

Ireneusz Jabłoński



**Sieć złożona
jako narzędzie poznania w metrologii**

A CHANGE MAY BE JUST AROUND THE CORNER



Oficyna Wydawnicza Politechniki Wrocławskiej

Ireneusz Jabłoński

Sieć złożona jako narzędzie poznania w metrologii



Oficyna Wydawnicza Politechniki Wrocławskiej
Wrocław 2015

Recenzent
Piotr KISAŁA
Ryszard SROKA

Opracowanie redakcyjne i korekta
Hanna JUREK

Projekt okładki
Ireneusz JABŁOŃSKI

Wszelkie prawa zastrzeżone. Żadna część niniejszej książki, zarówno w całości, jak i we fragmentach, nie może być reprodukowana w sposób elektroniczny, fotograficzny i inny bez zgody wydawcy i właściciela praw autorskich.

© Copyright by Oficyna Wydawnicza Politechniki Wrocławskiej, Wrocław 2015

OFICyna WYDAWNICZA POLITECHNIKI WROCLAWSKIEJ
Wybrzeże Wyspiańskiego 27, 50-370 Wrocław
<http://www.oficyna.pwr.edu.pl>
e-mail: oficwyd@pwr.edu.pl
zamawianie.ksiazek@pwr.edu.pl

ISBN 978-83-7493-894-5

Druk i oprawa: EXPOL, P. Rybiński, J. Dąbek, sp.j., ul. Brzeska 4, 87-800 Włocławek
tel. 54 232 37 23, e-mail: sekretariat@expol.home.pl

Drogim Rodzicom
– *Mamie Marii i Tacie Eugeniuszowi*
z wyrazami głębokiej wdzięczności

Spis treści

Wykaz ważniejszych oznaczeń	7
Wstęp	9
1. Podstawowe informacje na temat grafów i sieci	15
1.1. Historyczne tło teorii grafów i sieci	16
1.2. Podstawowe właściwości grafów i sieci	28
1.3. Sieć złożona a problem niemierzalności, efekt skalowania, sieci oddziaływań	49
1.4. Informacja w metrologii korzystającej z teorii sieci	59
1.5. Synchronizacja w sieciach złożonych	72
2. Szeregi czasowe i sieci złożone w metrologii – transformacja wprost i odwrotna	85
2.1. Dualność – szereg czasowy – sieć złożona	88
2.2. Dualność analizy sieci złożonych oraz analizy szeregów czasowych wykorzystujących właściwość rekurencji	94
3. Wybrane zastosowania nauki o sieciach złożonych w pomiarach	113
3.1. Zadania pomiarowe w nauce i technice	113
3.2. Sieci złożone w metrologii a identyfikacja stanów chorobowych	116
3.3. Sieci złożone w projektowaniu efektywnych struktur technicznych, społecznych etc.	171
4. Podsumowanie	193
Literatura	199
Streszczenie w języku angielskim	223

Wykaz ważniejszych oznaczeń

- A_{ij} – macierz sąsiedztwa,
- C – współczynnik gronowania,
- C_{aw} – podatność dróg oddechowych,
- CRP – wzajemny graf rekurencyjny,
- d – droga w grafie/sieci,
- D – średnica sieci,
- DET – determinizm oszacowany w RP,
- DIV – szybkość rozbiegania się trajektorii w przestrzeni fazowej, oszacowana na podstawie RP,
- E – liczba krawędzi w grafie/połączeń w sieci,
- ENTR – entropia sieci rekurencyjnej oszacowana na podstawie RP,
- H – entropia sieci,
- IBI – ang. *interbreath interval*, definiuje odległość czasową pomiędzy kolejno następującymi po sobie cyklami oddechowymi, określaną na podstawie zidentyfikowanych początków faz (wdechowej lub wydechowej) w cyklach oddechowych,
- JRP – połączony graf rekurencyjny,
- k – stopień węzła,
- L – średnia długość linii diagonalnej w diagramie rekurencyjnym,
- LAM – laminarność oszacowana na podstawie RP,
- LOI – główna linia diagonalna w diagramie rekurencyjnym,
- p_k – rozkład stopni węzła,
- \mathbf{R} – macierz rekurencji,
- R_{aw} – opór dróg oddechowych,
- RP – diagram rekurencyjny,
- RR – stopień rekurencji oszacowany w RP,
- RQA – ilościowa analiza rekurencji,
- TT – średnia długość pionowych struktur w diagramie rekurencyjnym,
- ρ – gęstość połączeń w sieci.

Wstęp

Zdefiniowanie pojęcia systemu nie jest łatwe, gdyż stosowane definicje zależą od zakresu zainteresowań oraz od użytego języka formalizacji – jak wskazano w [169], obecnie można naliczyć około 200 różnych definicji systemów. Ze względu na zakres tematyczny niniejszej pracy, związany z opisem rzeczywistości wykorzystującym metody modelowania matematycznego i analizy danych eksperymentalnych, pojęcie systemu odnosi się do obiektu fizycznego lub abstrakcyjnego, w którym można wyodrębnić zespół lub zespoły elementów wzajemnie powiązanych w układy, realizujące jako całość funkcję nadrzędną lub zbiór takich funkcji. Przykładem systemu jest organizm ludzki, którego elementy, tj. mózg, płuca czy serce, wchodzące w skład odpowiednio układu nerwowego, oddechowego i krążenia, warunkują funkcje życiowe. Podobnie jest w przypadku systemów technicznych, np. systemu telekomunikacji bezprzewodowej, gdzie poszczególne usługi nie mogłyby być realizowane bez zsynchronizowanego współdziałania elementów warstwy fizycznej, logicznej i transportowej czy w inteligentnym domu, którego mnogość elementów infrastrukturalnych zamknięta jest w ramach konkretnej architektury warunkującej zdefiniowane funkcjonalności. W praktyce wyodrębnienie wszystkich elementów przynależących do systemu bywa niekiedy bardzo trudne, dlatego do badania systemów wykorzystuje się ich uproszczone modele. Organizacja systemu to jego struktura w formie sieci relacji między elementami oraz ich właściwości [66]. W strukturze systemu mogą występować podsystemy, czyli elementy systemu, które same są systemami. Najbardziej sformalizowanym sposobem badania systemów jest modelowanie matematyczne. Modelem matematycznym jakiegoś fragmentu otaczającej nas rzeczywistości nazywamy zbiór symboli i relacji matematyczno-logicznych oraz zasad operowania nimi, przy czym zarówno symbole, jak i relacje mają interpretacje odnoszące się do modelowanej rzeczywistości [169].

Potrzeby praktyczne w zasadniczy sposób profilują dążenie do zdobywania wiedzy o funkcjonowaniu systemów. Zainteresowanie dotyczy zarówno ich wewnętrznej struktury, jak i zjawisk zachodzących w poszczególnych częściach, choć ostatecznym celem jest powiązanie struktury, zjawisk oraz obserwowanych zachowań obiektów. Pomimo iż poszukuje się ogólnych metod badania systemów rzeczywistych, to w praktyce do opisu obiektów o zidentyfikowanej naturze zazwyczaj wykorzystuje się

zbiór dedykowanych narzędzi. Dla przykładu, mechanika oddychania zwyczajowo analizowana jest z wykorzystaniem równań różniczkowych [40, 194, 349], podczas gdy do kontroli procesów w sieciach bezprzewodowych czy infrastrukturze budynku nierzadko wystarczające okazują się równania algebraiczne [78, 181, 182, 229, 263]. Natomiast w każdym z wymienionych przypadków podejmuje się próby eksploracji właściwości systemów i ich zachowań opartych na alternatywnych metodach i narzędziach operowania na systemach i danych, np. logika rozmyta [118, 282], sztuczne sieci neuronowe [48, 114, 174] itp. Próby te są wyrazem poszukiwania głębszego i pełniejszego zrozumienia rzeczywistości, a zarazem dowodem na problem tkwiący w definicyjnym określeniu systemu na potrzeby nauk przyrodniczych – system, to zbiór współdziałających ze sobą elementów połączonych w całość wspólną funkcją, niesprowadzalną do funkcji poszczególnych elementów [169].

Obserwacja systemów fizycznych i abstrakcyjnych przywiodła badaczy do pojęcia systemu złożonego (ang. *complex system*). W literaturze odnaleźć można różne propozycje jego definiowania, przy czym najczęściej określenie to stosuje się do:

- układów bardzo wrażliwych na warunki początkowe lub małe zakłócenia,
- układów, w których występuje mnogość interakcji między różnymi komponentami, a ich właściwości nie można przewidzieć w prosty sposób, badając właściwości jego odrębnych komponentów,
- systemów, które ciągle ewoluują i rozwijają się.

Każdy z wcześniej wspomnianych przykładowych obiektów (układ oddechowy, bezprzewodowa sieć telekomunikacyjna, inteligentny dom efektywny energetycznie) należy do klasy systemów złożonych. Potwierdzenie takiego stwierdzenia uzyskujemy, prowadząc badania ukierunkowane na monitorowanie, predykcję i/lub sterowanie właściwościami i zachowaniem tych obiektów. Ograniczony wgląd w stan układu i/czy możliwość efektywnego zarządzania rozważanymi obiektami niejednokrotnie uniemożliwia wiarygodne realizowanie postawionych celów praktycznych, np. identyfikacja stanu chorobowego (i/lub jednostki chorobowej), zautomatyzowane zarządzanie w czasie rzeczywistym konfiguracją wybranych elementów sieci WCDMA (ang. *Wideband Code Division Multiple Access*) z wbudowaną funkcjonalnością samoorganizacji (ang. SON – ang. *self organized networks*), optymalizacja efektywności energetycznej inteligentnego budynku dla dużej liczby elementów pomiarowo-wykonawczych infrastruktury, zróżnicowanego zakresu usług i profilów ich odbiorców. Wynikały one z faktu, iż metody i narzędzia stosowane zwyczajowo do analizy takich przykładowych systemów wykazują ograniczenia względem opisu charakterystycznych cech przypisywanych układom złożonym, np.:

- 1) *układy wielu ciał* – pewne systemy wykazują złożone zachowanie nawet dla tak niewielkiej liczby elementów, jak trzy, podczas gdy inne wymagają większej liczby składników,
- 2) *złamana symetria* – zanim pewne parametry osiągną poziom wartości krytycznych, w układzie złożonym mogą obowiązywać różne rodzaje symetrii, takie

- jak np. homogeniczne rozmieszczenie w przestrzeni, natomiast po przekroczeniu takiego progu stan symetrii zanika,
- 3) *hierarchia* – w układzie złożonym wyróżnić można poziomy lub zagnieżdżone struktury, nierzadko wymagające osobliwego opisu w zależności od przyjętego poziomu obserwacji (np. ruchy w granicach ośrodka postrzeganego na poziomie makro i fluktuacje właściwe dla mikroświata),
 - 4) *relacje* – układy elementów składowych są wzajemnie połączone w drodze obowiązywania jakiegoś rodzaju relacji,
 - 5) *umiejscowienie* – dynamika elementów składowych zależy zazwyczaj od struktury, w której są one zanurzone, jak również od otoczenia i historii systemu postrzeganych jako całość,
 - 6) *scalanie* – różne formy relacji strukturalnych i/lub funkcjonalnych, jak np. pętle sprzężenia zwrotnego, łączą komponenty, wpływając w sposób zasadniczy na utrzymanie integralności systemu złożonego,
 - 7) *skomplikowane zachowanie* – zachowanie systemu lokuje się gdzieś pomiędzy elementarnym porządkiem a całkowitym nieładem, tak że trudno jest opisać i choćby wykazać losowe tworzenie się struktur,
 - 8) *stabilność* – organizacyjna i relacyjna spójność systemu zachowana jest w przypadku działania małych zaburzeń, a jego adaptacyjność gwarantuje utrzymanie takiej spójności w przypadku średnich zmian operujących w granicach jego środowiska.

Wylistowane cechy wbudowane są w naturę sieci złożonych, tj. obiekty operujące w dziedzinie abstrakcji i świata fizycznego, których organizacja sprowadza się do zidentyfikowania (dużej liczby) elementów oraz łączących ich relacji. Genezą nauki o sieciach złożonych jest matematyczna teoria grafów, w konstrukcji swojej podstawowej struktury – grafu – wyróżniająca zbiór wierzchołków i krawędzi między nimi. Analogicznie, w strukturze sieci węzeł reprezentuje zwykle obiekt (lub jego właściwość), a połączenie między węzłami ustanawia określoną relację pomiędzy obiektami. Przykład najprostszego grafu/sieci zaprezentowano na rys. 0.1.



Rys. 0.1. Graficzna definicja grafu/sieci jako konstrukcji wyróżniającej wierzchołki/węzły (A i B) oraz krawędź/połączenie pomiędzy nimi

Tak rozumiane pojęcie sieci wpisuje się w podaną wcześniej definicję systemu, co stanowi przesłankę do jego wykorzystania w opisie obiektów otaczającej rzeczywistości. Szczególnie interesujące jest zastosowanie konstrukcji sieciowych zawierających w swojej strukturze bardzo dużą liczbę elementów oraz relacji ustanowionych pomiędzy nimi, tj. sieci złożonych, wykazujących osiem wcześniej scharakteryzowanych cech należnych systemom złożonym [185].

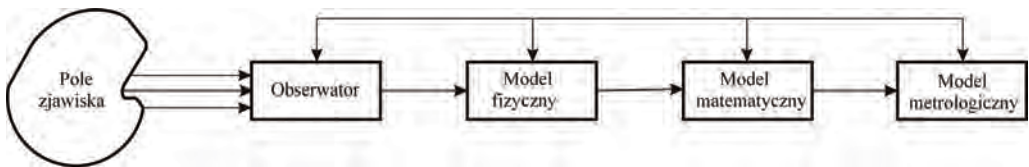
Studiowanie sieci złożonych zarówno w warstwie abstrakcji jak i w przypadkach fizycznych realizacji jest o tyle interesujące poznawczo, o ile stanowiąc jednoznaczne konstrukcje strukturalne, pozornie różne, ich tworzenie się oraz ewolucja napędzane jest wspólnym zbiorem fundamentalnych praw i powtarzalnych mechanizmów [53, 313, 88]. W ten sposób sieci złożone oferują oryginalny zestaw metod i narzędzi do opisu systemów o różnej naturze, przy czym jednocześnie badanie różnych złożonych obiektów rzeczywistych o naturze sieciowej przynosi wkład do teorii sieci złożonych. Trzeba przy tym zauważyć, że zmatematyzowana, interdyscyplinarna natura sieci złożonych poddających się obliczeniom komputerowym jest ściśle związana z dostępem do danych eksperymentalnych.

W monografii omówiono problematykę badania systemów złożonych o naturze sieciowej, prezentując przykłady zastosowania teorii sieci złożonych, wskazując na jej wkład w uzyskanie większej niż dotychczas wiedzy na temat takich układów. W tym celu autor posłużył się trzema przykładami obiektów rzeczywistych, stanowiących przedmiot jego indywidualnych zainteresowań. W rozdziale pierwszym zaprezentowano podstawowe informacje na temat grafów i sieci, tj. ich formalnych reprezentacji i właściwości, ze szczególnym zwróceniem uwagi na sieciowe metody i narzędzia dedykowane do analizy obiektów złożonych. Rozdział drugi dotyczy możliwości transformacji zbioru zmierzonych próbek danych do dziedziny sieci złożonych i dalszego badania systemów z wykorzystaniem oryginalnych metod i narzędzi sieciowej analizy, zwłaszcza tzw. sieci rekurencyjnych (ang. *recurrence network*) oraz odpowiadających im technik diagramów rekurencyjnych (ang. *recurrence plots*) i ilościowych indeksów RQA (ang. *recurrence quantification analysis*). W rozdziale trzecim omówiono problemy badania wybranych obiektów medycznych i technicznych, których wspólną cechą jest sieciowa natura przejawiająca się w organizacji strukturalnej i w zachowaniach. Są to kolejno:

- układ oddechowy oraz monitorowanie oddychania w przypadkach zaburzeń warunkowanych mechaniką płuc i/lub funkcjonowaniem centralnego układu nerwowego,
- dom efektywny energetycznie integrujący elementy zdywersyfikowanej infrastruktury badawczej i testowej systemów energetyki, zarządzanej w układzie domowej automatyki z poziomu BMS (ang. *building management system*),
- bezprzewodowa sieć telekomunikacyjna zrealizowana w technologii WCDMA, implementująca funkcjonalność samoorganizacji, naśladująca zachowania złożonych układów biologicznych.

Scharakteryzowano (złożone) uwarunkowania strukturalne i zachowań dynamicznych rozważanych systemów, dotychczasowe podejścia związane z ich analizą, dowodząc ostatecznie przydatności pojęcia sieci złożonych do kwantyfikacji cech przestrzennych i czasowych takich układów. W pracy wskazano także na możliwość uogólnienia zaprezentowanego przez autora podejścia na dowolny system złożony, co przyczynia się do zdobycia dodatkowej wiedzy na temat obiektu, a dalej na projektowanie bardziej efektywnych metod jego realizacji, monitorowania, predykcji i zarzą-

dzania. Jednocześnie monografia nie deklaruje uczestnictwa autora w pracach poznawczych w obrębie teorii sieci, lecz wskazuje na wykorzystanie jej metod do rozwijania procesu poznawczego typowego dla metrologii (rys. 0.2) [299]. Z drugiej strony, skoro nauka o sieciach rozwinęła się dzięki powszechnemu dostępowi do danych eksperymentalnych, będących wynikiem i dziedziną operowania metrologii, to badanie systemów rzeczywistych (np. układ oddechowy człowieka, system komunikacji, infrastruktura inteligentnego domu efektywnego energetycznie) z wykorzystaniem metod sieciowych w metrologii przynosi – niejako w sprzężeniu zwrotnym – potwierdzenie słuszności fundamentalnych reguł wypracowanych w ramach niej samej (teorii sieci), tworząc dziedzinę obserwacji dla identyfikacji i formułowania oryginalnych spostrzeżeń uogólniających w obrębie teorii sieci.



Rys. 0.2. Schemat procesu poznawczego w metrologii [299]

Jednak, biorąc pod uwagę przedstawione w monografii treści, zasadniczym jej wynikiem jest adaptacja nauki o sieciach na potrzeby procesu poznawczego w metrologii wraz z podanymi przykładami efektywności proponowanego podejścia dla wybranych przykładów obiektów (medycznych i technicznych). W tym rozumieniu zrelacjonowane prace, eksponując wkład autora w proces poznawczy w metrologii, inicjują program studiów rozciągających się od zagadnień podstawowych do stosowanych, zarówno w obszarze teorii sieci, jak i pomiaru, ale też obiektów otaczającej rzeczywistości.

Pragnę serdecznie podziękować kierownikowi Katedry Metrologii Elektronicznej i Fotonicznej Politechniki Wrocławskiej Panu prof. dr. hab. inż. Januszowi Mroczce, czł. koresp. PAN, za cenne uwagi merytoryczne na etapie formowania się podstaw postawionego w monografii problemu oraz życzliwe zachęcanie do napisania niniejszej pracy. Ponadto za nieocenione postrzegam wszystkie momenty, w których na przestrzeni kilkunastu lat dane mi było obserwować myśl i pracę Pana Profesora, inspirujące dla dokonywanych przeze mnie wyborów naukowych i postaw tak w okresie minionym, jak i przeszłości.

Nie sposób nie wspomnieć w tym miejscu wszystkich koleżanek i kolegów z Katedry Metrologii Elektronicznej i Fotonicznej Politechniki Wrocławskiej, którym zawdzięczam unikalną przestrzeń przyjaźni i pracy.

Ireneusz Jabłoński

1. Podstawowe informacje na temat grafów i sieci

Otoczająca nas rzeczywistość to systemy, które wykazują istotną złożoność utrudniającą prowadzenie obserwacji. Stabilność egzystencji zasadza się na odpowiednich interakcjach między tysiącami genów i metabolitów wewnątrz komórek. Nasze przyzwyczajenie do rozważania i pojmowania otaczającego świata gwarantowane jest spójną aktywnością milionów neuronów naszego mózgu. Na innym poziomie, pożądana koegzystencja miliardów indywidualnych istnień ludzkich jest coraz lepiej zorganizowana, m.in. dzięki infrastrukturze komunikacyjnej integrującej biliony telefonów komórkowych z komputerami i satelitami. Wymienione przykłady obiektów należą do zbioru tych, które zwykliśmy określać mianem systemów złożonych (ogólne pojęcie systemu złożonego przedstawiono precyzyjniej we Wstępie). Biorąc pod uwagę ich pierwszorzędne znaczenie dla naszego życia, nauki, ekonomii, zrozumienie, matematyczny opis, predykcja, a w końcu sterowanie takimi systemami złożonymi, to jedno z głównych intelektualnych i naukowych wyzwań XXI. wieku.

Pojawienie się z początkiem bieżącego stulecia teorii sieci jest żywym dowodem na to, że nauka tym wyzwaniem żyje. W istocie w tle każdego systemu złożonego pojawia się zawiła sieć kodująca interakcje między elementami systemu:

- sieć kształtująca interakcje pomiędzy genami, proteinami i metabolitami integruje procesy wewnątrz komórek żywych,
- diagram połączeń odtwarzający związki (połączenia) pomiędzy komórkami nerwowymi zawiera klucz do zrozumienia działania mózgu,
- suma wszystkich zawodowych, towarzyskich i rodzinnych więzi tworzy strukturę społeczną,
- sieć ustanawiająca, które urządzenie komunikacyjne współpracuje z innymi, przynosząc połączenie internetowe czy bezprzewodowe, jest sednem współczesnego systemu komunikacyjnego,
- sieć energetyczna, sieć generatorów i linii transmisyjnych dostarcza energię praktycznie dla wszystkich współczesnych technologii,
- sieć handlowa przynosi nam możliwość wymiany dóbr i usług, przyczyniając się do lokalnej lub globalnej prosperity; odgrywa także kluczową rolę w rozprzestrzenianiu się finansowych i ekonomicznych kryzysów.

Rzec można, że sieci lokują się w sercu licznych, najbardziej rewolucyjnych technologii XXI. wieku. Sieci przenikają przeciw naukę, technologię i naturę w stopniu znacznie wyższym niż mogłoby to wynikać z wrywkowych obserwacji. Można też postawić hipotezę, że poznanie systemów złożonych nie będzie nigdy w pełni możliwe, jeśli nie doprowadzimy do głębokiego poznania sieciowej systematyki w nich zakorzenionej [22].

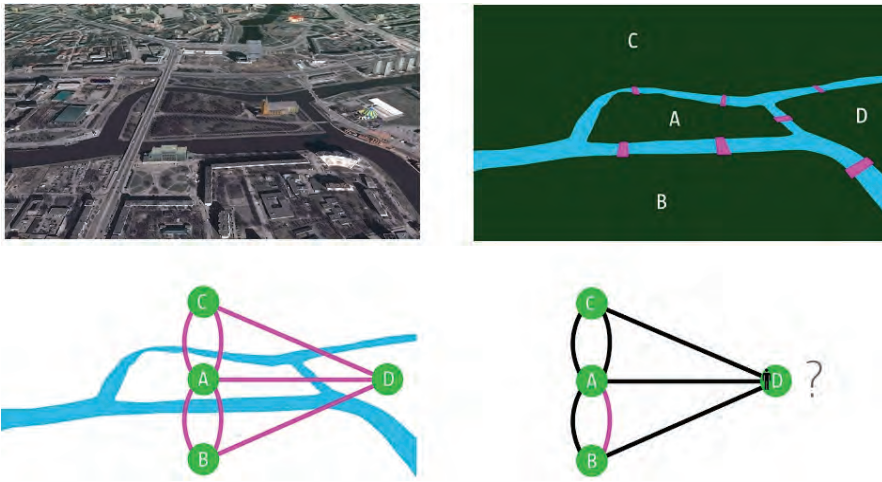
Obserwowane od początku XXI. wieku ożywione zainteresowanie nauką o sieciach zasadza się w spostrzeżeniu, że, pomimo widocznych różnic, kształtowanie się i ewolucja różnych sieci motywowana jest wspólnym zbiorem fundamentalnych praw i odtwarzalnych mechanizmów. W badaniu zatem sieci, inspekcji podstawowej na poziomie abstraktu istotnego dla wyłaniającej się teorii, powinniśmy nie ulegać fascynującej zewnętrznie różnorodności form, rozmiarów, natury, wieku, celów operowania itd., należnej sieciom społecznym, technologicznym, biologicznym etc., poszukując wspólnych zasad ich organizacji. Innymi słowy, pomijając naturę elementów składowych oraz ich oddziaływanie, obserwowane konstrukty sieciowe są raczej do siebie podobne aniżeli różne. Podobieństwo to umożliwia odkrywanie niezmienniczych cech sieciowych, pełniących rolę wzorcowych miar wielkości sieciowych w rozumieniu metrologicznym. Wzorce takie są podstawą charakteryzacji różnych systemów złożonych według systematyki sieciowej. Czyni to z nauki o sieciach złożonych metodę i zarazem narzędzie poznania otaczającej rzeczywistości, zgodne z podstawami nauki o pomiarach.

1.1. Historyczne tło teorii grafów i sieci

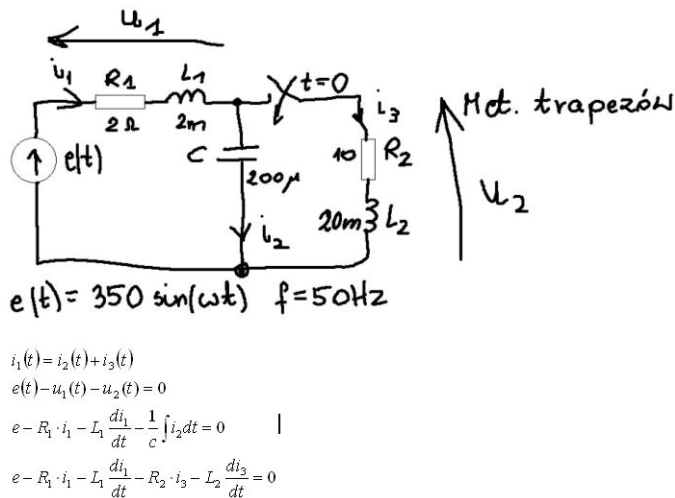
Początkiem nauki o sieciach stało się sformułowane w 1736 roku przez Leonharda Eulera rozwiązanie tzw. problemu mostów królewieckich [121]. To praktyczne zagadnienie dotyczyło planowania trasy przejścia przez siedem mostów łączących cztery obszary miasta Königsberg (przedwojenny Królewiec) tak, by przez każdy z tych mostów przejść tylko jednokrotnie i powrócić do miejsca rozpoczęcia spaceru (rys. 1.1). Rozwiązanie podane przez Eulera oparte było na specyficznym na owe czasy modelu matematycznym, który nazwano grafem. W grafie wyróżnił on wierzchołki oraz krawędzie, nadając im specyficzną interpretację w odniesieniu do rozważanego przypadku systemu (krawędzie – mosty, wierzchołki – wyspy).

Ostateczna odpowiedź Eulera była negatywna. W uzasadnieniu, w sposób formalny wykazał on, że jeśli stopień każdego wierzchołka dowolnego grafu spójnego jest liczbą parzystą, wówczas w grafie musi być przynajmniej jedna zamknięta ścieżka zawierająca każdą krawędź tego grafu (na rys. 1.1 każdy wierzchołek ma nieparzysty stopień). Publikacja ze stosownym twierdzeniem to także początek rodzącej się wówczas gałęzi matematyki – teorii grafów.

Pierwszymi naukami stosowanymi wykorzystującymi teorię grafów były nauki elektryczne (od prawa Kirchhoffa aż po topologiczne metody analizy obwodów – rys. 1.2), a później również chemia, nauki ekonomiczne, logistyka, transport, nauki humanistyczne (zwłaszcza socjologia) itd. W ostatnich dziesięcioleciach obserwujemy intensywny rozwój zastosowań teorii grafów w informatyce – zarówno w warstwie metod (bazy danych, sztuczna inteligencja), jak i algorytmów kombinatorycznych [369, 460].



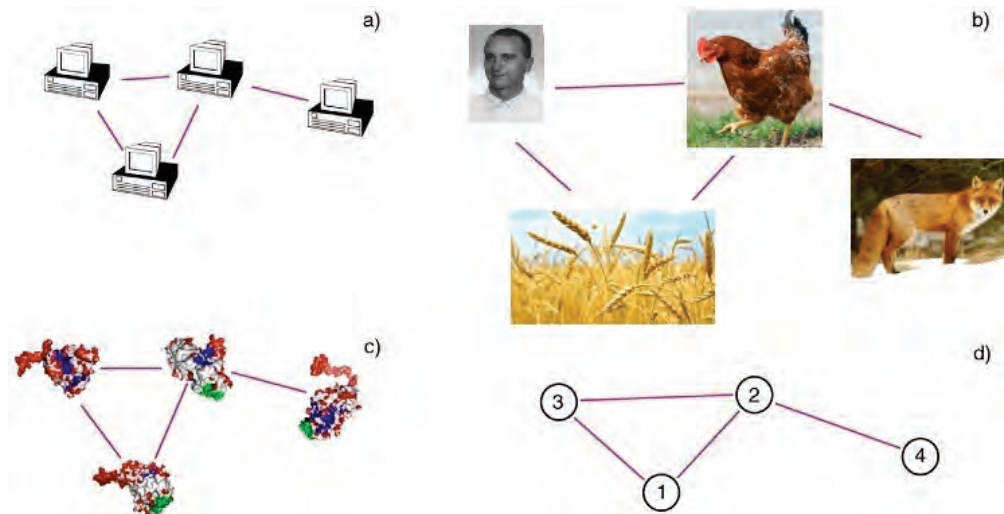
Rys. 1.1. Modelowanie przejścia mostami na wyspach w Königsberg [22]. Wyspy to wierzchołki (A, B, C, D), natomiast mosty stanowią krawędzie w grafie odwzorującym przypadek rzeczywistego systemu



Rys. 1.2. Graf i analiza przykładowego układu (sieci) elektrycznego

Na fali łatwiejszego niż było to wcześniej dostępu do danych zmierzonych w dużych systemach, których wbudowaną cechą była ich złożoność, zrodziła się nauka o sieciach, korzystająca z grafu jako narzędzia wnioskowania. Inaczej mówiąc, jeśli chcemy zrozumieć system złożony (jego strukturę i czynności) w pierwszej kolejności należy zmapować diagram połączeń, tj. graf. W tym sensie sieć jest katalogiem elementów systemu często nazywanych węzłami lub wierzchołkami (ang. *nodes* lub *vertices*) i bezpośrednich oddziaływań pomiędzy nimi, nazywanych połączeniami, krawędziami lub łukami (ang. *links*, *edges* lub *arcs*).

Reprezentacja sieciowa oferuje wspólny język przeznaczony do studiowania systemów, które mogą się różnić naturą, formą (wyglądem zewnętrznym), celem swojego operowania itp. Jak wynika z rys. 1.3, pomimo rozbieżności w naturze wierzchołków i krawędzi, każda z sieci ma identyczną reprezentację grafową, uwzględniającą cztery wierzchołki i cztery krawędzie. Spostrzeżenie to jest niezwykle użyteczne z perspektywy analizy systemów, gdyż dowodzi możliwości korzystania z analogii. O sile tego narzędzia niech świadczą słowa wybitnego polskiego matematyka Stefana Banacha: „Dobry matematyk potrafi dostrzec fakty, matematyk wybitny – analogie między faktami, zaś matematyk genialny – analogie między analogiami.”. Analiza systemu to konsekwencja zastosowania metod i narzędzi metrologii, tj. między innymi analogii (przykład takiego postępowania dla sieci zaprezentowano w rozdziale 3.2 podczas projektowania techniki oceny mechaniki oddychania).



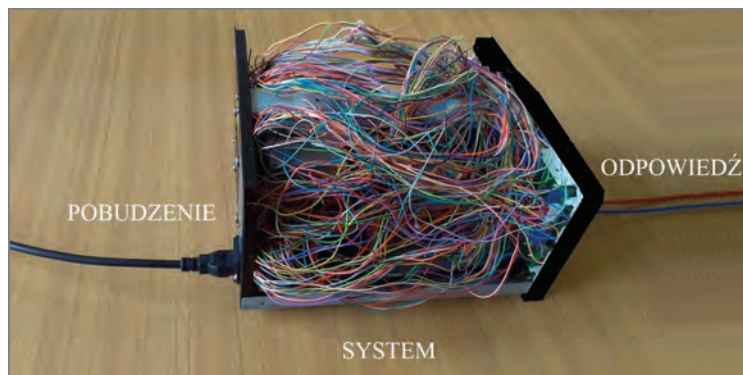
Rys. 1.3. Systemy rzeczywiste o całkiem różnej naturze mogą mieć tę samą reprezentację sieciową:

- a) mały podzbiór sieci Internet, b) sieciowe relacje w łańcuchu pokarmowym pszenica-kura-człowiek-lis, c) sieć oddziaływań proteiny-proteiny (dla udowodnionej eksperymentalnie możliwości ich łączenia się w komórkach), d) reprezentacja grafowa systemów z rys. a-c

Należy zwrócić także uwagę na fakt, że w literaturze naukowej terminy sieć i graf używane są zamiennie. Jednakże, jak wskazuje Barabási [22], istnieje między nimi subtelna różnica. Przeplatające się pojęcia sieć, węzeł i połączenie odnoszą się do systemów rzeczywistych. Przeciwnie, terminy graf, wierzchołek i krawędź dotyczą matematycznej reprezentacji tych sieci, tj. grafów. W [421] Tarapata twierdzi, że często potocznie, choć formalnie niepoprawnie, używa się zamiennie pojęć graf i sieć. Ujmuje to zagadnienie, wskazując, że sieć definiuje się jako graf opisany ilościowo (ważony), tzn. taki, w którym na wierzchołkach i/lub krawędziach/łukach opisano jakieś funkcje, które mają interpretację zależną od rodzaju obiektu modelowanego przez sieć. Tym samym graf opisuje wyłącznie strukturę jakiegoś obiektu rzeczywistego, a sieć oprócz struktury opisuje charakterystyki ilościowe tego obiektu. Gdyby jednak zapytać przygodnie spotkanego naukowca o definicję sieci, odpowiedź mogłaby brzmieć całkiem odmiennie w zależności od tego, czy owym naukowcem będzie biolog, socjolog, matematyk, ekonomista czy informatyk. Jest to pokłosiem tego, że w każdej z tych dziedzin nauka o sieciach rozwijała się niezależnie od innych dziedzin. Na przykład dla fizyków, którzy zaczerpnęli po trochu z każdej z tych dziedzin, grafy i sieci oznaczają te same obiekty, podobnie wierzchołki i węzły, jak również krawędzie i połączenia. Jak się okazuje, dotychczasowe konsekwencje takiego braku precyzji nie są istotne, a korzyści znaczące, tj. ostatecznie pod koniec XX wieku zrodziła się ogólna i interdyscyplinarna nauka o sieciach, czyli fizyka statystyczna sieci złożonych.

Współczesne zainteresowanie sieciami motywowane było chęcią operowania na obiektach złożonych. W tym rozumieniu, korzystając z coraz większych zasobów bazodanowych, sieci mogły zwracać swoje metody i narzędzia względem coraz to bardziej nietrywialnych problemów. Przez pryzmat sieci jako modelu obiektów złożonych zaczęto mówić o złożoności sieci i o sieciach złożonych w ogóle. W ten sposób na sieci złożone jako pewien konstrukt abstrakcji zaczęto rzutować cechy złożonych systemów rzeczywistych, poszukując fundamentalnych reguł nimi zarządzających. Na ile istotne jest to dla nauki o pomiarach poglądowo obrazuje schemat koncepcji wnioskowania z rys. 1.4. Może on odzwierciedlać między innymi całokształt wysiłków badaczy zmierzający do zrozumienia oraz jakościowego i ilościowego opisu zagadnienia bólu. W zestawie eksperymentów wykorzystywany jest zabieg polegający na zastosowaniu pewnej klasy pobudzeń względem obiektu i rejestrowaniu adekwatnych odpowiedzi układu. Pytań dotyczących zarówno badanego systemu, jak i eksperymentu może być wiele. Na przykład zagadnienie z obszaru planowania eksperymentów: ile i jakich rodzajów pobudzeń należałoby użyć, albo ile eksperymentów w ogóle należałoby przeprowadzić, aby w pełni poznać analizowany system? Czy odpowiedź na to pytanie związana jest z liczbą węzłów lub połączeń w sieci, a może z jednym i drugim, albo z jeszcze inną cechą sieci wyrażoną przez definiowane dla niej miary? Dzięki podanemu przykładowi dostrzegamy, że metody i narzędzia opracowane dla wcześniejszych koncepcji systemowego opisu rzeczywistości pozostają aktualne dla rodzącej się nauki o sieciach. Choćby tzw.

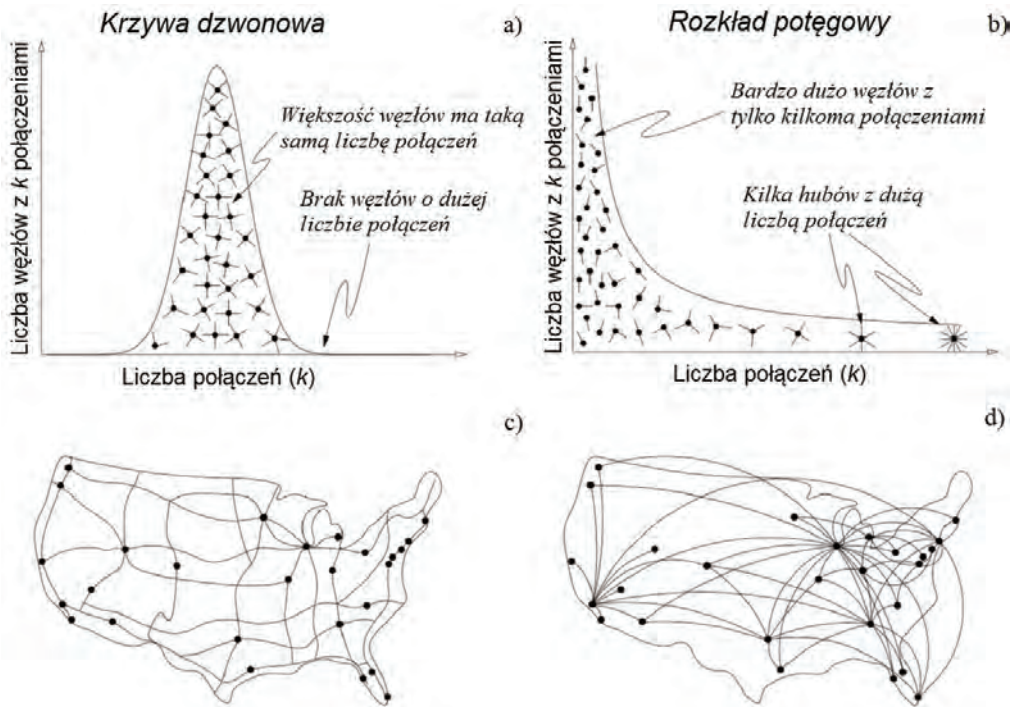
problem odwrotny [301–303], gdzie próbujemy wnioskować o obiekcie na podstawie informacji zarejestrowanych na jego wyjściu (i wejściu). Stosując takie podejście możemy odpowiadać sobie na przykład na pytania dotyczące rozprzestrzeniania się chorób w sieci pewnej społeczności, regionu czy kontynentu, możemy analizować skuteczność różnych strategii marketingowych zakładających osiągnięcie konkretnych wyników wewnątrz grupy zidentyfikowanych odbiorców produktu czy usługi. Formułując związki między różnymi obiektami abstrakcyjnymi (np. miary topologicznych właściwości sieci), ujmującymi cechy abstrakcyjnego konstruktury sieci, można pójść dalej w kierunku realizacji koncepcji pomiarów pośrednich. Wszystko to stało się możliwe w momencie zainicjowania systematycznych badań nad fundamentalnymi cechami i regułami obowiązującymi w sieciach, abstrahującymi od czynników zewnętrznych, tj. natura sieci, jej forma, cel operowania itp.



Rys. 1.4. Model wnioskowania typu czarna skrzynka stosowany w naukach eksperymentalnych

Tymczasem sieci złożone bardzo długo broniły się przed ujarzmieniem za pomocą teorii, sprowadzających ich funkcjonowanie do kilku prostych wzorów lub reguł. Szczerze mówiąc, nawet obecnie nierzadko jedynym narzędziem do ich analizy pozostają symulacje komputerowe. Co innego jednak, kiedy mamy do czynienia ze stosunkowo niedużym systemem, powiedzmy złożonym z kilku tysięcy oddziałujących ze sobą elementów, rozmieszczonych w ustalonej strukturze. Sytuacja jednak komplikuje się, gdy przestaje obowiązywać jedna z tych właściwości. Wyobraźmy sobie chociażby sieć telefonii komórkowej, w której użytkownicy o różnych lokalizacjach geograficznych, w wybranych chwilach rozpoczynają korzystanie z jednej (lub kilku jednocześnie) z usług, kończąc te procesy po losowym czasie. Z perspektywy wysłanego zadania, tym większe znaczenie w rozwoju nauki o sieciach należy przypisać pracom Paula Erdősa i Alfreda Rényiego z początków lat sześćdziesiątych ubiegłego wieku. Tych dwóch węgierskich matematyków, przyjąwszy, że sieci powstają w sposób losowy, wprowadziło do ich analizy rachunek prawdopodobieństwa [22, 116, 117, 144]. Podejście to umożliwiło uwzględnienie w opisie sieci nieuniknionej w naturze elementu przypadkowości i jednocześnie przeniesienie analizy na wyższy poziom abs-

trakcji. Kluczowym spostrzeżeniem dla teorii sieci losowych było to, że bez względu na losowe rozmieszczenie połączeń, większość węzłów skojarzona jest z niemal identyczną liczbą połączeń. W istocie w sieciach losowych węzły podlegają dzwonowemu rozkładowi Poissona. Znalazienie węzłów mających znacznie większą lub mniejszą liczbę połączeń niż losowo wybrany węzeł jest zatem mało prawdopodobne. Sieci losowe nazywane też są sieciami eksponencjalnymi, ponieważ prawdopodobieństwo, że wybrany węzeł jest połączony z k innymi węzłami maleje eksponencjalnie dla dużych k (rys. 1.5 a) [23]. Model Erdősa–Rényiego implikuje jednak pytanie, czy obserwowane w naturze sieci są faktycznie losowe w opisanym sensie. Biorąc pod uwagę obserwowaną w przyrodzie (a także technice) ewolucyjną skłonność do minimalizacji wydatku energetycznego przez optymalizowanie zachowań, czy sieć układu nerwowego albo system komputerowy byłyby najbardziej efektywne i niezawodne, gdyby ich architektura i funkcje realizowały schemat sieci losowych?



Rys. 1.5. Specyfika rozkładu węzłów i połączeń w sieciach:

a) losowych oraz b) bezskalowych (zaczepnięto z [23]).

Sieć losowa przypomina układ autostrad krajowych w USA (c), gdzie węzły odpowiadają miastom, natomiast połączenia to autostrady łączące te miasta, przeciwna sytuacja dotyczy rysunku (d) mapującego system cywilnej komunikacji lotniczej w USA – duża liczba lokalnych portów lotniczych jest wzajemnie skomunikowana przez kilka głównych hubów

Ten rodzaj pytań przywiódł badaczy do najważniejszego osiągnięcia probabilistycznej teorii Erdősa i Rényiego, tj. odkrycia w sieciach perkolacyjnego przejścia fazowego [22, 144, 168, 313, 398]. Zjawisko to, a jednocześnie właściwość sieci, polega na tym, że istnieje pewna krytyczna gęstość powiązań, taka że nawet drobna jej zmiana umożliwi w sieci niemożliwy wcześniej nieograniczony transfer informacji. Sformułowana tutaj obserwacja wynikająca z założenia probabilistycznego schematu analizy sieci złożonych utorowała drogę badaniom nad propagacją informacji w sieci. Umożliwiła między innymi zmierzanie i zrozumienie mechanizmów rozprzestrzeniania się infekcji lub plotki i wybuchu epidemii czy paniki.

Ciekawych spostrzeżeń na temat relacji struktura-funkcje sieci, podczas prostego eksperymentu przeprowadzonego w 1967 roku w obrębie sieci społecznej, dokonał Stanley Milgram [292]. W początkowej fazie swego badania wysłał on do przypadkowo wybranych ludzi 160 listów zawierających wyjaśnienie eksperymentu, zdjęcie, nazwisko i adres pewnej osoby oraz instrukcję postępowania. Celem eksperymentu było ustalenie jak długi jest łańcuch znajomych gwarantujący dostarczenie przesyłki do adresata docelowego. Jeżeli adresat pośredni znał osobiście człowieka wymienionego w liście, miał przesłać list bezpośrednio do niego. W przeciwnym wypadku, list miał zostać przesłany do znajomego gwarantującego najbliższą „odległość” w sieci podczas tak sformułowanej komunikacji z adresatem docelowym. Większość listów zaginęła, jednakże te 42, które dotarły do wskazanej osoby, dostarczyły zaskakujących wyników – po uśrednieniu liczby pośredników przekazujących listy do adresata docelowego okazało się, że statystyczny list przeszedł przez ręce jedynie sześciu osób, czyli eksperyment Milgrama dowiódł prawdziwości obiegowego powiedzenia, że świat jest mały. Pomimo że sieć społeczna liczy kilka miliardów ludzi, to średnia droga między dowolną parą węzłów w takiej sieci wynosi około sześciu. Ponad dwadzieścia lat po eksperymencie ukute zostało sformułowanie „sześć uścisków dłoni” albo „sześć stopni separacji” [144]. Można by rzec, że od każdej osoby na świecie dzieli każdego z nas średnio sześć uścisków dłoni.

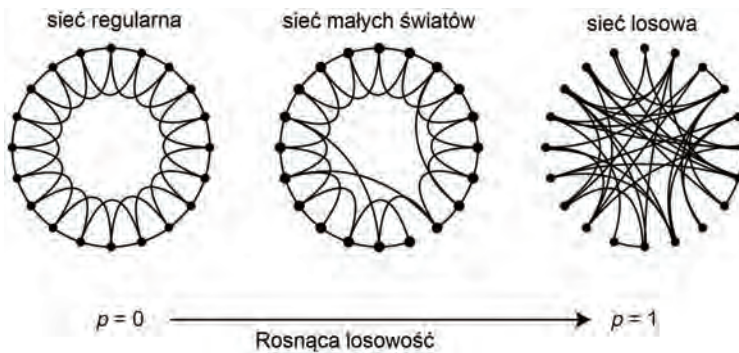
Obserwacje poczynione przez Milgrama potwierdził późniejszy eksperyment naukowców z Microsoftu [261]. Analizując wirtualne trasy 30 miliardów wiadomości wysłanych w 2006 roku z 240 milionów komputerów na całym świecie ustalili oni, iż pomiędzy dwoma dowolnymi użytkownikami znajduje się średnio 6,6 ogniw pośredniczących. Stosując względem sieci WWW standardową procedurę mechaniki statystycznej – teorię skalowania skończonego wymiaru (ang. *finite size scaling*), w pracy [3] wykazano, że średnią odległość między dwoma dowolnymi jej węzłami opisać można zależnością:

$$d = 0,35 + 2,06 \cdot \log(N) \quad (1.1)$$

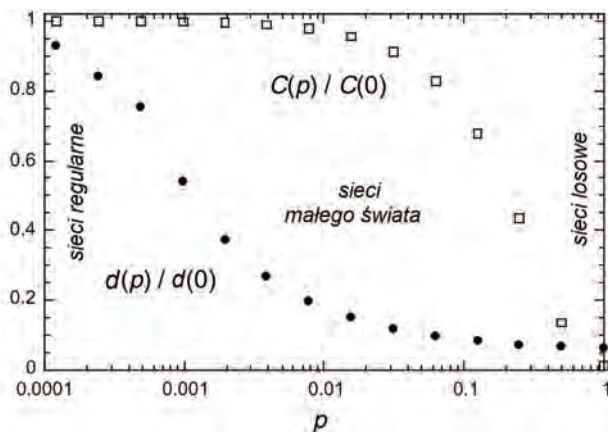
gdzie N jest liczbą węzłów sieci.

Istotną nie tylko dla koncepcji sieci małych światów (ang. *small world*), ale także dla całej nauki o sieciach złożonych była opublikowana w *Nature* w 1998 roku praca Watts'a i Strogatza [448]. Autorzy zaprezentowali w niej ideę topologicznego i funkcjonalnego

przejścia pomiędzy sieciami regularnymi i losowymi, gdzie etapem pośrednim był właśnie model sieci małego świata (rys. 1.6). Przejście takie zrealizowano, wprowadzając mechanizm przepinania (z prawdopodobieństwem p) losowo wybranych połączeń, z natury skracający drogę między odległymi parami wierzchołków. W konkluzji Watts i Strogatz podawali, że sieć może być uważana za tzw. sieć małego świata, gdy średnia odległość d między wybranymi jej węzłami jest porównywalna ze średnią odległością w sieci losowej oraz gdy ma znacznie większą wartość średniego współczynnika gronowania (definicję współczynnika gronowania podano w rozdziale 1.2 – rys. 1.7).



Rys. 1.6. Mechanizm losowego przełączania umożliwiający interpolację między pierścieniową siecią regularną i jej losowym odpowiednikiem (siecią losową) bez zmiany liczby wierzchołków i krawędzi grafu (rys. za [448]); dla średniej wartości prawdopodobieństwa p graf odpowiada założeniu sieci małego świata, tj. wysoki stopień klasteryzacji (podobnie jak w sieciach regularnych) z małą długością ścieżki międzywęzłowej d (podobnie jak w sieciach losowych)

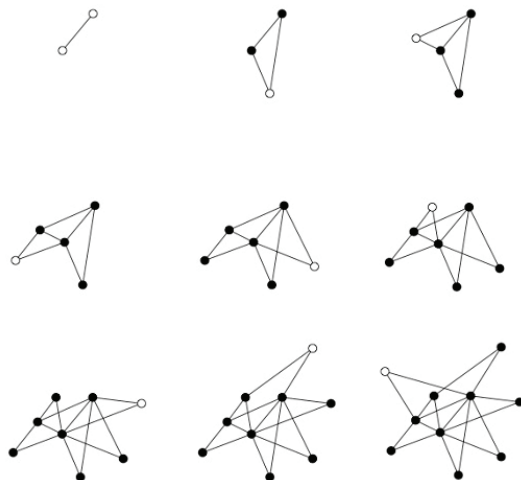


Rys. 1.7. Wykresy długości ścieżek $d(p)$ oraz współczynnika gronowania $C(p)$ sporządzone dla rodziny losowo przełączonych grafów przedstawionych na rys. 1.6 (rys. za [449]). Kolejne punkty charakterystyki zmierzono jako uśrednioną wartość z dwudziestu realizacji procesu przełączania dla wybranego poziomu p oraz znormalizowano względem $d(0)$ i $C(0)$ – sieć regularna

Ostatecznie także klasyczny model sieci losowej, postulowany przez Erdősa i Rényiego, zakładający, że każdy jej element ma podobną liczbę połączeń z innymi elementami (tj. kilka elementów o mniejszej, kilka o większej liczbie, jednakże średnia jest dobrze określona) uległ dezaktualizacji. Nienaturalność tej cechy w sieciach rzeczywistych, zarówno stworzonych przez naturę, jak i zrealizowanych przez człowieka, wykazał węgierski fizyk Albert-László Barabási. Wskazał on, że chociaż w otaczających nas sieciach ogromna większość elementów ma niewiele połączeń, to funkcjonują w nich również niezwykle usieciowione węzły, tzw. huby. Tym samym doszedł on do wniosku, iż mówienie o średniej liczbie połączeń węzłów w sieci nie dostarczy nam informacji o jej strukturze. Jednakże prace Barabásiego i jego współpracowników miały znacznie szerszy kontekst w ujęciu uzupełniania faktów i rozwijania sieciowej systematyki. Najważniejsze spostrzeżenia względem dotychczasowych koncepcji w obrębie nauki o sieciach dotyczyły dwóch dotychczas pomijanych mechanizmów. Pierwszy negował stanowisko reprezentowane w tradycyjnych modelach postulowanych przez teorię grafów i sieci, a polegające na tym, że w ich konstrukcji zakładano stałą liczbę wierzchołków/węzłów. Przyglądając się choćby najprostszym przykładom z otaczającego nas świata, trudno nie zauważyć, że np. sieć WWW stale rozszerza się przez dodawanie nowych stron, a Internet rośnie wraz z instalacją nowych ruterów, komputerów i łączy komunikacyjnych. Drugi mechanizm dotyczył schematu tworzenia się połączeń w sieci. Podczas gdy zwolennicy klasycznych grafów losowych zakładali losowość rozkładu połączeń pomiędzy węzłami w sieci, Barabási i Albert [20], na podstawie obserwacji wielu sieci rzeczywistych wprowadzili do nauki o sieciach schemat tzw. preferencyjnego przyłączania (ang. *preferential attachment*). Mówiąc wprost, idea ta zakłada, że przyłączenie się nowego wierzchołka jest bardziej prawdopodobne względem istniejących już w grafie wierzchołków o dużej gęstości połączeń aniżeli takich, których klasteryzacja jest niewysoka. Schemat preferencyjnego przyłączania wyraża popularną obserwację: „bogatsi stają się jeszcze bardziej bogaci” (ang. *rich-get-richer*). W istocie, licząc na szybkie spopularyzowanie nowo utworzonej strony WWW, zwyczajowo największym prawdopodobieństwem naznaczymy sytuację, gdzie dowolnie wybrana osoba przyłączy tę nową stronę internetową do dokumentów WWW o dużej gęstości połączeń (a więc dobrze znaną) z innymi dokumentami w sieci. Podobną tendencję zaobserwujemy wśród inżynierów czy sprzedawców, którzy będą dążyć do zapewnienia swym firmowym komputerom dostępu do Internetu przez węzły sieci o największej przepustowości pasma, co niechybnie przyciągnie większą liczbę klientów i znajomości.

Opierając się na rosnącej liczbie węzłów w sieci oraz schemacie preferencyjnego przyłączania Barabási i jego współpracownicy niejako przypisali sieciom zewnętrznej dynamiki (wewnętrzna funkcjonowała choćby dzięki złożoności właściwości i procesom kodowanym w węzłach i połączeniach). Z drugiej strony, z perspektywy pomiarowej, dochodzimy do punktu kiedy ewoluująca struktura może być trudna do ilościowego opisu. Skoro obserwowane współcześnie sieci trudno jest np. zasymulować

i w ten sposób dalej analizować (mierzyć), zważywszy chociażby na ich duże rozmiary, to dalsza ewolucja jest tylko kolejnym utrudnieniem. Pierwsze kroki ku rozwiązaniu tego problemu stanowi praca Barabásiego i Alberta [20] podejmująca kwestię przyłączania nowych węzłów do istniejącej sieci w kolejnych chwilach. Schematycznie mechanizm ten przedstawiono tak, jak na rys. 1.8.



Rys. 1.8. Tworzenie sieci bezskalowej przez przyłączanie nowych węzłów na zasadzie preferencyjnego przyłączania

Zastosowane prawo preferencyjnego przyłączania algorytmizuje proces przyłączania nowych węzłów do i -tego węzła o k połączeniach przez prawdopodobieństwo $\Pi(k)$ [22]:

$$\Pi(k_i) = \frac{k_i}{\sum_j k_j} \quad (1.2)$$

gdzie sumowanie następuje po wszystkich węzłach sieci. Numeryczne symulacje sieci przeprowadzone dla coraz bardziej złożonych struktur, umożliwiły obserwację powtarzających się w różnych skalach wzorców topologicznych. Podobieństwo takie, w ujęciu metrologicznym stanowi bazę niemierzalnych obiektów określanych mianem bezskalowych. Symulacje dowiodły zatem obowiązywania tej reguły w obrębie sieci złożonych. Co więcej, przeprowadzone badania umożliwiły ustalenie, że postulowany dla sieci losowych Poissonowski rozkład prawdopodobieństwa dla charakteru połączeń węzłów w sieci ($p(k)$ – prawdopodobieństwo, że wybrany węzeł jest połączony z k innymi węzłami) nie obowiązuje w przypadku ewoluującej architektury sieci bezskalowych. Zamiast tego udowodniono naturę formowania się struktur węzeł-połączenia odpowiadającą rozkładowi potęgowemu:

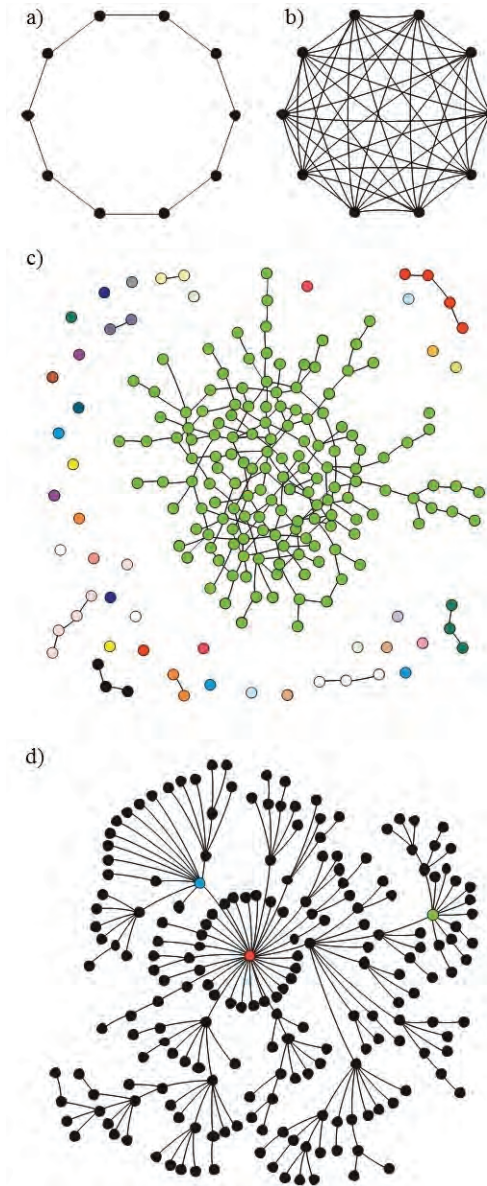
$$p(k) \sim k^{-\gamma} \quad (1.3)$$

gdzie wykładnik potęgi γ charakteryzuje szybkość opadania zbocza rozkładu. Stąd sieci, których wykładnik rozkładu spełnia warunki prawa potęgowego (w sieciach bezskalowych γ typowo mieści się w przedziale między 2 i 3) nazwano sieciami bezskalowymi; dowód na istnienie tego typu struktur przeprowadzono eksperymentalnie [20, 107] i formalnie na podstawie stosownego modelu [54]. Poglądowa krzywa z rys. 2.5 wskazuje także na występowanie tzw. długiego ogona w rozkładzie potęgowym, skąd często w nomenklaturze angielskojęzycznej tego typu rozkłady zwykło wymiennie nazywać się *long-tailed*, *fat-tailed*, *heavy tailed*, rozkłady Pareto lub Bradforda. Mają one także wiele pokrewnych rozkładów, jak np. log-normalny, Weibulla czy Lévy'ego. Patrząc na rys. 2.5, można stwierdzić, iż prawo potęgowe reprezentuje rodzaj rozkładów prawdopodobieństwa, które w ogonach mają więcej „masy” niż rozkłady z rodziny wykładniczych (np. rozkład normalny). Bardzo dobrze obrazuje to różnicę między odkrytymi sieciami losowymi i bezskalowymi: im więcej węzłów ma sieć bezskalowa, tym więcej spośród nich staje się jej hubami. Huby rosną wielomianowo wraz ze wzrostem rozmiaru sieci, stąd ich rozmiar może być znaczący w dużych sieciach. Odwrotnie w sieciach losowych, rozmiar największego węzła rośnie logarytmicznie lub wolniej ze wzrostem liczby węzłów, sprawiając że huby będą małe nawet w bardzo dużych sieciach [22].

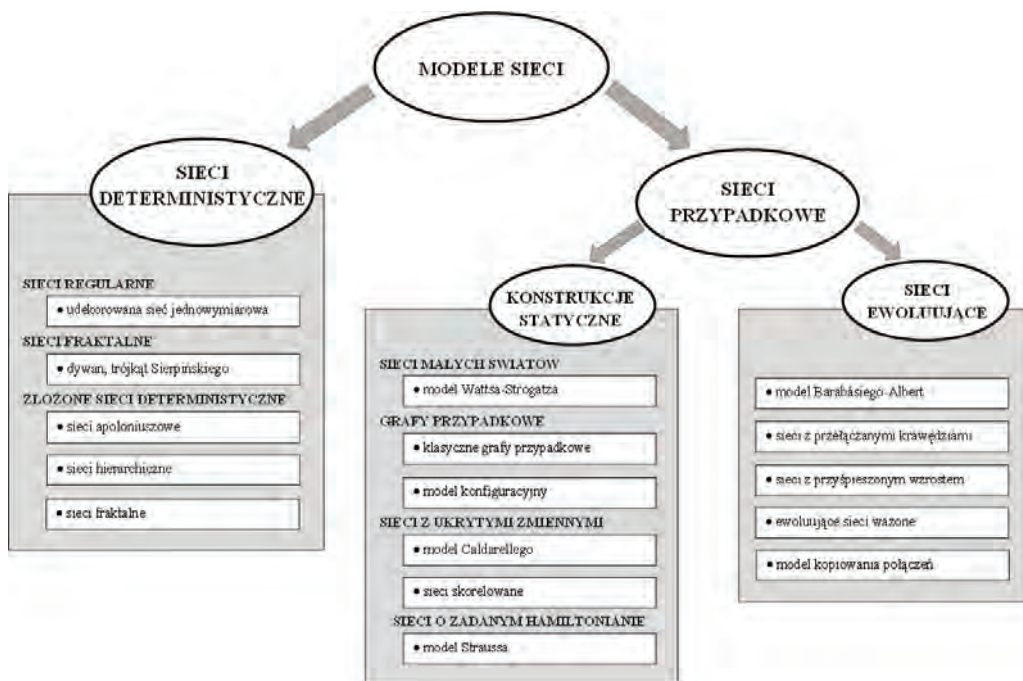
Sieci bezskalowe ukazały jeszcze jedną ciekawą właściwość w stosunku do innych propozycji w obrębie nauki o sieciach złożonych, zwłaszcza sieci losowych, w których Erdős i Rényi zaobserwowali mechanizm perkolacji. O ile w tych ostatnich operowanie na pewnej krytycznej liczbie (f_c) węzłów powodowało drastyczną zmianę właściwości sieci (np. usunięcie f_c węzłów w sieci powodowało jej defragmentację na małe, nieskomunikowane wyspy węzłów), o tyle symulacje sieci bezskalowych nie potwierdziły obowiązywania założeń teorii perkolacji [4]. Zamiast tego wykazano funkcjonowanie w nich zasady 80/20, w naukach ekonomicznych znanej jako zasada Pareto. A więc usunięcie do 80% węzłów sieci bezskalowej umożliwia dalsze współtworzenie przez pozostałe węzły spójnego topologicznie klastra. W pracach [84] i [85] rozbieżność tę wytłumaczono w odniesieniu do definicji (1.3). Dowodząco jednocześnie, że sieci bezskalowe nie mogą być podzielone na nieskomunikowane części w procedurze losowego usuwania węzłów, co jest zasługą niehomogeniczności jej architektury. To co zatem może być mocną stroną tego typu obiektów (zainfekowanie losowo wybranego węzła reprezentującego element rzeczywistego systemu nie powoduje natychmiastowej propagacji negatywnego czynnika w całej strukturze i jej ewentualnego uszkodzenia/zniszczenia), staje się zarazem piętą Achillesową – usunięcie małego procenta węzłów o największym stopniu usieciowienia (hubów) może rozerwać sieć na strzępy (szczególnie krytyczna właściwość z perspektywy np. ataków terrorystycznych).

Graficzną wizualizację przykładowych wzorców topologicznych sieci deterministycznych, losowej i bezskalowej zaprezentowano na rys. 1.9, natomiast rys. 1.10

systematyzuje rodzaje sieci (wybrane spośród nich są przedmiotem rozważań niniejszego opracowania).



Rys. 1.9. Schematyczna wizualizacja architektury przykładowych sieci regularnych, tj. a) pierścień dziesięciu węzłów połączonych z sąsiednimi węzłami, b) pełna sieć regularna o dziesięciu węzłach, c) sieć losowa, d) oraz sieć bezskalowa (rys. za [403])



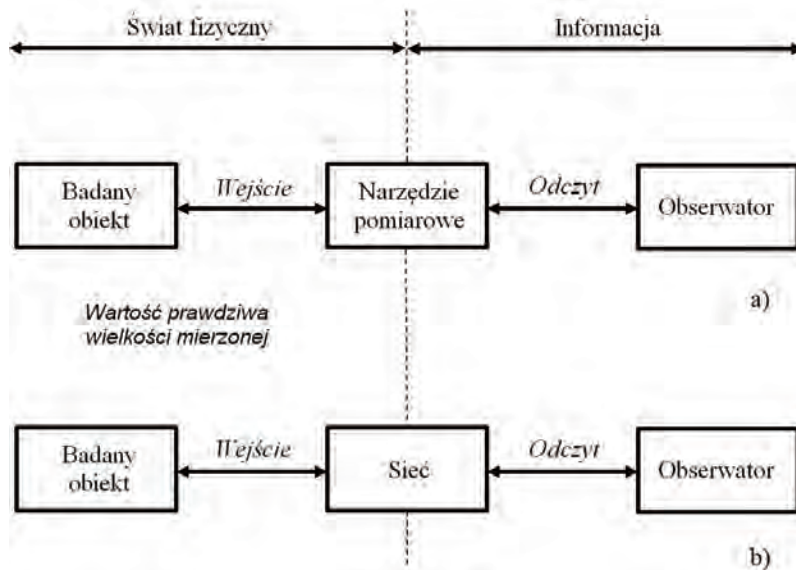
Rys. 1.10. Klasyfikacja modeli sieci za [144]

1.2. Podstawowe właściwości grafów i sieci

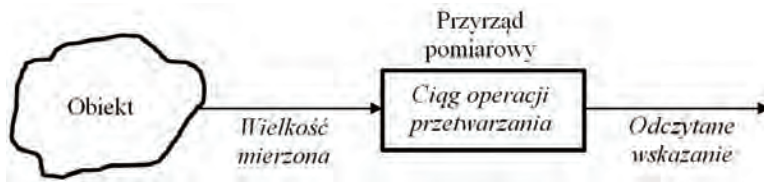
Obraz świata, który każdy z nas tworzy w swojej świadomości nie jest tym ostatecznym, nie jest bowiem on nam dany w sposób bezpośredni, lecz tworzony jest stopniowo w długim okresie na podstawie naszych subiektywnych przeżyć. Uplywający czas i nowe nasze doświadczenie zmieniają postrzegany przez nas obraz świata [12, 13, 299]. Ważne jest natomiast to, że budowanie obrazu świata zmierza ku stwierdzeniu pewnego absolutnego *status quo* na temat otaczającej rzeczywistości, przy czym dojrzewający w człowieku system postrzegania opiera się teraz na podstawach formalnych, zamiast posiłkować się czynnikami osobliwymi, jak wrażenia zmysłowe, inteligencja, sposób postrzegania itp., z natury prowadzącymi do wiedzy interpretatorskiej, a nie faktów. Wspomniany proces budowania to nic innego jak proces poznawczy, w którym dokonujemy przyporządkowania rzeczywistym właściwościom obiektów (zjawisk) abstrakcyjnych symboli – najczęściej matematycznych.

Istotne w metrologii jest to, że dowolność interpretatorską można eliminować przez wskazanie pewnych „poziomów” odniesienia wspólnych dla obserwatorów i niezależnych od nich. Te poziomy to wielkości (zjawiska) uznane za wzorcowe [299].

Różnorodność badanych form topologicznych i funkcjonalnych sieci, jeśli idzie o pomiar, należy kojarzyć z funkcjonowaniem systemu etalonów o ściśle określonych cechach. Chcąc korzystać z sieci jako narzędzia pomiarowego, dążymy do zrealizowania schematu jak na rys. 1.11. Dla zestawienia pomiaru i pojęcia sieci istotne jest pytanie o nośnik informacji. Po pierwsze dlatego, że pomiar może być postrzegany jako przetwarzanie nośnika informacji (Rys. 1.12), a po wtóre, ze względu na fakt, iż jakość przyrządu (tutaj narzędziem pomiarowym jest uogólnione pojęcie sieci o pewnych właściwościach) decyduje o liczbie uzyskiwanych informacji.



Rys. 1.11. a) elementy procesu pomiarowego, b) sieć jako narzędzie w procesie pomiaru

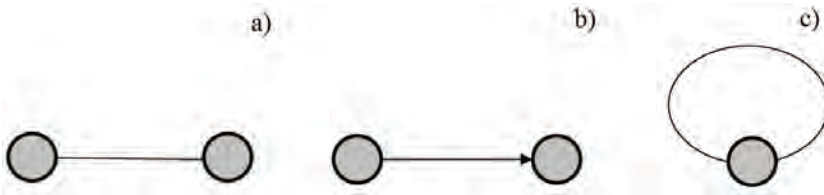


Rys. 1.12. Pomiar jako przetworzenie nośnika informacji (sygnału)

Omawiając osobliwe podejście reprezentantów różnych dyscyplin wiedzy do pojęcia grafu i sieci wskazano wcześniej, że sieć jest to zbiór węzłów i połączeń między nimi, przy czym graf jako graficzna reprezentacja sieci to zbiór wierzchołków i odpowiadających im krawędzi. Matematycznie graf o N wierzchołkach i E krawędziach oznaczamy symbolem $G(N, E)$. Wyrażając się zatem w sposób bardziej formalny, graf

prosty G składa się z niepustego i skończonego zbioru $N(G)$, którego elementy nazywamy wierzchołkami, oraz skończonego zbioru $E(G)$, którego elementami są różne nieuporządkowane pary różnych wierzchołków należących do zbioru N , tj. połączenia międzywęzłowe [144].

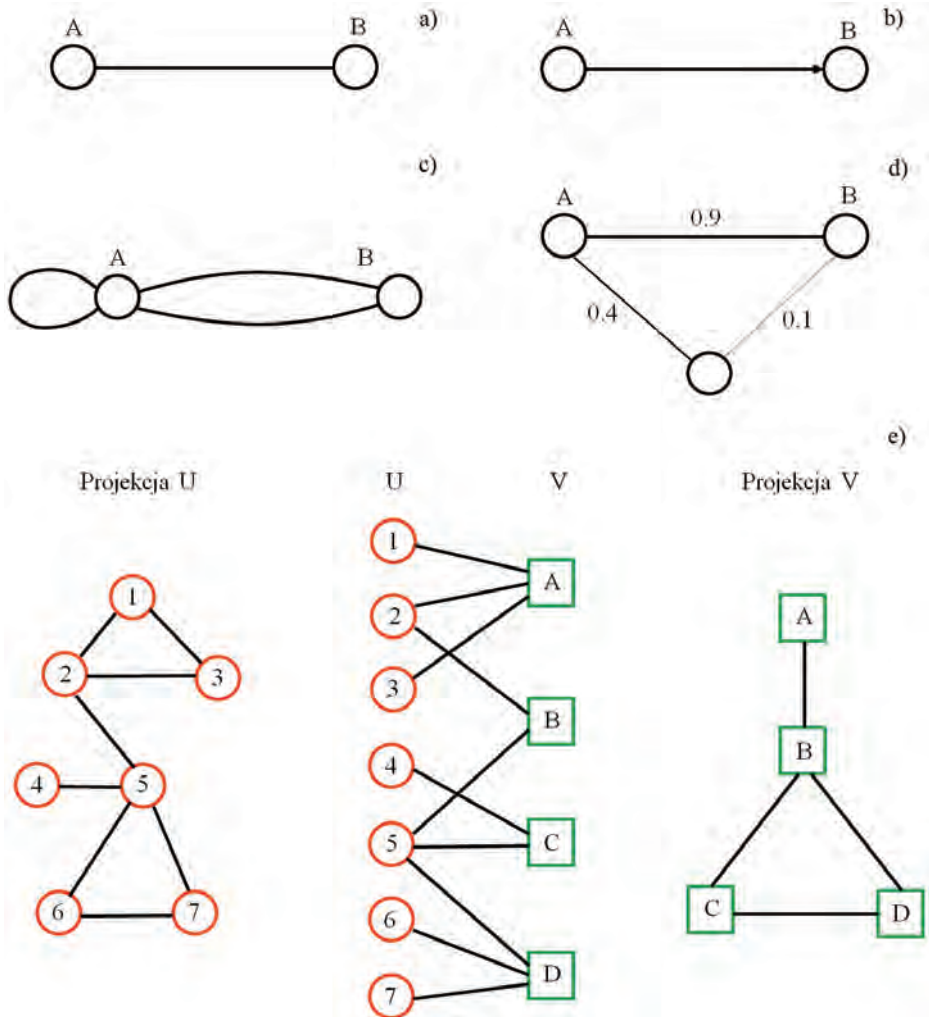
Chociaż graf jest pojęciem abstrakcyjnym, to często reprezentujemy go w postaci rysunku na płaszczyźnie. Wierzchołki grafu przedstawiamy jako punkty płaszczyzny, a krawędzie jako linie łączące pary wierzchołków. Przyjmuje się symbole graficzne krawędzi jak na rys. 1.13.



Rys. 1.13. Reprezentacja krawędzi grafu: a) krawędź niezorientowana, b) łuk, c) pętla

W notacji sieciowej wierzchołek reprezentuje zwykle pewien obiekt (np. jego cechę), a połączenie między wierzchołkami definiuje pewną relację między obiektami.

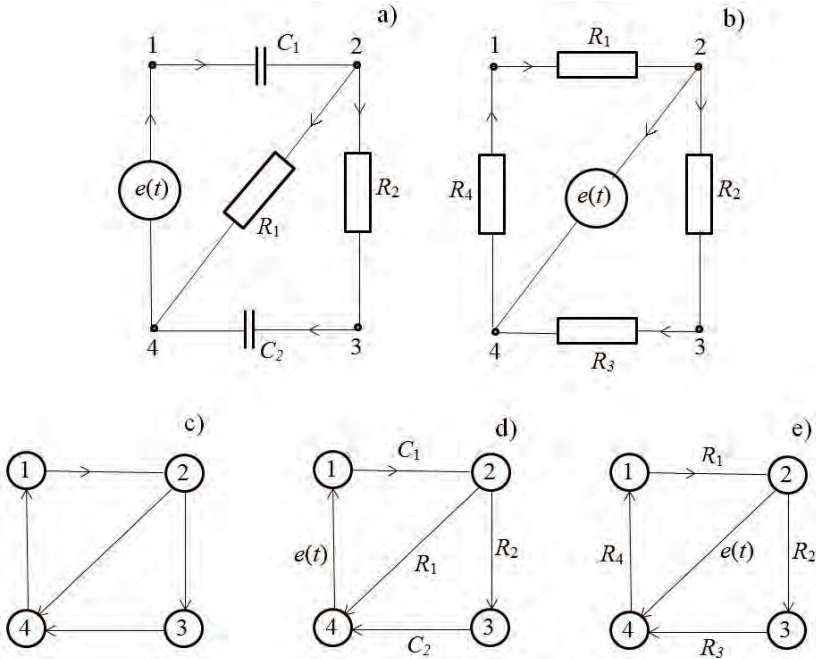
Definicję najmniej skomplikowanego obiektu teorii grafów, grafu prostego (1.14a), można rozszerzać na wiele sposobów. Jeśli na przykład wszystkim krawędziom grafu zostaną nadane kierunki, to powstanie graf skierowany albo inaczej digraf (1.14b). Z kolei multigraf to graf, w którym mogą występować krawędzie wielokrotne (gdy dwa wierzchołki są połączone więcej niż jedną krawędzią) oraz pętle (czyli krawędzie, których końcami jest ten sam wierzchołek – rys. 1.14c). Można też przypisać każdej krawędzi w sieci pewną wartość (wagę), reprezentującą na przykład ciśnienie gazu w sieci gazowniczej lub wartość prądu w obwodzie sieci elektrycznej. Taki rodzaj grafu nosi nazwę grafu ważonego (rys. 1.14d). Ponadto można analizować takie sieci, w których wierzchołki należą do dwóch rozłącznych zbiorów, a istniejące krawędzie łączą jedynie węzły z jednego zbioru z węzłami z drugiego zbioru (nigdy wewnątrz tego samego zbioru) – graf dwudzielny (rys. 1.14e). Przykładem fizycznej realizacji ostatniego, wymienionego rodzaju grafu może być złożona sieć rozprzestrzeniania się chorobowych zaburzeń w obrębie sieci genowej. Adekwatnie do rys. 1.14e możliwe byłoby wyekstrahowanie z grafu dwudzielnego U-V podsieci U (tj. sieci genowej, w której węzły odpowiadają kolejnym genom, a połączenie między dwoma węzłami opisuje fakt objęcia ich tą samą jednostką chorobową) oraz podsieci V (tj. sieci chorobowej, w której węzły odpowiadają chorobom, a połączenie między dwoma węzłami następuje, gdy choroby są związane z patologią tego samego genu, wskazując tym samym, że dwie choroby mają wspólne podłoże genetyczne). Tego typu złożenia (i odwrotnie projekcje) sieci można przeprowadzać w wyższym stopniu, co prowadzi do otrzymania, np. grafu trójdzielnego i wyżej [22].



Rys. 1.14. Przykłady grafów: a) prosty, b) skierowany, c) multigraf, d) ważony, e) dwudzielny

Większość wprowadzonych wcześniej grafów jest grafami nieetykietowanymi, tzn. krawędzie nie mają etykiet i są identyfikowane przez podanie wierzchołków końcowych. Jednym ze skutków takiej definicji jest brak możliwości jednoznacznej identyfikacji krawędzi równoległych (jak w przykładzie z rys. 1.14c). Wprowadza się również pojęcie grafu etykietowanego, w którym każda z krawędzi ma nadaną unikatową etykietę (patrz rys. 1.14d). Przykładowe dwa układy elektryczne z rys. 1.15 zapisano w języku grafów (etykietowanych i nieetykietowanych), w których źródło oznaczono jako $e(t)$, natomiast elementy rezystancyjne i pojemnościowe, to odpowiednio R i C . Opierając się na teorii obwodów elektrycznych oczywiste jest, że graf nieetykietowany

wystarczy do napisania równań Kirchhoffa (identycznych dla obydwóch obwodów), natomiast do obliczenia prądów i napięć musimy posłużyć się grafem etykietowanym.



Rys. 1.15. Sieci elektryczne łączące pobudzenie ($e(t)$) z elementami rezystancyjnymi (R) i pojemnościowymi (C): a) i b) schematy elektryczne, c) model jako graf nietykietowany; d) model obwodu z rysunku (a) jako graf etykietowany, e) model obwodu z rysunku (b) jako graf etykietowany za [144]

Prowadzenie rozważań na temat grafów i sieci na podstawie ich reprezentacji graficznej z wielu względów może być niewygodne. Na potrzeby analiz matematycznych sieć lub graf o rozmiarze N może być zapisana w postaci macierzowej, tj. tworzona jest macierz kwadratowa $N \times N$, zwana macierzą sąsiedztwa \mathbf{A} (rys. 1.16a). Elementy a_{ij} tej macierzy są równe liczbie połączeń między węzłem i oraz j , przy czym:

$a_{ij} = 1$ jeśli istnieje połączenie/krawędź pomiędzy węzłem j -tym i i -tym,

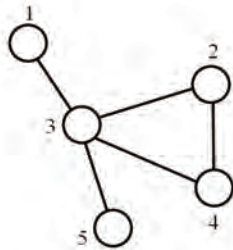
$a_{ij} = 0$ jeśli węzeł j -ty i i -ty nie są ze sobą połączone.

W ogólności, macierz sąsiedztwa sieci nieskierowanej ma dwa wejścia, np. połączenie między węzłami (1, 2) jest reprezentowane jako $a_{12} = 1$ i $a_{21} = 1$. Stąd macierz sieci prostej jest symetryczna, tj. $a_{ij} = a_{ji}$ (rys. 1.16b) – inaczej niż jest to w przypadku sieci skierowanej (rys. 1.16c). W multigrafach elementy a_{ij} mogą być większe od jedności (rys. 1.16d), a w grafach ważonych mogą być wyrażone dowolną liczbą rzeczywistą (rys. 1.16e). Elementy na głównej przekątnej macierzy \mathbf{A} są zazwyczaj równe zeru, chyba że graf zawiera pętle.

Macierz sąsiedztwa

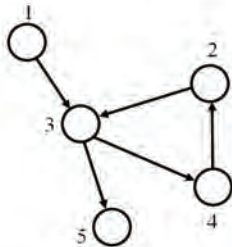
a)

$$A_{ij} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} & a_{15} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{24} & a_{25} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{34} & a_{35} \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} & a_{44} & a_{45} \\ a_{51} & a_{52} & a_{53} & a_{54} & a_{55} \end{bmatrix}$$



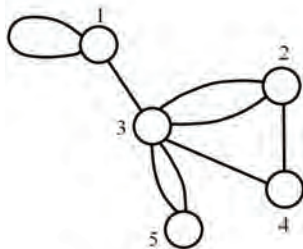
b)

0	0	1	0	0
0	0	1	1	0
1	1	0	1	1
0	1	1	0	0
0	0	1	0	0



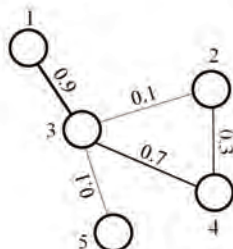
c)

0	0	1	0	0
0	0	1	0	0
0	0	0	1	1
0	1	0	0	0
0	0	0	0	0



d)

2	0	1	0	0
0	0	2	1	0
1	2	0	1	2
0	1	1	0	0
0	0	2	0	0



e)

0	0	0.9	0	0
0	0	0.1	0.3	0
0.9	0.1	0	0.7	0.1
0	0.3	0.7	0	0
0	0	0.1	0	0

Rys. 1.16. Postać ogólna macierzy sąsiedztw A dla grafu z pięcioma wierzchołkami a) oraz macierze sąsiedztw dla przykładowego grafu prostego b), skierowanego c), multigrafu d), i grafu ważonego e)

Wprowadzenie rachunku macierzowego do teorii grafów i sieci ułatwia algorytmizację problemów dotyczących tego rodzaju obiektów (abstrakcyjnych i rzeczywistych). Tym samym należy oczekiwać, że zastosowanie odpowiednich operacji na macierzy \mathbf{A} prowadzi do wyrażenia podstawowych właściwości sieci. Jest to także najprostszy sposób reprezentacji struktury i funkcji sieci w pamięci komputera, ale, jak dowodzą prace [379], nie najefektywniejszy jeśli chodzi o bardzo duże sieci, co stanowi wyzwanie między innymi z perspektywy zadań metrologii.

Podstawową cechą i -tego węzła jest jego stopień k_i . Wielkość tę (zwaną alternatywnie rzędem wierzchołka lub liczbą koordynacyjną wierzchołka) definiuje się jako liczbę bezpośrednich połączeń danego węzła (tutaj i -tego) z innymi wierzchołkami w sieci. Pojęcie bezpośredniego sąsiedztwa odnosi się do ustalenia tzw. pierwszych (najbliższych sąsiadów), tj. relacji gdzie dwa dane wierzchołki połączone są krawędzią. Stopień węzła i -tego w grafie prostym można wyrazić jako sumę elementów macierzy sąsiedztwa w i -tej kolumnie lub i -tym wierszu:

$$k_i = \sum_{j=1}^N a_{ij} = \sum_{j=1}^N a_{ji} \quad (1.4)$$

W przypadku sieci skierowanych należy rozróżnić stopień wejściowy węzła (k_i^{in}) od jego stopnia wyjściowego (k_i^{out}). Ponieważ w sieciach skierowanych \mathbf{A} nie jest symetryczna, to suma elementów tej macierzy w i -tej kolumnie różni się od sumy elementów w i -tym wierszu. Zasada wyrażona równaniami (1.5) i (1.6) mówi, że sumowanie elementów macierzy sąsiedztwa wzdłuż i -tej kolumny ustala stopień wejściowy i -tego węzła, natomiast sumowanie elementów a_{ij} wzdłuż i -tego wiersza macierzy \mathbf{A} prowadzi do wyznaczenia stopnia wyjściowego i -tego węzła.

$$k_i^{\text{in}} = \sum_{j=1}^N a_{ij} \quad (1.5)$$

$$k_i^{\text{out}} = \sum_{j=1}^N a_{ji} \quad (1.6)$$

W sieci skierowanej zatem, stopień i -tego węzła wynosi

$$k_i = k_i^{\text{in}} + k_i^{\text{out}} \quad (1.7)$$

Znając stopnie wszystkich węzłów, możemy wyznaczyć liczbę wszystkich połączeń w sieci (analogicznie można powiedzieć, znając stopnie wszystkich wierzchołków, możemy wyznaczyć liczbę wszystkich krawędzi w grafie):

$$E = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^N k_i \quad (1.8)$$

Zależność (1.8) dotyczy sieci prostych (nieskierowanych), gdzie liczba krawędzi dochodzących jest tożsama z liczbą krawędzi wychodzących:

$$2E = \sum_{i=1}^N k_i^{\text{in}} = \sum_{j=1}^N k_j^{\text{out}} = \sum_{ij=1}^N a_{ij} \quad (1.9)$$

co uzasadnia spostrzeżenie, że liczba niezerowych elementów macierzy sąsiedztwa wynosi $2E$. Opierając się na wcześniej wskazanym fakcie dla sieci skierowanych, tj. $a_{ij} \neq a_{ji}$, liczbę połączeń można dla nich ustalać, posługując się ogólną zależnością (1.10).

$$E = \sum_{i=1}^N k_i^{\text{in}} = \sum_{j=1}^N k_j^{\text{out}} = \sum_{ij=1}^N a_{ij} \quad (1.10)$$

Definicje (1.8)–(1.10) zakładają brak pętli w sieci, a więc zerową wartość elementów głównej przekątnej macierzy \mathbf{A} ($a_{ij} = 0$).

W rzeczywistych sieciach liczba węzłów (N) oraz połączeń (E) może się znacznie różnić dla poszczególnych obiektów. Na przykład sieć neuronowa niepaszytniczego nicienia *Caenorhabditis elegans* (tzw. *C. elegans*), jedynego przedstawiciela żywych organizmów, u którego całkowicie zmapowano mózg, ma 297 neuronów (węzłów) i 2345 synaps (połączeń). Tymczasem szacuje się, że ludzki mózg ma około setek bilionów (10^{11}) neuronów, każdy ze średnio 7000 połączeń synaptycznych. Sieć społeczności ludzkiej to około siedem miliardów ($7 \cdot 10^9$) indywidualnych istnień, a szacuje się, że sieć WWW ma już ponad trylion stron ($N > 10^{12}$). W tabeli 1.1 zestawiono informacje na temat map kilku wybranych sieci, podając m.in. liczbę ich węzłów i połączeń. Niektóre spośród tych odwzorowań dotyczą kompletnego systemu, inne, będąc próbkami, reprezentują podzbiór węzłów rzeczywistego systemu (np. WWW, graf połączeń telefonii mobilnej). Wszystkie natomiast wskazują, że liczba połączeń mocno się zmienia w zależności od obiektu. W sieci o N węzłach liczba połączeń wynosi od $E = 0$ do E_{max} , gdzie E_{max} odpowiada liczbie połączeń grafu kompletnego (każdy węzeł połączony z wszystkimi pozostałymi węzłami w sieci):

$$E_{\text{max}} = \binom{N}{2} = \frac{N(N-1)}{2} \quad (1.11)$$

W sieciach rzeczywistych, E jest znacznie mniejsze niż E_{max} , co wskazuje na to, iż sieci rzeczywiste są rzadkie. Dla przykładu, graf sieci WWW z tabeli 1.1 ma około 1,5 mln połączeń. Gdyby sieć WWW była grafem kompletnym, to zgodnie z (1.11) próbka ta powinna mieć $E_{\text{max}} \approx 10^{12}$ połączeń. A więc opisany graf sieci WWW zawiera tylko 10^{-6} części połączeń spośród tych, które mógłby mieć, co czyni z niego sieć rzadką. Taka właściwość rzeczywistych sieci przenosi się na ich za-

pis macierzowy, stąd o macierzy sąsiedztwa również możemy mówić jako o macierzy rzadkiej. Chcąc zwizualizować macierz A sieci oddziaływań proteiny-proteiny (tab. 1.1) można posłużyć się konwencją, gdzie $a_{ij} = 1$ odpowiada czarnemu pikselowi na rys. 1.17, natomiast brak połączenia (tj. $a_{ij} = 0$), to piksel biały. Na przygotowanej rycinie (rys. 1.17) uwidacznia się niemalże pusty charakter macierzy; warto przy tej okazji wspomnieć, że tak zaproponowany sposób reprezentacji macierzy i samego sytemu był inspiracją i jest podstawą tzw. grafów rekurencyjnych (ang. *recurrence plot*) i ilościowej analizy rekurencji (ang. *recurrence quantification analysis*), o istotnych analogiach dla teorii i praktyki sieci złożonych, co omówiono w dalszej części opracowania. Co więcej, przywodzi ona do konkluzji, iż w analizach komputerowych, gdzie operowanie na dużych macierzach może wymagać dużej przestrzeni pamięci i czasu, korzystniej jest posługiwać się listą połączeń (tj. elementami, dla których $a_{ij} \neq 0$) niż całą macierzą sąsiedztwa (pełną elementów o zerowych wartościach).

Tabela 1.1. Mapy sieci i ich podstawowe właściwości [22].

Nazwa sieci	Węzły	Połączenia	Prosta/ skierowana	N	E	$\langle k \rangle$
Internet	Rutery	Połączenia internetowe	Prosta	192244	609066	2,67
WWW	Strony web-owe	Linki	Skierowana	325729	1497134	4,60
Energetyczna	Generatory, transformatory	Okablowanie	Prosta	4941	6594	2,67
Rozmowy telefonii mobilnej	Abonenci	Rozmowy	Skierowana	36595	91826	2,51
E-mail	Adresy e-mailowe	E-maile	Skierowana	57194	103731	1,81
Współpraca naukowa	Naukowcy	Współautorstwo	Prosta	23133	186936	16,16
Sieć aktorów	Aktorzy	Współgranie w filmie, sztuce, itp.	Prosta	212250	3054278	28,78
Sieć cytowań	Artykuły	Cytowania	Skierowana	449673	4707958	10,47
Metabolizm E. coli	Metabolity	Reakcje chemiczne	Skierowana	1039	5802	5,84
Oddziaływania protein drożdżowych	Proteiny	Reakcje wiązania	Prosta	2018	2930	2,90



Rys. 1.17. Rzadka macierz sąsiedztwa dla drożdżowych sieci oddziaływań proteiny-proteiny

Ważną właściwością sieci jest jej średni stopień wężła $\langle k \rangle$. Dla sieci prostej wartość tej miary można wyliczyć z wzoru

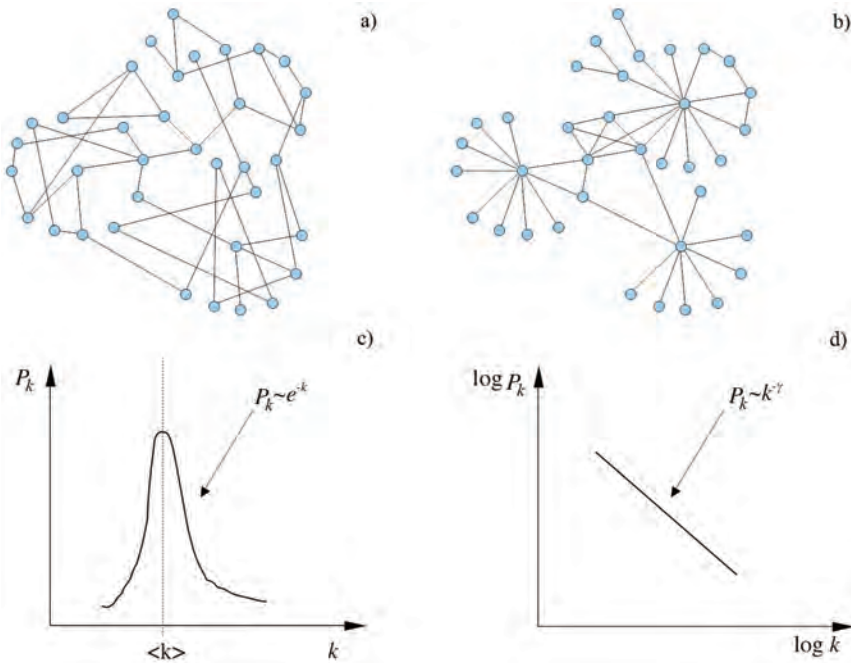
$$\langle k \rangle = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N k_i = \frac{2E}{N} \quad (1.12)$$

natomiast w sieciach skierowanych z zależności

$$\langle k \rangle = \langle k^{\text{in}} \rangle = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N k_i^{\text{in}} = \langle k^{\text{out}} \rangle = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N k_i^{\text{out}} = \frac{E}{N} \quad (1.13)$$

Istotną cechą systemów rzeczywistych, a zarazem problemem w ujęciu ich analizy, są wszelkie rodzaje niejednorodności. Kwestia ta dotyczy również sieci. Mówiąc prostymi słowami, owa niejednorodność może przejawiać się różną organizacją połączeń, np. różnym rozkładem gęstości połączeń w obrębie kolejnych węzłów sieci. Dla przykładu można wygenerować dwie sieci o takiej samej liczbie węzłów i połączeń, ale o różnej charakterystyce rozkładu stopnia wężła (rys. 1.18). Rozkład stopni węzłów w sieci p_k opisuje prawdopodobieństwo, że losowo wybrany jej węzeł ma stopień k . Skoro p_k jest prawdopodobieństwem, to musi być unormowane, tj.:

$$\sum_{k=1}^{\infty} p_k = 1 \quad (1.14)$$



Rys. 1.18. Przykłady sieci losowej a), bezskalowej b), zawierającej 36 węzłów i 44 połączeń oraz odpowiadające im charakterystyki rozkładu stopni węzłów, odpowiednio c) i d)

Dla sieci zdeterminowanej o ustalonej liczbie N węzłów rozkład stopni węzłów jest unormowanym histogramem

$$p_k = \frac{N_k}{N} \quad (1.15)$$

gdzie N_k jest liczbą węzłów o stopniu k -tym. Wynika z tego, że liczbę węzłów o stopniu k można oszacować z rozkładu stopni węzłów jako $N_k = N \cdot p_k$.

