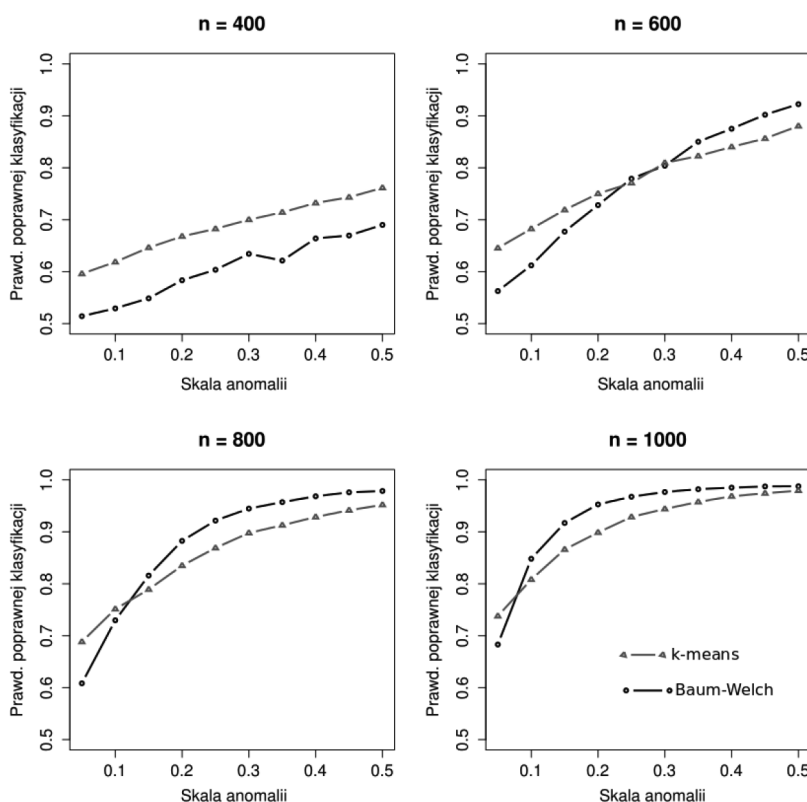
Rys. 4. Porównanie trafności odkodowania obserwowalnej zmiennej binarnej dla modelu oszacowanego algorytmem Bauma-Welcha oraz trafności wstępnej segmentacji metodą k -średnich

Źródło: opracowanie własne.

Jak wynika z rys. 4, dla małych prób oraz małych różnic między parametrami oba podejścia w zasadzie oscylują wokół modelu losowego, jednak zwykle w tych trudnych przypadkach metoda k -średnich radzi sobie nieco lepiej. Jest to właśnie przejaw jej większej stabilności i odporności na przeuczenie. Poza tym widać, że w pozostałych przypadkach metoda k -średnich jest nieznacznie gorsza od algorytmu Bauma-Welcha, co potwierdza jedną z tez niniejszej pracy, mówiącą o tym, że jest to dobra metoda inicjalizacji procesu estymacji.

3.2. Model z emisjami gaussowskimi – jeden parametr

W pierwszym przypadku modelu z emisjami gaussowskimi ustalono stałą wariancję w całej próbie natomiast epizod anomalii polegał jedynie na wzroście wartości warunkowej średniej. Analogicznie jak poprzednio, przetestowano po 1 tys. powtórzeń dla każdej kombinacji długości anomalii oraz jej intensywności rozumianej jako różnica między średnimi w okresie anomalii i w pozostałej części próby.



