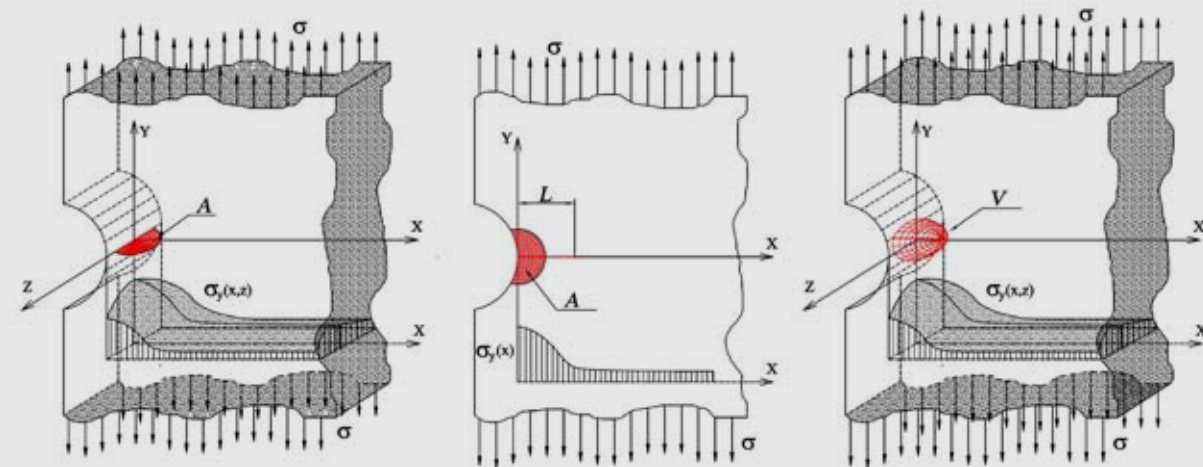


Nielokalne metody obliczeń zmęczeniowych



Aleksander Karolczuk

Nielokalne metody obliczeń zmężeń

Praca naukowa finansowana ze środków na naukę w latach 2007-2009 jako projekt badawczy

Opole 2009

SPIS TREŚCI

Wykaz ważniejszych oznaczeń	5
1. Wprowadzenie	9
2. Kryteria wieloosiowego zmęczenia materiału	13
2.1. Kryterium maksymalnego naprężenia normalnego	13
2.2. Kryterium maksymalnego naprężenia stycznego	15
2.3. Kryterium maksymalnego odkształcenia normalnego	16
2.4. Kryterium Findleya	16
2.5. Kryterium Mataka	17
2.6. Kryterium Dang Vana	19
2.7. Kryterium Papadopoulou	20
2.8. Kryterium Fatemiego-Sociego i innych	22
2.9. Kryterium dwuparametrowe	23
3. Przegląd nielokalnych metod obliczeń zmęczeniowych	25
3.1. Deterministyczne metody obliczeń zmęczeniowych	25
3.1.1. Metoda objętościowa	27
3.1.2. Metoda powierzchniowa	30
3.1.3. Metoda liniowa	33
3.1.4. Metoda punktowa	36
3.1.5. Podsumowanie metod deterministycznych	38
3.2. Probabilistyczne metody obliczeń zmęczeniowych w zakresie inicjacji pęknięć	40
3.2.1. Koncepcja najsłabszego ogniwa	40
3.2.2. Model Bomasa i innych	42
3.2.3. Model Delahaya i Palin-Luca	46
3.2.4. Model Flaceliere'a i Morela	47
3.2.5. Podsumowanie metod probabilistycznych	49
4. Płaszczyznowa metoda uśredniania niejednorodnych pól naprężeń i odkształceń	53
4.1. Geneza	53
4.2. Założenia	53
4.3. Model	56
4.4. Funkcje wagowe	58
4.5. Algorytm	62
5. Probabilistyczny model oceny trwałości zmęczeniowej	65
5.1. Geneza	65
5.2. Założenia	66
5.3. Model	67