Rozkład stopni węzłów odegrał centralną rolę w teorii sieci prowadząc Barabásiego i Alberta [20] do odkrycia sieci bezskalowych. W przeciwieństwie do sieci losowych (rys. 1.18a i c), gdzie $\langle k \rangle$ jest dobrze określony. Na rysunku 1.18b i d wskazano, że pomiar średniej wartości stopni węzłów w tego typu sieciach jest nieuzasadniony, a w wielu wypadkach posługiwanie się ideą średniego stopnia prowadzi do poważnych błędów. W sieci o potęgowym rozkładzie stopni węzłów wiele z nich ma tylko jedną krawędź, ale można też znaleźć węzły o bardzo dużej liczbie połączeń – tzw. huby. Czyni to z sieci bezskalowych ciekawy obiekt badań, zarówno z perspektywy samego konstruktów abstrakcyjnego, ale też w odniesieniu do potencjalnych zastosowań. Innym argumentem podkreślającym ważność miary rozkładu stopni węzłów w sieci jest fakt, iż wyznaczenie wartości większości parametrów charakteryzujących

właściwości sieci wymaga znajomości p_k . Dla przykładu średni stopień wężła w sieci może być obliczony jako

$$\langle k \rangle = \sum_{k=1}^{\infty} kp_k \quad (1.16)$$

W przypadku sieci ważonych wprowadzono definicję stopnia ważonego, czyli siły wężła

$$s_i = \sum_{j=1}^N a_{ij} \quad (1.17)$$

Jak wynika z definicji (1.17), miara ta jest sumą wag krawędzi przynależnych do tego wężła.

Inne pojęcia ważne dla teorii grafów (i sieci) dotyczą cech struktur obejmujących co najmniej kilka wierzchołków i krawędzi. Można sobie wyobrazić, że w grafie/sieci istnieją niebezpośrednie związki pomiędzy odległymi wężłami, realizowane według pewnej drogi obejmującej ścisły zbiór wężłów i połączeń. Drogą w sieci nazywamy ciąg połączeń pomiędzy wężłami $\{\{\mathcal{G}_1, \mathcal{G}_2\}, \{\mathcal{G}_2, \mathcal{G}_3\}, \dots, \{\mathcal{G}_{n-1}, \mathcal{G}_n\}\}$, taki, że koniec połączenia między wężłem i -tym i $i+1$ $\{\mathcal{G}_i, \mathcal{G}_{i+1}\}$ jest początkiem połączenia $\{\mathcal{G}_{i+1}, \mathcal{G}_{i+2}\}$ dla każdego $i = 0, \dots, n-2$ oraz taki, w którym wszystkie połączenia i wszystkie wężły są różne. Początek połączenia $\{\mathcal{G}_1, \mathcal{G}_2\}$ nazywamy początkiem drogi, a koniec połączenia $\{\mathcal{G}_{n-1}, \mathcal{G}_n\}$ końcem drogi. Długością drogi nazywamy liczbę tworzących ją połączeń.

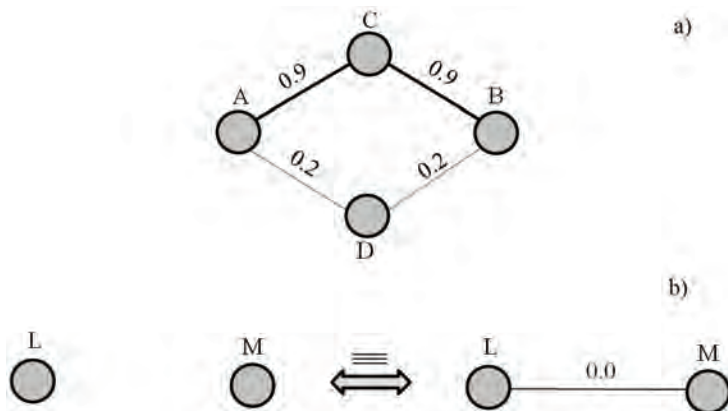
Odległością $d(i, j)$ wężła i od wężła j nazywamy długość najkrótszej drogi prowadzącej z i do j , czyli $d(i, j)$ jest najmniejszą liczbą połączeń, jakie należy przejść, aby dostać się z wężła i do wężła j . O wężłach odległych od siebie o x połączeń mówimy, że są x -tymi sąsiadami.

Średnica sieci (d_{\max}) odnosi się do maksymalnej długości jej najkrótszej drogi, albo też inaczej, jest największą odległością między jakąkolwiek parą wężłów.

Należy jeszcze doprecyzować pojęcie odległości między wężłami dla przypadku sieci ważonych. Na rysunku 1.19 podano dwa charakterystyczne przykłady wspierającą analizę.

Ponieważ nauka o sieciach wyrasta dziś na gruncie danych eksperymentalnych, to właśnie odniesienie wykreślonych grafów do rzeczywistych obiektów powoduje problem natury interpretacyjnej, który ostatecznie ułatwia znalezienie najlepszej dla niego odpowiedzi. Schemat z rys. 1.19a dopuszcza dwie drogi między wężłami A i B, przy czym pierwsza biegnie wzdłuż połączeń o dużych wagach, a druga wzdłuż połączeń o wagach znacznie mniejszych. Wydawać by się mogło, iż wystarczy zsumować wagi przynależące do połączeń tworzących drogi, a w ten sposób ustalimy odpowiedź w pytaniu o najkrótszą odległość $d(A, B)$. Jeśli wagi reprezentują odległość w kilometrach, to droga A-D-B jest krótsza niż A-C-B, co można udowodnić, sumując wagi,

jak sugerowano to powyżej. Tymczasem, ze względu na uniwersalność interpretacyjną grafów stosowanych do opisu sieci reprezentujących różne obiekty, wagi mogą równie dobrze odzwierciedlać częstość połączeń lotniczych pomiędzy miastami A i B. Bez wątplenia w tym przypadku korzystniejsze byłoby wybranie drogi A-C-B, gdyż minimalizujemy w ten sposób możliwość utknięcia w węźle (porcie lotniczym) C. Efektywną drogę $d(A, B)$ dla drugiej interpretacji lepiej jest wyznaczać jako sumę odwrotności wag (i analogicznie, odwrotności macierzy sąsiedztwa). Opisane podejście sprawdza się także w przypadku węzłów izolowanych, tj. niepołączonych z żadnym innym węzłem (rys. 1.19b). Która z dwóch procedur obliczania drogi lepiej ujmie fizyczny brak łączności pomiędzy wskazanym węzłem L i M? Brak połączenia, to w kontekście sieci ważonych zerowa wartość wagi. Licząc zatem odwrotność tej wagi dochodzimy do nieoznaczoności kojarzonej z nieskończoną odległością $d(L, M)$ [257].



Rys. 1.19. Wyznaczanie drogi w sieci ważonej: a) przykład z węzłami połączonymi, b) przykład z węzłami izolowanymi

Ostatni przykład wprowadza do pojęcia spójności sieci, tzn. sieć nazywamy spójną, jeśli dla każdej pary węzłów istnieje droga je łącząca.

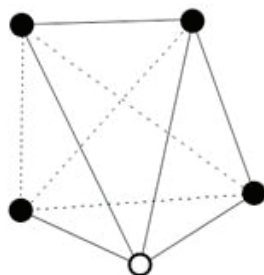
Realistyczny przykład oddziałującego układu fizycznego wymaga obecności co najmniej dwóch ciał fizycznych, w najprostszym przypadku, dwóch punktów materialnych. Skoro rozwój sieci motywowany jest dostępem do danych eksperymentalnych, to także od sieci wymagać należy podjęcia takiego zagadnienia. Dotychczas sformułowane miary zaprojektowano właśnie z myślą opisu relacji między dwoma węzłami w sieci, a więc w sensie interpretacyjnym między pewnymi dwoma cechami obiektu czy wybranymi dwoma podsystemami. Można w tym podejściu doszukiwać się analogii do fizycznego problemu dwóch ciał, który w kanonie mechaniki klasycznej ma ogólne, eleganckie i proste rozwiązanie. Zagadnienie istotnie komplikuje się w tzw. problemie trzech (i więcej) ciał [96, 414]. Bez wątplenia sytuacja ta dotyczy także nauki o sieciach, choćby dlatego, że analizowanie binarnych relacji w sieci by-

łoby zbyt upraszczające i tak naprawdę przeczyłoby zasadności funkcjonowania sieci jako metody opisu złożonych obiektów. Jeśli przyjąć, iż węzły sieci reprezentują konkretne osoby, to w ujęciu społecznym stosunki pomiędzy dwojgiem ludzi zwyczajowo (poprzez sieć kontaktów) rzutują na osoby trzecie, kładąc zarazem organizacyjne podwaliny dla takiej triady. Powstawanie w sieciach tego typu triumwiratów jest też pierwszym przejawem formowania się znacznie bardziej złożonych struktur, zazwyczaj o nietrywialnych konsekwencjach funkcjonalnych, trudnych do opisu (na potrzeby ich monitoringu i/czy predykcji) językiem formalnym. Przykład społeczny (sieci społecznej) dostarcza także dalszych analogii, związanych chociażby z czasowym przeorganizowywaniem się struktury, np. skutek tworzenia się nowych znajomości i zaniku starych, czemu towarzyszą efekty grupowania (gronowania, klastrowania) się ludzi o podobnych zainteresowaniach i separacji grup o sprzecznych poglądach. Zwykle się zauważać, że jeśli dana osoba ma dwoje przyjaciół, to z dużym prawdopodobieństwem i oni zaprzyjaźnią się ze sobą, tworząc stabilny „trójkąt”. A więc można się doszukiwać w sieciach funkcjonowania pewnego mechanizmu przyciągania lub odpychania połączeń. Tak więc sama analiza gronowania może dostarczyć użytecznych informacji o sieci, a zwłaszcza o obiekcie przez nią reprezentowanym.

Współczynnik gronowania węzła (C) to stosunek liczby E_i istniejących połączeń między sąsiadami węzła i -tego do wszystkich możliwych połączeń między tymi sąsiadami (liczba ta wynosi $k_i(k_i - 1)/2$). Podana definicja w najprostszej postaci dotyczy sieci prostych i szacuje ona liczbę połączeń w otoczeniu badanego i -tego węzła:

$$C_i = \frac{2E_i}{k_i(k_i - 1)} \quad (1.18)$$

Skoro $0 \leq E_i \leq k_i(k_i - 1)/2$, to $0 \leq C_i \leq 1$. Współczynnik gronowania ma zatem wymiar prawdopodobieństwa wskazującego czy pierwsi sąsiedzi i -tego węzła są względem siebie także pierwszymi sąsiadami. Przykład obliczania wartości C_i zaprezentowano na rys. 1.20.



Rys. 1.20. Wartość współczynnika gronowania obliczona dla węzła oznaczonego na rysunku jako „pusty” (linie przerywane wskazują na możliwe, ale nieistniejące połączenia); $E_i = 2$, $k_i = 4$, natomiast $C_i = (2 \cdot 2)/(4 \cdot (4 - 1)) = 1/3$

Współczynnik gronowania całej sieci jest wartością C_i uśrednioną po wszystkich jej węzłach [22, 144]:

$$\langle C_i \rangle = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N C_i \quad (1.19)$$

Jeśli idzie o pomiar, to uwagę przykuwa fakt, że istnieje wiele innych definicji współczynnika gronowania (patrz np. [28, 145, 312]). Jedną z takich propozycji, szczególnie popularną w socjologii, zapisano jako [22, 144]

$$C_{\Delta} = \frac{3 \cdot \text{liczba trójkątów w sieci}}{\text{liczba dróg długości 2 w sieci}}. \quad (1.20)$$

Czynnik „3” w liczniku wyrażenia (1.20) wynika z tego, że w jednym trójkącie istnieją trzy drogi o długości dwa, przy czym każda prowadzi przez inny węzeł.

Chociaż definicje (1.18) i (1.20) odnoszą się do liczby trójkątów w sieciach, to w większości przypadków nie prowadzą one do zbieżnych oszacowań. Dzieje się tak choćby wtedy, gdy współczynnik gronowania zależy od stopnia i -tego węzła, co bardzo często występuje w sieciach rzeczywistych.

Definicja współczynnika gronowania dla sieci skierowanych jest jeszcze bardziej nietrywialna niż na przykład w opisywanym przypadku sieci prostych. Faktem też jest, że żadna z dotychczas zaproponowanych formuł nie została zweryfikowana przez środowisko nauki jako obiektywna i uniwersalna. Analogiczna uwaga dotyczy sieci ważonych (jedną z pierwszych definicji współczynnika gronowania zaproponowano w [27]).

Przedstawione miary są podstawowe dla nauki o sieciach, ale nie zamykają zagadnienia poszukiwania wzorców dla tego typu struktur, zwłaszcza ich ewolucji. Można powiedzieć, że podane miary dotyczą sieci jako pewnego konstruktu ogólnego i w tym rozumieniu mogą być postrzegane jako swego rodzaju odniesienie do wzorca podstawowego. Z drugiej strony, biorąc choćby pod uwagę bogactwo strukturalne i funkcjonalne sieci (opisane w rozdziale 2.1), w obrębie teorii sieci wskazać można miary zdolne do klasyfikowania badanych sieci, np. na sieć małego świata, losową czy bezskalową. Przykładem tego może być pojęcie średniej najkrótszej drogi (czyli średniej odległości), umożliwiające scharakteryzowanie małości świata, zdefiniowane jako

$$\langle d \rangle = \frac{1}{N(N-1)} \sum_{i \neq j} d(i, j) \quad (1.21)$$

gdzie $d(i, j)$ jest najkrótszą drogą między wierzchołkami i oraz j . I tak na przykład okazuje się, że w grafie losowym

$$\langle d \rangle = \frac{\ln N}{\ln \langle k \rangle} \quad (1.22)$$

Ze wzoru tego wynika, że średnia odległość w tego typu sieciach mało zależy od rozmiaru sieci; dla porównania, w sieciach opartych na siatce kwadratowej $\langle d \rangle \sim \sqrt{N}$ [144].

Okazuje się, że w sieciach bezskalowych o potęgowym rozkładzie stopni węzłów zależność średniej odległości od rozmiaru sieci jest jeszcze słabsza [83, 143]. Średnia odległość zmienia się w funkcji wartości współczynnika γ (patrz równ. (2.3)), jak zapisać poniżej [22]

$$\langle d \rangle = \begin{cases} \text{const.} & \text{dla } \gamma = 2, \\ \frac{\ln \ln N}{\ln(\gamma - 1)} & \text{dla } 2 < \gamma < 3, \\ \frac{\ln N}{\ln \ln N} & \text{dla } \gamma = 3, \\ \ln N & \text{dla } \gamma > 3 \end{cases} \quad (1.23)$$

Zidentyfikowane przedziały wartości wykładnika potęgowego γ , wpływając na zmianę średniej drogi, można utożsamiać z wyróżnieniem różnych reżimów cech sieci bezskalowych, tj. [22]:

- $\gamma \leq 2$: region anomalny, gdzie część połączeń związana z największym hubem rośnie szybciej niż sama sieć. Oznacza to, że dla dostatecznie dużych N stopień największego huba musi przekraczać całkowitą liczbę węzłów w całej sieci, co oznacza brak kolejnych węzłów, z którymi mogłoby dojść do przyłączenia. Podobnie dla $\gamma < 2$ średni stopień węzłów $\langle k \rangle$ jest rozbieżny przy $N \rightarrow \infty$. Ostateczny wniosek na temat tego typu struktur jest taki, że mogą one istnieć, jeśli huby mają wiele pętli i/lub jeśli te same pary węzłów mogą być w relacji ustanowionej przez wielokrotne połączenia.

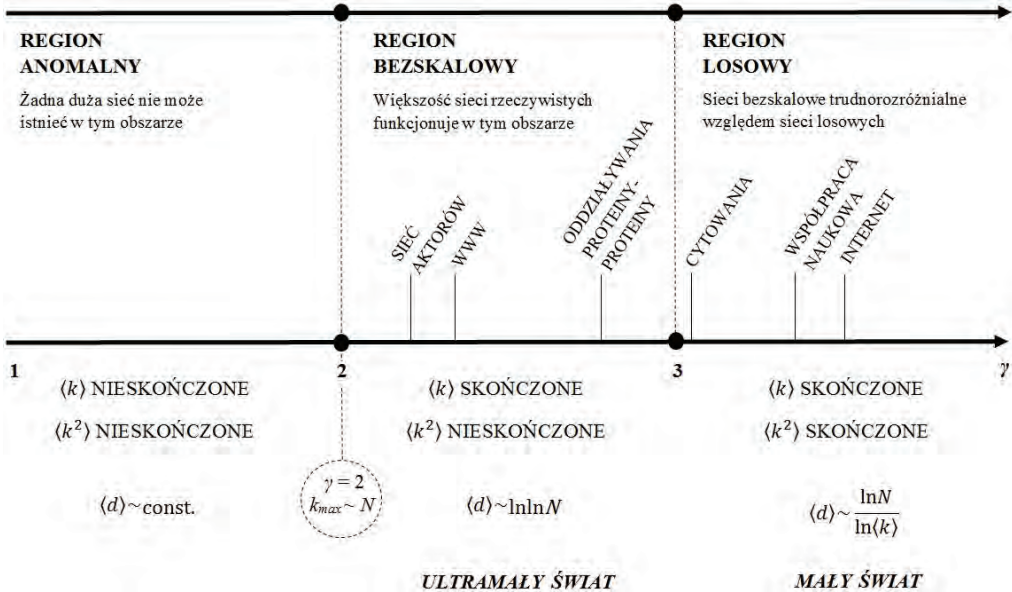
- $2 < \gamma < 3$: region bezskalowy, pierwszy moment $\langle k \rangle$ rozkładu prawdopodobieństwa jest skończony, ale drugie i wyższe momenty są rozbieżne dla $N \rightarrow \infty$. Sieci bezskalowe o cechach z tego przedziału zwykle się określać mianem ultramałego świata.

- $\gamma > 3$: region sieci losowych, gdzie zarówno pierwszy, jak i drugi moment przybiera skończone wartości. Tak naprawdę w praktycznych zadaniach trudno jest rozróżnić w tym obszarze pomiędzy cechami sieci bezskalowych i losowych o podobnym rozmiarze. Przyczyna jest stosunkowo prosta: dla dużych wartości γ rozkład stopni węzłów (p) maleje na tyle szybko, że huby stają się mniejsze i mniej liczne, co ostatecznie przydaje sieci bezskalowej cech sieci przypadkowej.

Dla wielu sieci rzeczywistych wykładnik potęgowy przyjmuje wartość między 2 i 3. Wskazując na zidentyfikowany wcześniej problem, zagadnieniem otwartym w ujęciu pomiarów jest po pierwsze sposób wiarygodnej i powtarzalnej estymacji wartości wykładnika potęgowego, a dalej jego zastosowanie do klasyfikacji sieci.

Sugerowany cel, tj. klasyfikacja sieci jako bytów abstrakcyjnych z perspektywy metrologii okazuje się zagadnieniem istotnym, jako że kolejne rodzaje sieci mogą funkcjo-

nować jako swego rodzaju wzorce podstawowe, które zestawiane z cechami obiektu są zdolne do ekstrakcji jednoznacznych cech zarówno w odniesieniu do jego struktury, jak i funkcji. W praktyce okazuje się, że pewne rodzaje obiektów mają cechy wrodzone, które lokują je w jednym z wyróżnionych regionów (patrz przykł. na rys. 1.21).



Rys. 1.21. Zależność właściwości sieci bezskalnych w funkcji wykładnika potęgowego γ

Dla metrologa natura bezskalowości jest interesująca przez pryzmat jej niemierzalności, wyrażonej choćby w rozbieżnej wartości momentów określanych na potęgowym rozkładzie stopni węzłów. Spoglądając na problem przez perspektywę ogólności, należy powrócić do wzoru (1.3) jako szczególnego zastosowania matematyki praw potęgowych. Jednak na wyższym poziomie ogólności, mówiąc o dowolnej zmiennej losowej X z rozkładu potęgowego należy odwołać się do definicji

$$P(x) = Cx^{-\alpha} \quad (1.24)$$

opisującej prawdopodobieństwo określonej wartości x -tej zmiennej (np. stopień czy siłę węzła). Ponieważ rozważany jest pewien konstrukt abstrakcji, założymy, że możliwe wartości badanej zmiennej tworzą zbiór nieprzeliczalny – zmienna ciągła. Charakteryzując taką zmienną podajemy gęstość prawdopodobieństwa, która dla (1.24) ma postać [163]

$$P(x) = \frac{\alpha - 1}{x_{\min}} \left(\frac{x}{x_{\min}} \right)^{-\alpha} \quad (1.25)$$

po założeniu, że x_{\min} jest najmniejszą wartością, jaką badana zmienna może przyjmować, a wykładnik $\alpha > 1$; wynik obowiązuje dla stałej C unormowanej do jedności i wynoszącej $C = (\alpha - 1)x_{\min}^{\alpha-1}$.

Wartość średnia zmiennej losowej X z rozkładu potęgowego (1.25) jest równa całce

$$\langle x \rangle = \int_{x_{\min}}^{\infty} xP(x)dx = C \int_{x_{\min}}^{\infty} x^{-\alpha+1} dx \quad (1.26)$$

Wyrażenie to jest rozbieżne dla $\alpha \leq 2$, a więc rozkłady potęgowe opisane wykładnikiem charakterystycznym z tego przedziału mają nieskończoną wartość oczekiwaną (patrz np. rys. 2.21 – region anomalny sieci bezskalowych). Dla metrologa taki wynik jest co najmniej intrygujący, bo przecież można by spytać, w jaki sposób, wykonując pomiary pewnej wielkości, miałbym uzyskać nieskończoną wartość średnią? Tymczasem odpowiedź na to pytanie kryje się w przemilczanym założeniu o skończonej liczbie wykonywanych pomiarów, tj. średnia z określonej (czyli skończonej) liczby wykonanych (czyli mierzalnych, skończonych) pomiarów nie może być nieskończona, ale w wypadku, gdyby dysponować nieskończoną liczbą pomiarów, można by stwierdzić, że średnia wartość badanej wielkości istotnie jest nieskończona. Przeprowadzona analiza dowodzi, że cechy bezskalowości nie można udowodnić w żadnym bezpośrednim pomiarze. O bezskalowości można jednak wnioskować na podstawie wielu serii pomiarowych. Jeśli bowiem prawdziwa wartość średnia pewnej wielkości jest nieskończona, wówczas żadna z wyznaczonych eksperymentalnie wartości średnich tej wielkości nie będzie prawdziwa. Realnym dowodem takiego stwierdzenia jest fakt, że bezskalowość badanych układów przejawia się brakiem powtarzalności i dużymi fluktuacjami uzyskiwanych wyników [144].

Pomimo że dla $\alpha > 2$ średnia wartość (1.26) jest określona, można pokazać, że dla wyższych wartości α kolejne momenty tego rozkładu są rozbieżne. Przykładowo drugi moment rozkładu

$$\langle x^2 \rangle = \int_{x_{\min}}^{\infty} x^2 P(x) dx = C \int_{x_{\min}}^{\infty} x^{-\alpha+2} dx \quad (1.27)$$

jest nieskończony dla $\alpha < 3$ (patrz ultramały świat na rys. 1.21). Oznacza to wprost, że wariancja $\sigma^2 = \langle x^2 \rangle - \langle x \rangle^2$ rozważanego rozkładu i odchylenie standardowe σ jego wartości średniej są nieskończone. W ujęciu metrologii pomimo skończonej wartości pierwszego momentu, wiedza o systemie nie może być precyzyjna. Skoro niepewność oszacowania tego parametru jest nieskończona, jakiegokolwiek statystyczne wnioskowanie o jego wartości traci sens. Formalnie układy o wskazanych cechach określa się mianem bezskalowych, niemierzalnych. W odniesieniu do sieci złożonych, które w praktyce często mają cechy podlegające prawu potęgowemu, z przeprowadzonej analizy wynika,

iz ich niemierzalność może ujawnić się na różnych etapach badania tego typu obiektów. Tę właściwość trzeba także dostrzegać po stronie abstrakcji sieci bezskalowej, pełniącej rolę modelu dla charakteryzacji układów rzeczywistych. Dla rozkładów potęgowych wykazano problem niemierzalności wartości średniej, gdy $\alpha < 2$, przy $2 < \alpha < 3$ niemierzalność wynika z rozbiegania się niepewności σ . Dla wyższych wartości α bezskalowość badanego rozkładu wybranej cechy obiektu będzie związana z niemierzalnością błędu niepewności, a dalej nawet niemierzalnością błędu niepewności. Oczywiście, w kontekście sieci (względem których w niniejszym opracowaniu przyjęto oznaczenie γ dla wykładnika rozkładu potęgowego) jako ostatnią granicę stawia się współcześnie $\gamma > 3$, tj. jako dla regionu eksplorowanego na rzeczywistych danych.

Wychodząc z równania (1.2), algorytmizującego proces przyłączania nowych węzłów do i -tego węzła o k połączeniach, można opisać dynamikę stopnia węzła w modelu sieci postulowanym przez Barabásiego–Alberta, a dalej dokonywać predykcji ewolucji całej sieci w czasie [22]. Takie podejście jest szczególnie efektywne, gdy analizujemy sieci złożone z wykorzystaniem technik modelowania. Z drugiej strony, posługiwanie się pojęciem rozkładu stopni wierzchołków całkowicie określa statystyczne właściwości sieci nieskorelowanych, gdy tymczasem w sieciach rzeczywistych prawie zawsze zachodzą pewne korelacje, związane najczęściej z funkcjonowaniem takiej sieci. Dowodem tego może być wskazana wcześniej tendencja do tworzenia „trójkątów” w sieciach rzeczywistych (patrz opis współczynnika gronowania). Chcąc charakteryzować ewolucję sieci złożonych w kontekście problemu odwrotnego [178, 382, 445, 476], należałoby na początku postawić pytanie typu: czy węzły o dużych stopniach łączą się częściej z podobnie usieciowionymi węzłami? Należałoby zatem zapytać o pewien schemat ewolucji, który może wynikać z istniejących w sieci korelacji. Okazuje się, że w przypadku sieci rzeczywistych niekiedy odpowiedź byłaby twierdząca, w innych przypadkach wręcz odwrotna.

Usystematyzowanie zagadnienia korelacji międzywęzłowych w sieciach złożonych, to także zadanie dla metrologii, tym bardziej że już tylko w jednym z wybranych reprezentantów tego typu struktur – sieciach nieskierowanych funkcjonuje wiele rodzajów korelacji, tj. zależności międzywęzłowych. Najbardziej podstawowe korelacje (tzw. dwuwęzłowe) w sieciach wyraża się przez prawdopodobieństwo $P(k_i, k_j)$, że losowo wybrane połączenie sieci łączy węzły o stopniach k_i oraz k_j . Stwierdzenie czy w badanej sieci zachodzą korelacje między węzłami wymaga porównania tego prawdopodobieństwa z odpowiednim prawdopodobieństwem $P_u(k_i, k_j)$ dla sieci nieskorelowanej o tym samym rozmiarze [112]:

$$R(k_i, k_j) = \frac{P(k_i, k_j)}{P_u(k_i, k_j)} \quad (1.28)$$

Wykorzystując definicję prawdopodobieństwa warunkowego, można powiązać prawdopodobieństwo $P(k_i, k_j)$ z prawdopodobieństwem warunkowym $P(k_i|k_j)$ znale-

zienia na drugim końcu połączenia węzła o stopniu k_i pod warunkiem, że na pierwszym jego końcu znajduje się węzeł o stopniu k_j

$$P(k_i | k_j) = \frac{P(k_i, k_j)}{k_j P(k_j) / \langle k \rangle} \quad (1.29)$$

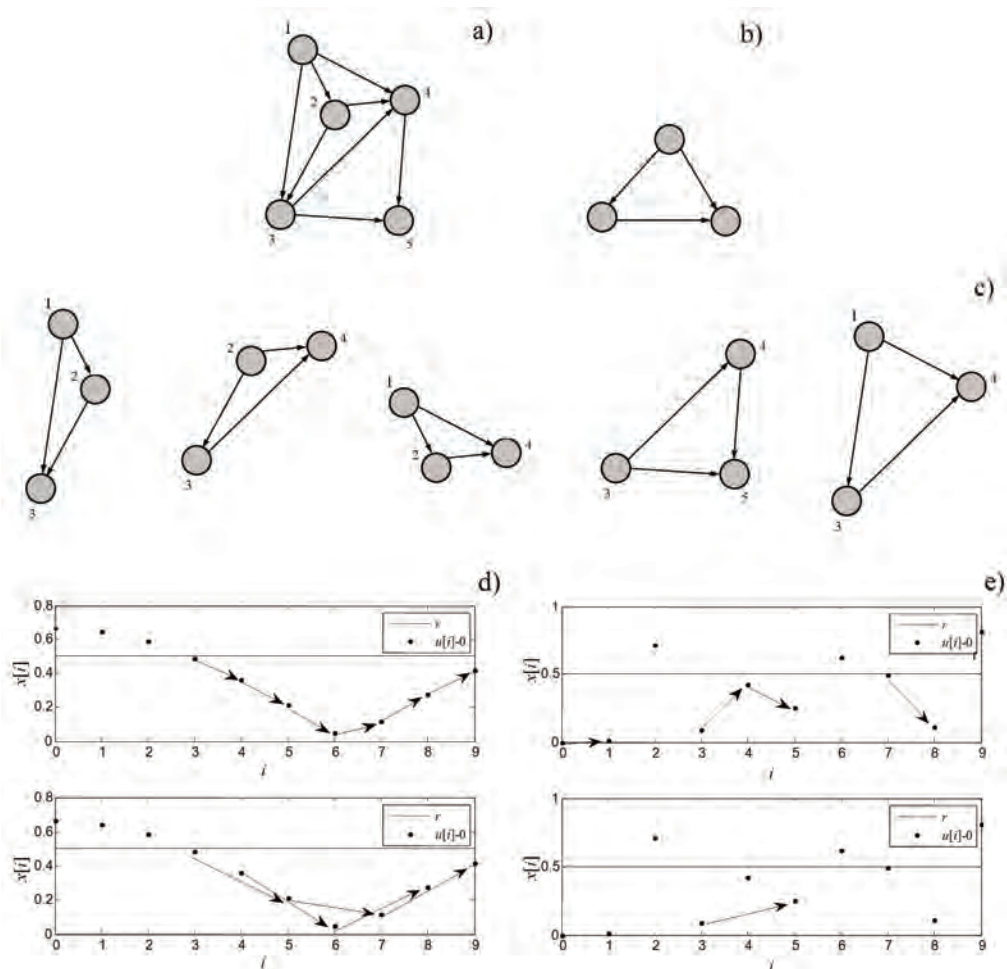
Dalej podane zależności można wykorzystać do zdefiniowania tzw. profilów korelacji, identyfikowanych jako właściwości różnych badanych sieci rzeczywistych. Wyróżnia się trzy podstawowe profile:

- sieć neutralna z typowo losowym rozkładem połączeń między hubami (np. sieci energetyczne),
- sieć asortatywna, gdzie huby dążą do ustanowienia wzajemnych połączeń, unikając przy tym połączeń z węzłami o małym stopniu (WWW, sieć rozsyłanych wiadomości e-mailowych, sieć oddziaływań proteiny-proteiny),
- sieć dysasortatywna z całkowicie unikającymi się hubami, łączącymi się głównie z węzłami o małym stopniu (sieć rozmów w telefonii mobilnej, sieć współpracy naukowej, Internet, sieć cytowań, sieć aktorów).

Opisane tutaj zagadnienia korelacji strukturalnych to tylko wycinek problemów zidentyfikowanych w obrębie sieci złożonych. Proponowane rodzaje korelacji, np. implikujące złożoność funkcjonalną danej sieci, mogą być motywowane innymi przyczynami niż tylko jej struktura. Dodatkowo, oprócz opisywanych tutaj korelacji dwuwęzłowych, można również badać korelacje pomiędzy trzema, czterema i większą liczbą węzłów. Omówiony wcześniej współczynnik gronowania, nieujednociony dotychczas w swej definicji, w pewnym sensie może stanowić przykład korelacji trójwęzłowej. W nauce o sieciach złożonych pojawia się także pojęcie motywu, stanowiące ujednoczenie korelacji wyższych rzędów [295].

Motyw to wzorzec połączeń w sieci, który występuje częściej niż należałoby tego oczekiwać, gdyby badana sieć była całkowicie losowa [144]. Zgodnie z taką definicją można by postawić zadanie identyfikacji w złożonej sieci połączeń motywów o charakterze trójkątów, pięciokątów itp. W zastosowanym tutaj rozumowaniu można też dopatrzeć się podobieństwa względem miar entropijnych, tj. entropia aproksymowana (ang. *approximate entropy* – *ApEn*) czy entropia próbkowana (ang. *sample entropy* – *SampEn*), których algorytmy opierają się na wyszukiwaniu powtarzających się sekwencji w złożonych zbiorach danych i ich późniejszym wykorzystaniu do oceny złożoności i zmienności tych danych i obiektów [80, 343, 362, 471] (patrz rys. 1.22).

Wskazane algorytmy entropijne bazują na porównywaniu podwektorów długości m wzdłuż całego analizowanego zbioru danych (N próbek) dla ustalonego filtra małych szumów r (wielkość ta określa maksymalną wartość różnic poszczególnych składników porównywanych podwektorów, poniżej której uznawane są one za podobne). Do określania istotności motywu wykorzystuje się popularny w statystyce wskaźnik Altmana Z (ang. *Z-score*) [144, 295].



Rys. 1.22. a) przykładowa sieć skierowana, b) motyw poszukiwany w sieci, c) wynik wyszukiwania motywu, d) algorytm entropii próbkowanej – wyszukiwanie podobnych podwektorów w zbiorze danych deterministycznych, e) algorytm entropii próbkowanej – wyszukiwanie podobnych podwektorów w zbiorze danych losowych; szczegóły algorytmu entropii aproksymowanej odnaleźć można, np. w [195, 197, 225, 343, 361]

Prawo małych światów, to zasada wynikająca z obserwacji mniejszej niż się spodziewano wartości średniej odległości między węzłami w sieci $\langle d \rangle$. Intuicyjne jest także to, że odległość powinna zależeć od stopni węzłów, między którymi mierzona jest odległość. W pracy [184] wykazano, że istnieje uniwersalna relacja wiążąca odległość między dwoma wierzchołkami o stopniach k_i oraz k_j :

$$\langle d_{ij} \rangle \sim \log k_i k_j \quad (2.30)$$

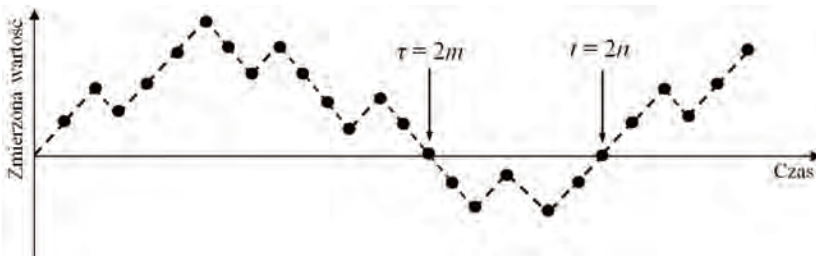
Tak więc k_i oraz k_j skalują średnią odległość między węzłami w sieci i , jak udowodniono w [143], reguła ta pozostaje prawdziwa w dowolnych nieskorelowanych sieciach złożonych, bez względu na charakter rozkładu stopni wierzchołków. Dodatkowo różne korelacje międzywęzłowe nie mają wpływu na sformułowane w (1.30) prawo [183].

1.3. Sieć złożona a problem niemierzalności, efekt skalowania, sieci oddziaływań

Historycznie najpopularniejszym w środowisku metrologów problemem związanym z granicami pomiaru jest pomiar kwantowy wraz ze swym ograniczeniem wynikającym z zasady nieoznaczoności Heisenberga [303]. Jak jednak wskazywano w rozdziale 1.1 i dowodzono w rozdziale 1.2, swym obszarem zainteresowań, opracowanymi metodami i narzędziami, nauka o sieciach złożonych dotyka dodatkowo innej granicy niemierzalności, tj. operującej na pojęciu bezskalowości.

W codziennym życiu zwykło się bazować na pewnych „punktach odniesienia”. Istotnie, niekiedy mają one cechę rozmycia informacji, które ostatecznie eliminuje się z wykorzystaniem np. narzędzi statystyki matematycznej. I tak na przykład wyrażenie „docelowe współrzędne geograficzne: 51.060 °N, 16.200 °E” przynosi jednoznaczną wiedzę, ale już „średni wiek zamążpójścia w Polsce”, „długość życia mężczyzn w Polsce”, „przeciętna polska rodzina”, to frazy obrazujące pewne tendencje. Słyszac „zbiórka na rynku około 19” wiemy, że możliwe jest przyjście kilka minut wcześniej lub później. Pomimo różnic w naturze obiektów, sytuacji, miejsc, czasu itp. wszystkie podane przykłady mają wspólną cechę – dobrze określone wartości średnie, wokół których są rozłożone rzeczywiste realizacje badanych układów. Choćby przez pryzmat takiej średniej umożliwiają zatem jednoznaczne ustalenie (z mniejszą lub większą dokładnością) pewnych punktów odniesienia oraz skali, w jakiej należy te obiekty rozpatrywać. Z perspektywy metrologii można mówić o naturalnej, wrodzonej skali, w jakiej dane obiekty funkcjonują, a więc zagadnienie dokładności ich analizy warunkowane jest wykorzystywanymi metodami i narzędziami pomiarowymi. Trzeba też zauważyć, że wiele rzeczywistych układów i zjawisk ma taką naturalną skalę także pośród tych, które bada się w ramach nauki o sieciach złożonych. Z drugiej strony w ostatnich latach prężnie rozwija się motywowana eksperymentalnie teoria procesów stochastycznych, która w swej aplikacyjnej warstwie opisuje obiekty i zjawiska niemające określonej wartości średniej, tj. których wartość średnia nie istnieje, jest nieskończona lub błąd związany z jej oszacowaniem jest na tyle duży, że stawia pod znakiem zapytania wiarygodność wykonanych pomiarów. Jak powiedziano to we wcześniejszych podrozdziałach, o takich układach mówi się, że są bezskalowe lub niemierzalne i jak się okazuje teoria sieci wraz ze swymi obiektami, tj. sieciami oraz ich cechami, obejmuje także ten oryginalny nurt badań i zastosowań.

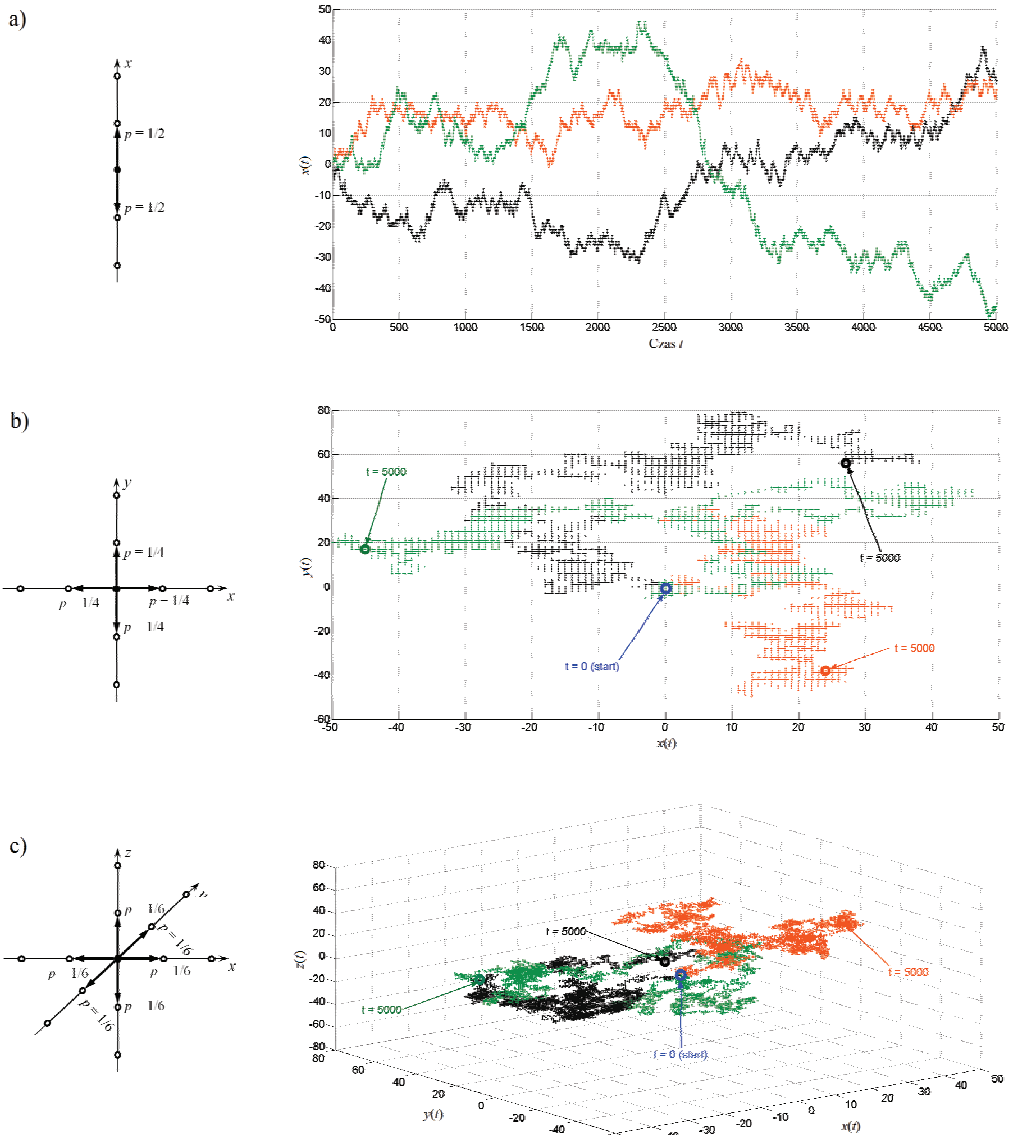
Wspomniane wcześniej narzędzia entropii aproksymowanej i próbkowanej zaprojektowano na potrzeby ekstrakcji informacji na temat obiektów złożonych z zarejestrowanych w nich złożonych zbiorów danych. Prócz wymiaru praktycznego, tj. związanego z wydobywaniem użytecznych informacji o systemie, zainteresowanie naukowe pada w tym wypadku na samą koncepcję pomiaru. Rodowodu jej można poszukiwać w procedurach analizy szeregów czasowych, korzystających z dostępnych metod matematyki deterministycznej czy statystyki matematycznej, w tym procesów stochastycznych. Biorąc pod uwagę pojęcia sieci, możliwe jest spojrzenie na ciąg danych właśnie przez pryzmat sieci (rys. 1.23), co prowadzi zarówno do rozwoju metod i narzędzi w obrębie samej koncepcji sieci złożonej, jak i ciekawych wyników na temat badanych obiektów rzeczywistych.



Rys. 1.23. Charakterystyczna zmienność czasowa wartości mierzonego w systemie parametru (np. położenie cząstki względem punktu jej wyjścia), formująca rodzaj jednowymiarowego łańcucha węzłów; zmienne τ oraz t wskazują, że cząstka może wrócić do położenia wyjściowego jedynie po wykonaniu parzystej liczby przeskoków (gdzie $n, m = 0, 1, 2, \dots$)

Co do samej mierzalności, rodzić się może pytanie, o jaki jej rodzaj chodzi. Czy podobnie do pomiaru kwantowego, wyznaczenie jednej charakterystyki wiąże się z niemierzalnością innej? Problem ten można zobrazować na podstawie modelu błędzenia przypadkowego (rys. 1.24), dla którego G. Pólya wykazał, iż statystyczne właściwości cząstki błędzącej przypadkowo po sieci regularnej (jedno-, dwu- lub trójwymiarowej) zależą od wymiaru sieci [357, 359]. Jeśli cząstka porusza się po sieci jednowymiarowej, wówczas jest pewne, że po jakimś czasie powróci do punktu, z którego rozpoczęła wędrówkę (na przykład $x = 0$ – patrz rys. 1.23 i 1.24). Rysunek sporządzony dla trzech przykładowych trajektorii cząstki w jednowymiarowym łańcuchu węzłów (a) oraz w sieci dwuwymiarowej (b) i trójwymiarowej (c) można postrzegać w sposób bardziej ogólny, tj. dla dowolnych i różnych wielkości (właściwości), co koncepcyjnie odtwarza możliwość ich ewolucyjnego (i informacyjnego) splątania w sensie sieciowego pojęcia wielodzielności i wielowymiarowości [52]. Prawdopodobieństwo, że pierwszy powrót nastąpi w chwili τ opisuje rozkład potęgowy

$$F(\tau) \propto \frac{1}{\tau^{3/2}} \quad (1.31)$$



Rys. 1.24. Schematyczne przedstawienie idei błądzenia przypadkowego w sieci regularnej: a) jedno-, b) dwu- i c) trójwymiarowej. Mechanizm błądzenia przypadkowego cząstki zrealizowano w schemacie jednakowo prawdopodobnych jej przeskokiów w kolejnych chwilach czasowych z aktualnej lokalizacji do jednego z położenia sąsiadujących

Pewność (a więc jednoznaczność w sensie pomiarowym), że cząstka ponownie odwiedzi punkt $x = 0$ przynosi tylko częściową określoność układu, jako że rachunki

pokazują, iż średni czas $\langle \tau \rangle$ oczekiwania na powrót cząstki do tego punktu jest nieskończony:

$$\langle \tau \rangle = \int_0^{\infty} \tau F(\tau) d\tau \propto \int_0^{\infty} \frac{1}{\sqrt{\tau}} d\tau = \infty \quad (1.32)$$

Wraz ze wzrostem wymiaru sytuacja dotycząca pomiaru ruchu cząstki jeszcze bardziej się komplikuje. Istnieje skończone prawdopodobieństwo, że cząstka błądząca po sieci regularnej o wymiarze $d > 2$ nigdy nie wróci do punktu, z którego rozpoczęła swoją wędrówkę (dla $d = 3$ prawdopodobieństwo to wynosi ok. 0,66) [144].

Jeśli podczas opisanego błądzenia elementarne przemieszczenie cząstki nie uprzywilejowuje żadnego kierunku, tzn. z jednakowym prawdopodobieństwem cząstka może przejść w prawo lub w lewo o jednostkową odległość $x_i = \pm 1$, wówczas jej średnie położenie po czasie t wynosi

$$\mu_t = \left\langle \sum_{i=1}^t x_i \right\rangle = t \langle x_i \rangle = 0 \quad (1.33)$$

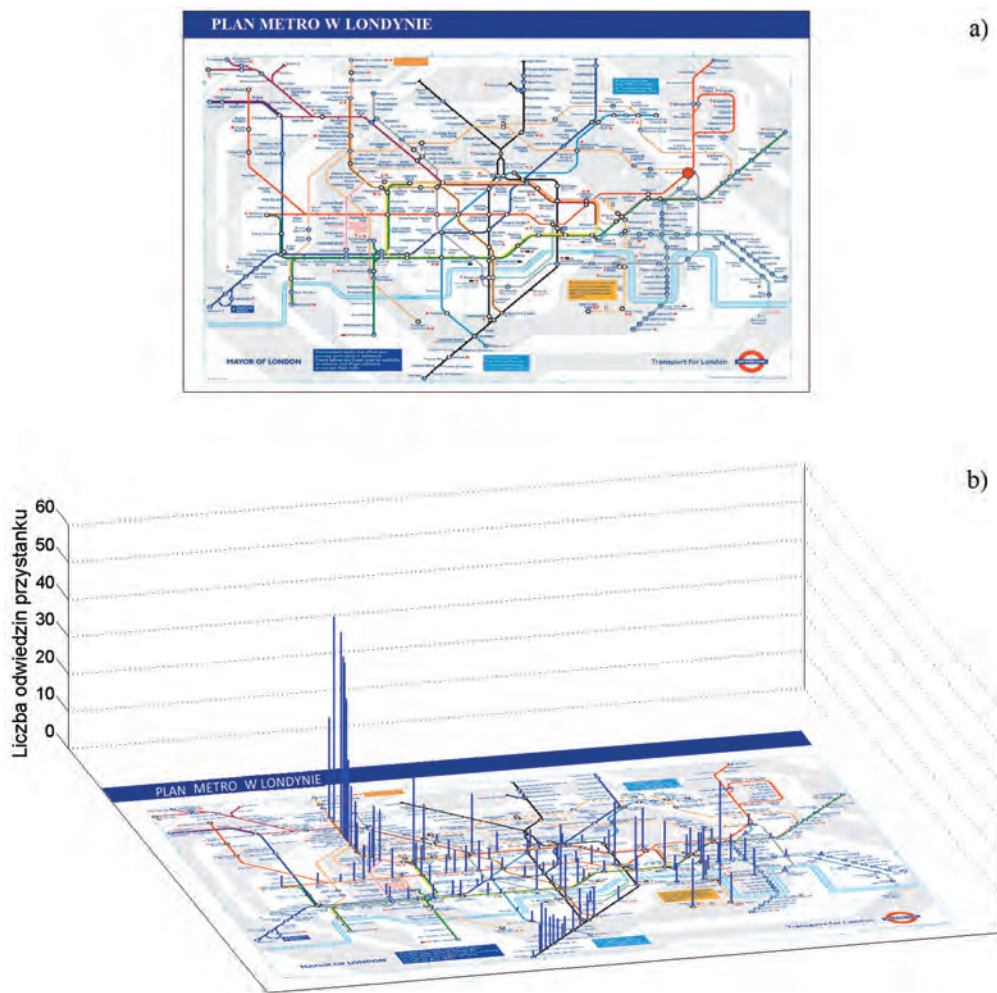
Mierzalny jest także błąd oszacowania powyższej wielkości:

$$\sigma_t = \sqrt{\sum_{i=1}^t (x_i - \langle x_i \rangle)^2} = \sqrt{t \langle x_i^2 \rangle} = \sqrt{t} \quad (1.34)$$

W ogólności konsekwencje uzyskanego wyniku dla pomiarów korzystających z pewnych punktów odniesienia (skali) przynoszą odpowiedź na postawione pytanie. Chociaż nie istnieje odpowiednia skala czasu, w której należałoby badać zagadnienie powrotu cząstki błądzącej przypadkowo do punktu początkowego jej wędrówki, to przestrzenna lokalizacja cząstki jest dobrze określona (mierzalna). Co więcej, można także zmierzyć błąd takiego oszacowania. Z przeprowadzonego rozumowania dowiadujemy się, że układ mierzalny pod jednym względem, pod innym może okazać się bezskalowy, albo inaczej, niemierzalność jednej cechy badanego układu nie musi wpływać na mierzalność innych cech tego układu. W przeanalizowanym ruchu błądzącym cząstki Pólya wskazał bowiem, iż statystyczne właściwości cząstki, tj. chwilowe położenie cząstki i czas powrotu do punktu początkowego, zależą nie tyle od siebie nawzajem ile od wymiaru sieci.

Kolejne pytanie, które rodzi się przy okazji prowadzonych analiz może dotyczyć tego jaki związek ma błądzenie przypadkowe z teorią sieci. W bezpośrednio sformułowanej uwadze ogólnej wskazano powyżej, że już sam szereg czasowy może być rozpatrywany przez pryzmat teorii sieci (graficznie ideę zaprezentowano na rys. 1.23). Można także skorzystać z uzyskanych wyników szczegółowych, dotyczących błądzenia przypadkowego cząstki, do generowania charakterystyk sieci o innej naturze, tj. do symulacji komputerowych. Skoro bowiem pierwszy moment $\langle \tau \rangle$ jest nieskończony, to błądzenie przypadkowe, odtwarzając mechanizm powstawania rozkładów potęgowych

(niemierzalnych), staje się rodzajem narzędzia do ich syntetycznego generowania. Przykład takiego zastosowania pokazano na rys. 1.25. Odtworzona sytuacja dotyczy teraz grafu nieregularnego modelującego sieć połączeń londyńskiego metra. Można sobie wyobrazić sytuację, w której tysiąc przyjezdnych fanów pewnego zespołu piłkarskiego, załamana porażką swoich pupili, wychodząc ze stadionu błądzi nie tylko



Rys. 1.25. Schemat połączeń i przystanków w nieregularnej sieci londyńskiego metra a) oraz symulacja odtwarzająca częstotliwość odwiedzin przystanków przez tysiąc przyjezdnych fanów pewnego zespołu piłkarskiego opuszczających stadion b)

pośród zagubionych myśli, ale także pośród przystanków rozlokowanych wzdłuż linii metra. Implementując mechanizm błądzenia przypadkowego, możliwe było wygene-

rowanie charakterystyki opisującej częstotliwość odwiedzin przystanków (węzłów sieci), spełniającej kryterium bezskalowości. Posługując się językiem metrologii można by stwierdzić, że podczas symulacji numerycznej wykorzystano wzorec procesu bezskalowego wygenerowany na podstawie mechanizmu błędzenia losowego.

Badanie układów niemierzalnych (bezskałowych), systematyzowanie wiedzy na ich temat ma także swoje motywy praktyczne. Wynikają one z charakterystycznego kształtowania relacji w obrębie analizowanego układu, a ściślej z jego ewolucji. Dokonane w tym zakresie obserwacje ułatwiły lepiej zrozumieć, np. specyfikę rozprzestrzeniania się informacji i chorób w społecznościach uosabiających systemy złożone. Znaczenie praktyczne rozpatrywanych wcześniej niemierzalności jest jednorodne, tzn. w rzeczywistych układach manifestują się one w podobny sposób. Obok zdarzeń o małych lub średnich rozmiarach (np. ludzi o niewielkich dochodach, bankructw niedużych firm, lokalnych podtopień) będą pojawiały się zdarzenia ekstremalne, o rozmiarach porównywalnych z rozmiarami całych układów (ludzie o dochodach porównywalnych z dochodami całych społeczeństw, globalne kryzysy finansowe, wzrost poziomu wód wywołany globalną zmianą warunków termicznych). O ile wiemy, iż w sieciach złożonych odpowiadają im huby (węzły o bardzo dużej liczbie połączeń), to już ścisły i kompletny opis samej ewolucji procesów nie jest taki oczywisty. Przeprowadzona analiza i podane przykłady wskazują, że skala/skałowanie układu ma w tym względzie znaczenie zasadnicze, a między innymi przez te pojęcia, w pewnych okolicznościach, teoria sieci implikuje wprowadzenie mechanizmu sieci oddziaływać ma miejsce pól oddziaływać.

Skalowanie jest związane z pojęciem podobieństwa obiektów i odnosi się do relacji, gdzie jedna wielkość charakteryzująca rozważany obiekt zależy od drugiej w sposób potęgowy. Znane od czasów Euklidesa podobieństwo geometryczne dwóch figur zakłada wykonalność transformacji na jednej z nich (proporcjonalne powiększenie lub pomniejszenie), tak by w wyniku otrzymać drugą. Należy także wyróżnić szczególny przypadek podobieństwa – samopodobieństwo, zakładające niezmienniczość cech obiektu podczas jego podziału na mniejsze części; figura jest samopodobna, jeśli można ją podzielić na części podobne do całości. Przykładem obiektu samopodobnego jest odcinek prostej, który można podzielić na mniejsze części zachowujące cechy oryginału. Analogicznie dowodzi się samopodobieństwa trójkątów, kwadratów i wielu innych figur geometrycznych. Dla nauki podane przykłady mogą być elementarnymi demonstratorami koncepcji samopodobieństwa, ale interesujące badawczo są obiekty o znacznie bardziej złożonej strukturze, poczynając od zbioru Cantora czy trójkąta Sierpińskiego, a kończąc na interesujących nas obiektach o systematyce sieciowej, stanowiącej konsekwencję teorii sieci złożonych. W takim razie samopodobieństwo to w pewnym sensie synonim bezskalowości, gdyż bez względu na skalę obserwacji cechy obiektu pozostają niezmiennicze – na przykład bezskalowość fraktali deterministycznych polega na tym, że bez względu na przyjętą skalę wyglądają one tak samo. Wyrażając takie spostrzeżenie w sposób formalny, jeśli $g(b)$ jest pewną funkcją para-

metru przeskalowania, wówczas stosunek liczby $N(x)$ pewnych charakterystycznych elementów strukturalnych o rozmiarze x do liczby $N(bx)$ takich samych elementów, tylko badanych w zmienionej skali (mających rozmiar bx) jest stały i zależy tylko od b :

$$N(bx) = g(b)N(x) \quad (1.35)$$

W wypadku fraktali losowych (np. samopodobieństwo statystyczne w modelu Isinga, linia brzegowa Wielkiej Brytanii), prawo (1.35) wyraża się w sposób bardziej ogólny:

$$P(bx) = g(b)P(x) \quad (1.36)$$

gdzie $P(bx)$ oraz $P(x)$ opisują prawdopodobieństwo znalezienia powtarzalnych elementów badanego obiektu (tutaj: fraktala) o rozmiarach odpowiednio x i bx .

Koncepcyjnie pojęcie samopodobieństwa można w nieskomplikowany sposób rzutować na systematykę sieci, poszukując w nich proporcji na zasadzie relacji (1.35) czy (1.36), np. pomiędzy stopniami węzłów czy ich rozkładami. Wiążąc to spostrzeżenie z faktem, iż bezskalowość nie może istnieć bez praw potęgowych [144], dla metrologii operującej w reżimie nauki o sieciach złożonych istotnym zadaniem staje się poszukiwanie i opisywanie mechanizmów algebraicznych i procesów stochastycznych prowadzących do generowania potęgowych rozkładów prawdopodobieństwa, mechanizmów, które mogłyby być adaptowane do modelowania sieci. Chcąc analizować układy bezskalowe, z zapisaną w ich naturze niemierzalnością, oraz traktując sieć jako swego rodzaju etalon przez badanie „generatorów” sieci, dochodzimy do pojęć pierwotnych dla nauki o sieciach zarówno w jej warstwie abstrakcji, jak i aplikacji. Przykładem mechanizmu algebraicznego, pomijającego dynamikę badanych układów, a koncentrującego się na algebraicznych zależnościach między różnymi zmiennymi losowymi charakteryzującymi je, jest metoda składania zależności wykładniczych [5]. Do algebraicznej generacji potęgowych rozkładów prawdopodobieństwa można także wykorzystywać potęgowe zależności między zmiennymi losowymi [160]. Z kolei spośród mechanizmów opartych na procesach stochastycznych, prócz opisanego modelu błędzenia przypadkowego, popularne jest posługiwanie się procesami Yule’a [20, 353, 388, 470] czy multiplikatywnymi procesami stochastycznymi [358].

Realizacja zadań pomiarowych pokazuje, że opis obiektów przebywających w stanie stabilnym zazwyczaj nie przedstawia zasadniczego problemu. Nietrywialne stają się natomiast rozwiązania w okolicach przejść pomiędzy stanami układu, które związane są z jakimś rodzajem niestabilności, generując przejściowe właściwości i procesy o charakterze krytycznym. W przypadku nauki o sieciach dużą rolę odegrało w tym względzie pojęcie przejść fazowych, szczególnie tzw. ciągle przemiany fazowe, nazywane też przemianami drugiego rodzaju [462]. Tego rodzaju przejścia zwykło się charakteryzować jako burzliwe, a w pobliżu punktów krytycznych, w których takie przemiany zachodzą, badane układy stają się niezwykle podatne na różne zaburzenia. W efekcie nawet niewielka zmiana parametrów zewnętrznych

powoduje ogromne, lawinowe zmiany, czemu z kolei towarzyszą duże fluktuacje parametrów wewnętrznych charakteryzujących rozpatrywany system. Owe fluktuacje są też rodzajem markera zaświadczającym o zbliżaniu się układu do punktu przemiany. Z rodzajem nieprzewidywalności spotykamy się nie tylko w układach rozpatrywanych w ramach procesów termodynamicznych. Istotne problemy i analogie możemy dostrzec choćby w przepływie burzliwym cieczy czy w specyfice rozprzestrzeniania się chorób cywilizacyjnych. Wszystkie one są przedmiotem zainteresowania nauki o pomiarach, a w sensie podstawowym metrologia uwzględnia zadania systematyzowania wiedzy na temat trudno przewidywalnych stanów przejściowych. Ewolucji układów (w sensie strukturalnym i funkcjonalnym) doświadczamy nieustannie. Choćaby Wielki Wybuch postrzegany w skali makro jako wyraźny punkt krytyczny na tle historii Wszechświata, wprowadzający nową systematykę układu, kojarzony ze zmianą jego uporządkowania i entropii, nie zakończył zmian w obiekcie badanym przez kosmologię, a raczej przeniósł go w inny reżim organizacji, który właśnie z perspektywy makro nazywalibyśmy stanem równowagi, a który z kolei w skali mikro zaświadcza o nieustannym przebiegu procesów. Co ciekawe, duże fluktuacje i podatność w pobliżu punktów krytycznych wynikają z tego, że w obszarze tym układy stają się bezskalowe, tj. można je opisać prawami potęgowymi [20]. Tym samym o zjawiskach krytycznych towarzyszących przemianom fazowym można mówić jako o mechanizmach generowania praw potęgowych, choć wciąż niedostatecznie zbadanych (zmierzonych). Obserwowanie dochodzenia układów do ich równowagowych położeń, to także nośnik konkretnych informacji o analizowanych obiektach. Nie intuicyjnie, lecz wiedzeni zasadami termodynamiki i pojęciem entropii zwykliśmy bowiem łączyć pojęcie porządku z ładem i symetrią oraz z zachowaniem układu dążącego do pewnego stanu równowagowego. Jest to dodatkowy powód zainteresowania przemianami fazowymi i sieciami jako narzędziem ich opisu. Otóż od dawna wiadomo, że przemiany fazowe można obserwować jedynie w układach, w których występują oddziaływania między mikroskopowymi składnikami układu [21]. Brak oddziaływań upoważnia redukcjonistów do stosowania swoich metod opisu systemów – zachowanie układu jest wypadkową zachowań jego oddziałujących podukładów, np. gaz doskonały i brak w nim przemian fazowych. Natomiast w układach z oddziaływaniami przejścia fazowe to wyraz samoorganizacji wynikający z ich dążenia do pożądanego fizycznie stanu równowagi. Dla takich układów, motywowana obserwacją układów rzeczywistych nauka o sieciach postuluje opis przenoszenia oddziaływań nie za pośrednictwem pola oddziaływań (jak np. pole grawitacyjne czy elektromagnetyczne), lecz z wykorzystaniem nośnika w postaci sieci oddziaływań. Najprostszym przykładem są stosunkowo regularne sieci ciał stałych, których analiza umożliwia projektowanie coraz to lepszych użytkowo materiałów – zwyczajowo odkrywcy nowych materiałów próbują tłumaczyć ich właściwości w odniesieniu do specyfiki tworzonej sieci [61, 124], włącznie z popularnym dziś grafenem [81, 187].

Obiektem o licznych zastosowaniach praktycznych, charakterystycznym dla fizyki statystycznej przemian fazowych, jest motywowany eksperymentalnie model Isinga [6, 26, 398]. Można go zdefiniować wszędzie tam, gdzie daje się wyróżnić pewną sieć punktów przestrzennych. Każdemu węzłowi takiej sieci przypisuje się zmienną $s_i = \pm 1$ nazywaną spinem, wynikającą z nominalnego przeznaczenia modelu – opis zachowania i właściwości magnetyków. Definiuje się także oddziaływania porządkujące, tj. zależny od temperatury mechanizm orientowania sąsiednich spinów tak, by miały takie same wartości. Dodatkowo skłonność spinów do porządkowania może być profilowana przez zewnętrzne pole magnetyczne. Jeśli chodzi o architekturę sieci w modelu Isinga, nie obowiązuje ograniczenie co do regularności jej topologii, co w ostateczności implikuje przestrzeń dla systemów fizycznych o różnej naturze.

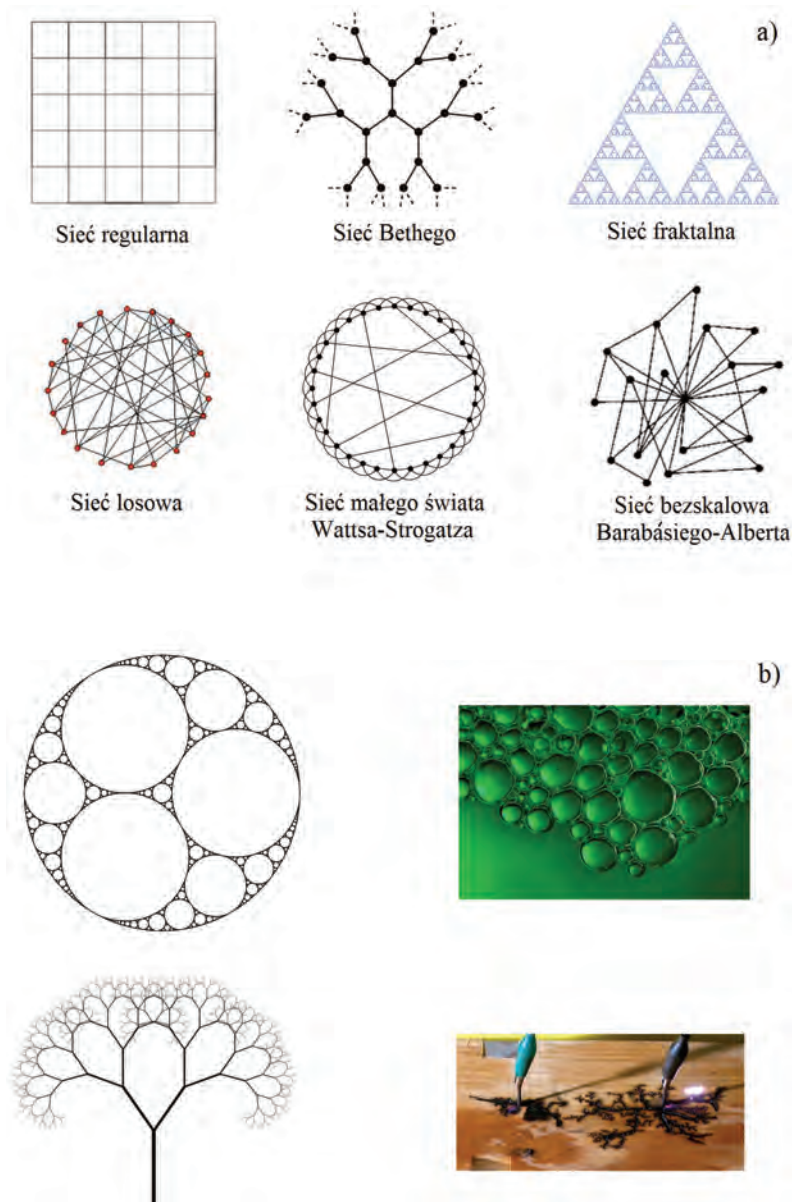
Udowodniono, że w punkcie przemiany fazowej model Isinga jest bezskalowy przestrzennie, a tzw. charakterystyczna odległość korelacji jest nieskończona [43]. Wymowa tego faktu jest taka, że nawet bardzo odległe spiny są ze sobą skorelowane, oddziałując na swoje wartości. Te dalekozasięgowe korelacje objawiają się znaczącą podatnością układów krytycznych na niewielkie nawet zmiany warunków zewnętrznych i fluktuacje parametrów wewnętrznych.

Ponadto bezskalowość układów w otoczeniu punktów krytycznych otwiera te układy na działanie półgrup renormalizacji na zbiorze parametrów tych układów (ich modeli, np. sieci bezskalowych). Z perspektywy pomiaru prowadzonego w ramach pojęcia sieci (zakorzonego w fizyce statystycznej) praktyczna realizacja renormalizacji umożliwia usunięcie z układu nieistotnych stopni swobody [457]. Statystyczna niezmienniczość względem takiej transformacji (przejścia od jednego modelu o danych parametrach do innego modelu o innych wartościach parametrów – przejście pomiędzy różnymi skalami układu – z zachowaniem jakości rekonstrukcji cech mierzonego układu), np. niezmienniczość przestrzenna modelu Isinga, dowodzi, że w stanie krytycznym model ten jest samopodobny, jest fraktalem.

Pojęcie fraktala ściśle wiąże się ze skalowaniem i samopodobieństwem geometrycznym. Inaczej jednak niż w przypadku typowych obiektów jak odcinek, kwadrat czy sześciąt, których wymiar topologiczny jest liczbą naturalną, fraktal cechuje niecałkowita wartość tego wymiaru (co tłumaczy problemy z ich pomiarem). Ze względu na nietrywialną strukturę fraktali, trudno jest opisywać je w języku tradycyjnej geometrii euklidesowej, a o samopodobieństwie wnioskuje się nie tyle w sensie dokładnym, ile przybliżonym, stochastycznym [67, 68]. A więc fraktale, to krzywe, powierzchnie czy bryły mające tak złożoną budowę, że pomiar ich długości, pola powierzchni czy objętości nie ma sensu. W tym rozumieniu o obiektach takich mówi się jako o niemierzalnych, bezskalowych. Natomiast stopień złożoności takich obiektów ocenia się, badając jak szybko wzrasta ich długość (np. długość linii brzegowej Wielkiej Brytanii), powierzchnia czy objętość, gdy pomiar dokonywany jest z coraz większą dokładnością.

Ponieważ nauka o sieciach złożonych motywowana jest danymi eksperymentalnymi, to będąca domeną abstrakcji izometria nierzadko przestaje obowiązywać

w świecie obiektów rzeczywistych na rzecz innych zasad skalowania, np. allometrycznego w biologii [377]. Nietrudno także dopatrzeć się fraktalnej natury sieci rzeczywistych (rys. 1.26), które skłaniają do poszukiwań i opisu ich równoważników



Rys. 1.26. Podstawowe topologie sieci wykorzystywane w opisie systemów a) oraz przykładowe sieci fraktalne – modele teoretyczne spotykane w naturze b)

w świecie abstrakcji rozwijanej nauki o sieciach. Zresztą w swych pionierskich pracach West i in. [454, 455], doszukując się analogii między maksymalizacją matematycznych reguł skalowania i darwinowskim prawem doboru naturalnego, przekonywali, że organizmy żywe wykształciły najefektywniejsze sieci dystrybucyjne. Co ciekawe, fraktalność sieci i ewolucję sieci złożonych można badać z użyciem miar dobrze znanych z metod dynamiki nieliniowej, np. wykładnika Lyapunowa, wymiaru samopodobieństwa czy wymiaru pudełkowego [234, 324]. Pokazuje to rozległość fundamentów teorii sieci, jej elastyczność i zakres opisu, także w odniesieniu do metrologii.

1.4. Informacja w metrologii korzystającej z teorii sieci

Propozycja nowej systematyki reprezentacji systemów (jak np. reprezentacja sieciowa) umożliwiająca ich obiektywną i powtarzalną charakteryzację jakościową i ilościową, w ujęciu metrologii nierozzerwalnie wiąże się z pojęciem informacji. Sama obserwacja związana z jednokrotnym przeprowadzeniem aktu pomiarowego dostarcza zwykle informację jakościową, subiektywną, niepowtarzalną. Z tego względu metrologia rozważa zespół czynności związanych z pomiarami, które prowadzą do obiektywizacji stwierdzeń na temat obiektów otaczającej rzeczywistości, uwzględniając zagadnienia dokładności i powtarzalności dokonanych oszacowań (wyekstrahowanej informacji). Z rysunków 1.11 i 1.12 dowiadujemy się, że informacja ma swoje źródło i wyjście (wynik obserwacji w sensie pomiarowym), charakterystyczne punkty toru, pomiędzy którymi krążąc ulega przetworzeniu. W tym rozumieniu, w ramach zadania pomiarowego tworzy się pewien kanał komunikacyjny determinujący warunki przesyłu i dystrybucji informacji pomiarowej. Faktem jest, iż nadrzędny cel pomiaru to zdobycie kompletnej wiedzy na temat obserwowanego obiektu. Równolegle jednak funkcjonuje świadomość, że jakość i liczba informacji dostępnej, tj. zarejestrowanej na wyjściu przez obserwatora warunkowana jest charakterystyką nośnika informacji oraz toru, w którym pierwotna informacja krąży, a także zaistniałymi w nim zakłóceniami.

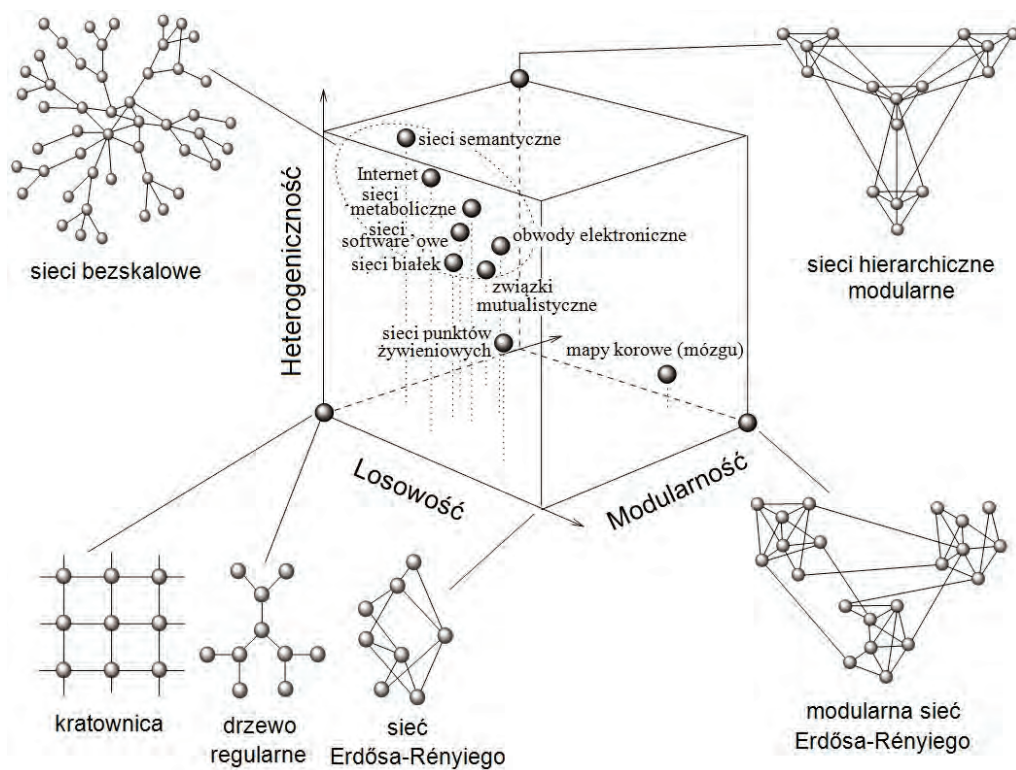
Informacja jest pewnego rodzaju relacją między obiektami, związaną ze zmianą stanu jednego z nich i tym samym ze zmianą jego nieokreśloności, i z natury ma ona charakter kwantowy. Informacje o dowolnym obiekcie można uzyskać jedynie za pomocą materialnego współoddziaływania z tym obiektem. Stwierdzenia te wskazują na fizyczne znaczenie pojęcia informacji w obrębie metrologii, analogicznie do interpretacji Landauera [255, 256] przynoszonej w konkluzji, że informacja jest zjawiskiem fizycznym. Najprościej rozumując, można zapytywać o ilość energii wymaganej do odświeżania informacji, jej jednostkowej dystrybucji w przestrzeni fizycznej

(np. sieci) itd. W zaproponowanym tutaj toku rozumowania pojawiają się zatem procesy operujące na informacji tożsame z operacjami podejmowanymi przez teorię informacji. Landauer dostrzega jednakże różnice między tymi schematami. Argumentował on, że zamiast być abstrakcyjną wielkością dostarczającą pożywki dla intensywnych, matematycznych dyskusji w tekstach podejmujących teorię informacji, jest ona zawsze przypisana do pewnej fizycznej reprezentacji. Bez względu czy jest to spin, ładunek, wzorec pochodzenia ludzkiego czy konfiguracja powstała w efekcie „projektowego” operowania natury, informacja zawsze związana jest z pewnym procesem fizycznym takiego czy innego rodzaju (ten rodzaj elastyczności wobec natury nośnika informacji możemy także obserwować w obrębie sieci rzeczywistych, ale też samej metrologii). W konsekwencji informacja jest fizykalna w takim samym sensie jak entropia i energia. Formułując koncepcję entropii na potrzeby teorii informacji, Shannon założył, że entropia nie jest wyrazem zawartości informacyjnej ani pojedynczego elementu zbioru, ani całości zbioru. Entropia wyraża natomiast przeciętną informatywność elementów zbioru określoną *a priori* przez rozkład prawdopodobieństwa w zbiorze możliwości oraz przeciętną ilość deficytu danych, które informowany ma przed otrzymaniem komunikatu [384]. O zasadności adaptacji pojęcia entropii dla sieci złożonej świadczy fizykomatematyczny rodowód obydwu pojęć (sieć, entropia).

Koncepcja sieci złożonej przez pryzmat informacji integrującej podejścia matematyczne, fizyczne, związane z nauką o pomiarach czy teorią informacji, staje się konceptem ogólnym i interdyscyplinarnym, ponieważ sieci same w sobie mogą być źródłem, a zarazem medium informacji. Z opisu tego wynika również uzasadnienie dla charakteryzacji sieci w kontekście ich cech topologicznych i funkcjonalnych w odniesieniu do pojęcia informacji. Kluczowe w tym względzie stają się kwestie związane z heterogenicznością, losowością i modularnością cech sieci (rys. 1.27). Pierwsza cecha – heterogeniczność – odzwierciedla różnorodność rozkładu połączeń. Druga, tj. losowość, mierzy poziom losowości zaangażowanej w procesie budowania/ewolucji sieci, natomiast modularność wskazuje na blokowość w organizacji jej architektury i/lub cech.

Jak komentowano we wcześniejszych podrozdziałach, bogactwo topologiczno-funkcjonalnych form sieci to efekt działania różnych mechanizmów warunkujących ewolucję sieci, np. preferencyjne przyłączanie, optymalizacja, „bogaci stają się jeszcze bardziej bogatsi”. I jak się okazuje, pomimo dywersyfikacji w architekturze i skończonej przepustowości sieci, nierzadko jest tak, iż dane zadanie może być zrealizowane w kilku różnych topologicznie układach (dobrym tego przykładem są sztuczne sieci neuronowe). Z drugiej strony, zupełnie inna specyfika względem obecności i propagacji różnego rodzaju zakłóceń (np. usunięcie połączenia) zwyczajowo przypisana jest sieciom genetycznym czy sieciom metabolicznym i strukturom syntetycznym, jak np. układy elektroniczne. Mianowicie, w sieciach biologicznych uszkodzenie „wysoce” połączonych komponentów zazwyczaj prowadzi do uszkodzeń systemu (np. na poziomie komórkowym), ale już uszkodzenie genu (wskutek mutacji czy zaistnienia pewnej zmiany

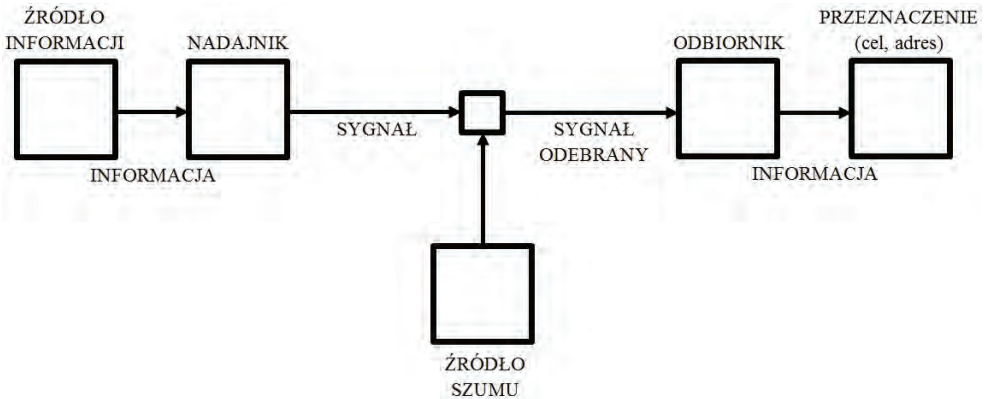
przejściowej) często „buforowane” jest przez pozostałą część systemu. Nie jest to udziałem układów elektronicznych czy sieci softwarowych – uszkodzenie któregośkolwiek z elementów (dla przykładu losowo wybranej diody) zazwyczaj prowadzi do niepoprawnej pracy całego systemu, bez względu na liczbę połączeń danego elementu (tj. stopnia węzła) z innymi elementami w topologii sieci. Przed metrologią operującą na teorii sieci złożonych stają zatem kluczowe, otwarte pytania względem generalizacji informacyjnej klasyfikacji układów o wymienionych cechach. Opierając się na analogii do kanału informacyjnego, jako modelu swą abstrakcją operującego na informacyjnej strukturze dystrybucyjnej sieci, można przykładowo zapytywać o przepustowość sieci (C). Jak wskazuje Solé [395], nie istnieje ogólna metoda obliczania C dla dowolnego kanału – miarę tę można szacować dla konkretnych przypadków.



Rys. 1.27. Przestrzeń wybranych, ogólnych, jakościowych cech sieci złożonych; charakterystycznym jest, że obszar wysoce heterogenicznych, losowych sieci hierarchicznych jest znacznie częściej reprezentowany w rzeczywistości aniżeli pozostałe

Kanał komunikacyjny to medium wykorzystywane do transmisji sygnału od nadajnika do odbiornika (rys. 1.28). W praktyce można go sobie wyobrazić jako pewną konfigurację przewodów elektrycznych, pasmo częstotliwości radiowych, wiązkę

światła itp. Nie jest też wyjątkiem to, że elementy te konfigurowane są w struktury sieciowe, łączące wybrane punkty układu, realizujące zadania związane z wykorzystaniem informacji dystrybuowanej w sieci.



Rys. 1.28. Schemat kanału komunikacyjnego

Tak samo jak mówi się o kwantyfikacji ilości informacji pierwotnej, tj. pochodzącej ze źródła, tak i kanał ma swoją pojemność związaną ze zdolnością do transmitowania określonej ilości informacji w jednostce czasu [384]. Na tym etapie rozważań intuicyjne jest także to, że postrzegając sieć jako swoisty kanał komunikacyjny i biorąc pod uwagę różnorodność topologiczną sieci modeli, relacja pomiędzy informacją pochodzącą ze źródła i zarejestrowaną na wyjściu będzie ściśle związana z cechami koncepcyjnie i praktycznie wyrażonego konstruktowi sieci. Nominalnie jednak, w odniesieniu do wyników rozważań zaprezentowanych przez Claude'a Shannona [384], dystrybucję informacji można by postrzegać przez pryzmat ewolucji sieci mającej swój początek w dyskretnym źródle informacji reprezentowanym graficznie przez struktury sieciowe (w pracy [384] zawarto przykłady grafów dla różnych procesów stochastycznych z klasy dyskretnych procesów Markowa). Wskazano tam także na entropię H jako wielkość wyrażającą jak dużo informacji „produkowanych” jest przez tego typu proces. W założeniu przyjęto, że źródło informacji można scharakteryzować prawdopodobieństwem (P_i) pojawienia się jednego z n możliwych stanów procesu

$$H = \sum_{i=1}^n P_i \log P_i \quad (1.37)$$

Entropia jest kluczową koncepcją nie tylko w termodynamice, ale też mechanice statystycznej [360] (dla przypomnienia fizyka statystyczna przynosi istotny wkład do nauki o sieciach złożonych) czy teorii informacji [60]. Szczególne znaczenie przypisuje się jej z racji fizycznych implikacji względem kwantyfikowania „nieporządku”

i informacji w systemie [359]. W teorii informacji entropia opisuje, jaki poziom losowości obecny jest w sygnale czy pewnym procesie losowym [384]. Koncepcja ta może być użyteczna także w ramach pojęcia sieci, przy czym analogicznie do innych wcześniej ukonstytuowanych metod opisu systemów – np. dynamika nieliniowa – także w ramach sieci złożonych zaobserwować można pewną nieostrość aplikacyjną pojęcia entropii, wyrażającą się wieloma jej definicjami operującymi na różnych cechach badanych procesów.

Entropia rozkładu stopni węzłów jest miarą średniej niejednorodności w sieci. Formalnie jej postać korzysta z zależności (1.37) i wyraża się jako [88]

$$H = -\sum_k p(k) \log p(k) \quad (1.38)$$

Maksymalną wartość tak zdefiniowana miara przyjmuje dla równomiernego rozkładu stopni węzłów, natomiast minimum $H_{\min} = 0$ dotyczy sieci, których wszystkie węzły mają jednakowy stopień k [444]. Entropię H sieci skojarzono z elastycznością takiej struktury, tj. jej odpornością na ataki [444], a wkład węzłów do entropii sieci skorelowany jest z potencjałem do generacji strefy degradacji, np. w sieci oddziaływań protein.

Solé i Valverde [394] sugerowali wykorzystanie rozkładu szczątkowych stopni węzłów (ang. *remaining degree*) do oszacowania entropii. Szczątkowy stopień wybranego węzła „skomunikowanego” z jednym z końców dowolnego połączenia jest liczbą połączeń związanych z danym węzłem, nie licząc połączenia pierwotnego. Rozkład szczątkowych stopni węzłów oblicza się jako

$$q(k) = \frac{(k+1)P(k+1)}{\langle k \rangle} \quad (1.39)$$

Entropia szczątkowych stopni węzłów dana jest równaniem

$$H^* = -\sum_k q(k) \log q(k). \quad (1.40)$$

Praca koncepcyjna w obrębie struktur sieciowych, ale także ich konkretne zastosowania implikują potrzebę określania możliwości realizacji różnorodnych zadań (a więc także osiągania konkretnych celów) w obrębie sieci. Co prawda informacja może być w takich zadaniach zarówno środkiem, jak i celem realizacji. Należy jednak pamiętać, że realizacja ściśle zależy od zdolności sieci do transmisji i dystrybucji informacji, co w dużej mierze warunkowane jest architekturą samej sieci. A więc wiarygodność oraz szybkość propagacji informacji zależy od struktury sieci.

W pracach [367, 390] trudność poszukiwania informacji w sieci kwantyfikowano za pomocą entropii informacyjnej. Z kolei Rosvall i in. [368] zaproponowali pomiary umożliwiające ilościowy opis informacji związanej z możliwością lokalizacji określonego celu w sieci. Zakładając, że $d(i, b)$ jest najkrótszą ścieżką w sieci, o początku

i końcu odpowiednio w węźle i oraz b , prawdopodobieństwo jej ustalenia w schemacie błędzenia losowego wynosi

$$P[d(i,b)] = \frac{1}{k_i} \prod_{j \in d(i,b)} \frac{1}{k_j - 1} \quad (1.41)$$

gdzie k_j jest stopniem wężła j , a iloczyn uwzględnia wszystkie węzły j w ścieżce $d(i, b)$ z pominięciem i oraz b . Informacja poszukiwania (ang. *search information*) związana z całkowitą informacją wymaganą do identyfikacji jednej z najkrótszych ścieżek między węzłami i oraz b dana jest równaniem

$$S(i,b) = -\log_2 \sum_{\{p(i,b)\}} P[d(i,b)] \quad (1.42)$$

gdzie suma liczona jest po wszystkich najkrótszych ścieżkach $d(i, b)$ od wężła i do b . Średnia informacja poszukiwania charakteryzuje łatwość lub trudność nawigowania w sieci

$$S = \frac{1}{N^2} \sum_{ij} S(i,b) \quad (1.43)$$

i jej wartość zależy od struktury sieci. Jak dowiedzono w [368], sieć miejska jest znacznie trudniejsza w nawigacji aniżeli jej losowy odpowiednik.

Aby określić jak trudno jest zlokalizować w sieci węzeł, rozpoczynając przeszukiwanie od wężła i -tego, korzysta się z informacji dostępowej (ang. *access information*)

$$A_i = \frac{1}{N} \sum_b S(i,b), \quad (1.44)$$

mierzącej średnią liczbę „pytań” wymaganych do identyfikacji innego wężła, zaczynając od wężła i . Z kolei, aby skwantyfikować jak trudno jest odnaleźć węzeł j , rozpoczynając poszukiwania z innego wężła w sieci, wykorzystuje się tzw. informację ukrytą (ang. *hide information*)

$$H_b = \frac{1}{N} \sum_i S(i,b) \quad (1.45)$$

Warto zauważyć, że średnia wartość A_i i H_b dla sieci związana jest z S : $\sum_i A_i = \sum_b H_b = SN$ [88].

Rozważając wymianę informacji w sieci możliwe jest zdefiniowanie entropii w celu skwantyfikowania przewidywalności strumienia informacji. Zakładając, że wiadomości zawsze przepływają najkrótszą ścieżką, oraz że wszystkie pary wężłów wymieniają tę samą ilość informacji z jednakową szybkością, zaproponowano miary entropijne jak poniżej [390]

$$\begin{aligned}
 T_i &= - \sum_{ij} a_{ji} c_{ij} \log_2 c_{ij}, \\
 R_i &= - \sum_{ij} a_{ji} b_{ij} \log_2 b_{ij}
 \end{aligned}
 \tag{1.46}$$

gdzie a_{ji} jest elementem macierzy sąsiedztwa, c_{ij} częścią wiadomości przesyłanej do węzła i , a przechodzącej przez węzeł j , natomiast b_{ij} jest częścią wiadomości przechodzącej przez węzeł i , a przychodzącej z węzła j . O T_i mówi się entropia celu (ang. *target entropy*) węzła i , natomiast R_i to entropia drogi (ang. *road entropy*) węzła i . Mała wartość tak zdefiniowanych entropii wskazuje, że węzeł, z którego pochodzi następna wiadomość (tzn. przekazywana do węzła i lub przechodząca przez węzeł i) jest łatwo przewidywalny. Można także sformułować uogólnioną miarę przepływu wiadomości w sieci, definiując uśrednioną po wszystkich węzłach entropię celu oraz entropię drogi:

$$\begin{aligned}
 T &= \frac{1}{N} \sum_i T_i \\
 R &= \frac{1}{N} \sum_i R_i.
 \end{aligned}
 \tag{1.47}$$

W pracy [93] udowodniono, że wielkości te są związane z organizacją sieci, tj. niska wartość T wskazuje na sieciową topologię typu gwiazda, natomiast niską wartość R należy kojarzyć z siecią złożoną z hubów skomunikowanych łańcuchami połączeń.