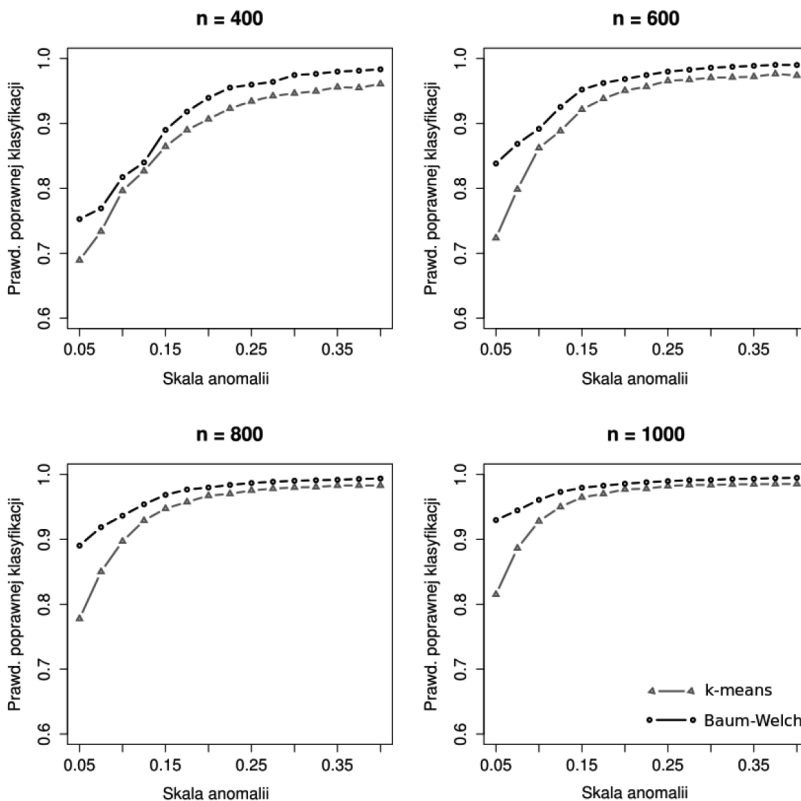
Rys. 5. Porównanie trafności odekodowania obserwowalnej zmiennej gaussowskiej dla modelu oszacowanego algorytmem Bauma-Welcha oraz trafności wstępnej segmentacji metodą k -średnich

Źródło: opracowanie własne.

Jak widać na rys. 5 wyniki okazały się bardzo podobne do przypadku poprzedniego, tj. z emisjami binarnymi, co potwierdza poprzednie przypuszczenia, ale też świadczy o stabilności i uniwersalności metody.

3.3. Model z emisjami gaussowskimi – dwa parametry

Ostatnim przypadkiem w symulacji był model z emisjami gaussowskimi, z tą różnicą, że w okresie anomalii następował stały wzrost warunkowej wartości oczekiwanej o 0,2 względem rozkładu standardowego oraz dodatkowo wzrost wariancji o kolejno 0,05, 0,1, ..., 0,5. W zaproponowanej metodzie skorzystano z algorytmu k -średnich w dwóch wymiarach z jednokrotnym inicjowaniem.



Rys. 6. Porównanie trafności odkodowania obserwowalnej zmiennej gaussowskiej dla modelu oszacowanego algorytmem Bauma-Welcha oraz trafności wstępnej segmentacji metodą k -średnich

Źródło: opracowanie własne.

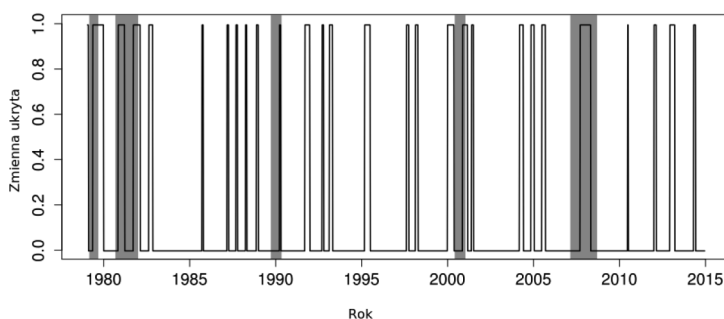
Jak można zauważyć, nastąpił zdecydowany wzrost skuteczności obu metod, co więcej, nie występują już przypadki, w których metoda k -średnich byłaby lep-

sza od algorytmu Bauma-Welcha. Jednak, co należy podkreślić, najczęściej różnice między metodami są znikome, co, biorąc pod uwagę mniejszy koszt obliczeniowy oraz większą stabilność algorytmu k -średnich, każe przypuszczać, że zaproponowane podejście w danej klasie problemów jest autentyczną alternatywą dla klasycznych algorytmów estymacji.

4. Przykłady zastosowań dla danych empirycznych

4.1. Rynek pracy w USA w latach 1979-2015

Jako pierwsze studium przypadku przeanalizowano szereg czasowy o tygodniowej częstotliwości, kiedy zmienną obserwowalną jest procentowa zmiana (względem okresu poprzedniego) liczby osób pierwszy raz ubiegających się o zasiłek (*initial claims*). Wartość liczbowa tej zmiennej może być interpretowana jako przepływ ze stanu zatrudnienia do stanu bezrobocia, zaś jej procentowa zmiana jest miarą tempa owego przepływu. Powszechnie uważa się, że jest to zmienna o charakterze wyprzedzającym względem cyklu koniunkturalnego (*leading indicator*). W założeniach analizy przyjęto, że w okresach kryzysów i recesji powinny występować segmenty próby wyróżniające się nieco inną charakterystyką – odpowiednik anomalii w danych symulacyjnych. Ponadto założono, że parametrem różnicującym będzie tutaj jedynie średnia – wzrost tempa przepływu do stanu bezrobocia ma naturalną interpretację w tym kontekście, jednak wzrost/spadek wariancji owego tempa nie ma (w ocenie autora) uzasadnionego związku z cyklem koniunkturalnym, jak i nie ma dobrej interpretacji w kontekście analizy koniunktury.