5.4.	Algorytm	71
5.5.	Identyfikacja parametrów	73
6.	Weryfikacja doświadczalna	75
6.1.	Opis badań eksperymentalnych	75
6.1.1.	Próbki cylindryczne z defektami	75
6.1.2.	Próbki krzyżowe z otworem	79
6.1.3.	Próbki cylindryczne z karbem obrączkowym	83
6.1.4.	Próbki typu diablo	85
6.2.	Modelowanie rozkładów naprężeń i odkształceń	87
6.2.1.	Model umocnienia materiału	87
6.2.2.	Próbki analizowane w programie COMSOL	92
6.2.3.	Próbki analizowane w programie ANSYS	101
6.2.4.	Próbki analizowane programem autorskim	103
6.3.	Weryfikacja metody płaszczyznowej	108
6.3.1.	Próbki cylindryczne ze stali C36 z defektami	108
6.3.2.	Próbki typu diablo ze stali 18G2A	120
6.3.3.	Próbki cylindryczne ze stali S45C z defektami	136
6.4.	Weryfikacja modelu probabilistycznego	140
6.4.1.	Próbki krzyżowe ze stali 18G2A	140
6.4.2.	Próbki cylindryczne ze stali AISI 1141	141
6.4.3.	Próbki cylindryczne ze stali St3S	143
7.	Wnioski	147
7.1.	Ogólne	147
7.2.	Ocena proponowanych metod	148
7.3.	Koncepcja przyszłych badań	149
A.	Transformacja tensora naprężenia z lokalnego, biegunowego układu współrzędnych na płaszczyznę krytyczną	151
	Literatura	153
	Streszczenie	165
	Abstract	167

WYKAZ WAŻNIEJSZYCH OZNACZEŃ

Parametry obciążenia:

- R – współczynnik asymetrii obciążenia $R = \sigma_{min}/\sigma_{max}$,
 γ, ε – odkształcenia,
 λ_M – stosunek amplitud $M_{s,a}/M_{g,a}$ momentu skręcającego do zginającego,
 $\lambda_{\tau\sigma}$ – stosunek amplitud τ_a/σ_a naprężenia stycznego do naprężenia normalnego,
 σ, τ – naprężenie normalne i styczne.

Współczynniki materiałowe:

- b, c – wykładnik wytrzymałości zmęczeniowej i cyklicznego odkształcenia plastycznego,
 E – moduł sprężystości podłużnej,
 m_σ, m_τ – wykładniki potęgowe charakterystyk zmęczeniowych Wöhlera odpowiednio dla rozciągania-ściskania i skręcania,
 n', K' – wykładnik i współczynnik krzywej cyklicznego odkształcenia,
 N_σ, N_τ – bazowe liczby cykli do zniszczenia występujące w charakterystykach zmęczeniowych odpowiednio dla wahadłowego rozciągania - ściskania i skręcania,
 R_e – granica plastyczności,
 $R_{e0,02cy}$ – cykliczna granica plastyczności przyjęta dla amplitudy odkształcenia plastycznego $\varepsilon_{ap} = 0,02\%$,
 R_m – statyczna wytrzymałość na rozciąganie,
 ε'_f – współczynnik cyklicznego odkształcenia plastycznego dla rozciągania-ściskania,
 γ'_f – współczynnik zmęczeniowego odkształcenia plastycznego dla skręcania,
 ν – liczba Poissona,
 ν_e, ν_p – liczba Poissona dla zakresu odkształceń sprężystych i plastycznych,
 σ_{af} – granica zmęczenia dla rozciągania-ściskania przy $R = -1$,
 σ'_f – współczynnik wytrzymałości zmęczeniowej dla rozciągania - ściskania,
 τ'_f – współczynnik wytrzymałości zmęczeniowej dla skręcania,

τ_{af} – granica zmęczenia dla wahadłowego skręcania.

Ogólne:

A_0 – pole referencyjne,
 \sqrt{area} – pierwiastek z pola przekroju defektu w płaszczyźnie maksymalnego naprężenia głównego (parametr Murakamiego),
 \mathbf{n} – wektor jednostkowy normalny do płaszczyzny krytycznej,
 N – liczba cykli,
 N_f – liczba cykli do zniszczenia w charakterystykach zmęczeniowych,
 P_z – prawdopodobieństwo zniszczenia elementu,
 P_{tr} – prawdopodobieństwo przetrwania (niezniszczenia) elementu,
 \mathbf{s} – wektor jednostkowy leżący w płaszczyźnie krytycznej określający kierunek styczny,
 t – czas,
 V_0 – objętość referencyjna,
 Ω_0 – obszar referencyjny.