Eksploatacja cech sieci pod kątem „egzystencji” (dystrybucji, przetwarzania, lokalizowania, itp.) informacji w jej strukturze szczególnie żywo dokonuje się w zespołach M. Rosvalla [46, 365, 366, 435], G. Bianconi [49, 50] i M. E. J. Newmana [305, 310, 311, 313, 314, 433]. Obejmuje przy tym m.in. poszukiwanie informacji skorelowanej z zmierzonymi charakterystykami ruchu w sieci czy opisu wskazanych w tym podrozdziale zagadnień podstawowych dla przypadków sieci o wyższym rzędzie organizacji, jak np. struktury hierarchiczne czy modułowe, analizę widmową na podstawie konstrukcji macierzy sąsiedztw czy identyfikację kolektywnych form strukturalnych w sieci.

Typowo, fakt koegzystowania zaburzeń z użyteczną informacją w kanale komunikacyjnym obiektów rzeczywistych (w tym o naturze sieciowej) powoduje pogorszenie jakości (ilości) informacji docierającej do obserwatora (rys. 1.28). W nauce oraz zadaniach inżynierskich, w tym w metrologii i miernictwie, zwykło się przyjmować, że stosunek sygnał-szum sygnału wyjściowego SNR_{out} (1.48) jest wystarczająco dobrym sposobem charakteryzowania jakości takiego wyjściowego zbioru danych, oraz że najlepsza koherencja pomiędzy nim i sygnałem wejściowym osiągnana jest wówczas, gdy stosunek SNR na wyjściu względem wejścia jest zmaksymalizowany (patrz na przykładowe zastosowania tych koncepcji w [141, 219]). Inaczej mówiąc, możliwie najwięcej informacji o sygnale wejściowym przenoszonych jest przez system na wyjście, z czego wnioskujemy, iż w kanale obowiązuje maksymalny transfer informacyjny.

$$SNR_{out}(f) = \frac{P_{s_out}(f)}{S_{n_out}(f)} \quad (2.48)$$

gdzie: $P_{s_out}(f)$ – moc wyjściowego sygnału użytecznego w zadanym paśmie częstotliwościowym, $S_{n_out}(f)$ – zmierzona na wyjściu moc szumów w tym samym paśmie częstotliwościowym co dla sygnału użytecznego.

Ostatnio w celu charakteryzacji właściwości transferu informacyjnego zaproponowano kilka nowych, podobnej natury metod bazujących na pojęciu entropii [95, 167, 400, 404]. Ujęcie entropijne sieci jako kanału komunikacyjnego streszczono wcześniej. Jak jednak wskazuje Kish [238], posiłkując się argumentacją Shannona i Nyquista [383, 384] ani SNR_{out}/SNR_{in} , ani miary entropijne nie są wystarczającymi miarami efektywności kanału (w rozumieniu jego przepustowości). Uzasadniał on swoje stwierdzenie faktem, że zdefiniowane współczynniki dostarczają jedynie informacji o entropii sygnału w odniesieniu do szumu oraz o degradacji tej entropii podczas transmisji, co jest bezpośrednio związane z potencjalną zawartością informacyjną wyjścia. W praktyce natomiast miary takie nie mówią nic na temat przepustowości kanału (tj. struktury sieci w perspektywie tytułowego pojęcia sieci). Innymi słowy, wielkości te traktują o ilości informacji, ale nie precyzują nic, jeśli chodzi o częstotliwość ich odświeżania. Fakt ten staje się jeszcze bardziej oczywisty, jeśli zwrócimy uwagę, że bit będący miarą ilości informacji jest wymiarem należnym zdefiniowanym tutaj miarom entropijnym. Tymczasem właściwym wymiarem szybkości transferu informacji jest bit/s. I choć staje się to oczywiste jeśli sięgnąć do formuły Shannona (1.49) stanowiącej kamień milowy w teorii informacji, to jak sugerowano wcześniej obiektywne i wystarczająco dokładne oszacowanie C dla dowolnego kanału jest obecnie niewykonalne na podstawie teorii ogólnej.

$$C = B_s \log_2 \left(1 + \frac{P_s}{P_n} \right) \quad (1.49)$$

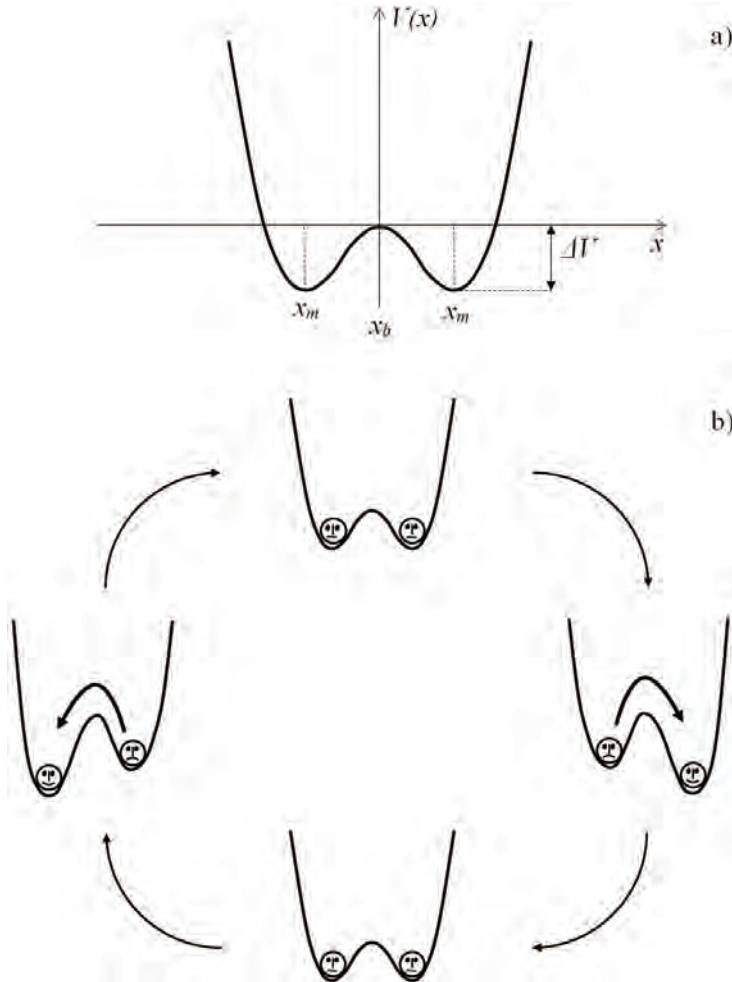
gdzie, B_s to maksymalne pasmo sygnału, P_s maksymalna moc sygnału, a P_n to moc szumu. Relacjonując za Shannonem [383], równanie (1.49) można interpretować w sposób następujący: połowa logarytmowanego wyrażenia jest entropią informacyjną, natomiast $2B_s$ to częstotliwość odświeżania tej informacji. Ponieważ mała wartość informacji może być kompensowana przez wysoki współczynnik odświeżania (tj. przez duże pasmo), sama ilość informacji jest niewystarczająca, jeśli chodzi o charakteryzację jakości transmisji sygnału. Jak zauważono w [404], prowadząc rozważania z pominięciem zarówno formuły Shannona dla przepustowości kanału, jak i współczynnika sygnał-szum, szybkość odświeżania informacji jest znacząca w kontekście omawianego zagadnienia. Z tej perspektywy koncepcja sieci złożonych pozostaje domeną z otwartym problemem o charakterze poznawczym i znaczeniu praktycznym.

Metody opracowane na potrzeby współczesnej techniki, operującej także na złożonych obiektach rzeczywistych o naturze sieciowej, to współcześnie schematy oparte

na shannonowskich koncepcjach dystrybucji informacji. Taki stan rzeczy należy ściśle wiązać z historycznymi uwarunkowaniami rozwijanych opisów systemów złożonych, tj. do niedawna fizyka statystyczna i termodynamika korzystające wyłącznie z modyfikacji funkcji analitycznych były postrzegane jako wystarczające do charakteryzacji złożonych fizycznych zjawisk. Znaczący wkład w tym względzie miały wyniki Onsagera [319, 320], przez pryzmat prostych, fizycznych argumentów umiejętnie łączące pozornie niezależne procesy transportu, nawet jeśli procesy dotyczyły różnych fizycznych zjawisk. Jednakże argumenty Onsagera dotyczyły sieci funkcjonujących w termodynamicznie zrównoważonym środowisku. Co więcej, spośród fizycznego podziału układów na otwarte i zamknięte wybierały koncepcyjnie te drugie, rekonstruując dynamikę na poziomie makroświata przez pryzmat hamiltonowskiego obrazu rzeczywistości w skali mikro. Tymczasem ewidentnie wszechobecne sieci złożone, uwzględniające m.in. otwartą, ewoluującą naturę, włączają w portret swoich cech i zachowań obrazy statystycznych procesów niestacjonarnych, nieergodycznych, niepoissonowskich czy odświeżających się. Właściwości te przejawiają się przez statystyczne rozkłady odwrotnego prawa potęgowego, stanowiąc nie tylko wyzwanie z perspektywy tradycyjnego postrzegania złożoności w sieciach fizycznych, ale także wymagając nowych strategii na rzecz zrozumienia jak dochodzi do wymiany informacji w takich sieciach. W ujęciu metrologii koncepcja sieci złożonych przemieszcza się zatem z obszaru, gdzie średnia statystyczna i czasowa dla wybranego procesu są sobie równe w perspektywie nieskończonego czasu pomiaru (hipoteza ergodyczności układów stanowiąca niejako „kamień węgielny” dla mechaniki statystycznej) do zakresu, gdzie średnia wartość cechy określanej dla rozważanej zmiennej losowej jest rozbieżna, a czas pomiaru jest długi w porównaniu z charakterystyczną skalą czasową problemu. Badając odpowiedź systemu na pobudzenie oraz odwołując się do charakterystycznej dla informacji fizycznej cechy dyssypacyjności, dla układów pracujących w obszarze nierównowagowym przydatna staje się sformułowana teoria fluktuacyjno-dyssypacyjna (ang. *fluctuation-dissipation theorem* – *DFT*) umożliwiająca opis właściwości dystrybucyjnych w złożonym medium na zasadzie pomiaru charakterystyk statystycznych fluktuacji, modulowanych właśnie dyssypacją na poziomie makroskopowym.

Obecność jakiegokolwiek źródła szumów w torze komunikacyjnym powoduje irytację użytkowników współczesnej infrastruktury komunikacyjnej. Okazuje się jednak, że w pewnych okolicznościach dodatek szumowy zamiast utrudniać, może wspierać pracę urządzeń. Podobnie rzecz się ma w odniesieniu do sieci, ponieważ nieliniowe sieci dynamiczne z addytywnymi fluktuacjami często wykazują niecodzienne właściwości. Z perspektywy dystrybucji informacji w sieciach złożonych ciekawą konsekwencją przejścia przestrzeni funkcjonowania układu złożonego do jego obszaru nierównowagowego jest np. występowanie zjawiska rezonansu stochastycznego [45, 127, 149, 317]. Rezonans stochastyczny jest mechanizmem statystycznym, w którym szum wpływa (pozytywnie) na transmisję informacji w kanale komunikacyjnym, w obszarze, w którym charakterystyka sygnał-szum przestaje być monotoniczną funkcją natężenia fluktu-

acji (a więc rośnie ze wzrostem amplitudy szumu w pewnym zakresie parametrów). Jego realizacje obserwowano zarówno w sieciach naturalnych, jak i sztucznych, a sam obszar badawczy dotyczy nie tylko teorii zjawiska, ale jego praktycznych konsekwencji (włączając umiejętność kontroli przebiegu rezonansu stochastycznego). Mechanizm rezonansu stochastycznego można w prosty sposób wytłumaczyć, opierając się na koncepcji mocno tłumionej cząstki o masie m i tarcii lepkościowym γ , przebywającej w podwójnej studni potencjału jak na rys. 1.29a.



Rys. 1.29. Obrazowe wyjaśnienie powstawania mechanizmu rezonansu stochastycznego w symetrycznej, podwójnej studni potencjału: a) podwójna studnia potencjału w sytuacji nominalnej, b) „złamanie” symetrii wskutek działania okresowego pobudzenia, polegające na przechyleniu podwójnej studni w jedną ze stron, implikujące zmniejszenie bariery potencjału i synchroniczne przejście do stanu globalnie stabilnego (uśmiechnięta „buzia”)

W rozważanej sytuacji, cząstka poddana zostaje działaniu sił fluktuacji pochodzących np. od źródła termicznego. Siły fluktuacji powodują przejście cząstki między sąsiadującymi studniami potencjału z tzw. prędkością Kramersa [247]

$$r_K = \frac{\omega_0 \omega_b}{2\pi\gamma} \exp\left(-\frac{\Delta V}{D_f}\right), \quad (1.50)$$

gdzie ω_0 jest częstością kątową działającego potencjału pola termicznego, gdy cząstka znajduje się w położeniu minimum $\pm x_m$, ω_b jest częstością kątową na szczycie bariery, tj. w położeniu x_b , ΔV odpowiada wysokości bariery potencjału rozdzielającej dwa minima, natomiast siłę działającego szumu wyrażono w odniesieniu do temperatury jako $D_f = k_B T$.

Aplikując słabe okresowe wymuszenie do cząstki, podwójna studnia potencjału ulega przechyleniu w górę lub w dół, co powoduje jej zwiększenie bądź zmniejszenie (rys. 1.29b). Chociaż okresowe pobudzenie jest zbyt słabe, by umożliwić okresowe przetaczanie się cząstki z jednej studni potencjału do drugiej, to indukowane przez szum przeskakiwanie między studniami potencjału może podlegać synchronizacji z działającym słabym wymuszeniem okresowym. Taka statystyczna synchronizacja zachodzi wówczas, gdy średni czas oczekiwania $T_K(D_f) = 1/r_K$, dotyczący dwóch szumowo wywołanych przejść pomiędzy studniami potencjału, jest porównywalny z połową okresu periodycznego wymuszenia T_Ω . A więc dochodzimy do warunku wyrażającego synchronizację skali czasowej układu cząstki i wymuszenia szumowego, co w istocie stanowi o mechanizmie rezonansu stochastycznego, tj.

$$2T_K(D_f) = T_\Omega \quad (1.51)$$

Dla zadanego okresowego wymuszenia T_Ω synchronizację można przeprowadzić przez dostrojenie poziomu szumu D_{f_max} tak, by spełnić zależność (1.51).

Doprecyzowania wymaga tutaj jeszcze kwestia związku rezonansu stochastycznego z informacją, kształtowaniem schematu jej dystrybucji, pomiarem itp. Zapoczątkowana przez Szilarda [416] i Fishera [129], a sformułowana przez Shannona i Weavera [384] w ostatecznej i do dziś wykorzystywanej postaci teoria kodowania źródła definiuje średnią zawartość informacji w wiadomości jako entropię H

$$H = k \sum_{j=1}^N p_j \log\left(\frac{1}{p_j}\right) \quad (1.52)$$

gdzie p_j jest prawdopodobieństwem j -tej wiadomości, znormalizowanej względem wszystkich N wiadomości, natomiast $k > 0$ to zwykła stała o jednostkowej mierze, analogiczna do stałej Boltzmanna k_B , odnoszącej się do średniej energii T wyrażonej w jednostkach Kelvina. Dalej, odwołując się do fizykality informacji i jej związku z termodynamiką, można wykazać relację między termodynamicznie uzasadnionymi

koncepcjami sieci złożonych i rezonansu stochastycznego. W systemie termodynamicznym (np. organizmie czy serwerze plików) ilość energii wymagana do utworzenia i utrzymania struktury danych (np. genomu lub archiwum elektronicznego), zwyczajowo jest nieduża w stosunku do innych kosztów utrzymania (np. metabolizm komórkowy lub klimatyzacja). Gęstość energii niezbędna do reprezentacji wiadomości j w identycznych kopiach N_j dana jest równaniem

$$\Phi_j = N_j \exp(G_j / k_B T) \quad (1.53)$$

gdzie swobodną energię Gibbsa G_j odniesiono do średniej energii $k_B T$ [236]. Dla przykładu, gęstość energii $\int d\Phi_j$ scałkowana po całym medium odnosi się do temperatury T przez stałą Boltzmann'a k_B . Implikuje to fakt, że wszystkie formy przetwarzania informacji pozostają w zgodzie z termodynamiką. Z drugiej strony, wszystkie formy gęstości energii związane są z „egzystencją” informacji, bez względu na to czy mają postać bezpośrednio postrzeganej wiadomości czy też nie. Z tej perspektywy, termodynamicznie inspirowane rezonans stochastyczny oraz sieci złożone to przykłady schematów przetwarzania i dystrybucji energii, czyli informacji.

Bilans energetyczny procesu komunikacji, związanego z różnymi operacjami prowadzonymi na informacji, bez względu na media, musi uwzględniać wydatek energetyczny na formułowanie, przetwarzanie, archiwizację/odświeżanie i transmisję danych (informacji). Daje to przestrzeń do obserwacji charakterystycznych zachowań związanych z dopasowaniem strumienia informacji do specyfiki toru komunikacyjnego. W tym sensie można też mówić o dopasowaniu kanału komunikacyjnego do strumienia informacji, albo inaczej o optymalizacji czy maksymalizacji wymiany informacji w torze komunikacyjnym, który może mieć na przykład naturę sieciową – w postaci pojedynczej sieci lub kompleksu współpracujących ze sobą struktur sieciowych. W ostatnim przypadku należy rozpatrywać dopasowanie, formułując oryginalne miary charakteryzujące zdolność do synchronicznego operowania na danych, analogicznie do koncepcji linii transmisyjnych. Opisany mechanizm rezonansu stochastycznego jest jednym z przykładów formułowania się zjawisk informacyjno-transmisyjnych w obrębie sieci złożonych, który przez samoopimalizujące wykorzystanie szumu (podanego z zewnątrz, bądź wewnętrznego, tj. wynikającego z natury obiektu) jest zdolny wspierać efektywność operowania na informacji. Sama idea, że szum losowy może być korzystny dla formowania się „porządku” brzmi paradoksalnie, jednak musi być rozważana, biorąc choćby pod uwagę szerokie pole zastosowań takiego schematu działania układów. W kontekście koncepcji sieci złożonej oraz informacji egzystującej w jej podstawowych strukturach, w pewnych okolicznościach szum zamiast być niedogodnością staje się użytecznym narzędziem. Sam mechanizm rezonansu stochastycznego jest wystarczająco generyczny, by obserwować go w systemach o różnorodnej naturze. W warunkach eksperymentu istotna jest obserwacja, że układy zdolne do pracy poza położeniem równowagowym dla sieciowej systematyki przynoszą ory-

ginalną możliwość kreacji nowego schematu dystrybucji informacji. I tak jak w sieci małe zaburzenie może być źródłem patologii jej działania (upośledzając strukturę i/lub funkcje sieci), tak w stanie nierównowagowym i przy odpowiednim zaburzeniu możemy mieć do czynienia z samoorganizowaniem się sieci – patrz przykłady w [149, 406, 407].

Streszczone problemy pozostają otwartym zagadnieniem poznawczym w ujęciu charakteryzacji systemów złożonych. Przykładem może być związek rezonansu stochastycznego z formowaniem się wzorców czasoprzestrzennych (ang. *spatiotemporal pattern formation*), właściwie nie rozpatrywanych dotychczas w perspektywie nauki o sieciach złożonych aplikowanej do opisu złożonych układów, lecz otwierających drogę do ekstrakcji słabych sygnałów użytecznych z szumowego tła. Tworzenie się oraz ewolucja w czasie złożonych formacji przestrzennych o naturze sieciowej to także oryginalny przykład funkcjonowania kanału komunikacyjnego. U podstaw wspomnianej organizacji przynoszącej spójne, sieciowe medium komunikacyjne leżą mechanizmy synchronizacji konstytuujące sprawny kanał transmisji informacji, zarówno na poziomie podstawowym topologii sieci (tj. synchronizacja pomiędzy poszczególnymi węzłami), jak i globalnie – synchronizacja między sieciami na rzecz maksymalizacji wymiany informacji między nimi. Można wyobrazić sobie także realizację toru pomiarowego, gdzie informacja z obiektu do sensora dostarczana jest w obecności rezonansu stochastycznego po obydwóch stronach układu (dopasowanie wyjście-wejście). Ten rodzaj synchronizacji w kanale komunikacyjnym obserwować można w przypadku diagnostycznych metod opartych na opisie biomagnetycznego pola generowanego przez prądy w ludzkim ciele [7, 171, 244, 248]. Ze względu na bardzo małą wartość takiego pola (amplitudy dla najsilniejszych źródeł nie przekraczają setek pT i mogą być uwydatniane podczas diagnostyki przez zastosowanie mechanizmu rezonansu, w analogii do obrazowania MRI – ang. *Magnetic Resonance Imaging*) w trakcie pomiarów korzysta się z czujników ekstremalnie wrażliwych na zmiany pola magnetycznego – tzw. SQUID-y (ang. *Superconducting Quantum Interference Devices*) [480]. Wykazana przez Hibbsa i in. [179] oraz Rouse'a i in. [370] obecność w SQUID-ach rezonansu stochastycznego uwydatnia zdolności detekcyjne, które wspierają tworzenie magnetoneurogramów w trybie implikującym możliwość prowadzenia badań czynnościowych organizmu ludzkiego.

Analiza obiektów w reżimie sieci złożonych, obejmująca ich strukturę i funkcje w obszarze równowagowym i nierównowagowym, ma swoje odzwierciedlenie w rozwoju metod analitycznych badania systemów. Niepoissonowski charakter właściwości obiektów złożonych, warunkujący specyfikę dystrybucji informacji w formułowanych kanałach komunikacji, korzysta z narzędzi nieergodycznej statystyki (np. procesy Levy'ego) czy analizy ułamkowej (ang. *fractional calculus*). Ze względu na cel i zakres pracy, nie przedstawiono w niej szczegółów tych zagadnień – można je odnaleźć np. w [189, 227, 453].

1.5. Synchronizacja w sieciach złożonych

Kompletność odczytywanego obrazu otaczającej rzeczywistości opartych na języku abstrakcji sieci złożonych musi obejmować zarówno jej cechy statyczne, w dużej mierze kojarzone z organizacją topologiczną obiektów i odpowiadających im architektur sieci, jak również specyfikę dynamiki wbudowanej w obserwowane systemy. Jak wskazano we wcześniejszym podrozdziale, informacja jest pojęciem podstawowym pod kątem kształtowania wiedzy i świadomości na temat świata, które odbywa się w ramach pomiaru, i właściwie ją też należy uczynić osią badań nad charakteryzacją procesów wyrażających jakąkolwiek postać zmiany zachodzącej w ramach systemów złożonych. To znaczy, pytając o obiekt, pośrednio zawsze dążymy w kierunku informacji, która może dotyczyć różnych jej nośników, będąc przy tym także przetwarzaną, dystrybuowaną, itd. Szczegółowa charakteryzacja bogactwa zjawisk, które mogą odpowiadać każdemu ze wskazanych właściwości i procesów (np. dystrybucji informacji) znacznie wykracza poza ramy niniejszego opracowania. Są jednak takie przykłady, które ze względu na specyfikę konceptu sieci, łącząc abstrakcję ich topologii z przejawami zachowań obserwowanych w realnym świecie, przynoszą informację o samym wzorcu sieci, a przez niego o badanym systemie. W świecie nauki, inżynierii czy nawet codziennego życia człowieka funkcjonują pytania, które wydają się podstawowymi, a odpowiedź, na które mogłaby przynieść istotny postęp wiedzy i technologii. Przykładem jest choćby to, w jaki sposób odległe, pozornie niepołączone ze sobą obiekty, w pewnym momencie zaczynają się zachowywać w sposób zgodny, jak gdyby istniał między nimi pewien kanał komunikacyjny służący uzgadnianiu „stanowisk” – człowiek postuluje koncepcję kwantowego splątania, a badając ją wskazuje na możliwe związki z dokonywanymi obserwacjami. Nauka o sieciach złożonych włącza się w dyskusję już na poziomie podstawowym, tj. przez naturę obiektu sieci, w którym np. droga między węzłami implikuje konkretne zachowania (dla przykładu redukcja drogi w sieciach małych światów przydaje konkretnych cech dynamicznych tego rodzaju obiektom). Stawiając problem w rozumieniu odwrotnym, koncepcyjnie można zapytywać o jakość identyfikacji sieci (np. jej cech topologicznych) na podstawie pomiaru jej dynamiki. Budując teorię i praktykę sieci złożonych, metrologia musi zatem odpowiedzieć na tak postawione pytania podstawowe, kwantyfikując związki między cechami strukturalnymi i „czynnościowymi” abstrakcyjnego pojęcia sieci, znajdującego swoją reprezentację w otaczającej rzeczywistości.

Związki pomiędzy dynamiką podsystemów stanowiących elementy składowe większego obiektu, polegające na rodzaju „uzgadniania” zachowań tych komponentów w kierunku ich wzajemnego podobieństwa, obserwowano w przyrodzie już od czasów starożytnych. W liście do ojca, wybitny holenderski badacz Christiaan Huygens (szczególnie znany ze swych rozważań w zakresie optyki, konstrukcji teleskopów i zegarów) pisał o obserwowanej „sympatii” w zachowaniu dwóch zegarów za-

wieszonych na ścianie, stwierdzając, iż pomimo początkowej rozbieżności w okresowym odmierzaniu jednostek czasu po jakimś czasie uzgadniają one rytmikę ruchów wahadeł. Huygens był też pierwszą osobą, która wytłumaczyła i w sposób formalny opisała zjawisko wzajemnej synchronizacji. Kolejne zdobycze nauki, przemieszczające wgląd w strukturę i zachowanie obiektów z perspektywy makro- do mikro- czy nanoświata potwierdziły prawdziwość i uniwersalność procesu synchronizacji, uzupełniając świadomość i wiedzę na temat bogactwa scenariuszów jej przebiegu. Nieoceniona wartość takiej synchronizacji, to choćby element układanki życia, gdzie odnawialne lub nie, fizykochemiczne reakcje zachodzą w pewnej kolejności, by w końcu uzgodnić rytm między pracą układu krążenia i oddychania. Ale także technika nie obyłaby się dzisiaj bez wzajemnych interakcji, np. udostępniających komunikacji radiowej sygnały o odpowiedniej mocy na wybranych częstotliwościach, generujących na wyjściu lasera właściwy sygnał o charakterze optycznym, profilujących przebieg oscylacyjnej reakcji chemicznej Belousowa–Żabotińskiego itd.

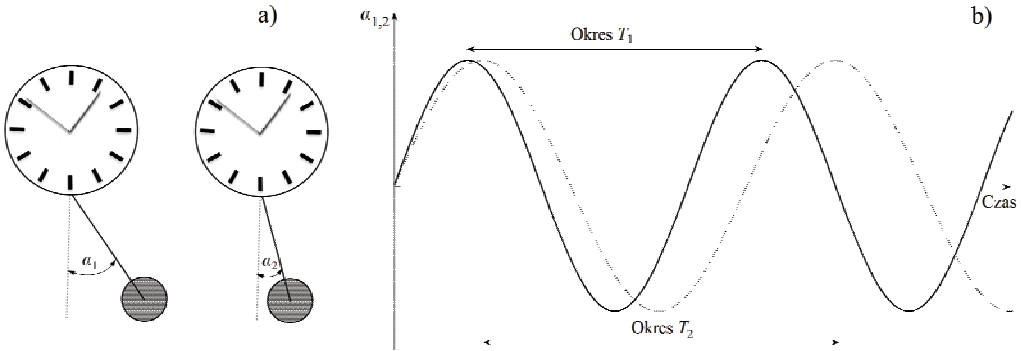
Synchronizację rozumie się jako zestrojenie rytmów oscylujących obiektów w wyniku działania słabego wzajemnego oddziaływania. Pełne pojmowanie tego rodzaju procesów wymaga odpowiedzi na pytania: czym jest oscylujący obiekt, co rozumie się pod pojęciem „rytm”, czym jest oddziaływanie oscylujących obiektów oraz czym jest zestrojenie rytmów?

Oscylator jest systemem aktywnym, uwzględniającym wewnętrzne źródło energii podlegającej transformacji w oscylacyjne przemieszczenie. Pozostając wyizolowanym, oscylator stale generuje taki sam rytm aż do wyczerpania źródła energii. Matematycznie jest on opisywany jako autonomiczny system dynamiczny. Forma oscylacji zależy od parametrów systemu i nie zależy od sposobu wywołania oscylacyjnego przemieszczenia. Co więcej, zakłada się, że oscylacje mają charakter stabilny względem (co najmniej małych) zakłóceń, tzn. w okoliczności wystąpienia zakłóceń oscylacje szybko powracają do swojego pierwotnego kształtu.

Obserwuje się różnorodny kształt rytmów, począwszy od fal kształtem zbliżonych do przebiegów sinusoidalnych po sekwencje krótkich pulsów. Do charakteryzacji rytmów zwykle wykorzystywać się pojęcie okresu (T) oraz częstotliwości ($f = 1/T$); wygodnie jest także posługiwać się pojęciem częstotliwości kątovej $\omega = 2\pi f = 2\pi/T$. W celu uniknięcia niejednoznaczności częstotliwość systemów autonomicznych (wyizolowanych) nazywa się częstotliwością naturalną.

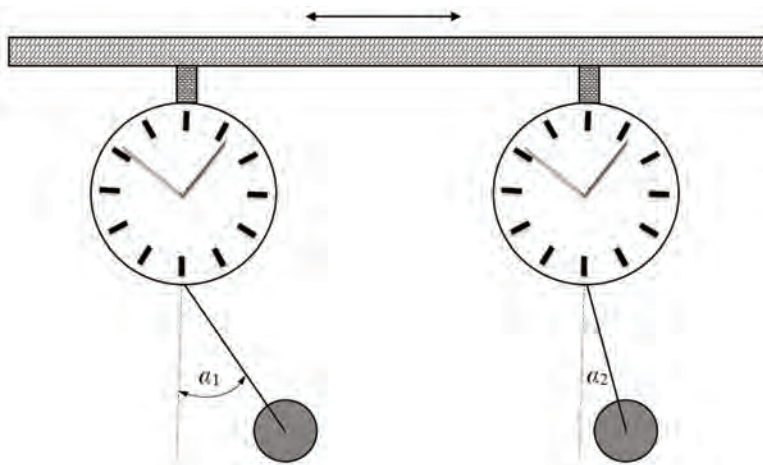
Oddziaływanie oscylujących obiektów zakłada operowanie na mnogim zbiorze (co najmniej dwóch) oscylujących obiektów oraz istnienie pewnej formy połączenia między nimi. W tym kontekście koncept sieci, ze swymi węzłami i połączeniami jest naturalnym reprezentantem systemu oscylujących i połączonych ze sobą oscylatorów o zadanych cechach. Fizyczny mechanizm połączenia i realizacji wzajemnych oddziaływań pomiędzy oscylującymi obiektami może być różny, jednak dla wytłumaczenia koncepcji synchronizacji często korzysta się z przykładu dwóch zegarów wahadłowych. Nawet jeśli są one tego samego typu i wykonane w porównywalnych

warunkach przez tego samego producenta, w rzeczywistości zawsze będą naznaczone fizykalnymi różnicami implikującymi rozbieżność pomiaru czasu (różne okresy oscylacji wahadła), tj. wynikowo, po pewnym czasie, możemy oczekiwać różnych położań wahadła (rys. 1.30).



Rys. 1.30. Dwa podobne zegary wahadłowe (a) nie mogą być identyczne. W skutek niewielkiej rozbieżności charakterystyk parametrycznych układów zegarów mają one minimalnie różne okresy (tutaj $T_2 > T_1$) – patrz rysunek b).

Załóżmy teraz, że te dwa nieidentyczne zegary nie są niezależne, ale że oddziałują ze sobą w słaby sposób – konstrukcyjnie, niech zegary będą zawieszona na wspólnej belce, która nie jest całkowicie sztywna (jak było w eksperymencie Huygensa – rys. 1.31), tj. może wyginać się, delikatnie wibrować, przesuwać się w lewo lub prawo, itp. Belka staje się medium transmisyjnym, przynoszącym informacje o pracy każdego z zegarów. W tym kontekście uzasadnione jest stwierdzenie, że zegary są sobie „świadome”, „odczuwają” nawzajem swoją obecność w układzie. I chociaż wibracje te mogą być praktycznie niedostrzegalne (aby dokonać ich detekcji i wizualizacji należałoby przeprowadzić pomiary mechaniczne o wysokiej precyzji), to faktycznie są one źródłem oddziaływań między zegarami. Tym samym, pomimo niepozorności przenoszonych przez belkę oddziaływań, są one zdolne do zmiany rytmu obydwóch zegarów. Jak dowiodły eksperymenty, nawet słabe wzajemne oddziaływania mogą prowadzić do synchronizacji dwóch zegarów. A więc pomimo różnic w realizacji przykładowych zegarów, implikujących różne okresy ich oscylacji, odpowiednia realizacja połączenia między oscylatorami może doprowadzić do dopasowania ich rytmów, czyli oscylacji z jednakowym okresem. Zjawisko takie, zazwyczaj opisywane w kategoriach zbieżności częstotliwości, zwykło się nazywać zatrzaskiwaniem czy blokowaniem (ang. *locking*), np. zatrzaskiwanie częstotliwości (ang. *frequency-locking*), zatrzaskiwanie fazy (ang. *phase-locking*). Popularne jest wykorzystywanie takich mechanizmów synchronizacji w technice, np. pętle FLL (ang. *frequency-locked loop*) czy PLL (ang. *phase locked-loop*), jednak są one także wbudowane w naturę obiektów biologicznych (np. [401]).

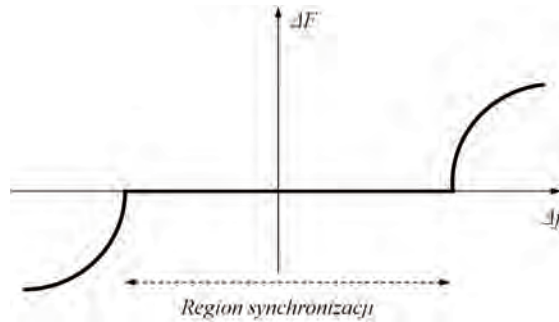


Rys. 1.31. Dwa podobne zegary wahadłowe zawieszono na wspólnej, nieszytywnej belce

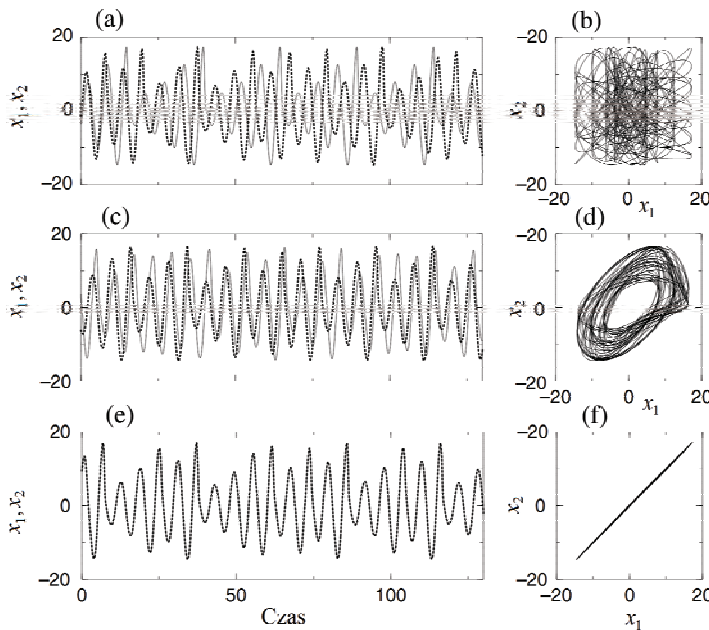
Wcześniej wskazano, że odpowiednia realizacja połączenia między oscylatorami może doprowadzić do synchronizacji ich pracy. Wskazuje to na pewną warunkowość, która w praktyce związana jest z dwoma czynnikami: siłą połączenia oraz pierwotnym rozstrojeniem częstotliwości. Siła czy też inaczej stopień połączenia opisuje jak słabe (lub mocne) jest wzajemne oddziaływanie. W systemach rzeczywistych pomiar tej wielkości bywa niejednoznaczny, co stanowi pole zainteresowań metrologii. Dla opisanego przykładu z zegarami zawieszonymi na belce należałoby rozpatrywać zdolność do wspierania dystrybucji fali mechanicznej. W istocie, gdyby belka była całkowicie sztywna, wówczas ruch wahadła nie przenosiłby się po jej konstrukcji, a więc nie byłoby sposobu, aby zegary wpływały wzajemnie na swoją pracę. W takiej sytuacji siła połączenia wynosiłaby zero. Dobór elastycznej belki, dopuszczającej wibracje wzdłużne czy jej wyginanie się, to gwarant wzajemnych interakcji między przykładowymi oscylatorami.

Rozstrojenie czy inaczej niedopasowanie częstotliwości ($\Delta f = f_1 - f_2$) w pewnym sensie kwantyfikuje różnicę pomiędzy oscylatorami. Wielkość ta jest łatwiejsza do ustalenia, niż było to w przypadku siły połączenia. W przykładowym układzie z dwoma zegarami wahadłowymi, sterując długością wahadła, można obserwować fakt zaistnienia lub niesynchronizacji częstotliwości. Można też wyznaczyć region, w którym system będzie pracował w trybie synchronizacji lub też poza nim. W tym celu należy przeprowadzić badania dla oscylatorów rozpatrywanych indywidualnie, tj. jako niezależne układy, a następnie w przypadku realizacji wzajemnego ich połączenia. Dla przykładu, niech f_1 i f_2 będą częstotliwościami przykładowych zegarów pracujących autonomicznie, np. w odrębnych pokojach, natomiast F_1 i F_2 miarami częstotliwości zegara pierwszego i drugiego w sytuacji, gdy są one zawieszono na wspólnej belce. Pomiar i wykreślenie zależności $\Delta F = F_1 - F_2$ od Δf dostarcza schematu pracy układu z perspektywy pojęcia synchronizacji. Krzywa z rys. 1.32, niezależna od natury oscylatorów, wskazuje, że w przypadku autono-

micznych jednostek oscylujących z niedużą rozbieżnością (Δf), zestrojenie czy zatrzaśnięcie częstotliwości jest realizowalne ($\Delta F = 0$), tj. synchronizacja może występować. Czyniąc uwagi na temat ogólnych tendencji, należy oczekiwać, iż wzrostowi siły połączenia towarzyszyć powinno rozszerzenie regionu synchronizacji.



Rys. 1.32. Zależność różnicy częstotliwości ΔF od pierwotnego rozstrojenia częstotliwości (Δf) dla ustalonej siły oddziaływania między oscylatorami



Rys. 1.33. Dwa sygnały (x_1 i x_2) zarejestrowane w połączonych ze sobą układach: a) i b) brak synchronizacji, c) synchronizacja fazowa – na portrecie fazowym, d) pojawia się struktura cykliczna charakterystyczna dla równych częstotliwości sygnałów i stałego przesunięcia fazowego pomiędzy nimi, e) i f) całkowita synchronizacja – silne połączenie między oscylatorami sprawia, że obserwowane wyjścia stają się niemal identyczne (amplitudowo, częstotliwościowo i fazowo)

Biorąc pod uwagę, że nośnikiem informacji na temat oscylującego układu jest też jego faza, zakres form synchronizacji ulega dalszemu rozszerzeniu, np. synchronizacja synfazowa (ang. *in-phase synchronization*), synchronizacja w przeciwfazie (ang. *anti-phase synchronization*). Zwykle się także stopniować synchronizację, mówiąc o synchronizacji fazowej lub też całkowitej. W łatwy sposób można to zobrazować, odwołując się do portretów fazowych układów chaotycznych (patrz rys. 1.33). Analogicznie, rozważanie różnej natury obiektów oraz różnej klasy sygnałów otwiera drogę do definiowania nowych trybów synchronizacji w ramach bardziej złożonych architektur rozważanych obiektów (np. sieci złożone), np. synchronizacja lokalna i globalna [402].

Opis układów dotyczących oddziaływań między dwoma ciałami z wykorzystaniem współczesnych narzędzi abstrakcji jest stosunkowo dobrze ugruntowany. Zadanie znacząco się komplikuje w przypadku większych układów, czego przykładem może być klasyczny problem trzech ciał. Dotyczy to także pojęcia synchronizacji, a ta odniesiona do konceptu sieci jako reprezentacji systemu złożonego wyraża się różnymi formami realizacji, dziś nie zawsze dobrze poznanymi, m.in. ze względu na ograniczenia języka opisu świata, czasochłonność analiz, techniczne ograniczenia prowadzenia eksperymentów (pomiarowych) itd. Dla teorii sieci złożonych korzystne byłoby dysponowanie odpowiednimi schematami dynamicznej ewolucji procesu synchronizacji w funkcji, np. topologii sieci, co umożliwiłoby w reżimie wnioskowania odwrotnego („nakładając” wzorzec sieci na jej rzeczywistą egzemplifikację) identyfikowanie cech rzeczywistych układów, tj. realizowanie praktycznych zadań pomiarowych.

Złożoność sieci rośnie, gdy wzajemne oddziaływania między węzłami stają się coraz bardziej nieliniowe, wraz ze wzrostem liczby stopni swobody rozważanego systemu, a także kiedy statystyki opisowe coraz bardziej odbiegają od rozkładu Poissona [452]. Te trzy właściwości przesądzają także o synchronizacji dynamicznych elementów funkcjonujących w obrębie sieci złożonej, bez względu na to czy takie izolowane elementy modelowane są jako oscylatory nieliniowe lub liniowe, cykle graniczne czy chaotyczne atraktory [249, 458]. Zarówno mechanizm synchronizacji, jak i wspomniany wcześniej rezonans stochastyczny wykorzystywano do wnioskowania na temat zachowania sieci złożonych (np. [298]). Tymczasem ostatnio Goychuck i Hänggi [166] oraz Barbi i in. [24] rozważali kwestię tego, jak przesyłać informację w sieci złożonej, w której upraszczające założenia tradycyjnej fizyki statystycznej przestają być wystarczające. Niezależnie od siebie Barbi i in. [24] oraz Sokolov i in. [392, 393] doszli do wniosku, że sieć złożona, opisana sporadycznymi fluktuacjami o niepoissonowskiej statystyce, nie jest wrażliwa na zewnętrzne, okresowe zaburzenia.

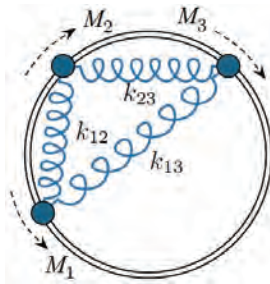
Aby w sposób podstawowy dowieść prawdziwości koncepcji procesu synchronizacji w obrębie teorii sieci adaptowanej dla zadań metrologii systemów złożonych, należy sformalizować wyjaśnione wcześniej pojęcie oscylatora dla konstruktów sieci. W tym celu rozważmy układ n oscylatorów, każdy scharakteryzowany przez kąt fazowy $\varphi_i \in \mathbf{S}^1$ i naturalną (swobodną) częstotliwość oscylacji $\omega_i \in \mathbf{R}$. A zatem, dynamikę każdego wyizolowanego oscylatora opisać można jako $\dot{\varphi}_i = \omega$ dla $i \in \{1, \dots, n\}$.

Topologię oddziaływań oraz siły połączeń między oscylatorami modeluje się jako nieskierowany graf ważony $G = (N, E, A)$ o wierzchołkach $N \in \{1, \dots, n\}$, krawędziach $E \subset N \times N$ i dodatnich wagach $a_{ij} = a_{ji} > 0$ dla każdej nieskierowanej krawędzi $\{i, j\} \in N$. Wówczas model oddziaływania między połączeniem dwóch sąsiednich oscylatorów zapisać można jako [105]

$$\dot{\varphi}_i = \omega_i - \sum_{j=1}^n a_{ij} \sin(\varphi_i - \varphi_j), \quad i \in \{1, \dots, n\} \quad (1.54)$$

Pomimo prostoty podanej formuły, przedstawiony model połączonych oscylatorów dostarcza opisu dla bogatego zbioru dynamicznych zachowań, stąd znajduje zastosowanie w wielu obszarach wiedzy, od nauk przyrodniczych po inżynierię.

Fizycznego znaczenia abstrakcyjnej koncepcji sieci połączonych oscylatorów można dowiedzieć, posługując się jej analogiem mechanicznym jak na rys. 1.34 (warto tutaj zauważyć, że w nauce i technice rekonstrukcję cech i zachowania wielu układów fizycznych można sprowadzić do tzw. równoważnika masa-sprężyna, czego przykładem może być rozważana w dalszych rozdziałach sieciowa struktura połączeń kanałków oskrzelowych w płucach ludzkich).



Rys. 1.34. Mechaniczny analog sieci połączonych oscylatorów [105]

Taka modelowa sieć składa się ze zbioru elementów (powiedzmy cząstek), których ruch ogranicza się do bezkolizyjnego przemieszczenia po jednostkowym okręgu. Każda cząstka opisana jest przez jej kąt fazowy $\varphi_i \in \mathbf{S}^1$, częstotliwość kątową $\dot{\varphi}_i \in \mathbf{R}$ oraz współczynnik bezwładności $I_i > 0$ i tłumienia $R_i > 0$. Pary oddziałujących ze sobą cząstek i oraz j połączone są liniową elastyczną sprężyną o sztywności $k_{ij} > 0$. Zewnętrzne siły i momenty obrotowe, działające na każdą cząstkę, to skierowane przeciwnie do kierunku ich ruchu tłumienie lepkościowe $R_i \dot{\varphi}_i$, zewnętrzny napędzający moment obrotowy $M_i \in \mathbf{R}$, a także elastyczny moment obrotowy przywracający $k_{ij} \sin(\varphi_i - \varphi_j)$. Cała sieć sprężyn i cząstek modelowana jest za pomocą grafu, którego wierzchołkami są cząstki, krawędziami liniowo-elastyczne sprężyny, natomiast wagami dodatnie wartości sztywności $k_{ij} = k_{ji}$. Dla takich założeń można wykazać, że dynamikę układu cząstek połączonych sprężynami można opisać równaniem [106]

$$I_i \ddot{\varphi}_i + R_i \dot{\varphi}_i = M_i - \sum_{j=1}^n k_{ij} \sin(\varphi_i - \varphi_j), \quad i \in \{1, \dots, n\} \quad (1.55)$$

W przypadku granicznym, gdy masy cząstek m_i są pomijalnie małe, a lepkościowe tłumienie wysokie i jednorodne w całym rozpatrywanym systemie (sieci) $R = R_i$, a więc $m_i/R \approx 0$, możliwe jest zrekonstruowanie dynamiki połączonych oscylatorów (1.54) z użyciem rozpatrywanego analogu mechanicznego (1.55); wówczas naturalna częstotliwość oscylacji $\omega_i = M_i/R$, natomiast siła połączenia $a_{ij} = k_{ij}/R$. W świetle takiej analizy łatwo także wytłumaczyć wnioski płynące z zapisu na rys. 1.32. Wzajemnie połączone sprężynami cząstki poddawane są rodzajowi współzawodnictwa pomiędzy zewnętrznymi siłami napędzającymi ω_i oraz wewnętrznym przywracającym momentem obrotowym $a_{ij} \sin(\varphi_i - \varphi_j)$. Stąd interesujące bogactwo dynamiki połączonych oscylatorów (1.54) rodzi się na przejściu między tendencją każdego oscylatora do pozycjonowania się względem naturalnej (własnej) częstotliwości ω_i i wpływem połączenia $a_{ij} \sin(\varphi_i - \varphi_j)$ wymuszającego synchronizację z sąsiednim oscylatorem. Duża rozbieżność (lub inaczej duża heterogeniczność) wartości częstotliwości własnych sąsiednich oscylatorów i jednocześnie słabe połączenie nie gwarantują zajścia procesu synchronizacji. W sytuacji przeciwnej, mała rozbieżność wartości częstotliwości własnych sąsiednich oscylatorów i jednocześnie mocne połączenie, może warunkować zbliżenie częstotliwości ($\dot{\varphi}_i(t)$) a nawet faz ($\varphi_i(t)$) oscylatorów.

Przeprowadzone rozważania podstawowe dotyczą znacząco uproszczonych (m.in. topologicznie) sieci oscylatorów. Zestawiając je ze scharakteryzowanym wcześniej bogactwem właściwości sieci oraz kierując się zastanymi w rzeczywistości ich egzemplifikacjami, w obrębie zadania adaptacji teorii sieci złożonych dla zadań metrologii pojawia się wiele pytań, które wymagają formalnych (a także eksperymentalnych) dowodów. Przykładowe spośród nich dotyczą następujących zagadnień:

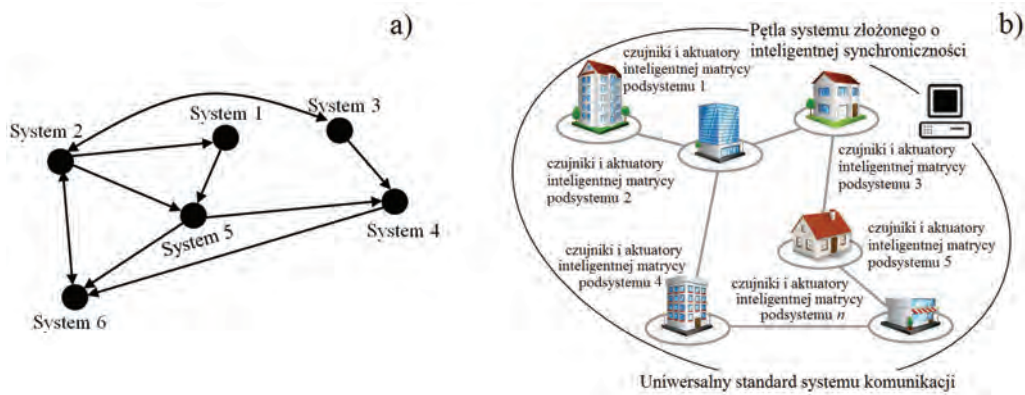
- miary synchronizowalności,
- synchronizacja w typowych modelach sieci,
- synchronizacja a strukturalne charakterystyki sieci,
- ograniczenia teorii grafów dla procesów synchronizacji,
- uniwersalne zmienne determinujące synchronizowalność i przebieg takiego procesu,
- organizacja ważonych połączeń na rzecz wzbogacenia synchronizacji,
- topologiczne modyfikacje na rzecz wzbogacenia synchronizacji,
- optymalizacja synchronizowalności.

Jeśli idzie o praktyczne zastosowania, można by pogrupować te problemy wokół kwestii stabilności stanów synchronizacji w sieciach złożonych i projektowania sieci z wbudowaną funkcjonalnością synchronizacji, co ma znaczenie dla jakości operowania na informacjach w obrębie systemów rzeczywistych, a w ogólności dla pomiarów i procesu poznania. Dowodem wprost (niemalże o charakterze podstawowym) na podane stwierdzenie mogą być wyniki z [142], gdzie uzasadniano, że wielkoskalowa

synchronizacja oscylacyjnej aktywności neuronów odgrywa znaczącą rolę w przebiegu procesów informacyjnych i poznania. Faktem jest, iż wylistowany zakres problemów jest przedmiotem licznych rozważań zespołów badawczych [52, 173, 308, 321, 342, 459, 468], przyczyniając się do rozwoju teorii sieci oraz ich aplikacji. Dla metrologii istotne jest przede wszystkim poszukiwanie wzorców, w ramach teorii sieci złożonych integrujących topologiczne i dynamiczne cechy podstawowych jego obiektów (sieci), które dzięki swej powtarzalności i stabilności mogłyby być podstawą porównania, tj. procesu pomiarowego (patrz np. indeks prawdopodobieństwa rekurencji szacowany dla zrekonstruowanych grafów rekurencyjnych [215]).

Fakt, że prowadzenie badań z wykorzystaniem pojęcia sieci złożonej bywa utrudnione, choćby przez ograniczenia w dostępie do danych (np. ze względu na mierzalność wielkości charakteryzujących system złożony), warto podkreślić w sytuacji, kiedy teoria sieci złożonych próbuje zaadaptować inną teorię – synchronizacji, gdzie każda z nich stanowi samodzielne, rozległe i nietrywialne wyzwanie intelektualne. Jest też charakterystyczne dla styku tych dwóch pojęć, tj. sieć i synchronizacja, że większość rozważań w ich zakresie odbywała się z wykorzystaniem technik modelowania i eksperymentów numerycznych. Co wartościowe, w jakimś sensie wymusiły one przeniesienie analiz procesów synchronizacji w topologicznym obiekcie sieci złożonych w zakres algebry. Jest to możliwe choćby z racji funkcjonowania algebraicznej reprezentacji sieci – wprowadzona w rozdziale 1.2 macierz sąsiedztwa A . Tym samym mówi się np. o algebraicznych połączeniach (ang. *algebraic connectivity*) w sieciach czy ich relacji względem synchronizowalności, wprowadzając przy tym pojęcie macierzy Laplace’a [461], analizując zjawisko w sieciach łączonych, ciągłych lub dyskretnych systemów dynamicznych [461], reprezentowanych przez oscylatory statyczne i dynamiczne, o dynamice liniowej lub nieliniowej [461] czy rozważając reprezentacje zmiennych stanu z opóźnieniem (ang. *time-delayed state variables*) [15, 461]. To samo stosuje się w zadaniach optymalizacji projektowanych sieci pod kątem ich synchronizowalności, rozważając scenariusze splątania sieci złożonych (ang. *entangled networks*), czy posługując się metodami i narzędziami znanymi z innych obszarów wiedzy, np. symulowane wyżarzanie (ang. *simulated annealing*) – algorytmy genetyczne [15, 99, 100].

Za punkt wyjścia w analizie synchronizacji w sieciach przyjęło się uznawać model Kuramoto (1.56) [250, 251], fenomenologicznie wyjaśniony w ramach równań (1.54) i (1.55) oraz odpowiadający im model mechaniczny (patrz rys. 1.34), jednak algebraiczna formuła analiz oraz dostępność efektywnych technik obliczeniowych ułatwiły rozwinięcie dziś koncepcji na reprezentację systemową, gdzie węzły sieci są analogami samodzielnie funkcjonujących złożonych podsystemów dynamicznych (np. indywidualne gospodarstwa domowe – ze swą infrastrukturą generatorów, dystrybutorów i odbiorników energii oraz zachowań użytkowników – w strukturze inteligentnej sieci energetycznej czy inteligentnego miasta – patrz rys. 1.35).



Rys. 1.35. Synchronizacja w sieci systemów dynamicznych:

- a) koncepcyjne odniesienie do schematu topologicznego sieci złożonej,
 b) przykład sieci inteligentnego miasta utworzony na zbiorze inteligentnych, indywidualnych gospodarstw domowych

$$\dot{\varphi}_i = \omega_i - \frac{K}{N} \sum_{j=1}^N \sin(\varphi_j - \varphi_i), \quad i \in \{1, \dots, n\} \quad (1.56)$$

gdzie K jest stałą połączenia oscylatorów (tutaj: węzłów sieci).

W modelu Kuramoto zbiorową dynamikę całej populacji oscylatorów mierzy się, stosując indeks wyrażający makroskopowe uporządkowanie systemu [15]

$$r(t)e^{i\zeta(t)} = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N e^{i\varphi_j(t)} \quad (1.57)$$

gdzie współczynnik $0 \leq r(t) \leq 1$ wyraża koherencję fazową populacji a $\zeta(t)$ jest średnią fazą. W przypadkach granicznych, tj. dla $r \equiv 1$, oscylatory są zatrzaśnięte w fazie, natomiast gdy $r \equiv 0$ przemieszczają się one w sposób bezładny.

W przypadku aplikacji modelu Kuramoto dla złożonych topologii, konieczne jest jego przeformułowanie (1.56) jak poniżej, w celu uwzględnienia połączeń

$$\dot{\varphi}_i = \omega_i - \sum_{j=1}^N \sigma_{ij} a_{ij} \sin(\varphi_j - \varphi_i), \quad i \in \{1, \dots, n\} \quad (1.58)$$

gdzie σ_{ij} jest siłą połączenia między parami oscylatorów, natomiast a_{ij} to elementy macierzy sąsiedztwa (\mathbf{A}). Powrót do pierwotnej postaci modelu Kuramoto wymaga spełnienia warunku $a_{ij} = 1, \forall i \neq j$ oraz $\sigma_{ij} = K/N, \forall i, j$.

Korzystając z konstrukcji macierzy sąsiedztwa, do teorii sieci wprowadzono pojęcie macierzy Laplace'a \mathbf{L} (ang. *Laplacian matrix*). Definiując stopień węzła ze względu na sumę wag krawędzi z niego wychodzących – $k_i^{\text{out}}(a)$, wyznacza się nieujemną macierz \mathbf{L} o zerowej sumie elementów w wierszach jak poniżej [461]

$$\mathbf{L} = \mathbf{D} - \mathbf{A} \quad (1.59)$$

gdzie \mathbf{A} jest macierzą sąsiedztwa, natomiast \mathbf{D} jest diagonalną macierzą o wartościach odpowiadających stopniom $k_i^{\text{out}}(a)$ indywidualnych (i -tych) węzłów. Macierz Laplace'a ma istotne znaczenie podczas charakteryzacji synchronizowalności sieci, szczególnie tych reprezentowanych przez rodzinę grafów dwudzielnych. Etapem takiej analizy jest ustalenie wartości miary kwantyfikującej algebraiczne połączenie w grafie. Dla macierzy hermitowskiej \mathbf{A} rzędu n , niech jej wartości własne spełniają warunek

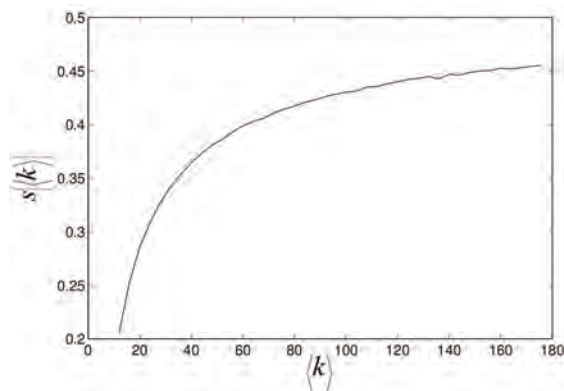
$$\lambda_1(\mathbf{A}) \leq \lambda_2(\mathbf{A}) \leq \dots \leq \lambda_n(\mathbf{A}) \quad (1.60)$$

Równoważnie można też napisać $\lambda_1(\mathbf{A}) = \lambda_{\min}(\mathbf{A})$ i $\lambda_n(\mathbf{A}) = \lambda_{\max}(\mathbf{A})$. Algebraiczne połączenie grafu o macierzy laplace'owskiej \mathbf{L} zdefiniowane jest jako $\lambda_2(\mathbf{L})$, tj. druga najmniejsza wartość własna macierzy \mathbf{L} . Podczas analizy warunków synchronizacji analogiczne zainteresowanie pada także na największą wartość własną \mathbf{L} oznaczaną jako $\lambda_n(\mathbf{L})$.

W modelu (1.58) uwzględniono także współczynnik wyrażający siłę połączenia. W literaturze przedmiotu rozszerzającej zaproponowany opis, zwykło się wyznaczać parametr charakteryzujący jakość połączenia (ang. *connectivity measure*), bezpośrednio kojarzony z wcześniej wspomnianą siłą połączenia. Wiąże się on z macierzą sąsiedztwa (\mathbf{A}) przez konstrukcję macierzy \mathbf{L} , uwzględniając jednocześnie inne cechy różnicujące dotychczas postulowane modele sieci, np. Wattsa–Strogatza, sieć małych światów czy sieć bezskalowa. Przykładowo, dla sieci o n węzłach i ich stałym średnim stopniu wynoszącym $\langle k \rangle$, miarę jakości połączenia zdefiniowano jako [461]

$$s(\langle k \rangle) = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\lambda_2}{\langle k \rangle}. \quad 0 \leq s(\langle k \rangle) \leq 1 \quad (1.61)$$

Użyteczność powyższej miary odnosi się nie tylko do charakteryzacji specyfiki wewnętrznych połączeń między węzłami sieci reprezentującymi dynamikę oscylatorów, lecz rozszerza się na dynamikę związaną z przyrostem rozmiaru sieci (liczby węzłów, liczby połączeń). W ten sposób można ocenić, np. zdolność sieci do przesyłania informacji czy odporność takiej struktury na występowanie zaburzeń. Symulacje komputerowe, przeprowadzone przez Wu [461], pokazują, że dla ustalonej wartości $\langle k \rangle$ zwiększanie liczby węzłów n powoduje monotoniczny wzrost λ_2 . Na rysunku 1.36 wykazano, że w przypadku sieci bezskalowych istnieje górne ograniczenie dla wartości miary $s(\langle k \rangle)$. A więc po przekroczeniu pewnej progowej wartości n łączność między jej węzłami nie poprawia się ze względu na rozrost „kanału komunikacyjnego”.



Rys. 1.36. Symulacja komputerowa obrazująca zmianę stopnia powiązania między węzłami – miara $s(\langle k \rangle)$ – w sieci bezskalowej w zależności od średniego stopnia węzła $\langle k \rangle$

W tabeli 1.2 wyspecyfikowano wartość miary połączenia dla trzech najpopularniejszych modeli sieci.

Tabela 1.2. Wybrane klasy modeli sieci oraz odpowiadające im wartości miary połączenia $s(\langle k \rangle)$; k_{\min} – minimalna wartość stopnia węzła w zbiorze n -stopni (tj. $\{k_1, \dots, k_n\}$) należnych rozpatrywanemu grafowi sieci

Model sieci	Miara jakości połączenia $s(\langle k \rangle)$
Sieć losowa	$s(\langle k \rangle) \approx 1$, dla $\langle k \rangle \rightarrow \infty$
Sieć Watts–Strogatza	$\approx p = k_{\min}/n$
Sieć bezskalowa	$\approx 0,5$, dla $\langle k \rangle \rightarrow \infty$

Prowadzi się także badania mając na względzie jeszcze inny kontekst rekonfiguracji sieci, aniżeli przedstawiony wcześniej. Ścisłej mówiąc, pytanie dotyczy analizy wrażliwości synchronizowalności na zmianę (usunięcie) liczby węzłów sieci, prowadzonej przez pryzmat macierzy połączeń. W jej wyniku ustalono, że jeżeli wskutek usunięcia węzła(-ów) w sieci bezskalowej druga najmniejsza wartość własna macierzy połączenia pozostaje niezmienną, wówczas stabilność synchronizacji sieci także nie ulega zmianie. Co więcej, nawet jeśli w rozważanej sieci usuniętych zostanie 5% losowo wybranych węzłów, to λ_2 pozostaje prawie niezmienną, a przebieg zachodzącej w strukturze synchronizacji nie ulegnie zmianie. Z drugiej strony, chociaż sieć bezskalowa wydaje się strukturą szczególnie dobrze dostosowaną, by tolerować losowe błędy, to zarazem jest ona szczególnie podatna na zamierzone ataki. Zbadano bowiem, że w okoliczności celowych działań związanych z usuwaniem węzłów, druga najmniejsza wartość własna macierzy połączeń gwałtownie maleje. Dla przykładu, λ_2 maleje o połowę, gdy usuniętych zostanie 1% węzłów o największym stopniu połą-

czeń. W sposób naturalny tego typu analizy prowadzą do pytania na temat tego czy heterogeniczność w sieciach bezskalowych poprawia synchronizowalność i czy istnieją topologie bardziej optymalne w świetle tak sformułowanego kryterium. Odpowiedź odnaleźć można np. w pracy [317], gdzie poszukiwano związku między synchronizowalnością sieci wyrażoną jako λ_N/λ_2 , odległością d między węzłami w sieci oraz wykładnikiem potęgowym γ . Obserwacja mówi, że wzrostowi γ towarzyszy przyrost stosunku λ_N/λ_2 . Innymi słowy, im sieć staje się bardziej heterogeniczna, tym staje się mniej zsynchronizowana.

Analogiczna praca porównująca cechy synchronizacyjne losowej sieci Erdős–Rényiego i Barabásiego–Alberta podejmuje kwestię globalnej i lokalnej synchronizowalności w funkcji liczby węzłów N , średniego stopnia węzła $\langle k \rangle$ i gęstości połączeń $\langle k \rangle/N$ [402]. Najważniejsze spostrzeżenia w niej zawarte, to:

- struktura oddziaływań sieciowych ma istotny wpływ na ścieżkę dochodzenia do synchronizacji w układach połączonych oscylatorów, czyli homogeniczność sieci powoduje szybsze osiągnięcie wyższego stopnia synchronizacji globalnej i lokalnej aniżeli w sieciach heterogenicznych,
- globalna synchronizacja w przeważającej mierze wynika z topologii sieci,
- lokalna synchronizacja bezpośrednio wiąże się ze średnim stopniem węzłów, tj. dla małych $\langle k \rangle$ obserwowano znaczący wskaźnik synchronizowalności, natomiast w zakresie średnich wartości $\langle k \rangle$ niewysoki poziom synchronizowalności zachodzi, gdy stała połączenia K (1.56) jest mniejsza od wartości krytycznej K_{crit} (w [250, 251] Kuramoto wykazał, że synchronizacja w modelu (1.56) zachodzi, gdy współczynnik K przekracza pewien poziom K_{crit} funkcji rozkładu częstotliwości własnych ω_i).

Innym zagadnieniem podejmowanym w kontekście pomiarów synchronizacji w sieciach złożonych jest, np. opis dynamicznych oddziaływań (m.in. związanych z inicjowaniem i przebiegiem synchronizacji) między odległymi węzłami reprezentującymi samodzielne systemy o zadanej dynamice, w tym mieszczące się w klasie tzw. sieci wielowarstwowych (ang. *multilayer networks*) [54, 262].

Dobrym wprowadzeniem literaturowym do wspomnianych problemów może być np. [52, 239, 374, 461].

2. Szeregi czasowe i sieci złożone w metrologii – transformacja wprost i odwrotna

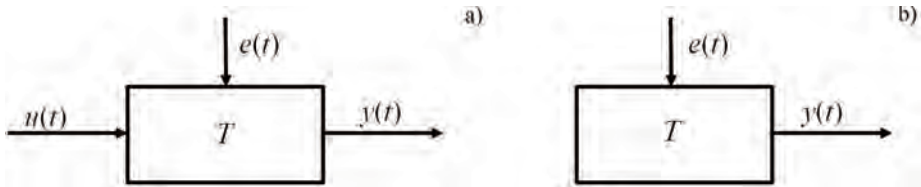
Teoria sieci złożonych dostarcza oryginalną koncepcję reprezentacji otaczającej rzeczywistości, tzn. poszukuje metod obiektywnego przyrównania abstrakcyjnych obiektów sieci do fizycznych przejawów obserwowanych systemów na potrzeby opisu właściwości tych systemów. Faktem jest, że w świecie fizycznym sieciową strukturę badanych systemów w pewnych przypadkach możemy dostrzec wprost, np. sieć kontaktów społecznych, sieć układu elektronicznego, sieć neuronowa itp., są też jednak przypadki, kiedy taka identyfikacja nie jest bezpośrednia.

Nauka o sieciach zainicjowana została bogactwem obserwacji prowadzonych w realnych przypadkach (co opisano we wcześniejszych rozdziałach), odnoszących się do rozległych systemów, złożonych z wielu współdziałających ze sobą elementów (podsystemów), wykazujących pewną nietrywialną w opisie topologię i dynamikę. Uwagę człowieka eksplorującego otaczającą rzeczywistość na potrzeby umiejętnego koegzystowania w jej zastanych warunkach od stuleci skupia zagadnienie możliwie dokładnego opisu wkładu (chwilowego i/lub w pewnym przedziale czasu) poszczególnych podsystemów w zachowanie całego badanego układu, które sformowano w tzw. problem złożoności obiektów [280].

Chociaż nadrzędnym celem aktu pomiarowego jest zdobycie wiedzy na temat obserwowanego obiektu, to jego realizacja może odbywać się w różnych schematach i dotyczyć/korzystać z informacji rejestrowanych w różnych punktach układu. Prowadzenie obserwacji nierozzerwalnie wiąże się z gromadzeniem danych pomiarowych, w rozciągłości dziedziny obserwacji kodujących zachowanie badanego systemu, tj. zmierzone dane pomiarowe są wyrazem chwilowych lub okresowych cech i zachowania obiektu. W metrologii opracowano metody eksploracji systemów, korzystające z konfiguracji obiekt-sygnał(-y) do analizy jak pokazano to na rys. 2.1.

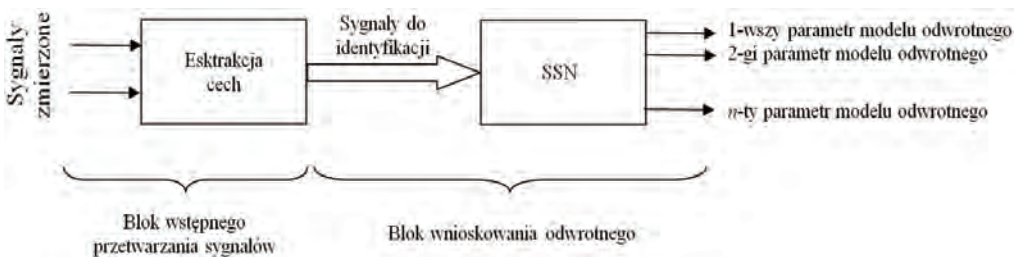
W ujęciu transmitancyjnym rozważania na temat obiektu o transmitancji (T) prowadzone są w odniesieniu do jego wejścia ($u(t)$) oraz wyjścia ($y(t)$), natomiast sytuacja druga (rys. 2.1b) dotyczy wnioskowania o systemie z wykorzystaniem informacji (wyników pomiaru) rejestrowanych na wyjściu y w zadanym czasowym przedziale prowadzenia eksperymentu obserwacyjnego, tzn. na podstawie szeregu czasowego;

a więc modele tej ostatniej klasy stosuje się w sytuacjach, kiedy brak jest wiedzy zarówno o procesach zachodzących w obiekcie, jak i nieznaną jest postać oddziałujących na niego pobudzeń. W sytuacji pomiaru rzeczywistego w obydwóch przypadkach należy dodatkowo uwzględnić udział szumu pomiarowego $e(t)$ (mierzalnego i niemierzalnego) w kształtowaniu się odpowiedzi układu i wiedzy na jego temat.



Rys. 2.1. Uogólniony schemat pomiaru właściwości strukturalnych i zachowania obiektu:
a) ujęcie transmitancyjne, b) szereg czasowy

Konfiguracja obiekt-sygnal(-y) z rysunku 2.1a dopuszcza realizację dwóch schematów zadań, tzw. zadania wprost oraz zadania odwrotnego [300–303, 349]. W pierwszym przypadku obserwator dysponuje wiedzą na temat obiektu T oraz wejścia u , a zainteresowanie dotyczy mierzonego wyjścia y . W ramach zadania odwrotnego możliwe są dwa scenariusze wnioskowania: znany jest sygnał wyjściowy (y) oraz funkcja przejścia (T), a wnioskuje się o wejściu (u), albo posiadana jest informacja na temat wejścia (u) i wyjścia (y), natomiast wnioskowanie dotyczy transmitancji T . Metody te operują na modelach rozważanych systemów, w sposób pośredni odtwarzając ich właściwości i zachowanie. Przykładem zadania pomiarowego zrealizowanego w schemacie wnioskowania odwrotnego dla modelu obiektu w postaci sieci jest ocena mechaniki oddychania techniką przerwanową wykorzystującą sztuczne sieci neuronowe (SSN) [194], którego koncepcję odzwierciedlono schematycznie na rys. 2.2. Korzyścią wynikającą z zastosowania SSN w zadaniu identyfikacji jest możliwość pomiaru większej liczby parametrów aniżeli w przypadku klasycznych algorytmów (np. nieliniowa metoda najmniejszych kwadratów) teorii estymacji, z jednoczesnym obniżeniem czasu trwania



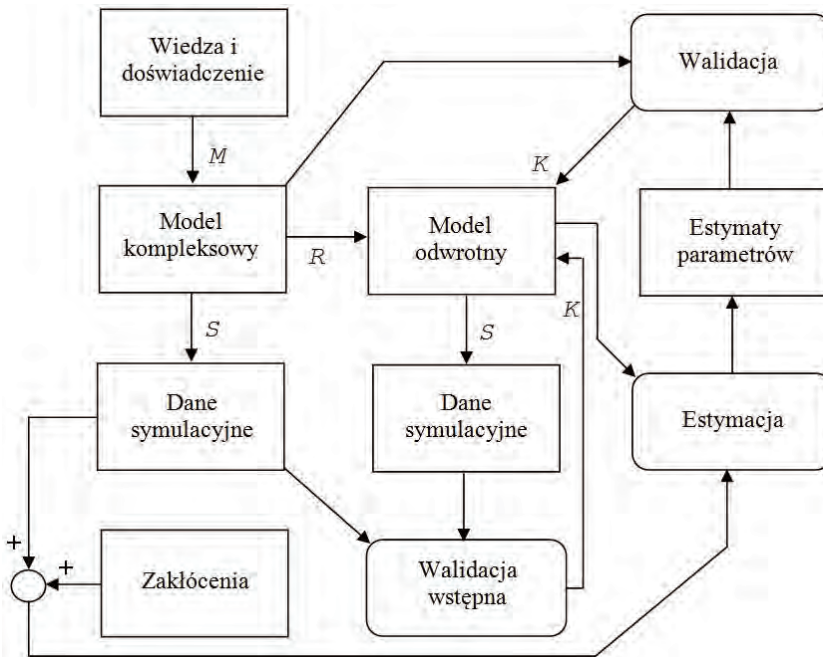
Rys. 2.2. Schemat wnioskowania odwrotnego, wykorzystujący sztuczne sieci neuronowe (SSN), zastosowany w [194] do oceny mechaniki oddychania

nia analizy. Więcej szczegółów związanych z opisaną metodologią odnaleźć można, np. w [322, 349]. W przypadku pracy z szeregami czasowymi pośrednio zdobywana wiedza na temat systemu związana jest z modelowaniem zbiorów danych y i definiowaniem dla nich miar korelujących z fizycznymi właściwościami badanego obiektu.

Streszczona konwencja klasycznego pojmowania metody pomiaru obowiązuje także w ramach nauki o sieciach złożonych. Dodatkowo wprowadza ona do analizy systemów złożonych sieć jako narzędzie wnioskowania, które na tle wnioskowania odwrotnego nabiera nowego znaczenia w zastosowaniu do szeregów czasowych. Metody właściwe dla sieci złożonych mogą bowiem stanowić alternatywę dla rozwijanych dotychczas procedur pracy z danymi w postaci szeregów czasowych. Zgodnie z wcześniej przedstawionymi faktami, duża ilość informacji zakodowana jest w topologii sieci oraz dynamice jej węzłów, które jak pokazują przykłady sieci rzeczywistych oraz budowana dla nich teoria pozostają ze sobą w pewnej relacji. Typowe podejście, opisywane w poprzednim rozdziale, zakłada wnioskowanie na temat dynamiki sieci na podstawie znajomości jej topologii. Pytaniem aktualnym, wpisującym się w schemat problemu odwrotnego w metrologii jest to, jak identyfikować topologię sieci na podstawie zarejestrowanego w systemie sygnału? A więc w zasugerowanym przypadku, mówiąc o pomiarze odwrotnym, rozważa się możliwość rekonstrukcji struktury sieciowej z szeregu czasowego, przy czym w stawianiu pytań należy pójść dalej i rozważać odwracalność transformacji szereg czasowy–sieć złożona, tj. konwersję z postaci sieci złożonej do reprezentacji szeregu czasowego. Taka możliwość dowodziłaby nie tylko właściwości sieci funkcjonującej jako miara zdefiniowana na pewnym zbiorze próbek, ale jako pewien jego model, analogicznie do struktur klasy AR, ARMA itp. [350, 391] lub też szerzej, tj. w rozumieniu współczesnej teorii pomiaru [131, 413]. Ponadto opisany mechanizm to gwarant liczących zastosowań sieci złożonych (o znaczeniu teoretycznym i eksperymentalnym).

Zestawiając efektywność algorytmów funkcjonujących na potrzeby modelowania przyczynowo-skutkowego (ang. *forward-inverse modeling*) w ramach dotychczasowych teorii z projektowanymi w obrębie teorii sieci, dostrzec można rozszerzenie pojęcia i zastosowania modelowania odwrotnego. Typowo problem odwrotny realizowany jest na podstawie uproszczonego modelu zjawiska (patrz rys. 2.3), wyróżniającego kilka czy kilkanaście identyfikowalnych parametrów, przy czym oczekuje się, że warunki pomiaru dotyczą pełnej lub częściowej znajomości reguł oraz małej czy co najwyżej średniej złożoności obiektu. Zastosowanie reguł nauki o sieciach złożonych zwyczajowo umożliwia zwiększenie efektywności rekonstrukcji cech systemu, tak że dopuszczalny jest częściowy lub całkowity brak znajomości reguł oraz duża złożoność badanego obiektu [130]. W przypadku szeregów czasowych, transformacje wprost i odwrotne operują na różnych reprezentacjach systemu (szereg czasowy i sieć złożona) i granicznie powinny stanowić odwzorowanie po-

wtarzalne i bezstratne (minimalizacja błędu projekcji), co sugerowałoby tożsamość szeregu czasowego i sieci złożonej. Jednak, biorąc pod uwagę fakt, iż w naturze większość sygnałów (tutaj: szeregów czasowych) generowanych jest w sposób analogowy, to wprowadzenie dyskretyzacji na którymkolwiek z poziomów odwzorowania między szeregiem czasowym i siecią złożoną powinno uwzględniać świadomość o nieidealności takiego podejścia, tj. jego stratności. Projektowanie metod pomiaru korzystających z teorii sieci złożonych powinno zatem uwzględniać zagadnienia dokładności i powtarzalności dostarczanych ocen ilościowych systemów i zbiorów danych.

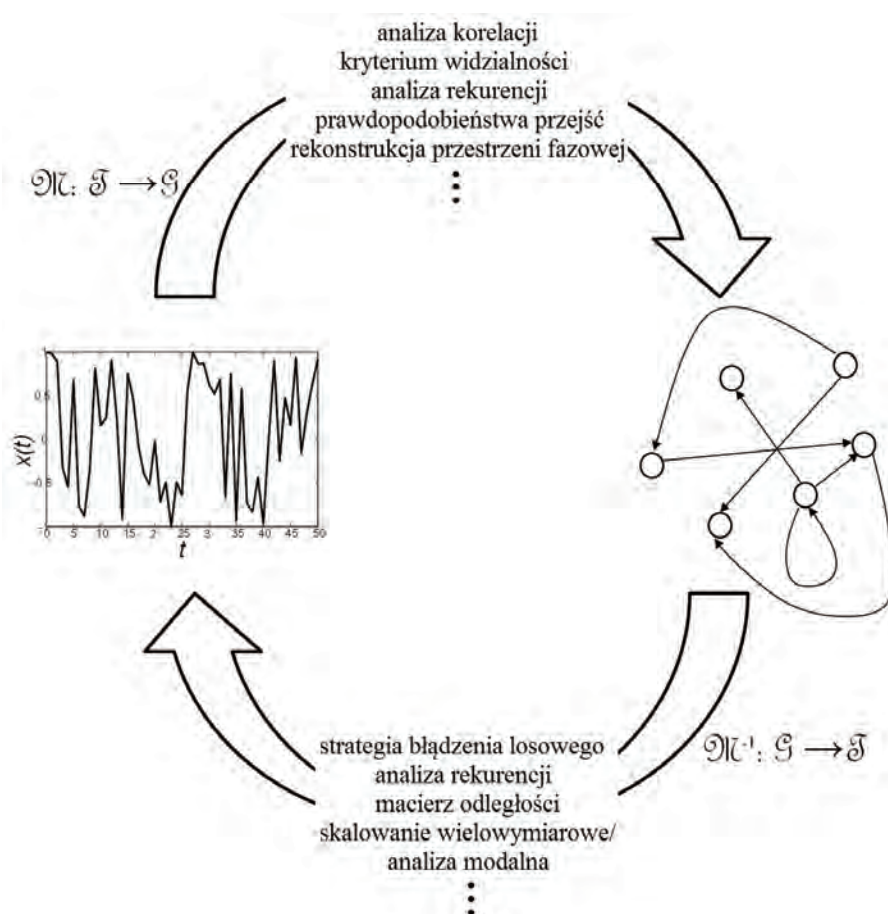


Rys. 2.3. Schemat omawianego w [349] modelowania przyczynowo-skutkowego:
M – modelowanie, *R* – redukcja modelu, *S* – symulacja, *K* – korekcja modelu

2.1. Dualność – szereg-czasowy – sieć złożona

Badanie związków pomiędzy częściami składowymi układu złożonego oraz jego czasowej ewolucji to dwie powszechnie stosowane strategie badania systemów. W odniesieniu do systemów dynamicznych często stosuje się analizę szeregów czasowych (zmierzonych sygnałów) w celu identyfikacji natury przynależnej rozważa-

nym zjawiskom zakodowanych w sekwencji dostępnych obserwacji i predykcji przyszłych wyjść/zachowań. Na przestrzeni wielu dziesięcioleci opracowano znaczącą liczbę technik analizy szeregów czasowych, począwszy od metod czasowo-częstotliwościowych (jak np. transformacja Fouriera, falkowa i ich pochodne [56, 58, 245, 337]), przez np. modele z ruchomą średnią typu AR, ARMA czy ARIMA, aż po metody dynamiki nieliniowej, tj. rekonstrukcje związane z zanurzeniem w przestrzeni fazowej, wykładniki Lyapunowa, wymiar korelacyjny, miary entropijne itd. [80, 232–234, 297, 318, 324, 343, 361, 378, 380, 471]. Techniki te umożliwiają badaczom i inżynierom zebranie charakterystyk właściwych dla szeregów czasowych w zwarty zbiór miar, możliwych do wykorzystania celem zrozumienia dynamiki systemów oraz predykcji ich czasowej ewolucji.



Rys. 2.4. Ilustracja odwzorowania wprost ($\mathcal{M}: \mathcal{T} \rightarrow \mathcal{G}$) oraz odwzorowania odwrotnego ($\mathcal{M}^{-1}: \mathcal{G} \rightarrow \mathcal{T}$) między szeregami czasowymi (\mathcal{T}) i sieciami złożonymi (\mathcal{G}) w teorii sieci złożonych

Istotną właściwością wspomnianej systematyki miar jest to, że nie zachowuje ona wszystkich właściwości eksplorowanego szeregu czasowego, co wyzwala badaczy do intensywnych prac nad rozwojem nowych metryk zdolnych do wychwytywania dodatkowych informacji czy też oryginalnego kwantyfikowania szeregu czasowego [164, 254, 440, 473]. Metody wywodzące się z teorii sieci złożonych okazują się alternatywnym opisem szeregów czasowych [18, 94, 191, 235, 290, 306, 412, 451], przynoszącym jedno z najbardziej zaawansowanych rozszerzeń, jeśli chodzi o zdolność do odwzorowania właściwości i zachowania rozważanych systemów. Sieci złożone i szeregi czasowe to dwa na tyle ogólne sposoby reprezentacji złożonych systemów, iż przy odpowiednim postępie badawczym mogłyby być rozważane jako samodzielne teorie. Tymczasem na dzień dzisiejszy każdemu z tych podejść można przypisać różną zdolność do ekstrakcji obiektywnych informacji na temat badanych obiektów. Pomijając źródła tych rozbieżności, ulokowane m.in. w historii rozwoju każdego z wskazanych obszarów wiedzy, korzystne pod kątem możliwości opisu otaczającej rzeczywistości byłoby bezstratne przejście pomiędzy szeregiem czasowym a siecią złożoną i *vice versa*. Jak pokazują prace [71, 405], szeregi czasowe i sieci złożone mogą współistnieć jako egzemplifikacja właściwości i zachowania rozważanego systemu. Realizują one wówczas schemat transformacji z rys. 2.4, przy czym w przewadze badaniu poddawano procedury mapowania jednokierunkowego (wprost lub odwrotnego).

Kluczowym zadaniem w odniesieniu do schematu (rys. 2.4) jest zaproponowanie mechanizmu odwzorowania i zbadanie jego właściwości. Jeden z najbardziej interesujących postępów, jaki dokonał się w tym względzie dotyczy konwersji szeregu czasowego do postaci sieci złożonej. Wykorzystywane do tego celu koncepcje bazują m.in. na analizie korelacyjnej [464, 474], kryterium widzialności [253, 272], analizie rekurencji, opisie prawdopodobieństwa przejść między wyróżnionymi poziomami [264, 279, 316, 386] czy rekonstrukcji przestrzeni fazowej [152, 462]; bardziej kompletną listę takich mechanizmów odnaleźć można w [103] i zawartych tamże referencjach. Rozważania wykazały zdolność do odwzorowania wybranych cech szeregów czasowych w sieci o identyfikowalnych właściwościach topologicznych, a więc do ekstrakcji informacji zakodowanych w szeregach czasowych z pomocą miar zdefiniowanych w obrębie nauki o sieciach. Nie zbadano natomiast w sposób kompletny właściwości takich transformacji, np. relacji pomiędzy właściwościami topologicznymi i konkretnymi przejawami w odpowiadających im źródłowych szeregach czasowych.

U podstaw problemów na styku szereg czasowy–sieć złożona jest to, że większość spośród wymienionych odwzorowań $\mathcal{M}: \mathcal{T} \rightarrow \mathcal{G}$ z postaci szeregu czasowego \mathcal{T} do reprezentacji sieciowej \mathcal{G} nie ma operacji odwrotnej $\mathcal{M}^{-1}: \mathcal{G} \rightarrow \mathcal{T}$, chociaż samo odwzorowanie sieć złożona–szereg czasowy jest realizowalne (np. [267, 385, 447, 451]). Można jednak przytoczyć prace autorów podejmujących zagadnienie dwustronnej/odwracalnej (tj. wprost i odwrotnej) transformacji między szeregiem czasowym i siecią złożoną, jednakże ich użyteczność jest ograniczona, np. ze względu na wrażliwość procedury względem arbitralnego wyboru parametrów [175, 405] czy wykorzy-

stywanie (a więc znajomość) informacji dotyczącej przekształcenia \mathcal{M} w konstrukcji \mathcal{M}^{-1} [386] (wiedza taka nie jest dostępna w przypadku zadania transformacji sieci rzeczywistych do postaci szeregu czasowego). Pewnym postępowaniem w omawianym obszarze zagadnieniowym jest praca Campanharo i in. [71] postulująca koncepcję równorzędnych funkcjonujących reprezentacji: szeregu czasowego i sieci złożonych. Taka dualna reprezentacja przynosi korzyści obopólne, dopuszczając dyfuzję metod sieciowych do analizy szeregów czasowych i *vice versa*, tj. opierając się na gromadzonej przeszło trzysta lat wiedzy w obrębie szeregów czasowych, inspiruje badania w obrębie nauki o sieciach złożonych.

Niech \mathcal{M} będzie odwzorowaniem ciągłego w czasie szeregu czasowego $X \in \mathcal{T}$ do postaci grafu/sieci $g \in \mathcal{G}$, gdzie $X = \{x(t) \mid t \in \mathbb{N}, x(t) \in \mathbb{R}\}$, natomiast $g = \{V, E\}$ zawiera zbiór węzłów i połączeń. W idealnej sytuacji odwzorowanie zachowywałoby wszystkie informacje zawarte w źródłowym szeregu czasowym, gdyby było odwzorowaniem bijektywnym, tj. gdyby każdy szereg czasowy miał dokładnie jedną reprezentację sieciową $g = \mathcal{M}[X]$, odwracalną do postaci dokładnie takiego samego (źródłowego) szeregu czasowego $X = \mathcal{M}[\mathcal{M}[X]]$. W praktyce spełnienie takiego warunku jest niemożliwe, ponieważ każdy ciągły szereg czasowy przyjmuje nieprzeliczalnie wiele wartości, podczas gdy reprezentacja każdej sieci jest ograniczona do przeliczalnego zbioru V węzłów i E połączeń. A zatem każde odwzorowanie z postaci ciągłego w swej dziedzinie szeregu czasowego X do postaci sieci g musi w jakiś sposób dyskretyzować szereg czasowy. Na tym etapie mieści się wiele różnic w projektowanych transformacjach \mathcal{M} oraz \mathcal{M}^{-1} , definiujących dualność reprezentacji szereg czasowy–sieć złożona, tj. w praktyce minimalnie stratną konwersję wprost i odwrotną pomiędzy nimi. Dla przykładu Campanharo i in. [71] zastosowali dyskretyzację niewrażliwą na rozkład wartości X , opartą na identyfikacji zadanej na wejściu algorytmu liczby \mathcal{Q} kwantyli i skojarzeniu każdego $q \in \mathcal{Q}$ kwantyla z węzłem $v \in V$ w odpowiedniej sieci. Zastosowanie zrekonstruowanej z [71] projekcji wprost $\mathcal{M}: \mathcal{T} \rightarrow \mathcal{G}$ i odwrotnej $\mathcal{M}^{-1}: \mathcal{G} \rightarrow \mathcal{T}$ do dwóch szeregów czasowych wygenerowanych w modelu teoretycznym (2.1) umożliwia poglądowo ocenić zasadność równorzędnego funkcjonowania dwóch rozważanych reprezentacji systemów złożonych, tj. szeregu czasowego i sieci złożonej.

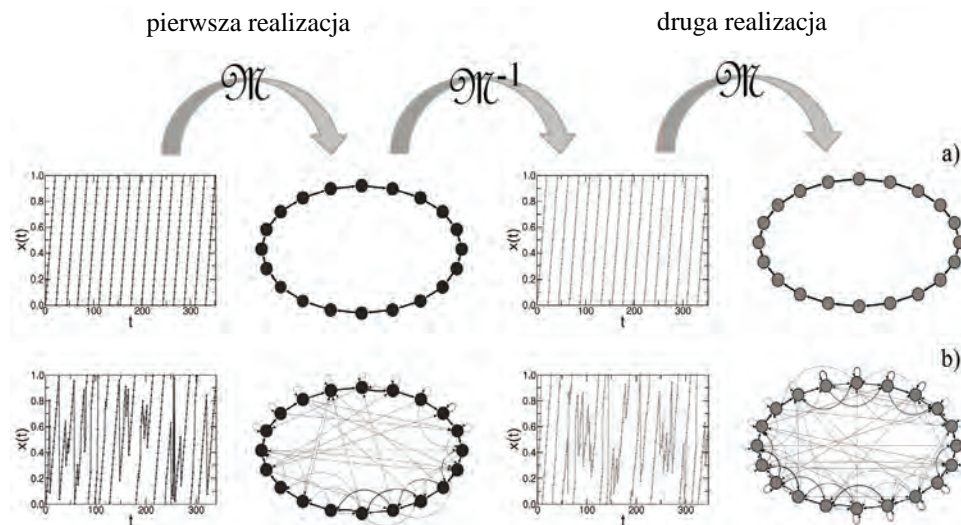
$$x(t) = \begin{cases} \text{mod}(x(t-1) + \delta + \eta, 1), & \text{z prawdopodobieństwem } p \\ \text{mod}(x(t-1) + \delta, 1), & \text{w pozostałych przypadkach} \end{cases} \quad (2.1)$$

gdzie δ jest stałą, p parametryzuje prawdopodobieństwo, że szum wpływa na kolejne stany rejestrowanego szeregu czasowego, natomiast η jest zmienną losową przyjmującą wartość z rozkładu jednostajnego w przedziale $[0, 1]$.