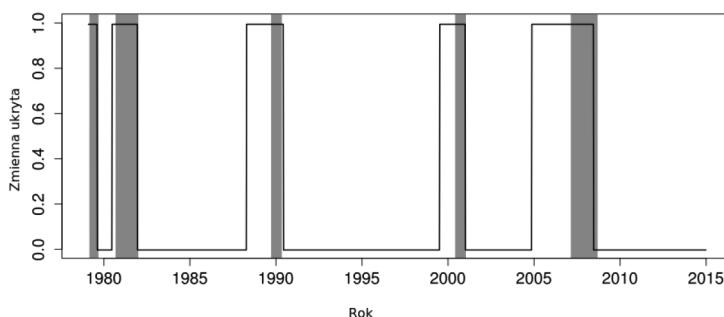


Rys. 7. Wyniki odkodowania zmiennej obserwowalnej opisującej tempo przepływu do bezrobocia na podstawie modelu oszacowanego algorytmem Bauma-Welcha

Źródło: opracowanie własne z wykorzystaniem danych FRED, Federal Reserve Bank of St. Louis.

W pierwszej kolejności przeprowadzono estymację algorytmem Bauma-Welcha oraz odkodowanie algorytmem Viterbiego, co uwiarydliło podatność tej metody na

przeuczenie – najbardziej prawdopodobna realizacja ukrytego ŁM w tym modelu jest bardzo zmienna (rys. 7). Wiele przełączeń wyłapanych nie można powiązać nie tylko z zaznaczonymi szarym kolorem recesjami, ale również z innymi znaczącymi epizodami w gospodarce amerykańskiej. Zupełnie inaczej wygląda jednak odkodowanie algorytmem Viterbiego, który na wejściu dostał parametry oszacowane w wyniku zaproponowanej metody wykorzystującej metodę k -średnich.



Rys. 8. Wyniki odkodowania zmiennej obserwowalnej opisującej tempo przepływu do bezrobocia na podstawie modelu oszacowanego zaproponowaną metodą

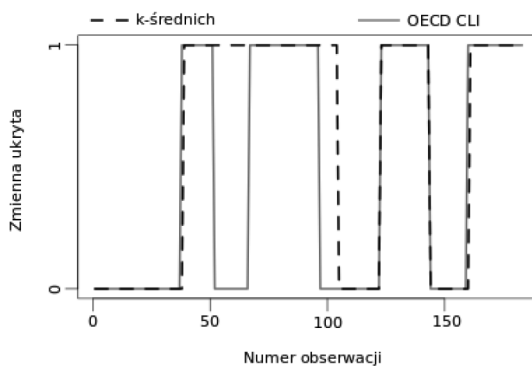
Źródło: opracowanie własne z wykorzystaniem danych FRED, Federal Reserve Bank of St. Louis.

Wyniki zamieszczone na rys. 8 zdecydowanie potwierdzają wyprzedzający charakter zmiennej obserwowalnej. Widoczna jest też bardzo dobra stabilność oszacowania najbardziej prawdopodobnej ścieżki ŁM, kiedy wszystkie przełączenia korespondują z kolejnymi okresami recesji wskazanymi przez NBER. Jako że są to dane tygodniowe, należy przypuszczać, że bieżące odkodowania zmiennej obserwowalnej mogą stanowić bardzo cenną, bieżącą informację o otoczeniu makroekonomicznym dla wszelkich podmiotów gospodarczych.