Indeksy i inne:

a – amplituda,
 af – dotyczy granicy zmęczenia,
 c – wartość dopuszczalna (krytyczna),
 cal – obliczeniowe,
 e, p – sprężyste, plastyczne,
 eq – ekwiwalentne,
 exp – eksperymentalne,
 h – hydrostatyczne,
HCF – high cyclic fatigue regime: zakres dużej liczby cykli,
 ij – składowe w kartezjańskim układzie współrzędnych xyz ,
 $(i, j = x, y, z)$,
LCF – low cyclic fatigue regime: zakres małej liczby cykli,
 m – wartość średnia w dziedzinie czasu,
max, min – wartość maksymalna, minimalna w dziedzinie czasu,
MES – metoda elementów skończonych,
MRE – maksymalny rozmiar elementu skończonego,
 n – w płaszczyźnie o normalnej \mathbf{n} ,
 ns – w kierunku \mathbf{s} na płaszczyźnie o normalnej \mathbf{n} ,

s	– w kierunku wektora s ,
μ	– mikroskopowe,
1, 2, 3	– wartości główne normalne, według kolejności malejącej,
Δ	– zakres zmian parametru,
$\hat{}$	– wartość średnia,
,	– przecinek użyty w dolnym indeksie nie oznacza operacji różniczkowania.

Oznaczenia występujące w tekście, a nie wyszczególnione powyżej, odnoszą się do stałych materiałowych charakterystycznych dla każdego kryterium lub wielkości specyficznych, które zostały opisane w tekście.

1. WPROWADZENIE

Znaczna grupa elementów maszyn funkcjonuje w warunkach obciążeń zmiennych, które mogą doprowadzić do pęknięcia elementu i zniszczenia całej maszyny, powodując zarówno poważne straty ekonomiczne, jak i społeczne [20, 25, 56]. W celu uniknięcia takich zdarzeń prowadzone są liczne badania nad zjawiskiem zmęczenia materiału, których rezultatem są opracowane algorytmy pozwalające oszacować trwałość zmęczeniową elementów konstrukcyjnych. Występowanie niejednorodnych pól naprężeń w elementach maszyn komplikuje w dużym stopniu proces obliczeniowy wyznaczania trwałości zmęczeniowej, a taki przypadek jest powszechnie spotykany. Skomplikowane kształty elementów maszyn, a często sam sposób ich obciążenia, powoduje powstawanie obszarów w materiale o niejednakowych wartościach naprężeń, a tym samym o różnym stopniu wyężenia zmęczeniowego. Badania doświadczalne wykazują, że trwałości takich elementów wyznaczone na podstawie przebiegów naprężeń z jednego punktu (krytycznego) w materiale nie zawsze są właściwe [90, 106].

Z przeglądu literatury specjalistycznej (rozdział 3) można wyróżnić dwie grupy metod, które uwzględniają wpływ niejednorodności naprężeń na trwałość zmęczeniową. Pierwsza, bardziej rozpowszechniona grupa obejmuje metody deterministyczne, w których trwałość zmęczeniową podaje się za pomocą jednej wartości bez określania jej rozrzutów. Dominują tutaj metody polegające na bezpośrednim uśrednianiu niejednorodnego pola naprężeń (odkształceń), wokół punktu krytycznego, w celu uzyskania parametru zdolnego prawidłowo oszacować trwałość zmęczeniową. Są to metody oparte na tzw. wymiarze krytycznym. W literaturze anglojęzycznej zwane „critical distance methods” [130–133]. Druga grupa to metody probabilistyczne zakładające, że: (i) materiał zawiera różnego rodzaju defekty; (ii) pęknięcie zmęczeniowe rozpocznie się od defektu najbardziej „niebezpiecznego”, czyli takiego, którego morfologia i poziom naprężeń wokół defektu najbardziej sprzyjają rozwojowi pęknięcia. Zgodnie z takimi założeniami, wielkość obszaru narażonego na zmienne naprężenia wpływa na prawdopodobieństwo wystąpienia pęknięcia.