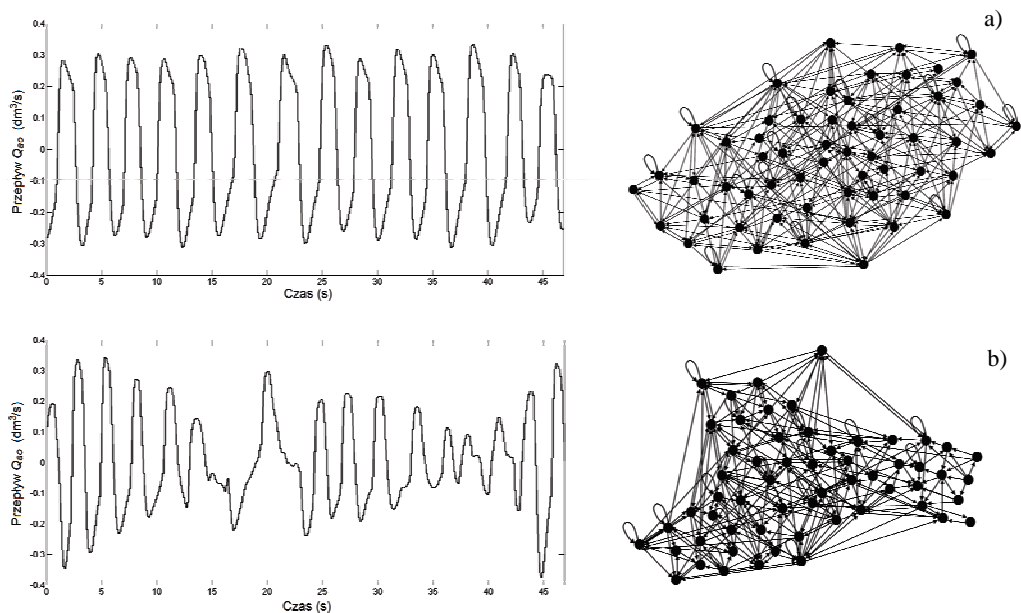
Zaproponowany eksperyment dowodzi możliwości zaprojektowania odwzorowania oferującego alternatywny opis złożonych systemów dynamicznych. Gdy zachowa-

nie układu jest regularne, podobnie jak na rys. 2.5a (prawdopodobieństwo $p = 0$), oceniana jakościowo dokładność transformacji wprost i odwrotnej (także realizowanej wielokrotnie) jest satysfakcjonująca, tj. zarówno szereg czasowy, jak i sieć zachowują swoje właściwości. Dla $p = 10^{-1}$ źródłowy zbiór danych charakteryzuje się istotną nieregularnością (rys. 2.5b). Jego porównanie z przebiegiem x_r , zrekonstruowanym w ramach sekwencji operacji \mathcal{M} i \mathcal{M}^{-1} , wskazuje na zachowanie ogólnych cech dynamiki sygnału pierwotnego (a więc i systemu), choć nie można mówić o idealnym przystawaniu wykreślonych trendów. W opisanym eksperymencie jakość transformacji wprost i odwrotnej można jeszcze poprawić, np. przez zwiększenie liczby kwantyli zastosowanej do kwantyfikacji szeregu czasowego; warto w tym miejscu zaznaczyć, że proponowany algorytm (inaczej niż analogiczne, relacjonowane w literaturze, np. [389, 405, 477]) wymaga jedynie wyboru liczby \mathcal{Q} kwantyli dla opisu źródłowego jako wejściowego parametru warunkującego przeprowadzenie operacji wprost $\mathcal{M}: \mathcal{T} \rightarrow \mathcal{G}$. Podane uwagi przenoszą się także na charakterystykę topologicznych związków pomiędzy sieciami zrekonstruowanymi z szeregów czasowych o różnym stopniu regularności (patrz rys. 2.5a i 2.5b). Charakterystyczne jest, że wzrost losowości sygnału z modelu (2.1) w dziedzinie sieci znajduje wyraz w postaci podobieństwa zrekonstruowanej struktury do opisywanego w rozdziale 1 modelu Watta–Strogatza [448]. Poczynione obserwacje dowodzą pewnej stratności proponowanej transformacji, przy czym wskazują na niezmienniczość najważniejszych cech szeregów czasowych i sieci w przypadku działania na nie odpowiednio operatorem \mathcal{M} i \mathcal{M}^{-1} . Dalsze wnioski z przedstawionej analizy jakościowej problemu dualności szereg czasowy–sieć złożona dotyczą możliwości wymiennego stosowania narzędzi właściwych dla każdej z tych domen, tj. teorii szeregów czasowych i nauki o sieciach, do charakteryzacji złożonych systemów dynamicznych. Mówiąc wprost, w teorii sieci dopuszczalne jest wykorzystywanie analizy szeregów czasowych do opisu topologicznych właściwości sieci, a zarazem analizy sieci do kwantyfikacji struktury szeregów czasowych. Na przykład wspomniane w rozdziale 1.2 motywy jako struktury identyfikowalne w sieci złożonej są równoważne okresowościom obserwowanym w szeregu czasowym, które z kolei mogą być opisane dzięki zastosowaniu do niego analizy widmowej [71]. Jednocześnie, różne dynamiczne sekwencje zakodowane w szeregu czasowym mogą być poddane analizie na zasadzie eksploracji rozległego zbioru topologicznych statystyk dostępnych w dziedzinie sieci. W ramach omawianej teorii sieci rozważa się także wykorzystanie odwzorowania wprost $\mathcal{M}: \mathcal{T} \rightarrow \mathcal{G}$ i odwrotnego $\mathcal{M}^{-1}: \mathcal{G} \rightarrow \mathcal{T}$ do zadań kompresji informacji [71, 266].

Cytowane tutaj publikacje podejmujące kwestie dualności szereg czasowy–sieć złożona łączy brak regularnej analizy metrologicznej (jakościowej i ilościowej) na granicy takiego przejścia, zwłaszcza jeśli chodzi o zastosowanie projektowanych metod i narzędzi charakteryzacji złożonych systemów dynamicznych do przypadków obiektów rzeczywistych. Brakujące ogniwo nauki o sieciach złożonych, korzystając



Rys. 2.5. Jakościowa ocena wiarygodności odwzorowania wprost i odwrotnego między szeregiem czasowym i siecią złożoną dla 320 próbek danych wygenerowanych w modelu (2.1), gdy: a) $p = 0$ oraz b) $p = 10^{-1}$; podczas symulacji wartość stałej $\delta = 0,05$, natomiast rekonstrukcji sieci z rozważanych szeregów dokonywano dla $\mathcal{L} = 20$ kwantyli



Rys. 2.6. Zastosowanie odwzorowania wprost (szereg czasowy \rightarrow sieć złożona) do danych przepływu przy ustach i nosie rejestrowanych podczas snu u osoby zdrowej a) oraz pacjenta z objawami (centralnego) bezdechu sennego b)

z jednoznacznych wzorców, powinno systematyzować rachunek błędów w przypadku pomiarów bezpośrednich i pośrednich prowadzonych w jego ramach, tak samo jak odbywa się to w ramach wcześniej rozwijanych teorii [29, 56, 303, 349].

Praktyczna użyteczność projektowanego odwzorowania wprost i odwrotnego między szeregiem czasowym i siecią złożoną dotyczy możliwości ekstrakcji informacji niedostępnych dotychczas dla innych narzędzi analizy systemów złożonych. Brak uporządkowania zagadnień w obrębie analizy metrologicznej obiektów teorii sieci złożonych przyczynia się do aplikacji algorytmów wprost i odwrotnych, oferujących miary osobliwe dla rozważanych systemów czy nawet ich stanów, nieopartych gruntowną oceną ilościową ich operowania. Niewątpliwie, pewnym wyznacznikiem dla ogólności i obiektywności postulowanej w tym zakresie miary byłyby odwracalność odwzorowania szereg czasowy–sieć złożona, tak samo jak relacjonowano to dla transformacji Campanharo i in. [71]. W celach poglądowych, na rys. 2.6 zaprezentowano oryginalne wyniki, jakie przynosi aplikacja wskazanej projekcji \mathcal{M} i \mathcal{M}^{-1} dla zbioru danych zmierzonego w rzeczywistym obiekcie, w przypadku jego poprawnego funkcjonowania oraz stwierdzonych zaburzeń – sygnał przepływu oddechowego (Q_{ao}) zmierzony przy ustach i nosie człowieka zdrowego oraz z objawami bezdechu sennego (ang. *sleep apnea syndrome* – SAS). Dyskretyzacji na potrzeby rekonstrukcji sieci dokonano na podstawie 6000 próbek źródłowego sygnału Q_{ao} i 60 kwantyli.

2.2. Dualność analizy sieci złożonych oraz analizy szeregów czasowych wykorzystujących właściwość rekurencji

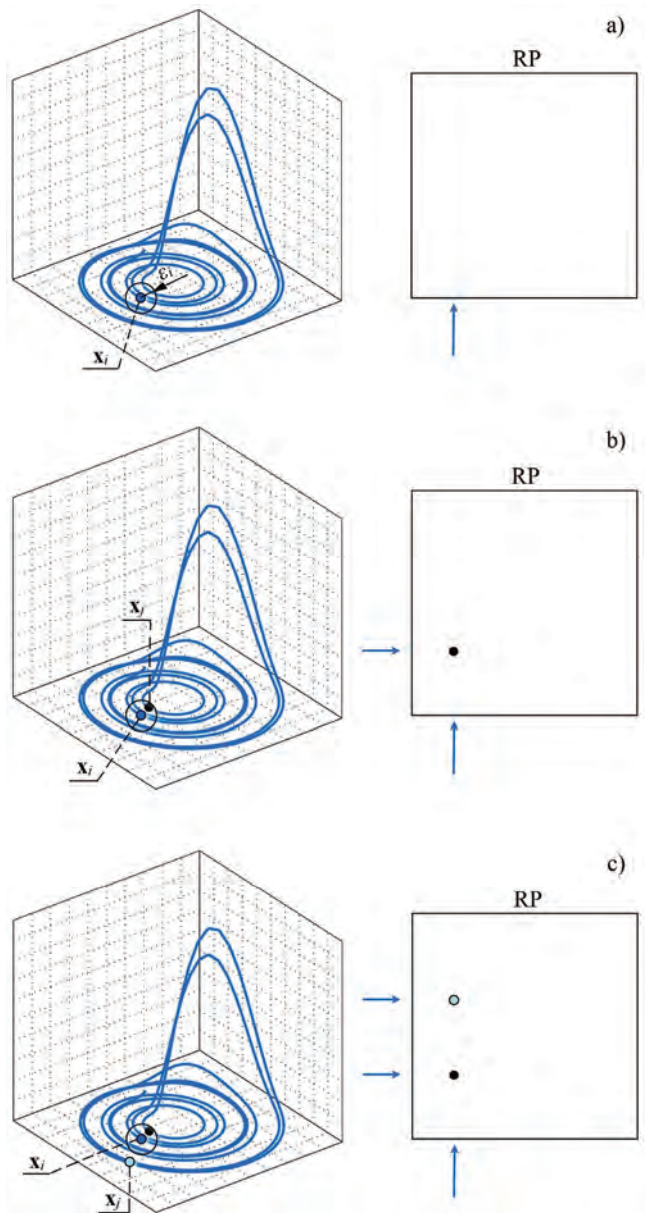
Metrologia, dociekając kompletnej informacji na temat rozpatrywanych obiektów, poszukuje charakterystycznych przejawów ich zachowań, stowarzyszonych z osobliwymi cechami organizacji strukturalnej. Zwykła przy tym korzystać z nośników tej informacji bezpośrednio dostępnych w granicach analizowanego systemu (np. szeregi czasowe jako sekwencja danych pomiarowych), ale też formułować metody reprezentacji w sposób pośredni ukazujące poszukiwane prawdy o obiekcie (np. przestrzeń fazowa, sieć złożona itp.).

W całym spektrum możliwych zachowań systemu, jedną z charakterystycznych cech jest powtarzalność (rekurencja) stanów, mająca znaczenie nie tylko abstrakcyjne, lecz także fizyczne, dowiedzione w ramach obserwacji otaczającej rzeczywistości. Dla przykładu, pewnym konfiguracjom układu Słońce–Ziemia–Księżyc odpowiadają następujące po sobie pory roku, niejako odnawiające się cykle dobowe, konkretne uwarunkowania geograficzne i hydrometeorologiczne wyzwalają czasowe występowanie anomalii pogodowych określanymi jako El Niño, współdziałanie układu nerwowo-

hormonalnego w organizmie kobiety implikuje powtarzalność cykli menstruacyjnych itd. Z perspektywy badania systemów dynamicznych kojarzona z ewolucją powtarzalność zachowań jest korzystna, gdyż wiąże się bezpośrednio z rozróżnialną zmianą stanu i wzajemnych relacji elementów tworzących układ złożony, przez co staje się on łatwiejszy w identyfikacji. Przy okazji pojawiają się oczywiście pytania m.in. o poziom, szybkość rozprzestrzeniania się czy granice tych „rekonfigurujących” działań. Dodatkowo, kompletność odpowiedzi warunkowana jest cechami narzędzi wykorzystywanych do badania obiektów dynamicznych, co ustanawia naturalną przestrzeń dla rozwijającej się nauki o sieciach. Można by niejako zapytywać o to czy sieć, przez swe cechy topologiczne, „widzi” powtarzające się „znaczniki” w dynamice systemów złożonych, a jeśli tak, to czy owa wrażliwość topologiczna na dynamiczne zmiany współzależności strukturalno-funkcjonalnych w ich obrębie jest lepszym nośnikiem informacji aniżeli inne, funkcjonujące w ramach systematyk poprzedzających naukę o sieciach złożonych?

Omówiona w rozdziale 2.1 dualność między szeregami czasowymi i sieciami złożonymi stanowi punkt wyjścia dla odpowiedzi na tak postawione pytania. Po pierwsze dlatego, że w naturalny i bezpośredni sposób niesie zakodowane w szeregach czasowych ciągów pomiarowych informacje o zdarzeniach charakterystycznych rozgrywających się w granicach obiektu złożonego. Po wtóre, ponieważ należy przetestować hipotezę czy odwzorowanie szereg czasowy-sieć złożona nie stanowi rodzaju zapyry filtrującej dochodzący strumień informacji ze składowej związanej z rekurencją. Konstruowanie odpowiedzi można oprzeć na reprezentacji wspomnianego spektrum możliwych zachowań w postaci tzw. przestrzeni fazowej, wywodzącej się z teorii układów dynamicznych inspirującej naukę o sieciach złożonych. A zatem rozważmy m -wymiarową przestrzeń stanów (faz) systemu, czyli tzw. przestrzeń fazową. Wektor stanu systemu x określony przez m zmiennych jest w tej przestrzeni reprezentowany punktem. Zmiana stanu systemu oznacza ruch w przestrzeni fazowej, trajektoria tego ruchu wyznacza natomiast tor przejścia z punktu do punktu przestrzeni, czyli przejścia ze stanu w stan. Tym samym trajektoria przedstawia ewolucję układu dynamicznego zachodzącą w czasie. Koncepcja powtarzalności stanów w skonstruowanej przestrzeni wiąże się z stwierdzeniem sąsiedztwa punktów trajektorii reprezentujących współrzędne systemu dla różnych chwil czasowych. Stała się ona podstawą zaproponowanego przez Eckmanna i in. [111] narzędzia opisu zachowania systemów dynamicznych zwanego diagramem lub grafem rekurencyjnym (ang. *recurrence plot* – RP). Nie jest to jedyny sposób reprezentacji rekurencyjnego zachowania obiektów dynamicznych – duży wkład w formalizację tego zagadnienia miał francuski uczyony Henri Poincaré, a alternatywne narzędzia, to np. odwzorowanie (przekrój) Poincarégo [19], statystyka czasu rekurencji [150, 315], odwzorowanie pierwszego powrotu [172, 339, 355] itd.

Niech wektor stanu x_i będzie i -tym punktem (dla $i = 1, \dots, N$) trajektorii odwierciedlającej zachowanie systemu dynamicznego w m -wymiarowej przestrzeni fazowej;



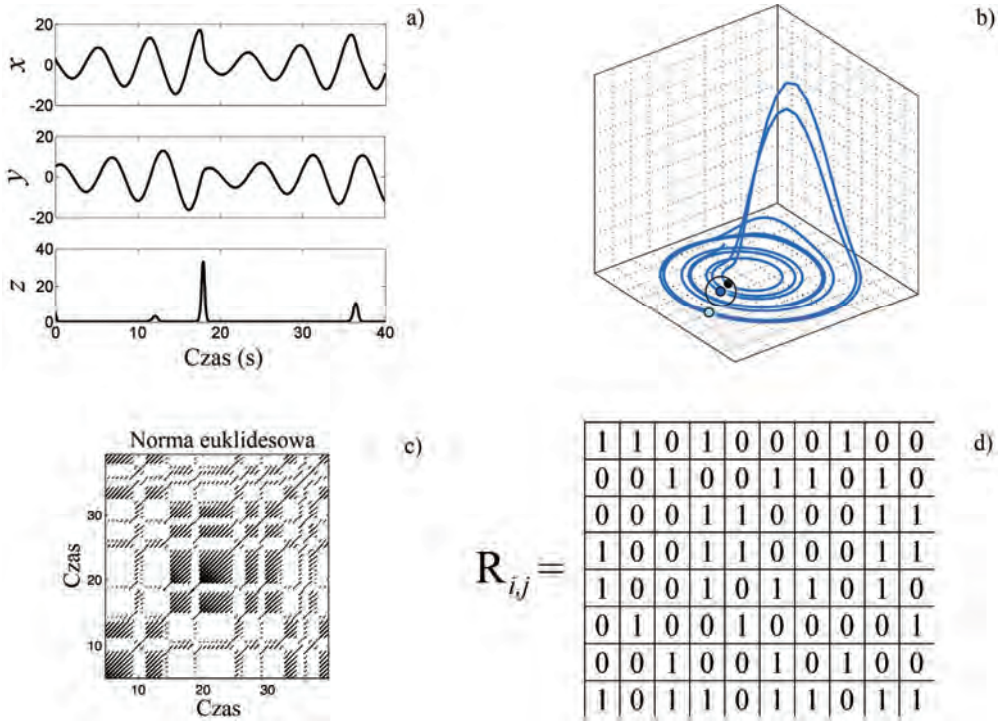
Rys. 2.7. Tworzenie grafu rekurencyjnego (RP) złożonego systemu dynamicznego Rösslera:
 a) wyznaczenie stanu odniesienia x_i oraz zdefiniowanie długości promienia ϵ_i wyznaczającego sąsiedztwo w przestrzeni fazowej – brak punktów/struktur na grafie RP (prawy panel na rysunku),
 b) ustalenie relacji sąsiedztwa między punktami w chwili x_i oraz x_j – czarny punkt na grafie RP (prawy panel na rys.), c) brak relacji sąsiedztwa między punktami w chwili x_i oraz x_j – jasny punkt na grafie RP (prawy panel na rys.)

w dalszym opisie zastosowano więc skrót $\mathbf{x}_i = \mathbf{x}^m(t = t_i)$, gdzie t_i jest punktem w czasie związanym z i -tą obserwacją x_i zapisaną w szeregu czasowym $\{x_i\}_{i=1}^N$. Graf rekurencyjny jest macierzą punktów na płaszczyźnie o wymiarach $N \times N$, opisującą relacje podobieństwa (sąsiedztwa) między stanami układu w różnych chwilach czasowych. A więc wnioskowanie rekurencyjne opiera się na założeniu pewnego stanu początkowego (rodzaju odniesienia) oraz zdania stanowiącego regułę wnioskowania – tutaj zdaniem tym jest geometryczne stwierdzenie o długości promienia ε wyznaczającego sąsiedztwo (tj. podobieństwo stanów w sensie interpretacji współrzędnych w przestrzeni fazowej systemu) względem stanu początkowego (odniesienia) – twierdzenie Poincaré o powrocie [286]. Konceptyjnie realizowane jest ono w postaci graficznej (rys. 2.7). Dysponując rekonstrukcją trajektorii zachowań pewnego układu dynamicznego w m -wymiarowej przestrzeni fazowej $\mathbf{x}_i^m = (x_i, x_{i+\tau}, \dots, x_{i+\tau(m-1)})$ (τ jest opóźnieniem) [19, 113, 213], np. taką jak zaprezentowana na rys. 2.7 (układ Rösslera [19]), w pierwszym kroku algorytmu odwzorowującego jego graf rekurencyjny wybierany jest punkt odniesienia \mathbf{x}_i w rozciągłości czasowej prowadzonej obserwacji pomiarowej układu dynamicznego, długość promienia ε_i wyznaczającego sąsiedztwo (m -wymiarowa kula o promieniu ε_i i środkiem w punkcie \mathbf{x}_i) oraz sposób pomiaru odległości d między punktami (najczęściej jest to norma euklidesowa lub maksymalna [286]). Ponieważ na razie nie jest rozpatrywany żaden punkt w otoczeniu stanu początkowego (odniesienia), to graficzna reprezentacja RP nie zawiera żadnych charakterystycznych punktów czy struktur (rys. 2.7a). Następnie dla każdego kolejnych (j -tych) chwil czasowych obserwacji systemu rozważa się bliskość odpowiadających im stanów (współrzędnych w przestrzeni fazowej) względem stanu początkowego. Przyjęło się stosować podejście binarne polegające na tym, że czarny punkt zaznaczany jest dla takich współrzędnych (i, j), dla których \mathbf{x}_j jest dostatecznie blisko \mathbf{x}_i – rys. 2.7b, natomiast punkt biały (brak punktu), gdy \mathbf{x}_j nie stanowi sąsiedztwa dla \mathbf{x}_i – rys. 2.7c. Warto podkreślić, że i oraz j odpowiadają chwilom czasu, a zatem graf rekurencyjny w sposób naturalny wyraża czasową korelację informacji w ewoluującym systemie dynamicznym. Graf rekurencyjny wykazuje także tendencję do zachowania symetrii względem linii diagonalnej tworzącej się dla warunku $i = j$, jeśli bowiem \mathbf{x}_i jest bliskie \mathbf{x}_j , to \mathbf{x}_j jest także bliskie \mathbf{x}_i . Jednak nie zawsze jest to całkowita symetria, ponieważ nie ma wymagania by $\varepsilon_i = \varepsilon_j$.

Graficzny opis odwzorowania zdarzeń rekurencyjnych w trajektorii odwziewiedlającej ewolucję układu dynamicznego w jego przestrzeni fazowej podlega formalizacji prowadzącej do rekonstrukcji tzw. macierzy rekurencji (ang. *recurrence matrix*) \mathbf{R} . Algorytmizację prowadzonego parami testu sąsiedztwa między wszystkimi wektorami \mathbf{x}_i oraz \mathbf{x}_j stanowiącymi punkty trajektorii zapisać można równaniem

$$\mathbf{R}_{i,j} = \Theta(\varepsilon - d(\mathbf{x}_i, \mathbf{x}_j)), \quad i, j = 1, \dots, N \quad (2.2)$$

gdzie $\Theta(\cdot)$ jest funkcją Heaviside'a (tj. $\Theta(x) = 0$, gdy $x < 0$, w pozostałych przypadkach $\Theta(x) = 1$), ε to nieujemna liczba rzeczywista (tzw. próg odcięcia), natomiast odległość $d(\mathbf{x}_i, \mathbf{x}_j) = \|\mathbf{x}_i - \mathbf{x}_j\|$ wyraża się odpowiednią normą w rozważanej przestrzeni fazowej. Tak więc jeśli \mathbf{x}_i oraz \mathbf{x}_j oddalone są od siebie nie więcej niż ε ($\|\mathbf{x}_i - \mathbf{x}_j\| < \varepsilon$), to $\mathbf{R}_{i,j} \equiv 1$. W przeciwnym razie $\mathbf{R}_{i,j} = 0$. Jak sugerowano, powstaje też główna linia diagonalna $\mathbf{R}_{i,i} \equiv 1 \big|_{i=1}^N$ (*LOI* – ang. *line of identity*) – patrz rys. 2.8.

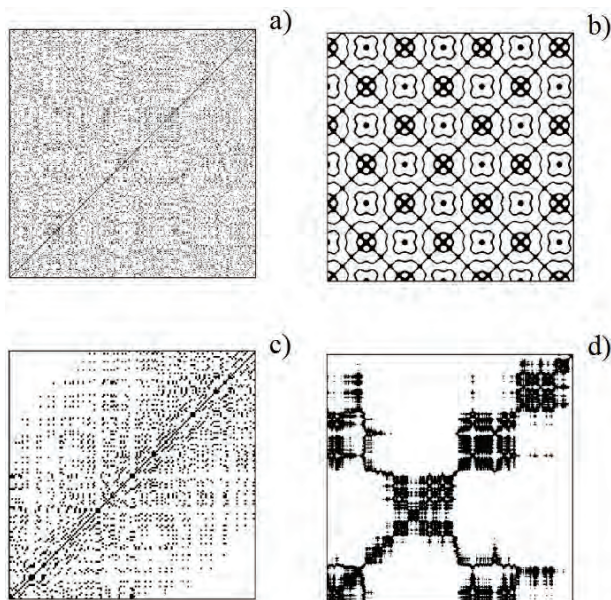


Rys. 2.8. Charakteryzacja dynamiki układu Rösslera [364], zakodowanej w szeregach czasowych zmiennych stanu x , y , z , z wykorzystaniem rekonstrukcji przestrzeni fazowej (b), grafu rekurencyjnego (c) oraz macierzy rekurencji (d)

Opracowane i stosowane w ostatnich dziesięcioleciach liczne metody charakteryzacji dynamiki systemu na podstawie szeregu czasowego, np. wymiar informacyjny, entropia, wykładnik Lyapunowa itd. zakładają, że szereg czasowy pochodzi od autonomicznego systemu dynamicznego (równania opisujące ewolucję takiego systemu nie zawierają czasu w postaci jawnej). Dodatkowo zakłada się, że szereg czasowy jest znacznie dłuższy niż czas charakterystyczny systemu dynamicznego. Wykorzystując

cechy diagramu rekurencyjnego oraz macierzy rekurencji (w tym ich binarność i symetrię), dla zmierzonego ciągu próbek sformowanego w postaci szeregu czasowego, zastosować można alternatywne narzędzia reprezentacji zachowania systemu dynamicznego (rys. 2.8), które działają także w przypadkach nieobowiązywania powyższych założeń. Ważną zaletą grafu rekurencyjnego i tożsamej z nim macierzy rekurencji jest możliwość ich zastosowania zarówno do dużych, jak i niewielkich zbiorów danych, w tym także niestacjonarnych.

Współczesna nauka o pomiarach, współtowarzysząc postępowi poznawczemu, partycypuje w jego kształtowaniu. Analizowane przypadki zjawisk i obiektów inicjują oryginalne koncepcje ich opisu, takie jak np. teoria sieci złożonych. Złożoność podejmowanych dziś zagadnień wynika ze świadomości człowieka na temat struktury materii i potencjału techniczno-społecznego leżącego w nietrywialnym splątaniu właściwości i procesów, ich fuzji rozgrywającej się na wieloskalowym przekroju dziedziny operowania zjawiska i przyporządkowywanych mu cech świata abstrakcji [52, 239]. Narzędzia analizy rekurencji, tj. graf rekurencyjny i macierz rekurencji, wpisują się w tak sformułowane wyzwania współczesnej metrologii, np. przynosząc możliwość wieloskalowego wnioskowania uwzględniającego charakteryzację indywidualnych kanałów



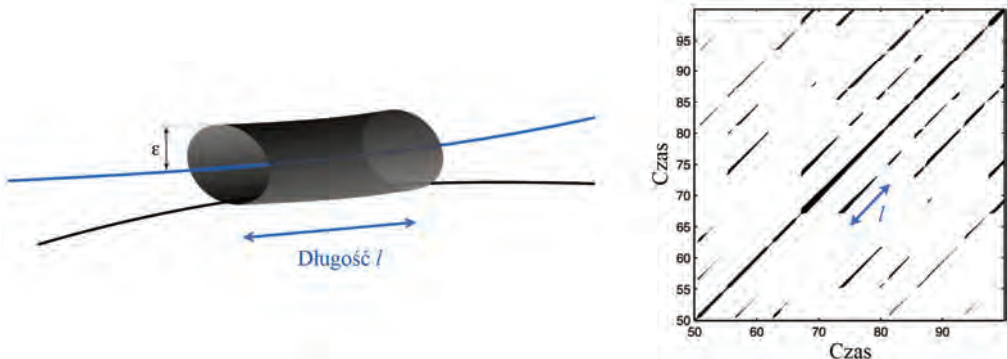
Rys. 2.9. Podstawowe tekstury obserwowane na diagramach rekurencyjnych oraz ich jakościowa interpretacja w odniesieniu do klasy badanych systemów: a) homogeniczna (jednorodnie rozłożony szum biały), b) okresowa (superpozycja oscylacji harmoniczych), c) dryft (mapa logistyczna), d) nieciągła (ruchy Browna) [225]

informacji na temat obiektu i włączając nakładające się na siebie typy zmienności, tj. losowy nieskorelowany, losowy skorelowany, okresowy, nieliniowy deterministyczny itp. Rozplot taki może się odbywać na poziomie pomiaru jakościowego z wykorzystaniem RP, ale też za pomocą pomiaru ilościowego związanego z opracowaniem technik RQA (ang. *recurrence quantification analysis*).

Analiza jakościowa diagramów rekurencyjnych opiera się na ocenie tekstur tworzących się podczas aplikacji tej techniki. Przykłady podstawowych struktur topologicznych ‘kreślonych’ w dziedzinie RP jako wyraz podobieństwa stanów przyjmowanych przez rozważane obiekty zaprezentowano na rys. 2.9. Więcej informacji na temat ich opisu i interpretacji odnaleźć można np. w [286].

Dokładniejszy wgląd w tekstury RP umożliwi zidentyfikowanie także struktury o mniejszej skali, tj. pojedyncze punkty, linie diagonalne, linie pionowe i poziome, a nawet łuki [111, 284]. Interpretując je, w dużym stopniu ogólności można powiedzieć, że:

- izolowane, pojedyncze punkty odzwierciedlają stany rzadko występujące w procesie (włączając procesy szumowe i losowe),
- linie diagonalne, tworzone przez odpowiednie skupienie punktów $\mathbf{R}_{i+k, j+k} \equiv 1$ $_{k=0}^{l-1}$ (gdzie l jest długością linii diagonalnej), powstają wówczas, gdy pewien fragment trajektorii stanów biegnie równoległe do innego jej segmentu w odległości nie większej niż promień sąsiedztwa ε (patrz rys. 2.10); inaczej mówiąc, przez pewną liczbę jednostek czasu k trajektoria „odwiedza” ten sam rejon przestrzeni fazowej, ale w różnych chwilach,
- linie pionowe (poziome) $\mathbf{R}_{i, j+k} \equiv 1$ $_{k=0}^{v-1}$ (gdzie v jest długością linii poziomej) odpowiadają ciągowi momentów, w których stan systemu nie ulega zmianie lub zmienia się bardzo powoli,
- łuki są liniami o zmieniającym się nachyleniu w typologii RP, a ich kształt uwarunkowany jest lokalnymi zależnościami czasowymi między segmentami o odpowiednio bliskich względem siebie trajektoriach.



Rys. 2.10. Mechanizm tworzenia linii diagonalnych długości l w diagramie rekurencyjnym



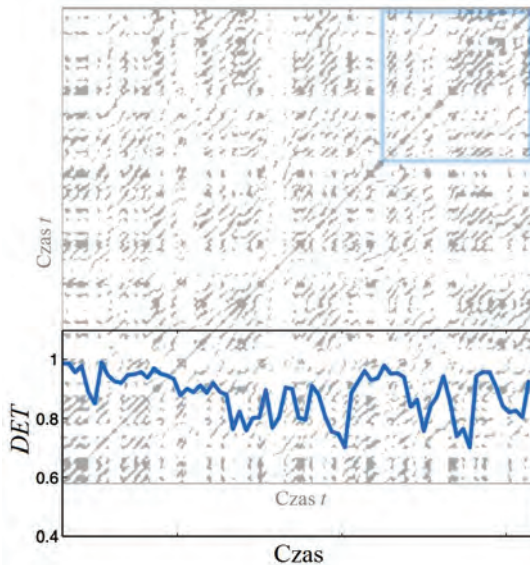
Rys. 2.11. Zależna od czasu analiza tekstury diagramu rekurencyjnego w trybie z przesuwającym oknem

Tabela 2.1. Klasyfikacja typowych wzorców tekstur identyfikowanych w RP oraz ich interpretacja

Wzorec tekstury diagramu rekurencyjnego	Interpretacja
Homogeniczność	Stacjonarność procesu
Zanikanie w kierunku górnego prawego i dolnego lewego rogu	Niestacjonarność danych; proces zawiera trend lub dryft
Nieregularne poszarpania (białe pasma)	Dane niestacjonarne; niektóre stany są rzadkie lub pojawiają się w formie odległej względem normalnego zachowania; mogą występować przejścia między stanami układu
Wzorce okresowe/qwasi-okresowe	Cykliczność procesu; czasowa odległość pomiędzy wzorcami okresowymi (np. liniami) odpowiada okresowi procesu; różne odległości między długimi liniami diagonalnymi wskazują na procesy qwasi-okresowe
Pojedyncze punkty izolowane	Mocne fluktuacje procesu; występowanie pojedynczego punktu izolowanego może wskazywać na proces losowy nieskorelowany
Linie diagonalne (równoległe do LOI)	Ewolucja stanów jest podobna dla kolejnych epok; proces może być deterministyczny; jeżeli linie takie towarzyszą pojedynczym punktom izolowanym, proces może mieć charakter chaotyczny (jeśli linie diagonalne występują okresowo, może to świadczyć o istnieniu niestabilnych orbit okresowych)
Linie diagonalne (prostopadłe do LOI)	Ewolucja stanów jest różna w różnych przedziałach czasu; niekiedy jest to dowód na zastosowanie niewystarczających warunków zanurzenia
Pionowe i poziome linie/klastry	Niektóre stany układu nie zmieniają się lub zmieniają się bardzo powoli w pewnym przedziale czasu; indikator stanów laminarnych
Długie, łukowate struktury liniowe	Ewolucja stanów jest podobna dla różnych epok, ale przebiega z różną prędkością; możliwy wskaźnik zmienności dynamiki systemu

Zwyczajowo, „czytanie” diagramów rekurencyjnych rozpoczyna się od identyfikacji podstawowych cech zestawionych w tab. 2.1, jednakże prowadzi się badania ukierunkowane na wydobywanie informacji nawet z mikrostruktur RP [122, 123]. Pewną strategią ukierunkowaną na przemieszczanie się w procedurze pomiaru (jakościowego i ilościowego) między skalami rozpatrywanego układu jest także wprowadzona do analizy RP i RQA funkcjonalność przesuwne okna (rys. 2.11) [197].

Choć jakościowa charakteryzacja złożoności obiektów z wykorzystaniem grafów rekurencyjnych stanowi pewien postęp technik pomiarowych, kierując formowanie co najmniej pogładowego obrazu na temat systemu, to dopiero stowarzyszone z nią wnioskowanie ilościowe RQA przywodzi do wzrostu efektywności pomiarowej i użyteczności schematu opartego na analizie powtarzalności stanów układu. W literaturze odnaleźć można przeszło dwadzieścia miar, których definicje odnoszą się do gęstości punktów rekurencji w przestrzeni RP i utworzonych tamże struktur, np. linii pionowych i poziomych. Dzięki alternatywnej do RP reprezentacji macierzowej, zwiększyła się szybkość i dokładność obliczeń w tym zakresie. Możliwe jest też sterowanie rozdzielczością analiz – estymacja wartości miar w małych oknach (podmacierzach) nominalnego grafu rekurencyjnego (i adekwatnie, odpowiadającej mu macierzy rekurencji), przesuwających się wzdłuż LOI, odsłania zależne od czasu zachowanie tych współczynników (rys. 2.12). W [434] dowodzone, że miary RQA dają wgląd w punkty bifurkacyjne systemu, szczególnie te związane z przejściem między chaosem i porządkiem.



Rys. 2.12. Idea monitorowania czasowych zmian indeksów zdefiniowanych w RQA na przykładzie miary stopnia determinizmu DET

Wśród podstawowych współczynników zdefiniowanych na potrzeby eksploracji złożoności systemów i zbiorów danych opartych na ich diagramach rekurencji wyróżnia się [286]:

- Stopień rekurencji RR (ang. *recurrence rate*), który może być także wyrażony procentowo, kwantyfikujący procentowy stosunek liczby stanów rekurencyjnych (czarne kropki na diagramie lub jedynki w macierzy \mathbf{R}) do liczby wszystkich stanów systemu:

$$RR(\varepsilon) = \frac{1}{N^2} \sum_{i,j=1}^N \mathbf{R}_{i,j}(\varepsilon). \quad (2.3)$$

- Determinizm DET (ang. *Determinism*), który może być także wyrażony procentowo, opisujący stosunek liczby punktów rekurencyjnych formujących segmenty liniowe (długości co najmniej l_{\min}) równoległe do głównej przekątnej diagramu do wszystkich punktów rekurencyjnych

$$DET = \frac{\sum_{l=l_{\min}}^N IP(l)}{\sum_{l=1}^N IP(l)} \quad (2.4)$$

gdzie $P(l) = P(\varepsilon, l)$, to histogram linii diagonalnych o długości l zidentyfikowanych w przypadku sąsiedztwa rozpatrywanego w otoczeniu o promieniu ε (patrz rys. 2.10).

- Średnią długość linii diagonalnej L

$$L = \frac{\sum_{l=l_{\min}}^N l P(l)}{\sum_{l=l_{\min}}^N P(l)} \quad (2.5)$$

Zakreślenie na diagramie rekurencyjnym linii diagonalnej o długości l oznacza, że w sąsiedztwie pewnego segmentu trajektorii, przez l chwil czasowych przebiega inny segment trajektorii, ale odpowiadający innemu czasowi w sensie historii układu. Można zatem powiedzieć, że linie diagonalne odnoszą się do zbieżności segmentów trajektorii.

- Maksymalną długość linii diagonalnej L_{\max}

$$L_{\max} = \max(\{l_i\}_{i=1}^{N_l}) \quad (2.6)$$

gdzie $N_l = \sum_{l \geq l_{\min}} P(l)$ jest całkowitą liczbą linii diagonalnych. W związku z L_{\max} definiuje się także miarę rozbiegania się trajektorii DIV (ang. *divergence*)

$$DIV = \frac{1}{L_{\max}} \quad (2.7)$$

wskazując przy tym, że obydwa indeksy (L_{\max} i DIV) charakteryzują przebieg wykładniczego rozbiegania się trajektorii w przestrzeni fazowej. Im szybciej rozbiegają się segmenty trajektorii, tym krótsze są linie diagonalne i większa wartość współczynnika DIV .

• Entropię $ENTR$, w swej definicji odnoszącą się do entropii Shannona, tj. w RP wyrażającą prawdopodobieństwo $p(l) = P(l)/N_l$ znalezienia w diagramie linii diagonalnej dokładnie o długości l

$$ENTR = - \sum_{l=l_{\min}}^N p(l) \ln p(l) \quad (2.8)$$

$ENTR$ odzwierciedla złożoność RP ze względu na linie diagonalne: duża wartość entropii jest typowa dla zachowań periodycznych układu dynamicznego, mała odpowiada dynamice chaotycznej, a bardzo niska (zerowa bądź bliska zeru) nieskorelowanemu szumowi.

• Stosunek $RATIO$ wyrażający proporcje pomiędzy DET i RR

$$RATIO = N^2 \frac{\sum_{l=l_{\min}}^N lP(l)}{\left(\sum_{l=1}^N lP(l)\right)^2} \quad (2.9)$$

Eksperymentalne zastosowania tej miary do szeregów czasowych zarejestrowanych w obiektach fizjologicznych dowodzą, że może być ona wykorzystywana do identyfikacji przejść w dynamice systemów.

• Laminarność LAM (ang. *laminarity*), współczynnik analogiczny do definicji determinizmu (2.4), wyrażający stosunek między punktami rekurencyjnymi formującymi struktury pionowe i całym zbiorem punktów w RP

$$LAM = \frac{\sum_{v=v_{\min}}^N vP(v)}{\sum_{v=1}^N vP(v)} \quad (2.10)$$

gdzie całkowita liczba linii pionowych o długości v zawartych w diagramie rekurencyjnym dana jest histogramem $P(v)$.

• Średnią długość pionowych struktur TT (ang. *trapping time*)

$$TT = \frac{\sum_{v=v_{\min}}^N vP(v)}{\sum_{v=v_{\min}}^N P(v)} \quad (2.11)$$

• Maksymalną długość linii pionowych:

$$V_{\max} = \max(\{v_l\}_{l=1}^N) \quad (2.12)$$

gdzie N_b jest całkowitą liczbą linii pionowych w grafie rekurencyjnym. W przeciwieństwie do miar operujących na liniach diagonalnych, V_{\max} i TT są zdolne do detekcji przejść typu chaos-chaos w dynamice systemu. Umożliwia to ocenę nieregularności w zachowaniu badanego układu, nawet na podstawie analizy krótkich i niestacjonarnych zbiorów danych.

• Miarę $TREND$ (2.13) dostarczającą informacji o niestacjonarności procesu, zwłaszcza w sytuacji, gdy w teksturze diagramu rekurencyjnego obserwuje się powolny dryft.

$$TREND = \frac{\sum_{\tau=1}^{\tilde{N}} (\tau - \tilde{N}/2)(RR_{\tau} - \langle RR_{\tau} \rangle)}{\sum_{\tau=1}^{\tilde{N}} (\tau - \tilde{N}/2)^2} \quad (2.13)$$

Jej obliczenie wymaga analizy struktur diagonalnych w funkcji ich odległości τ od równoległej do nich LOI , co wiąże się z wprowadzeniem pojęć typu τ -rekurencja, τ -determinizm itd., na przykład

$$RR_{\tau} = \frac{1}{N - \tau} \sum_{i=1}^{N-\tau} \mathbf{R}_{i,i+\tau} = \frac{1}{N - \tau} \sum_{l=1}^{N-\tau} lP_{\tau}(l) \quad (2.14)$$

W przypadku definicji stopnia rekurencji, rozważanie struktur z perspektywy ich odległości τ od LOI przynosi możliwość oszacowania prawdopodobieństwa zdarzenia polegającego na tym, że stan układu powraca do swojego ε -sąsiedztwa po τ krokach czasowych. Wybór \tilde{N} zależy od badanego systemu, np. dla szumu $N - \tilde{N} > 10$, ale już dla danych o skorelowanych składowych różnica ta powinna być znacząco większa. Wyrażenie $\langle \cdot \rangle$ odnosi się do średniej wartości rozważanej wielkości.

Ponadto w ujęciu metrologii istotną kwestią jest odniesienie definiowanych w ramach analizy rekurencji wzorców i odpowiadających im jednostkowych wartości do obowiązującego współcześnie systemu miar. Innym problemem jest opis (w tym jego dokładność) niejednorodności form geometrycznych wyłaniających się w ramach działającego odwzorowania, typowo związanych z niejednorodnością gęstości rozmieszczenia chwil czasowych, w których badany system znajduje się w podobnych stanach. Transformacja zależności czasowych obowiązywania podobieństwa między zachodzącymi stanami układu w długość i nachylenie linii czy innych struktur i odpowiadających im właściwości w teksturze RP, przekładająca się na ową gęstość, prowadzi do rozmycia cech i zdefiniowanych dla nich miar, inspirując do ich systematyzacji, co staje się zadaniem metrologii. Więcej szczegółowych informacji na temat potencjału i ograniczeń RQA w identyfikacji właściwości systemów i dynamiki zachodzących w nich procesów odnaleźć można, np. w [286, 287, 429, 434].

W praktyce bardzo często rozważa się oddziaływania między dwoma i więcej systemami. Jest to także naturalna właściwość rzeczywistych sieci złożonych, studiowanych m.in. w ramach architektury grafów dwudzielnych czy nawet wyższego stop-

nia (patrz. rys. 1.14 i odpowiadający mu opis). Strategia analizy właściwości takich systemów z perspektywy powrotu do stanu odniesienia (rekurencja stanów) wydaje się naturalnym rozszerzeniem koncepcji grafu rekurencyjnego (RP) i odpowiadającej mu macierzy rekurencji (\mathbf{R}). Krokiem w tym kierunku jest konstrukcja tzw. wzajemnego grafu (diagramu) rekurencyjnego (ang. *Cross Recurrence Plot* – CRP). To dwuwymiarowe rozszerzenie klasycznego RP, posługując się kryteriami oceny podobieństwa stanów, opisuje zależności zachodzące między dwoma różnymi systemami. W definicji wzajemnej macierzy (i analogicznie grafu) rekurencji założono [285, 472], że trajektorie dwóch badanych układów dynamicznych – odpowiednio \mathbf{x}_i oraz \mathbf{y}_i – rozpięte są w d -wymiarowej przestrzeni fazowej, co prowadzi do formuły

$$\mathbf{CR}_{i,j}^{\mathbf{x},\mathbf{y}}(\varepsilon) = \Theta(\varepsilon - d(\mathbf{x}_i, \mathbf{y}_j)). \quad i = 1, \dots, N, \quad j = 1, \dots, M \quad (2.15)$$

Mówiąc wprost, wzajemne grafy rekurencyjne identyfikują i wyróżniają (czarnym kolorem piksela) te chwile czasowe, kiedy stan jednego z układów powraca do pewnego otoczenia (o promieniu ε) stanu drugiego układu. Przy takich warunkach diagramy CRP mogą być wykorzystywane także do analizy wzajemnych zależności w obrębie szeregu czasowego, analogicznie do kontekstu wcześniej opisanego reżimu RP (2.2). W nominalnych zastosowaniach, długości trajektorii \mathbf{x} i \mathbf{y} nie muszą być identyczne, co implikuje fakt, że macierz \mathbf{CR} niekoniecznie jest macierzą kwadratową. Wprowadzone w analizie CRP wymaganie identyczności przestrzeni fazowych (w praktyce podczas rekonstrukcji przestrzeni fazowej dwóch systemów wybierana jest spośród nich ta o wyższym wymiarze zanurzenia) dwóch systemów jest pewnym ograniczeniem. Pożądane byłoby zatem, aby analizowane dane pochodziły z tego samego procesu, a wręcz dotyczyły tej samej wielkości mierzonej. W ujęciu metrologicznym stanowi to utrudnienie, a sama sytuacja przypomina problem z klasyczną miarą błędu bezwzględnego (ΔX) i względnego (δX) zmierzonej wartości wielkości X

$$\Delta X = X - X_r, \quad (2.16)$$

$$\delta X = \frac{X - X_r}{X_r} \quad (2.17)$$

gdzie wartość rzeczywistą wielkości mierzonej oznaczono jako X_r . Błąd ΔX wyrażony jest w jednostkach wielkości mierzonej, co sprawia, że wyrażenie (2.16) dopuszcza porównywanie zmiennych wyrażonych w tych samych jednostkach. Innym zagadnieniem jest problem skali, tzn. porównania systemów na podstawie informacji o ich błędach. Dla przykładu, uzyskanie dokładności pomiaru napięcia w systemie S_1 na poziomie 0,2V i w systemie S_2 na poziomie 3V nie przesądza o korzystniejszej interpretacji na temat lepszej jakości realizacji zadań projektowych w układzie pierwszym. Definicja (2.17), wprowadzając mechanizm odniesienia (punkt o wartości X_r zadany w mianowniku równania), umożliwia analizę procesów na podstawie zmiennych od-

noszących się do właściwości o różnych naturach fizycznych (stąd wyrażonych w różnych jednostkach), a dodatkowo – jak wskazuje sama nazwa błędu względnego – otwiera drogę do porównywania i bezpośredniej interpretacji skali błędów oszacowanych dla takich różnych procesów.

W ramach odwzorowania bazującego na rekurencji stanów systemów w ich przestrzeni fazowej, rodzajem odpowiedzi na opisane problemy jest tzw. połączony graf (diagram) rekurencyjny (ang. *Joint Recurrence Plot* – JRP). JRP przystosowany jest do porównywania różnych systemów przez przyzmat rekurencji ich trajektorii zakreślanych oddzielnie we własnych przestrzeniach fazowych i identyfikacji tych chwil czasowych, w których jednocześnie obydwa układy powracają do swoich stanów odniesienia. Inaczej mówiąc, w podejściu takim rekurencja zachodzi wówczas (czarny piksel na grafie JRP), gdy punkt (stan) \mathbf{x}_j pierwszej trajektorii powraca do sąsiedztwa (zakreślanego promieniem ε_x) punktu (stanu) odniesienia \mathbf{x}_i i jednocześnie punkt (stan) \mathbf{y}_j drugiej trajektorii powraca do sąsiedztwa (zakreślanego promieniem ε_y) swojego punktu (stanu) odniesienia \mathbf{y}_i . W takim odwzorowaniu zachowane są indywidualne przestrzenie fazowe obydwóch badanych układów. Formalnie odpowiada to rozszerzeniu przestrzeni fazowej rozważań do postaci przestrzeni produktowej $\mathbb{R}^{d_x+d_y}$, gdzie d_x i d_y to wymiary przestrzeni fazowych odpowiadające dwóm (w ogólności różnym) analizowanym systemom. Wówczas dla dwóch systemów o trajektoriach \mathbf{x} i \mathbf{y} połączoną macierz rekurencji wyznacza się według reguły

$$\mathbf{JR}_{i,j}^{\mathbf{x},\mathbf{y}}(\varepsilon^{\mathbf{x}}, \varepsilon^{\mathbf{y}}) = \Theta(\varepsilon^{\mathbf{x}} - d(\mathbf{x}_i, \mathbf{x}_j))\Theta(\varepsilon^{\mathbf{y}} - d(\mathbf{y}_i, \mathbf{y}_j)). \quad i, j = 1, \dots, N \quad (2.18)$$

Definicję taką można jeszcze bardziej uogólnić, poddając rozważaniu n systemów $\mathbf{x}^1, \mathbf{x}^2, \dots, \mathbf{x}^n$. Posługując się równaniem (2.2), wprowadzono wielowymiarową połączoną macierz rekurencji

$$\mathbf{JR}_{i,j}^{\mathbf{x}^1, \dots, \mathbf{x}^n}(\varepsilon^{\mathbf{x}^1}, \dots, \varepsilon^{\mathbf{x}^n}) = \prod_{k=1}^n \mathbf{R}_{i,j}^{\mathbf{x}^k}(\varepsilon^{\mathbf{x}^k}) \quad (2.19)$$

Oznacza to, że algorytm poszukuje momentów jednoczesnego występowania n rekurencji w rozważanych n przestrzeniach fazowych. Należy zwrócić uwagę, że definicja grafu rekurencyjnego RP (2.2) jest szczególnym przypadkiem definicji JRP (2.19) dla jednego systemu. Trzeba też dodać, że wprowadzone miary RQA obowiązują zarówno w analizie CRP, jak i JRP.

Formułowanie wielowymiarowych odwzorowań rekurencyjnego zachowania układów złożonych przynosi nowe możliwości pomiarowe, np. związane z określaniem zależności czasowych w oddziaływaniu między elementami tworzącymi taki układ. Zdobyta w ten sposób wiedza to dopełnienie opisu rozważanego systemu, nierzadko niedostępna w przypadku zastosowania innych metod eksploracji danych. W końcu wielowymiarowa połączona macierz rekurencji $\mathbf{JR}_{i,j}^{\mathbf{x}^1, \dots, \mathbf{x}^n}$ może być narzędziem prze-

znaczonym do charakteryzacji sieci wielowymiarowych [52, 239], co stanowi wyzwanie poznawcze zarówno dla nauk podstawowych jak i stosowanych, włączając metrologię i miernictwo. Biorąc pod uwagę różne odmiany diagramów rekurencyjnych i odpowiadającego im systemu miar analizy ilościowej (RQA), omawiane tutaj narzędzia analizy systemów umożliwiają m.in.:

- detekcję przejść fazowych,
- identyfikację rodzaju dynamiki obowiązującej w badanym obiekcie,
- identyfikację czasowych skal studiowanych systemów złożonych,
- detekcję wzajemnych oddziaływań,
- detekcję i opis mechanizmów synchronizacji,
- stosowanie strategii analizy polegającej na zastosowaniu naturalnych zastępników (ang. *recurrence based surrogates*) [259, 428],
- identyfikację statystyki czasu rekurencji itd.

W ten sposób rozszerzają one i/lub stanowią alternatywę dla innych metod charakteryzacji strumienia informacji i mechanizmów jej dystrybucji w systemie złożonym. Jednak dla rozwoju oryginalnych zastosowań teoretycznych i praktycznych grafów rekurencyjnych największe znaczenie mają dwie cechy. Po pierwsze, jak wykazano w [126, 430], macierz rekurencji zachowuje podstawowe, niezmiennicze właściwości systemów dynamicznych (tj. wymiar korelacyjny, entropia korelacyjna), których estymacja jest niezależna od wyboru parametrów zanurzenia. Po drugie, zgodnie z [363, 427], grafy rekurencyjne zachowują wszystkie topologicznie istotne informacje na temat przestrzeni fazowej systemu, co umożliwia pełną rekonstrukcję szeregu czasowego na podstawie \mathbf{R} . Inaczej mówiąc, można mówić o dualności między szeregiem czasowym i macierzą rekurencji jako opisem złożonego systemu.

Metrologia korzystająca z reguł dynamiki nieliniowej uzyskała liczne korzyści w obrębie samej transformacji szereg czasowy-diagram rekurencyjny, zwłaszcza w zakresie charakteryzacji systemów złożonych. Jak się okazuje, alternatywne opisy (graficzny i algebraiczny – macierz rekurencji \mathbf{R}) przynoszą dalszy wkład w rozwój tej teorii, ale też metrologii, stanowiąc pomost do rodzącej się nauki o sieciach złożonych. Jednocześnie otworzyły się nowe perspektywy dla nauki o pomiarach, zarówno w kwestii języka opisu otaczającej rzeczywistości, definiowania wzorców pomiarowych i dokładności pomiarów. Postęp ten nastąpił wraz z dostrzeżeniem analogii pomiędzy definiowaną dla sieci złożonych macierzą sąsiedztw \mathbf{A} (patrz rys. 1.16)) i macierzą rekurencji \mathbf{R} . Ścisłej, w przypadku sieci nieważonych i nieskierowanych \mathbf{R} jest kwadratowa, binarna i symetryczna, a więc ma takie same cechy jak podstawowa struktura formalna nauki o sieciach – macierz sąsiedztw. \mathbf{R} koduje sąsiedztwa w przestrzeni fazowej, natomiast \mathbf{A} połączenia między węzłami sieci. Usuwając pętle własne, konstrukcję \mathbf{A} uzyskujemy z \mathbf{R} przez usunięcie macierzy identyecznościowej:

$$A_{i,j}(\varepsilon) = R_{i,j}(\varepsilon) - \delta_{i,j} \quad (2.20)$$

gdzie $\delta_{i,j}$ jest deltą Kroneckera. Co charakterystyczne, obydwie struktury są zapisem prowadzonego parami testu sąsiedztwa między wszystkimi elementami układu złożonego (wektory w przestrzeni fazowej odpowiadają węzłom sieci). A więc faktycznie, sformułowana analogia prowadzi do powiązania cech topologicznych identyfikowanych w sieci złożonej i przestrzeni fazowej. Podstawowe związki między bytami identyfikowanymi w jednym i drugim przypadku zawarto w tabeli 2.2.

Tabela 2.2. Analogie między obiektami identyfikowanymi w sieci rekurencyjnej i przestrzeni fazowej

Sieć rekurencyjna	Przestrzeń fazowa
Węzeł	Stan $\mathbf{x}(t)$
Połączenie	Rekurencja stanów
Ścieżka	Pokrywająca się sekwencja ε -kul

Stwierdzona zbieżność koncepcji sieci złożonych i grafów rekurencyjnych uprawnia do poszukiwania analogii na poziomie statystycznej analizy tych struktur. Biorąc pod uwagę dzisiejszy stan wiedzy, nie można powiedzieć, iż wyłaniająca się z grafów rekurencyjnych sieciowa systematyka jest uogólnioną reprezentacją systemów złożonych, a raczej alternatywą dla koncepcji odwzorowań szereg czasowy–sieć złożona, opartych m.in. na wspomnianej wcześniej analizie korelacyjnej, kryterium widzialności, opisie prawdopodobieństwa przejść między wyróżnionymi poziomami itd. Rozwijany obszar wiedzy o grafach rekurencyjnych i sieciach rekurencyjnych jako narzędziach analizy złożonych systemów na podstawie rejestrowanych szeregów czasowych jest na tyle oryginalny, koncepcyjnie spójny, a zarazem prosty w realizacji i interpretacji, że znalazł liczne zastosowania w naukach biologicznych [62, 87, 197, 215, 217, 223, 225, 424, 425], technicznych [73, 115, 119] czy społecznych [147, 289, 438]. Co więcej, nauka o sieciach i teoria grafów rekurencyjnych wzajemnie się inspirowa, torując postęp w zakresie ilościowej charakteryzacji właściwości i dynamiki układów złożonych. Na przykład obserwuje się przenikanie miar sieciowych do schematu grafów rekurencyjnych, m.in. zdefiniowana na macierzy \mathbf{R} i diagramie RP gęstość połączeń ρ (2.21), współczynnik gronowania C czy średnia długość najkrótszej drogi L między parami węzłów [104, 197, 283].

$$\rho = \frac{2}{N(N-1)} \sum_{i,j=1}^N A_{i,j} \quad (2.21)$$

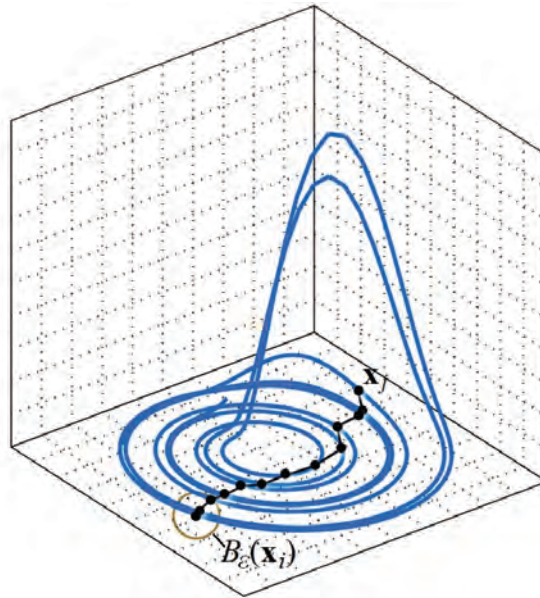
Pierwsza z nich – gęstość połączeń (ρ) odnosi się do definiowanego dla diagramu rekurencyjnego stopnia rekurencji RR ; N – liczba węzłów w grafie. Globalną miarę C (2.22) oblicza się zazwyczaj na podstawie lokalnego współczynnika gronowania (2.23) dla v -tego węzła, zliczając liczbę trójkątów połączeń

$$C = \sum_{\nu} C_{\nu} / N, \quad (2.22)$$

$$C = \frac{\sum_{i,j=1}^N A_{\nu,i} A_{i,j} A_{j,\nu}}{k_{\nu}(k_{\nu}-1)} \quad (2.23)$$

Z kolei estymowana na podstawie grafu rekurencyjnego średnia długość drogi L , wiążąca po najkrótszej ścieżce $l_{i,j}$ punkty wyrażające stany i oraz j na trajektorii w przestrzeni fazowej, wynosi

$$L = \frac{2}{N(N-1)} \sum_{i < j} l_{i,j} \quad (2.24)$$



Rys. 2.13. Graficzna reprezentacja pojęcia ścieżki topologicznej w sieciach rekurencyjnych

Istotna uwaga dotyczy tego, że pojęcie drogi dla sieci rekurencyjnych nie musi zachowywać następstwa czasowego zawartego w ewolucji trajektorii zanurzonej w przestrzeni fazowej układu (rys. 2.13). Wynika to z interpretacji pojęcia ścieżki topologicznej w sieciach rekonstruowanych na podstawie macierzy rekurencji kodującej cechy przestrzeni fazowej. W sieciach prostych bez połączeń wielokrotnych droga między dwoma węzłami i oraz j definiowana jest jako uporządkowany ciąg węzłów zawartych pomiędzy nimi $(i, k_1, \dots, k_{l_{i,j}-1}, j)$, gdzie związana z tymi węzłami

liczba połączeń l_{ij} wyznacza długość ścieżki. Opierając się zatem na topologii przestrzeni fazowej, droga w sieci rekurencyjnej definiowana jest jako ciąg wzajemnie nachodzących na siebie ε -kul $B_\varepsilon(\mathbf{x}_i), B_\varepsilon(\mathbf{x}_{k_1}), \dots, B_\varepsilon(\mathbf{x}_{k_{i,j-1}}), B_\varepsilon(\mathbf{x}_j)$, tj. $B_\varepsilon(\mathbf{x}_i) \cap B_\varepsilon(\mathbf{x}_{k_1}) \neq \emptyset, \dots, B_\varepsilon(\mathbf{x}_{k_{i,j-1}}) \cap B_\varepsilon(\mathbf{x}_j) \neq \emptyset$ [418].

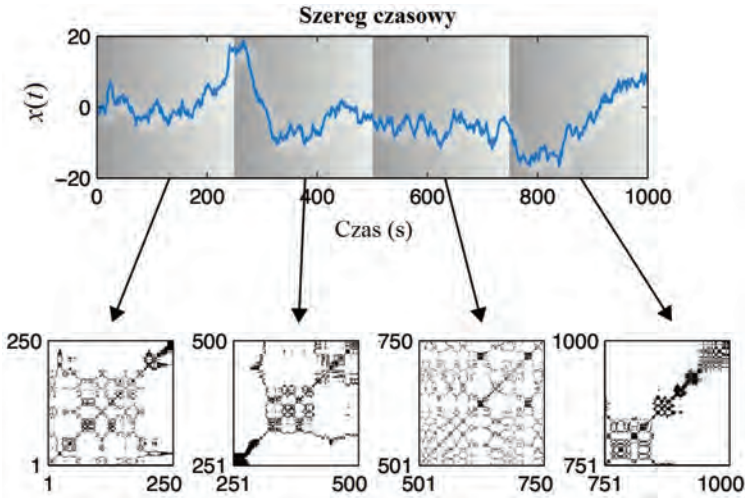
Podane indeksy to zaledwie wycinek opracowanych dotychczas narzędzi do pomiaru systemów złożonych w metodologii sieci złożonych korzystających z proporcji topologii sieci i przestrzeni fazowej rekonstruowanej z szeregów czasowych. W tabeli 2.3 zebrano kilka kolejnych analogii, których rozwinięcie można odnaleźć, np. w [101–104, 283].

W ramach oddzielnych studiów próbuje się powiązać szczegółowe właściwości sieci złożonych z topologią przestrzeni fazowej jako reprezentacji systemów złożonych [104]. W szczególności sieć złożona oparta na grafie rekurencyjnym nie ma cech sieci małego świata. Jest to związane z tym, że odległości w grafie są bezpośrednio powiązane z odległościami w przestrzeni fazowej.

Tabela 2.3. Wybrane analogie między miarami szacowanymi na różnych poziomach organizacji sieci rekurencyjnej i właściwościami definiowanymi w przestrzeni fazowej

Skala	Sieć rekurencyjna	Przestrzeń fazowa
Lokalna	Gęstość połączeń ρ	Globalny stopień rekurencji RR
	Stopień centralności wężła v -tego (ang. <i>degree centrality</i>) k_v	Lokalny stopień rekurencji RR_v
Średnia	Współczynnik gronowania C	Niezmienniczość obiektów
	Anomalia lokalnej gęstości sąsiedztwa wężła v -tego (ang. <i>local degree anomaly</i>) Δk_v	Lokalna heterogeniczność gęstości przestrzeni fazowej
	Asortatywność R	Ciągłość gęstości przestrzeni fazowej
	Współczynnik pokrycia między wężłami i -tym oraz j -tym (ang. <i>matching index</i>) μ_{ij}	Sąsiedzkość stanów i -tego oraz j -tego (ang. <i>twinnes</i>)
Globalna	Średnia długość drogi L	Średnia odległość topologiczna między stanami i oraz j w przestrzeni fazowej $\langle d_{ij} \rangle_{i,j}$
	Średnica sieci D	Średnica przestrzeni fazowej Δ
	Bliiskość wężła v -tego względem pozostałych wężłów (ang. <i>closeness centrality</i>) c_v	Lokalne skupienie w przestrzeni fazowej
	Międzywężłowa centralność wężła v -tego (ang. <i>betweenness centrality</i>) b_v	Rozczłonkowanie (frakcjonowanie) lokalnego atraktora

Marwan i in. [283] wykazali, że w stosunku do tradycyjnych narzędzi analizy zgromadzonych w ramach RQA, studiowanie właściwości sieci w trybie przesuwnego po czasie okna ułatwia detekcję dynamicznych przejść i pomiary w przypadku niestacjonarnych szeregów czasowych (rys. 2.14).



Rys. 2.14. Analiza szeregu czasowego korzystająca z narzędzi grafów rekurencyjnych pracujących w trybie przesuwnej okna

Analogia w konstrukcji macierzy rekurencji i macierzy sąsiedztw implikuje dualność reprezentacji graf rekurencyjny-sieć złożona w odniesieniu do danych pomiarowych w postaci szeregu czasowego, tj. biorąc pod uwagę wskazywaną wcześniej odwracalność odwzorowania szereg czasowy-macierz rekurencji, można powiedzieć, że wykorzystanie koncepcji rekurencji w przestrzeni fazowej do formułowania struktury sieci złożonej na podstawie szeregu czasowego implikuje dualność między szeregiem czasowym i siecią pasywnych lub aktywnych (wzajemnie oddziałujących ze sobą) podsystemów. Równoważność takich reprezentacji przynosi praktyczne korzyści dla nauki o pomiarach. Opierając się na przestrzennych zależnościach między indywidualnymi obserwacjami zamiast korelacjach czasowych, analiza sieci złożonych umożliwia eksplorację ważnych cech systemów dynamicznych, niedostępnych dla istniejących metod analizy szeregów czasowych.

Ważną kwestią jest także rozważana w [474, 475] możliwość uogólnienia streszczonych w niniejszym podrozdziale koncepcji (metod i narzędzi analizy) na sieci wazone. W tym celu macierz rekurencji zastępuje się macierzą odległości między parami stanów.

Sugerowana ogólność, pojmowana jako podstawowe wymaganie nakładane na wzorce pomiarowe, jest kolejnym wkładem w dowód funkcjonowania pojęcia sieci jako modelu i etalonu. Innymi przyczynkami potwierdzającymi taką tezę jest dwukierunkowa transformowalność – wprost i odwrotna – takiego pojęcia (względem obiektu oraz jednostek miar), niezmienniczość właściwości sieci jako podstawowego konceptu abstrakcji (względem czasu, skali organizacji układu itd.) oraz integralność z wielkościami obowiązującymi w ramach ukonstytuowanych już jednostek i systemów miar.

3. Wybrane zastosowania nauki o sieciach złożonych w pomiarach

3.1. Zadania pomiarowe w nauce i technice

Obserwacja pomiarowa jest fundamentalnym aktem poznania otaczającej rzeczywistości, warunkującym globalne trendy związane z postępowaniem cywilizacyjnym, ale docierającym także do pojedynczej jednostki, tj. człowieka. W tym rozumieniu metrologia funkcjonuje na rzecz swojego odkrywcy, implikując jego kolejne kroki, zarówno w nauce jak i technice. Bez pomiarów trudno byłoby bowiem wyobrazić sobie współczesny rozwój przemysłu, transportu czy handlu. Z drugiej strony, wymagają one zaangażowania człowieka w odkrywanie prawd o charakterze podstawowym, pierwotnym względem zastosowań, choćby w takich obszarach jak matematyka, fizyka, chemia, astronomia itp., a dalej aktywności poznawczej w obrębie dyscyplin wiedzy, takich jak np. mechanika, elektronika, termodynamika, medycyna, nauki społeczne. Pomiar stoi na straży spełnienia warunków projektowych czy też jest fundamentalnym elementem weryfikacji hipotez naukowych.

Rozwój techniki i technologii wymaga obecnie operowania na coraz to większym i bardziej zawilum strumieniu informacji, choćby z racji jego przepływu między różnymi (także w sensie natury) obiektami tworzącymi układ złożony, którego analiza należy do zadań nietrywialnych. Metrologia zajmująca się teorią pomiaru wypracowała wiele metod i narzędzi umożliwiających ekstrakcję często licznego zbioru cech. Oprócz pomiaru wartościującego cechy obiektu, pojawiła się potrzeba rejestracji charakterystyk obiektu, co dało impuls do rozwoju czasowych, częstotliwościowych, połączonych czasowo-częstotliwościowych reprezentacji sygnałów, do rzutowania ewolucji układu we współrzędnych przestrzennych itp. Dalej dostrzeżono przydatność faktu czasowej zmienności cech, kierunków takich zmian, predykcji zachowania układu (jego elementów), wprowadzono techniki eksploracji informacji zakodowanej w obrazach. Towarzysząca każdemu pomiarowi losowość przestała być zupełną tajemnicą, a metrologia wypracowuje dziś metody operujące na procesach stochastycznych czy wielkościach ukrytych w dominującym poziomie szumowego tła. Wydawać by się mogło, że, definiując nowe problemy pomiarowe i zagadnienia poznawcze,

metrologia wprowadza schemat różnicowania i specjalizowania. Tymczasem nadrzędnym celem identyfikacji przez metrologię wskazanych problemów i działań wiedzy jest ich późniejsza integracja w ogólne koncepcje, możliwe do praktycznego wykorzystania przez miernictwo.

Z perspektywy znajomości faktów na temat sieci złożonych, streszczonych w poprzednich rozdziałach niniejszego opracowania, można postawić tezę, iż wprowadzają one właśnie taką ogólną koncepcję opisu otaczającej rzeczywistości, ponieważ korzystając z dotychczasowej wiedzy nauka o sieciach złożonych formułuje nowe metody i narzędzia analizy obiektów, szczególnie w odniesieniu do tzw. układów złożonych. Jednocześnie sieć sama w sobie stanowi model, który przyrównywany do badanych obiektów prowadzi do obiektywnego wnioskowania na ich temat. A zatem, rozważając sieć, należy dostrzegać jej cechy i możliwe zastosowania, m.in. to, że sieć:

- modeluje i symuluje zachowanie systemów,
- integruje różne obiekty, tj. o zdywersyfikowanej naturze, budowie, zastosowaniu etc.,
- przetwarza strumień informacji przemieszczający się między podstrukturami układu złożonego,
- sama w sobie jest nośnikiem informacji, a stąd obiektem wymagającym analizy,
- jest narzędziem realizacji zadań predykcji i sterowania w systemach złożonych,
- kwantyfikuje cechy topologiczne oraz dynamiczną ewolucję systemów,
- dopuszcza tzw. pomiar „w punkcie” jak i opis w postaci charakterystyk pomiarowych,
- rzutuje właściwości obiektów na płaszczyznę czasu i/lub przestrzeni,
- jako narzędzie pomiarowe ma zdolność penetracji cech obiektu, przenikając jego różne poziomy strukturalne,
- jako obiekt abstrakcyjny o charakterze podstawowym korzysta ze zdobyczy poprzedzających go teorii, łącząc wiedzę m.in. z metod deterministycznych i losowych, mechanikę klasyczną ze statystyczną itd.

Przy tej okazji należy szczególnie podkreślić możliwość zastosowań sieci do rozwoju teorii pomiaru (metrologii) oraz miernictwa, tj. obszaru wiedzy i umiejętności korzystającego z ogólnych metod wypracowanych przez metrologię. W tym rozumieniu poprzednie rozdziały niniejszego opracowania należy postrzegać przede wszystkim jako rozważania o charakterze podstawowym dla nauki o pomiarach. A więc – zgodnie z pierwotną tezą zawartą w tytule opracowania – sieć występuje w nich jako obiekt analizy i dalej jako model i miara (narzędzie analizy) kojarzona bezpośrednio z pojęciem wzorca. Istotnie z badań tych wynika, że istnieje możliwość zdefiniowania abstrakcyjnego konstruktów sieci o pewnych niezmienniczych właściwościach. Co więcej, jak dowodzą w poprzednim rozdziale, sieci mogą być alternatywną i oryginalną reprezentacją wyniku pomiaru w stosunku do fundamentalnej dotychczas formuły jego zapisu w postaci zbioru próbek formującego pewien szereg czasowy $x(t)$. Skoro teoria sieci oferuje odwzorowanie wprost i odwrotne między szeregiem czasowym

i strukturą sieci, to należy rozsądzić czy sieć ma znaczenie aksjomatyczne dla nauki o pomiarach, czy może tylko jest jednym z możliwych sposobów kodowania pierwotnej informacji pomiarowej, np. ze względu na stratność wspomnianej transformacji. Z drugiej strony, można by zapytać o konsekwencje rezygnacji z sieci jako konceptu podstawowego. W jaki sposób należałoby wówczas charakteryzować sieci rzeczywiste? Czy metody i narzędzia analizy klasycznie wykorzystywane w metrologii byłyby do takich zadań wystarczające? Czy na przykład analiza wymiarowa, opierając się na dotychczas obowiązującym systemie jednostek, byłaby w stanie w sposób zupełny opisać (tutaj: w sensie pokryć) wszystkie właściwości i zachowania należne sieciom rzeczywistym? Mając na względzie historię nauki, należy być ostrożnym w formułowaniu tez na temat uniwersalności sieci jako metody i narzędzia analizy systemów złożonych, ponieważ tak samo jak nieidealne w tym sensie są narzędzia metrologii klasycznej (teorie poprzedzające naukę o sieciach złożonych) w zastosowaniu do sieci, tak i jest prawdopodobne, że sieci nie są zdolne do identyfikacji i kwantyfikacji wszystkich cech (właściwości i zachowań) pewnych obiektów.

Sieci przynoszą wkład w teorię (metrologię) i praktykę (miernictwo) pomiaru. Pierwsze wyraża się, np. w integracji licznych teorii poprzedzających naukę o sieciach oraz w rozszerzeniu zakresu analizy – egzemplifikacja dla przypadku szeregu czasowego czy metod reprezentacji układów dynamicznych w przestrzeni stanów. Z kolei, mając na względzie miernictwo, metody i narzędzia o rodowodzie zakorzenionym w teorii, sieci przynoszą oryginalne procedury monitorowania, predykcji i sterowania obiektami złożonymi, zwłaszcza tymi o znaczącym stopniu niehomogeniczności właściwości i zachowań. W konsekwencji zastosowanie sieci w pomiarach to formułowanie nowych problemów poznawczych związanych z eksploracją obiektów otaczającego świata oraz potencjał do opracowania adekwatnych na takie potrzeby rozwiązań. Wyniki obserwacji i następujące po nich oryginalne interpretacje to przyczynki do dalszego rozwoju nauki i techniki. W konwencji sieć jako obiekt analizy oraz narzędzie pomiaru możliwe jest projektowanie nowatorskich metod obserwacji pomiarowej, co w dalszych podrozdziałach pokazano na przykładzie ilościowego opisu procesu oddychania. Uniwersalność aplikacyjną dla obiektów rzeczywistych zaprezentowano dla różnych typów systemów, tj. układu oddechowego, sieci telekomunikacji bezprzewodowej, a także infrastruktury inteligentnego domu zanurzonej w złożonym systemie wyższego poziomu, takim jak np. inteligentne osiedle czy inteligentne miasto. Podane przykłady uwzględniające sieć jako obiekt i narzędzie pomiaru – w tym sieć do przetwarzania danych, modelowania systemów, zadań predykcji – to tylko wybrane pola zastosowań. Aktualnie rozwijana nauka o sieciach przynosi kolejne takie egzemplifikacje (np. [10, 153, 230, 231, 252, 275, 307, 411, 419, 420, 463, 478]), formułując nowe działy użytecznych usług opartych na narzędziach sieciowej dystrybucji informacji, tj. UX (ang. *User Experience*) [44].

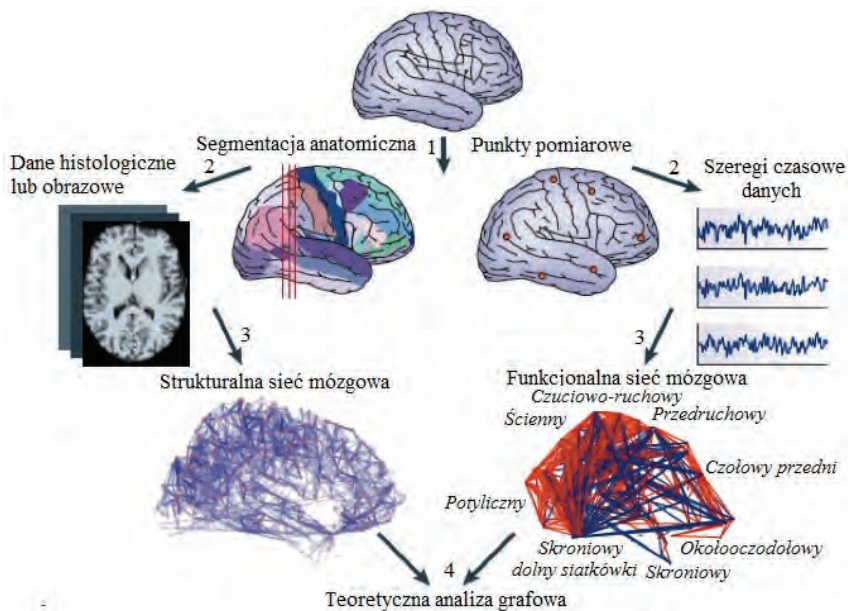
Jak wskazywano w poprzednich rozdziałach, pomiar nierozzerwalnie towarzyszy dokonującemu się w człowieku i społeczności ludzkiej procesowi poznawczemu [29,

299, 303]. Ten z kolei warunkuje organizację i realizację wszelkich czynności zmierzających do uczynienia sobie przyjazną otaczającą rzeczywistość. Dostarczając fizycznych argumentów w postaci zarejestrowanych danych kodujących informacje na temat otaczającej rzeczywistości, możliwy był (i jest) postęp medycyny, rewolucja przemysłowa i komunikacyjna, badanie kosmosu itd. Podane przykładowe obszary ludzkiej działalności uwzględniają aktywność związaną z bieżącym pomiarem (monitorowaniem) stanu systemu, predykcją jego ewolucji, a w końcu takim schematem sterowania, który faktycznie uczyniłby rzeczywistość możliwie maksymalnie poddaną woli człowieka-projektanta. Początkowo wysuwane koncepcje względem przebiegu procesu poznawczego sugerowały metody oparte na redukcjonistycznym opisie obiektów, które w toku ewolucji poznawczej stały się niewystarczające, raz ze względu na ukształtowaną w pewnym momencie świadomość złożoności świata materii i rządzących nim praw, a po drugie ze względu na coraz większe wymagania w stosunku do tempa dziejącego się postępu cywilizacyjnego i towarzyszącego mu oczekiwania wzrostu komfortu osobistego. Przywiodła ona człowieka do teorii integrujących właściwości i zachowania obiektów, jak np. mechanika statystyczna czy dynamika nieliniowa, a ambicją badaczy stały się wysiłki zmierzające do unifikacji dotychczasowych koncepcji i odpowiadających im teorii, nierzadko dotyczących różnych dyscyplin wiedzy. Gotowość do realizacji wielowymiarowo pojmowanej fuzji przejawia się także w nauce o sieciach złożonych [52, 239], która na podanych dalej przykładach odsłania coraz to bardziej holistyczne nastawienie do percepcji otaczającej rzeczywistości. Wprowadza jednocześnie nowe problemy, które być może – niemożliwe do rozwiązania w ramach samego siebie (choćby jako konsekwencja twierdzenia o niezupełności K. Gödla) – staną się kanwą dla przyszłych (formalnych) systemów opisu. Jak się jednak okazuje, ogólne reguły postulowane w ramach metrologii, w tym na przykład wynikające z adaptacji teorii sieci złożonych, mogą przynieść ich praktyczną przydatność wyrażającą się przez miernictwo w znaczącym postępie, np. w sposobie zarządzania zasobami energii, kompleksowej identyfikacji i opanowaniu mechanizmów chorobowych oraz personalizacji usług medycznych, w bardziej efektywnych, zgodnych z naturą i etyką człowieka schematach organizowania społeczności ludzkiej itd.

3.2. Sieci złożone w metrologii a identyfikacja stanów chorobowych

Przedstawione dotychczas fakty na temat rozwijającej się nauki o sieciach, właściwości struktur sieciowych, a także – w ogólnym zarysie – potencjalnych zastosowań, mogą być wystarczające do wykształcenia w Czytelniku inspiracji dla stawiania oryginalnych problemów badawczych, realizowanych z wykorzystaniem podanych tutaj reguł. I faktycznie, w międzynarodowej literaturze odnaleźć można przykłady

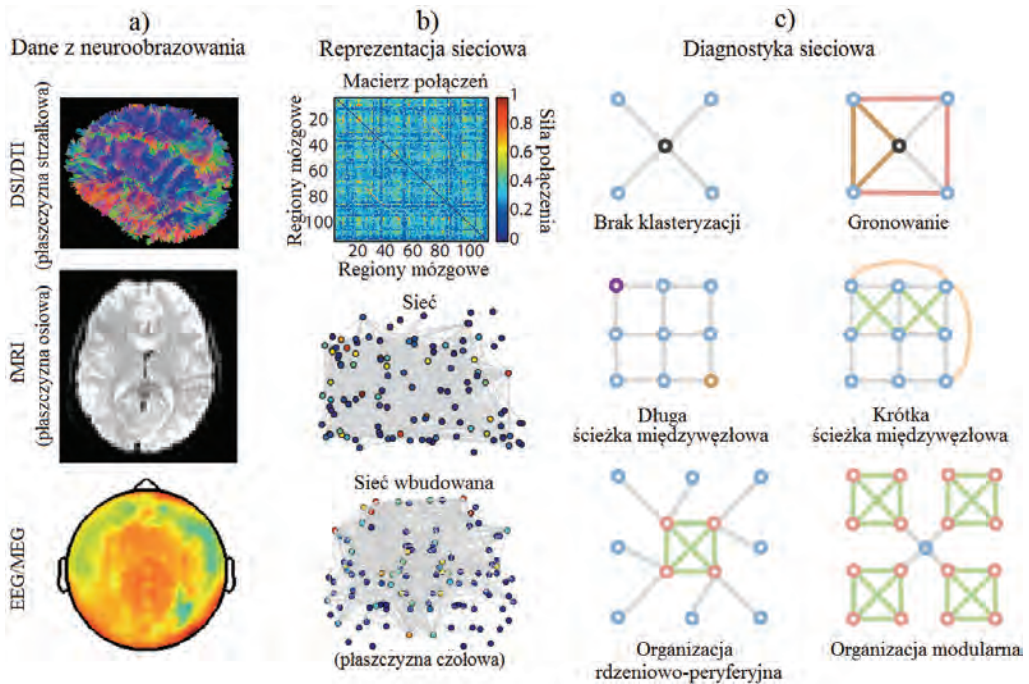
studiów, ich koncepcyjny schemat czy nawet pierwsze wyniki demonstrujące potencjał nauki o sieciach, operujących na metodach i narzędziach o rodowodzie sieciowym. Dla przykładu, mechanizmy nadprzewodnictwa we wspomnianych w rozdziale 1.4 SQUID-ach technicznie realizowane są na podstawie ziarnistych cienkich warstw ze zidentyfikowanymi sieciami złączy Josephsona [237, 481]. Analiza procesów synchronizacyjnych w tego rodzaju sieciach wskazuje na możliwość lepszej klasteryzacji macierzy złączy, poprawiającej charakterystyki procesu tunelowania elektronów, co przekłada się na wzrost prędkości przekazywania sygnałów [325]. Jest to o tyle istotna kwestia, że np. przy niskim poziomie pól biomagnetycznych poszczególnych organów człowieka, nieodpowiednie właściwości toru pomiarowego (którego elementami są SQUID-y) mogą silnie wpłynąć na wnioskowanie o strukturze i funkcji organizmu żywego [69, 398, 399]. A tymczasem, jak wskazywano w [332], projektowana technika korzystająca z analizy niskich pól biomagnetycznych pochodzących od generowanych w ludzkim ciele prądów elektrycznych wykazuje znaczący potencjał w kontekście rozwoju diagnostyki medycznej, w tym mózgu czy serca. Jeśli chodzi o techniczną realizację eksperymentu pomiarowego, opisywana metoda obrazowania wymaga możliwie najlepszej izolacji badanego obiektu od otoczenia zewnętrznego, tj. od pola magnetycznego stanowiącego pasożytnicze tło magnetyczne względem pola badanego pacjenta (jego organów). Problemy te, wydaje się, że stanowią zagadnienie drugorzędne w obliczu szansy na zdobycie szczególnie atrakcyjnej wiedzy na temat struktury i czynności mózgu.



Rys. 3.1. Etapy procedury identyfikacji właściwości strukturalnych i czynnościowych mózgu wykorzystującej rekonstrukcję jego reprezentacji sieciowej

Alternatywnie rozwija się koncepcja wychodząca poza metody obrazowania, a łącząca informacje z kilku źródeł, by z kolei użyć je wsadowo na potrzeby analizy sieciowej (rys. 3.1) [65, 331, 371].

Uwzględniając propozycje metodologiczne z [30], wykorzystujące odwzorowanie między obrazowaniem mózgu a postacią macierzy sąsiedztw w celu rekonstrukcji adekwatnej topologii sieciowej rozpatrywanego obiektu (rys. 3.2), nie sposób nie dostrzec „zagospodarowania” opisywanej w rozdziale 1 i 2 gamy narzędzi o rodowodzie sieciowym. Na rysunku 3.2 zawarto notację wyróżniającą „sieć” oraz tzw. „sieć wbudowaną”, przy czym pierwsze pojęcie odnosi się do topograficznej wizualizacji sieci, gdzie regiony mózgowe o silnych/słabych wzajemnych połączeniach ulokowano na płaszczyźnie odpowiednio w małej/dużej odległości od siebie, natomiast drugie do przypadku, w którym odległość międzywęzłowa jest precyzyjnie tożsama ze specyfikacją anatomiczną, c) wybrane narzędzia dedykowane do analizy sieci złożonych.



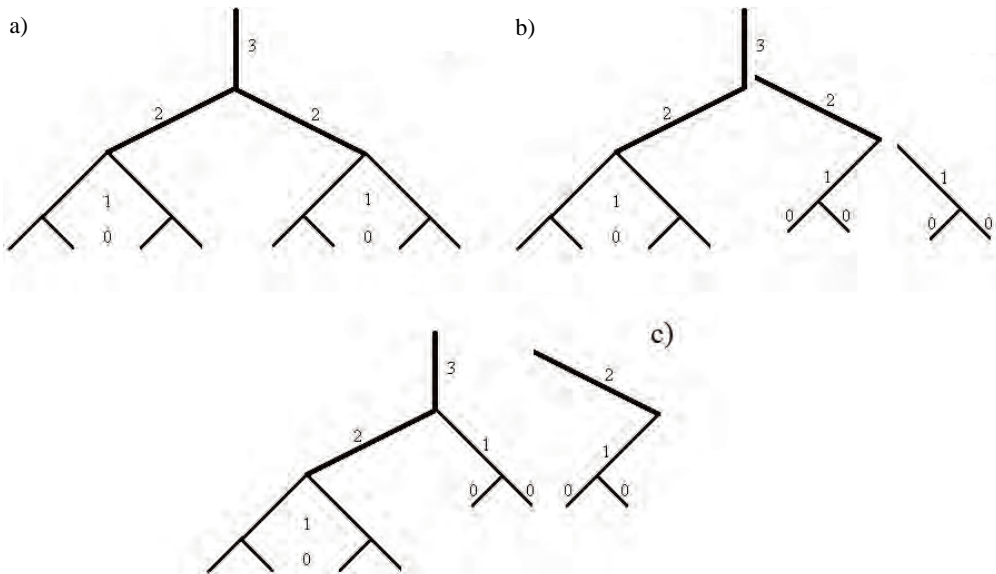
Rys. 3.2. Eksploracja danych z wykorzystaniem teorii sieci złożonych:

- a) akwizycja danych opartaa na neuroobrazowaniu rekonstruującym związków strukturalnych (DSI – dyfuzyjna analiza widmowa (ang. *diffusion spectrum imaging*), DTI – dyfuzyjna analiza tensorowa (ang. *diffusion tensor imaging*)) oraz czynnościowe (fMRI – funkcjonalny rezonans magnetyczny (ang. *functional magnetic resonance imaging*), EEG – elektroencefalografia (ang. *electroencephalography*), MEG – magnetoencefalografia (ang. *magnetoencephalography*)), b) reprezentacje sieciowe

To co jednak istotne w dwóch przedstawionych przykładach (pomiar wykorzystujący niskie pola magnetyczne oraz pomiar oparty na teorii sieci złożonych sieci), a co czyni różnicę między wskazanymi strategiami pomiarowymi, to różny „poligon obserwacji” podczas identyfikacji właściwości systemu, a w konsekwencji odmienna propozycja wskazywanych metod na etapie interpretacji medycznej. Mapowanie rozkładu pola biomagnetycznego, indukowanego w sytuacji komunikacji wewnątrzsystemowej (w obrębie organu żywego, takiego jak mózg czy serce, albo też w systemie przewodnictwa układu nerwowego) realizowanej jako odpowiednio profilowany przepływ prądu elektrycznego, implikuje identyfikację i klasyfikację stanu patologicznego na zasadzie przypisania objawu obserwowanego w obrębie organu do stosownej interpretacji fizjologicznej. Pomimo iż samo pole biomagnetyczne jako nośnik informacji o badanym systemie zawiera w sobie komponenty związane ze strukturalną, wieloskalową złożonością badanego obiektu, to schemat wnioskowania medycznego, zwyczajowo je pomijając lub w pewien sposób uśredniając, odpowiada obowiązującej od XIX wieku oslerowskiej zasadzie korelacji klinikopatologicznej [271]. Ściślej, oslerowski formalizm choroby ludzkiej łączy kliniczną obserwację z patologiczną identyfikacją. W wyniku takiej procedury, choroba zdefiniowana jest jako rodzaj przypisania ogniskującego się na systemie konkretnego organu, w którym stwierdzono manifestację pewnych symptomów i z którym koreluje się uogólniające stwierdzenia patologii anatomicznej czy histopatologicznej.