4.2. Wyniki testu koniunktury GUS w przemyśle 2000-2014

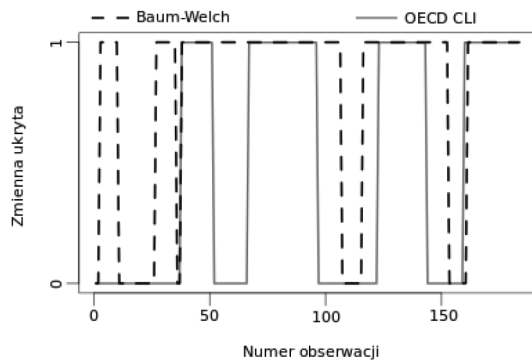
Drugim przykładem zastosowania, w którym prezentowana metoda wykazała się większą skutecznością odkodowania niż podejście tradycyjne, jest szereg czasowy wyników testu koniunktury prowadzonego przez GUS wśród przedsiębiorców sektora przemysłowego. Między innymi w teście tym pada pytanie o ocenę wielkości produkcji względem okresu poprzedniego. Powszechnie uważa się, że produkcja przemysłowa jest dobrym wskaźnikiem wyprzedzającym, niestety, dane o jej poziomie są publikowane z dużym opóźnieniem i podlegają wielokrotnym aktualizacjom już po publikacji. Stąd w niniejszej analizie zadano pytanie, czy dane ankietowe prowadzone wśród przedsiębiorców mogą być dobrym substytutem danych ilościowych. Jak w poprzednim przypadku, oszacowano dwa modele i porównano wyniki

odkodowania algorytmu Viterbiego dla każdego z nich w odniesieniu do wskaźnika OECD CLI (*Composite Leading Indicator*).



Rys. 9. Wyniki odkodowania szeregu w oparciu o model wykorzystujący wstępną segmentację k -średnich

Źródło: opracowanie własne z wykorzystaniem danych GUS i OECD.



Rys. 10. Wyniki odkodowania szeregu w oparciu o model oszacowany algorytmem Bauma-Welcha

Źródło: opracowanie własne z wykorzystaniem danych GUS i OECD.

W tym wypadku, podobnie jak w analizie danych z rynku pracy, proponowana metoda, mimo że nie wskazała wszystkich przełączeń, okazała się bardziej odporna na przeuczenie względem metody tradycyjnej i osiągnęła zdecydowanie lepszą skuteczność odkodowania. Wyniki odkodowania dla obu metod prezentują kolejno rys. 9 oraz rys. 10.

5. Zakończenie

W niniejszej pracy zaproponowano heurystykę, której celem jest usprawnienie i poprawienie procesu estymacji ukrytych modeli Markowa. Usprawnienie polega na efektywnej inicjalizacji algorytmu Bauma-Welcha, który jest algorytmem zbieżnym jedynie lokalnie i, co za tym idzie, którego wyniki są wrażliwe na wartości parametrów startowych. W praktyce to wymaga wielokrotnych inicjalizacji z parametrami losowymi, co jest kosztowne obliczeniowo. Proponowana metoda pozwala na znaczną redukcję kosztu obliczeniowego i może być traktowana jako element wstępny do właściwego procesu estymacji lub jako samodzielna metoda estymacji, jeśli w przypadku metod tradycyjnych występuje problem przeuczenia.

Zaproponowaną heurystykę przetestowano na danych syntetycznych oraz empirycznych. Badanie symulacyjne wykazało, że metoda k -średnich jest albo tak samo dobra jak metoda tradycyjna lub nieznacznie od niej gorsza. Oznacza, że stosując ją, można uzyskać bardzo dobre pierwsze przybliżenie parametrów modelu i, co za tym idzie, jest to bardzo skuteczna metoda inicjalizacji algorytmu Bauma-Welcha. Badanie na danych empirycznych pokazuje również, że proponowana metoda może stanowić odporną na przeuczenie alternatywę dla estymacji algorytmem Bauma-Welcha.

W prezentowanym artykule skoncentrowano się na modelach z emisjami jednowymiarowymi, jednak wydaje się, że korzyści z zastosowania opisanej metody w modelach z emisjami wielowymiarowymi są jeszcze większe i z pewnością jest to obiecujący kierunek przyszłych badań.

Literatura

- Bernardelli M., Dędyś M., 2012, *Ukryte modele Markowa w analizie wyników testu koniunktury gospodarczej*, [w:] *Badanie koniunktury – zwierniadow gospodarki*, cz. 1, Walczyk K. (red.), Prace i Materiały Instytutu Rozwoju Gospodarczego SGH, nr 90, Warszawa.
- Cappe O., Moulines E., Ryden T., 2005, *Inference in Hidden Markov Models*, Springer-Verlag, New York.
- Murphy K.P., 2012, *Machine Learning: A Probabilistic Approach*, MIT Press, Cambridge.
- Wang H., Song M., 2011, *Ckmeans.Id.dp: Optimal k-means clustering in one dimension by dynamic programming*, *The R Journal*, 3 (2), s. 29-33.
- Zivot E., Wang J.T., 2006, *Rolling Analysis of Time Series*, [w:] *Modeling Financial Time Series in S-Plus*, Springer-Verlag, New York.