W obu wyselekcjonowanych grupach przeprowadza się proces całkowania pól naprężeń, odkształceń w różnych przestrzeniach geometrycznych materiału. Z tego względu obie grupy zaliczono do metod nielokalnych. Pojęcie nielokalności w niniejszej pracy nie jest rozumiane jako wpływ stanu

naprężenia (odkształcenia) w jednym punkcie materiału na stan naprężenia w innym (oddziaływanie dalekozasięgowe [109]), ale jako oddziaływanie niejednorodnego pola naprężeń w materiale na trwałość zmęczeniową rozpatrywanego elementu konstrukcyjnego. W omawianych metodach modelowanie przeprowadza się w skali makroskopowej materiału, bez uwzględniania niejednorodności wynikającej z budowy krystalicznej analizowanych materiałów. Z tego powodu nie należy identyfikować opisywanych modeli z teorią homogenizacji [41] ani z nielokalną teorią sprężystości [109].

Niniejsza monografia jest poświęcona nielokalnym metodom obliczeń zmęczeniowych, tzn. uwzględniających wpływ niejednorodnego i zmiennego w czasie rozkładu naprężeń na proces zmęczenia materiału. Opisano w niej znane nielocalne metody obliczeń zmęczeniowych (rozdział 3) oraz podstawowe kryteria wieloosiowego zmęczenia materiału (rozdział 2), których znajomość jest konieczna w ocenie trwałości zmęczeniowej. Ponadto praca zawiera propozycje własne dwóch metod (rozdziały 4 i 5) obliczeń nielokalnych, których weryfikacja (paragrafy 6.3 i 6.4) została przeprowadzona przy wykorzystaniu danych eksperymentalnych własnych (paragrafy 6.1.2 i 6.1.4) oraz zaczerpniętych z literatury (paragrafy 6.1.1 i 6.1.3). Proces weryfikacji wymagał wykorzystania zaawansowanych metod analiz numerycznych, których opis zawarto w paragrafie 6.2.

Głównym celem pracy jest zaprezentowanie dwóch oryginalnych, nielokalnych metod obliczeń zmęczeniowych: (a) metody probabilistycznej szacowania trwałości zmęczeniowej elementów konstrukcyjnych bazującej na koncepcji „najsłabszego ogniwa” (the weakest link concept, (rozdział 5)) i (b) metody deterministycznej bazującej na koncepcji uśredniania naprężeń (odkształceń) w płaszczyźnie krytycznej (rozdział 4). Zaproponowane metody powstały w wyniku analiz istniejących nielokalnych metod obliczeń zmęczeniowych oraz obserwacji zjawisk zachodzących w materiałach z niejednorodnym i zmiennym w czasie rozkładem naprężeń.

W metodzie probabilistycznej wykorzystano nowy dwuwymiarowy rozkład prawdopodobieństwa zniszczenia elementu. Zaproponowany rozkład pozwala na wyznaczenie trwałości zmęczeniowej elementów z niejednorodnym rozkładem naprężenia w szerokim zakresie liczby cykli dla dowolnego (wymaganego) poziomu prawdopodobieństwa P_z . W obliczeniach przyjęto rozkłady prawdopodobieństwa typu Weibulla, których parametry uzależniono od wartości naprężeń (odkształceń) ekwiwalentnych. Zaprezentowane podejście uwzględnia wpływ niejednorodności naprężeń oraz wielkości elementu na trwałość zmęczeniową.

W metodzie płaszczyznowej (deterministycznej) wyróżniono dwie płaszczyzny o tej samej orientacji względem materiału, ale o innych polach powierzchni, co pozwala na osobne uśrednianie naprężeń stycznych (odkształceń postaciowych) i naprężeń (odkształceń) normalnych. Zastosowane dwie płaszczyzny o różnych polach powierzchni umożliwiają prawidłowe modelowanie odmiennych mechanizmów zmęczeniowych (ściananie i otwieranie płaszczyzn pęknięcia) wpływających na trwałość zmęczeniową elementów o niejednorodnych polach naprężeń.

Metody zostały zweryfikowane (rozdział 6) na podstawie trwałości zmęczeniowej wyznaczonej w badaniach eksperymentalnych elementów z koncentratorami naprężeń oraz elementów gładkich poddanych zginaniu i skręcaniu.