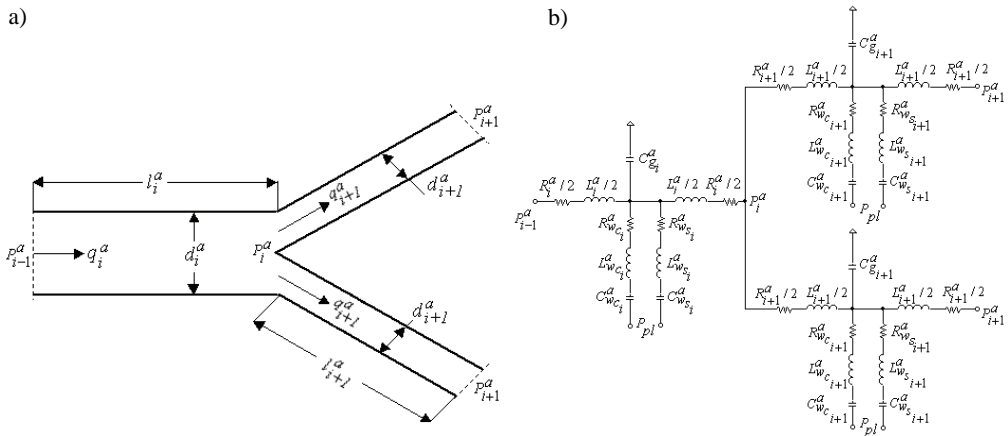
Za inny przykład dowodzący wciąż żywej roli oslerowskiego orzecznictwa choroby posłużyć może układ oddechowy, a konkretnie wysiłki badawcze zmierzające do zaproponowania wiarygodnego testu czynnościowego płuc, opartego na ocenie mechaniki oddychania. W tym polu zainteresowań o znaczeniu poznawczym i praktycznym, także w ujęciu metrologii i miernictwa, od dziesięcioleci obserwuje się wysiłki badawcze ukierunkowane na sformułowanie dostatecznie wnikliwej i powtarzalnej procedury pomiarowej, by móc jednoznacznie przesądzać o występowaniu symptomów (wyrażanych przez poziomy wartości zdefiniowanych indeksów charakterystycznych czy też ich trendów) utożsamianych z konkretną jednostką chorobową spośród tych zidentyfikowanych dotychczas w swego rodzaju katalogu chorób. Oczywiście w ramach prowadzonych prac poznawczych i eksperymentalnych gromadzona wiedza co pewien czas umożliwia rewizję ogólnych relacji symptom-interpretacja fizjologiczna, w tym na podstawie poszerzanej świadomości na temat – samodzielnie postrzeganych – możliwych symptomów i fizjologii, jednak schemat ten zasadniczo nie zdezaktualizował się. Ewolowały też techniki pomiarowe, ponieważ względem stosunkowo inwazyjnej metody balonu przełykowego [1] czy wymagającej współpracy pacjenta procedury natężonego wydechu [137, 293, 340] stawiano precyzyjny test oceny oporu dróg oddechowych, tj. badanie pletyzmograficzne [137, 165], w praktyce wymuszające posługiwanie się stanowiskiem pomiarowym o dużych rozmiarach i masie, co przeczy współczesnym potrzebom i wymaganiom związanym z mobilnością społeczną, a co za tym idzie infrastruktury technicznej (w tym pomiarowej). Stąd

konsensus w postaci algorytmu oscylacji wymuszonych [108, 137, 349, 431], metody ujemnego impulsu ciśnienia [148, 241], oscylometrii impulsowej [242, 442], czy techniki przerywanego przepływu powietrza [199]–[202], [205]–[211], [214, 218, 224, 226, 265, 309, 345, 348]. Wprowadzenie maszyn liczących do procesu projektowania metod pomiarowych i nieustanna poprawa ich efektywności zaowocowała rozwojem metod numerycznych oraz technik modelowania i symulacji komputerowej, w tym tych przeznaczonych do analizy procesów związanych z oddychaniem [40, 125, 139, 161, 199, 201, 202, 210, 211, 214, 273, 338, 348, 349, 431]. Implementują one koncepcje o rodowodzie w świecie abstrakcji, tj. pomiar pośredni i związane z nim zagadnienie problemu odwrotnego [194, 201, 303, 349] czy międzydziedzinową, czasowo-częstotliwościową fuzję danych [198, 201, 221, 469]. Konsekwencja na każdym z etapów prowadzonych badań umożliwiła zaproponowanie wiarygodnych i powtarzalnych testów, jak np. wzbogacona technika przerywanego przepływu powietrza [200, 203], [206]–[208], [221, 224], także w jej mobilnej wersji [196, 198, 224, 346]. Z kolei osiągnięty poziom zaawansowania kompetencyjnego i technologicznego w obrębie oceny mechaniki oddychania zachęcił zespoły badawcze do zainicjowania starań na rzecz personalizacji usług medycznych – np. [17, 128, 196, 198, 209, 224, 345, 346]. Nie zniknęły też towarzyszące opisywanym staraniom ograniczenia, np. nieumiejętność wnioskowania o niejednorodnościach właściwości mechanicznych



Rys. 3.3. Przejście od symetrycznej (wg Weibela) (a) do asymetrycznej (wg Horsfielda) (c) dychotomii drzewa oskrzelowego; numeracja podana na rysunku odpowiada kolejnym (*i*-tym) generacjom w strukturze, natomiast (b) wizualizuje etap przejściowy między systematykami Weibela i Horsfielda

pluc, często towarzyszących stanom patologicznym oddychania. Są one związane między innymi z ograniczeniami dotychczas stosowanych metod i narzędzi analizy układu oddechowego, tj. systemu o złożonej (topologicznie i materiałowo) strukturze oraz nietrywialnym przebiegu i splocie zachodzących w niej procesów. Należy podkreślić, iż nieprawdziwe byłoby promowanie faktu, jakoby dotychczasowa świadomość na temat obowiązywania sieciowej systematyki nie dotyczyła układu oddechowego. Dowodem tego są studia nad topologią modelu drzewa oskrzelowego, rozpatrywanego jako struktura symetrycznie lub asymetrycznie następujących rozgałęzień – odpowiednio model Weibela lub model Horsfielda (patrz rys. 3.3), z proporcjami podziałów odnoszącymi się zarówno do geometrii, jak i właściwości materiałowych kanałów oddechowych w kolejnych generacjach (rys. 3.4) [165, 186, 193, 199, 206, 218, 219, 225, 274, 450, 456].



Rys. 3.4. Geometria rozgałęzienia pojedynczego oskrzelika w drzewie oskrzelowym (a) i jej elektryczny równoważnik (b) zastosowany w symulatorze LungITsim

Złożoność rzeczywistego układu oddechowego w jego segmencie oskrzelowym (patrz np. rys. 3.5) przekłada się na profil dystrybucji właściwości mechanicznych wzdłuż drzewiastej struktury. Wymaga to odpowiedniej koncepcji w zakresie jego odwzorowania na potrzeby symulacji układu i projektowania metod pomiarowych dotyczących diagnostyki oddychania. Chociażby nieunikniony jest pewien poziom agregacji cech rzeczywistego systemu, polegający na przypisaniu skupionych cech opornościowych (R), podatnościowych (C) i inertancyjnych (L) wszystkim ($N = 2^i$) podstrukturom w i -tej generacji (3.1)–(3.6). Z drugiej strony w propozycji z [193], tj. najbardziej zaawansowanym na świecie analogu elektrycznym układu oddechowego podczas przerwania przepływu powietrza, rozłożona reprezentacja układowa dopuszcza implementację szczegółowego opisu strukturalno-parametrycznego dla każdego kanałika oddechowego kolejnych generacji drzewa oskrzelowego (rys. 3.4). Zastoso-

wano przy tym odpowiednie reguły charakteryzacji zawartości tkanek chrząstkowych i miękkich w strukturach kanalikowych wzdłuż drzewa oskrzelowego [170, 408].

$$R_i = R_i^a / N \quad (3.1)$$

$$L_i = L_i^a / N \quad (3.2)$$

$$C_i = C_i^a \cdot N \quad (3.3)$$

$$R_{w_{\{n\}_i}} = R_{w_{\{n\}_i}}^a / N, \quad n \in \{c, s\} \quad (3.4)$$

$$L_{w_{\{n\}_i}} = L_{w_{\{n\}_i}}^a / N, \quad n \in \{c, s\} \quad (3.5)$$

$$C_{w_{\{n\}_i}} = C_{w_{\{n\}_i}}^a \cdot N. \quad n \in \{c, s\} \quad (3.6)$$



Rys. 3.5. Model sieciowej struktury drzewa oskrzelowego (za [422])

W zaprezentowanym na rysunku 3.4 schemacie, właściwości gazu przepływającego przez elastyczną strukturę pojedynczego kanalika oddechowego i -tej generacji odtworzono za pomocą oporu R_i^a i inertancji L_i^a , które dodatkowo podzielono na połowy, by jeszcze lepiej oddać rozłożony charakter tych wielkości fizycznych w rzeczywistym systemie; $C_{g_i}^i$ oznacza podatność gazu zawartego w takiej indywidualnej

strukturze [156, 193, 456]. Charakterystyki materiałowe ścian kanałów oddechowych konwertowano w opis parametryczny w postaci dwóch łańcuchów R - L - C [170, 193, 408]. $R_{w_{ci}}^a$, $L_{w_{ci}}^a$ i $C_{w_{ci}}^a$ odzwierciedlają właściwości tkanek chrząstkowych, a $R_{w_{si}}^a$, $L_{w_{si}}^a$ i $C_{w_{si}}^a$ odnoszą się do fizycznych cech tkanek miękkich zawartych w ścianach pojedynczego kanalika oddechowego. Zgodnie z [170, 193, 408], proporcje wartości tych dwóch składników materiałowych, tworzących elementarne struktury drzewa oskrzelowego w kolejnych generacjach, ulegają zmianie.

Wyrażająca się w zastosowanej metodologii wnikliwość prowadzonych prac badawczych znalazła swoje odzwierciedlenie w postępie na temat znajomości fizjologicznych cech rozważanego obiektu, metod ich pomiaru, tj. powiązania zidentyfikowanych indeksów z konkretnymi jednostkami chorobowymi. Inaczej mówiąc, na tym etapie prac poznawczych świadomość obowiązywania struktury sieciowej w systemie oddechowym nie przełożyła się na redefinicję pojęcia stanu chorobowego, zachowując schemat postępowania, gdzie wymagana jest lokalizacja symptomu w obrębie organu (tutaj: płuca), z którym koreluje się fakt wystąpienia patologii. Zrelacjonowane w powyższym opisie podejście różni się też od typowego postrzegania sieciowego (np. zaprezentowanego w rozdziałach 1–2) i w tym sensie należy je utożsamiać z klasyczną analizą obwodów złożonych korzystającą z praw Kirchhoffa i Ohma. Wykorzystanie jednak tego rodzaju analogii między układami mechanicznymi i elektrycznymi jest podstawą licznych prac badawczych z zakresu modelowania układu oddechowego. Dotyczy to także symulatora LungITsim [193], zrealizowanego w środowisku programowym Matlab, otwierającego drogę do automatyzacji w generowaniu złożonych sieci reprezentujących strukturalno-parametryczne charakterystyki układu oddechowego. Poza znaczeniem przypisanym badaniom nad mechaniką układu oddechowego i technikami jego diagnostyki, wypracowane w [193] metody stanowią wkład poznawczy do zagadnień modelowania i symulacji układów złożonych o topologii sieciowej.

Koncepcja stworzonego narzędzia LungITsim wykorzystuje graficzny interfejs użytkownika ułatwiający definiowanie wymagań dla budowanej struktury i jej symulacji (rys. 3.6), w której możliwe jest wyróżnienie nawet milionów parametrów, adekwatnie do tych zidentyfikowanych w rzeczywistym układzie oddechowym. Zastosowane podejście rozwiązuje problem związany z budową i symulacją analogów o dużym stopniu złożoności (przykładem może być system komunikacji bezprzewodowej i jego model [220]), co z natury rzeczy wymaga czasochłonnych operacji definiowania krok po kroku struktury, każdego w niej parametru, warunków symulacji itd. Zabiegowi takiemu towarzyszy więc m.in. duże ryzyko popełnienia błędu, gdyż kontrolowanie „ręcznego” tworzenia modeli o wspomnianym stopniu złożoności, to zajęcie wymagające w istocie wielogodzinnej do wielodniowej koncentracji na realizowanym zadaniu. LungITsim zakłada trzyetapowy schemat postępowania podczas komputerowego naśladowania zachowania płuc poddanych krótkotrwałej okluzji przy ustach (technika przerywanego przepływu powietrza, ang. *Interrupter Technique* – IT).

The screenshot shows a MATLAB GUI titled "Panel for inspection and writing the matrix". It is divided into several sections:

- Parameters of simulation:** Fields for DC, AC, VI, V2, TD, TR, VONE, VZERO, TF, PW, and PER.
- Matrix ranges:** Fields for Conn, 19-21, and a list of values (1024, 2048, 4096, 8192, 8192).
- Parameters in branchial tree and ranges of modifications:** A table with parameters like I, d, Am, AmTLC, V, h, Zl, Zp, s, c and their values.
- Parameters of circuits:** A table with parameters like Ca, RI, R2l, CI, CZl, LI, Rta, R2ta, Cta, CZta, Lta and their values.
- Parameters of Weibull's mo...:** A table with parameters like Rta, Lia, Cgia, Rwc1, Cwc1, Rwc1, Cwc1 and their values.
- Parameters of processes:** A text field containing "C:\Users\Documents\MATLAB\W611" and a "y = ones(1,length(x));" command.
- Buttons:** "Calculate RLC", "Start", "Save param.", "Show matrix", "Plot", "ParamList", "Load data", "Save matrix", "Exit".
- Output Tables:** Multiple tables showing simulation results, including a 18x12 table at the top right and a table at the bottom right with parameters like Rtc, R2tc, Ctc, Ltc, RZw, Ruaw, Luaw, Cuaw, Rua, Lua, Cgua.

Rys. 3.6. Zaprojektowany w Matlabie graficzny interfejs użytkownika (GUI) umożliwiający elastyczne definiowanie charakterystyk strukturalnych i parametrycznych modelu układu oddechowego podczas przerywania przepływu. Ustalane nastawy determinują generację kodu wsadowych plików dla środowiska PSpice oraz MicroCap

Na początku, na podstawie ustawień z GUI, generowany jest w Matlabie kod źródłowy plików wsadowych używanych przez środowiska PSpice oraz MicroCap. Warto zauważyć, że możliwe jest w LungITsim takie skonfigurowanie tych narzędzi programistycznych do symulacji układów elektronicznych, że będą one pracowały z włączoną lub wyłączoną (jak było to, np. w starszych wersjach PSpice'a) obsługą graficznej reprezentacji analizowanego obwodu. Co również ważne przeniesienie symulacji na platformę środowisk dotyczących analizy obwodów elektronicznych ułatwia uniknięcie potrzeby rozwiązania złożonych układów równań różniczkowych, co wymaga dostępu do dużych zasobów obliczeniowych i długiego czasu na prowadzone operacje numeryczne; mogą być one teraz zastąpione prowadzeniem symbolicznych obliczeń metodą potencjałów węzłowych, gwarantującą porównywalną wiarygodność uzyskanych wyników do tych otrzymanych w klasycznym podejściu (rozwiązywanie równań różniczkowych) [192, 193, 203].

Następnie, utworzone pliki umieszcza się w odpowiednich katalogach, dostępnych dla środowiska symulacji modelu układu oddechowego – PSpice lub MicroCap. W ostatniej fazie obsługi symulatora wystarczy uruchomić model w wybranym środowisku, odwołując się w nim do utworzonego pliku wsadowego.

Kompletny analog zaimplementowany w generowanym kodzie źródłowym zawiera szczegóły dotyczące: równoważnika elementów sprzętowych należnych metodzie pomiarowej (zawór przerwaniowy i przetworniki dla techniki przerwaniowej), górnych dróg oddechowych, tchawicy (generacja zerowa), drzewa oskrzelowego (generacja 1–23) oraz obszaru tkankowego z wyróżnionymi modelami tkanek płuc, klatki piersiowej i brzucha. LungITsim umożliwia generację kodu dla trzech wersji strukturalnej architektury drzewa oskrzelowego:

- zagregowana – parametry R , L i C opisujące charakterystyki wszystkich ($N = 2^i$) podstruktur w i -tej generacji zakumulowano jak w [156, 170, 408, 456], w postaci opisu zagregowanych cech opornościowych, inertancyjnych i podatnościowych należnych całej danej generacji (3.1)–(3.6),
- rozłożona symetryczna (wg Weibela [450]),
- rozłożona asymetryczna (wg Horsfielda [186] – rys. 3.3).

Parametry w modelu budowanym za pomocą symulatora LungITsim wyznaczone są na podstawie wartości podstawowych wielkości fizycznych, które mogą być bezpośrednio podane przez użytkownika z poziomu GUI (rys. 3.6) lub też dostarczone w plikach tekstowych załączonych do GUI przez podanie odpowiedniej ścieżki dostępu. Jak wynika z rys. 3.4, w LungITsim pojedynczy kanalik w i -tej generacji może być reprezentowany maksymalnie przez jedenaście parametrów. Jednak napisane w Matlabie procedury umożliwiają definiowanie innych konfiguracji (co do liczby, sposobu obliczania wartości, zawartości) indywidualnych łańcuchów R - L - C . Wykorzystanie podejścia programistycznego (proceduralnego) zatem na potrzeby generowania wsadowych plików dla PSpice'a czy MicroCap-a

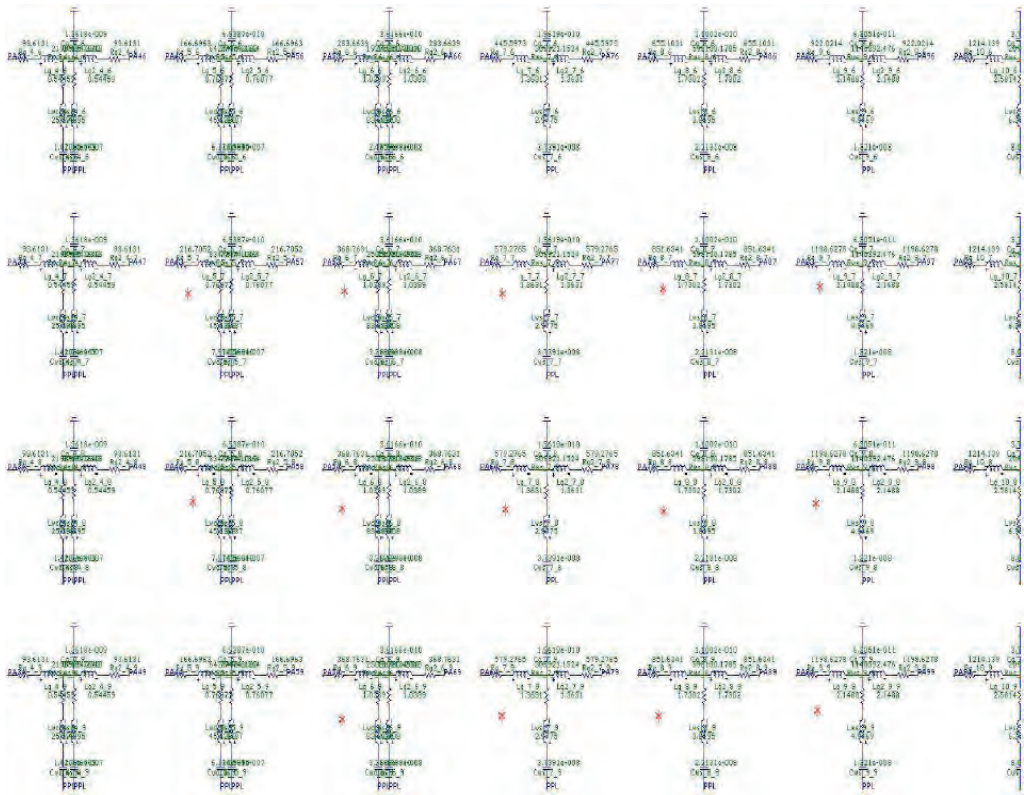
ułatwia rekurencyjną generację kolejnych parametrów analogu i obliczanie ich wartości. Liczba generacji drzewa oskrzelowego jest także parametrem opcjonalnym, który może być ustalany przez użytkownika w zależności od potrzeb (warunków postawionego zadania).

Tworzenie bardzo złożonych modeli drzewa oskrzelowego związane jest z rozległością ich graficznej reprezentacji, podczas gdy istnieją przesłanki praktyczne obsługi (choćby przeglądania struktury) i ograniczenia programowe dla grafiki w środowisku PSpice i MicroCap. Dla przykładu, umieszczenie w jednym rzędzie (pionowo lub poziomo) mocno rozgałęzionych struktur danej (i -tej) generacji (np. liczba kanałków $N = 2^i$ w 23-iej generacji wynosi 8 388 608) wymaga bardzo dużo miejsca. Podobny problem narasta w przypadku złożonych wzajemnych połączeń między elementami gałęzi i sieci, kiedy opisywana symetria jest złamana lub kiedy gałęzie na różnych poziomach są podłączone do wspólnej linii o danym potencjale. Skuteczne rozwiązanie takiego problemu polega na zastosowaniu połączeń „bezsieczkowych” między liniami, którym przydzielono odpowiednie nazwy, tak jak pokazano to na rys. 3.7. Korzystając z takiego podejścia możliwe jest połączenie dowolnie zagnieżdżonego w schemacie węzła z innym węzłem ulokowanym w graficznie odległej lokacji w strukturze modelu.



Rys. 3.7. Tworzenie połączeń bezsieczkowych między różnymi punktami węzłowymi wykorzystywane do budowy w środowisku MicroCap i Pspice złożonego modelu układu oddechowego podczas przerwania przepływu powietrza

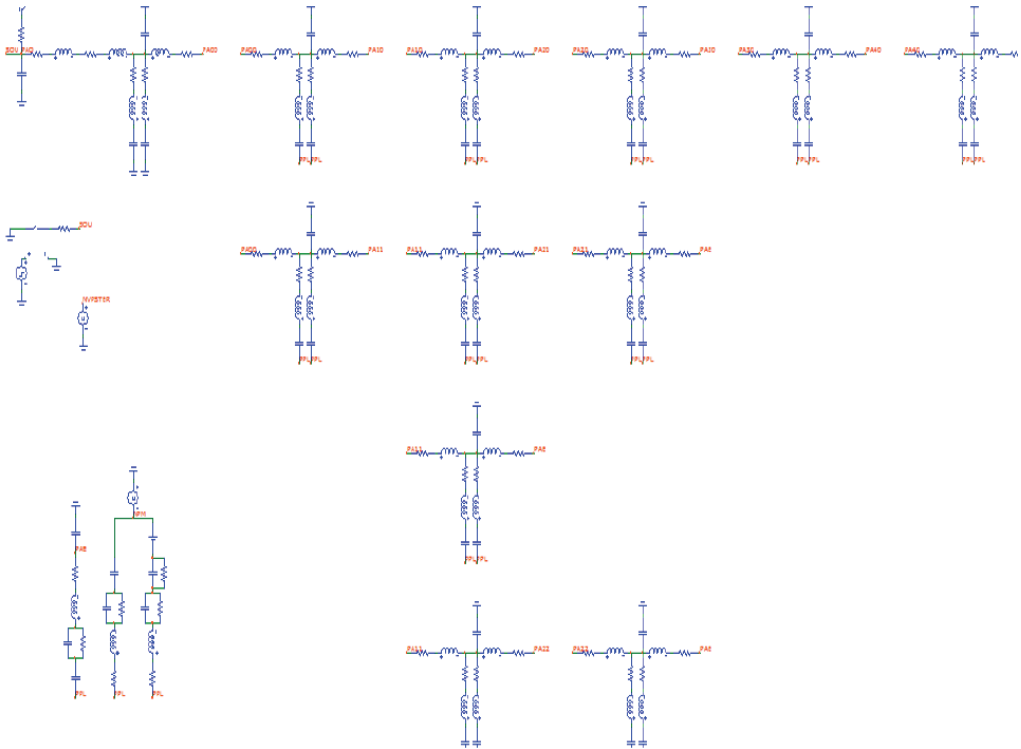
Przykładowy fragment dychotomicznej struktury drzewa oskrzelowego, utworzonego w programie LungITsim zaprezentowano na rys. 3.8. Umieszczone na nim małe gwiazdki wskazują na takie struktury RLC w kolejnych generacjach, względem których zastosowano lokalny rozkład modyfikacji parametrów, stosownie do relacjonowanego w stanach chronicznej obturacyjnej choroby płuc. Analogicznie, pierwotnie wygenerowany w Matlabie kod źródłowy pliku wsadowego dla PSpice'a posłużył do utworzenia elektrycznego równoważnika kolejnych podsystemów złożonego modelu wprost układu oddechowego podczas przerwania przepływu powietrza – sekcję zawór-przetwornik pomiarowy, analog górnych dróg oddechowych, tchawicy i wybrany fragment drzewa oskrzelowego o strukturze niedychotomicznej zaprezentowano na rys. 3.9.



Rys. 3.8. Przykładowy fragment symetrycznego modelu drzewa oskrzelowego wygenerowanego w środowisku MicroCap; rozgałęzienia (reprezentujące pojedynczy kanał oskrzelowy i -tej generacji), w których zastosowano niehomogeniczne zmiany w wartościach parametrów wyróżnione znakiem gwiazdki

Na rysunkach 3.10 i 3.11 zaprezentowano wyniki symulacji manewru przerwanego przeprowadzonych w złożonym, liniowym, elektrycznym równoważniku mechaniki układu oddechowego. W rozważanym przypadku zastosowano dychotomiczną strukturę drzewa oskrzelowego, w której generacje 0–11 reprezentowane są modelem „rozłożonym”, natomiast parametry w generacjach 12–23 poddano agregacji, stosownie do podanych reguł. Trendy i zakresy wartości wygenerowanych przebiegów odpowiadają tym, które raportowano podczas eksperymentów na obiekcie rzeczywistym, np. [135, 138, 156, 203, 225, 456]. Następnie testowanie projektowanej metody pomiarowej wymaga dodania do zarejestrowanych sygnałów wyjściowych procesów o charakterze szumowym. Tego typu czynności można jednakże prowadzić w kolejnym etapie prac badawczych, związanym zarówno z testowaniem samego modelu wprost, kompleksu: model wprost-model odwrotny,

a w końcu podczas komputerowo projektowanego, wzbogaconego eksperymentu przerwaniowego (ang. *Enhanced Interrupter Technique* – EIT [207, 209, 219, 221, 224]).

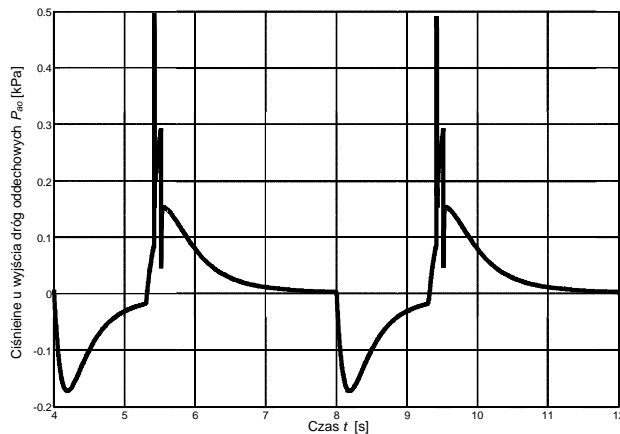


Rys. 3.9. Wygenerowany w PSpice (za pomocą LungITsim) przykładowy fragment asymetrycznego modelu drzewa oskrzelowego wraz z analogiem toru pomiarowego w metodzie IT, górnych dróg oddechowych i tchawicy

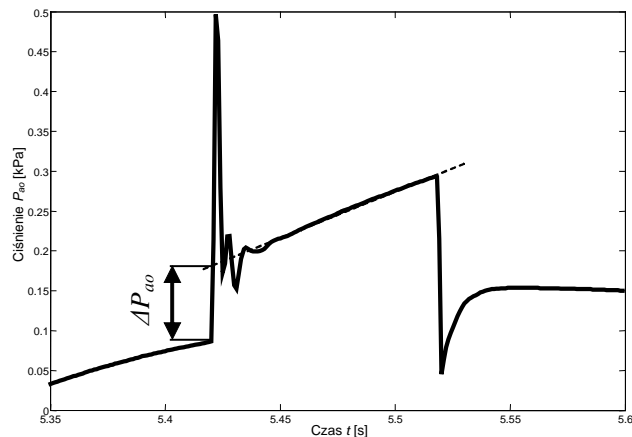
Zbudowane narzędzie – LungITsim – prócz wspierania prac badawczych nad oryginalnymi rozwiązaniami algorytmicznymi dla metody przerwaniowej, może być stosowane w szerszym sensie. Przede wszystkim stanowi ono podstawę do pracy nad innymi technikami dotyczącymi diagnostyki oddychania, dostarczając syntetycznych danych i rozległej przestrzeni możliwych rozwiązań podczas symulacji złożonych, zróżnicowanych (względem możliwych czynności układu oddechowego) scenariuszów badań.

Tym samym, wykorzystywane np. w komputerowych badaniach symulacyjno-estymacyjnych dane syntetyczne przyczyniają się do identyfikacji właściwości i zdobywania wiedzy o przebiegu procesów, stanowiąc ostatecznie wkład do weryfikacji hipotez naukowych na temat rozważanego obiektu. W ogólności zaprezentowany spo-

sób postępowania można przenieść na pracę z innymi złożonymi systemami medycznymi i technicznymi, np. na protokoły komunikacji w bezprzewodowych sieciach telekomunikacyjnych [220], gdzie wnioskowanie na temat ich chwilowego i/lub długoterminowego stanu może być nietrywialne. Już dzisiaj koncerny takie, jak Nokia Networks, Alcatel-Lucent, Huawei korzystają ze wsparcia wewnątrznie powołanych zespołów badawczych, posługujących się komercyjnymi narzędziami do symulacji komputerowych na rzecz projektowania, utrzymywania, konfiguracji czy wymiarowania sieci w obszarze telekomunikacji bezprzewodowej [78, 188, 220].

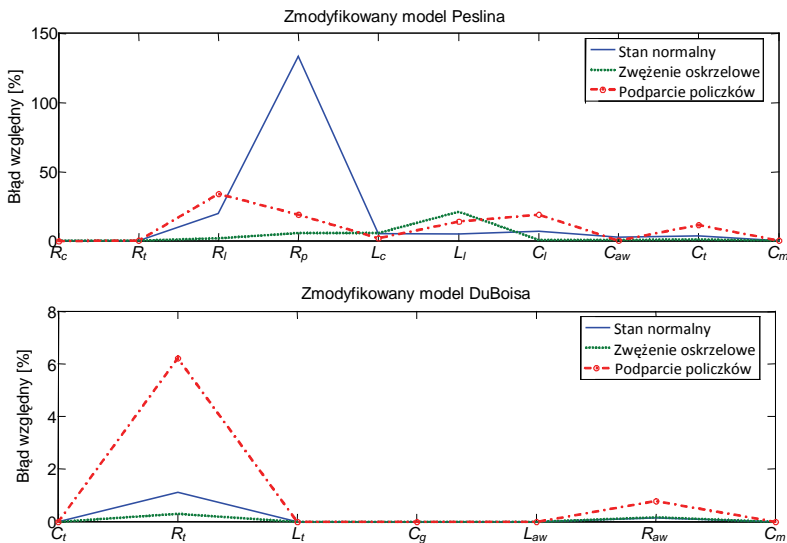


Rys. 3.10. Zmiany ciśnienia przy ustach zarejestrowane w kompleksowym modelu wprost podczas symulacji normalnego oddychania z okresowo prowadzonymi okluzjami przepływu powietrza podczas wydechu



Rys. 4.11. Poprzerwaniowe zmiany ciśnienia przy ustach symulowane w kompleksowym modelu układu oddechowego oraz ekstrapolacja początkowego skoku ciśnienia w metodzie IT [202]

Prócz przytoczonego znaczenia pojęcia sieci dla zadań modelowania i symulacji, w procesie projektowania metody pomiaru mechanicznych właściwości układu oddechowego, skorzystano także z sieci jako narzędzia do przetwarzania sygnałów i ekstrakcji użytecznych diagnostycznie informacji na temat mechaniki oddychania [194, 303, 336, 347]. Ściślej mówiąc, np. w [194], zbadano możliwość i dokładność pomiaru indeksów diagnostycznych w czasowej metodzie EIT (tj. TD-EIT, ang. *Time-Domain Enhanced Interrupter Technique*), gdy sztuczna sieć neuronowa (SSN) imitowała funkcję modelu metrologicznego (rys. 3.12). W tym celu, opierając się na metodologii modelowania przyczynowo-skutkowego (ang. *forward-inverse modeling*), przeprowadzono proces uczenia sztucznych sieci neuronowych ukierunkowany na identyfikację cech systemu rzeczywistego na podstawie zarejestrowanych sygnałów ciśnienia i przepływu przy ustach podczas krótkotrwałego manewru zamknięcia zastawki okluzyjnej. Identyfikacja taka korzystała ze zdolności SSN do generalizacji, wyrażającej się zarówno



Rys. 3.12. Dokładność estymacji parametrów zmodyfikowanego modelu Peslina oraz zmodyfikowanego modelu DuBoisa we wzbogaconej czasowej metodzie przerwaniowej z wykorzystaniem sztucznych sieci neuronowych podczas symulacji stanu normalnego oraz wybranych przypadków patologii oddychania

w zadanych formalnie regułach agregacji parametrów systemu złożonego, jak i umiejętnością udzielania poprawnej odpowiedzi dla danych nieużywanych w procesie uczenia [323, 417]. Wadą proponowanego podejścia jest czasochłonność procesu trenowania SSN, natomiast zaletą jednoetapowość jej wnioskowania na etapie użytkowania. Biorąc pod uwagę iteracyjny charakter typowych procedur estymacji parametrów modeli odwrotnych projektowanych dla EIT [214, 221, 224], sztuczna sieć neuronowa wprowadza

zmniejszenie złożoności obliczeniowej oraz zysk czasowy podczas analizy poekluzyjnych danych, czyniąc wzbogaconą metodę przerwaniową możliwą do zastosowania w czasie rzeczywistym. Przy tej okazji warto podkreślić przynależność sieci neuronowych do grupy modeli opisujących strukturalno-funkcjonalne charakterystyki układów w postaci sieci złożonych, czego dowodem jest między innymi obowiązywanie w sieciach neuronowych praw mechaniki statystycznej – np. [246].

Podsumowując dotychczasowe wysiłki związane z eksploracją mechanicznego pola zjawisk przynależnych procesowi oddychania (a więc i badanemu systemowi – układowi oddechowemu) należy zauważyć, że choć opracowano narzędzia symulacji oraz ilościowej charakteryzacji takiego obiektu w konkretnych warunkach pomiarowych – np. krótkotrwałe przerwanie przepływu powietrza, to wnioskowanie o nim (zwłaszcza o lokalizacji i intensywności występujących w nim niejednorodności) w schemacie pomiaru pośredniego jest jak dotąd zagadnieniem nierozwiązanym. Z medycznego punktu widzenia, wiedza na ten temat jest o tyle istotna, że przynosi ona informacje na temat historii i przebiegu patologii, rzutując na klasyfikację jednostki chorobowej, jej monitorowanie, akcję profilaktyczno-zapobiegawczą, a w efekcie na krótko- i długoterminową degradację wydolności oddechowej organizmu ludzkiego.

Relacjonowane dotychczas praktyczne przykłady funkcjonowania pojęcia sieci dotyczą jego uczestnictwa w projektowaniu metod pomiarowych przeznaczonych do oceny oddychania. W węższym sensie realizowane jest ono przez identyfikację sieciowej natury obiektu czy inaczej przez użycie pojęcia sieci jako modelu badanego obiektu oraz rozwijanie narzędzi jego eksploracji. Podany przykład zastosowania dowodzi, że nauka o sieciach złożonych może operować w ramach klasycznej definicji stanu chorobowego, przyczyniając się nawet do obiektywnego postępu poznawczego, jeśli chodzi o badany obiekt i zachodzące w nim procesy. W takim trybie użycia nie przynosi ona zmiany jakościowej ani w badaniu płuc, ani też w medycynie. Mówiąc wprost, projektowane na scharakteryzowanej zasadzie metody pomiarowe i coraz bardziej wysublimowane markery patologii (wykorzystywane na etapie korelacji symptom-jednostka chorobowa), włączając w to wzbogaconą technikę przerwaniową i szacowane dla niej indeksy, pomiary biochemiczne, immunochemię, cytometrię przepływową czy nawet ostatnie molekularno-patologiczne analizy ekspresji genów wpisują się w obraz ustabilizowanego od dziesięcioleci oslerowskiego konceptu identyfikacji i klasyfikacji patologii. Trzeba jednak dostrzegać, iż zaproponowany przez Oslera schemat klasyfikacji patofenotypów chorobowych – w sensie metodologicznym – jest indukcyjną generalizacją opartą na klinikopatologicznych dowodach orzekanych w myśl redukcjonistycznej zasady oszczędności. Należy więc postawić hipotezę, iż podejście takie było wystarczające dla minionych już dziesięcioleci, lecz mając na względzie dzisiejszy stan wiedzy w zakresie biologii i medycyny, prowadzenie klasyfikacji jednostek chorobowych na powyższej zasadzie, to przykład znacząco nadmiernej generalizacji patofenotypów, pomijającej chociażby osobliwe uwarunko-

wania podatnościowe czy przedkliniczne syndromy chorobowe. Wszystko to skłania do konkluzji, iż klasyczna definicja stanu chorobowego nie jest wystarczająca do personalizacji diagnostyki chorobowej czy w procesie terapii. Wniosek ten i hipoteza stają się uzasadnione, zwłaszcza w przymacie ograniczeń dotychczasowego podejścia, takich jak np. [271]:

- Choroba zwyczajowo jest definiowana na podstawie symptomów pojawiających się z pewnym opóźnieniem w układzie dysfunkcyjnego organu, z pominięciem uwagi czy wiedzy na temat klinicznych patofenotypów, czy czynników podatnościowych poprzedzających ewidentne odchylenie od normy. A więc, zainteresowanie nie pada na charakterystyczne, genetyczne czy środowiskowe uwarunkowania podatnościowe, ale raczej na pojawiające się z pewnym przesunięciem w czasie patofenotypy objawiające się w obrębie układu danego organu i będące pośrednim etapem w rozwoju choroby, tj. na rodzajowe endopatofenotypy, uwzględniające zapalenie, niewrażliwość, zwłóknienie, zakrzepica, krwotok, namnażanie komórkowe, apoptoza, martwica itp.
- Klasyczna definicja stanu chorobowego zasadniczo pomija wbudowane mechanizmy patobiologiczne o zasięgu przekraczającym zidentyfikowany chorobowo system danego organu. Tym samym zwyczajowo nie uwzględnia ona molekularnych (deterministycznych) i środowiskowych (stochastycznych) czynników determinujących ewolucję choroby, poczynając od stanu podatności, implikującego skłonność czy inaczej wrażliwość organizmu na konkretne reakcje względem takich czynników, przez przedkliniczny patofenotyp, aż po jawny patofenotyp.
- Klasyczne definicje jednostek chorobowych są nadmiernie generalizujące względem zakresu patofenotypów, a rozpoznania opierają się na patofizjologicznej charakteryzacji w dużym stopniu „opóźnionej” względem ery przedmolekularnej. Takie generalizujące definicje choroby nie tylko zaciemniają subtelne, ale potencjalnie znaczące różnice między indywidualnymi pacjentami z powszechnymi oznakami klinicznymi, lecz także pomijają wbudowane mechanizmy chorobowe docierające do czy przechodzące przez system pewnego organu, które to właśnie mogłyby być eksploatowane na rzecz odpowiednich, a zwłaszcza spersonalizowanych celów i metod diagnostyczno-terapeutycznych.
- Problematyczne pozostaje przywiązanie klasycznej definicji stanu chorobowego do wykorzystywania redukcjonistycznego podejścia w kwestii identyfikacji mechanizmów chorobowych i celów terapeutycznych. Choroba rzadko (jeśli w ogóle) jest prostym i bezpośrednim następstwem odchylenia od normy powstałego wskutek działania pojedynczego produktu genowego mechanizmu. Jest za to raczej odzwierciedleniem wielości czynników i procesów patobiologicznych (deterministycznych i stochastycznych), współoddziałujących w złożonej sieci w kierunku wytworzenia patofenotypu, który może być widziany jako formująca się i manifestowana właściwość układu patobiologicznego.

W podanym sensie, na współczesnym etapie rozwoju wiedzy w obszarze biologii i medycyny, tj. w erze postgenowej, konwencjonalna identyfikacja i klasyfikacja patofenotypów staje się nie tyle niewystarczająca, ile wręcz nie do przyjęcia. Istotną rolę w ewolucji tych nauk, ale też ich bezpośrednich zastosowań związanych z potrzebą projektowania procedur pomiarowych prowadzących do poprawnego i spersonalizowanego wnioskowania odgrywają nauki fundamentalne operujące w świecie abstrakcji, w tym metrologia. Ściślej, skoro nawet najprostsza, genetycznie uwarunkowana, choroba jest objawowo złożona w swej ekspresji, wiążąc podstawowe obserwacje wyrażające istotność kontekstu genetycznego i środowiskowego w swej ewolucji, to może być ona rozważana w ramach metod i narzędzi dedykowanych do charakteryzacji złożonych systemów i zbiorów danych [213, 216, 223], w tym w ramach nauki o sieciach złożonych zaadaptowanej na potrzeby pomiarów.

Dla kreślonej w niniejszym opracowaniu oryginalnej ścieżki percepcji jednostki chorobowej (tj. jej inicjacji, rozwoju, diagnostyki, profilaktyki itd.) należy wyróżnić obszary aktywności wymagające pracy twórczej oraz związane z aplikacją zdobytej wiedzy i umiejętności. Nie jest też tak, że przejście między klasyczną definicją stanu chorobowego a jej następnikiem, np. inspirowanym nauką o sieciach musi odbywać się w sposób skokowy. Wręcz przeciwnie, jak zostanie to pokazane dalej, kwestia identyfikacji, klasyfikacji i procedowania z jednostką chorobową w ostatnim dwudziestolecu ewoluowała, przechodząc stany pośrednie, wyrażone m.in. przez wprowadzenie metodologii wykorzystującej do wnioskowania analizę wielowymiarową czy analizę złożoności i zmienności systemów oraz zbiorów danych. Syntetycznie problem można ująć jako potrzebę sformułowania programu badawczego nad metodami analizy obiektów złożonych, weryfikowanymi między innymi w odniesieniu do obiektów biologicznych (przyczyniając się tym samym do ich głębszego poznania), oraz metodami wykrywania i profilaktyki stanów chorobowych, uaktualniającymi klasyczną definicję patologii. Wymaga to rozwoju narzędzi niezbędnych zarówno w jednym, jak i drugim obszarze, podobnie jak na przykład w dotychczasowej praktyce nauk podstawowych i stosowanych.

Jednym z przykładów środków pomocnych w pracach poznawczych i aplikacyjnych jest modelowanie matematyczne i komputerowe. Stało się ono zasadniczym narzędziem w studiowaniu obiektów i zjawisk fizjologicznych, biologicznych czy też o innej naturze [300, 349, 397, 415]. Modelowanie matematyczne jest szczególnie przydatne w sytuacjach, kiedy prowadzenie pomiarów eksperymentalnych jest niemożliwe z pewną częstotliwością lub też w ogóle niemożliwe. W takich przypadkach projektuje i przeprowadza się wirtualne eksperymenty wykorzystujące modele w celu testowania hipotez, które nie mogą być zweryfikowane w warunkach laboratoryjnych. Modelowanie typowych problemów, takich jak na przykład rekonstrukcja – z poziomu podstawowego organu – mechanicznego zachowania układu oddechowego podczas jego pracy, jest stosunkowo nieskomplikowane. Dla częstotliwości bliskich częstotliwości spontanicznego oddechu układ zachowuje się jak elektryczna sieć połączeń

rezystancja–inertancja–podatność (patrz, np. rys. 3.4 oraz [40, 193, 199, 202, 205, 206, 211, 218, 219, 273, 338, 408, 456]). Natomiast gdy model ten jest szeroko stosowany w badaniach fizjologicznych czy klinicznych, wówczas nie jest on źródłem dostatecznego wglądu w szczegóły struktury i czynności płuc.

Biologia i fizjologia jest pełna właściwości wyłaniających się jako następstwo bogactwa składowych elementów systemu(-ów) oraz ich wzajemnych oddziaływań. Dla przykładu, rozumując obrazowo zwykliśmy postrzegać podatność płuc (odwrotność ich elastyczności) jako miarę tego, jak łatwo płuca są napełniane osrodkiem (gazem oddechowym). Faktycznie wielkość ta jest tzw. właściwością wyłaniającą się (ang. *emergent property*), formowaną w złożony sposób z wielu składników i zachodzących między nimi oddziaływań. Co ważne, poznanie genezy podatności nie jest tylko zwykłą kwestią zdobycia wiedzy na temat indywidualnych wartości sztywności wszystkich cząstek białkowych, włoskowatych włókienek i większych włókien w płucach, nawet jeśli wszystkie one mogłyby być zmierzone. Wytlumaczenie jak one razem współpracują stanowi jedno z kluczowych wyzwań. Jednak wysiłki badawcze ułatwiły uzyskanie kolejnych wskazówek na temat możliwych scenariuszów rozwiązania problemu. Na przykład wiemy, że systemy złożone wykazują tendencję do pewnego stopnia fraktalizacji strukturalnej i/lub hierarchizacji wbudowanych pętli sprzężeń zwrotnych, które w działaniu kumulatywnym, na poziomie makroskopowym wykazują zachowanie zgodne z prawem potęgowym. Odnosząc ten fakt do wiedzy zaprezentowanej w poprzednich rozdziałach, wiemy, że prawo potęgowe niezmiennie reprezentuje wkład elementów strukturalnych lub zdarzeń, których operowanie rozciąga się na kilka rzędów przestrzennej i/lub czasowej skali. Na przykład wzrost podatności płuc w przypadku rozedmy związany jest z uszkodzeniem przegrodowych tkanek pęcherzykowych [213, 228, 353, 355]. Tak naprawdę przebieg procesów stowarzyszonych z tą właściwością (jej zmianą) rozpoczyna się już w granicach chemii, wyrażając się w długościach rzędu angstromów, podczas gdy podatność płuc manifestuje się na poziomie centymetrów, tj. skali długości o osiem rzędów większej. Dowodzi to faktu, iż modele opisujące systemy złożone muszą uwzględniać mechanizmy rozgrywające się na przekroju wielu skal. A więc oczekiwane podejście w sztuce modelowania matematycznego i komputerowego musi migrować do tzw. modelowania wieloskalowego (ang. *multiscale modeling*) [16, 80, 213, 407].

Reżim wielkoskalowej symulacji systemów złożonych niejednokrotnie wymaga wykorzystania różnych metodologii modelowania komputerowego. Odwołując się do przykładu układu oddechowego, a precyzyjniej np. do analizy (wyindukowanego działaniem antagonisty) skurczu w kanaliku oddechowym, imitującego warunki ataku astmatycznego opartego na ukierunkowanej pracy motorów molekularnych w strukturze komórek mięśni gładkich ścian kanalików oddechowych, można zaproponować trzy różne sposoby opisu struktury i procesów w zależności od rozważanej skali obserwacji. Na poziomie subkomórkowym, w celu opisu zachowania populacji dyskretnych motorów molekularnych, możliwe jest zastosowanie metodologii agentowej

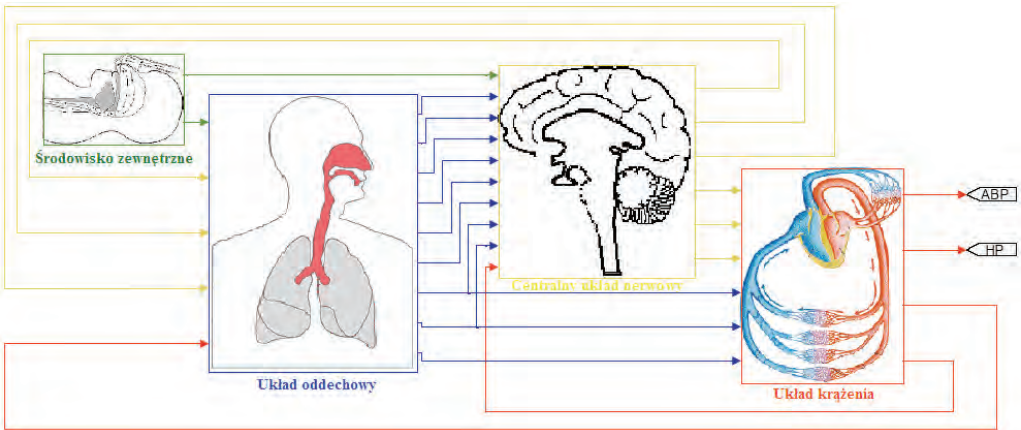
(ang. *agent-based approach/modeling*) [51, 57, 79]. Dla poziomu pośredniego, tj. skali odpowiadającej sieci komórek mięśni gładkich ścian kanalików oddechowych, odpowiedni wydaje się zapis w postaci układu równań różniczkowych. Na poziomie tkankowym popularna jest reprezentacja w postaci metody elementów skończonych. Jednorodna integracja takich różnych technik modelowania stanowi wyzwanie techniczne, którego rozwiązanie stwarza szansę na nowe spojrzenie na problem nadwrażliwości kanalików oddechowych w przypadku astmy, udokumentowano to w [9, 190, 291, 351].

Ogólnie mówiąc, celem modelowania wielkoskalowego w biologii jest połączenie różnych skal przestrzennych i/lub czasowych, od poziomu komórkowego przez wszystkie inne etapy, aż do skali całego organu czy organizmu, w celu wyjaśnienia mechanistycznych podstaw życia i stanów chorobowych. Zgodnie jednak z klasyczną sztuką modelowania matematycznego i komputerowego, także w metodologii modelowania wieloskalowego obowiązującą pozostaje zasada, iż do słuszności rozumowania nie jest wymagane uwzględnienie zachowania każdej pojedynczej jednostki (podukładu, np. cząstki) w całym systemie. Celem modelowania wieloskalowego powinna być ekstrakcja z modeli reprezentatywnych dla danego poziomu tylko takich zasadniczych, wyłaniających się właściwości, które muszą być zaimplementowane na wyższych poziomach skali. Spełnienie tego warunku nie tylko uzasadnia komputerową sensowność i realizowalność zadania, lecz także przynosi znaczące objaśnienie podejmowanego zagadnienia. Prawdziwy wgląd w naturę problemu rodzi się wówczas, kiedy zrozumimy jak jakościowo proste zachowanie na wyższym poziomie skali wyłania się ze złożonego zachowania zespołowego składników przypisanych do poziomu niższego.

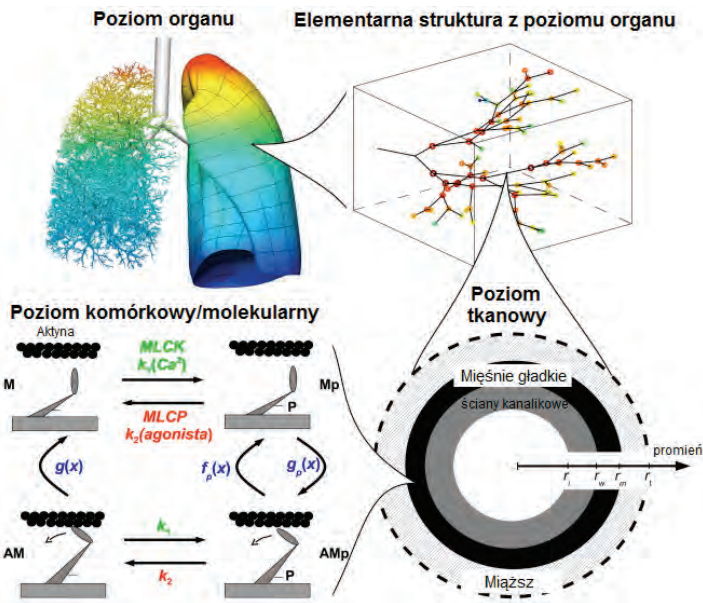
Nie wszystkie zachowania obserwowane na wyższym poziomie skali są wyłaniającymi się. Niektóre bezpośrednio przenoszą się z zachowań notowanych na niższym poziomie. Tak więc, modele wieloskalowe wspierają objaśnienia, które zjawiska z wyższej skali mogą zostać wydedukowane z właściwości elementów czy podsystemów niższego poziomu, a które zjawiska wyłaniają się w nowy i często nieoczekiwany sposób z ich wzajemnych interakcji.

Należy także dopowiedzieć, iż mechanizmy z wyższych poziomów organizacji mogą wpłynąć na zachowania z poziomów niższych. Na przykład, makroskopowy akt oddechowy indukuję mikroskopowe, cykliczne naprężenia w mięszowej macierzy pozakomórkowej i jej komórkach, co znacząco wpływa na procesy komórkowe i subkomórkowe [132]. Te z kolei w sprzężeniu osobliwie modulują zachowania widziane w skali makro.

Posługując się rozważanym przykładem systemu, tj. układem oddechowym, oraz odnosząc się do koncepcji modelowania wieloskalowego, należy zatem dostrzegać zarówno jego strukturalne, jak i procesowe (związane z dystrybucją informacji) uwarunkowania, wynikające z funkcjonowania w ramach całego organizmu zanurzonego w specyfice otaczającej rzeczywistości (rys. 3.13). Jednocześnie nie bez znaczenia są fakty dotyczące przejść między niższymi poziomami organizacji oraz w obrębie ich samych (rys. 3.14).



Rys. 3.13. Sieć wzajemnych powiązań między podsystemami warunkująca funkcjonowanie organizmu w jego naturalnym środowisku – przykładowy schemat poglądowy dla wnioskowania w skali makro



Rys. 3.14. Wieloskalowa natura formowania i transferu informacji w układzie oddechowym (za [351]).

Wszystko to składa się na złożoność determinującą osobliwość zachowań na etapie formowania się mechanizmów patologicznych i przebiegu stanów chorobowych, a w konsekwencji odpowiadających im metod diagnostyki czy strategii profilaktycz-

nych. W dalszej części rozdziału wykazano związki nauki o sieciach z tak sformułowaniem reżimem postrzegania obiektu, a w konsekwencji z potrzebą redefinicji pojęcia stanu chorobowego. Pomocne w tym względzie będą wybrane przykłady trzech powszechnych, istotnych dla zdrowia i życia (oraz jego komfortu) patologii oddychania, które nie zostały poznane w sposób zupełny, i co do których nie sformułowano dotychczas wystarczająco skutecznych metod diagnostyki i zarządzania profilaktyką. Ścisłej mówiąc, rozwijane koncepcje opisu odniesione zostały do astmy, przewlekłej obturacyjnej choroby płuc (POChP lub z j. ang. COPD – chronic obstructive pulmonary disease) oraz bezdechu sennego (SAS – ang. *Sleep Apnea Syndrome*). Istotność podanych przypadków patologii wyraża się choćby w tym, iż w raportach Światowej Organizacji Zdrowia WHO (ang. *World Health Organization*) przewlekłe, obturacyjne choroby płuc klasyfikowane są jako jeden z podstawowych czynników determinujących społeczną dysfunkcję człowieka obserwowaną w skali globalnej. Mając na względzie istotne pogorszenie jakości życia ludzi z objawami wskazanych jednostek chorobowych, notuje się, iż jednocześnie jest ona obecnie trzecim najczęstszym czynnikiem śmiertelności w światowej populacji ludzkiej i szacuje się, że w 2020 roku poziom tego problemu pozostanie niemalże niezmienny w kontekście sporządzonego rankingu (spodziewane 4 miejsce) [159, 209, 221]. Fakty te motywują środowiska badaczy i inżynierów do wysiłku poznawczego w obrębie badanego systemu, ale też projektowania metod oraz technicznych środków diagnostyki i wspomaganie akcji profilaktycznych. Wyrazem tego jest koncepcja wykorzystania informacji zakodowanych w polu mechanicznym funkcjonującego układu oddechowego, zaimplementowana w postaci wcześniej scharakteryzowanych metod, tj. spirometria, FOT czy technika przerwaniowa. Jak wskazywano wówczas, rozdzielczość (w sensie zdolności do różnicowania i klasyfikacji specyficznych symptomów patologii) tych technik w zadaniach pulmonologii jest ograniczona. Z kolei jak wykazano dalej, ograniczenia takie to nie tyle niedoskonałość w operowaniu narzędziami abstrakcji czy technicznej realizacji procedur pomiarowych, lecz wyraz nieprzystającej metodologii opisu systemu i zachodzących w nim procesów podczas jego pracy.

Konfigurowanie się mechanizmów w tryb formujący objawy chorobowe astmy czy POChP może przebiegać wielowątkowo, choć opisując problem w sposób uogólniony (klasyczna definicja stanu chorobowego), na poziomie makro pacjent i diagnosta identyfikują trudności związane z oddychaniem motywowane zaburzoną (utrudnioną) wymianą gazową na skutek, np. zmiany (zmniejszenia) wymiarów geometrycznych przestrzeni pęcherzykowej czy tzw. małych (pęcherzykowych) dróg oddechowych i/lub większych kanalików oddechowych w oskrzelach. Jednym ze sposobów detekcji tego rodzaju niedomagań może być analizowanie zmiany składu gazów oddechowych czy charakterystyk objętościowych, przepływowych i/lub ciśnieniowych powietrza krążącego w wybranych częściach układu (wygodnie jest mierzyć te wielkości przy ustach) podczas cyklu oddechowego (wdech-wydech). Ale odkodowanie informacji, choćby na temat lokalizacji i ostrości obturacji w złożonej strukturze układu oddechowego, ze strumienia wydycha-

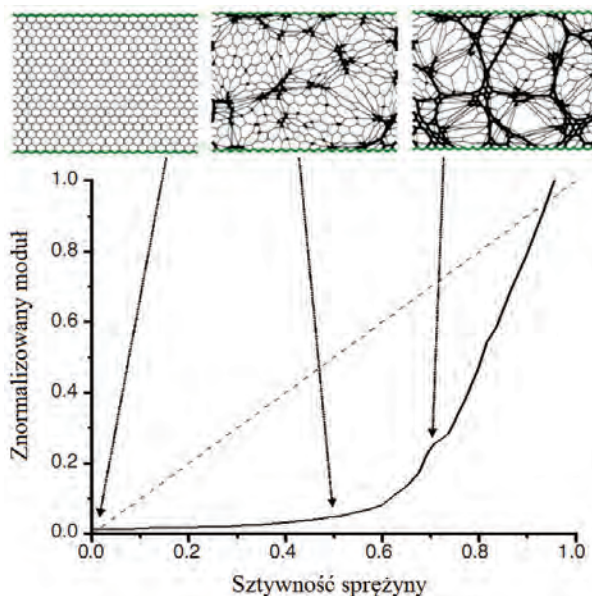
nego gazu jest niełatwe i jak pokazują badania patofenotypów chorobowych niewystarczające do prowadzenia skutecznego rozpoznania i profilaktyki w przypadku astmy czy POChP. Ograniczona rozdzielczość metod nie uwzględnia złożonych charakterystyk czasowych i zależności przestrzennych w strukturach żywych i procesach występujących w ich obrębie. Bo przecież poziom wymiany gazowej czy reżim przepływu gazu w prowadzących go drogach oddechowych to wynik konkretnych proporcji między charakterystykami materiałowymi (fizycznymi i strukturalnymi) włókien tworzących kanały przewodzące ośrodek czy przestrzenie pęcherzykowe i wypełniającego je gazu.

Lokując opisywany problem w metodologii modelowania wielkoskalowego odniesieniem można na przykład uczynić proces włóknienia materiału tkankowego, modyfikujący mechanikę zarówno ścian kanałów dróg oddechowych, jak i większych struktur miąższu płucnego. Są to przesłanki do formowania się objawów należnych odpowiednio astmie i rozedmie płuc. Jak wykazano w [296, 410], formowanie się nowej równowagi mechanicznej w układzie tkankowym można odnieść do pojedynczych włókien kolagenowych (do zmiany ich cech, a nawet zerwania włókien) tworzących struktury tkankowe. Implikuje to najpierw mikroskopijne zmiany w strukturze materiału tkankowego tworzącego ściany kanałów oddechowych czy miąższowej przestrzeni pęcherzykowej, które w swym rozwoju realizują znany z poprzednich rozdziałów schemat perkolacyjny, a także wyrażają zmiany strukturalno-czynnościowe podlegające opisowi według prawa potęgowego. To z kolei wyraża wieloskalowy, a bardzo często bezskalowy zasięg cech i procesów towarzyszących oddychaniu, analogicznie do teorii funkcjonującej w nauce o sieciach. Stąd wydaje się nieprzypadkowym, iż w np. w [296, 410] uzasadniono słuszność i wystarczalność konstruktu sieci w opisie ewolucji charakterystyk strukturalno-czynnościowych materiału tworzącego struktury żywe układu oddechowego, a tym samym warunkującego mechanikę systemu na wyższym poziomie organizacji, tj. granicy ośrodków materiał tkankowy-gaz oddechowy. Wypracowana koncepcja opisu posłużyła weryfikacji hipotez na temat wybranych patofenotypów w formowaniu się objawów astmy i rozedmy płuc, jako jednego z typów przewlekłej obturacyjnej choroby płuc.

Włóknienie płuc stają się coraz sztywniejsze na wskutek usuwania kolagenu z tkanek [110]. Powoduje to zmniejszenie objętości płuc [465] i zwiększenie pracy związanej z oddychaniem [176]. Jednak towarzyszący zwłóknieniu nieład na poziomie mechaniki płuc nie jest w prosty sposób skojarzony z poziomem zmian charakterystyk mechanicznych części tkankowych. Jak wskazywano wcześniej, elastyczność płuc jest wyłaniającym się zjawiskiem, stąd zmiany sztywności pochodzą od sposobu, w jaki następuje przestrzenne zorganizowanie zmian patologicznych dla rozważanych chorób. Jest więc oczywiste, że „geograficzna” natura patologii płuc w mikroskali (tworzy się tutaj osobliwy wzorec przestrzenny właściwości tkankowych – patrz zagadnienie *pattern formation* poruszane w rozdziale 1.4) musi w pewien sposób przełożyć się na fizjologiczną manifestację choroby na poziomie wyższym, tj. w makroskali, za co odpowiadają m.in. schematy perkolacyjne i/czy prawa potęgowe. W tym sensie,

tworzy się kolejna dziedzina dla zastosowań nauki o sieciach, opisującej (przestrzenny i/lub czasowy) mechanizm dystrybucji informacji (tutaj: konkretnego profilu cech) w złożonych obiektach. To z kolei implikuje zastosowania sieciowej metrologii.

Ścisłej w pracy [42] wprowadzono model miąższu płucnego w postaci dwuwymiarowej sieci heksagonalnej z idealnymi, liniowo-elastycznymi sprężynami, o stałej sprężystości równej 1 (jednostki względne) i granicach zamkniętych w prostokącie. Indywidualne sprężyny tworzące sieć reprezentowały ściany pęcherzyków płucnych. Aby imitować warunki konkretnej objętości płuc, wprowadzono warunki brzegowe nakładające wstępne naprężenie w poszczególnych sprężynach. Minimalizując energię pochodzącą od sił elastycznych w sieci, obliczano jej bilans, ustalając należną konfigurację równowagową. Aby skwantyfikować funkcjonalne właściwości modelu wprowadzono dwuwymiarowy moduł odkształcenia objętościowego sieci B (ang. *bulk modulus*). Miara ta wyraża całkowitą sztywność sieci i jest analogiem odwrotności podatności płuc lub inaczej sieciową miarą elastyczności/podatności płuc. Obrazowo przedstawione na rys. 3.15 zależności między sztywnością (k) sprężyn w sieci modelującej tkanki miąższu płucnego i indeksem B , tj. $B = f(k)$ a zmieniającą się topologią (procesy włóknienia implikują wzrost niejednorodności rozkładu naprężeń, co wiąże się ze zmianą mechanicznych właściwości mikrostruktur kolagenowych oraz przerwaniem następującymi w pewnej części ich populacji) sieci odślawiają obowiązywanie mechanizmu perkolacyjnego w rozwoju rozedmy.



Rys. 3.15. Symulacja postępu procesów zwłóknienia w miąższowej tkance płucnej (obserwowane zmiany w topologii sieciowej) oraz odpowiadające mu zmiany modułu odkształcenia objętościowego sieci B w funkcji współczynnika sztywności sprężyn w sieci, imitujących kolagenowe włókna tkankowe (za [43])

W pełni jednorodna (dla $k = 0$) struktura sieci traci swą architekturę, stając się maksymalnie heterogeniczną dla $k \approx 0,65$. Z przedstawionej analizy wynika więc, że „geograficzna” natura patologii mięszowych tkanek płucnych wywiera istotny wpływ na adekwatną manifestację fizjologiczną, np. rodzaj pogorszenia samopoczucia towarzyszący obniżeniu wydolności oddechowej [86]. Tym samym perkolacja operująca w architekturze sieci tłumaczy prosty mechanizm kroczącej dystrybucji sztywności z poziomu mikroskali do sztywności obserwowanej dopiero w ramach symptomów rejestrowanych w makroskali dla organu. Nauka o sieciach dostarcza więc w tym wypadku zarówno wytłumaczenia nagłej zmiany zachowań w układzie oddechowym w przebiegu rozedmy płuc, proponując jednocześnie pierwszy indeks dedykowany do monitorowania postępu zaburzeń. Dla metrologii otwarte pozostają natomiast pytania o dobór optymalnej reprezentacji sieciowej dla danego obiektu i zachodzących w nim procesów, a dalej kwestia ustalenia jednoznacznej relacji parametrycznej i/lub nieparametrycznej między cechami układu fizycznego i abstrakcyjnym konstruktem sieci, tak jak przykładowy współczynnik B (w [42] bezwymiarowy choć odnoszący się do fizycznej cechy elastyczności tkanek).

W literaturze znaleźć można inne (niż opisana wcześniej) próby rozwiązania tak sformułowanego zadania, czego przykładem mogą być między innymi prace zmierzające w kierunku adaptacji współczynnika $LAA\%$ na potrzeby monitorowania postępu sieciowego procesu perkolacyjnego w rejonie tkankowym – np. [288, 398, 410]. Nominalnie indeks ten opracowano w celu kwantyfikacji na obrazie tomografii komputerowej (CT – ang. *Computer Tomography*) proporcji między niejednorodnie (co do lokalizacji i wielkości) skłastrowaną powierzchnią rozkładu tkanek mięszowych (większa gęstość w obrazie) i czynnych, tj. wypełnionych powietrzem przestrzeni pęcherzykowych (mniejsza gęstość w obrazie); ujmując ściślej, $LAA\%$ jest stosunkiem powierzchni kłastrów odpowiadających pęcherzykom wypełnionym powietrzem do całkowitej powierzchni tkanek mięszowych w rozpatrywanym obszarze obrazowania. Eksperymenty wskazały jednak na liczne ograniczenia takiego podejścia, które ostatecznie przejawiają się w tym, że $LAA\%$ osiąga podobną wartość zarówno u zdrowych osób, jak i pacjentów z początkowymi objawami rozedmy płuc. W tym sensie rozpatrywany współczynnik okazał się niewystarczająco selektywny, szczególnie w sytuacji ukierunkowania zainteresowań współczesnych pomiarów biomedycznych i samej medycyny nie tyle na pojawiające się w obrębie dużych organów symptomy chorobowe, ile na mechanizmy je formujące. Tymczasem bazą do projektowania oryginalnych metod pomiarowych okazały się charakterystyczne dla nauki o sieciach efekty kłastrowania i dynamika przypisana takim procesom. W rozważanym tutaj zastosowaniu (charakteryzacja procesów zwłóknienia mięszowych tkanek płucnych), pewnym rozwiązaniem okazało się obserwowanie rozkładu wielkości (LAA) kłastrów, zdefiniowanych jako zwarte obszary o mniejszej gęstości na obrazie CT. Udowodniono, że tak sformułowany rozkład prawdopodobieństwa ma charakter prawa potęgowego zarówno w populacji zdrowych osób, jak

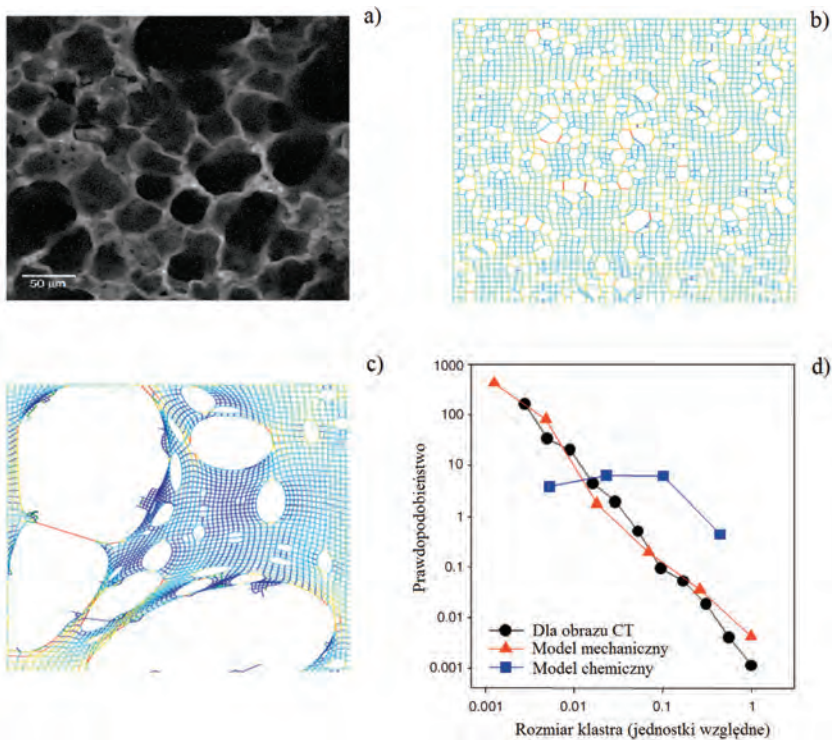
i u chorych z objawami COPD. Bezpośrednia i ważna informacja wynikająca z takiego spostrzeżenia, to fakt przenikania tego rodzaju wnioskowania przez wszystkie poziomy organizacji – bezskalowość prawa potęgowego w realizacji otaczającej rzeczywistości. Faktycznie, kolejne eksperymenty potwierdziły wrażliwość wykładnika charakteryzującego rozkład potęgowej wielkości klastrow na rozwój rozedmy, jako że jego wartość malała wraz z postępem (zaostrzaniem się) mechanizmów patologicznych [296]. Oznacza to, że prawdopodobieństwo znalezienia dużych *LAA* klastrow jest znacznie większe w COPD niż u zdrowych osób. Konkludując, wykładnik jest wrażliwy na wczesną mikrostrukturalną reorganizację tkanek, stosownie do patogenezы rozedmy płuc.

Interesujące zastosowanie metod sieciowych przyniosło spostrzeżenie, że wartość indeksu *LAA* zmienia się w populacji pacjentów pomimo stałej wartości *LAA*%. O ile schemat perkolacyjny okazał się nieodpowiedni dla rekonstrukcji ekspansji uszkodzeń na poziomie makro (organu), wyrażonej przez zmianę poziomu *LAA*%, o tyle mechanizm ten skojarzono ze sposobem wzrostu wymiaru klastra. Ten ostatni proces, warunkowany pozornie losowymi, mikroskopijnymi zmianami w strukturze pęcherzykowej tworzonej przez kolagenowe włókna, przybiera właściwą sobie topologię jako konsekwencja postępującego, niekorzystnego, skumulowanego działania trawienia enzymatycznego tychże włókien i ich mechanicznej degradacji podczas procesu ustalania równowagi (mechanicznej) w materiale tkanek [158]. Na poziomie makro efekt widoczny jest w postaci wzrostu wielkości *LAA* klastra według reguły prawa potęgowego.

Ilościową integrację rzeczywistości widzianych z perspektywy tych dwóch poziomów (mikro i makro) można przeprowadzić, opierając się na modelach sieciowych. Na przykład w [296], dla skanu CT wycinka mięszzowych tkanek płucnych, jak rys. 3.16a wygenerowano adekwatną strukturę sieciową, zakładając, że liniowo-elastyczne sprężyny tworzą rodzaj kratownicy o kwadratowych oczkach (warunki początkowe zakładały niewielką niejednorodność rozkładu wartości stałej sprężystości modelowanych włókien oraz pewien poziom ich wstępnego naprężenia w sieci). Progresję patologii imitowano oddzielnie jako działanie czynników chemicznych (losowy mechanizm wprowadzania uszkodzeń/zerwań w populacji sprężystych włókien) i mechanicznych (eliminacja sprężyn, które działając w sieci przekroczyły wskazany poziom uszkodzenia). Efekt przeprowadzonej symulacji komputerowej zamieszczono na rys. 3.16 b–d.

W istocie przeprowadzony eksperyment to realizacja zagadnienia propagacji zakłóceń w sieci złożonej i jego wpływu na uszkodzenie struktury (rozumiane jako zerwanie komunikacji). Mając na względzie teorię sieci, propagacja losowych zakłóceń (procedura naśladowująca trawienie enzymatyczne) w sieci o zadanej architekturze przynosi mniejsze ryzyko jej całkowitej dezintegracji aniżeli działanie ukierunkowane, jak zrealizowano to dla algorytmu uszkodzeń mechanicznych. Model „chemiczny” przynosi bowiem równomierny rozkład wielkości i lokalizacji uszkodzeń w sieci, tymczasem analog

uszkodzeń mechanicznych wprowadza bardziej zogniskowane (klasteryzacja) upośledzenia struktury, co wpływa na lokalne zbliżanie warunków funkcjonowania sprężyn do poziomu ich naprężeń krytycznych, tym samym eskalując niejako lawinowo (samopropagując) pogłębianie się tego rodzaju zmian. Znaczenie medyczne interpretacji uzyskanych wyników dotyczy tego, że siły mechaniczne determinują wzorzec uszkodzeń tkankowych w późnej fazie rozedmy płuc, tj. trawienie enzymatyczne może co najwyżej osłabiać tkanki miększu płucnego w powoli postępującym procesie, natomiast zasadnicze zmiany motywowane są lokalnymi przeciążeniami pochodzącymi od pobudzenia natury mechanicznej. W końcu metrologia, wyrażając się przez pryzmat metod i narzędzi teorii sieci złożonych, dokumentuje słuszność dziedziny swojej abstrakcji w tłumaczeniu realnych procesów o złożonej strukturze i dynamice, akcentując przy tym potrzebę rozwijania systematyki sieciowych wzorców i miar.



Rys. 3.16. a) Obraz z tomografii komputerowej wycinka mięszowej struktury pęcherzyków płucnych oraz adekwatne dla niego modele sieciowe imitujące rozedmę płuc wskutek: b) uszkodzeń chemicznych, c) mechanicznych oraz d) rozkłady wartości LAA klastrów dla obiektów z rysunków a–c (za [296])

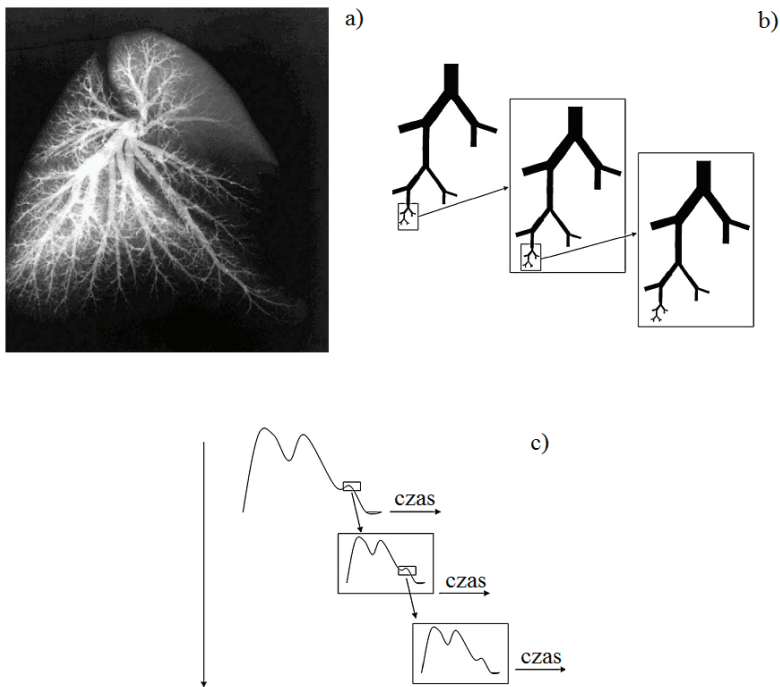
Złożoność patofenotypowa nie jest jednak ograniczona tylko do nietrywialnej struktury płuc. Odnaleźć ją można także na poziomie komunikacji wewnątrz i mię-

dzykomórkowej, jako że w przybliżeniu 300 różnych typów komórek w ludzkim ciele nie operuje w warunkach całkowitej izolacji, lecz funkcjonuje w roli elementów złożonej sieci dynamicznej. I tutaj znowu należy dostrzegać różne czynniki wewnętrzne i zewnętrzne (jak np. alergeny, środowiskowe zanieczyszczenie powietrza itp.) profilujące zachowania indywidualne takich elementów, ale też ze świadomością wpływania na dynamicznie rozgrywające się interakcje w sieci żywej. Wszystko to determinuje np. status podatnościowy organizmu żywego, stanowi bodźce do takiej czy innej reakcji jego układu immunologicznego, rozwijania się stanów zapalnych, a w końcu wyraźnych symptomów chorobowych. Inny scenariusz ewolucji systemu zaobserwujemy w tkankach płucnych palacza, mieszkańca regionów przemysłowych czy osobnika, u którego zastosowano terapię polegającą na regeneracji uszkodzeń mięszu komórkami macierzystymi albo na przeszczepie nowych, zdrowych tkanek. Następnie, koncepcja sieciowości wyrasta także na świadomości, że fenotyp danej komórki ostatecznie jest odzwierciedleniem szczególnego wzorca ekspresji genetycznej. Okazuje się, że także na tym kolejnym stopniu szczegółowości organizacji nie ma wyjątków – genom jest również siecią dynamiczną. Mianowicie, większość genów koduje białka z natury pełniące rolę regulacyjną, ułatwiając lub zakazując ekspresji innych genów, będąc przy tym podobnie regulowanymi przez jeszcze inne geny. Modele obliczeniowe takiej regulowanej sieci genetycznej wykazują posiadanie wielu stanów stabilności lub atraktorów [281, 288]. A przecież przedstawiony obraz nie wyznacza granic dla sieciowego splątania, dystrybucji informacji w takiej architekturze, efektów skalowania. Na przykład konieczne jest choćby uwzględnienie kolejnego, istotnego mechanizmu procesowego związanego z sygnalizacją wewnątrzkomórkową, który w istocie umożliwia interakcje (zazwyczaj postrzegane przez pryzmat komunikacji) między siecią komórkową i genetyczną. W wielu doniesieniach naukowych obraz organizacji na tej skali postrzegania obiektu przyjmuje postać wielowarstwowego perceptronu z osobliwą funkcją przetwarzania [59, 177, 407]. Wszystko to tworzy obraz splecionej sieci natury, której opis jest nietrywialny, a jednak uwiarygodniony w ramach postulowanego w pracy podejścia polegającego na wbudowaniu metod i narzędzi nauki o sieciach złożonych w schemat procesu poznawczego w metrologii. Niezbędne jednak w tym celu jest dalsze doskonalenie metod i narzędzi analizy systemów, ich ilościowej i jakościowej charakteryzacji.

Obszarem metrologii, który podlega szczególnej eksploracji w reżimie sieci złożonych jest opis ilościowy zasięgu właściwości i procesów. Chodzi tutaj zwłaszcza o wspomnianą już w rozdziale pierwszym niemierzalność związaną z bezskalową ich naturą. Na podanych przykładach widzimy, że bezskalowość nie jest tylko domeną abstrakcji, lecz funkcjonuje na przekroju obiektów fizycznych, np. biologicznych. Z prowadzonych w niniejszym opracowaniu rozważań wynika zatem, że rozwiązanie metrologicznego problemu (o charakterze podstawowym) tego rodzaju niemierzalności, choćby na zasadzie rozwiązania przybliżonego, może być podstawą do sformułowania oryginalnych pojęć w ramach nauk stosowanych, np. nowej definicji stanu cho-

robowego. Trzeba przy tej okazji pamiętać, że z zawartą w tytule monografii propozycją związany jest pewien zbiór metod i narzędzi wprowadzających nowe strategie analizy systemów, zdolne do identyfikacji i systematyzacji, tak krótko- jak i dalekoza- sięgowych połączeń w przestrzeni i/lub czasie.

Podane dotychczas przykłady zasadności aplikacji sieci dla obiektów fizycznych koncentrują się przede wszystkim na eksploracji złożoności przestrzennej układu oddechowego. Oczywiście przykłady takie można mnożyć, rozszerzając choćby omawianą, klasycznie postrzeganą symetryczną (Weibela) bądź asymetryczną (Horsfielda) topologię drzewa oskrzelowego do jego fraktalnego konceptu [64, 426]. Główne zadanie układu oddechowego, tj. zapewnienie odpowiedniej wymiany gazowej, nie byłoby możliwe, gdyby rozwój dróg oddechowych w takim drzewie nie nastąpił w swego rodzaju synchronicznie uzgodniony sposób z ewolucją płucnego systemu żył (patrz np. [134, 157, 362]). Stąd nie jest zaskoczeniem, że zapewnienie wymaganej wentylacji i perfuzji w zdrowych płucach, w niemałym stopniu upodobniło przestrzennie jeden system do drugiego (patrz rys. 3.3, 3.5, 3.17).



Rys. 3.17. Przykład obrazowania fraktalnej struktury płucnego drzewa naczyń krwionośnych a), ilustracja ich wieloskalowej, fraktalnej złożoności przestrzennej b), czasowej c)

Co ciekawe, w pracy [454], West, Brown i Enquist, postulując prawo skalowania allometrycznego dla systemów biologicznych, dowodzą wspólnego rodowodu drzewa

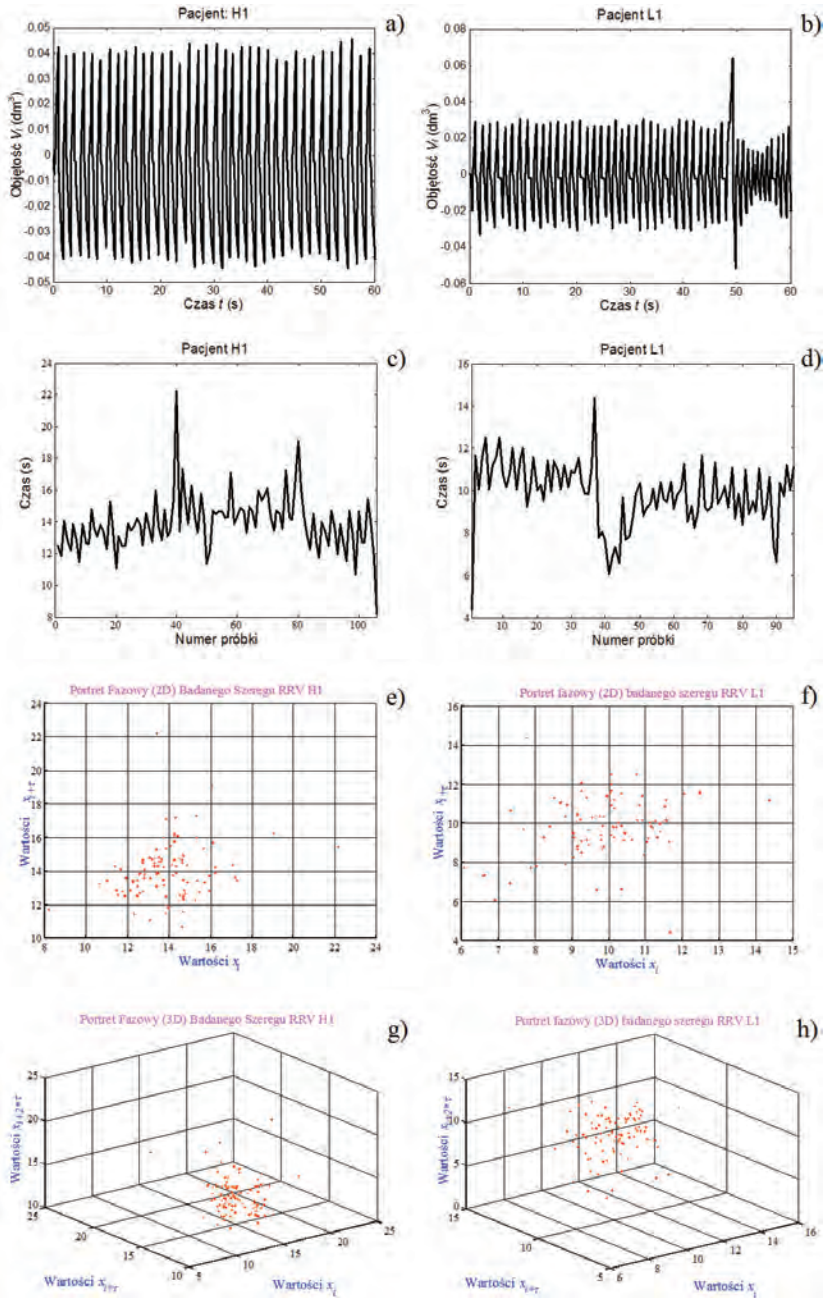
dróg oddechowych i żylnego pośród różnych gatunków ssaków, pomimo dostrzegalnych różnic na bieżącym etapie ewolucji.

Podany przykład rozwoju złożoności przestrzennej układu oddechowego i krwionośnego na przestrzeni czasu dostrzega także pewne korelacje między strukturą i funkcją obiektów, podobnie jak schematycznie nakreślono to na rys. 3.17. W tym sensie przechodzimy do dziedziny złożoności przestrzennej, istotnej także dla nauki o sieciach złożonych, przy czym zakodowana w sieci dynamika lokuje się zarówno na poziomie wyróżnionych w niej węzłów, jak i kumulatywnie sformułowanej odpowiedzi całej struktury.

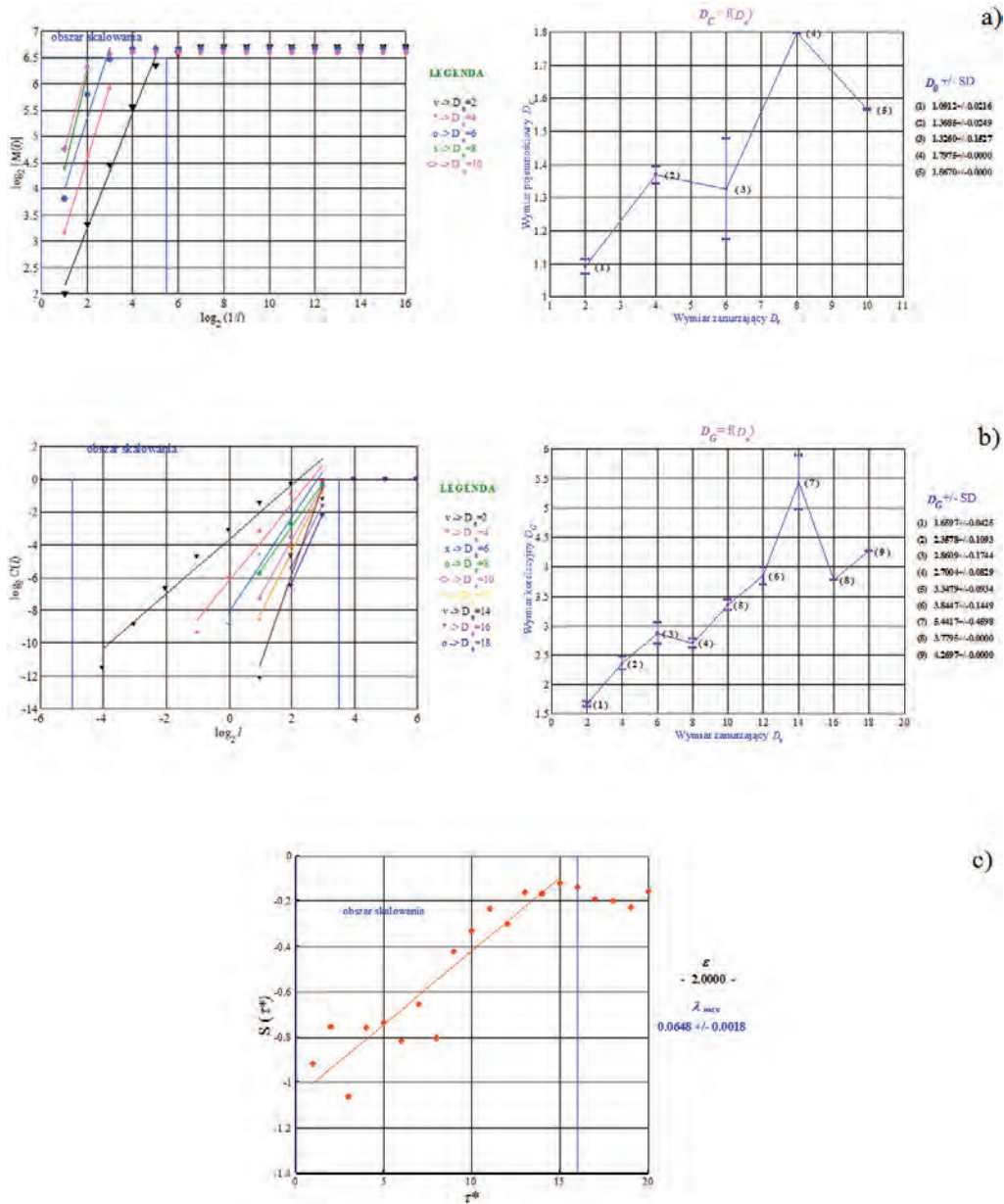
Na tym etapie rozważań konieczne jest przywołanie spostrzeżenia, którego założenia kształtują podstawy dla systematyki funkcjonowania układu oddechowego, jak i tworzonego dla takiego systemu opisu, uwzględniającego złożoność czasowo-przestrzenną. Chodzi o koncepcję Ili Prigogina dotyczącą wyłaniania się na swój sposób uporządkowanych wzorców z pozornie losowej, pierwotnej organizacji elementów i procesów [354]. Zauważył on, że gdy nieliniowe układy dyssypacyjne zostaną wytracone ze swojego położenia równowagi wskutek działania dostarczonej z zewnątrz energii, to przemieszczają się one do położenia przejściowego, zwanego również bifurkacją. Wynikiem takich wielokrotnie powtórzonych przejść jest wyłonienie się pewnej uporządkowanej struktury. W [277] uzasadniano, iż obowiązywanie warunków nierównowagowych powinno zostać włączone do samej definicji życia. W tym sensie, złożone systemy biologiczne – w tym układ oddechowy – są obiektami operującymi w warunkach nierównowagowych i wykazują formowanie się właściwości związanych ze skorelowanymi strukturami przestrzennymi i/lub czasowymi.

Z przytoczonej dyskusji wynika, że normalne funkcjonowanie ciała, poczynając od poziomu genomu, przez wzajemne oddziaływania na poziomie komórkowym i dalej aż do poziomu organizmu, powinno być postrzegane nie jako stan, lecz proces uwzględniający dynamiczne interakcje niezliczonej liczby elementów zorganizowanych w sieć przebiewającą w warunkach nierównowagowych. Adekwatnie do tego, choroby powinny być zatem interpretowane jako rodzaj sieciowej dysfunkcji aniżeli prosta obecność lub jej brak pewnego objawu. Jeśli postawiona teza jest prawdziwa, to z kolei należałoby zapytywać o fundamentalną kwestię formowania się i ewolucji takiej dysfunkcji, a w ujęciu metrologicznym o możliwość jej jakościowej i/lub ilościowej charakteryzacji. Interesująca w tym względzie jest koncepcja oparta na obserwacji regulatorowej sieci genetycznej, wykazującej mnogość stanów stabilnych atraktorów. Wydaje się, iż nie ma powodów dla czego sieć oddziaływań komórka–komórka, komórka–tkanka, tkanka–tkanka nie miałyby zachowywać się analogicznie, gdzie trajektoria jednego atraktora odpowiadałaby stanowi normalnemu (zdrowa osoba), natomiast innego(-ych) reprezentowałaby pewną chroniczną chorobę [41, 212, 213, 216].

W [212, 213] zrekonstruowano portrety fazowe ewolucji dynamicznego układu oddechowego u zdrowych dzieci oraz tych z objawami POChP (rys. 3.18). Odwołując się do metod dynamiki nieliniowej, wykazano także fraktalny charakter układu (rys. 3.19, tab. 3.1).