2. KRYTERIA WIELOOSIOWEGO ZMĘCZENIA MATERIAŁU

W niniejszym rozdziale przedstawiono tylko kryteria wieloosiowego zmęczenia materiału, które wykorzystano w przeglądzie literatury dotyczącego nielokalnych metod obliczeń zmęczeniowych lub użyto w weryfikacji proponowanych metod obliczeniowych. Szerszy przegląd kryteriów zmęczeniowych został opisany w pracy [63]. Omawiane kryteria należą do grupy hipotez zmęczeniowych zakładających niezmienną właściwość materiału wraz z kumulacją uszkodzeń w czasie, w związku z tym trwałość elementu N można wyznaczyć na podstawie charakterystyki zmęczeniowej materiału, np. Mansona-Coffina

$$\varepsilon_a(N_f) = \frac{\sigma_f'}{E}(2N_f)^b + \varepsilon_f'(2N_f)^c, \quad (2.1)$$

gdzie: ε_a jest amplitudą odkształcenia, N_f jest oczekiwaną liczbą cykli do zniszczenia materiału. W pracy przyjęto nazywać składniki tensora naprężeń lub odkształceń parametrami uszkodzenia, które powiązane funkcją wynikającą z założeń kryterium wieloosiowego zmęczenia definiują miarę kumulacji uszkodzeń (tzw. wartości ekwiwalentne z jednoosiowym stanem naprężenia, np. $\varepsilon_a = \varepsilon_{eq,a}$). Miara kumulacji uszkodzeń (np. $\varepsilon_{eq,a}$) porównana z charakterystyką zmęczeniową np. (2.1) pozwala na obliczenie elementarnego stopnia uszkodzenia $D = 1/N$ ($N = N_f$) lub bezpośrednio trwałości N .

W przypadku obciążeń zmiennie-amplitudowych, dla każdej (i -tej) amplitudy $\varepsilon_{eq,a}^{(i)}$ wyznacza się elementarny stopień uszkodzenia $D^{(i)} = 1/N$, [74, 129], które następnie podlegają liniowej lub nieliniowej kumulacji. W rozdziale omówiono jedynie kryteria wieloosiowego zmęczenia materiału, w których parametrem uszkodzenia jest naprężenie lub odkształcenie, pomijając szeroki zestaw kryteriów opartych na innych parametrach uszkodzenia jak gęstość energii odkształcenia [43, 44, 78, 79, 84] lub inne.

2.1. Kryterium maksymalnego naprężenia normalnego

Kryterium maksymalnego naprężenia normalnego stosowane w obszarze obciążeń zmęczeniowych wywodzi się ze statycznej hipotezy wyężenia materiału, tj. z kryterium maksymalnego naprężenia głównego [50]. Kryterium maksymalnego naprężenia głównego w swojej pierwotnej formie było

i jest stosowane w zmęczeniu materiałów poprzez zastąpienie statycznych wielkości naprężeń zakresem zmienności naprężenia głównego $\Delta\sigma_1$ [125]. Niestety, zaadaptowana w ten sposób statyczna hipoteza wyęczenia materiału okazała się bardzo ograniczona w zastosowaniach, nie spełniła oczekiwań i dla zdecydowanej większości analizowanych materiałów i obciążeń nie udało się zadowalająco skorelować procesów zmęczeniowych z zakresem naprężenia głównego [125]. Kryterium maksymalnego naprężenia głównego może być stosowane tylko dla pewnej klasy materiałów obciążanych siłami proporcjonalnymi i cyklicznymi. W przypadku obciążeń zmiennych kierunki naprężeń głównych są zmiennie w czasie [14, 30, 83, 93], co prowadzi do trudności w interpretacji fizycznej zakresu naprężeń głównych [125]. O ile w przypadku obciążeń proporcjonalnych i cyklicznych zmienność kierunków głównych jest niewielka (zmiany skokowe) i można (dla pewnych materiałów) skorelować trwałość zmęczeniową z zakresem naprężenia głównego $\Delta\sigma_1$, to w przypadku obciążeń nieproporcjonalnych, a tym bardziej losowych, jest to niezasadne [125].