Rys. 3.18. Przykładowe dane objętości oddechowej zarejestrowane przy ustach dziecka zdrowego a) oraz z objawami POChP b), odpowiadające im szeregi czasowe IBI (patrz opis, np. w [213]) – kolejno c) i d), a także dwu- i trójwymiarowe portrety fazowe zrekonstruowane dla przebiegów IBI, odpowiednio e) i f) oraz g) i h)



Rys. 3.19. Przykład pomiaru: a) wartości wymiaru korelacyjnego D_C , b) wymiaru pojemnościowego D_G i c) wykładnika Lapunowa λ_{\max} dla danych przepływu oraz ciśnienia zmierzonego przy ustach u wybranego zdrowego dziecka (H1); opis procedury odnaleźć można w [212, 213]

Tabela 3.1. Wymiar pojemnościowy a) korelacyjny b) i wykładnik Lapunowa c) zmierzony (wraz odchyleniem standardowym SD) dla dzieci zdrowych (H1 i H2) oraz z objawami POChP (L1 i L2)

a)

Badany	D_e	$D_C \pm SD$	y_{\max}	x_{\min}	x_{\max}
H1	8	1.798±0.001	6.5	0.0	5.5
H2	8	1.742±0.012	5.0	0.0	4.2
L1	4	1.320±0.035	6.5	0.0	6.0
L2	8	1.893±0.001	5.5	0.0	5.2

b)

Badany	D_G	$D_G \pm SD$	x_{\min}	x_{\max}
H1	14	5.442±0.460	-5.0	3.5
H2	10	3.744±0.009	-5.0	3.0
L1	8	6.570±0.001	-5.0	2.0
L2	8	4.373±0.001	-4.0	2.0

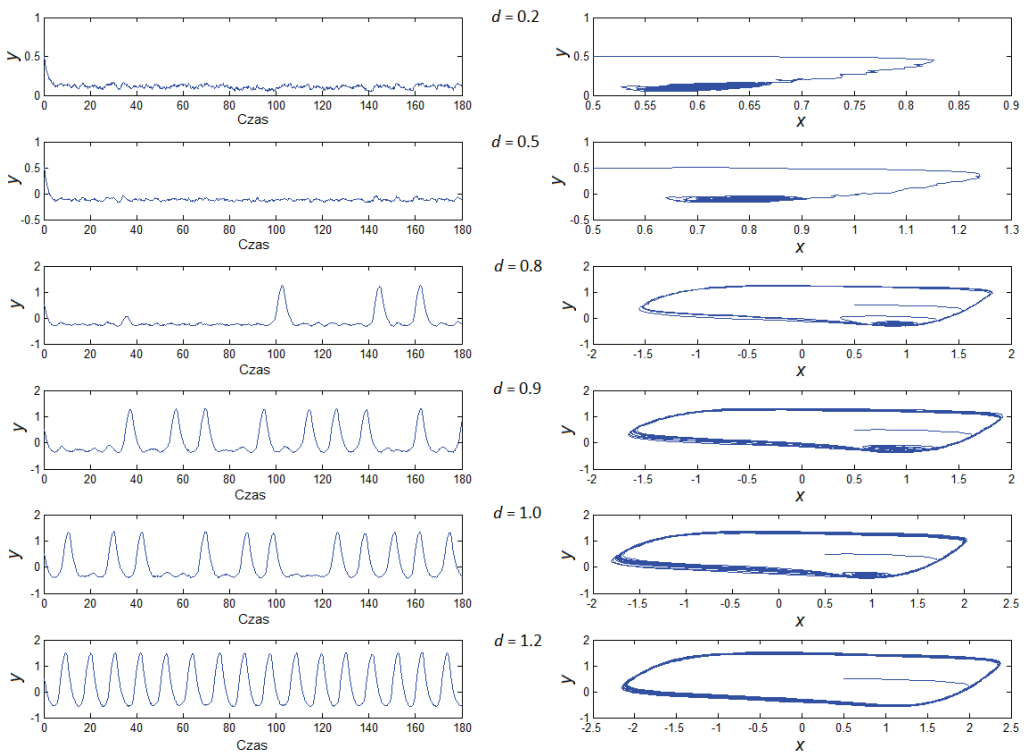
c)

Badany	D_e	ε	$\lambda_{\max} \pm SD$	x_{\min}
H1	8	2.000	0.065±0.002	0.0
H2	8	2.000	0.061±0.002	0.0
L1	6	2.500	0.087±0.002	0.0
L2	4	0.500	0.082±0.005	0.0

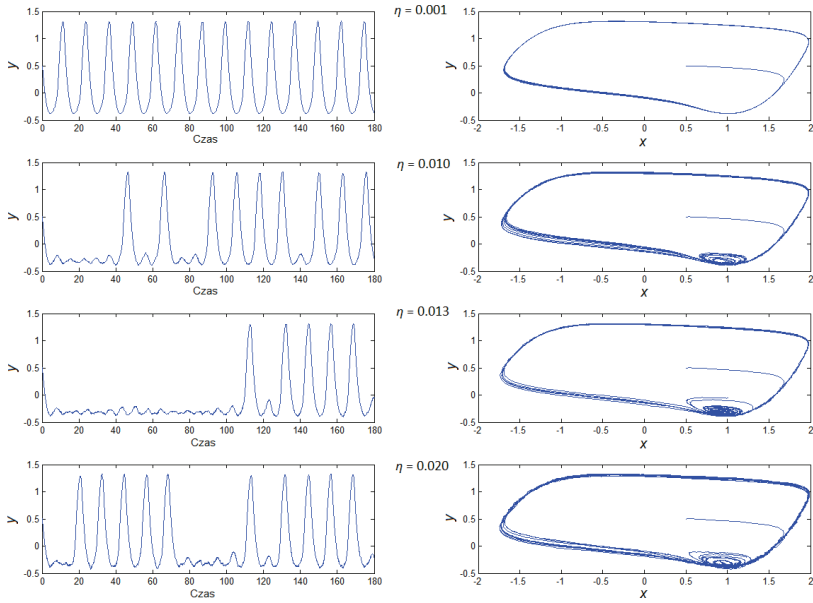
Innym, wciąż niekompletnie poznanym zagadnieniem w fizjologii oddychania, jest problem bezdechu sennego, przy czym ze względu na mechanizm jego formowania się, ten rodzaj przypadków patologicznych w ogólności klasyfikuje się na tzw. bezdech centralny (związany z zaburzeniami w centralnym układzie nerwowym), bezdech obturacyjny (najczęściej skojarzony z zapadaniem się podniebienia w górnych drogach oddechowych) oraz bezdech mieszany (tj. zawierający elementy bezdechu centralnego i obturacyjnego) [8, 436]. Szczególne wyzwanie medyczne i diagnostyczne stanowi identyfikacja bezdechu centralnego, zwłaszcza że systematyka patofenotypów do dziś nie jest dostatecznie udokumentowana w sensie klinicznym i systemowym. Ale też inne kwestie, jak np. wiarygodna automatyzacja klasyfikacji zaburzeń (w czasie rzeczywistym) na podstawie rejestrowanych danych klinicznych, predykcja wystąpienia krytycznych zdarzeń sennych czy w końcu sterowanie pracą złożonego systemu w kierunku zapobiegania występowaniu syndromu bezdechu sennego lub też kontroli jego przebiegu, to zasadnicze wyzwania dla specjalistów w dziedzinie nauk podstawowych, medycznych i technicznych.

W [216], posługując się umotywowanym klinicznie [332, 333], zmodyfikowanym, stochastycznym oscylatorem Bonhoeffera-van der Pola (BvP), analizowano możliwe schematy wyzwalania nieregularności funkcjonowania centralnego generatora odde-

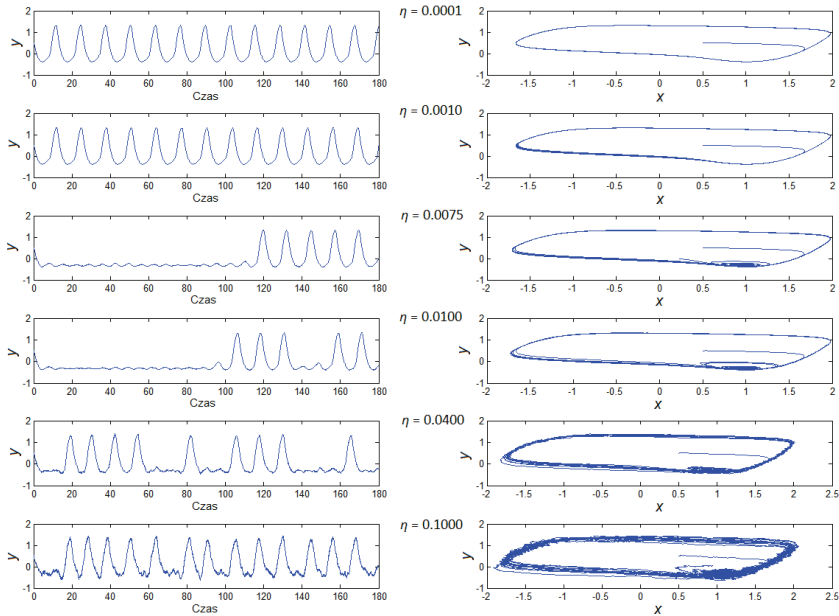
chowego (CGO), odpowiedzialnego za systematyczne pobudzenie (z częstotliwością oddechową) mięśni oddechowych do wykonania pracy wdechu (zakładając, że wdech jest aktem biernym, nie wymagającym pracy mięśni oddechowych). Przede wszystkim badano wpływ relacji pomiędzy amplitudą η pseudolosowego szumu wchodzącego do komunikacyjnie użytecznego kanału sygnałowego (imitacja czynnika patofenotypowego w złożonej sieci oddziaływań) i odległości d punktu osobliwego układu od orbity atraktora okresowego (stan odpowiadający brakowi dysfunkcji) na zachowanie modelu systemu. Przebiegi z rys. 3.20–3.23 wskazują na dużą wrażliwość układu CGO nawet na niewielkie zaburzenie o charakterze losowym, przy czym widoczne jest istotne różnicowanie profilu zachowań w zależności od stanu układu w przestrzeni fazowej jego ewolucji (odległość d) i amplitudy zaburzeń η . Medyczna interpretacja eksperymentu w notacji sieciowej wyraża skłonność centralnego generatora oddechowego do wyzwalania objawów bezdechu sennego, co wiąże się z możliwością koegzystencji różnych czynników patofenotypowych (np. losowych zewnętrznych) i podatnością układu uwarunkowaną jego chwilowym stanem (odległość d).



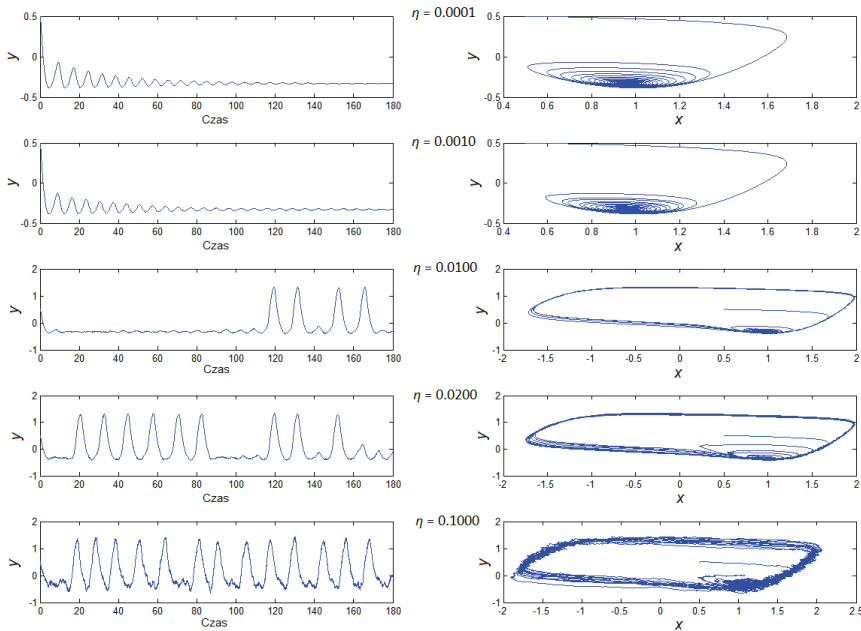
Rys. 3.20. Wyjście $y(t)$ oraz portret fazowy (x,y) zrekonstruowany dla modelu BvP w funkcji d ; podczas wszystkich symulacji $z = -0,340$ natomiast poziom zakłóceń $\eta = 0,03$



Rys. 3.21. Wyjście $y(t)$ oraz portret fazowy (x, y) zrekonstruowany w modelu BvP dla $z = -0,335$, $d = 0,9$ oraz różnych poziomów zakłóceń η



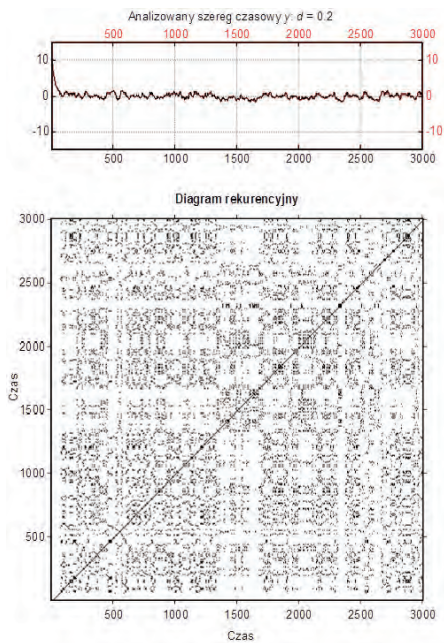
Rys. 3.22. Wyjście $y(t)$ oraz portret fazowy (x, y) zrekonstruowany w modelu BvP dla $z = -0,340$, $d = 0,9$ oraz różnych poziomów zakłóceń η



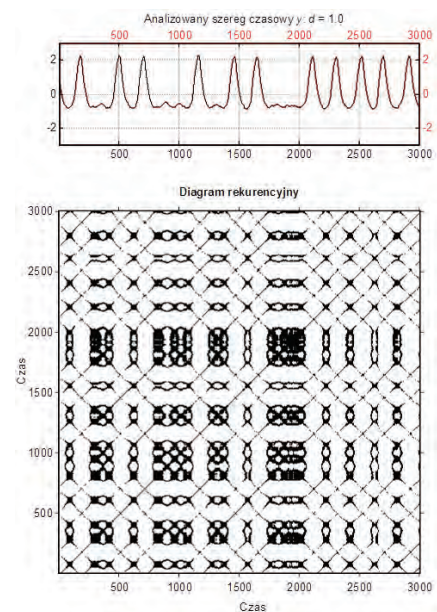
Rys. 3.23. Wyjście $y(t)$ oraz portret fazowy (x,y) zrekonstruowany w modelu BvP dla $z = -0,345$, $d = 0,9$ oraz różnych poziomów zakłóceń η

Druga część pracy [216] koncentrowała się na dokumentacji sieciowej natury organizacji strukturalnej i czynnościowej centralnego generatora oddechowego w strukturze układu oddechowego oraz możliwości jej monitorowania z wykorzystaniem dedykowanych narzędzi o rodowodzie w teorii sieci złożonych – przeprowadzono rekonstrukcję diagramów rekurencyjnych i ocenę ilościową zdefiniowanych dla nich miar RQA (przykładowe ryciny zestawiono – rys. 3.24–3.29, natomiast w [216] odnaleźć można dokumentację pełnego zakresu przeprowadzonych analiz). Wyniki przeprowadzonych badań implikują obowiązywanie sieciowej systematyki w obrębie układu i funkcji generacji rytmicznych ruchów oddechowych. Ponadto zastosowanie sieciowej metody i narzędzia analizy danych (RP oraz RQA) wykazało potencjał do różnicowania możliwych mechanizmów patofenotypowych w tej części układu, z zachowaniem większej integralności spojrzenia na wzajemne oddziaływania między podukładami i ich charakteru, aniżeli w klasycznym ujęciu deterministycznym czy stochastycznym.

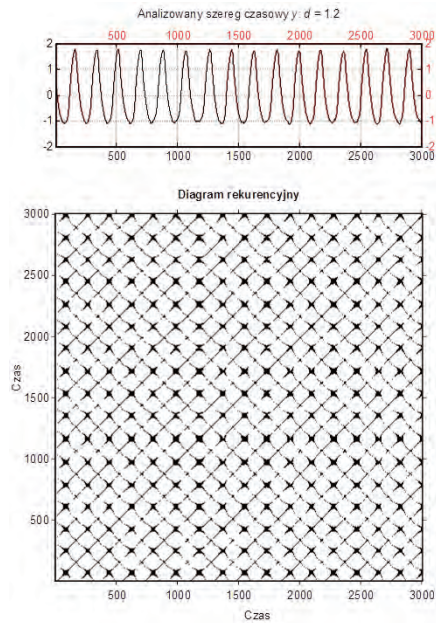
Z czasem badanie korelacji krótko- i długoterminowych w układzie oddechowym stało się istotnym obszarem zainteresowań, zarówno z perspektywy wnioskowania o stabilności przebiegu procesu oddychania [136, 195, 197, 223], a tym samym wymiany gazowej, ale też w swym ukierunkowaniu na diagnostykę i predykcję patologii



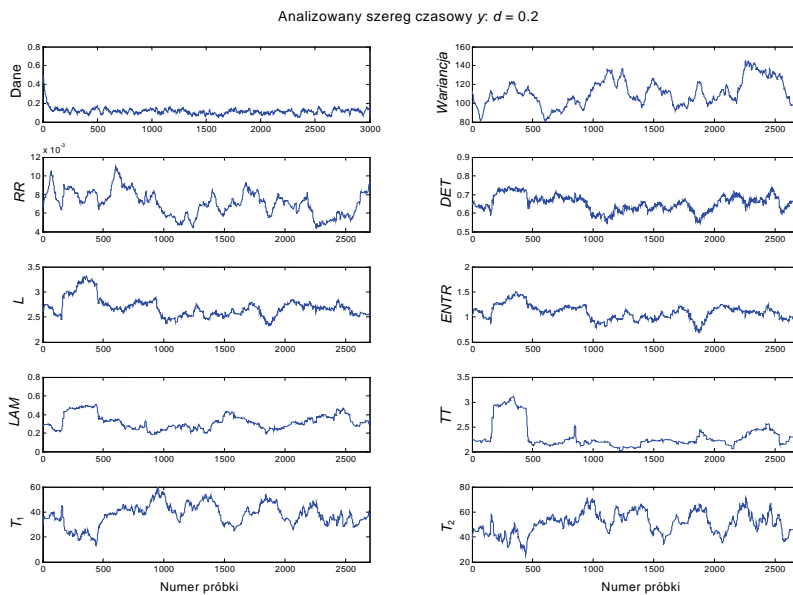
Rys. 3.24. Szereg czasowy $y(t)$ oraz diagram graf rekurencyjny dla modelu BvP; warunki tożsame do symulacji z rys. 3.20 ($d = 0,2$)



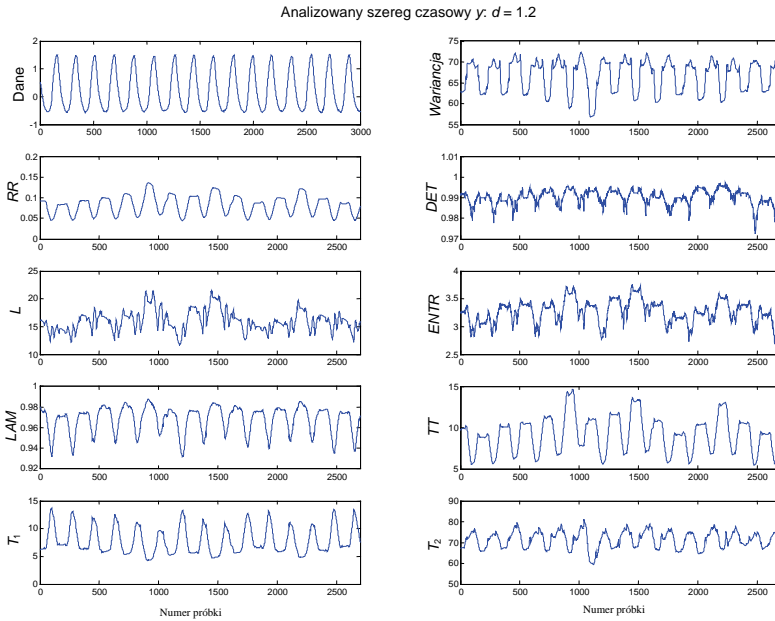
Rys. 3.25. Szereg czasowy $y(t)$ oraz diagram graf rekurencyjny dla modelu BvP; warunki tożsame do symulacji z rys. 3.20 ($d = 1,0$)



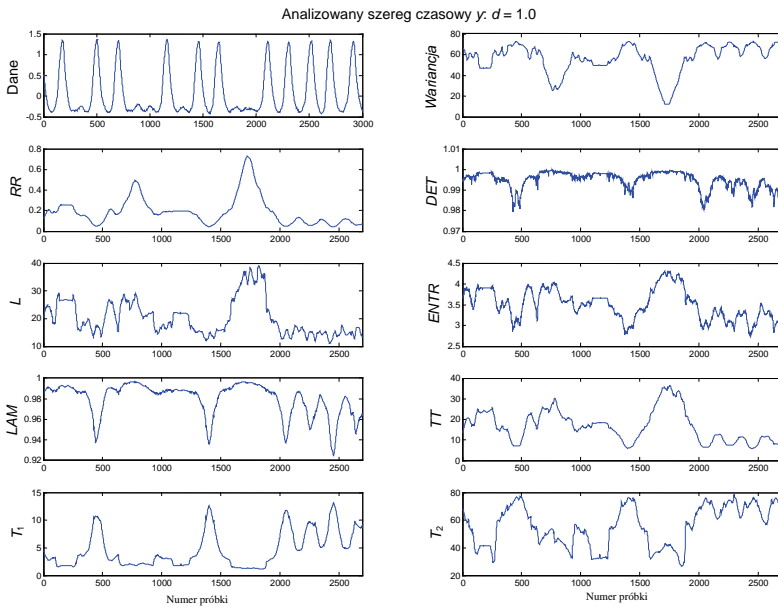
Rys. 3.26. Szereg czasowy $y(t)$ oraz diagram graf rekurencyjny dla modelu BvP; warunki tożsame do symulacji z rys. 3.20 ($d = 1,2$)



Rys. 3.27. Analiza ilościowa grafu rekurencyjnego (RQA) odtwarzającego zachowanie układu złożonego w postaci modelu BvP – współczynniki obliczono dla diagramu z rys. 3.24

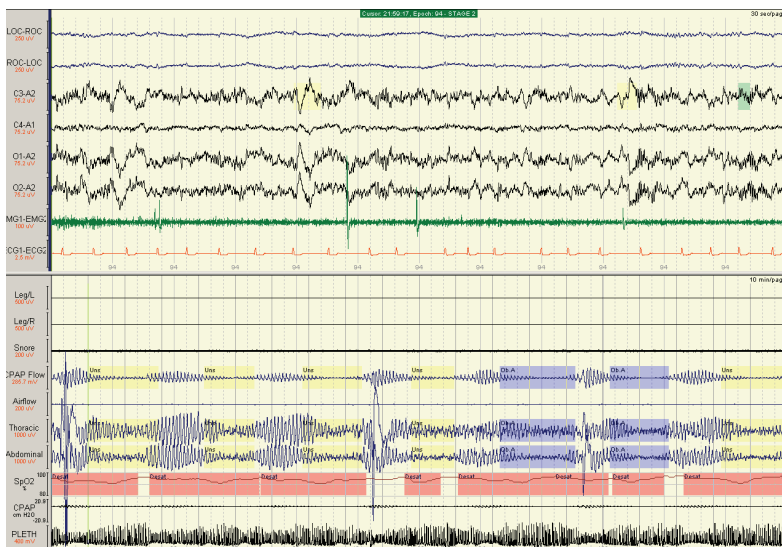


Rys. 3.28. Analiza ilościowa grafu rekurencyjnego (RQA) odtwarzającego zachowanie układu złożonego w postaci modelu BvP – współczynniki obliczono dla diagramu z rys. 3.25

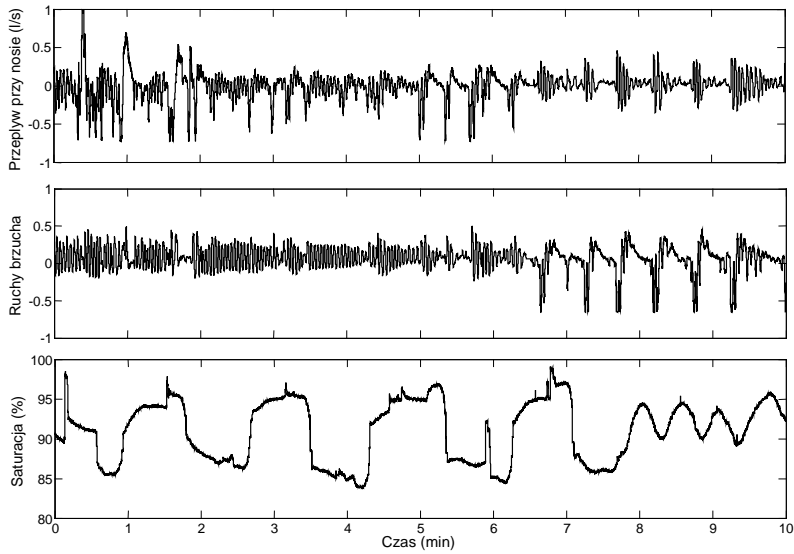


Rys. 3.29. Analiza ilościowa grafu rekurencyjnego (RQA) odtwarzającego zachowanie układu złożonego w postaci modelu BvP – współczynniki obliczono dla diagramu z rys. 3.26

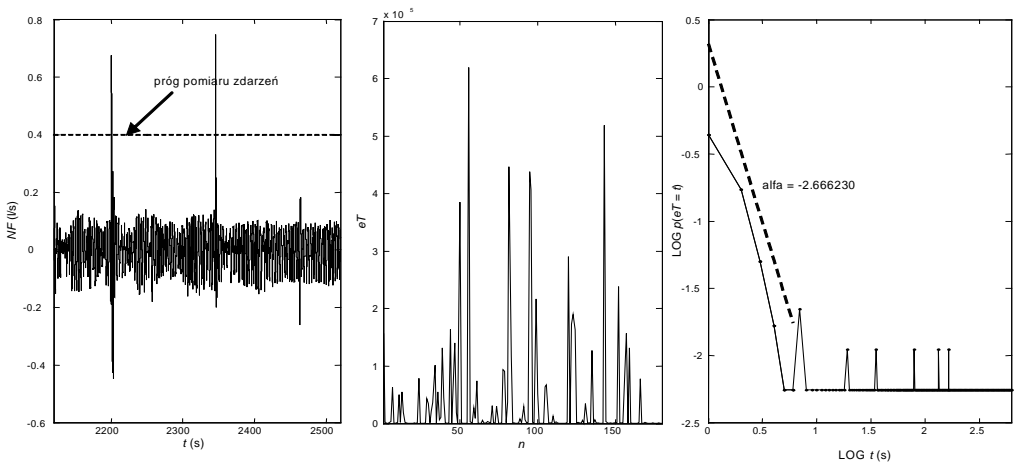
kojarzonych z mechanicznymi właściwościami płuc [133]. Eksplorację prowadzi się w odniesieniu do pozornie przypadkowych, artefaktowych zaburzeń obserwowanych w wielokanałowych zapisach danych klinicznych [195, 197, 217, 223] (patrz przykł. z rys. 3.30–3.32), przenosząc skalę do poziomu zdarzeń widzianych w horyzoncie pojedynczych faz czy cykli oddechowych (popularna jest tutaj konwersja sygnału oddechowego do postaci szeregu czasowego odległości międzyoddechowych *IBI* – ang. *Interbreath Interval* [139, 195, 223]) – przykłady na rys. 3.32 i 3.34, a nawet długoterminowych (pojedyncze dni, miesiące, lata) obserwacji funkcjonowania organizmu w wybranych warunkach środowiskowych [146, 278, 399]. Korzystając na przykład z zapisu polisomnograficznego (tutaj: zinterpretowanego przez lekarza), użyteczne okazuje się analizowanie związków czasowych i/lub czasowo-przestrzennych pomiędzy trendami rejestrowanymi na różnych poziomach organizacji strukturalnej, tj. sygnały mózgowo EMG, ruchy klatki piersiowej, brzucha, przepływ powietrza przy ustach i/lub nosie, ruchy kończyn (przykładowe wyniki zaprezentowano na rys. 3.35, 3.36) [195, 197, 223, 225]. W badaniach tych stosuje się metody i narzędzia oceny złożoności i zmienności zbiorów danych i systemów, np. prawo potęgowe, beztrendową analizę fluktuacyjną DFA (ang. *detrended fluctuation analysis*), różne miary entropii (np. entropia Kołmogorowa–Sinaia [217, 225], entropia aproksymowana *ApEn* – ang. *approximated entropy*, entropia próbkowana *SampEn* – ang. *sample entropy*), podejście znane z analizy układów dynamiki nieliniowej, np. układów chaotycznych [212, 213, 225], koncepcję synchronizacji [197, 215] – patrz rys. 3.30–3.36.



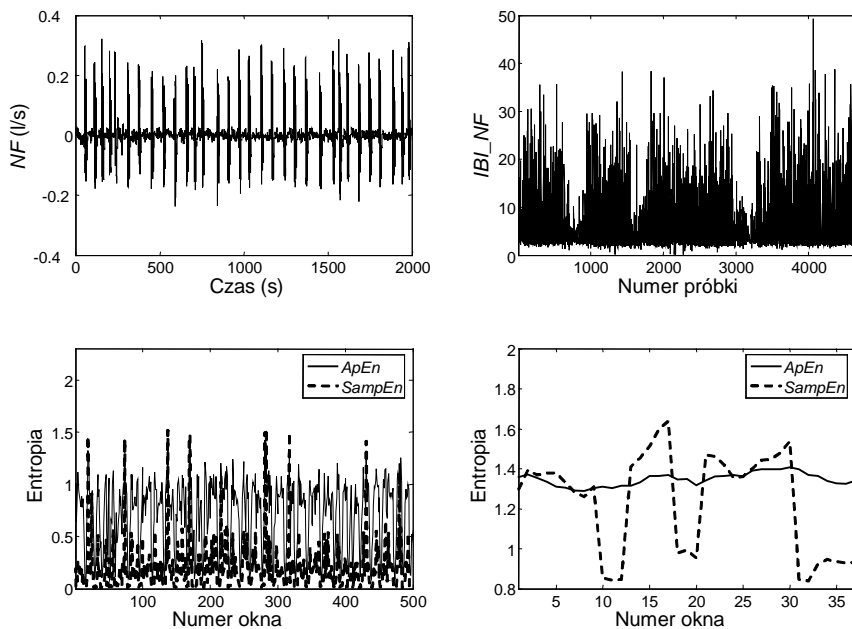
Rys. 3.30. Przykład wielokanałowych danych klinicznych zarejestrowanych podczas polisomnografii u pacjenta z symptomami przeływu Cheyne–Stokesa i towarzyszącymi mu objawami bezdechu sennego



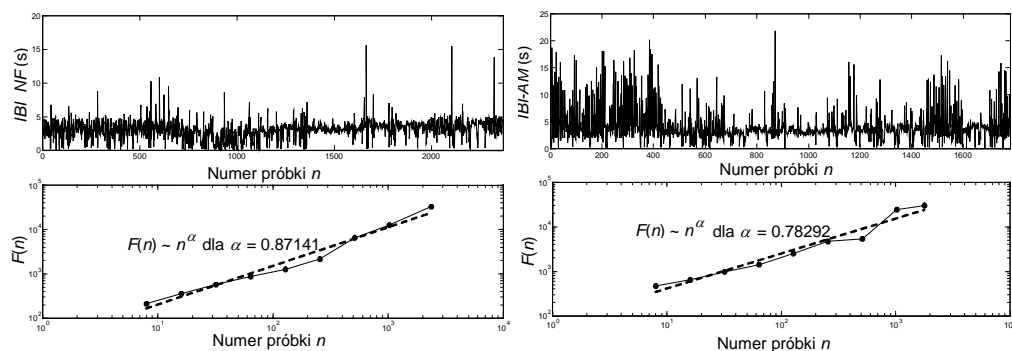
Rys. 3.31. Dynamika sygnału przepływu oddechowego zmierzonego przy nosie (NF), ruchów brzucha (AM) i saturacji tlenowej (SaO_2) w przypadku stwierdzonych objawów bezdechu sennego rejestrowanego podczas badania polisomnograficznego



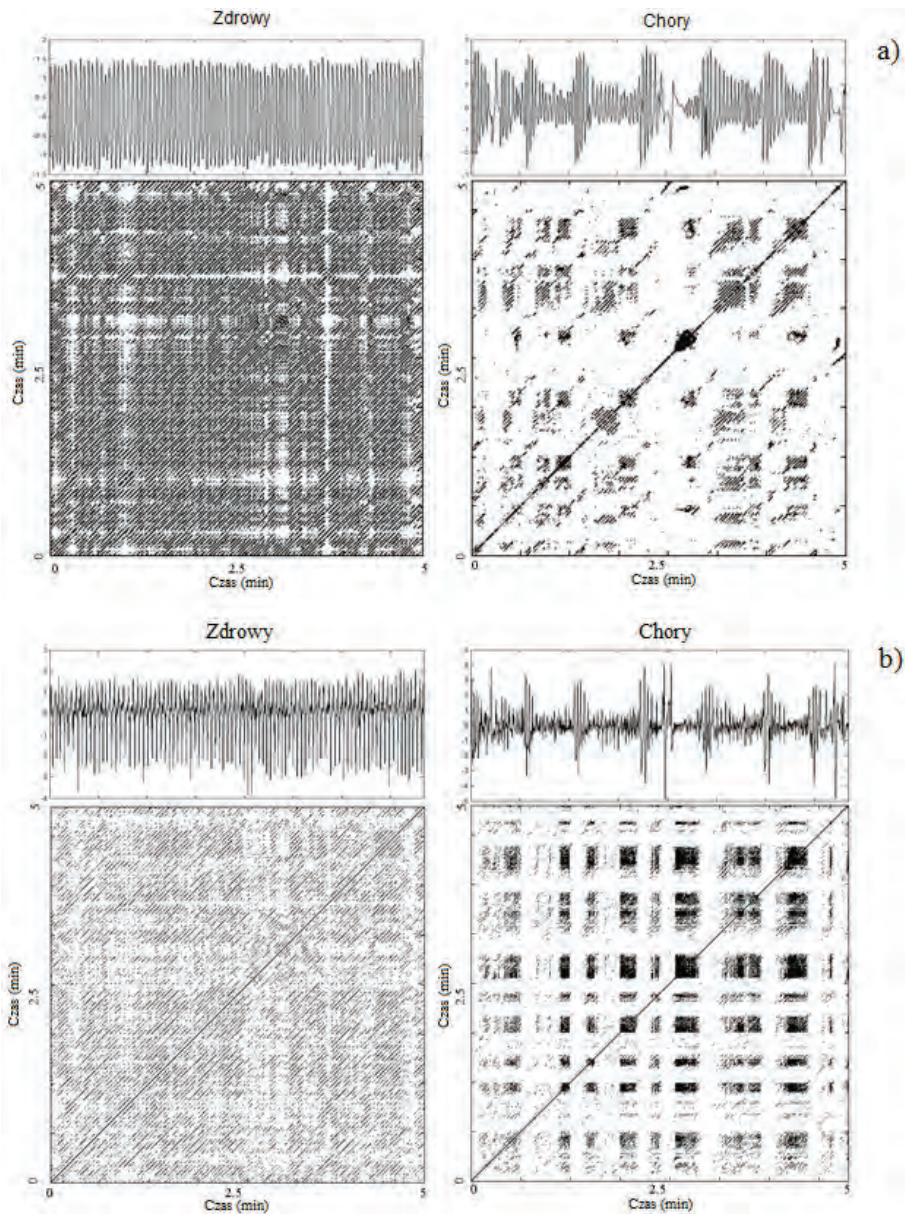
Rys. 3.32. Rozkład odległości czasowych dla przykładowego szeregu czasowego utworzonego (o zadanym progu detekcji zdarzeń) na sygnale przepływu oddechowego przy nosie (NF), zarejestrowanego podczas polisomnografii. Opisowi ilościowemu poddano próbki NF zebrane (częstotliwość próbkowania 250 Hz) u pacjenta z objawami bezdechu obturacyjnego podczas zapisu trwającego 7 godzin 13 minut (ok. 6.5 mln próbek)



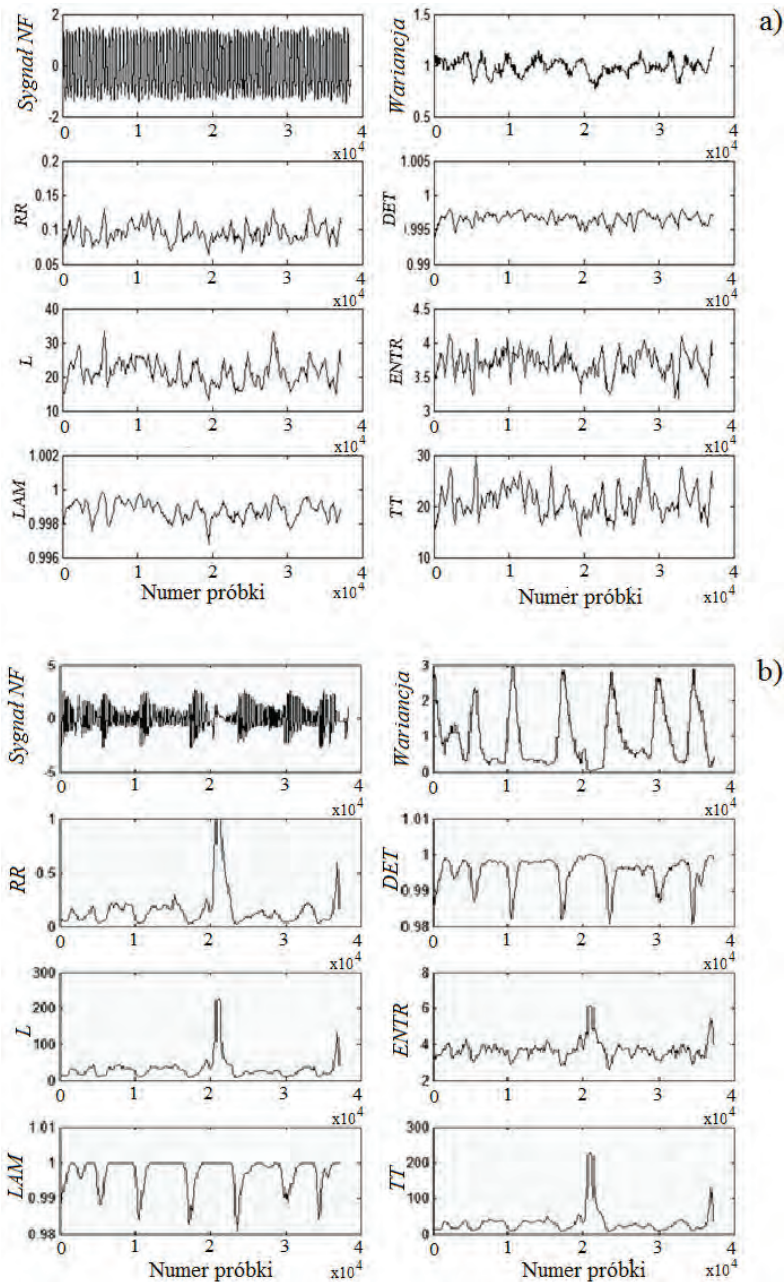
Rys. 3.33. Entropia aproksymowana (*ApproxEn*) i próbkowana (*SampEn*) zmierzona w trybie przesuwne okna dla danych klinicznych (pacjent z bezdechem obturacyjnym) przepływu przy nosie (NF) oraz szeregu czasowego IBI_NF sformułowanego dla takiego zbioru próbek



Rys. 3.34. Estymacja charakterystycznego indeksu α w beztrendowej analizie fluktuacyjnej szeregu czasowego długości okresów oddechowych sformułowanych na podstawie rejestracji klinicznych danych (pacjent z bezdechem obturacyjnym) przepływu przy nosie – IBI_NF a) i ruchów brzucha – IBI_AM b)

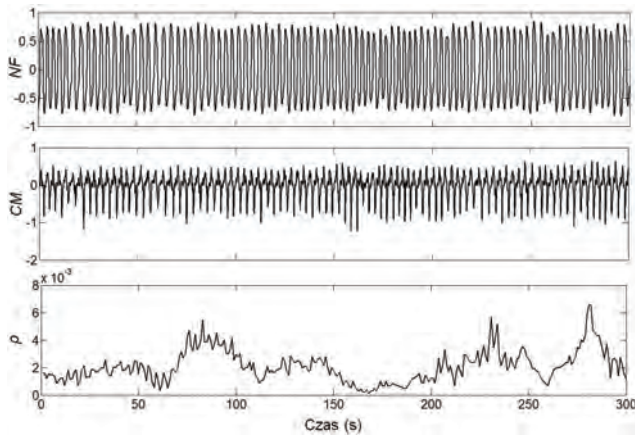


Rys. 3.35. Diagramy rekurencyjne obliczone w przypadku człowieka zdrowego („Zdrowy”) i pacjenta z symptomami centralnego bezdechu sennego („Chory”) dla danych przepływu przy nosie a) oraz ruchów klatki piersiowej b)

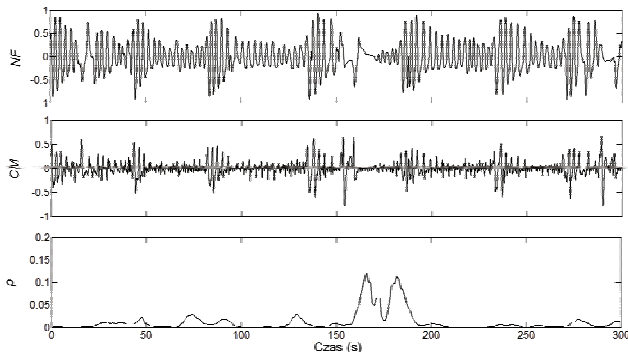


Rys. 3.36. Miary RQA estymowane z wykorzystaniem danych przepływu przy nosie zmierzonych u osoby zdrowej a) oraz pacjenta z objawami centralnego bezdechu sennego b) – patrz także rys. 3. 35a

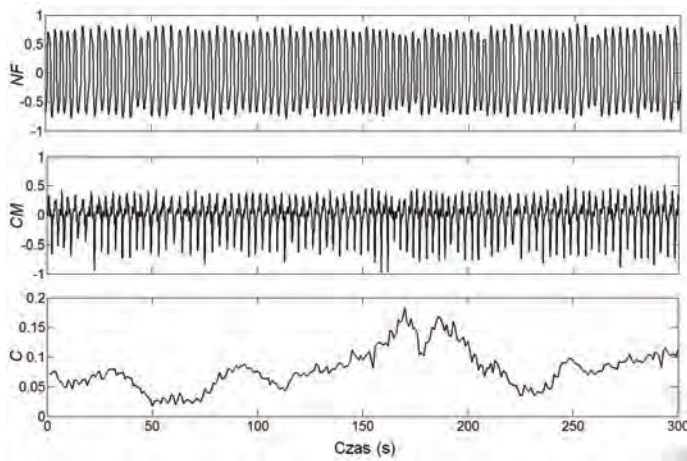
Wszystkie one dowodzą funkcjonowania w organizmie człowieka wzajemnych, nietrywialnych związków wyrażających obowiązywanie sieciowej systematyki podlegającej opisowi w ramach implementacji teorii sieci złożonych do schematu poznawczego metrologii [197]. Stanowiąc narzędzie dekodujące możliwe patofenotypowe ścieżki ewolucji jednostek chorobowych, podejście takie otworzyło sposobność na przykład do predykcji wystąpienia czy/i intensywności przebiegu zaburzeń związanych z mechaniką oddychania, tj. astma [133, 140] albo charakteryzacji krytycznych zdarzeń sennych [197]. Dla przykładu, stosując sieciowe miary gęstości połączeń czy współczynnika gronowania do wielokanałowych danych oddechowych (patrz rys. 3.37–3.40), na podstawie ilościowego wnioskowania o zmienności złożoności sieciowej organizacji sygnałów mózgowych (a przez to analizowanego systemu) w pewnym przedziale czasu, udowodniono możliwość predykcji i identyfikacji wystąpienia bezdechu centralnego [197].



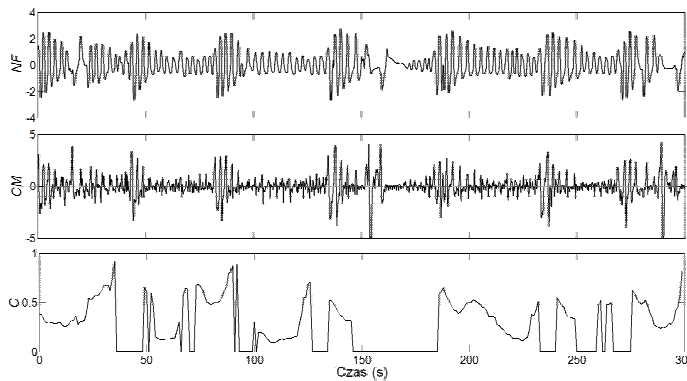
Rys. 3.37. Sieciowa miara gęstości połączeń (ρ) oszacowana dla człowieka zdrowego na podstawie zmierzonych danych przepływu przy nosie (*NF*) oraz ruchów klatki piersiowej (*CM*)



Rys. 3.38. Sieciowa miara gęstości połączeń (ρ) oszacowana dla pacjenta z objawami bezdechu sennego na podstawie zmierzonych danych przepływu przy nosie (*NF*) oraz ruchów klatki piersiowej (*CM*)



Rys. 3.39. Sieciowa miara współczynnika gronowania (C) oszacowana dla człowieka zdrowego na podstawie zmierzonych danych przepływu przy nosie (NF) oraz ruchów klatki piersiowej (CM)



Rys. 3.40. Sieciowa miara współczynnika gronowania (C) oszacowana dla pacjenta z objawami bezdechu sennego na podstawie zmierzonych danych przepływu przy nosie (NF) oraz ruchów klatki piersiowej (CM)

Śledzenie wyłaniającego się obrazu złożonych patologii o naturze sieciowej możliwe jest w przypadku zastosowania wiarygodnych procedur przetwarzania zbiorów danych, nierzadko wielowymiarowych i o dużych rozmiarach. Tymczasem uwagi Goldbergera i in. poczynione względem zadania przetwarzania danych biomedycznych [162], stają się aktualne także dla nauki o sieciach. Ściślej mówiąc, propozycje analityczne rozwijane przez specjalistów pracujących w obszarze teorii sieci złożonych nie znajdują adekwatnego przełożenia na zalgorytmizowane i należycie zweryfikowane procedury służące eksploracji złożonych systemów i zbiorów danych. Platformy komercyjne przeznaczone do tego rodzaju zadań praktycznie nie istnieją. Pojedyncze propozycje, jak

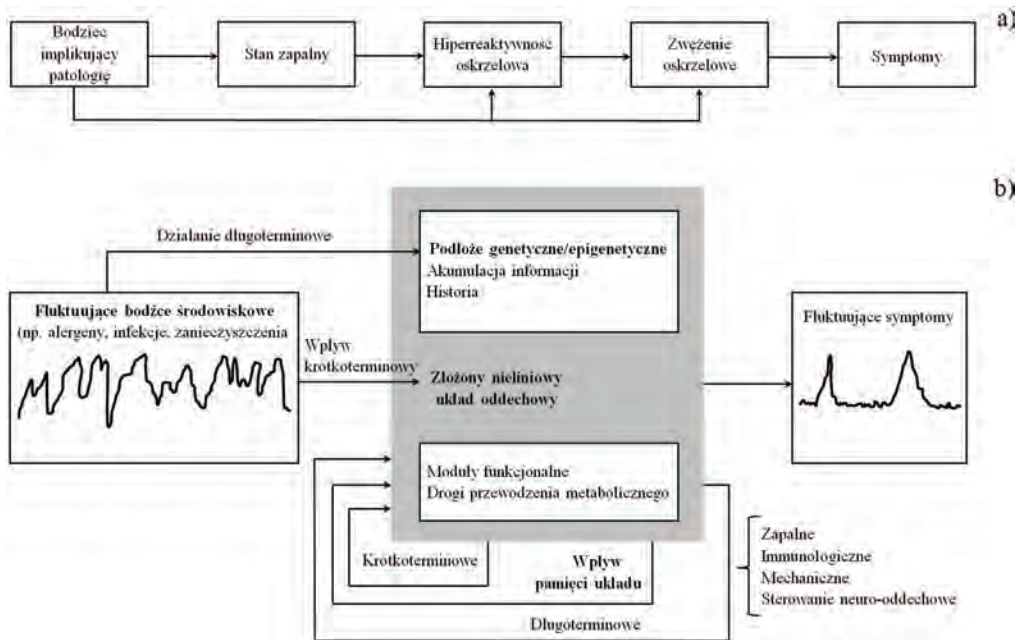
np. Pajek [31] czy UCINET [55], opracowane w autorskim gronie sieciowych specjalistów, nie są dostatecznie elastyczne w oferowanych funkcjach, by pokryć całe spektrum przedstawionych w monografii zagadnień. W konsekwencji praktyczna weryfikacja metod analizy obiektów złożonych w notacji sieciowej może być utrudniona, a minimalizacji podlega w takim przypadku także sama wartość uzyskiwanych wyników. Stąd na potrzeby niniejszej publikacji oraz cytowanych tutaj artykułów autora na przestrzeni lat zaprojektowano i zaimplementowano w środowisku Matlab[®] programową bibliotekę COMPASS Toolbox (ang. *Computer-assisted Complex Apnea Syndrome Scheme*).

Bibliotekę tę zrealizowano jako zestaw procedur przystosowanych do pracy z danymi eksperymentalnymi w postaci szeregów czasowych. Zaopatrzono ją także w przykładowe, teoretyczne modele służące weryfikacji poprawności aplikacyjnej algorytmów oraz spełniające edukacyjną funkcję dla przyszłych użytkowników. Możliwe jest korzystanie z wybranych procedur jako niezależnych tworców algorytmicznych wywoływanych z okna głównego Matlaba, a także praca w trybie graficznym specjalnie utworzonego w tym celu interfejsu. Aplikacje podzielić można na pięć grup: wstępno przygotowania danych, analizy dynamiki nieliniowej, oceny złożoności czy fluktuacji systemów i zbiorów danych, pomiaru synchronizacji oraz charakteryzacji właściwości sieciowych. Przewidziane tryby pracy zakładają niezależne funkcjonowanie każdej z grup (z wykorzystaniem wybranych procedur) lub też możliwe jest przenikanie się funkcji na zasadzie wzajemnego ich wykorzystania do nowo definiowanych zadań w ramach oceny złożoności i zmienności systemów oraz zbiorów danych.

Dokładniejszy opis dostępnych funkcjonalności i przykłady zastosowań odnaleźć można na przykład w [197, 215, 223, 225]. Istotny wkład przynosi także niniejsza monografia, zwłaszcza w zakresie analizy obiektów w dziedzinie nauki o sieciach złożonych.

Zrelacjonowane dotychczas wybrane zagadnienia, dotyczące mechanizmów formowania się i przebiegu zaburzeń oddychania, związanych z zewnętrznymi objawami przypisywanymi takim chorobom jak astma, przewlekła obturacyjna choroba płuc i bezdech senny, to jedynie przykłady obrazujące ewolucję percepcji pojęcia stanu chorobowego, która znajduje swój wyraz w ogólnej metodologii postępowania medycznego, obejmującej medyczne rozpoznanie i profilaktykę. Z obrazu takiego wyraźnie wyłaniają się pewne ograniczenia związane przede wszystkim z dotychczasowym, redukcjonistycznym postrzeganiem zależności strukturalno-czynnościowych w organizmach żywych [212]. W praktyce lekarskiej zwykło się także prowadzić wnioskowanie według pojedynczego pomiaru, w zamierzeniu ustanawiającego relacje między obserwowanym (lub nie) objawem chorobowym a wybraną jednostką chorobową. Rozwój środków technicznych wspomagających eksplorację systemów (w tym biologicznych) odsłonił przed badaczami, klinicystami i lekarzami nowe perspektywy w opisie wspomnianej relacji. Oczywiście stała się między innymi potrzebą wglądu w zmienność rejestrowanych oznak, m.in. w pewnym przedziale czasu, stąd niemalą rolę w personalizacji medycyny przypisano minimalnie

inwazyjnym, mobilnym technikom pomiarowym [198, 204, 209, 221, 225]. W toku wykorzystywania i rozwoju oslerowskiego formalizmu stanu chorobowego dostrzeżono jednak inny wymiar ograniczający rozdzielczość wglądu w naturę analizowanego obiektu. Na przykład w stanach astmy oskrzelowej związek pomiędzy bodźcem implikującym formowanie się patologii i pogorszeniem stanu zdrowia jest słaby [341, 344, 432], a wciąż narastająca liczba dowodów sugeruje, że klasyczna definicja astmy, szeregowo łącząca pobudzenie z symptomami w wielu sytuacjach, jest niekompletna (rys. 3.41).



Rys. 3.41. Koncepcja systemowego formowania się i ewolucji stanu chorobowego: a) podejście redukcjonistyczne, b) postrzeganie właściwe dla systemów złożonych

W istocie związek między bodźcem i stanem zapalnym [70, 372], podrażnieniem i nadmierną reaktywnością oskrzelową [47, 63, 91, 98, 276], obturacją dróg oddechowych i symptomami nie zawsze jest wyraźny i jednoznaczny. Mocno koreluje to z niejednorodnością patofenotypową astmy. Wiele podrażnionych (objętych stanem zapalnym) dróg oddechowych funkcjonuje w złożonej sieci wzajemnych oddziaływań, uwzględniając różne podsystemy będące częścią ośrodka zarządzania obroną, odpornością czy zapaleniem i mechaniką płuc. W ten sposób, choć POChP jest inną jednostką chorobową, to rozróżnienie między nią i astmą staje się coraz bardziej utrudnione, rozmyte [25, 74]. Do tego należy dodać świadomość obowiązywania interakcji między organizmem i otaczającym go środowiskiem, z bogactwem zewnętrznych, niejednorodnych bodźców warunkujących status płuc (np. wirusowe

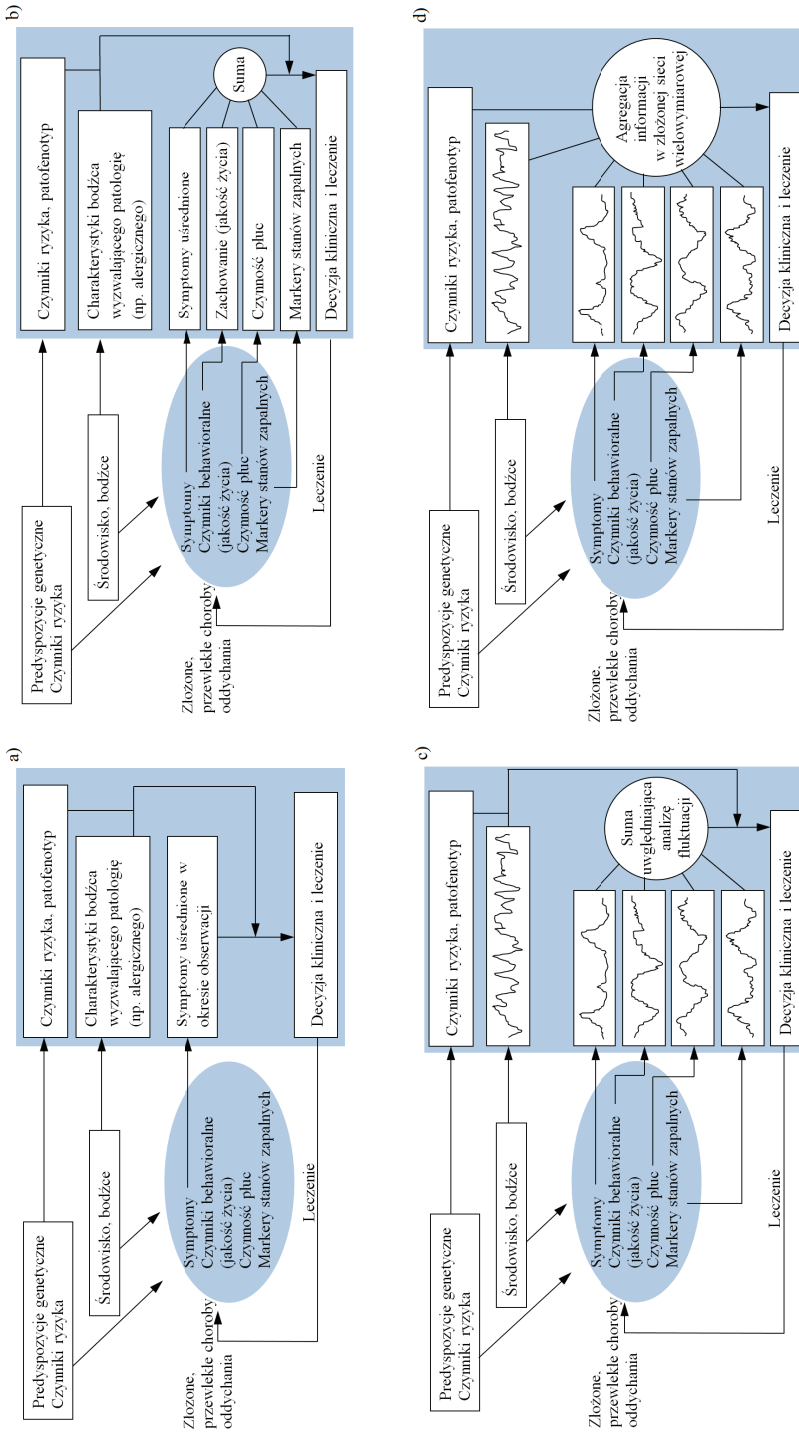
czynniki zakażenia, alergeny, zanieczyszczenia), także wykazujących złożoną zmienność czasową.

Podane rozważania skłaniają do konkluzji, że intensywność objawów chorobowych, np. w astmie, oraz związane z profilaktyką sterowanie obiektem oparte na jednym, uśrednionym zbiorze symptomów wykazuje ograniczenia podyktowane wbudowaną złożonością analizowanego obiektu. Tym samym należne podejściu redukcjonistycznemu, zgromadzeniu wiedzy na temat każdej z wyróżnionych części (rys. 3.41a), działających w warunkach izolacji, jest niewystarczające do oszacowania zachowania całego systemu poddanego dowolnemu pobudzeniu. Jednak niedocenianie roli takiego schematu poznawczego byłoby w pewnym sensie nadużyciem, jako że w jego ramach badacze i klinicyści wyodrębnili i zidentyfikowali mechanizmy operujące w złożonej sieci współdziałających podsystemów. Dało to podstawy dla postulowanych obecnie strategii polegających na analizie wielowymiarowej. Teoria sieci złożonych wpisuje się w takie współczesne inicjatywy, a kompletne formułowanie schematów chorobowych w jej ramach musi być stowarzyszone z eksploracją złożoności i zmienności analizowanego obiektu, wyrażającego się w licznych domenach jego funkcjonowania. A więc teraz system dzieli się i studiuje na wszystkich poziomach jego organizacji, odnosząc wnioskowanie do ostatecznego celu polegającego na rekonstrukcji zachowania całego układu.

Rozległość zagadnień, wymagających podjęcia w celu sporządzenia możliwie kompletnego opisu obiektów biologicznych w ramach nauki o sieciach złożonych, np. układu oddechowego i związanego z nim procesu oddychania jest bardzo duża i może stanowić podstawy wieloletnich programów badawczych licznych zespołów interdyscyplinarnych. Pomijając w tym momencie podstawowe kwestie analizy sieci złożonych, a koncentrując się na zadaniu szczegółowym eksploracji systemów biologicznych oraz towarzyszących im procesów patologicznych, należy dostrzegać, iż układy takie są złożone w hierarchii wbudowanych pętli sprzężenia zwrotnego pomiędzy podsystemami (np. immunologicznym, zapalnym, mechaniką płuc, sterowania neurooddechowego), funkcjonującymi na zasadzie wzajemnych oddziaływań między licznymi elementami modyfikującymi wkład środowiskowych bodźców (takich jak np. ekspozycja na alergeny, infekcja, zanieczyszczenie środowiska), prowadząc ostatecznie do fluktuacji obserwowanych wyjść (czy symptomów) – patrz rys. 3.41b. Ponieważ sieć jest konstruktem, którego funkcjonowanie postrzegać należy w sposób całościowy, to w założeniu stymulacja jednego z komponentów powinna wpływać na pewną liczbę pozostałych węzłów (tj. podsystemów w rozważanej sytuacji złożonych układów biologicznych). Wnioskowanie komplikuje się dodatkowo choćby w perspektywie obecności wzajemnych oddziaływań między podsystemami, które w obiektach biologicznych zazwyczaj mają charakter nieliniowy. Tym samym podwojenie intensywności działania pobudzenia pochodzącego od jednego elementu i skierowanego do innych niekoniecznie skutkuje jednorodnym i proporcjonalnym podwojeniem odpowiedzi. Wspomniane niejednorodności mogą być także podłożem do uformowania

warunków, w których możliwych jest kilka typów odpowiedzi. Tak więc spektrum warunków zewnętrznych i pobudzeń, a także ich możliwy zakres, mogą wpływać na funkcjonowanie podsystemów. W analizie obiektów biologicznych istotne mogą być także pewne doświadczenia wynikające z obserwacji klinicznych. Dla przykładu, bardzo mocne bodźce o rodowodzie środowiskowym (tj. ostra infekcja wirusowa) w większości przypadków przynoszą zdominowanie odpowiedzi. Ale już wiele słabych, niejednorodnych pobudzeń pochodzących ze środowiska zewnętrznego jest zazwyczaj przyczynkiem do osobliwych reakcji konkretnego podukładu, którego zachowanie z kolei może w ramach propagacji i potencjalnego wzmocnienia w nieliniowej kaskadzie innych elementów sprowokować bardziej wyrazistą odpowiedź na poziomie całego systemu. Podsumowując, zastąpienie schodzącego podejścia systematyką związaną z integralnym spojrzeniem na strukturalno-czynnościowe uwarunkowania funkcjonowania obiektów biologicznych, uwzględniając okoliczności formowania się i przebiegu patologii czy jej zarządzania w ramach akcji profilaktycznych, należy utożsamiać ze świadomością wykonywania kolejnego kroku w procesie poznawczym, zarówno w sensie metod badania układów złożonych, jak i ich aplikacji do przypadku konkretnej jednostki chorobowej: jak np. astma, POChP czy bezdech senny. W zastosowaniach praktycznych postęp ten nie wyznacza ideału, tj. całkowitego rozwiązania problemu (np. medycznego), a jedynie pogłębienie wiedzy na jego temat, a przez to zdobycie nowych możliwości jego kontroli. Tak więc, nawet zakładając znajomość wszystkich wejść – co jest nierealne w praktyce – należy brać poprawkę na pewien kumulatywny splot bogactwa nieliniowych oddziaływań wzajemnych i sprzężeń zwrotnych sprzężonych z pamięcią podsystemów w różnych skalach dziedziny analizy (np. czasowych), utrudniając czy wręcz uniemożliwiając dokładną predykcję zmiennej wyjściowej.

Współcześnie, jak wynika to z faktów omówionych we wcześniejszych rozdziałach, nauka o złożoności stanowi samodzielny obszar wiedzy i umiejętności. Nabudowuje ona teorie, techniki i wiedzę, bazując przede wszystkim na matematycznym formalizmie i fizycznych egzemplifikacjach, jednak znajduje coraz liczniejsze zastosowania także w biologii. Zaprezentowane wcześniej pojedyncze przykłady ukierunkowane na zdekodowanie złożonej, strukturalno-czynnościowej natury układu oddechowego objętego zmianami astmatycznymi, POChP czy bezdechu sennego (np. analiza procesu zwłóknienia mięszowych tkanek płucnych, relacje czasowe, przestrzenne i czasowo-przestrzenne między sygnałami zarejestrowanymi w różnych podsystemach układu organizm-środowisko zewnętrzne i na różnych poziomach jego organizacji) dowodzą, że zastosowanie metod i narzędzi takiego integralnego postrzegania umożliwia lepsze zrozumienie struktury i funkcji płuc oraz samego procesu oddychania, przy czym konieczne jest także zaangażowanie w testowanie samych metod i narzędzi analizy. Sieci złożone, korzystając z osiągnięć dotychczas funkcjonujących teorii, stanowią jedną z takich propozycji holistycznego spojrzenia na systemy złożone. Inaczej mówiąc są pomostem między tym co zastane a przyszłością, także



Rys. 3.42. Modele klasycznych oraz przyszłych koncepcji monitorowania progresji patologii: a) klasyczna metoda monitorowania, b) podejście wielowymiarowe, c) podejście wykorzystujące analizę złożoności i zmienności i d) personalizacja monitoringu bazująca na adaptacji teorii sieci złożonych do schematu poznawczego w metrologii

w odniesieniu do obiektów biologicznych. Ogniskując zainteresowania na problematycznych kwestiach rozpoznania chorobowego dla przykładu astmy i POChP, wynika to z zanegowania podejścia jednowymiarowego (rys. 3.42a). Biorąc pod uwagę istotność historii układu dla kształtowania się bieżącego statusu płuc, jego wielowymiarową ewolucję rozgrywającą się w wielu skalach obserwacji, a także możliwe korelacje – w tym te uwzględniające fluktuacje procesów wyrażone przez kontrolowane markery, uzasadnione staje się niejako etapowe przejście ku sieciowej analizie obiektów ukierunkowanej na personalizację medycyny, różnicującej patofenotypowe profile jednostek chorobowych dla konkretnych pacjentów (rys. 3.42b–d).

Proponowaną tutaj etapowość wzmacnia fakt, że np. analizę fluktuacyjną wykorzystywano raczej do identyfikacji krytycznych zdarzeń podległych innym niż pulmonologia specjalizacjom medycznym [25, 74], podczas gdy w zastosowaniu do płuc odbywało się to sporadycznie – np. [136, 195, 197, 215]. Tymczasem wiedza, między innymi na temat wielowymiarowych i wieloskalowych profilów współzależności w obrębie oddychania, w istotny sposób warunkuje proces poznawczy realizowany w ramach metrologii korzystającej z teorii sieci złożonych, choćby na etapie modelowania czy interpretacji wyników eksperymentów. Sformułowaną w ostatnich zdaniach tezę dobrze obrazuje przykład z poszukiwaniem optymalnych trybów mechanicznej wentylacji płuc, korzystającej m.in. z metod i narzędzi układów złożonych, w tym z analizy sieciowej [212, 213, 295, 356].

Zadanie sformułowano jako następstwo świadomości na temat obecności użytecznych informacji zakodowanych w fluktuacjach, a z drugiej strony możliwości zastosowania odpowiednio wyprofilowanego pobudzenia fluktuacyjnego do sterowania systemem złożonym. Nie jest to może stanowisko zaskakujące, zważywszy na wcześniejszą argumentację oraz na fakt źródłowy zasadzający się w tym, że dane fizjologiczne mierzone przy łóżku czy w laboratorium są zmiennymi losowymi, niezmiennie wykazującymi fluktuację. Istotna zmiana dotyczyła natomiast stanowiska względem samych fluktuacji, które dotychczas zwykły być postrzegane jako szum pomiarowy czy biologiczny, a w efekcie podlegały pominięciu. Tymczasem u podłoża takiego zjawiska leżą bardziej fundamentalne prawa, wyrażające się w tym, że w ogólności fluktuacje takie pochodzą z nierównowagowej natury rozważanego systemu i często niosą użyteczną informację na temat jego struktury i/lub zachodzącego w nim procesu. Kluczowa dla zidentyfikowanego problemu była także obserwacja, iż w długookresowym (np. w perspektywie czterdziestu lat prowadzenia sztucznej wentylacji) stosowaniu mechanicznego wentylatora płuc, stanowiącego zasadniczy element wspierający życie człowieka, może dojść do uszkodzeń płuc [441]. Efekt ten argumentowano tym, że wentylatory mechaniczne typowo dostarczają ustaloną objętość oddechową zamiast emulować jej naturalną zmienność towarzyszącą spontanicznemu oddychaniu [260]. Udowodniono także wstępnie, że wprowadzenie takiej ‘biologicznej zmienności’ do charakterystyk pracy wentylatora poprawia wynik jego operowania w zastosowaniu do zwierzęcych modeli ostrego uszkodzenia płuc (ang. *Acute Lung Injury* – ALI) – np.

[163, 240]. Dotychczasowe wytłumaczenie wiąże uzyskane wyniki z nieliniowością charakterystyki ciśnienie-objętość płuc i jednoznacznie lokuje się ono w ramach klasycznego pojęcia patologii. Rozumując w sposób bardzo ogólny dochodzimy bowiem do spostrzeżenia, że relacja ciśnienie-objętość definiuje podatnościowy profil tkanek podlegających uszkodzeniu wskutek prowadzenia akcji wentylacyjnej [439]. Jak jednak wskazywano wcześniej, podatność tkankowa jest procesem wyłaniającym się w ramach organizacji na niższym poziomie niż wynika to z podawanego tłumaczenia i może być reprezentowana w ramach nauki o sieciach złożonych (patrz rys. 3.15). Co więcej, należy przypuszczać, iż obserwowany skutek w postaci ALI, to zaledwie jeden z ostatnich symptomów w perkolacyjnej ewolucji procesów tkankowych złożonego, nieliniowego systemu dyssypacyjnego pracującego w warunkach nierównowagowych. Implikuje to zatem możliwość/potrzebę spojrzenia na proces mechanicznej wentylacji jako na umiejętne dostrojenie profilu fluktuacyjnego aplikowanej objętości oddechowej, związanej z uzyskaniem rozkładu przepływu energii w układzie odpowiadającego synchronizacyjnym warunkom (w sensie dopasowania strumienia informacji do kanału komunikacyjnego, co wyjaśniono w rozdziale 1.4 i 1.5) pracy sieci tkankowej, przekładającym się na optymalizację (maksymalizację) wymiany gazowej z jednoczesną minimalizacją uszkodzeń histologicznych oraz warstwy surfaktantu [16, 304]. Optymalny punkt dostrojenia odpowiada operowaniu mechanicznego wentylatora płuc w reżimie rezonansu stochastycznego. Zainicjowane przez [262, 356, 406] badania wskazują na skuteczność próby wykorzystania teorii fluktuacyjno-dyssypacyjnej DFT dla układów pracujących w obszarze nierównowagowym do optymalizacji trybu wentylacji płuc. Prowadzone tamże analizy korzystają także z sieciowych narzędzi do rekonstrukcji z danych charakterystycznych wzorców topologicznych w teksturze grafów rekurencyjnych, umożliwiającymi wiarygodne monitorowanie procesu sztucznej wentylacji płuc [262, 356].

Podany przykład dowodzi, iż metrologia korzystająca z nauki o sieciach złożonych, modyfikując spojrzenie na definicję stanu chorobowego, przynosi także możliwe zastosowania do etapu projektowania skutecznych strategii leczenia i zapobiegania patologiom. Przytoczone w niniejszym rozdziale przykłady dotyczące obydwóch stron, tj. możliwości rekonstrukcji formowania się stanu chorobowego oraz jego zarządzania w myśl nauki o sieciach, dodatkowo uwydatnia i dowodzi praktycznego znaczenia aplikacji sieciowych metod i narzędzi poznania do schematu poznawczego w metrologii. Na bardziej ogólnym poziomie postrzegania, wykorzystanie teorii sieci do projektowania skutecznych metod leczenia wpisuje się w obszar zadaniowy związany z zagadnieniami sterowania w sieciach złożonych, stanowiących aktualną tematykę badawczą o dużym znaczeniu poznawczym [90, 151, 230, 231], [268]–[270].

Biorąc pod uwagę tematyczną rozległość zastosowań sieciowych w dziedzinie biomedycyny, trudno byłoby dziś podważyć znaczenie metrologii korzystającej z teorii sieci złożonych dla poznania w obrębie tych nauk. Pomimo to uzasadnione

jest stwierdzenie, że to dopiero początek nauki o sieciach w tego typu zastosowaniach. Biolodzy, lekarze, reprezentanci nauk podstawowych takich, jak fizyka czy matematyka, a także inżynierowie formułują coraz to bardziej oryginalne programy badawcze, odkrywając złożoność interakcji między elementami systemu stanowiącymi węzły sieci, ale także pomiędzy samymi sieciami. Niewątpliwie dostrzega się bogactwo w dziedzinie abstrakcji sieciowych reprezentacji, ale po drugiej stronie leży jeszcze szersze pole sieciowych realizacji zanurzonych w otaczającej rzeczywistości. Prowadzi się badania nad sieciami komórkowymi, genetycznymi, egzystującymi w obrębie wybranych organów-podsystemów (jak np. mózg czy układ oddechowcy), zanurzając organizm żywy w sieciowej systematyce jego środowiskowego otoczenia, dostrzega się związki między organizacją sieci społecznych a zachowaniami i ekspresją chorób [82, 479], pomiędzy samymi mechanizmami chorobowymi jakie mogą obejmować te organizmy. Jak dowiedziono, sieci biologiczne nie są losowym zbiorem węzłów i połączeń, lecz ewoluują jako gronujący się zbiór genów, regulatorowych sieci RNA, protein czy metabolitów [271]. Sieci biologiczne i patobiologiczne są bezskalowe, zawierają kilka węzłów o wysokim stopniu k (tzw. huby) [20], a także połączenia komunikujące różne klastry o dużej gęstości połączeń, z j. angielskiego zwane *bottleneck* i stanowiące rodzaj wąskiego gardła wprowadzającego duże ryzyko rozprzestrzeniania się patologii w sieci, co implikuje dużą wartość wskaźnika międzywęzłowej centralności węzła (ang. *betweenness centrality* – patrz rozdz. 2) [467]. Ale obserwuje się w nich także efekt małych światów [448] i dysasortatywność [376]. Następnie, w sieciach biologicznych i patobiologicznych identyfikuje się motywy o przewidywalnych skutkach czynnościowych (pętle sprzężenia zwrotnego, oscylatory itd.) [295]. Wszystkie sieci biologiczne dotyczące chorób wykazują wymienione właściwości, w takiej czy innej ich miksowej realizacji [271]. Tym samym uzasadnione stają się próby identyfikacji podsieci czy modułów odpowiedzialnych za osobliwe procesy patobiologiczne czy konkretne choroby. Warto dodać przy tej okazji, że nawet współczesna inżynieria projektowania leków dostrzega już potrzebę korzystania z omawianej strategii [72, 381, 466], a w umysłach rodzą się koncepcje wielomodalnego zagospodarowania teorii grafów, np. dwu-, trójdzielnych czy jeszcze wyższego poziomu (patrz rozdz. 1). Przykłady można jeszcze długo mnożyć, jednakże nie ma to tutaj zasadniczego znaczenia. W tym wszystkim istotny jest bowiem fakt, że organizm funkcjonuje jako całość, stanowiąc zarazem element-węzeł otaczającego środowiska i szerzej wszechświata, co współgra z całościowym wglądem w naturę obiektów oferowanym przez naukę o sieciach i w samą sieć jako jej podstawowy środek opisu. Wyzwanie stanowi zatem umiejętne wprowadzenie i rozwój systemowej patobiologii, poprzez sieciowe metody i narzędzia integrującej zawartą w danych wiedzę na temat struktury i czynności przestrzeni genetycznej, genomicznej, biochemicznej, komórkowej, fizjologicznej i klinicznej, konstytuującej bieżący status indywidualnego organizmu żywego, co rzutować będzie na wykorzystanie modelu sieciowego do predykcyjnych stwierdzeń

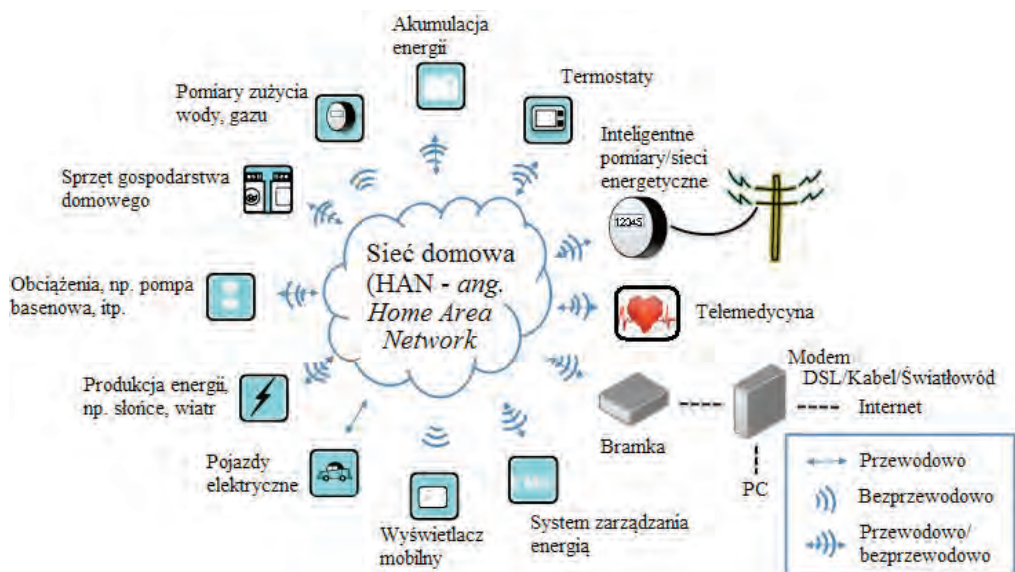
na temat ekspresji patologii i możliwej do zastosowania terapii. Na poziomie fundamentalnym, tj. w granicach samej nauki o sieciach złożonych, wymaga to jednak opisu metrologicznych właściwości samych sieci jako metody i narzędzia wnioskowania.

Przedstawione rozważania, uzasadniane przykładami eksperymentalnymi dowodzą, że w szerszym kontekście teoria sieci złożonych zaimplementowana do schematu poznawczego metrologii wykazuje potencjał do zmiany pojęcia stanu chorobowego, zawartego w tytule podrozdziału. Związane jest to z wyróżnieniem elementów systemu i zachodzących między nimi związków, przy czym strukturalne cechy sprzęgają się teraz w opisie z ujęciem procesowym, przenikając różne poziomy organizacji obiektów. Dla przykładu, aby możliwie najlepiej zrozumieć ekspresję choroby, nie wystarczy tylko zdefiniować architektury sieci chorobowej (czy modułu chorobowego, jak proponuje to Loscalzo i Barabasi [271]) w kontekście świata sieci molekularnej w komórce czy organizmie, gdyż eksploracji należy także poddać scenariusze dynamicznej odpowiedzi na zakłócenia. Osobliwie nieliniowa odpowiedź takich systemów złożonych warunkuje jego wyłaniające się właściwości, które można sobie uzmysłwić lub w sposób obiektywny zaobserwować (tj. zmierzyć), kiedy system postrzegany jest w sposób integralny. Z perspektywy choroby, klinikopatologiczne korelacje dostrzegane przez medycynę oslerowską prawdopodobnie odzwierciedlają takie formułujące się (wyłaniające się) właściwości, które jednak opierają się mechanistycznemu wyjaśnieniu, opartemu na fundamentalnych prawach matematyki i fizyki. Rolą oslerowskiej definicji stanu chorobowego może zatem być co najwyżej doinformowywanie na rzecz podejścia opartego na holizmie systemowym, jako że wspomniane korelacje klinikopatologiczne nierzadko dają wgląd w wyłaniające się właściwości sieci chorobowej. Takie postawienie sprawy można także uznać za początek formowania sieciowej medycyny.

Trzeba wyraźnie podkreślić, że nauka o sieciach przynosi zasadniczo nowy poziom wytłumaczenia istoty obiektu. Można by zapytać, jak należy rozumieć owo wytłumaczenie. Przede wszystkim wytłumaczenie wiąże się tutaj z opisem zjawiska w pojęciu bardziej fundamentalnych i ogólnych praw i/lub dostarcza przyczynowej historii zjawiska. Przykładowe modele redukcjonistyczne zjawisk biologicznych typowo dostarczały wytłumaczeń „drugorzędного rodzaju”, tj. wyjaśnień na zasadzie przyczynowych historii, ale w ogólności problematyczne było dla nich operowanie na wytłumaczeniu ‘pierwszego rodzaju’, wymagającego odniesienia do fundamentalnych praw. Jak jednak wynika z przeprowadzonych studiów, nauka o sieciach złożonych adaptowana do schematu poznawczego metrologii z natury dostarcza nowe informacje na temat istoty różnych obiektów (np. biologicznych), czyniąc bezpośrednio odniesienia do podstawowych reguł matematycznych i fizycznych, a z kolei te nowe informacje zasilają proces poznawczy, implikując nowe hipotezy, interpretacje i badania eksperymentalne.

3.3. Sieci złożone w projektowaniu efektywnych struktur technicznych, społecznych etc.

Patrząc na otaczający nas świat, zwykliśmy postrzegać go w sposób bezpośredni, niekoniecznie przetwarzając fakty pierwotnie docierające do nas za pośrednictwem zmysłów. O ile na przykład sieciowość w istniejącym zbiorze chorób może wydawać się komuś nieoczywista, o tyle przeczenie takiej właśnie naturze układów dystrybucji energii (elektrycznej) czy telekomunikacji byłoby ryzykowne. Podobnie też jak przez wieki poznawczej aktywności człowieka nie udało się zdyskredytować heraklitowej prawdy o zmienności i względności Wszechświata wyrażonej w słowach „Pantha rei”, tak samo należy liczyć się z ewolucyjnymi przemianami systemów pomiędzy ich wyłanianiem się i zanikiem. Człowiek rodzi się, dorasta, a w końcu umiera. Elektryczność czy łączność radiowa miały swój wyraźny początek w historii ludzkich dokonań, dziś podlegają – można rzec – gwałtownym przemianom koncepcyjnym i technologicznym i, pomimo ich nieodzowności w przestrzeni ludzkiej codzienności, los tych systemów technicznych o istotnej użyteczności społecznej zapewne także zostanie pewnego dnia przesądzony.



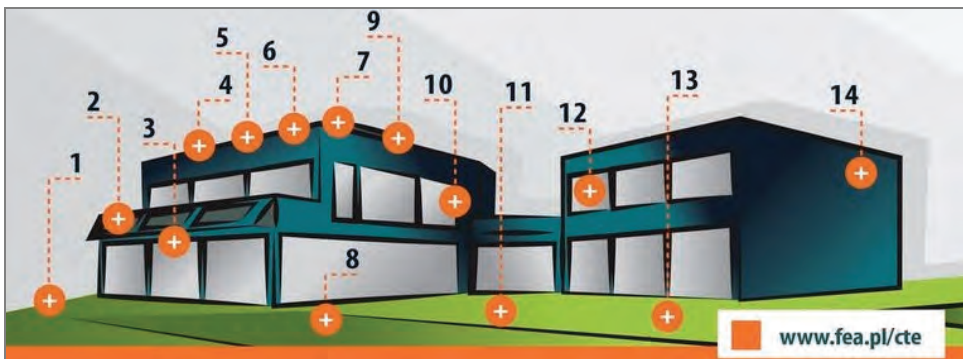
Rys. 3.43. Schemat przykładowych usług i technologii implementowanych w infrastrukturze technicznej współczesnego, inteligentnego domu efektywnego energetycznie

Status współczesnego rynku energetycznego czy telekomunikacyjnego przeobraża się na naszych oczach ze sztywnego (w sensie architektury, usług, możliwości rozbudowy itp.) systemu powiązań usługodawca-usługobiorca w wielowarstwową, elastyczną, dynamicznie ewoluującą strukturę, zdolną np. do autodiagnozy, samonaprawiania, samoorganizacji, samooptymalizacji itd., czerpiąc niejako z obserwacji organizmów żywych. Z pierwotnej, typowo sprzętowej realizacji sieci ewoluowały, wyodrębniając w swojej organizacji warstwę logiczną czy komunikacyjną. Ponadto, przydawanie coraz większego poziomu sztucznej inteligencji takim systemom technicznym okazało się sposobem nie tylko na zwiększenie zakresu dostępnych usług, lecz także na ich integrację. Bezpośrednim tego przykładem jest koncepcja efektywnego energetycznie, inteligentnego domu, kumulująca technologie tak energetyczne, jak i komunikacyjne, ale też medyczne (związane np. z telemedycyną czy wspieraniem funkcjonowania osób starszych w ich warunkach domowych), związane z układami sterowania, bezpieczeństwem itd. (rys. 3.43) [75, 154, 204, 222, 375, 387, 443].

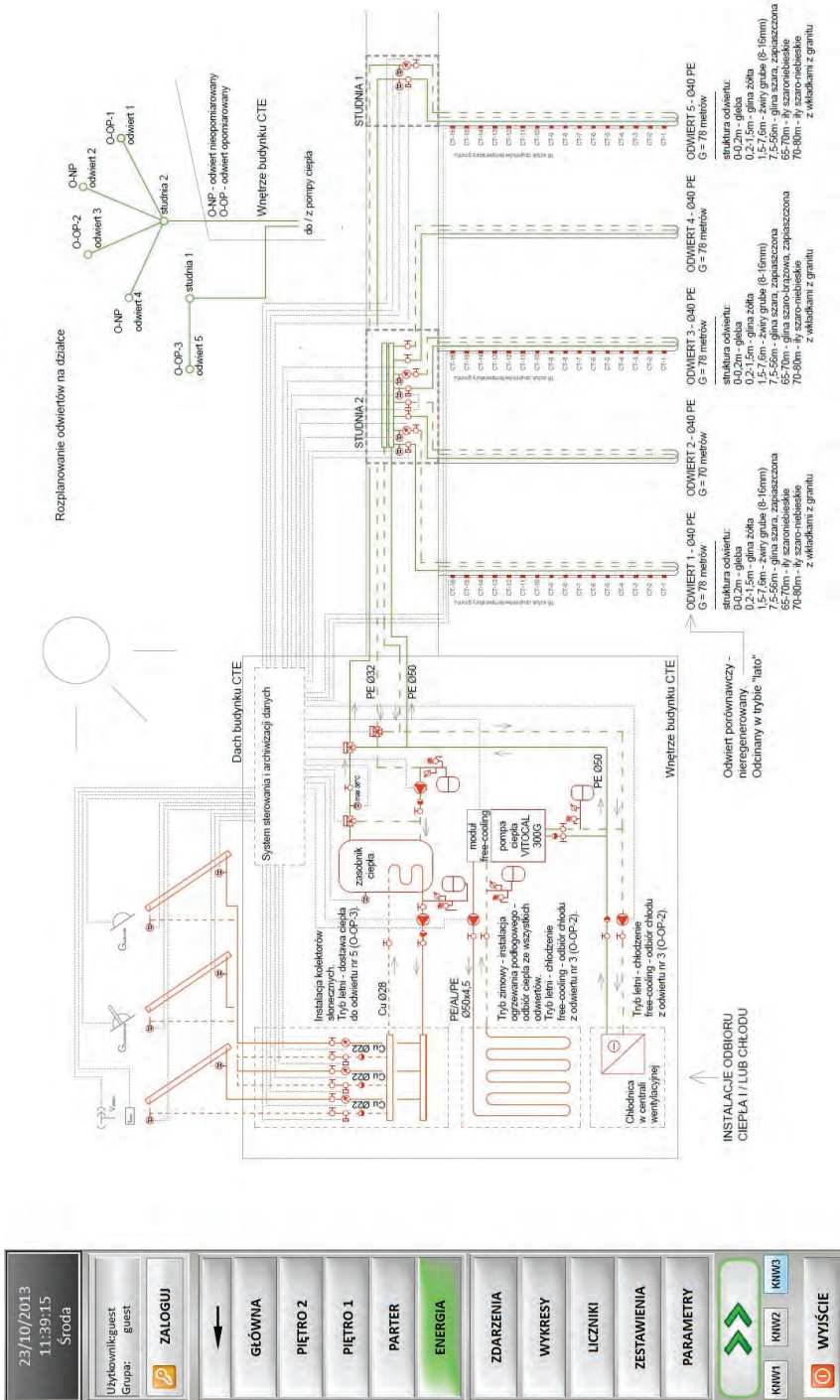
Analogicznie do zrelacjonowanych w rozdziale 3.1 systemów biologicznych, także tutaj widzimy bogactwo przenikających się interakcji, tworzących niejako sieciową modularność, na wzór właściwości wielodzielności możliwej ich abstrakcyjnej reprezentacji w postaci grafów/sieci (patrz rozdz. 1.2). Ponadto, także w tym przypadku organizacja systemowa bierze swój początek na poziomie elementarnych praw fizykomatematycznych, przenikając kolejne skale, takich jak inteligentna sieć energetyczna czy (przewodowa lub bezprzewodowa) sieć telekomunikacyjna, współtworząc platformę inteligentnego domu, a w końcu inteligentnego osiedla, miasta albo funkcjonującego dziś jeszcze raczej w wymiarze koncepcyjnym pojęcia inteligentnego społeczeństwa, przyjaznego środowisku naturalnemu. Każda ze wskazanych skal nacechowana jest osobliwą strukturą i funkcjonalnościami, przekładając się na złożoność w obrębie niej samej, ale także wyrażaną w sensie wieloskalowym. Bo choćby samo pojęcie energii krążącej w użytkowych systemach społecznej codzienności wyraża się w wielu formach. To przecież nie tylko energia elektryczna, ale choćby także eksploatowane zasoby ciepła i wody. Infrastruktura energetyczna inteligentnego domu, ukierunkowana na minimalizację ich zużycia musi zatem uwzględniać możliwie optymalną organizację elementów tworzących integralność takiej struktury, implikując najkorzystniejsze warunki użytkowania zasobów energetycznych z perspektywy potrzeb człowieka, ilości zasobów, stanu środowiska naturalnego itd. A wspomniana tutaj integralność bynajmniej nie oznacza niezmienniczości elementów tworzących system, lecz ich dynamiczne operowanie w granicach stabilności. Szczególnie, że nawet rola indywidualnego gospodarstwa domowego, postrzeganego jako węzeł w sieci inteligentnego osiedla czy miasta, także ewoluowała na przestrzeni lat, z funkcji odbiorców bowiem migrowaliśmy do grupy prosumentów, uczestniczących w rynku energetycznym na zasadzie producenta i konsumenta [329, 437]. Tak więc łatwo

wyobrazić sobie system inteligentnego domu efektywnego energetycznie jako wieloskalowy i wielomodułowy zbiór węzłów i ustanowionych między nimi relacji, w którym zakodowana w tychże indywidualnych węzłach dynamika ostatecznie przejawia się konkretnym wzorcem pracy w rozważanej skali systemowej. Pojawiają się więc pytania, na przykład jak projektować oraz sterować pracą systemów ciepłych i elektrycznych, by w sezonowej perspektywie roku minimalizować koszty eksploatacji, zużycia zasobów, zanieczyszczenia środowiska, ograniczając czy wręcz eliminując ryzyko nieciągłości dostępu do zasobów energii i awaryjności sieci energetycznej?

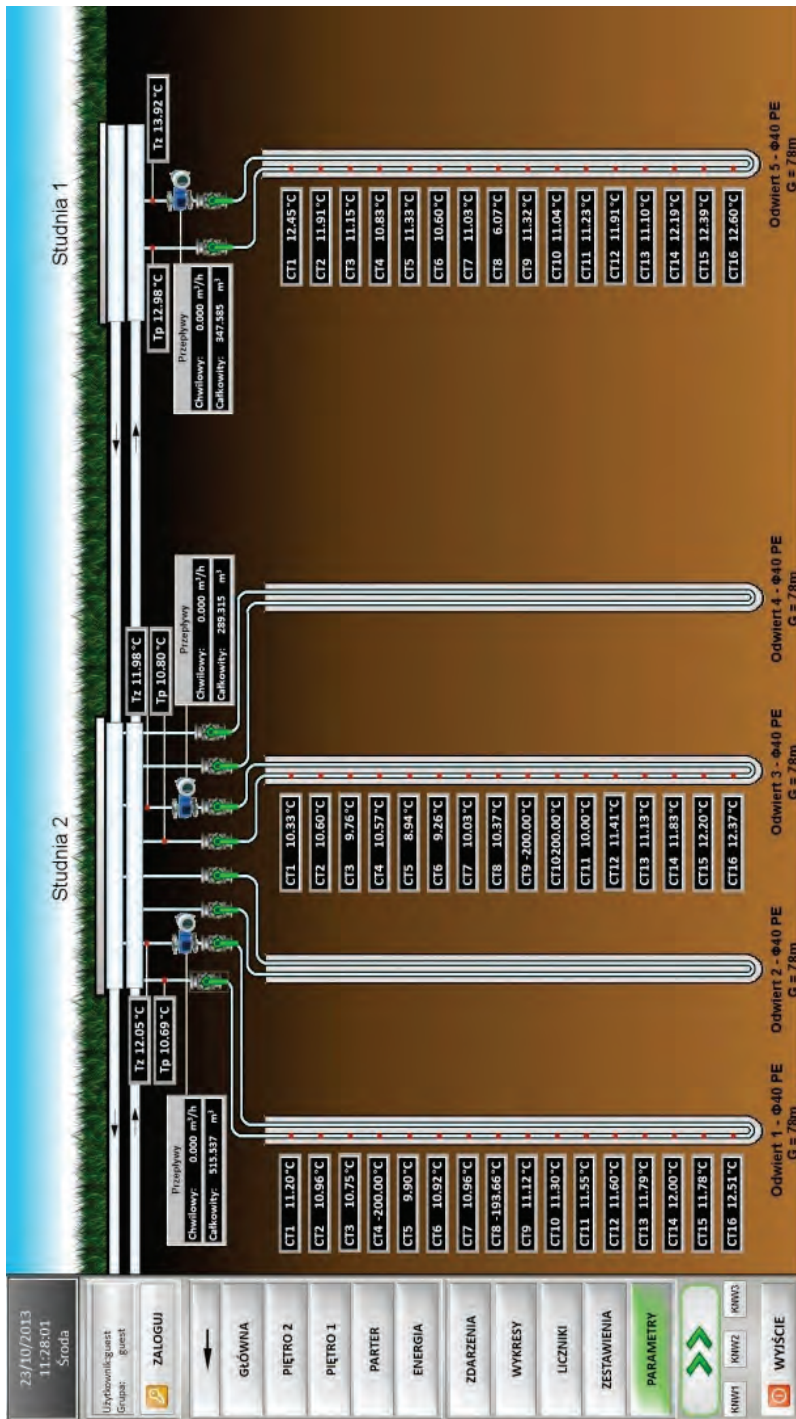
Umiejętne organizowanie struktury energetycznej inteligentnego domu i porządkowanie (zarządzanie) procesów w niej zachodzących może dotyczyć układów działających w trybie całkowicie samodzielnym (tzw. układy wyspowe typu *off-grid*) lub też na zasadzie partycypowania w większym systemie sieci narodowej (tzw. układy *on-grid*) [330, 334], może uwzględniać tylko konsumpcję lub konsumpcję i produkcję energii (rys. 3.44). Sama produkcja może natomiast opierać się na różnych zjawiskach podstawowych, włączając w to źródła energii odnawialnej (patrz przykładowe rysunki rys. 3.44–3.48).



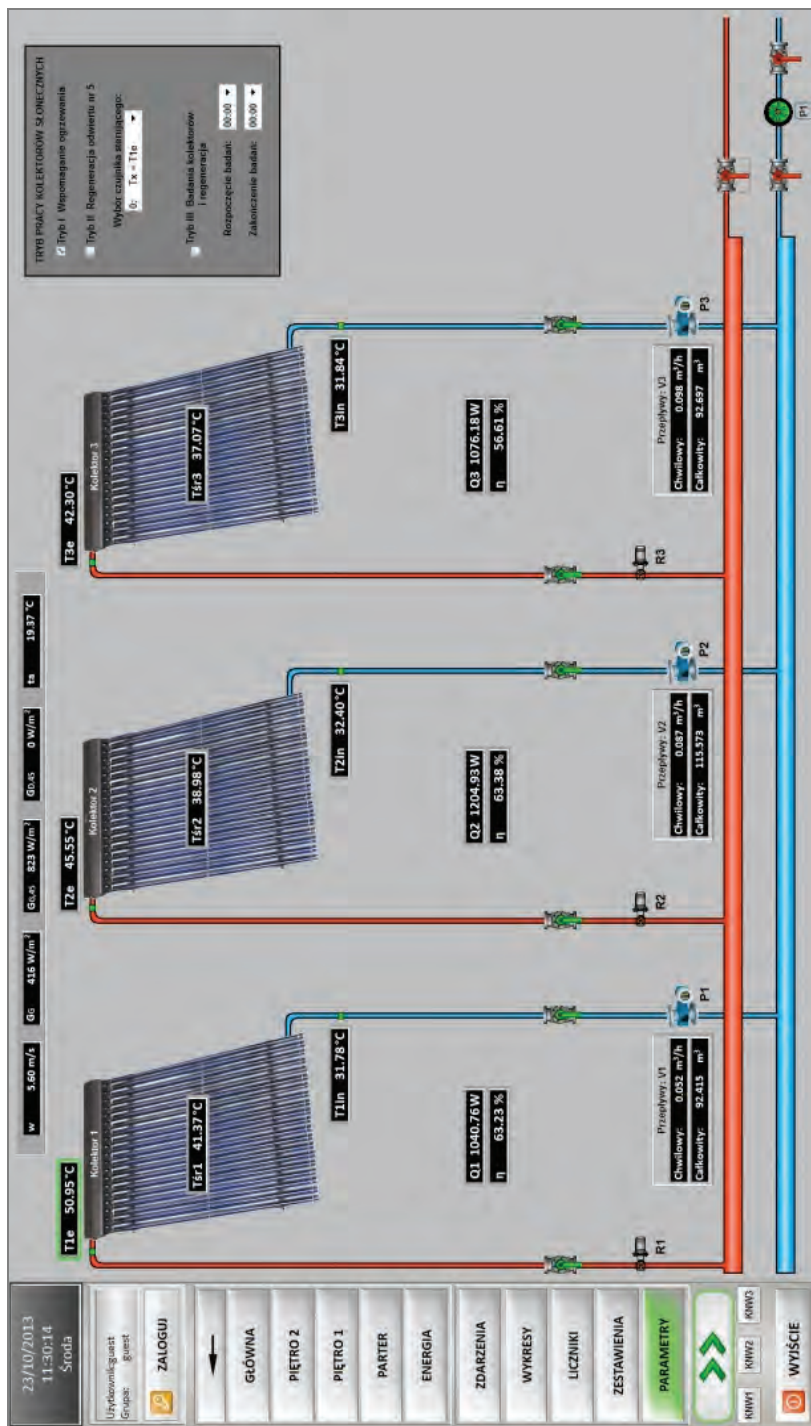
Rys. 3.44. Schematyczny rzut na przykładowy, eksperymentalny budynek efektywny energetycznie z zaimplementowaną infrastrukturą do badania procesów produkcji, dystrybucji i konsumpcji energii: 1 – oświetlenie uliczne/fotowoltaika, 2 – stacja badawcza modułów i systemów fotowoltaicznych, 3 – kocioł na biomase średniej mocy, 4 – stacja badawcza pojemnościowych wymienników ciepła, 6 – stacja badawcza kolektorów słonecznych, 7 – centralny system klimatyzacji wykorzystujący agregat wody lodowej i klimakonwektory, 8 – powietrzna pompa ciepła, 9 – stacja badawcza z oryginalnym systemem odzysku i akumulacji energii słonecznej, 10 – inteligentny system sterowania i zarządzania budynkiem (BMS – ang. *Building Management System*), 11 – Pompa ciepła z regeneracją dolnego źródła ciepła, 12 – laboratorium projektowania budynków efektywnych energetycznie, 13 – gruntowy wymiennik ciepła, 14 – budynek zrealizowany w technologii niskoenergetycznej



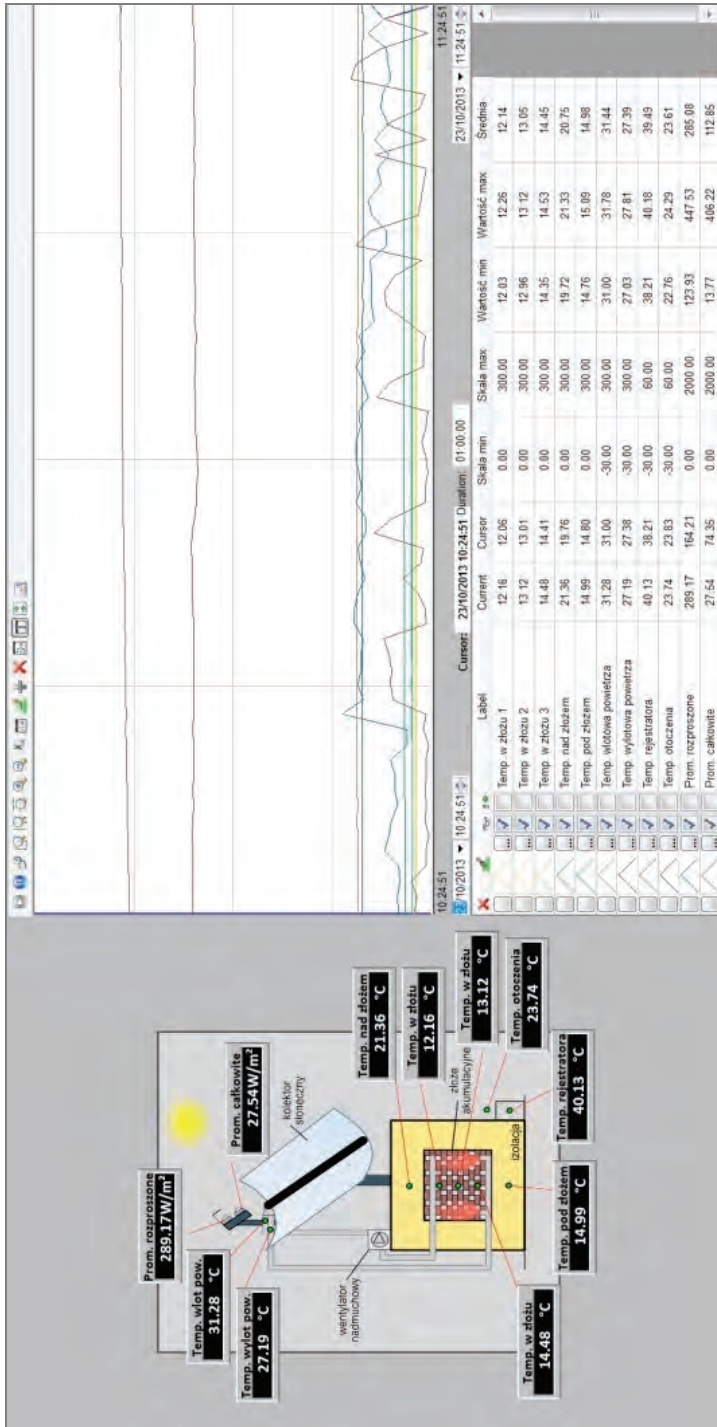
Rys. 3.45. Schemat układu ogrzewania zaprojektowany dla budynku biurowego CTE



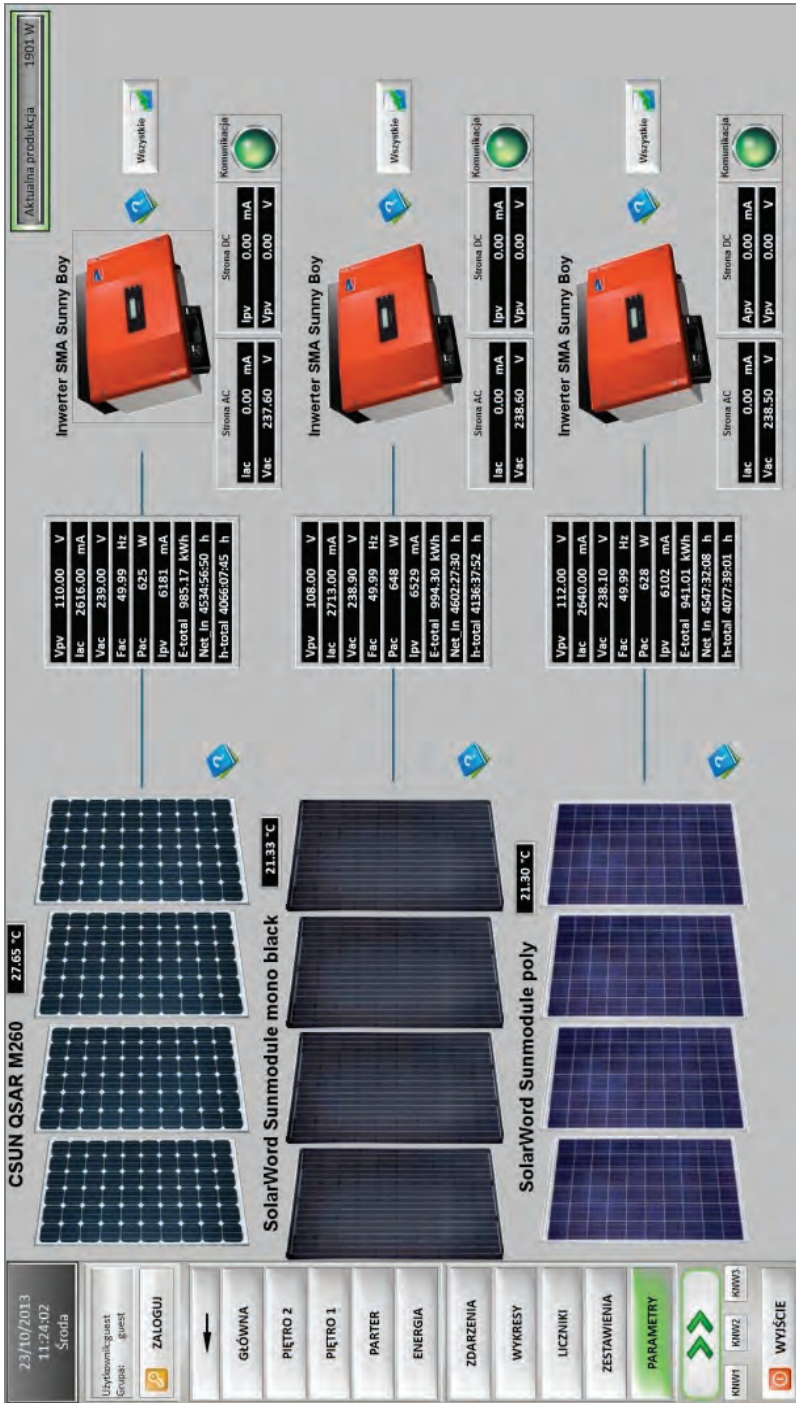
Rys. 3.46. Układ czujników zainstalowanych w stacji badawczej do monitorowania temperatury w pionowym, gruntowym wymienniku ciepła



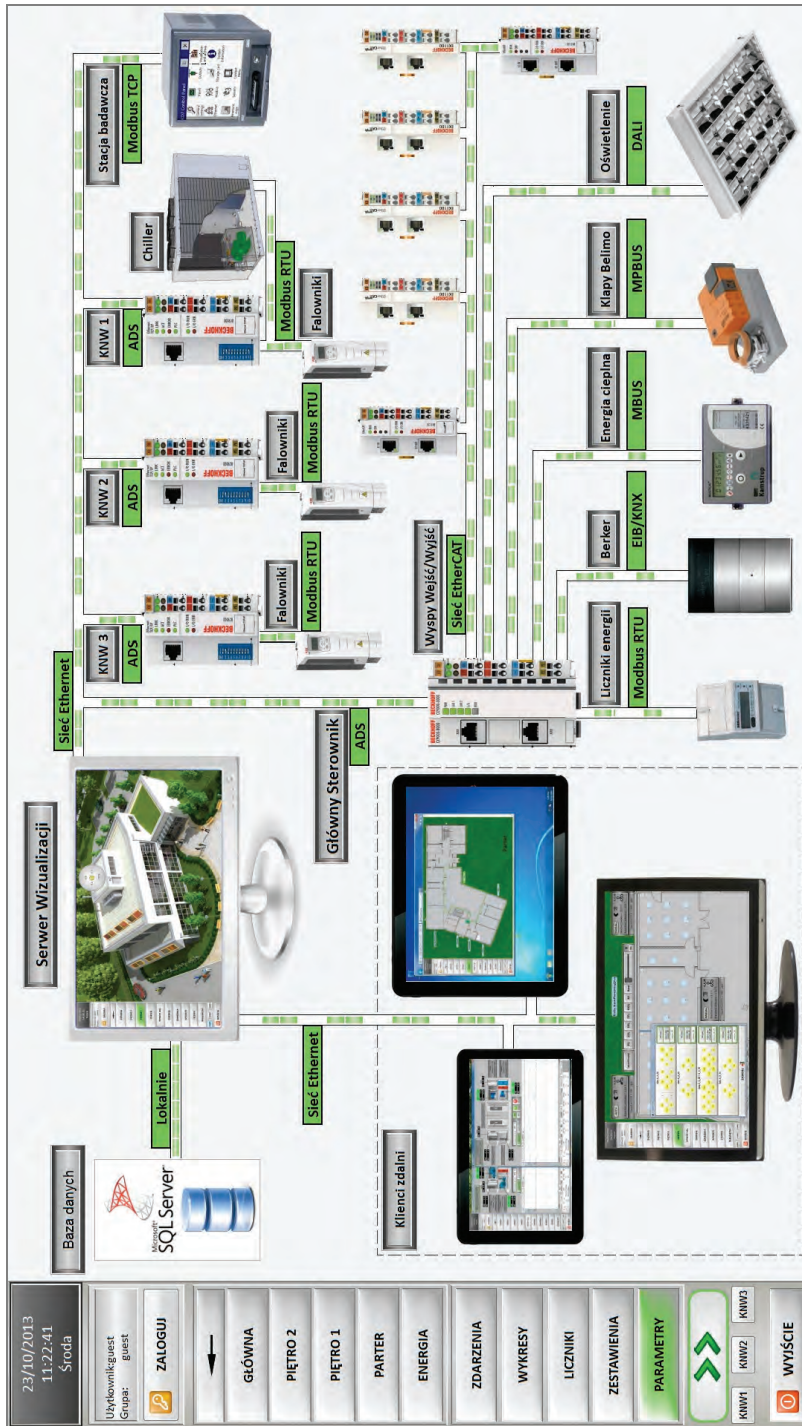
Rys. 3.47. Monitorowanie układu pracy kolektorów słonecznych zainstalowanych w budynku CTE



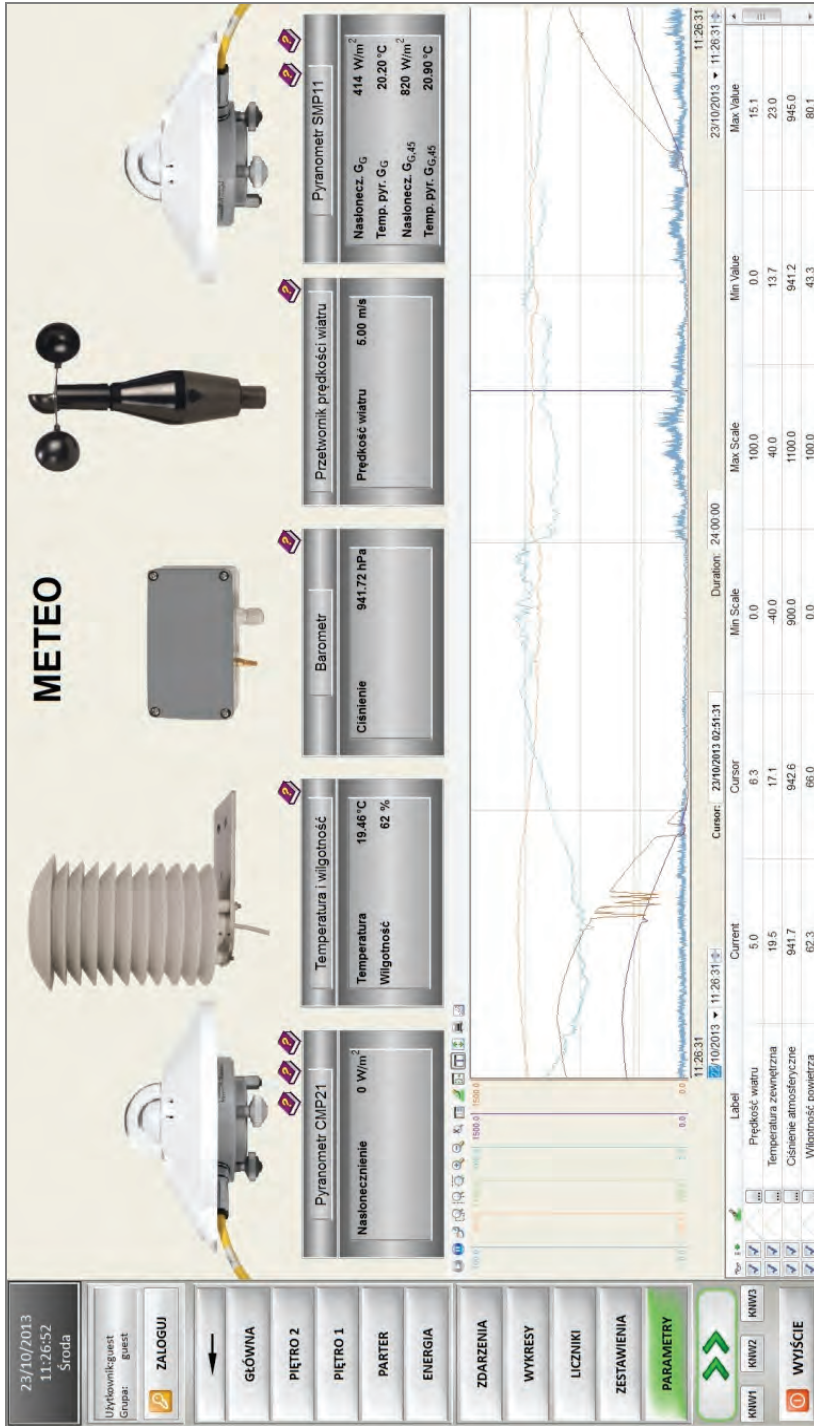
Rys. 3.48. Sterowanie oraz monitorowanie pracy parabolicznego kolektora ciepła



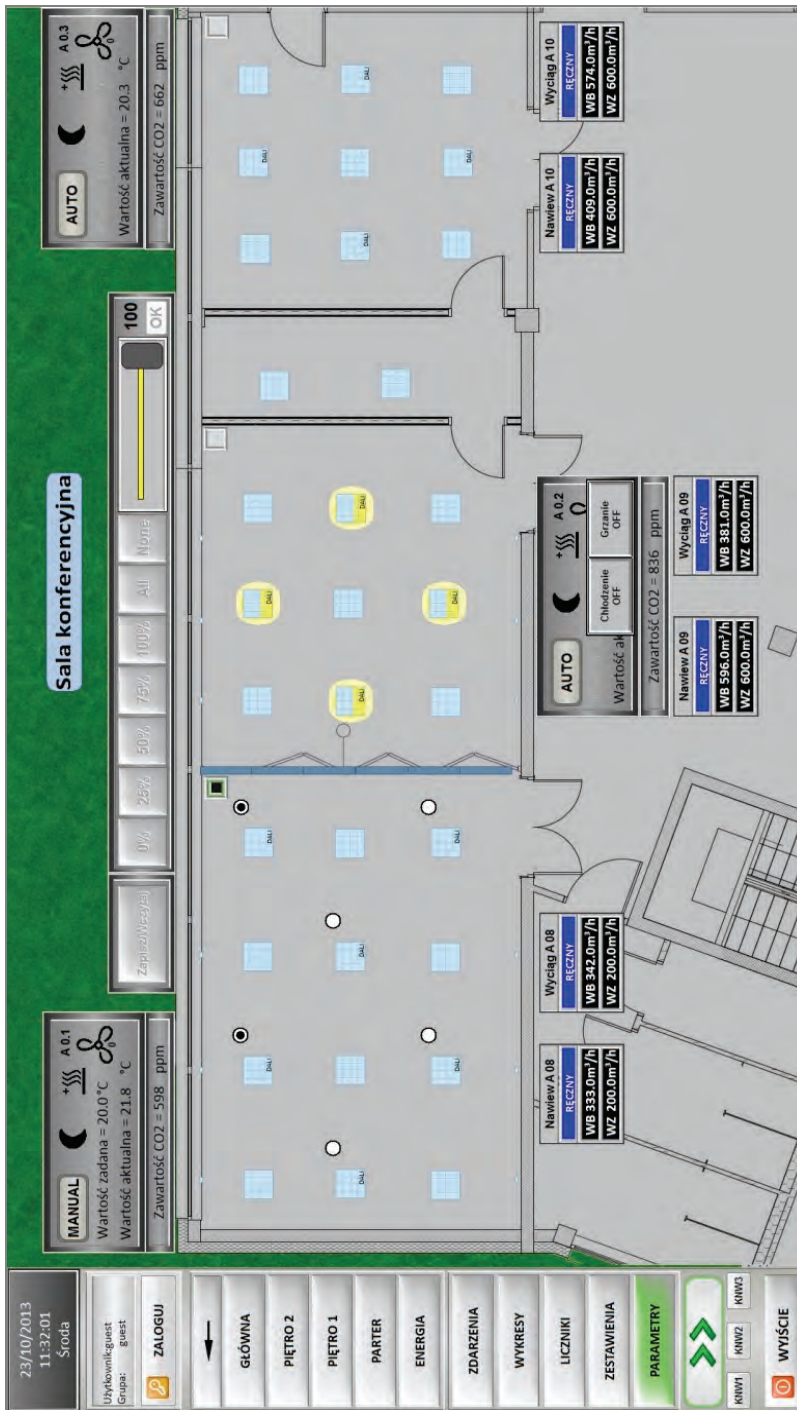
Rys. 3.49. Monitorowanie uzysku energetycznego w przykładowych zestawach paneli fotowoltaicznych zrealizowanych w różnych technologiach



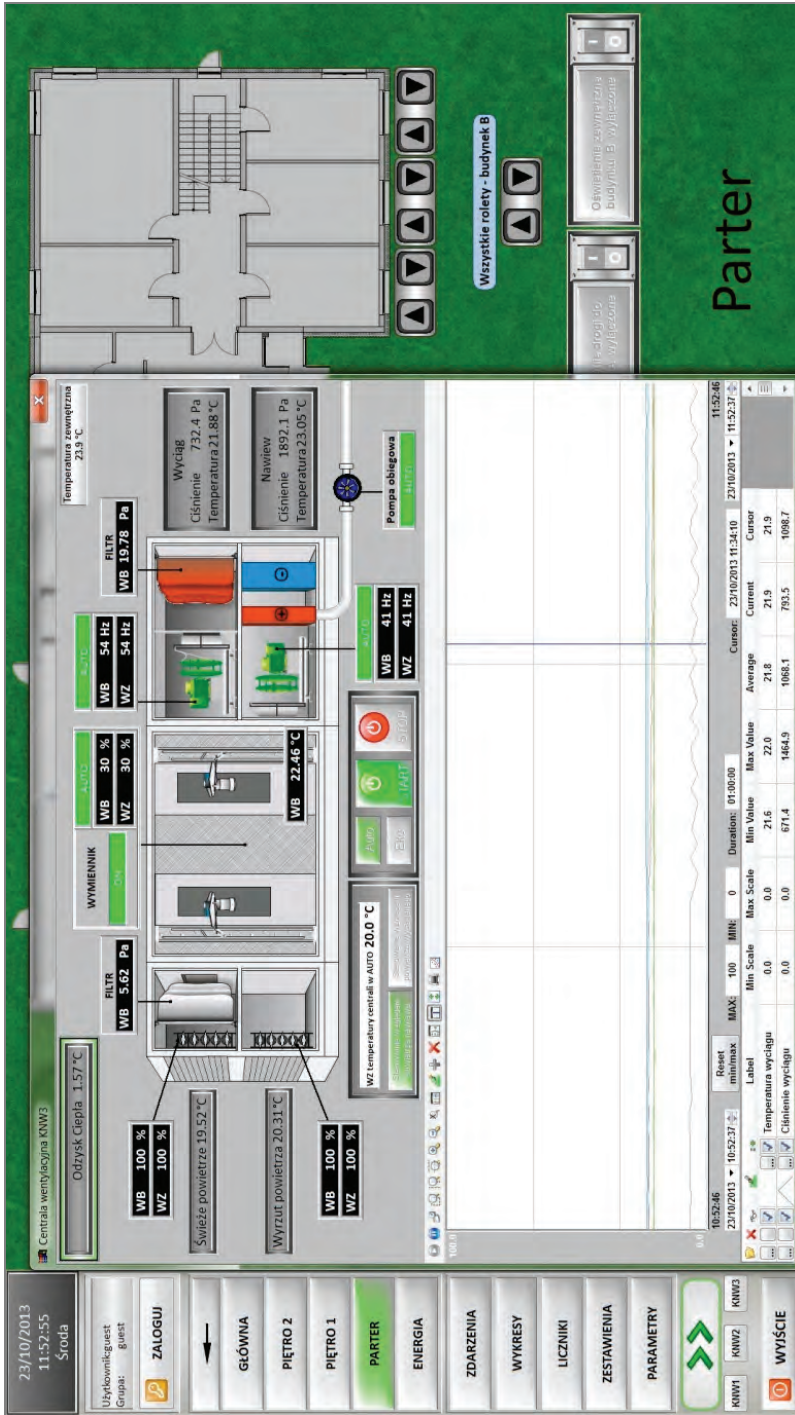
Rys. 3.50. Rzut na ogólny schemat systemu sterowania zaprojektowanego dla budynku biurowego CTE oraz serwis zdalnego dostępu do zasobów i usług tego systemu zaimplementowany w programowej warstwie aplikacji BMS



Rys. 3.51. Monitorowanie warunków atmosferycznych na stacji badawczej eksperymentalnego budynku Centrum Technologii Energetycznych

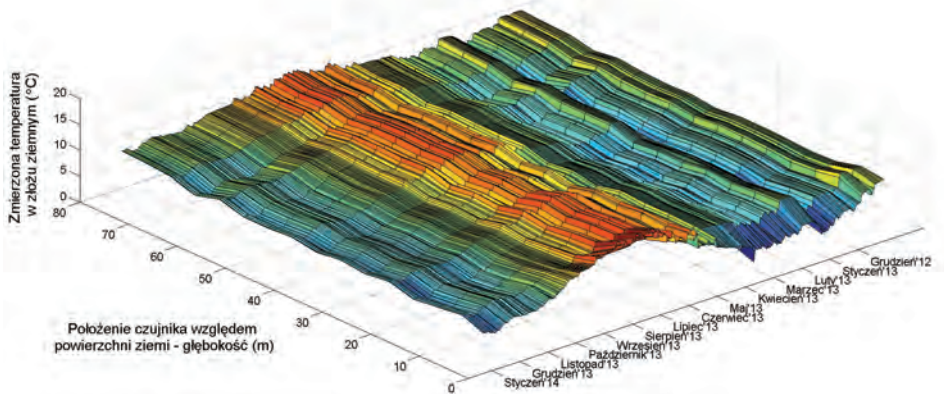


Rys. 3.52. Monitorowanie i sterowanie zdarzeniami w wybranym pomieszczeniu budynku CTE (sali konferencyjnej)

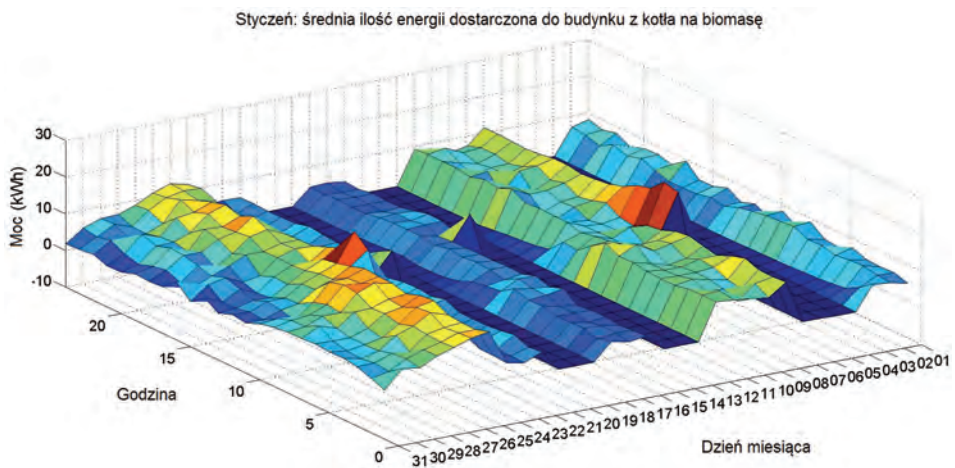


Rys. 3.53. Ustawienia i zmierzone odpowiedzi w jednej z central wentylacyjnych zainstalowanych w eksperymentalnym biurówcu CTE

Implementując inteligentną sieć czujników i aktuatorów (rys. 3.46–3.53), wszystkie elementy złożonego systemu domowej infrastruktury można spiąć w spójny system sterowania i zarządzania budynkiem (ang. *Building Management System* – BMS, patrz przykład z rys. 3.50) przez wbudowane algorytmy warunkujące komfort i ekonomię życia mieszkańców, z uwzględnieniem indywidualności ich preferencji użytkowych, a ostatecznie także koegzystencji we wspólnocie globalnego systemu energetycznego.

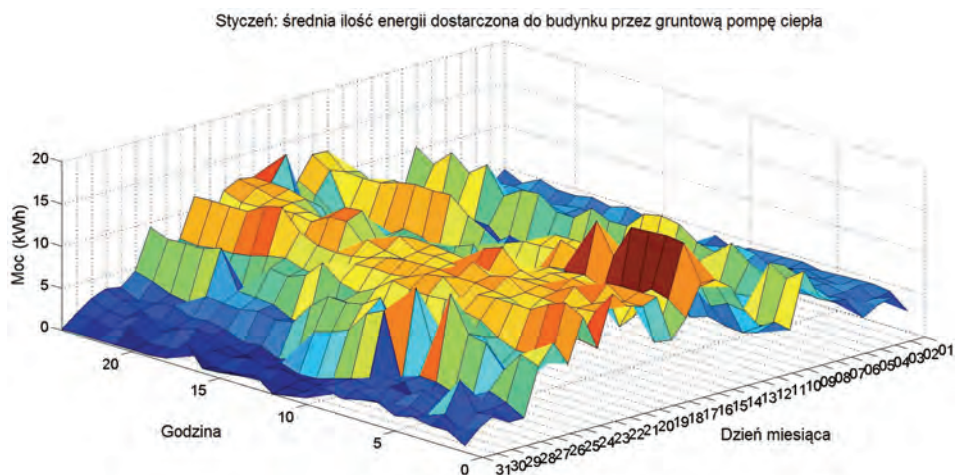


Rys. 3.54. Sezonowa zmiana temperatury w przekroju (głębokość) złoża ziemnego dla otoczenia kolektora pionowego „Studnia 1” z rys. 3.45 i 3.46

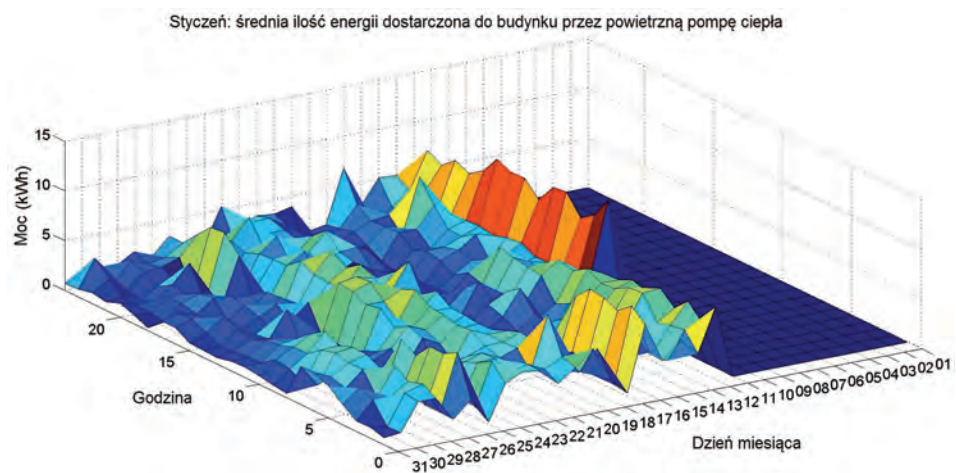


Rys. 3.55. Zmierzona uśredniona (na godzinie) ilość energii dostarczona do budynku CTE za pomocą kotła na biomasę w styczniu 2013 r.

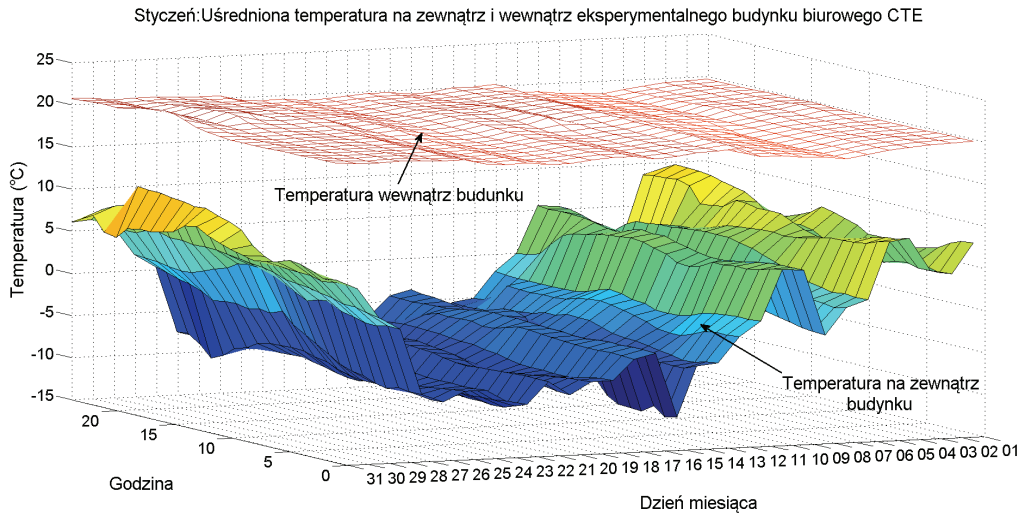
Stosując klasyczne metody i narzędzia operowania na danych, uwzględniając elementy dynamiki deterministycznej i statystycznej, koncepcję fuzji danych, algorytmy sztucznej inteligencji itd., możliwe jest monitorowanie charakterystyk układowych (rys. 3.54) i bieżące optymalizowanie (rys. 3.55–3.59), a nawet predykcja pracy (w sensie energetycznym) podsystemów (rys. 3.60, 3.61), a w sensie redukcjonistycznym nawet całego systemu [222].



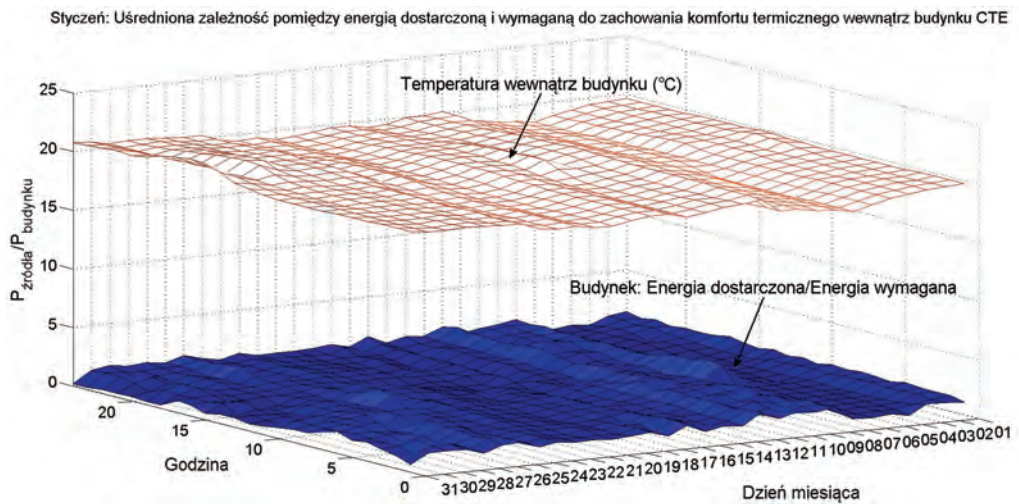
Rys. 3.56. Zmierzona uśredniona (na godzinę) ilość energii dostarczona do budynku CTE przez gruntową pompę ciepła w styczniu 2013 r.



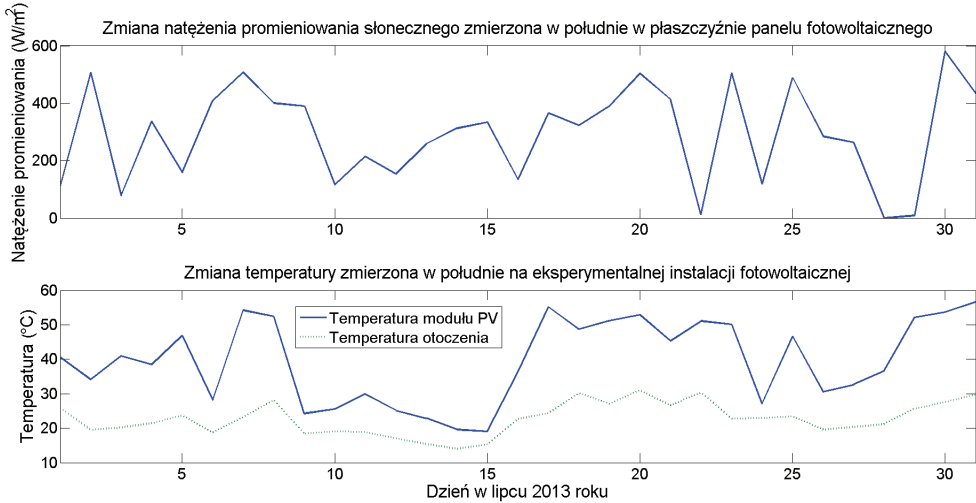
Rys. 3.57. Zmierzona uśredniona (na godzinę) ilość energii dostarczona do budynku CTE przez powietrzną pompę ciepła w styczniu 2013 r.



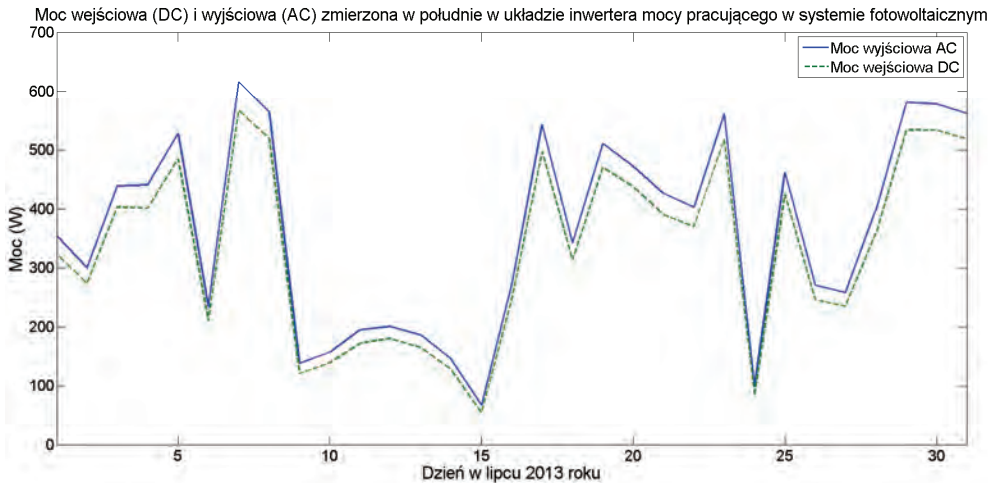
Rys. 3.58. Zmiany temperatury powietrza zmierzone na zewnątrz i wewnątrz eksperymentalnego biurowca CTE (korzystającego ze złożonej sieci technologii produkcji, akumulacji i dystrybucji energii) w styczniu 2013 r.



Rys. 3.59. Zmiany względnego współczynnika wyrażającego relację między energią dostarczoną i wymaganą przez eksperymentalny budynek CTE do zachowania w jego wnętrzu warunków komfortu termicznego w styczniu 2013 r.



Rys. 3.60. Natężenie promieniowania słonecznego, temperatura powietrza oraz temperatura panelu fotowoltaicznego zmierzone w lipcu 2013 r. na eksperymentalnym stanowisku do badania możliwości wykorzystania technologii fotowoltaicznych w kształtowaniu bilansu energetycznego budynków

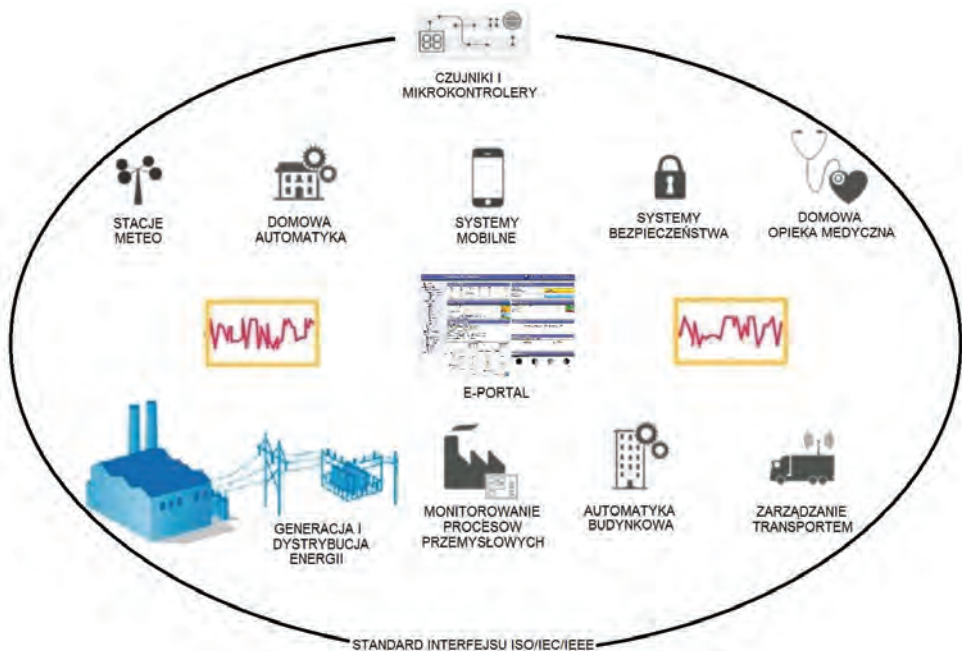


Rys. 3.61. Dane eksperymentalne zmierzone na wejściu i wyjściu inwertera mocy pracującego w instalacji badawczego stanowiska systemów fotowoltaicznych

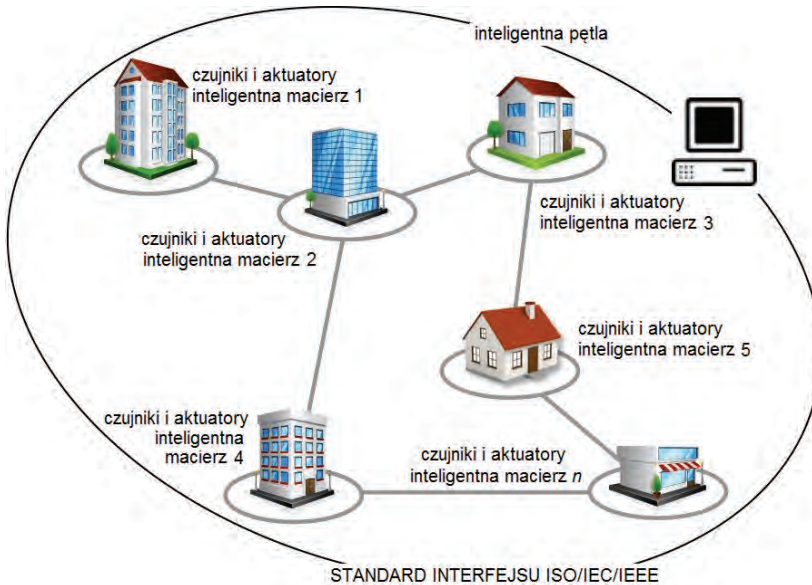
Problem w omawianej klasie zagadnień praktycznych polega na tym, że zarządzanie strumieniem energii w sieci, to zaledwie jedno z zadań koniecznych do realizacji w tego typu strukturach, co sprawia, że przy wzroście liczby funkcjonalności i liczby użytkowników klasyczne metody i narzędzia opisu systemów, a także samo podejście

redukcjonistyczne, stają się nieadekwatne do zastanej ich złożoności strukturalno-funkcjonalnej. Szczególnie widoczne staje się to na jeszcze wyższym poziomie organizacji systemu, gdzie nie tylko przybywa węzłów odpowiadających kolejnym budynkom, lecz realizowanym czy możliwym do zrealizowania funkcjonalnościami, tworzącym sieciowy wzorzec współzależności (rys. 3.62), a dalej pewną topologię inteligentnego miasta, osiedla, społeczności, itp. (rys. 3.63).

Adaptacja nauki o sieciach złożonych do schematu poznawczego w metrologii przynosi metodologiczną zmianę w sposobie analizowania sieci już operujących, ale także tych nowo projektowanych. Interesującym tego przykładem może być rozwijanie koncepcji inteligentnych sieci energetycznych (ISE) w międzynarodowej notacji określanej jako *smart grid*. Pojęcie smart grid, zgodnie z pierwotną definicją Amina i Wollenberga [11], obejmuje pełne spektrum systemów elektrycznych, poczynając od generacji, przez transport i dystrybucję, aż po zagadnienia dostarczenia energii. Pozostając w zgodzie z różnymi definicjami, ISE obejmuje dwa kluczowe elementy: przetwarzanie danych i sieć komunikacyjną. Można też w skrócie powiedzieć, iż tym co charakteryzuje inteligentną sieć energetyczną jest istnienie przepływu danych i informacji między dostawcą i odbiorcą, równoległe względem strumienia energii [388].



Rys. 3.62. Pętla inteligentnej realizacji zadań monitorowania i sterowania w sieciowej strukturze systemu złożonego (np. dla skali rozważanego obiektu – budynek, system energetyczny, miasto) zintegrowana wspólnym protokołem interfejsu zgodnym ze standardem ISO/IEC/IEEE (np. [258, 294, 396, 482])

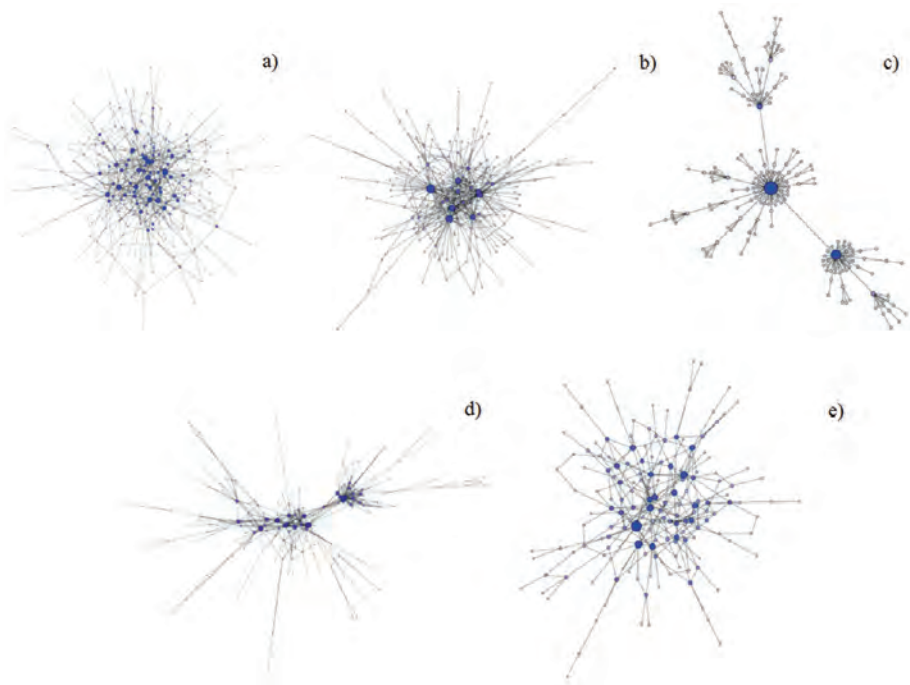


Rys. 3.63. Koncepcja zoptymalizowanego zarządzania inteligentnymi budynkami w wybranej skali (przestrzennej, liczby elementarnych obiektów itp.) systemu, wykorzystująca inteligentne macierze czujników i akuatorów skomunikowanych w sieci za pomocą powszechnego standardu ISO/IEC/IEEE

Oryginalne podejście w funkcjonowaniu sektora energetyki wyraża się większą decentralizacją sieci dystrybucyjnych, szerszym zakresem i niehomogenicznością sieciowych funkcji (producent, konsument, prosument) oraz świadczonych usług, innym niż dotychczas rozkładem fizycznych (elektrycznych) parametrów kwantyfikujących elektryczne charakterystyki systemu (możliwość lokalnej produkcji energii przesuwa dominujące akcenty podsystemów i elementów infrastruktury z pracy w zakresie wysokonapięciowym do nisko- i średnionapięciowego [326, 328, 329]), co przekłada się na specyficzne wymogi względem sieciowej architektury, bezpieczeństwa w sieci, a także metod i narzędzi jej zarządzania. Biorąc pod uwagę pragmatyczne aspekty ISE, nawiązujące swą istotą do zgodności z wymogami społeczno-ekologicznymi, rodzą się pytania, na przykład o to jak przebudować lub zaprojektować zupełnie nową sieć elektryczną, przystosowaną do korzystania ze źródeł energii odnawialnej, których wyjście fluktuuje w zależności od pogody, w jaki sposób radzić sobie z rosnącymi potrzebami elektrycznej motoryzacji, w jaki sposób uczynić sieć odporną na zamierzone ataki, albo też w jaki sposób zmniejszyć prawdopodobieństwo nastąpienia kaskadowo postępujących uszkodzeń i tzw. blackoutów?

Przejsięcie do dziedziny abstrakcji teorii grafów i sieci złożonych staje się coraz bardziej atrakcyjne w procesie poszukiwania odpowiedzi na postawione pytania. Stosując systematykę o rodowodzie w teorii sieci złożonych, a także zdefiniowane dla

niej miary, prowadzi się pod tym kątem inwentaryzację istniejących już sieci energetycznych, uzupełniając wnioski o analizy prowadzone z modelami systemów i wygenerowanych w nich danych syntetycznych [2, 92, 97, 329, 335, 446]. Między innymi, korzystając z podstawowych modeli sieci złożonych (patrz przykładowy rys. 3.64), prowadzi się badania nad zdefiniowaniem optymalnej struktury sieciowej, przyjmując za kryteria w takich analizach systemowych, np. wielopłaszczyznowo rozumianą efektywność, elastyczność czy odporność systemu postrzeganego w sposób integralny. Prócz poszukiwania idealnego rozkładu stopnia węzłów czy modularności sieci, długości ścieżki czy międzywęzłowej centralności węzłów, pod uwagę bierze się także miary opisujące koszty ustanowienia nowych węzłów i połączeń, koszty okablowania, także w sytuacji redundantności połączeń, odporność czy ryzyko kaskadowego rozprzestrzeniania się uszkodzeń itp. [76, 77, 109, 326, 328, 449]. Buduje się także modele obrazujące schematy kontrolowanego i zoptymalizowanego wzrostu analogonów złożonych sieci energetycznych (korzystając m.in. z opisywanego w rozdziale pierwszym mechanizmu preferencyjnego przyłączania), umożliwiających realizację wszystkich założeń projektowych (technicznych, społecznych i środowiskowych) [326, 327].



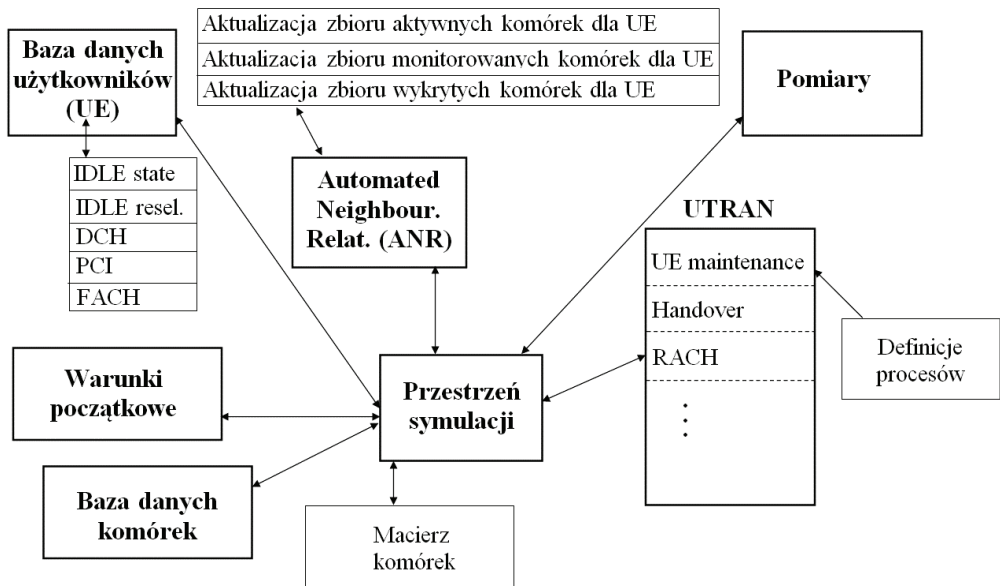
Rys. 3.64. Topologie sieci typowo wykorzystywane do analizy właściwości zoptymalizowanej, inteligentnej sieci energetycznej: a) sieć typu R-MAT, b) sieć losowa z wbudowanym mechanizmem tworzenia węzłów o rozkładzie potęgowym, c) sieć modelu kopiującego się, d) sieć modelu typu „Pałacy się las”, e) sieć Kroneckera

Podjmując problem blackout-ów, Wei i in. [449], posługując się metodami i narzędziami teorii sieci złożonych symulacyjnie, przeanalizowali mechanizmy preferencyjnej redystrybucji obciążenia uszkodzonych węzłów systemu dążącego (podobnie jak opisywano to w poprzednim rozdziale dla sieci modelującej strukturę i procesy degenerowanych mięszkowych tkanek płucnych) do punktu stabilności w jego operowaniu, opierając się na różnych standardach sieciowych magistral sformułowanych przez towarzystwo IEEE (ang. *Institute for Electrical and Electronics Engineers*) oraz na charakterystyce europejskiej sieci energetycznej.

Badanie procesów zachodzących w złożonej sieci elektrycznej w reżimie nauki o sieciach jest z jednej strony atrakcyjne, choćby z perspektywy dostępnych w jej ramach metod i narzędzi (zrelacjonowanych w rozdziałach pierwszym i drugim), a co za tym idzie potencjalnego, oryginalnego wglądu w strukturę i funkcję systemów, jednakże z drugiej stawia przed problemem o metrologicznym rodowodzie. Dla przykładu, interpretacja topologicznie postrzeganej odległości czy drogi/ścieżki w sieci jako liczba połączeń w zastosowaniu do układów fizycznych staje się niewystarczająca. Wynika to z obowiązywania w rozważanych obwodach elektrycznych fundamentalnych praw Kirchhoffa i Ohma. Stąd też próby uregulowania tego zagadnienia przez wprowadzenie indeksu macierzy odległości elektrycznej (ang. *electrical distance matrix*) [180] czy macierzy zredukowanej odległości elektrycznej (ang. *reduced electrical distance matrix*) [373]. Na bardziej ogólnym poziomie rozważań dochodzimy jednak do spostrzeżenia, że zastosowane do pomiaru sieciowej odległości miary oraz ich interpretacje mogą różnić się w zależności od natury obiektu, podobnie jak w opisywanym w rozdziale 3.2 przykładzie kwantyfikacji elastyczności tkankowej. Rodzi się zatem fundamentalne pytanie o wielkości podstawowe, niezmiennicze w metrologii motywowanej nauką o sieciach złożonych w ujęciu zjawisk fizycznych, rodzaju obiektów itd., lub inaczej w metrologii adaptującej sieć złożoną w swym schemacie poznawczym rodzi się pytanie o wzorce i odpowiadający im system miar (jednostek podstawowych i pochodnych).

Dość przewrotnie można zauważyć, iż rozległość współczesnych sieci technicznych jest następstwem wzmoczonego rozprzestrzeniania się wiedzy i technologii, wynikającego z budowania coraz rozleglejszych struktur sieciowych o różnej naturze i funkcjach, nastawienia społecznego i rynkowego do upowszechniania dóbr i wzrostu cywilizacyjnego. Sztywna do niedawna i hierarchiczna struktura sieci energetycznej funkcjonowała w izolacji z siecią telekomunikacyjną dopóki nie nastąpił postęp w bezprzewodowej transmisji informacji. Niewątpliwie zainicjowało to postęp w dziedzinie telekomunikacji bezprzewodowej, która czerpiąc z obserwacji struktur żywych w swej kolejnej ewolucji, tj. technologii LTE, zaczęła rozważać, a następnie wdrażać mechanizmy samoorganizacji, samooptymalizacji, samonaprawiania itp. [220, 352, 423]. Zalety takiego podejścia występują zarówno po stronie użytkownika, jak i operatora, wyrażając się zwiększeniem zakresu dostępnych usług, poprawą jakości usług, zmniejszeniem zużycia energii, poprawą bezpieczeństwa danych użytkow-

ników w sieci, ułatwieniem zarządzania tak złożonymi systemami. W końcu dostrzeżono analogie między różnymi rodzajami sieci technicznych, a postulat zaopatrywania struktur technicznych w sztuczną inteligencję prowadzi do ich integracji. Wyraża się to między innymi splotem warstwy dystrybucyjnej i komunikacyjnej w systemach inteligentnej sieci energetycznej. Mając jednak na względzie potrzeby współczesnego rynku telekomunikacyjnego, wciąż rozwija się nowe technologie – czego przykładem są działania gremiów 3GPP na rzecz opracowania i standaryzacji technologii piątej generacji (5G), udoskonalając już istniejące. Nie jest bowiem tajemnicą, że w praktyce rynku telekomunikacyjnego obsługę klienta prowadzi się w infrastrukturze łączącej technologie najnowsze z ich poprzednikami, tj. GSM, WCDMA, LTE. Każda z nich ma swoją specyfikę, co implikuje osobliwe schematy sieciowych pomiarów, a dalej sieciowego zarządzania usługami i infrastrukturą (rys. 3.65). Tak więc kwestie zarządzania i projektowania sieci o dużych pojemnościach i przepustowościach, to jest zdolnych do minimalnie awaryjnego dostarczenia maksymalnego zakresu usług, możliwie największej liczbie abonentów, wydają się kluczowe dla badaczy i inżynierów pracujących w tak zdefiniowanym obszarze wiedzy. Nie jest zatem przypadkiem, że projektuje się wieloskalowe modele sieci telekomunikacyjnych, implementujących niehomogeniczność technologiczną, strukturalną, zakresu usług, geograficzną itd., zdolne do imitowania procesów zachodzących w rzeczywistych sieciach telekomunikacyjnych [220].



Rys. 3.65. Przykład schematu symulatora poziomu systemowego implementującego wybrane zadania w bezprzewodowej sieci telekomunikacyjnej WCDMA, adaptującego funkcjonalność sieci SON (ang. *Self-Organized/Self-Optimized Networks*); po więcej szczegółów patrz [220]

Trzeba także zauważyć, że bezprzewodowe sieci telekomunikacyjne są kolejnym ciekawym obiektem pod kątem eksploracji systemów złożonych. Jest tak choćby dlatego, że zupełnie inną skalę czasu przypisuje się procesom związanym z bilansowaniem liczby abonentów w sieci, niż zjawiskom nawiązywania czy kończenia połączenia, korzystania z wybranej usługi, zmianą warunków mobilności, dynamiką uwarunkowań fizycznych determinujących jakość transmisji sygnału radiowego itp. [220]. Ich wrodzoną właściwością jest zatem duża dynamika w kontekście rekonfiguracji strukturalnej i świadczonych usług, co lokuje się w jądrze kluczowych zagadnień dla metrologii adaptującej teorię sieci złożonych – jak kwantyfikować i optymalizować dynamiczną ewolucję rekonfigurującej i rozrastającej się sieci o pewnej zmienności zachowań wyróżnionych węzłów? Pomiar w sieci, ich raportowanie, interpretacja na rzecz zautomatyzowanego zarządzania złożoną strukturą, to kolejny wymiar zadań mocno skojarzonych z samą metrologią i miernictwem. Sieci telekomunikacyjne działają w pewnej przestrzeni fizycznej o zdefiniowanych właściwościach, których rzutowanie na dziedzinę abstrakcji sieci złożonych stanowi przyczynek do translacji miar sieciowych i poszukiwanych w ich obrębie wzorców i jednostek miar [14, 120, 155].

Ukazany wycinek praktycznych zagadnień dotyczących sieci technicznych pokazuje tendencję polegającą na nieustannej zmianie, tj. doskonaleniu operowania w tego rodzaju strukturach, mimo że niezmiennie następuje pożądany społecznie i rynkowo rozrost ich rozmiarów i zakresu funkcjonalności. W efekcie sieci techniczne zaczynają się niejako przeplatać. Mianowicie sieci czujników stały się częścią sieci telemedycznej, domowej infrastruktury lub na jeszcze wyższym poziomie organizacji – sieci telekomunikacyjnej. Ta z kolei może pełnić rolę warstwy inteligentnej sieci energetycznej itd. Aktualnie obserwujemy tendencję do dalszej unifikacji natury sieci spotykanych w praktyce, sieci techniczne podlegają integracji z sieciami społecznymi, przybierając formułę tzw. Internetu rzeczy (ang. *Internet of Things*). Wymagane w tym wypadku architektura i protokół komunikacji powinny umożliwić współdziałanie w strukturze sieciowej teoretycznie dowolnej liczby elementów, realizujących dowolnie zdefiniowane zadania na rzecz użytkownika. Pytania zasadnicze, np. w jaki sposób zorganizować taki system oraz w jakich schematach nim zarządzać, kwantyfikując wieloskalowe tendencje przestrzenne i czasowe, pozostaje otwarte. Nie jest jednak przypadkowe metodologiczne dążenie do wyróżnienia w takich sieciach rzeczywistych należnej im abstrakcyjnej dziedziny reprezentacji, wraz z wzorcami i należnym systemem miar opartym na właściwościach niezmienniczych. W tym sensie metrologia implementująca w swym schemacie poznawczym koncepcje o rodowodzie w teorii sieci złożonych, ze swoimi metodami i narzędziami badania systemów złożonych, stanowi oryginalne ujęcie problemu przynoszące efekty poznawcze w postaci nowych teorii, faktów i ich interpretacji, a w końcu zastosowań.

Podsumowanie

W monografii zaproponowano adaptację zasad nauki o sieciach złożonych na potrzeby procesu poznawczego w metrologii. Słuszność takiej czynności uzasadniono, wskazując na przydatność pojęcia sieci złożonych do ilościowego i jakościowego wnioskowania o obiektach. W szczególności postawiono i udowodniono tezę, że teoria pomiaru, korzystając z abstrakcyjnej konstrukcji sieci złożonej, umożliwia głębsze i pełniejsze zrozumienie otaczającej rzeczywistości, postrzeganej jako system złożony. A więc zakłada się identyfikację elementów/właściwości układów fizycznych, utożsamianych z węzłami sieci, oraz zachodzących między nimi relacji, a dalej stosowanie do takich konstrukcji sieciowych miar. Proponowane podejście nie wyklucza dotychczasowych osiągnięć teorii pomiaru, a tylko postuluje użycie alternatywnego sposobu postrzegania obiektów – w pojęciu autora, do dalszego rozwoju sieciowych metod jakościowego i ilościowego opisu świata wcześniejsze teorie są wręcz niezbędne. Po pierwsze dlatego, że są one elementami nauki o sieciach, a po wtóre ponieważ stanowią „punkt odniesienia” dla weryfikacji oryginalnych struktur sieciowych. Nie można powiedzieć przecież w sposób fundamentalny, iż światem są sieci, choćby z tego względu, że jak uzasadniano w rozdziale drugim konstrukcja sieci ma charakter dyskretny, podczas gdy otaczająca rzeczywistość w niemalym stopniu wykazuje naturę analogową, np. sygnały w przyrodzie generowane i opisywane są jako analogowe i w ten sposób rejestrowane są przez odbiorcę informacji (obserwatora), bo tak skonstruowane są zmysły człowieka. Nie sposób jednak zanegować prawdziwości sieciowych relacji w obserwowanym świecie – nawet graf procesu poznawczego w metrologii (patrz rys. 0.2 we Wstępie) zdradza swe sieciowe uwarunkowania, a następnie można próbować wyrazić miejsce nauki o pomiarach w globalnym pojęciu nauki właśnie przez pryzmat pojęć zidentyfikowanych dla systemów złożonych, takich jak np. hierarchia, umiejscowienie itd.

Przedstawiane w kolejnych rozdziałach monografii zagadnienia teoretyczne i praktyczne przynoszą odpowiedź na pytanie, dlaczego opis ilościowy i/lub jakościowy sieciowej anatomii jest tak istotny dla naukowego poznania otaczającej rzeczywistości. Mianowicie struktura zawsze pozostaje w relacji z funkcją/-ami. Stwierdzenie takie jest spostrzeżeniem o zasadniczym znaczeniu dla współczesnych pomiarów (ich teorii i praktyki), stojących przed wyzwaniem związanym z monitorowaniem i pre-

dykcją budowy oraz eksploatacji dużych konstrukcji systemowych, tj. inteligentne miasto, Internet rzeczy (ang. *Internet of Things* – IoT), spersonalizowane, globalne usługi medyczne itd., korzystających z takich podsystemów jak system komunikacji (bezprowodowej), sieci czujników (bezprowodowe), drzewiasta struktura kanalików oddechowych itd. Celowo wskazano przy tym na pojęcie bezprowodowy – podkreśla ono fakt, że w ujęciu narzędzi poznania w metrologii, w praktyce sieci niekoniecznie muszą mieć jawną realizację fizyczną, tzn. złożona, sieciowa natura może przejawiać się równie dobrze w układzie okablowania, jak i w warstwie logicznej sieci telekomunikacyjnej. Inaczej mówiąc, abstrakcyjne pojęcie sieci wbudowane w teorię pomiaru dotyczy wszystkich układów, w których można wyróżnić elementy składowe oraz zachodzące między nimi relacje. Tym samym metrologia i miernictwo, operując abstrakcyjnym pojęciem sieci w obrębie systemu złożonego powinny odszukiwać elementów struktury, relacji między nimi, identyfikować wynikłe z tego funkcje, kwantyfikując ich charakterystyki.

Sieci złożone, a więc także układy fizyczne o naturze sieciowej, bardzo długo opierały się opisowi teoretycznemu, sprowadzającemu ich funkcjonowanie do zbioru prostych wzorów i reguł. Nawet dzisiaj wielokrotnie jedynym narzędziem do ich analizy pozostają symulacje komputerowe. Monografia ukazuje użyteczność takiego podejścia w postaci zbudowanych przez autora kompleksowych modeli symulacyjnych układu oddechowego i systemu telekomunikacji bezprowodowej WCDMA z wbudowaną funkcjonalnością samoorganizacji (SON), scharakteryzowanych w rozdziale trzecim. Postępem w analizie złożonych układów sieciowych okazały się prace Erdősa i Rényego [116, 117], wprowadzające do opisu sieci element przypadkowości i identyfikujące proces perkolacyjnego przejścia fazowego. Warto przy tej okazji zaakcentować metodę analiz zastosowaną przez tych dwóch węgierskich matematyków, którzy zakładając, że sieci powstają w sposób losowy, zamiast badać pojedynczy przypadek, utworzyli cały zbiór sieci (zespół statystyczny). Ściślej mówiąc, konsekwencje dla procesu poznania polegają na tym że, pracując z abstrakcyjnymi strukturami sieci, możliwe jest odkrywanie fundamentalnych praw rządzących sieciami, a następnie weryfikowanie ich w odniesieniu do przykładów systemów fizycznych – analogia do wykorzystywanej w teorii pomiaru metodologii modelowania matematycznego systemów [169, 299, 300, 349]. W ten sposób, metoda analizy zaproponowana przez Erdősa i Rényego umożliwiła badania nad propagacją informacji w sieci, doprowadzając m.in. do zrozumienia mechanizmów rozprzestrzeniania się infekcji lub plotki czy wybuchu epidemii albo paniki. Uzasadnia to także słuszność wysiłków podjętych przez autora w obszarze modelowania matematycznego sieciowych struktur wybranych obiektów (proces oddychania, sieć WCDMA z wbudowaną funkcjonalnością samoorganizacji, inteligentny dom efektywny energetycznie). Były (czytaj rozdział trzeci) i będą one podstawą studiów sieciowych mechanizmów działających w obrębie struktur tych obiektów, przynosząc wkład do głębszego i pełniejszego ich poznania, a dalej efektywniejszego projektowania, monitorowania, predykcji i zarządzania.

Prócz podejścia polegającego na identyfikacji sieciowej struktury systemów i kwantyfikacji ich cech z użyciem miar sieciowych streszczonych w rozdziale pierwszym, możliwe jest bezpośrednie operowanie na danych pomiarowych z zastosowaniem narzędzi o rodowodzie w sieciach złożonych. Jak pokazano to w rozdziale drugim, dostępne są transformacje wprost ($M: \mathcal{F} \rightarrow \mathcal{G}$) i odwrotna ($M^{-1}: \mathcal{G} \rightarrow \mathcal{F}$) między szeregiem czasowym i siecią złożoną. Realizacja przejścia $M: \mathcal{F} \rightarrow \mathcal{G}$ jest równoznaczna z udostępnieniem zestawu sieciowych miar z rozdziału pierwszego. Co więcej, operowanie na danych pomiarowych przywiodło do sformułowania metody rekonstrukcji sieci korzystającej z właściwości rekurencji stanów układu złożonego – patrz opisana w rozdziale 2.2 teoria sieci rekurencyjnych oraz odpowiadających jej narzędzi diagramów rekurencyjnych i rekurencyjnej analizy ilościowej (RQA). Sformułowana tutaj reprezentacja macierzowa – macierz rekurencji \mathbf{R} – jest przypadkiem tzw. macierzy sąsiedztw \mathbf{A} , tj. alternatywnego do graficznego trybu reprezentacji sieci złożonych. Trzeba przyznać, że ten sposób „kodowania” cech sieci złożonych otwiera nowe możliwości, jak chodzi o badanie właściwości tego rodzaju struktur i pomiar charakterystyk złożonych układów fizycznych. Po pierwsze, ułatwia reprezentację sieci w pamięci komputera, przyczyniając się do rozwoju metod symulacji sieci złożonych. Po drugie, implikuje zastosowanie reguł rachunku macierzowego do analizy systemów złożonych. Może to mieć szczególne znaczenie dla poznania struktur wielowymiarowych (patrz np. sieci wielowymiarowe [52, 239]), w tym operujących na danych pomiarowych o różnych kontekstach. Przykłady aplikacji wskazanego podejścia do zarejestrowanych zbiorów próbek pomiarowych zamieszczono w rozdziale trzecim.

Rozważane w monografii zagadnienie wykorzystania teorii sieci złożonych do udoskonalenia procesu poznawczego w metrologii zilustrowano licznymi przykładami zastosowań. Pośród nich znajdują się opracowania autorskie, nie dotyczące ogólnej teorii sieci złożonych, a tytułowej adaptacji tej nauki na potrzeby metrologii, włączając przykłady zastosowań dla wybranych obiektów medycznych i technicznych oraz konkluzje o charakterze ogólnym odnoszące się do badanej klasy układów i wynikające z realizacji takiej procedury. Wyniki zawarte w monografii, odwołujące się także do opublikowanych prac autora, obejmują przede wszystkim:

- opracowanie metody modelowania i symulacji złożonych układów sieciowych o topologii drzewiastej – przykładowo omówiono budowę kompleksowego modelu mechaniki oddychania,
- zaprojektowanie metody czasowo-częstotliwościowej fuzji danych pomiarowych do oceny sieciowej funkcji płuc wzbogaconą techniką przerywanego przepływu powietrza (ang. *Enhanced Interrupter Technique* – EIT),
- implementację sztucznej sieci neuronowej w zadaniu efektywnego (szybkiego, wieloparametrowego, dokładnego i powtarzalnego) wnioskowania na temat mechaniki oddychania w metodzie EIT,

- opracowanie sprzętowego modułu do oceny mechaniki oddychania wzbogaconą metodą przerwaniową, przystosowanego do pracy w sieci systemu telemedycznego,
- udowodnienie złożonej, sieciowej natury mechanizmu generacji sygnałów oddechowych w układzie centralnego generatora oddechowego oraz zaproponowanie metody jego jakościowej i ilościowej oceny,
- wykazanie wrażliwości indeksu wykładnika prawa potęgowego na detekcję stanów chorobowych płuc; współczynnik ten porównano z innymi miarami stosowanymi do charakteryzacji systemów złożonych, np. wykładnikiem Lapunowa, wymiarem pojemnościowym, wymiarem korelacyjnym, indeksem α w algorytmie beztrendowej analizy fluktuacyjnej (DFA), entropią aproksymowaną (*AppEn*) i entropią próbkowaną (*SampEn*), dla wybranych spośród nich, projektując tryb pracy z przesuwym oknem,
- udokumentowanie złożonej, bezskalowej natury procesów oddychania w otoczeniu krytycznych zdarzeń sennych,
- opracowanie metody detekcji i wskazanie przesłanek do predykcji krytycznych zdarzeń sennych, wykorzystujących sieciowe narzędzia charakteryzacji sygnałów rejestrowanych podczas polisomnografii,
- interpretację mechanizmu generacji krytycznych zdarzeń sennych w kontekście dynamicznej reorganizacji sieciowej struktury połączeń układu oddechowego jako podsystemu organizmu człowieka,
- zaprojektowanie i zrealizowanie biblioteki programowej COMPASS Toolbox, przeznaczonej do pomiaru charakterystyk systemów złożonych z wykorzystaniem zweryfikowanych algorytmów i przystosowanej do operowania na dużych zbiorach danych pomiarowych,
- opracowanie ogólnej koncepcji monitorowania progresji patologii organizmu człowieka, personalizującej pomiary i wnioskowanie medyczne przez zastosowania sieciowych reguł charakteryzacji systemów złożonych,
- specyfikacja wymagań technicznych dotyczących wbudowania funkcjonalności samoorganizacji sieci (SON) do bezprzewodowej sieci telekomunikacyjnej WCDMA,
- zbudowanie systemowego symulatora bezprzewodowej sieci telekomunikacyjnej WCDMA z wbudowaną funkcjonalnością SON na potrzeby automatyzacji zarządzania jej strukturą i funkcjami, wykorzystującego informacje o zmierzonych warunkach propagacji sygnału radiowego w wybranej lokalizacji,
- zbudowanie i optymalizacja inteligentnego systemu zarządzania budynkiem efektywnym energetycznie, wyposażonego w sieciową infrastrukturę techniczną pomiarowo-komunikacyjno-kontrolną.

Przyszłe prace autora, ukierunkowane na rozwijanie postulowanej w monografii adaptacji teorii sieci złożonych do nauki o pomiarach, dotyczyć będą zarówno zagad-

nień teoretycznych o charakterze podstawowym, jak i zastosowań przynoszących pogłębioną wiedzę o wybranych obiektach, ale także innowacyjne rozwiązania o znaczeniu komercyjnym. Wśród najważniejszych zadań wymienić można:

- analizę podstawowych praw rządzących sieciami złożonymi, według badań symulacyjnych i danych pomiarowych zarejestrowanych na stanowiskach badawczych oraz w sieciach przemysłowych i społecznych,
- zdefiniowanie pojęć błędu i niepewności pomiarów korzystających z sieciowej systematyki i sieciowych miar,
- rozwijanie analitycznych metod sieci złożonych, uwzględniających i rozszerzających zastosowanie rachunku macierzowego,
- doskonalenie ogólnych metod modelowania i symulacji sieci złożonych,
- rozwijanie narzędzi analizy danych eksperymentalnych, opartych na transformacji wprost i odwrotnej szereg czasowy-sieć złożona,
- projektowanie i zarządzanie optymalnymi sieciami złożonymi, w tym sieciami ewoluującymi strukturalnie i funkcjonalnie,
- poprawę odporności sieci na zakłócenia/uszkodzenia (ich propagację) oraz efektywności dystrybucji informacji w sieciach,
- opracowanie metod redukcji bardzo dużych sieci złożonych do ich reprezentacji uproszczonej, określenie pojęcia granicy sieci złożonej,
- analizę procesów sieciowych jako funkcję dynamiki połączeń i/lub węzłów,
- analizę pracy sieci w warunkach asynchroniczności,
- identyfikację systemów o strukturze sieciowej, identyfikację informacji w sieci,
- wykorzystanie konstrukcji sieci złożonej z węzłami i połączeniami jako argumentami o różnych kontekstach do opracowania zasad pomiaru operującego na argumentach różnokontekstowych,
- prace poznawcze w obrębie wybranych obiektów o naturze sieciowej,
- aplikację pomiarów wykorzystujących teorię sieci na potrzeby rozwoju praktycznych systemów złożonych i ich przyszłych koncepcji, w tym m.in.: spersonalizowana medycyna, inteligentne sieci energetyczne, inteligentne miasto, sieci pomiarowe itd.,
- opracowanie ogólnych zasad projektowania, budowania, monitorowania i zarządzania systemami złożonymi, wykorzystujących adaptację pojęcia sieci złożonych do zadań pomiarowych.

Przedstawione treści dowodzą uniwersalnego charakteru proponowanego przez autora podejścia, wskazując na możliwość zidentyfikowania jego dalszych analogii względem nauk teoretycznych i stosowanych, przyczyniających się do postępu poznawczego wykorzystującego narzędzia metrologii.

Literatura

- [1] AKOUMIANAKI E., MAGGIORE S.M., VALENZA F., BELLANI G., JUBRAN A., LORING S.H., PELOSI P., GUÉRIN C., PATRONITI N., RANIERI V.M., GATTINONI L., NAVA S., TERRAGNI P.P., PESENTI A., TOBIN M., MANCEBO J., BROCHARD L., *The application of esophageal pressure measurement in patients with respiratory failure*, American Journal of Respiratory and Critical Care Medicine, 2014, Vol. 189, No. 5, 520–531.
- [2] ALBERT R., ALBERT I., NAKARADO G.L., *Structural vulnerability of the north American power grid*, Physical Review E, 2004, Vol. 69, No. 2, 025103.
- [3] ALBERT R., JEONG H., BARABÁSI A.-L., *Diameter of the World Wide Web*, Nature, 1999, Vol. 401, 130–131.
- [4] ALBERT R., JEONG H., BARABÁSI A.-L., *The Internet's Achilles' heel: error attack tolerance in complex networks*, Nature, 2000, Vol. 406, 378–382.
- [5] ALEKSIEJUK A., HOLYST J.A., KOSSINETS G., *Self-organized criticality in a model of collective bank bankruptcies*, International Journal of Modern Physics C, 2002, Vol. 13, 333–341.
- [6] ALENCAR A.M., BUTLER J.P., MIJAILOVICH S., *Thermodynamic origin of cooperativity in actomyosin interactions: the coupling of short-range interactions with actin bending stiffness in an Ising-like model*, Physiavla Review E, 2009, Vol. 79, No. 4, 041906.
- [7] ALTAREV I., BABCOCK E., BECK D., BURGHOFF M., CHESNEVSKAYA S., CHUPP T., DEGENKOLB S., FAN I., FIERLINGER P., FREI A., GUTSMIEDL E., KNAPPE-GRÜNENBERG S., KUCHLER F., LAUER T., LINK P., LINS T., MARINO M., MCANDREW J., NIESSEN B., PAUL S., PETZOLDT G., SCHLÄPFER U., SCHNABEL A., SHARMA S., SINGH J., STOEPLER R., STURM M., TAUBENHEIM B., TRAHMS L., VOIGT J., ZEHLAU T., *A magnetically shielded room with ultra low residual field and gradient*, Review of Scientific Instruments, 2014, Vol. 85, No. 7, 075106.
- [8] American Academy of Sleep Medicine Task Force, *Sleep-related breathing disorders in adults: recommendations for syndrome definition and measurement techniques in clinical research*, Sleep, 1999, Vol. 22, No. 5, 667–689.
- [9] AMIN S.D., MAJUMDAR A., FREY U., SUKI B., *Modeling the dynamics of airway constriction: effects of agonist transport and binding*, Journal of Applied Physiology, 2010, Vol. 109, 553–563.
- [10] AMIN S.M., GIACOMONI A.M., *Smart grid as a dynamical system of complex networks: a framework for enhanced security*, Proceedings of the 18th IFAC World Congress, Milan, Italy, August/September 2011, 526–531.
- [11] AMIN S., WOLLENBERG B.F., *Toward a smart grid: power delivery for the 21st century*, IEEE Power and Energy Magazine, 2005, Vol. 3, No. 5, 34–41.
- [12] AMSTERDAMSKI S., AUGUSTYNEK Y., MEJBAUM W., *Prawo – konieczność – prawdopodobieństwo*, Książka i Wiedza, Warszawa 1969.
- [13] AMSTERDAMSKI S., *Nauka a porządek świata*, Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa 1983.
- [14] ANTONIOU P., PITSILLIDES A., *Understanding complex systems: a communication networks perspective*, Technical Report TR-07-01, Department of Computer Science, University of Cyprus, 2007, <http://pavlosantoniou.net/publications/TR-07-01.pdf>, (dostęp: 01.10.2014).

- [15] ARENAS A., DÍAZ-GUILERA A., KURTHS J., MORENO Y., ZHOU C., *Synchronization in complex networks*, Physics Reports, 2008, Vol. 496, 93–153.
- [16] AROLD S.P., SUKI B., ALENCAR A.M., LUTCHEN K.R., INGENITO E.P., *Variable ventilation induces endogenous surfactant release in normal guinea pigs*, American Journal of Physiology Lung Cellular and Molecular Physiology, 2003, Vol. 285, L370–L375.
- [17] AVERAME G., BONAVIA M., FERRI P., MORETTI A.M., FOGLIANI V., CANONICA G.W., GRASSI C., PAGGIARO P.L., ROSSI A., *Office spirometry can improve the diagnosis of obstructive airway disease in primary care setting*, Respiratory Medicine, 2009, Vol. 103, No. 6, 866–872.
- [18] ÁVILA G.M.R., GAPELYUK A., MARWAN N., WALTHER T., STEPAN H., KURTHS J., WESSEL N., *Classification of cardiovascular time series based on different coupling structures using recurrence network analysis*, Philosophical Transactions of the Royal Society A, 2013, Vol. 371 (1997), 20110623.
- [19] BAKER G.L., GOLLUB J.P., *Wstęp do dynamiki układów chaotycznych*, Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa 1998.
- [20] BARABÁSI A.-L., ALBERT R., *Emergence of scaling in random networks*, Science, 1999, Vol. 286, 509–512.
- [21] BARABÁSI A.-L., ALBERT R., JEONG H., *Scale-free characteristics of random networks: the topology of the World Wide Web*, Physica A, 2000, Vol. 281, 69–77.
- [22] BARABÁSI A.-L., *Network science*, <http://barabasilab.neu.edu/networksciencebook/downloadPDF.html> (dostęp: 01.08.2014).
- [23] BARABÁSI A.-L., *The architecture of complexity. From network structure to human dynamics*, IEEE Control Systems Magazine, 2007, Vol. 27, No. 4, 33–42.
- [24] BARBI F., BOLOGNA M., GGRIGOLINI P., *Linear response to perturbation of nonexponential renewal processes*, Physical Review Letters, 2005, Vol. 95, No. 22, 220601.
- [25] BARNES P.J., *Immunology of asthma and chronic obstructive pulmonary disease*, Nature Reviews Immunology, 2008, Vol. 8, 183–192.
- [26] BARNETT L., LIZIER J., HARRÉ M., SETH A.K., BOSSOMAIER T., *Information flow in a kinetic Ising model peaks in the disordered phase*, Physical Review Letters, 2013, Vol. 111, No. 17, 177203.
- [27] BARRAT A., BARTHÉLEMY M., PASTOR-SATORRAS R., VESPIGNANI A., *The architecture of complex weighted networks*, Proceedings of the National Academy of Science of the United States of America, 2004, Vol. 101, No. 11, 3747–3752.
- [28] BARRAT A., WEIGT M., *On the properties of small-world networks*, The European Physical Journal B., 2000, Vol. 13, 547–560.
- [29] BARZYKOWSKI J., DOMAŃSKA A., KUJAWIŃSKA M., MROCZKA J., OSOWSKI S., POLAŃSKI Z., TLAGA W., TURZANIECKA D., WINIECKI W., *Współczesna metrologia*, Wydawnictwa Naukowo-Techniczne, Warszawa 2004.
- [30] BASSETT D.S., LYNALL M.-E., *Network methods to characterize brain structure and function*, [w:] *Cognitive Neuroscience: the biology of the mind*, (wyd. 5), pod red. Gazzaniga M., Ivry R.B., Mangun G.R., W.W. Norton & Company, 2014 (w druku).
- [31] BATAGELJ V., MRVAR A., *Pajek – analysis and visualization of large networks*, [w:] *Graph drawing software*, pod. Red. Jünger M., Mutzel P., Springer, Berlin 2003, 77–103.
- [40] BATES J.H.T., *Lung mechanics. An inverse modeling approach*, Cambridge University Press, Cambridge 2009.
- [41] BATES J.H.T., *Nonlinear network theory of complex disease*, [w:] *International Conference on Complex Systems*, pod red. Bar-Yam Y., New England Complex Systems Institute, Boston, USA, 2006, 28.
- [42] BATES J.H., DAVIS G.S., MAJUMDAR A., BUTNOR K.J., SUKI B., *Linking parenchymal disease progression to changes in lung mechanical function by percolation*, American Journal of Respiratory and Critical Care Medicine, Vol. 2007, No. 176, 617–623.

- [43] BAXTER R.J., *Exactly solved models in statistical mechanics*, Academic Press, London 1989.
- [44] BEASLEY M., *UX i analiza ruchu w sieci. Praktyczny poradnik*, Helion Wydawnictwo, Gliwice 2014.
- [45] BENZI R., SUTERA A., VULPIANI A., *The mechanism of stochastic resonance*, Journal of Physics A: Mathematical and General, 1981, Vol. 14, No. 11, L453–L457.
- [46] BERGSTROM C.T., ROSVAL M., *The transmission sense of information*, Biology and Philosophy, 2011, Vol. 26, 159–176.
- [47] BERRY M.A., HARGADON B., SHELLEY M., PARKER D., SHAW D.E., GREEN R.H., BRADDDING P., BRIGHTLING C.E., WARDLAW A.J., PAVORD I.D., *Evidence of a role of tumor necrosis factor alpha in refractory asthma*, The New England Journal of Medicine, 2006, Vol. 354, 697–708.
- [48] BHUYAN M., SARMA K.K., *MIMO-OFDM channel tracking using a dynamic ANN topology*, World Academy of Science, Engineering and Technology, 2012, Vol. 71, 1321–1327.
- [49] BIANCONI G., *Entropy of network ensembles*, Physical Review E, 2009, Vol. 79, No. 3, 036114.
- [50] BIANCONI G., *The entropy of randomized network ensembles*, Europhysical Letters, 2008, Vol. 81, 28005.
- [51] BIRBAUMER M., SCHWEITZER F., *Agent-based modeling of intracellular transport*, European Physical Journal B, 2011, Vol. 82, No. 3–4, 245–255.
- [52] BOCALETTI S., BIANCONI G., CRIADO R., de GENIO C.I., GÓMEZ-GARDEÑES J., ROMANCE M., SENDIÑA-NADAL I., WANG Z., ZANIN M., *The structure and dynamics of multilayer networks*, Physics Reports, 2014, Vol. 544, 1–122.
- [53] BOCALETTI S., LATORA V., MORENO Y., CHAVEZ M., HWANG D.-U., *Complex networks: structure and dynamics*, Physics Reports, 2006, Vol. 424, 175–308.
- [54] BOLLOBÁS B., RIORDAN O., SPENCER J., TUSNADY G., *The degree sequence of a scale-free random graph process*, Random Structures Algorithms, 2001, Vol. 18, No. 3, 279–290.
- [55] BORGATTI S.P. EVERETT M.G., JOHNSON J.C., *Analyzing social networks*, Sage publications Inc., London 2013.
- [56] BORKOWSKI J., *Metody interpolacji widma i metoda LIDFT w estymacji parametrów sygnału wieloczęstotliwościowego*, Oficyna Wydawnicza Politechniki Wrocławskiej, Wrocław 2011.
- [57] BÖRLIN C.S., LANG V., HAMACHER-BRADY A., BRADY N.R., *Agent-based modeling of autophagy reveals emergent regulatory behavior of spatio-temporal autophagy dynamics*, Cell Communication and Signaling, 2014, Vol. 12, No. 1, 56.
- [58] BOX G.E.P., JENKINS G.M., REINSEL G.C., *Time series analysis: forecasting and control*, John Wiley & Sons, Inc., New Jersey 2008.
- [59] BRAY D., *Molecular networks: the top-down view*, Science, 2003, Vol. 301, 1864–1865.
- [60] BRILLOUIN L., *Science and Information Theory*, Academic Press, New York 1962.
- [61] BROEDERSZ C.P., MACKINTOSH F.C., *Modeling semiflexible polymer networks*, Review of Modern Physics, 2014, 86, 995–1036.
- [62] BRUCE E.N., *Temporal variations in the pattern of breathing*, Journal of Applied Physiology, 1996, Vol. 80, No. 4, 1079–1437.
- [63] BRYAN S.A., O’CONNOR B.J., MATTI S., LECKIE M.J., KANABAR V., KHAN J., WARRINGTON S.J., RENZETTI L., RAMES A., BOSK J.A., BOYCE M.J., HANSEL T.T., HOLGATE S.T., BARNES P.J., *Effects of recombinant human interleukin-12 on eosinophils, airway hyperresponsiveness, and the late asthmatic response*, Lancet, 2000, Vol. 356, 2149–2153.
- [64] BULDYREV S.V., *Fractals in biology*, [w:] *Encyclopedia of complexity and systems science*, Meyers R.A. (Ed.), Springer, New York 2009, 3779–3802.
- [65] BULLMORE E., SPORNS O., *Complex brain networks: graph theoretical analysis of structural functional systems*, Nature Reviews Neuroscience, 2009, Vol. 10, No. 3, 186–198.
- [66] BULLOCK R., DECKRO R., *Foundations for system measurement*, Measurement, 2006, Vol. 39, 701–709.

- [67] BUNDE A., HAVLIN S. (red.), *Fractal and disordered systems*, Springer-Verlag, Berlin 1996.
- [68] BUNDE A., HAVLIN S. (red.), *Fractals in science*, Springer-Verlag, Berlin 1994.
- [69] BURGHOF M., *The human biomagnetic field-measurement and diagnostic application*, Materiały VII Sympozjum „Modelowanie i Pomiary w Medycynie”, Krynica, 8–12 maja 2005, 13–19.
- [70] CALL R.S., WARD G., JACKSON S., PLATTS-MILLS T.A., *Investigating severe and fatal asthma*, Journal of Allergy and Clinical Immunology, 1994, Vol. 94, 1065–1072.
- [71] CAMPANHARO A.S.L.O., SIRER M.I., MALMGREN R.D., RAMOS F.M., AMARAL L.A.N., *Duality between time series and networks*, Plos One, 2011, Vol. 6, No. 8, e23378.
- [72] CAMPILLOS M., KUHN M., GAVIN A.C., JENSEN L.J., BORK P., *Drug target identification using side effect similarity*, Science, 2008, Vol. 321, 263–266.
- [73] CARRIÓN A., MIRALLES R., LARA G., *Measuring predictability in ultrasonic signals: an application to scattering material characterization*, Ultrasonics, 2014, Vol. 54, No. 7, 1904–1911.
- [74] CELLI B.R., MACNEE W., *Standards for the diagnosis and treatment of patients with COPD: a summary of the ATS/ERS position paper*, European Respiratory Journal, 2004, Vol. 23, 932–946.
- [75] CHAN M., CAMPO E., ESTÉVE D., FOURNIOLS J.-Y., *Smart homes – current features and future perspectives*, Maturitas, 2009, Vol. 64, 90–97.
- [76] CHANG L., WU Z., *Performance and reliability of electrical power grids under cascading failures*, Electrical Powers and Energy Systems, 2011, Vol. 33, 1410–1411.
- [77] CHEN G., DONG Z.Y., HILL D.J., ZHANG G.H., HUA K.Q., *Attack structural vulnerability of power grids: a hybrid approach based on complex networks*, Physica A, 2010, Vol. 389, 595–603.
- [78] CHEN L., CHEN W., ZHANG X., CHEN H., YANG D., *System-level simulation methodology and platform for mobile cellular systems*, IEEE Communication Magazine, July 2011, 148–155.
- [79] CHEN L., NAKAMURA M., SCHINDLER T.D., PARKER D., BRYANT Z., *Engineering controllable bi-directional molecular motors based on myosin*, Nature Nanotechnology, 2012, Vol. 7, 252–256.
- [80] CHEN W., SHUANG J., YU W., WANG Z., *Measuring complexity using FuzzyEn, ApEn and SampEn*, Medical Engineering & Physics, 2009, Vol. 31, No. 1, 61–68.
- [81] CHEN Z., REN W., GAO L., LIU B., PEI S., CHENG H.-M., *Three dimensional flexible and conductive interconnected graphene networks grown by chemical vapour deposition*, Nature Materials, 2011, Vol. 10, 424–428.
- [82] CHRISTAKIS N.A., FOWLER J.H., *The spread of obesity in a large social network over 32 years*, The New England Journal of Medicine, 2007, Vol. 357, 370–379.
- [83] COHEN R., HAVLIN S., *Scale-free networks are ultrasmall*, Physical Review Letters, 2003, Vol. 90, No. 5, 058701.
- [84] COHEN R., REEZ K., BEN-AVRAHAM D., HAVLIN S., *Breakdown of the Internet under intentional attack*, Physical Review Letters, 2001, Vol. 86, No. 16, 3682–3685.
- [85] COHEN R., REEZ K., BEN-AVRAHAM D., HAVLIN S., *Resilience of the Internet to random brekdowns*, Physical Review Lett., 2000, Vol. 85, No. 21, 4626–4628.
- [86] COLLARD H.R., MOORE B.B., FLAHERTY K.R., BROWN K.K., KANER R.J., KING T.E. Jr., LASKY J.A., LOYD J.E., NOTH I., OLMAN M.A., RAGHU G., ROMAN J., RYU J.H., ZISMAN D.A., HUNNINGHAKE G.W., COLBY T.V., EGAN J.J., HANSELL D.M., JONKOH T., KAMINSKI N., KIM D.S., KONDOH Y., LYNCH D.A., MULLER-QUERNHEIM J., MYERS J.L., NICHOLSON A.G., SELMAN M., TOEWS G.B., WELLS A.U., MARTINEZ F.J., *Acute exacerbations of idiopatic pulmonary fibrosis*, American Journal of Respiratory and Critical Care Medicine, 2007, Vol. 176, 636–643.
- [87] CONTE E., PIERALICE M., LATERZA V., LOSURDO A., SANTACROCE N., CONTE S., FEDERICI A., GIULIANI A., *Traditional and new methodology for analysis of heart rate variability: a review by physiological and clinical experimental results*, International Journal of Research and Reviews in Applied Sciences, 2012, Vol. 13, No. 1, 206–293.
- [88] Da COSTA F.L., RODRIGUEZ F.A., TRAVIESO G., VILLAS BOAS P.R., *Characterization of complex networks: a survey of measurements*, Advances in Physics, 2007, Vol. 56, No. 1, 167–242.

- [89] COVENEY P.V., FOWLER P.W., *Modelling biological complexity: A physical scientist's perspective*, Journal of the Royal Society Interface, 1989, Vol. 2, 267–280.
- [90] COWAN N.J., CHASTAIN E.J., VILHENA D.A., FREUDENBERG J.S., BERGSTROM C.T., *Nodal dynamics, not degree distributions, determine the structural controllability of complex networks*, Plos One, 2012, Vol. 7, No. 6, e38398.
- [91] CRIMI E., SPANEVELLO A., NERI M., IND P.W., ROSSI G.A., BRUSASCO V., *Dissociation between airway inflammation and airway hyperresponsiveness in allergic asthma*, American Journal of Respiratory and Critical Care Medicine, 1998, Vol. 157, 4–9.
- [92] CRUCITTI P., LATORA V., MARCHIORI M., *A topological analysis of the italian electric power grid*, Physica A, Statistical Mechanics and its Applications, 2004, Vol. 338, 92–97.
- [93] CRUTCHFIELD J., *Observing complexity and the complexity of observation*, [w:] *Inside versus outside*, pod red. H. Atmanspacher, G. Dalenoort, Springer, Berlin 1994, 235–272.
- [94] CSERMELY P., KORCSMÁROS T., KISS H.J.M., LONDON G., NUSSINOV R., *Structure and dynamics of molecular networks, a novel paradigm of drug discovery. A comprehensive review*, Pharmacology & Therapeutics, 2013, Vol. 138, 333–408.
- [96] DEWEESSE M., BIALEK W., *Information flow in sensory neurons*, Il Nuovo Cimento D, 1995, Vol. 17D, 733–741.
- [96] DIACU F., *The solution of the n-body problem*, The Mathematical Intelligencer, 1996, Vol. 18, No. 3, 66–70.
- [97] DING J., BAI X., ZHAO W., FANG Z., LI Z., LIU M., *The improvement of the small-world network model and its application research in bulk power system*, [w:] *International Conference on Power System Technology*, 2006, 1–5.
- [98] DJUKANOVIC R., WILSON S.J., KRAFT M., JARJOUR N.N., STEEL M., CHUNG K.F., BAO W., FOWLER-TAYLOR A., MATTHEWS J., BUSSE W.W., HOLGATE S.T., FAHY J.V., *Effects of treatment with anti-immunoglobulin E antibody omalizumab on airway inflammation in allergic asthma*, American Journal of Respiratory and Critical Care Medicine, 2004, Vol. 170, 583–593.
- [99] DONETTI L., HURTADO P.I., MUÑOZ M.A., *Entangled networks, synchronization, and optimal network topology*, Physical Review Letters, 2005, Vol. 95, No. 18, 188701.
- [100] DONETTI L., NERI F., MUÑOZ M.A., *Optimal network topologies: expanders, cages, Ramanujan graphs, entangled networks, and all that*, Journal of Statistical Mechanics, 2006, Vol. 8, P08007.
- [101] DONGES J.F., HEITZIK J., DONNER R.V., KURTHS J., *Analytical framework for recurrence network analysis of time series*, Physical Review E, 2012, Vol. 85, No. 4, 046105.
- [102] DONGES J.F., SCHULTZ H.C.H., MARWAN N., ZOU Y., KURTHS J., *Investigating the topology of interacting networks. Theory and application to coupled climate subnetworks*, The European Physical Journal B, 2011, Vol. 84, No. 4, 635–651.
- [103] DONNER R.V., SMALL M., DONGES J.F., MARWAN N., ZOU Y., XIANG R., KURTHS J., *Recurrence-based time series analysis by means of complex network methods*, International Journal of Bifurcation and Chaos, 2011, Vol. 21, No. 4, 1019–1046.
- [104] DONNER R.V., ZOU Y., DONGES J.F., MARWAN N., KURTHS J., *Recurrence networks – a novel paradigm for nonlinear time series analysis*, New Journal of Physics, 2010, Vol. 12, No. 3, 033025.
- [105] DÖRFLER F., BULLO F., *Synchronization in complex networks of phase oscillators: a survey*, Automatica, Vol 50, No. 6, 1539–1564.
- [106] DÖRFLER F., CHERTKOV M., BULLO F., *Synchronization in complex oscillator networks and smart grids*, Proceedings of the National Academy of Sciences of the United States of America, 2013, Vol. 110, No. 6, 2005–2010.
- [107] DOROGOVSEV S.N., MENDES J.F.F., SAMUKHIN A.N., *Structure of growing networks with preferential linking*, Physical Review Letters, 2000, Vol. 85, No. 21, 4633–4636.

- [108] DUBOIS A.B., BRODY A.W., LEWIS D.H., BURGESS B.F. Jr., *Oscillation mechanics of lungs and chest in man*, Journal of Applied Physiology, 1956, Vol. 8, 587–594.
- [109] De DURANA J.G., BARAMBONES O., KREMENRS E., VIEJO P., *Modeling smart grids as complex systems through the implementation of intelligent hubs*, Proceedings of the 7th International Conference on Informatics in Control, Automation and Robotics (ICINCO), Funchal, Portugal, June 2010, 1–6.
- [110] EBIHARA T., VENKATESAN N., TANAKA R., LUDWIG M.S., *Changes in extracellular matrix and tissue viscoelasticity in bleomycin-induced lung fibrosis. Temporal aspects*, American Journal of Respiratory and Critical Care Medicine, 2000, Vol. 162, 1569–1576.
- [111] ECKMANN J.-P., KAMPHROST S.O., RUELLE D., *Recurrence plots of dynamical systems*, Europhysics Letters, 1987, Vol. 4, No. 9, 973–977.
- [112] ECKMANN J.-P., OLIFFSON KAMPHROST S., RUELLE D., *Recurrence plots for dynamical systems*, 1987, Vol. 4, No. 9, 973–977.
- [113] ECKMANN J.-P., RUELLE D., *Ergodic theory of chaos and strange attractors*, Reviews of Modern Physics, 1985, Vol. 57, No. 3, 617–656.
- [114] EKWEVUGBE T., BROWN N., PAKKA V., FAN D., *Real-time building occupancy sensing using neural-network based sensor network*, 7th IEEE International Conference on Digital Ecosystems and Technologies, Menlo Park, USA, July 2013, 114–119.
- [115] ENEYEW E.D., RAMULU M., *Tool wear monitoring using microphone signals and recurrence quantification analysis when drilling composites*, Advanced Material Research, 2013, Vol. 711, 239–244.
- [116] ERDŐS P., RÉNYI A., *On random graphs*, Publicationes Mathematicae Debrecen, 1959, Vol. 6, 290–297.
- [117] ERDŐS P., RÉNYI A., *On the evolution of random graphs*. Publications of the Mathematical Institute of the Hungarian Academy of Sciences, 1960, Vol. 5, 17–61.
- [118] ERMAN M., MOHAMMED A., RAKUS-ANDERSSON E., *Fuzzy logic applications in wireless communications*, The 2009 International Fuzzy Systems Associations World Congress and 2009 International Conference of the European Society for Fuzzy Logic and Technology, June 2009, Lisbon, Portugal, ISBN: 978-989-95079-6-8.
- [119] EROGLU D., MARWAN N., PRASAD S., KURTHS J., *Finding recurrence networks' threshold adaptively for a specific time series*, Nonlinear Processes in Geophysics, 2014, Vol. 21, 1085, 1092.
- [120] ESTRADA E., FOX M., HIGHAM D.J., OPPO G.-L., (red.), *Network science*, Springer-Verlag, London 2010.
- [121] EULER L., *Solutio problematis ad geometriam situs pertinentis*, Commentarii Academiae Scientiarum Imperialis Petropolitanae, 1736, Vol 8, 128–140.
- [122] FACCHINI A., KANTZ H., *Curved structures in recurrence plots: the role of sampling time*, Physical Review E, 2007, Vol. 75, No. 3, 036215.
- [123] FACCHINI A., KANTZ H., TIEZZI E., *Recurrence plot analysis of nonstationary data: the understanding of curved patterns*, Physical Review E, 2005, Vol. 72, No. 2, 021915.
- [124] FAN C., LI J., WANG L., *Phase transitions, mechanical properties and electronic structures of novel boron phases under high pressure: a first principles study*, Scientific Reports, 2014, Vol. 4, 6786.
- [125] FAN H.H., KHOO M.C.K., *PNEUMA – a comprehensive cardiorespiratory model*, Proceedings of the 2nd Joint EMBS/BMES Conference, Houston, USA, 2002, 1533–1534.
- [126] FAURE P., KORN H., *A new method to estimate the Kolmogorov entropy from recurrence plots: its application to neuronal signals*, Physica D, 1988, Vol. 122, 265–279.
- [127] FAUVE S., HESLOT F., *Stochastic resonance in bistable system*, Physical Letters A, 1983, Vol. 97, No. 1–2, 5–7.

- [128] FINKELSTEIN J., CABRERA M.R., HRIPCSAK G., *Internet-based home asthma telemonitoring: can patients handle the technology?*, Chest, 2000, Vol. 117, 148–155.
- [129] FISHER R.A., *The logic of inductive inference*, Journal of the Royal Statistical Society, 1935, Vol. 98, 39–82.
- [130] FLASIŃSKI M., *Wstęp do sztucznej inteligencji*, Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa 2011.
- [131] Van FRASSEN B.C., *Scientific representation: paradoxes of perspective*, Oxford University Press, New York 2008.
- [132] FREDBERG J.J., KAMM R.D., *Stress transmission in the lung: pathways from organ to molecule*, Annual Review of Physiology, 2006, Vol. 68, 507–541.
- [133] FREY U., BRODBECK T., MAJUMDAR A., TAYLOR D.R., TWON G.I., SILVERMAN M., SUKI B., *Risk of severe asthma episodes predicted from fluctuation analysis of airway function*, Nature, 2005, 438, 667–670.
- [134] FREY U., HISLOP A., SILVERMAN M., *Branching properties of the pulmonary arterial tree during pre- and postnatal development*, Respiratory Physiology and Neurobiology, 2004, Vol. 139, 179–189.
- [135] FREY U., KRAEMER R., *Interrelationship between postocclusion pressure transients and standard lung function in healthy and asthmatic children*, Pediatric Pulmonology, 1995, Vol. 19, 379–388.
- [136] FREY U., MAKSYM G., SUKI B., *Temporal complexity in clinical manifestations of lung disease*, Journal of Applied Physiology, 2011, Vol. 110, No. 6, 1723–1731.
- [137] FREY U., MERCUS P.J.F.M. (red.), *Paediatric lung function*, European Respiratory Society Monograph, 2010, Vol. 47.
- [138] FREY U., SCHIBLER A., KRAEMER R., *Pressure oscillations after flow interruption in relation to lung mechanics*, Respiration Physiology, 1995, 102, 225–237.
- [139] FREY U., SILVERMAN M., BARABÁSI A.-L., SUKI B., *Irregularities and power law distributions in the breathing pattern in preterm and term infants*, Journal of Applied Physiology, 1998, Vol. 85, 789–797.
- [140] FREY U., SUKI B., *Complexity of chronic asthma and chronic obstructive pulmonary disease: implications for risk assessment, and disease progression and control*, Lancet, 2008, Vol. 372, 1088–1099.
- [141] FREY U., SUKI B., KRAEMER R., JACKSON A.C., *Human respiratory input impedance between 32 and 800 Hz, measured by interrupter technique and forced oscillations*, Journal of Applied Physiology, 1997, Vol. 82, No. 3, 1018–1023.
- [142] FRIES P., *A mechanism for cognitive dynamics: neuronal communication through neuronal coherence*, Trends in Cognitive Sciences, 2005, Vol. 9, No. 10, 474–480.
- [143] FRONCZAK A., FRONCZAK P., HOLYST J.A., *Average path length in random networks*, Physical Review E, 2004, Vol. 70, No. 5, 056110.
- [144] FRONCZAK A., FRONCZAK P., *Świat sieci złożonych. Od fizyki do Internetu*, Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa 2009.
- [145] FRONCZAK A., HOLYST J.A., JEDYNAK M., SIENKIEWICZ J., *Higher order clustering coefficients in Barabasi-Albert networks*, Physica A, 2002, Vol. 316, No. 1–4, 688–694.
- [146] FUCHS O., LATZIN P., CUEHNI C.E., FREY U., *Cohort profile: the Bern infant lung development cohort*, International Journal of Epidemiology, 2012, Vol. 41, No. 2, 366–376.
- [147] FUSAROLI R., KONVALINKA I., WALLOT S., *Analyzing social interactions: the promises and challenges of using cross recurrence quantification analysis*, [w:] *Translational recurrences – from mathematical theory to real world applications*, Marwan N., Riley M., Giuliani A., Webber C.L. Jr. (Eds.), Springer, Cham, 137–155.
- [148] GAJDA J., PIWOWAR P., *Identification of the human respiratory system during experiment with negative pressure impulse excitation*, Metrology and Measurement Systems, 2009, Vol. 16, No. 4, 569–582.

- [149] GAMMAITONI L., HÄNGGI P., JUNG P., MARCHESONI F., *Stochastic resonance*, Review of Modern Physics, 1988, Vol. 70, No. 1, 223–287.
- [150] GAO J.B., *Recurrence time statistics for chaotic systems and their application*, Physical Review Letters, 1999, Vol. 83, No. 16, 3178–3181.
- [151] GAO J., LIU Y.-Y., D’SOUZA R.M., BARABÁSI A.-L., *Target control of complex networks*, Nature Communications, 2014, Vol. 5, 5415.
- [152] GAO Z., JIN N., *Complex network from time series based on phase space reconstruction*, Chaos, 2009, Vol. 19, No. 3, 033137.
- [153] GERSHENSON C., NIAZI A.M., *Multidisciplinary applications of complex networks modeling, simulation, visualization, and analysis*, Complex adaptive Systems Modeling, 2013, Vol. 1, No. 1, 17.
- [154] GHAFFARIANHOSEINI A., DAHLAN N.D., BERARDI U., GHAFFARIANHOSEINI A., MAKAREMI N., *The essence of future smart houses: from embedding ICT to adapting to sustainability principles*, Renewable and Sustainable Energy Reviews, 2013, Vol. 24, 593–607.
- [155] GILES A.P., GEORGIU O., DETTMANN C.P., *Betweenness centrality in dense random geometric networks*, <http://arxiv.org/pdf/1410.8521.pdf>, (dostęp: 15.11.2014).
- [156] GINZBURG I., ELAD D., *Dynamic model of the bronchial tree*, Journal of Biomedical Engineering, 1993, Vol. 15, No. 3, 283–288.
- [157] GLENNY R.W., ROBERTSON H.T., *A computer simulation of pulmonary perfusion in three dimensions*, Journal of Applied Physiology, 1995, Vol. 79, 357–369.
- [158] GLENNY R.W., ROBERTSON H.T., HLASTALA M.P., *Vasomotor tone does not affect perfusion heterogeneity and gas exchange in normal primate lungs during normoxia*, Journal of Applied Physiology, 2000, Vol. 89, 2263–2267.
- [159] GLOBAL INITIATIVE FOR CHRONIC OBSTRUCTIVE LUNG DISEASE, *Global strategy for the diagnosis, management, and prevention of chronic obstructive pulmonary disease (updated 2010)*, Global Initiative for Chronic Obstructive Lung Disease Inc., 2010, http://www.goldcopd.org/uploads/users/files/GOLDReport_April112011.pdf (dostęp: 01.08.2014).
- [160] GOH K.-I., KAHNG B., KIM D., *Universal behaviour of load distribution in scale-free networks*, Physical Review Letters, 2001, Vol. 87, No. 27, 278701.
- [161] GÓLCZEWSKI T., *Virtual respiratory system in research and education – principles and applications*, Monografia habilitacyjna, Prace Instytutu Biocybernetyki i Inżynierii Biomedycznej PAN, Nr 74, Warszawa 2010.
- [162] GOLDBERGER A.L., AMARAL L.A.N., GLASS L., HAUSDORFF J.M., IVANOV P.C., MARK R.G., MIETUS J.G., MOODY G.B., PENG C.-K., STANLEY H.E., *PhysioBank, PhysioToolkit, and PhysioNet components of a new research resource for complex physiologic signals*, Circulation, 2000, Vol. 101, No. 23, 215–220.
- [163] GOLDSTEIN R.H., LUCEY E.C., FRANZBLAU C., SNIDER G.L., *Failure of mechanical properties to parallel changes in lung connective tissue composition in bleomycin-induced pulmonary fibrosis in hamsters*, American Journal of Respiratory and Critical Care Medicine, 1979, Vol. 120, 67–73.
- [164] GOLESTANI A., GRAS R., *Can we predict the unpredictable?*, Scientific Reports, 2014, 6834.
- [165] GOSSELINK R., STAM H. (red.), *Lung function testing*, European Respiratory Society Monograph, 2005, Vol. 31.
- [166] GOYCHUK I., HÄNGGI P., *Non-Markovian stochastic resonance*, Physical Review Letters, 2003, Vol. 91, No. 7, 070601.
- [167] GOYCHUK I., HÄNGGI P., *Stochastic resonance in ion channels characterized by information theory*, Physical Review E, 2000, Vol. 61, 4273–4280.
- [168] GRASSBERGER P., *On the critical behavior of the general epidemic process and dynamical percolation*, Mathematical Biosciences, 1983, Vol. 63, No. 2, 157–172.
- [169] GUTENBAUM J., *Modelowanie matematyczne systemów*, Akademicka Oficyna Wydawnicza EXIT, Warszawa 2003.

- [170] HABIB R.H., CHALKER R.B., SUKI B., JACKSON A.C., *Airway geometry and wall mechanical properties estimated from subglottal input impedance in humans*, Journal of Applied Physiology, 1994, 441–451.
- [171] HAGBERG G.E., BIANCIARDI M., MARAVIGLIA B., *Challenges for detection of neuronal currents by MRI*, Magnetic Resonance Imaging, 2006, Vol. 24, No. 4, 483–493.
- [172] HAKMI A., BOSCO F., ANTONIOU I., *First return map of the periodic Lorentz gas*, Physical Review E, 1995, Vol. 51, No. 5, 3952–3956.
- [173] HALL E.T., *The dance of life: the other dimension of time*, Anchor Books, New Yoork 1983.
- [174] HANG J., TIANG-PENG C., HUANG-GUI L., *Application of artificial neural network in intelligent building*, IEEE International Conference on Machine Learning and Cybernetics, Hong Kong, China, August 2007, 4215–4220.
- [175] HARAGUCHI Y., SHIMADA Y., IKEGUCHI T., AIHARA K., *Transformation from complex networks to time series using classical multidimensional scaling*, [w:] ICANN '09: Proceedings of the 19th International Conference on Artificial Neural Networks, Springer-Verlag, Heidelberg, Berlin 2009.
- [176] HART N., POLKEY M.I., CLEMENT A., BOULE M., MOXHAM J., LOFASO F., FAUROUX B., *Changes in pulmonary mechanics with increasing disease severity in children and young adults with cystic fibrosis*, American Journal of Respiratory and Critical Care Medicine, 2002, Vol. 166, 61–66.
- [177] HAYKIN S., *Neural networks and learning machines*, Prentice Hall, New York 2009.
- [178] HERRMANN C., BARTHÉLEMY M., PROVERO P., *Connectivity distribution of spatial networks*, Physical Review E, 2003, Vol. 68, No. 2, 026128.
- [179] HIBBS A.D., SINGSAAS A.L., JACOBS E.W., BULSARA A.R., BEKKEDAHL J.J., MOSS F., *Stochastic resonance in a superconducting loop with a Josephson-junction*, Journal of Applied Physics, 1995, Vol. 77, No. 6, 2582–2590.
- [180] HINES P., BLUMSACK S., *A centrality measure for electrical networks*, IEEE Proceedings of the 41st Hawaii International Conference on System Sciences, Waikoloa, USA, 2008, 185.
- [181] HIRSCH J.J., *DOE-2.2 building energy use and cost analysis program, Vol. 6: new features*, Hirsch & Associates, Camarillo 2009.
- [182] HOLMA H., TOSKALA A., *WCDMA for UMTS. HSPA evolution and LTE*, John Wiley & Sons, New York 2010.
- [183] HOLYST J.A., SIENKIEWICZ J., FRONCZAK A., FRONCZAK P., SUCHECKI K., WÓCICKI P., *Scaling of distances in correlated complex networks*, Physica A, 2005, Vol. 351, No. 1, 167–174.
- [184] HOLYST J.A., SIENKIEWICZ J., FRONCZAK A., FRONCZAK P., SUCHECKI K., *Universal scaling of distances in complex networks*, Physical Review E, 2005, Vol. 72, No. 2, 026108.
- [185] HOOKER C., *Philosophy of complex systems*, Elsevier, Amsterdam 2011.
- [186] HORSFIELD K., DART G., OLSON D.E., CUMMING G., *Models of the human bronchial tree*, Journal of Applied Physiology, 1971, Vol. 32, 25–35.
- [187] HUANG H., BI H., ZHOU M., XU F., LIN T., LIU F., ZHANG L., HUANG F., *A three dimensional elastic macroscopic graphene network for thermal management application*, Journal of Material Chemistry A, 2014, Vol. 43, No. 2, 18215–18218.
- [188] IKUNO J.C., WRULICH M., RUPP M., *System level simulation of LTE networks*, Proceedings of the IEEE 71st Vehicular Technology Conference (VTC) Spring 2010, May 2010, Taipei, Taiwan, 1–5.
- [189] IONESCU C.M., *The human respiratory system*, Springer-Verlag, London 2013.
- [190] ITO S., MAJUMDAR A., KUME H., SHIMOKATA K., NARUSE K., LUTCHEN K.R., STAMENOVIC D., SUKI B., *Viscoelastic and dynamic nonlinear properties of airway smooth muscle tissue: roles of mechanical force and the cytoskeleton*, American Journal of Physiology, Lung Cellular and Molecular Physiology, 2006, Vol. 290, L1227–L1237.
- [191] IWAYAMA K., HIRATA Y., TAKAHASHI K., WATANABE K., AIHARA K., SUZUKI H., *Characterizing global evolutions of complex systems via intermediate network representations*, Scientific Reports, 2012, Vol. 2, 00423.

- [192] IZYDORCZYK J., *PSPice. Komputerowa symulacja układów elektronicznych*, Helion, Gliwice 1993.
- [193] JABŁOŃSKI I., *A method of creation and simulation of complex models of physiological systems for example of respiratory mechanics analogue*, IEEE Proceedings of the 9th International Multi-Conference on Systems, Signals and Devices (SSD'2012), Chemnitz, Germany, March 2012, 1–6.
- [194] JABŁOŃSKI I., *Computer assessment of indirect insight during airflow interrupter maneuver of breathing*, Computer Methods & Programs in Biomedicine, 2013, Vol. 110, No. 3, 320–332.
- [195] JABŁOŃSKI I., CZAJKA A., MROCZKA J., *Quantification of the respiratory time-series regularity and complexity using approximate entropy and sample entropy*, Proceedings of the IMEKO XIX World Congress: fundamental and applied metrology, September 2009, Lisbon, Portugal, 2009, 1609–1613.
- [196] JABŁOŃSKI I., GŁOMB G., GUSZKOWSKI T., KASPRZAK B., PEKALA J., POLAK A.G., STEPIEŃ A.F., ŚWIERCZYŃSKI Z., MROCZKA J., *Internal validation of a telemedical system for monitoring patients with chronic respiratory diseases*, Proceedings of the 32nd Annual International Conference of the IEEE EMBS, September 2010, Buenos Aires, Argentina, 2010, 2172–2175.
- [197] JABŁOŃSKI I., *Modern methods for description of complex couplings in neurophysiology of respiration*, IEEE Sensors Journal, 2013, Vol. 13, No. 9, 3182–3192.
- [198] JABŁOŃSKI I., MROCZKA J., *A distributed telemedical system for monitoring of the respiratory mechanics by enhanced interrupter technique*, [w:] *Wearable and autonomous biomedical devices and systems: new issues and characterizations*, pod red. Lay-Ekuakille A., Mukopadhyay S.C., Springer-Verlag, seria: Lecture Notes in Electrical Engineering, 2010, Vol. 75, 75–95.
- [199] JABŁOŃSKI I., MROCZKA J., *A forward model of the respiratory system during airflow interruption*, Metrology and Measurement Systems, 2009, Vol. 16, No. 2, 219–232.
- [200] JABŁOŃSKI I., MROCZKA J., *A station for the respiratory mechanics measurement by occlusion techniques*, Metrology and Measurement Systems, 2007, Vol. 14, No. 2, 229–240.
- [201] JABŁOŃSKI I., MROCZKA J., *Airway and tissue loading in postinterrupter response of the respiratory system – an identification algorithm construction*, Proceedings of the 32nd Annual International Conference of the IEEE EMBS, September 2010, Buenos Aires, Argentina, 2010, 1473–1476.
- [202] JABŁOŃSKI I., MROCZKA J., *Computer-aided evaluation of a new interrupter algorithm in respiratory mechanics measurement*, Biocybernetics and Biomedical Engineering, 2006, Vol. 26, No. 3, 33–47.
- [203] JABŁOŃSKI I., MROCZKA J., *Czasowy algorytm pomiaru mechaniki oddychania w warunkach manewru okluzyjnego*, [w:] *Problemy metrologii elektronicznej i fotonicznej*, Mroczka J. (red.), Oficyna Wydawnicza Politechniki Wrocławskiej, Wrocław 2008, 133–211.
- [204] JABŁOŃSKI I., MROCZKA J., *Energy efficient smart building – the research-development and demonstrative program*, Proceedings of the 3rd IMEKO TC13 Symposium on Measurements in Biology and Medicine, April, Lecce 2014, 68–73.
- [205] JABŁOŃSKI I., MROCZKA J., *Frequency indexes of respiration during interrupter experiment*, Metrology and Measurement Systems, 2008, Vol. 15, No. 2, 153–163.
- [206] JABŁOŃSKI I., MROCZKA J., *Frequency-domain identification of the respiratory system during airflow interruption*, Measurement, 2009, Vol. 42, No. 3, 390–398.
- [207] JABŁOŃSKI I., MROCZKA J., GŁOMB G., *An improved time-domain interrupter monitoring of respiratory mechanics*, Proceedings of the IEEE International Symposium on Medical Measurement and Applications, May 2011, Bari, Italy, 192–196.
- [208] JABŁOŃSKI I., MROCZKA J., GŁOMB G., *Mierzalność mechanicznych właściwości dróg oddechowych i tkanek płuc podczas krótkotrwałego przerwania przepływu powietrza przy ustach pacjenta*, Przegląd Elektrotechniczny, 2011, Vol. 87, No. 4, 224–227.
- [209] JABŁOŃSKI I., MROCZKA J., GŁOMB G., *Sensors properties in designing of the interrupter device for respiratory mechanics measurement*, Proceedings of the 4th International Conference on Sensing Technology, ICST'10, June 2010, Lecce, Italy, 2010, 507–512.

- [210] JABŁOŃSKI I., MROCZKA J., *Interrupter valve kinematics in the issues of parameter estimation of the respiratory system model*, Metrology and Measurement Systems, 2007, Vol. 14, No. 3, 339–350.
- [211] JABŁOŃSKI I., MROCZKA J., *Introduction to respiratory mechanics measurement by enhanced interrupter method*, [w:] *Metrology for a sustainable development*, IMEKO XVIII World Congress and IV Brazilian Congress of Metrology, Septemeber 17–22, 2006, Rio de Janeiro, Brasil.
- [212] JABŁOŃSKI I., MROCZKA J., *Kilka uwag na temat nieliniowej dynamiki, modelowania i pomiarów biomedycznych na przykładzie układu oddechowego*, [w:] *Materiały VII Sympozjum „Modelowanie i pomiary w medycynie”*, Gajda J. (red.), maj 2005, Wydawnictwo Katedry Metrologii AGH, Kraków 2005, 61–68.
- [213] JABŁOŃSKI I., MROCZKA J., *Measurement-modeling, modeling-measurement: a transitive couple of reality and abstraction in equipage of comprehension and prediction for example of breathing control*, [w:] *Metrology for a sustainable development*, IMEKO XVIII World Congress and IV Brazilian Congress of Metrology, Septemeber 17–22, 2006, Rio de Janeiro, Brasil.
- [214] JABŁOŃSKI I., MROCZKA J., *Reduction of a linear complex model for respiratory system during airflow interruption*, Proceedings of the 32nd Annual International Conference of the IEEE EMBS, September 2010, Buenos Aires, Argentina, 2010, 730–733.
- [215] JABŁOŃSKI I., MROCZKA J., *The concept of synchronization in description of sleep apnea syndrome – a library of software procedures*, IV-th International Conference on Biomedical Engineering and Informatics, Shanghai 2011, 869–873.
- [216] JABŁOŃSKI I., MROCZKA J., *The problem of measurement data complexity, for example of the general model of the central respiratory generator and recurrent plots analysis*, Metrology and Measurement Systems, 2008, Vol. 15, No. 4, 457–472.
- [217] JABŁOŃSKI I., MROCZKA J., *Wstępne implikacje analizy systemów złożonych dla przykładu układu oddechowego*, Pomiary, Automatyka, Kontrola, 2007, Vol. 59, No. 9bis, 402–405.
- [218] JABŁOŃSKI I., POLAK A.G., MROCZKA J., *A complex mathematical model of the respiratory system as a tool for the metrological analysis of the interrupter technique*, Proceedings of the IMEKO XIX World Congress: Fundamental and Applied Metrology, September 2009, Lisbon, Portugal, 2009, 1601–1604.
- [219] JABŁOŃSKI I., POLAK A.G., MROCZKA J., *A preliminary study on the accuracy of respiratory input interrupter measurement using the interrupter technique*, Computer Methods & Programs in Biomedicine, 2011, Vol. 101, No. 2, 115–125.
- [220] JABŁOŃSKI I., *Preliminary study on enhancement of WCDMA Technology with the SON functionality*, Measurement, 2013, Vol. 46, 3181–3191.
- [221] JABŁOŃSKI I., *Sensors characteristics in expanded time-frequency analysis of postinterrupter respiratory signals*, IEEE Sensors Journal, 2012, Vol. 12, 504–511.
- [222] JABŁOŃSKI I., *Smart transducer interface – from networked on-site optimization of energy balance in research-demonstrative office building to smart city conception*, IEEE Sensors Journal, 2014, DOI 10.1109/JSEN.2014.2339135 (zaakceptowany do druku).
- [223] JABŁOŃSKI I., SUBZDA K., MROCZKA J., *Software tools for assessment of complexity and variability in physiological signals of respiration*, International Journal of Measurement Technology and Instrumentation, 2011, Vol. 1, No. 2, 28–53.
- [224] JABŁOŃSKI I., *Wearable interrupter module for home-based applications in a telemedical system dedicated to respiratory mechanics measurement*, IEEE Transactions on Biomedical Engineering, 2011, Vol. 58, No. 3, 785–789.
- [225] JABŁOŃSKI I., *Wspierane komputerowo projektowanie eksperymentu pomiarowego dla obiektów biomedycznych na przykładzie oceny procesu oddychania*, [w:] *Metrologia w medycynie. Wybrane zagadnienia*, pod red. A. Michalskiego, Wojskowa Akademia Techniczna, Warszawa 2010, 127–166.

- [226] JACKSON A.C., MILHORN H.T. Jr., NORMAN J.R., *A reevaluation of the interrupter technique for airway resistance measurement*, Journal of Applied Physiology, 1974, Vol. 36, 264–268.
- [227] JANICKI A., *Numerical and statistical approximation of stochastic differential equations with non-Gaussian measures*, Monografia, H. Steinhaus Center for Stochastic Methods in Science and Technology, Wrocław 1996.
- [228] JESUDASON R., SATO S., PARAMESWARAN H., ARAUJO A.D., MAJUMDAR A., ALLEN P.G., BARTOLÁK-SUKI E., SUKI B., *Mechanical forces regulate elastase activity and binding site availability in lung elastin*, Biophysical Journal, 2010, Vol. 99, No. 9, 3076–3083.
- [229] JING Z.X., JIANG X.S., WU Q.H., TANG W.H., HUA B., *Modeling and optimal operation of a small-scale integrated energy based district heating and cooling system*, Energy, 2014, Vol. 73, No. 8, 399–415.
- [230] JIA T., BARABÁSI A.-L., *Control capacity and a random sampling method in exploring controllability of complex networks*, Scientific Reports, 2013, Vol. 3, 2354.
- [231] JIA T., PÓSFAI M., *Connecting core percolation and controllability of complex networks*, Scientific Reports, 2014, Vol. 4, 5379.
- [232] KANTELHARDT J., ZSCHIEGNER S.A., KOSCIELNY-BUNDE E., HAVLIN S., BUNDE A., STANLEY H.E., *Multifractal detrended fluctuation analysis of nonstationary time series*, Physica A, 2002, Vol. 316, 87–114.
- [233] KANTZ H., SCHREIBER T., *Nonlinear Time series analysis*, Cambridge University Press, Cambridge 2003.
- [234] KAPITANIAK T., *Chaos for engineers. Theory, Applications, and Control*, Springer-Verlag, Berlin–Heidelberg 2000.
- [235] KARIMI S., DAROONEH A. H., *Measuring persistence in a stationary time series using the complex network theory*, Physica A, 2013, Vol. 392, 287–293.
- [236] KARNANI A., PÄÄKKÖNEN K., ANNILA A., *The physical character of information*, Proceedings of the Royal Society A, 2009, Vol. 465, 2155–2175.
- [237] KIRITSIS E., NIARCHOS V., *Josephson junctions and AdS/CFT networks*, Journal of High Energy Physics, 2011, Vol. 2011, No. 7, 112.
- [238] KISH L.B., HARMER G.P., ABBOTT D., *Information transfer rate of neurons: stochastic resonance of Shannon's information channel capacity*, Fluctuation and Noise Letters, 2001, Vol. 1, No. 1, L13–L19.
- [239] KIVELÄ M., ARENAS A., BARTHELEMY M., GLEESON J.P., MORENO Y., PORTER M.A., *Multilayer networks*, Journal of Complex Networks, 2014, Vol. 2, No. 3, 203–271.
- [240] KOH Y.Y., KANG H., YOO Y., YU J., NAH K.M., KIM C.K., *Peak expiratory flow variability and exercise responsiveness in methacholine-hyperresponsive adolescents with asthma remission*, Journal of Asthma, 2005, Vol. 42, 17–23.
- [241] KOLOURIS N.G., VALTA P., LAVOIE A., CORBEIL C., CHASSÉ M., BRAIDY J., MILIC-EMILI J., *A simple method to detect expiratory flow limitation during spontaneous breathing*, European Respiratory Journal, 1995, Vol. 8, 306–313.
- [242] KOMAROW H.D., MYLES I.A., UZZAMAN A., METCALFE D.D., *Impulse oscillometry in the evaluation of diseases of the airways in children*, Annals of Allergy Asthma & Immunology, 2011, Vol. 106, No. 3, 191–199.
- [243] KONONOV S., BREWER K., SAKAI H., CAVALCANTE F.S., SABAYANAGAM C.R., INGENITO E.P., SUKI B., *Roles of mechanical forces and collagen failure in the development of elastase-induced emphysema*, American Journal of Respiratory and Critical Care Medicine, 2001, Vol. 164, 1920–1926.
- [244] KÖRBER R., NIEMINEN J.O., HÖFNER N., JAZBINŠEK V., SCHEER H.-J., KIM K., BURGHOF M., *An advanced phantom study assessing the feasibility of neuronal current imaging by ultra-low-field NMR*, Journal of Magnetic Resonance, 2013, Vol. 237, 182–190.

- [245] KORNER T.W., *Fourier analysis*, Cambridge University Press, Cambridge 1988.
- [246] KOSIŃSKI R.A., *Sztuczne sieci neuronowe – dynamika nieliniowa i chaos*, Wydawnictwa Naukowo-Techniczne, Warszawa 2007.
- [247] KRAMERS H.A., *Brownian motion in a field of force and the diffusion model of chemical reactions*, Physica, 1940, Vol. 7, No. 4, 284–304.
- [248] KRAUS R.H. Jr., VOLEGOV P., MATLACHOV A., ESPY M., *Toward direct neural current imaging by resonant mechanisms at ultra-low field*, NeuroImage, 2008, Vol. 39, No. 1, 310–317.
- [249] KURAMOTO Y., *Rhythms and turbulence in populations of chemical clocks*, Physica A, 1981, Vol. 106, No. 1–2, 128–143.
- [250] KURAMOTO Y., *Chemical oscillations, waves, and turbulence*, Springer-Verlag, New York 1984.
- [251] KURAMOTO Y., *Self-entrainment of a population of coupled nonlinear oscillators*, [w:] Araki H. (Ed.), *International Symposium on Mathematical Problems in Theoretical Physics*, Lecture Notes in Physics, Vol. 39, Springer, New York 1975, 420–422.
- [252] LABATUT V., OZGOVDE A., *Topological measures for the analysis of wireless sensor networks*, Proceedings of the 3rd International Conference on Ambient Systems, Networks and Technologies (ANT), Niagara Falls, Canada, August 2012, Procedia CS 10, 2012, 397–404.
- [253] LACASA L., LUQUE B., BALLESTEROS F., LUQUE J., NUÑO J. C., *From time series to complex networks: the visibility graph*, Proceedings of the National Academy of Sciences of the United States of America, 2008, Vol. 105, No. 13, 4972–4975.
- [254] LAI C., CHUNG P., TSENG V. S., *A novel two-level clustering method for time series data analysis*, Expert Systems with Applications, 2010, Vol. 37, No. 9, 6319–6326.
- [255] LANDAUER R., *Minimal energy requirements in communication*, Science, 1996, Vol. 272, No. 5270, 1914–1918.
- [256] LANDAUER R., *The physical nature of information*, Physics Letters A, 1996, Vol. 217, 188–193.
- [257] LATORA V., MARCHIORI M., *Efficient behavior of small-world networks*, Physical Review Letters, 2001, Vol. 87, No. 19, 198701.
- [258] LEE K., SCHNEEMAN R., *Distributed measurement and control based on the IEEE 1451 smart transducer interface standards*, IEEE Transactions on Instrumentation and Measurements, 2000, Vol. 12, No. 3, 621–627.
- [259] LEEUWEN P. Van, GEUE D., LANGE S., CYSARZ D., BETTERMANN H., GRÖNEMEYER D.H.W., *Is there evidence of fetal-maternal heart rate synchronization?*, BMC Physiology, 2003, Vol. 3, 2.
- [260] LEFEVRE G.R., KOWALSKI S.E., GIRLING L.G., THIESSEN D.B., MUTCH W.A., *Improved arterial oxygenation after oleic acid lung injury in the pig using a computer-controlled mechanical ventilator*, American Journal of Respiratory and Critical Care Medicine, 1996, Vol. 154, 1567–1572.
- [261] LESKOVEC J., HORVITZ E., *Planetary-scale views on a large instant-messaging network*, Proceedings of the 17th International Conference on World Wide Web, 2008, 915–924.
- [262] LETELLIER C., RABARIMANANTSOA H., ACHOUR L., CUVELIER A., MUIR J.F., *Recurrence plots for dynamical analysis of non-invasive mechanical ventilation*, Philosophical Transactions of the Royal Society A, 2008, Vol. 366, 621–634.
- [263] LHENDUP T., AYE L., FULLER R.J., *Performance analysis of ground-coupled heat pump integrated with unglazed solar collector*, Proceedings of the 52nd Annual Conference, Australian Solar Society, Melbourne, May 2014, ISBN: 948-0-646-92219-5.
- [264] LI P., WANG B.H., *Extracting hidden fluctuation patterns of Hang Seng stock index from network topologies*, Physica A, 2007, Vol. 378, 519–526.
- [265] LIISTRO G., STĂNESCU D., RODENSTEIN D., VERITER C., *Reassessment of the interrupt ion technique for measuring flow resistance in humans*, Journal of Applied Physiology, 1989, Vol. 67, 933–937.
- [266] LIND D., MARCUS B., *An introduction to symbolic dynamics and coding*, Cambridge University Press, Cambridge 1995.

- [267] LIU X., TSE C., SMALL M., *Complex network structure of musical compositions: algorithmic generation of appealing music*, *Physica A*, 2010, Vol. 389, No. 1, 126–132.
- [268] LIU Y.-Y., SLOTINE J.-J., BARABÁSI A.-L., *Controllability of complex networks*, *Nature*, 2011, Vol. 473, 167–173.
- [269] LIU Y.-Y., *Theoretical progress and practical challenges in controlling complex networks*, *National Science Review*, Vol. 1, No. 3, 2014, 341–343.
- [270] LIU Y.-Y., SLOTINE J.-J., BARABÁSI A.-L., *Observability of complex systems*, *Proceedings of the National Academy of Sciences of the United States of America*, 2013, Vol. 110, No. 7, 2460–2465.
- [271] LOSCALZO J., BARABÁSI A.-L., *Systems biology and the future of medicine*, *WIREs Systems Biology and Medicine*, 2011, Vol. 3, 619–627.
- [272] LUQUE B., LACASA L., BALLESTEROS F., LUQUE J., *Horizontal visibility graphs: exact results for random time series*, *Physical Review E*, 2009, Vol. 80, No. 4, 046103.
- [273] LUTCHEN K.R., COSTA K.D., *Physiological interpretations based on lumped element models fit to respiratory impedance data: use of forward-inverse modeling*, *IEEE Transactions on Biomedical Engineering*, 1990, Vol. 37, 1076–1086.
- [274] LUTCHEN K.R., GILLIS H., *Relationship between heterogeneous changes in airway morphology and lung resistance and elastance*, *Journal of Applied Physiology*, 1997, Vol. 83, No. 4, 1192–1201.
- [275] MA'AYAN A., *Colliding dynamical complex network models: biological attractors versus attractors from material physics*, *Biophysical Journal*, 2012, Vol. 103, No. 9, 1816–1817.
- [276] MACKLEM P.T., *A theoretical analysis of the effect of airway smooth muscle load on airway narrowing*, *American Journal of Respiratory and Critical Care Medicine*, 1996, Vol. 153, 83–89.
- [277] MACKLEM P.T., SEELY A., *Towards a definition of life*, *Perspectives in Biology and Medicine*, 2010, Vol. 53, No. 3, 330–340.
- [278] MACNEILL S.J., SOZAŃSKA B., DANIELEWICZ H., DEBIŃSKA A., KOSMEDA A., BOZNAŃSKI A., ILLI S., DEPNER M., STRUNZ-LEHNER C., WASER M., BÜCHELE G., HORAK E., GENUNEIT J., HEEDERIK D., BRAUN FAHLRLÄNDER C., MUTIUE E. VON, CULLINAN P., *Asthma and allergies: is the farming environment (still) protective in Poland? The GABRIEL Advanced Studies*, *Allergy* 2013, Vol. 68, No. 6, 771–779.
- [279] MAI Y., CHEN H., MENG L., *An analysis of the sectorial influence of CSI300 stocks within the directed network*, *Physica A*, 2014, Vol. 396, 235–241.
- [280] MAINZER K., *Poznawanie złożoności. Obliczeniowa dynamika materii, umysłu i ludzkości*, Wydawnictwo Uniwersytetu Marii Curie-Skłodowskiej, Lublin 2007.
- [281] MANDELBROT B.B., *The fractal geometry of nature*, W.H. Freeman, San Francisco 1983.
- [282] MARTIRANO L., *Simulation and sensitivity analysis of a fuzzy-based building automation control system*, *Proceeding of the Industry Applications Society Annual Meeting*, Vancouver, Canada, October 2014, 1–7.
- [283] MARWAN N., DONGES J.F., ZOU Y., DONNER R.V., KURTHS J., *Complex network approach for recurrence analysis of time series*, *Physics Letters A*, 2009, Vol. 373, 4246–4254.
- [284] MARWAN N., *Encounters with neighbours – current developments of concepts based on recurrence plots and their application*, rozprawa doktorska, University of Potsdam, 2003.
- [285] MARWAN N., KURTHS J., *Nonlinear analysis of bivariate data with cross recurrence plots*, *Physics Letters A*, 2002, Vol. 302, No. 5–6, 299–307.
- [286] MARWAN N., ROMANO M.C., THIEL M., KURTHS J., *Recurrence plots for the analysis of complex systems*, *Physics Reports*, 2007, Vol. 438, No. 5–6, 237–329.
- [287] MARWAN N., WESSEL N., MEYERFELDT U., SCHIRDEWAN A., KURTHS J., *Recurrence-plot-based measures of complexity and their application to heart-rate-variability data*, *Physical Review E*, 2002, Vol. 66, No. 2, 026702.

- [288] MATSUOKA S., KURIHARA Y., YAGIHASHI K., NAKAJIMA Y., *Morphological progression of emphysema on thin-section CT: Analysis of longitudinal change in the number and size of low-attenuation clusters*, Journal of Computer Assisted Tomography, 2006, Vol. 30, 669–674.
- [289] MCKENZIE M.D., *Chaotic behavior in national stock market indices*, Global Finance Journal, 2001, Vol. 12, No. 1, 35–53.
- [290] MEHRABAN S., SHIRAZI A.H., ZAMANI M., JAFARI G.R., *Coupling between time series: a network view*, Europhysics Letters, 2013, Vol. 103, No. 5, 50011.
- [291] MIJAILOVICH S.M., BUTTLER J.P., FREDBERG J.J., *Perturbed equilibria of myosin binding in airway smooth muscle: bond-length distributions, mechanics, and ATP metabolism*, Biophysical Journal, 2000, Vol. 79, 2667–2681.
- [292] MILGRAM S., *The small world problem*, Psychology Today, 1967, Vol. 1, 60–67.
- [293] MILLER M.R., HANKINSON J., BRUSASCO V., BURGOS F., CASABURI R., COATES A., CRAPO R., ENRIGHT P., GRINTEN C.P.M. VAN DER, GUSTAFSSON P., JENSEN R., JOHNSON D.C., MACINTYRE N., MCKAY R., NAVAJAS D., PEDERSEN O.F., PELLEGRINO, VIEGI G., VANGER J., *Standardisation of spirometry*, [w:] *Series “ATS/ERS task force: standardisation of lung function testing”*, pod red. Brusasco V., Crapo R., Viegi G., European Respiratory Journal, 2005, Vol. 26, No. 2, 319–338.
- [294] MILLER W.J., *XMPP for the smart grid. ISO/IEC/IEEE 21451-1-4 eXtensible and Presence Protocol Interface (XMPP) standard for sensors, actuators, and networked devices*, IEEE International Conference on Smart Grid Engineering, 27–29 Sierpień 2012, Oshawa, Canada.
- [295] MILO R., SHEN-ORR S., ITZKOVITZ S., KASHTAN N., CHKLOVSKII D., ALON U., *Network motifs: simple building blocks of complex networks*, Science, 2002, Vol. 298, 824–827.
- [296] MISHIMA M., HIRAI T., ITOH H., NAKANO Y., SAKAI H., MURO S., NISHIMURA K., OKU Y., CHIN K., NAKAMURA T., BATES J.H., ALENCAR A.M., SUKI B., *Complexity of terminal airspace geometry assessed by lung computed tomography in normal subjects and patients with chronic obstructive pulmonary disease*, Proceedings of the National Academy of Sciences of the United States of America, 1999, Vol. 96, 8829–8834.
- [297] MITZENMACHER M., UPFAL E., *Metody probabilistyczne i obliczenia*, Wydawnictwa Naukowo-Techniczne, Warszawa 2009.
- [298] MOSS F., WARD L.M., SANNITA W.G., *Stochastic resonance and sensory information processing: a tutorial and review application*, Clinical Neurophysiology, 2004, Vol. 115, No. 2, 267–281.
- [299] MROCZKA J., *Metrologia – nowe wyzwania*, [w:] *Metrologia wczoraj, dziś, jutro*, pod red. J. Mroczi, Oficyna Wydawnicza Politechniki Wrocławskiej, Wrocław 1997, 14–52.
- [300] MROCZKA J., *Metrologiczne problemy wykorzystania światła rozproszonego do badań rozkładu wielkości cząstek w roztworach dyspersyjnych*, Metrologia i Systemy Pomiarowe, Monografia 4, Warszawa 1990.
- [301] MROCZKA J., SZCZUCZYŃSKI D., *Improved regularized solution of the inverse problem in turbidimetric measurements*, Applied Optics, 2010, Vol. 49, No. 24, 4591–4603.
- [302] MROCZKA J., SZCZUCZYŃSKI D., *Inverse problems formulated in terms of first-kind Fredholm integral equations in indirect measurements*, Metrology and Measurement Systems, 2009, Vol. 16, No. 3, 333–357.
- [303] MROCZKA J., *The cognitive process in metrology*, Measurement, 2013, Vol. 46, No. 8, 2896–2907.
- [304] MUSKULUS M., SLATS A.M., STERK P.J., VERDUYN-LUNEL S., *Fluctuations and determinism of respiratory impedance in asthma and chronic obstructive pulmonary disease*, Journal of Applied Physiology, 2010, Vol. 109, 1582–1591.
- [305] NADAKUDITI R.R., NEWMAN M.E.J., *Graph spectra and the detectability of community structure in networks*, Physical Review Letters, 2012, Vol. 108, No. 18, 188701.
- [306] NAKAMURA T., TANIZAWA T., *Networks with time structure from time series*, Physica A, 2012, Vol. 391, 4704–4710.

- [307] NASIRUZZAMAN A.B.M., POTA H.R., *Complex network framework based comparative study of power grid centrality measures*, International Journal of Electrical and Computer Engineering (IJECE) 2013, Vol. 3, No. 4, 543–552.
- [308] NEDA Z., RAVASZ E., VICSEK T., BRECHET Y., BARABÁSI A.-L., *Physics of the rhythmic applause*, Physical Review E, 2000, Vol. 61, 6987–6992.
- [309] Von NEERGARD J., WIRZ K., *Die Messung der Strömungswiderstände in den Atemwegen des Menschen, insbesondere bei Astma und Emphyse*, Zeitschrift für Klinische Medizin, 1927, Vol. 105, 51–82.
- [310] NEWMAN M.E.J., *Finding community structure in networks using the eigenvectors of matrices*, Physical Review E, 2006, Vol. 74, No. 3, 036104.
- [311] NEWMAN M.E.J., *Modularity and community structure in networks*, Proceedings of the National Academy of Sciences of the United States of America, 2006, Vol. 103, 8577–8582.
- [312] NEWMAN M.E.J., *Scientific collaboration networks: I. Network construction and fundamental results*, Physical Review E, 2001, Vol. 64, No. 1, 016131.
- [313] NEWMAN M.E.J., *The structure and function of complex networks*, SIAM Review, 2003, Vol. 45, 167–256.
- [314] NEWMAN M., BARABÁSI A.-L., WATTS D.J., *The Structure and Dynamics of Networks*, Princeton University Press, Princeton and Oxford 2006.
- [315] NGAMGA E.J., SENTHILKUMAR D.V., PRASAD A., PARMANANDA P., MARWAN N., KURTHS J., *Distinguishing dynamics using recurrence-time statistics*, Physical Review E, 2012, Vol. 85, No. 2, 026217.
- [316] NICOLIS G., CANTÚ A.G., NICOLIS C., *Dynamical aspects of interaction networks*, International Journal of Bifurcation and Chaos, 2005, Vol. 15, No. 11, 3467–3480.
- [317] NISHIKAWA T., MOTTER A.E., LAI Y.-C., HOPPENSTEADT F.C., *Heterogeneity in oscillator networks: are smaller worlds easier to synchronize?*, Physical Review Letters, 2003, Vol. 91, No. 1, 014101.
- [318] NUSSE H.E., YORKE J.A., *Dynamika. Badania numeryczne*, Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa 1998.
- [319] ONSAGER L., *Reciprocal relations in irreversible processes I*, Physical Review, 1931, Vol. 37, 405–426.
- [320] ONSAGER L., *Reciprocal relations in irreversible processes II*, Physical Review, 1931, Vol. 38, 2265–2279.
- [321] OSIPOV G.V., KURTHS J., ZHOU C., *Synchronization in oscillatory networks*, Springer, Berlin 2007.
- [322] OSOWSKI S., *Sieci neuronowe do przetwarzania informacji*, Oficyna Wydawnicza Politechniki Warszawskiej, Warszawa 2006.
- [323] OSOWSKI S., *Sieci neuronowe w ujęciu algorytmicznym*, Wydawnictwa Naukowo-Techniczne, Warszawa 1996.
- [324] OTT E., *Chaos w układach dynamicznych*, Wydawnictwa Naukowo-Techniczne, Warszawa 1997.
- [325] OVCHINNIKOV Y.N., KRESIN V.Z., *Networks of Josephson junctions and their synchronization*, Physical Review B, 2013, Vol. 88, No. 21, 214504.
- [326] PAGANI G.A., AIELLO M., *Power grid complex network evolutions for the smart grid*, Physica A, 2014, Vol. 396, 248–266.
- [327] PAGANI G.A., AIELLO M., *Power grid network evolutions for local energy trading*, Technical Report, JBI, University of Groningen, 2012, <http://arxiv.org/pdf/1201.0962.pdf> (dostęp: 15.11.2014).
- [328] PAGANI G.A., AIELLO M., *The power grid as a complex network: a survey*, Physica A., 2013, 392, 2688–2700.
- [329] PAGANI G.A., AIELLO M., *Towards decentralization: a topological investigation of the medium and low voltage grids*, IEEE Transactions on Smart Grid, 2011, Vol. 2, No. 3, 538–547.

- [330] PAPAFLANASIOU S., HATZIARGYRIOU N., *Technical requirements for the connection of dispersed generation to the grid*, Electric Power System Research, 2007, Vol. 77, 24, 34.
- [331] PAPO D., BULDÚ J.M., BOCCALETTI S., BULLMORE E.T., *Complex network theory and the brain*, Philosophical Transactions of the Royal Society B., 2014, Vol. 369, 20130520.
- [332] PAYDARFAR D., ELDRIDGE F.L., PAYDARFAR J.A., *Phase resetting of the respiratory oscillator by carotid sinus nerve stimulation in cats*, Journal of Physiology, 1998, Vol. 506, No. 2, 515–528.
- [333] PAYDARFAR D., ELDRIDGE F.L., *Phase resetting and dysrhythmic responses of the respiratory oscillator*, American Journal of Physiology, 1987, Vol. 252, No. 1–2, R55–R62.
- [334] PEPEMANS G., DRIESEN J., HAESLONCKX D., BELMANS R., D'HAESELEER W., *Distributed generation: definition, benefits and issues*, Energy Policy, 2005, Vol. 33, No. 6, 787–798.
- [335] PEPEMANS G., *Topology and cascading line outages in power grids*, Journal of Systems Science and Systems Engineering, 2007, Vol. 16, 202–221.
- [336] PERCHIAZZI G., HOGMAN M., RYLANDER C., GIULIANI R., FIORE T., HEDENSTIERNA G., *Assessment of respiratory system mechanics by artificial neural networks: an exploratory study*, Journal of Applied Physiology, 2001, Vol. 90, 1817–1824.
- [337] PERCIVAL D.B., WALDEN A.T., *Wavelet methods for time series analysis*, Cambridge University Press, Cambridge 2000.
- [338] PESLIN R., *Computer simulation of respiratory impedance and flow transfer functions during high frequency oscillations*, British Journal of Anaesthesia, 1989, Vol. 63, 91S–94S.
- [339] PIANIGLIANI G., *First return map and invariant measures*, Israel Journal of Mathematics, 1980, Vol. 35, No. 1–2, 32–48.
- [340] PIERCE R., *Spirometry: an essential clinical measurement*, Australian Family Physician, 2005, Vol. 34, No. 7, 535–539.
- [341] PIJNENBURG M.W., HOFHUIS W., HOP W.C., de JONGSTE J.C., *Exhaled nitric oxide predicts asthma relapse in children with clinical asthma reemission*, Thorax, 2005, Vol. 60, 215–218.
- [342] PIKOVSKY A., ROSENBLUM M., KURTHS J., *Synchronization*, Cambridge University Press, Cambridge 2001.
- [343] PINCUS S.M., *Approximate entropy as a measure of system complexity*, Proceedings of the National Academy of Science of the United States of America, 1991, Vol. 88, 2297–2301.
- [344] PLAZA V., SERRANO J., PICADO C., SANCHIS J., *Frequency and clinical characteristics of rapid-onset fatal and near-fatal asthma*, European Respiratory Journal, 2002, Vol. 19, 846–852.
- [345] POLAK A.G., GŁOMB G., GUSZKOWSKI T., JABŁOŃSKI I., KASPRZAK B., PEKALA J., STĘPIEŃ A.F., ŚWIERCZYŃSKI Z., MROCZKA J., *Development of a telemedical system for monitoring patients with chronic respiratory diseases*, Proceedings of the World Congress on Medical Physics and Biomedical Engineering, September 2009, Munich, Germany, Springer, 2009, 51–54.
- [346] POLAK A.G., GŁOMB G., GUSZKOWSKI T., JABŁOŃSKI I., KASPRZAK B., PEKALA J., STĘPIEŃ A.F., ŚWIERCZYŃSKI Z., MROCZKA J., *Telemedical system „Pulmotel-2010” for monitoring patients with chronic pulmonary diseases*, Metrology and Measurement Systems, 2010, Vol. 17, No. 4, 537–548.
- [347] POLAK A.G., GRZEŚKOWIAK B., MROCZKA J., *Pomiar właściwości układu oddechowego podczas sztucznej wentylacji pacjenta z wykorzystaniem sieci neuronowych*, Pomiary, Automatyka, Kontrola, 2006, No. 5bis, 23–28.
- [348] POLAK A.G., JABŁOŃSKI I., MROCZKA J., *Measurement of respiratory input impedance using the interrupter technique – a model study*, Proceedings of the 7th IFAC Symposium on Modelling and Control in Biomedical Systems, August 2009, Aalborg, Denmark, International Federation for Automatic Control, 2009, 133–138.
- [349] POLAK A., *Pomiary pośrednie wykorzystujące techniki modelowania matematycznego w badaniach układu oddechowego*, Oficyna Wydawnicza Politechniki Wrocławskiej, Wrocław 2007.

- [350] POLAURIKAS A. *Signals and systems*, Krieger Publishing Company, Malabar 1994.
- [351] POLITI A.Z., DONOVAN G.M., TAWHAI M.H., SANDRSON M.J., LAUZON A.M., BATES J.H., SNEYD J., *A multiscale, spatially distributed model of asthmatic airway hyper-responsiveness*, *Journal of Theoretical Biology*, 2010, Vol. 266, 614–624.
- [352] PREHOFER C., BETTSTETTER C., *Self-organization in communication networks: principles and design paradigms*, *IEEE Communications Magazine*, 2005, Vol. 43, 78–85.
- [353] PRICE D.J. de S., *Networks of scientific papers*, *Science*, 1965, Vol. 149, 510–515.
- [354] PRIGOGINE I., STENGERS I., *Order out of chaos: man's new dialogue with nature*, Bantham Books, New York 1984.
- [355] PROCACCIA I., THOMAE S., TRESSER C., *First-return maps as a unified renormalization scheme for dynamical systems*, *Physical Review A*, 1987, Vol. 35, No. 4, 1884–1900.
- [356] RABARIMANANTSOA H., ACHOUR L., CUVELIER A., MUIR J.F., *Recurrence plots and Shannon entropy for dynamical analysis of asynchronisms in noninvasive mechanical ventilation*, *Chaos*, 2007, Vol. 17, No. 1, 013115.
- [357] REDNER S., *A guide to first-passage processes*, Cambridge University Press, Cambridge 2007.
- [358] REDNER S., *Random multiplicative processes: an elementary tutorial*, *American Journal of Physics*, 1990, Vol. 58, 267–273.
- [359] REICHL L.E. *A modern course in statistical physics*, Wiley-VCH Verlag GmbH & Co. KGaA, Weinheim 2009.
- [360] REIF F., *Fundamentals of statistical and thermal physics*, McGraw-Hill, 1965.
- [361] RICHMAN J.S., MOORMAN R., *Physiological time-series analysis using approximate entropy and sample entropy*, *American Journal of Physiology*, 2000, Vol. 278, H2039–H2049.
- [362] ROBERTSON H.T., ALTEMEIER W.A., GLENNY R.W., *Physiological implications of the fractal distribution of ventilation and perfusion in the lung*, *Annals of Biomedical Engineering*, 2000, Vol. 28, 1028–1031.
- [363] ROBINSON G., THIEL M., *Recurrences determine the dynamics*, *Chaos* 2009, Vol. 19, No. 2, 023104.
- [364] RÖSSLER O.E., *An equation for continuous chaos*, *Physics Letters A*, 1976, Vol. 57, No. 5, 397–398.
- [365] ROSVALL M., ESQUIVEL A.V., LANCICHINETTI A., WEST J.D., LAMBIOTTE R., *Memory in network flows and its effects on spreading dynamics and community detection*, *Nature Communications*, 2014, Vol. 5, 4630.
- [366] ROSVALL M., GRÖNLUND A., MINHAGEN P., SNEPPEN K., *Searchability of networks*, *Physical Review E*, 2005, Vol. 72, No. 4, 046117.
- [367] ROSVALL M., SNEPPEN K., *Networks and our limited information horizon*, *International Journal of Bifurcation and Chaos in Applied Sciences and Engineering*, 2007, Vol. 17, No. 7, 2509–2515.
- [368] ROSVALL M., TRUSINA A., MINHAGEN P., SNEPPEN K., *Networks and cities: and information perspective*, *Physical Review Letters*, 2005, Vol. 94, No. 2, 028701.
- [369] ROTE G., *The N-line traveling salesman problem*, *Networks*, 1992, Vol. 22, 91–108.
- [370] ROUSE R., HAN S., LUKENS J. E., *Flux amplification using stochastic superconducting quantum interference devices*, *Applied Physics Letters*, 1995, Vol. 66, No. 1, 108–110.
- [371] RUBINOV M., SPORNS O., *Complex network measures of brain connectivity: uses and interpretations*, *Neuroimage*, 2010, Vol. 52, 1059–1069.
- [372] SAGLANI S., MCKENZIE S. A., *Environmental factors relevant to difficult asthma*, *Paediatric Respiratory Review*, 2002, Vol. 3, 248–254.
- [373] SANCHEZ E.C., HINES P.D.H., BARROWS C., BLUMSACK S., *Comparing the topological and electrical structure of the north american electric power structure*, *IEEE Systems Journal*, 2012, Vol. 6, No. 4, 616–626.
- [374] SÁNCHEZ-GARCIA, COZZO E., MORENO Y., *Dimensionality reduction and spectral properties of multilayer networks*, *Physical Review E*, 2014, Vol. 89, No. 5, 052815.

- [375] SARTORI I., NAPOLITANO A., VOSS K., *Net zero energy buildings: a consistent definition framework*, Energy and Buildings, 2012, Vol. 48, 220–232.
- [376] SATORRAS P.R., VAZQUEZ A., VESPIGNANI A., *Dynamical and correlation properties of the internet*, Physical Review Letters, 2001, Vol. 87, No. 25, 258701.
- [377] SCHMIDT-NIELSEN K., *Dlaczego tak ważne są rozmiary zwierząt. Skalowanie*, Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa 1994.
- [378] SCHUSTER H.G., *Chaos deterministyczny. Wprowadzenie*, Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa 1993.
- [379] SEDGEWICK R., *Algorytmy w C++: grafy*, Wydawnictwo RM, Warszawa 2003.
- [380] SEELY A.J.E., MACKLEM P.T., *Complex systems and the technology of variability analysis*, Critical Care, 2004, Vol. 8, No. 8, R367–R384.
- [381] SEGRE D., VITKUP D., CHURCH G.M., *Analysis of optimality in natural and perturbed metabolic networks*, Proceedings of the National Academy of Science of the United States of America, 2002, Vol. 99, 15112–15117.
- [382] SHANDILYA S.G., TIMME M., *Inferring network topology from complex dynamics*, New Journal of Physics, 2011, Vol. 13, No. 1, 013004.
- [383] SHANNON C.E., *Communication in the presence of noise*, Proceedings of the I.R.E., 1949, Vol. 37, No. 1, 10–21.
- [384] SHANNON C.E., WEAVER W., *The mathematical theory of communication*, The University of Illinois Press, Urbana 1963.
- [385] SHIMADA Y., IKEGUCHI T., SHIGEHARA T., *From networks to time series*, Physical Review Letters, 2012, Vol. 109, No. 15, 158701.
- [386] SHIRAZI A.H., JAFARI G.R., DAVOUDI J., PEINKE J., TABAR M.R.R., *Mapping stochastic processes onto complex networks*, Journal of Statistical Mechanics: Theory and Experiment, 2009, Vol. 7, P07046.
- [387] de SILVA L.C., MORIKAWA C., PETRA I.M., *State of the art of smart homes*, Engineering Applications of Artificial Intelligence, 2012, Vol. 25, 1313–1321.
- [388] SINGER J., *Enabling tomorrow's electricity system*, Report of the Ontario smart grid forum, Toronto 2009, http://www.ieso.ca/Documents/smart_grid/Smart_Grid_Forum-Report.pdf, (dostęp: 15.11.2014).
- [389] SMITH S.M., MILLER K.L., SALIMI-KHORHIDI G., WEBSTER M., BECKMANN C., NICHOLS T.E., RAMSEY J.D., WOOLRICH M.W., *Network modelling methods for FMRI*, Neuroimage, 2011, Vol. 54, 875–891.
- [390] SNEPPEN K., TRUSINA A., ROSVALL M., *Hide and seek on complex networks*, Europhysics Letters, 2005, Vol. 69, No. 5, 853–859.
- [391] SÖDERSTRÖM T., STOICA P., *Identyfikacja Systemów*, Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa 1997.
- [392] SOKOLOV I.M., KLAFTER J., *Field-induced dispersion in subdiffusion*, Physical Review Letters, 2006, Vol. 97, No. 14, 140602.
- [393] SOKOLOV I.M., *Linear response to perturbation of nonexponential renewal process: a generalized master equation approach*, Physical Review E, 2006, Vol. 73, No. 6, 067102.
- [394] SOLÉ R.V., VALVERDE S., *Information theory of complex networks [w:] Complex networks*, pod red. Ben-Naim E., Frauenfelder H., Toroczkai Z., Seria: Lecture Notes in Physics, Springer, Berlin 2004, 169–190.
- [395] SOLÉ R.V., VALVERDE S., *Information theory of complex networks: on evolution and architectural constraints*, Lecture Notes in Physics, 2004, Vol. 650, 189–207.
- [396] SONG E.Y., LEE K., *Understanding IEEE 1451 – Networked smart transducer interface standard*, IEEE Instrumentation and Measurement Magazine, Vol. 11, No. 2, 11–17.
- [397] SROKA R., *Metody fuzji danych w pomiarach parametrów ruchu drogowego*, AGH Uczelniane Wydawnictwa Naukowo-Dydaktyczne, Kraków 2008.

- [398] STAUFFER D., AHARONY A., *Introduction to percolation theory*, Taylor & Francis, London 1991.
- [399] STERN G., LATZIN P., RÖÖSLI M., FUCHS O., PROIETTI E., KUEHNI C., FREY U., *A prospective study of the impact of air pollution on respiratory symptoms and infections in infants*, American Journal of Respiratory and Critical Care Medicine, 2013, Vol. 187, No. 12, 1341–1348.
- [400] STOCKS N.G., *Suprathreshold stochastic resonance in multilevel threshold systems*, Physical Review Letters, 2000, Vol. 84, 2310–2313.
- [401] STOOP R., BUCHLI J., CHRISTEN M., *Phase and frequency locking in detailed neuron models*, 2004 International Symposium on Nonlinear Theory and its Applications (NOLTA 2004), Fukuoka, Japan, 29 November – 3 December 2004, 43–46.
- [402] STOUT J., WHITEWAY M., OTT E., GIRVAN M., ANTONSEN T. M., *Local synchronization in coupled oscillators*, Chaos, 2011, Vol. 21, No. 2, 025109.
- [403] STROGATZ S.H., *Exploring complex networks*, Nature, 2001, Vol. 410, 268–276.
- [404] STRONG S.P., KOBERLE R., RUYTER VAN STEVENINCK DE R.R., BIALEK W., *Entropy and information in neuronal spike trains*, Physical Review Letters, 1998, Vol. 80, 197–200.
- [405] STROZZI F., ZALDÍVAR J.M., POLJANSEK K., BONO F., GUTIÉRREZ E., *From complex networks to time series analysis and viceversa: application to metabolic networks*, JRC Scientific and Technical Reports, Office for Official Publications of the European Communities, European Communities 2009, EUR 23047, JRC52892.
- [406] SUKI B., ALENCAR A.M., FREY U., DAWSON C.A., KRENZ G.S., MISHIMA M., *Fluctuations, noise and scaling in the cardio-pulmonary system*, Fluctuation and Noise Letters, 2003, Vol. 3, No. 1, R1–R25.
- [407] SUKI B., BATES J.H.T., FREY U., *Complexity and emergent phenomena*, [w:] *Comprehensive physiology, the respiratory system, respiration mechanics: organ, cell molecule*, pod red. Fredbreg J.J., Sieck G.C., Gerthoffer W.T., Wiley-Blackwell, 2011, Vol. 1, 995–1029.
- [408] SUKI B., HABIB R.H., JACKSON A.C., *Wave propagation, input impedance, and wall mechanics of the calf trachea from 16 to 1,600 Hz*, Journal of Applied Physiology, 1993, Vol. 75, No. 6, 2755–2766.
- [409] SUKI B., ITO S., STAMENOVIĆ D., LUTCHEN K.R., INGENITO E.P., *Biomechanics of the lung parenchyma: critical roles of collagen and mechanical forces*, Journal of Applied Physiology, 2005, Vol. 98, 1892–1899.
- [410] SUKI B., LUTCHEN K.R., INGENITO E.P., *On the progressive nature of emphysema: roles of proteases, inflammation, and mechanical forces*, American Journal of Respiratory and Critical Care Medicine, 2003, Vol. 168, 516–521.
- [411] SUMMERS T.H., LYGEROS J., *Optimal sensor and actuator placement in complex dynamical networks*, Proceedings of the 19th IFAC World Congress, Cape Town South Africa, 2014, Vol. 19, No. 1, 3784–3789.
- [412] SUN X., SMALL M., ZHAO Y., XUE X., *Characterizing system dynamics with a weighted and directed network constructed from time series data*, Chaos, 2014, Vol. 24, No. 2, 024402.
- [413] SUPPES P., *Models of data*, [w:] *Logic, methodology and philosophy of science: Proceedings of the 1960 International Congress*, pod red. E. Nagel, Stanford University Press, Stanford 1962, 252–261.
- [414] ŠUVAKOV M., DMITRAŠINOVIĆ V., *Three classes of Newtonian three-body planar periodic orbits*, Physical review Letters, 2013, Vol. 110, No. 11, 114301.
- [415] ŚWIRNIAK G., *Pomiar średnicy włókna optycznego z wykorzystaniem światła rozproszonego*, Praca doktorska, Politechnika Wrocławska, Wrocław 2009.
- [416] SZILARD L., *On the decrease of entropy in a thermodynamic system by the intervention of intelligent beings*, tłum. Rapaport A., Knoller M. z oryginału, *Über die Entropieverminderung in einem thermodynamischen System bei Eingriffen intelligenter Wesen*, Zeitschrift für Physik, 1929, Vol. 53, 840–856.

- [417] TADEUSIEWICZ R., *Sieci neuronowe*, Akademicka Oficyna Wydawnicza, Warszawa 1993.
- [418] TAKENS F., *Detecting strange attractors in turbulence*, [w:] *Dynamical systems and turbulence*, pod red. Rand D., Young L.-S., Lecture Notes in Mathematics, Vol. 898, Springer, Berlin 1981, 366–381.
- [419] TAN F., XIA Y., ZHU B., *Link prediction in complex networks: a mutual information perspective*, Plos One, 2014, Vol. 9, No. 9, e107056.
- [420] TANG J., WANG Y., WANG H., LIU F., *Complex network approach for the complexity and periodicity in traffic time series*, Proceedings of the 13th COTA International Conference of Transportation Professionals (CICTP 2013), Social and Behavioral Sciences, 2013, Vol. 96, 2602–2610.
- [421] TARAPATA Z., *Czy sieci rządzą światem? Od Eulera do Barabasiego*, Biuletyn Instytutu Systemów Informatycznych, 2012, Vol. 10, 31–51.
- [422] TAWHAI M.H., HUNTER P., TSCHIRREN J., REINHARDT J., MCLENNAN G., HOFFMAN E.A., *CT-based geometry analysis and finite element models of the human and ovine bronchial tree*, Journal of Applied Physiology, 2004, Vol. 97, 2310–2321.
- [423] Technical Specification Group, *Self-configuring and self-optimizing network use cases and solutions*, 3rd Generation Partnership Project (3GPP), Technical Report TS 36.902, 2008, <http://www.3gpp.org/dynareport/36-series.htm>, (dostęp: 15.11.2014).
- [424] TEJERA E., NIETO-VILLAR J., REBELO I., *Protein sequence complexity revisited. Relationship with fractal 3D structure, topological and kinetic parameters*, Physica A, 2014, Vol. 410, 287–301.
- [425] TERRILL P.I., WILSON S.J., SURESH S., COOPER D.M., DAKIN C., *Characterising non-linear dynamics in nocturnal breathing patterns of healthy infants using recurrence quantification analysis*, Computers in Biology and Medicine, 2013, Vol. 43, No. 4, 231–239.
- [426] THAMRIN C., STERN G., FREY U., *Fractals for physicians*, Pediatric Respiratory Reviews, 2010, Vol. 11, 123–131.
- [427] THIEL M., ROMANO M.C., KURTHS J., *How much information is contained in a recurrence plot?*, Physics Letters, 2004, Vol. 330, 343–349.
- [428] THIEL M., ROMANO M.C., KURTHS J., ROLFS M., KLIEGL R., *Twin surrogates to test for complex synchronization*, Europhysics Letters, 2006, Vol. 75, No. 4, 535–541.
- [429] THIEL M., ROMANO M.C., KURTHS J., *Spurious structures in recurrence plots induced by embedding*, Nonlinear Dynamics, 2006, Vol. 44, No. 1–4, 299–305.
- [430] THIEL M., ROMANO M.C., READ P.L., KURTHS J., *Estimation of dynamical invariants without embedding by recurrence plots*, Chaos 2004, Vol. 14, 234–2443.
- [431] TOMALAK W., *Wybrane aspekty badania mechaniki oddychania i modelowania systemu oddechowego przy użyciu techniki oscylacji wymuszonych*, Instytut Gruźlicy i Chorób Płuc, Oddział w Rabce-Zdroju, Rabka 1998.
- [432] van den TOORN L.M., OVERBEEK S.E., de JONGSTE J.C., LEMAN K., HOOGSTEDEN H.C., PRINS J.B., *Airway inflammation is present during clinical remission of atopic asthma*, American Journal of Respiratory and Critical Care Medicine, 2001, Vol. 164, 2107–2113.
- [433] TRAVIS M., ZHANG X., NEWMAN M.E.J., *Localization and centrality in networks*, Physical Review E, 2014, Vol. 90, No. 5, 052808.
- [434] TRULLA L.L., GIULIANI A., ZBILUT J.P., WEBBER C.L. Jr., *Recurrence quantification analysis of the logistic equation with transients*, Physics Letters A, 1996, Vol. 223, No. 4, 255–260.
- [435] TRUSINA A., ROSVALL M., SNEPPEN K., *Information horizons in networks*, Physical Review Letters, 2005, Vol. 94, No. 23, 238701.
- [436] TSARA V., AMFILOCHIOU A., PAPAGRIGORAKIS M.J., GEORGOPOULOS D., LIOLIOS E., *Definition and classification of sleep related breathing disorders in adults*, Hippokratia, 2009, Vol. 13, No. 3, 187–191.

- [437] VAITHEESVARAN V., *Power to people*, Earthscan, Oxford 2005.
- [438] VARNI G., VOLPE G., CAMURI A., *A system for real-time multimodal analysis of nonverbal affective social interaction in user-centric media*, IEEE Transactions on Multimedia, 2010, Vol. 12, No. 6, 576–590.
- [439] VÁZQUEZ DE ANDA G.F., HARTOG A., VERBRUGGE S.J., GOMMERS D., LACHAMN B., *The open lung concept: pressure controlled ventilation is as effective as high frequency oscillatory ventilation in improving gas exchange and lung mechanics in surfactant deficient animals*, Intensive Care Medicine, 1999, Vol. 25, 990–996.
- [440] VERPLANCKE T., LOOY S.V., STEURBAUT K., BENOIT D., TURCK F.D., de MOOR G., DECRUYENAERE J., *A novel time series analysis approach for prediction of dialysis in critically ill patients using echo-state networks*, BMC Medical Informatics and Decision Making, 2010, Vol. 10, No. 1, 414–423.
- [441] VLAHAKIS N.E., HUBMAYR R.D., *Cellular stress failure in ventilator-injured lungs*, American Journal of Respiratory and Critical Care Medicine, 2005, Vol. 171, 1328–1342.
- [442] VOGEL J., SMIDT U., *Impulse oscillometry. Analysis of lung mechanics in general practice and the clinic, epidemiological and experimental research*, PMI Verlagsgruppe GmbH, Frankfurt am Main 1994.
- [443] VOSS K., SARTORI I., LOLLINI I., *Nearly zero, net zero and plus energy buildings – how definitions and regulations affect the solutions*, REHVA Journal, 2012, 23–28.
- [444] WANG B., TANG H., GUO C., XIU Z., *Entropy optimization of scale-free networks' robustness to random failures*, Physica A, 2006, Vol. 363, No. 2, 591–596.
- [445] WANG L., XU G., *On an inverse problem for complex network with circuit edges*, Proceedings of the 2010 International Conference on Computational Intelligence and Software Engineering (CiSE), 10–12 December 2010, Wuhan, China.
- [446] WANG Z., SCAGLIONE A., THOMAS R.J., *Generating statistically correct random topologies for testing smart grid communication and control networks*, IEEE Transactions on Smart Grid, 2010, Vol. 1, 28–39.
- [447] WATANABE Y., KURIHARA S., SUGAWARA T., *Sensor network topology estimation using time-series data from infrared human presence sensors*, Proceedings of the IEEE Sensors 2010 Conference, 1–4 November 2010, Waikoloa, USA, 664–667.
- [448] WATTS D.J., STROGATZ S.H., *Collective dynamics of 'small-world' networks*, Nature, 1998, Vol. 393, 440–442.
- [449] WEI D.Q., LUO X.S., ZHANG B., *Analysis of cascading failure in complex power networks under the load local preferential redistribution rule*, Physica A, 2012, Vol. 391, 2771–2777.
- [450] WEIBEL E.R., *Morphometry of the human lung*, Academic Press, New York 1963.
- [451] WENG T., ZHAO Y., SMALL M., HUANG D., *Time-series analysis of networks: exploring the structure with random walks*, Physical Review E, 2014, Vol. 90, No. 2, 022804.
- [452] WEST B.J., GENESTON E.L., GRIGOLINI P., *Maximizing information exchange between complex networks*, Physics Reports, 2008, Vol. 468, 1–99.
- [453] WEST B., *Colloquium: Fractional calculus view of complexity: A tutorial*, Reviews of Modern Physics, 2014, Vol. 86, 1169–1184.
- [454] WEST G.B., BROWN J.H., ENQUIST B.J., *A general model for the origin of allometric scaling laws in biology*, Science, 1997, Vol. 276, 122–126.
- [455] WEST G.B., BROWN J.H., ENQUIST B.J., *The fourth dimension of life: fractal geometry and allometric scaling of organisms*, Science, 1999, 284, 1677–1679.
- [456] WIGGS B.R., MORENO R., HOGG J.C., HILLIAM C., PARÉ P.D., *A model of the mechanics of airway narrowing*, Journal of Applied Physiology, 1990, Vol. 69, No. 3, 849–860.
- [457] WILSON K.G., KOGUT J., *The renormalization group and the \mathcal{G} expansion*, Physics Reports, Section C of Physics Letters, 1974, Vol. 12, No. 2, 75–200.

- [458] WINFREE A.T., *The geometry of biological time*, Springer-Verlag, Berlin 1990.
- [459] WINFREE A.T., *Biological rhythms and the behavior of populations in coupled oscillators*, Journal of Theoretical Biology, 1967, Vol. 16, 15–42.
- [460] WOJCIECHOWSKI J., PIENKOSZ K., *Grafy i sieci*, Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa 2013.
- [461] WU C.W., *Synchronization in complex networks of nonlinear dynamical systems*, World Scientific Publishing Co. Pte., Ltd., Singapore 2007.
- [462] XU X., ZHANG J., SMALL M., *Superfamily phenomena and motifs of networks induced from time series*, Proceedings of the National Academy of Sciences of the United States of America, 2008, Vol. 105, No. 50, 19601–19605.
- [463] YANG H., CHEN G., SUN B., CHEN S.Y., WANG W.L., *Bus transport network model with ideal n-depth clique network topology*, Physica A, 2011, 2011, Vol. 390, 4660–4672.
- [464] YANG Y., YANG H., *Complex network-based time series analysis*, Physica A, 2008, Vol. 387, 1381–1386.
- [465] YERNAULT J.C., de JONGHE M., de COSTER A., ENGLERT M., *Pulmonary mechanics in diffuse fibrosing alveolitis*, Bulletin de Physio-Patologie Respiratoire, 1975, Vol. 11, 231–244.
- [466] YILDRIM M.A., GOH K.I., CUSIK M.E., BARABÁSI A.-L., VIDAL M., *Drug-target networks*, Nature Biotechnology, 2007, Vol. 25, 1119–1126.
- [467] YU H., KIM P.M., SPRECHER E., TRIFONOV V., GERSTEIN M., *The importance of bottlenecks in protein networks: correlation with gene essentiality and expression dynamics*, PLoS Comput. Biol., 2007, Vol. 3, No. 4, e59: 0713–0720.
- [468] YU W., CHEN G, LÜ J., *On pinning synchronization of complex dynamical networks*, Automatica, 2009, Vol. 45, No. 2, 429–435.
- [469] YUAN H., SUKI B., LUTCHEN K. R., *Sensitivity analysis for evaluating nonlinear models of lung mechanics*, Annals of Biomedical Engineering, 1998, Vol. 26, No. 2, 230–241.
- [470] YULE U.G., *A mathematical theory of evolution, based on the conclusions of Dr. J. C. Willis*, F.R.S., Philosophical Transactions of the Royal Society of London. Serie B, Containing Papers of a Biological Character, 1925, Vol. 213, 21–87.
- [471] ZANIN M., ZUNINO L., ROSSO O., PAPO D., *Permutation entropy and its main biomedical and econophysics applications: a review*, Entropy, 2012, Vol. 14, 1533–1577.
- [472] ZBILUT J.P., GIULIANI A., WEBBER C.L. Jr., *Detecting deterministic signals in exceptionally noisy environments using cross-recurrence quantification*, Physics Letters A, 1998, Vol. 246, No. 1–2, 122–128.
- [473] ZHANG J., LUO X., SMALL M., *Detecting chaos in pseudoperiodic time series without embedding*, Physical Review E, 2006, Vol. 73, No. 1, 016216.
- [474] ZHANG J., SMALL M., *Complex network from pseudoperiodic time series: topology versus dynamics*, Physical Review Letters, 2006, Vol. 96, No. 23, 238701.
- [475] ZHANG J., SUN J., LUO X., ZHANG K., NAKAMURA T., SMALL M., *Characterizing pseudoperiodic time series through the complex network approach*, Physica D, 2008, Vol. 237, 2856–2865.
- [476] ZHANG Z., ZHENG Z., NIU H., MI Y., WU S., HU G., *Solving the inverse problem of noise-driven dynamic networks*, Physical Review E, 2015, Vol. 91, No. 1, 012814.
- [477] ZHAO Y., WENG T., YE S., *Geometrical invariability of transformation between time series and a complex network*, Physical Review E, 2014, Vol. 90, No. 1, 012804.
- [478] ZHENG B., WU H., KUANG L., QIN J., DU W., WANG J., LI D., *A simple model clarifies the complicated relationships of complex networks*, Scientific Reports, 2014, Vol. 4, 6197.
- [479] ZHOU X.Z., MENCHE J., BARABÁSI A.-L., SHARMA A., *Human symptoms-disease network*, Nature Communications, 2014, Vol. 5, 4212.

- [480] ZOTEV V.S., MATLASHOV A.N., VOLEGOV P.L., URBAITIS A.V., ESPY M.A., KRAUS R.H. Jr., *SQUID-based instrumentation for ultralow-field MRI*, Superconductor Science and Technology, 2007, Vol. 20, No. 11, S367–S373.
- [481] ZWERGER W., *Josephson-junction networks and roughening problems*, Zeitschrift für Physik B Condensed Matter, 1990, Vol. 70, No. 1, 111–123.
- [482] 21451-1-2010 – IEEE ISO/IEC/IEEE Standard for information technology – *Smart transducer interface for sensors and actuators – Part 1: Network Capable Application Processor (NCAP) information model*.

The complex network as the tool of cognition in metrology

The study introduces the theory of complex networks into the scheme of cognition in metrology, which increases the insight into the nature of the complex systems and the reliability of their quantifications. It has been shown in the work, that the abstract conception of network embedded in the theory of measurement can be applied to each system where the elements can be identified and the relations between them. Generality of such attempt is connected with the interdisciplinary, quantitative, mathematical and computational nature of the networks which are driven by access to the measurement data. The monograph shows that the metrology opens the space for the development of both the graphical and matrix mode of the complex networks operation. Then, these tools can be applied for modeling of systems and data and to the estimation of defined network measures. The modification of the cognition process in metrology formulated in the study is the response of the science to the emergent measurement challenges which condition the design, building, monitoring, prediction and management of the complex, medical and technical systems, for example the smart home/city, communication systems, personalization of the medicine in the global network of telemedical services, etc. The problems are simultaneously the examples used by author in the work to show the validity of proposed conceptions, which can be generalized for any complex system.

W monografii *Sieć złożona jako narzędzie poznania w metrologii* przedstawiono zagadnienia dotyczące kilku obszarów wiedzy i umiejętności, m.in.: metrologii, teorii sieci złożonych, teorii systemów, analizy danych eksperymentalnych. Autor wskazuje na oryginalny punkt wspólny tych nauk związany z adaptacją metod i narzędzi sieci złożonych do schematu poznawczego w metrologii. Słuszność przyjętego stanowiska uzasadnia, omawiając podstawy teoretyczne podjętej tematyki, a następnie stosując je do wybranych przykładów obiektów medycznych i technicznych.

Książka jest przeznaczona zarówno dla studentów studiów magisterskich, jak i badaczy na co dzień zajmujących się problemami natury podstawowej, technicznej, biologicznej, społecznej itd.



Wydawnictwa Politechniki Wrocławskiej są do nabycia w księgarni,
plac Grunwaldzki 13, 50-377 Wrocław, budynek D-1 PWr., tel. 71 320 29 35
Prowadzimy sprzedaż wysyłkową: zamawianie.ksiazek@pwr.edu.pl

ISBN 978-83-7493-894-5