W celu uniknięcia trudności w wyznaczaniu zakresu maksymalnego naprężenia głównego stosuje się naprężenie normalne σ_n wyznaczone dla stałej w czasie orientacji płaszczyzny. Miarą uszkodzenia jest naprężenie ekwiwalentne przyjmujące postać [81]

$$\sigma_{eq}(t) = \sigma_n(t) = \sigma_{ij}(t)n_in_j, \quad (2.2)$$

gdzie: n_i i n_j ($i, j = x, y, z$) są składowymi wektora jednostkowego normalnego do przyjętej płaszczyzny. Równanie (2.2) pozwala na redukcję przestrzennego stanu naprężenia σ_{ij} dla każdej wartości zmiennej czasowej t do naprężeń normalnych σ_n (gdzie n nie jest indeksem tensorowym) o stałej orientacji płaszczyzny określonej wektorem $\mathbf{n} = n_x\mathbf{i} + n_y\mathbf{j} + n_z\mathbf{k}$. Naturalnym jest przyjęcie takiej orientacji płaszczyzny, dla której naprężenie normalne σ_n wywołuje największe uszkodzenie materiału (płaszczyzna krytyczna). Z wyznaczonego przebiegu naprężenia $\sigma_n(t)$ można wyznaczyć amplitudę $\sigma_{n,a}$, wartość średnią $\sigma_{n,m}$, a dla obciążeń losowych można przeprowadzić proces zliczania cykli [5, 74].

Amplituda naprężenia normalnego $\sigma_{n,a}$, traktowana jak wartość ekwiwalentna $\sigma_{eq,a}$, służy do wyznaczenia liczby cykli do zniszczenia ($N_{cal} = N_f$) na podstawie standardowej charakterystyki zmęczeniowej ($\sigma_a - N_f$),

otrzymanej przy wahadłowym rozciąganiu - ściskaniu

$$\sigma_{eq,a} = \sigma_{n,a} = \sigma_{af} \left(\frac{N_\sigma}{N_f} \right)^{(1/m_\sigma)}. \quad (2.3)$$

Kryterium maksymalnego naprężenia normalnego przyjmuje następującą formę

$$\sigma_{eq,a} \leq \sigma_{kr}(N), \quad (2.4)$$

gdzie: $\sigma_{kr}(N)$ jest naprężeniem krytycznym wyznaczanym z charakterystyki zmęczeniowej materiału, którego przekroczenie oznacza uzyskanie trwałości poniżej liczby cykli N .

2.2. Kryterium maksymalnego naprężenia stycznego

Kryterium maksymalnego naprężenia stycznego wywodzi się ze statycznej hipotezy wyteżenia materiału - hipotezy Treski, [50, 125]. Podobnie jak w przypadku poprzedniego kryterium, hipotezę Treski zaadaptowano do obciążeń zmiennych, zastępując maksymalne naprężenie styczne $\tau = (\sigma_1 - \sigma_3)/2$ jego zakresem $\Delta\tau = (\Delta\sigma_1 - \Delta\sigma_3)/2$. Ta procedura prowadzi oczywiście do takich samych wątpliwości i ograniczeń jak w przypadku kryterium maksymalnego naprężenia głównego.

Prawidłowa adaptacja kryterium Treski do obciążeń zmiennych polega na wyznaczeniu przebiegu naprężenia stycznego $\tau_{ns}(t)$ dla stałego w czasie kierunku $\mathbf{s} = s_x \mathbf{i} + s_y \mathbf{j} + s_z \mathbf{k}$ w płaszczyźnie o normalnej \mathbf{n} , czyli [81]

$$\tau_{eq}(t) = \tau_{ns}(t) = \sigma_{ij}(t) n_i s_j, \quad (2.5)$$

gdzie: n_i i s_j ($i, j = x, y, z$) są składowymi wektorów jednostkowych \mathbf{n} i \mathbf{s} (indeks ns nie jest indeksem w sensie tensorowym). Płaszczyzną krytyczną jest płaszczyzna o największej kumulacji uszkodzeń na podstawie wartości parametru $\tau_{ns}(t)$. Amplituda naprężenia stycznego $\tau_{ns,a}$, traktowana jak wartość ekwiwalentna (miara uszkodzenia) $\tau_{eq,a}$, służy do obliczenia liczby cykli do zniszczenia ($N_{cal} = N_f$) na podstawie standardowej charakterystyki zmęczeniowej ($\tau_a - N_f$), otrzymanej w testach wahadłowego skręcania

$$\tau_{eq,a} = \tau_{ns,a} = \tau_{af} \left(\frac{N_\tau}{N_f} \right)^{(1/m_\tau)}. \quad (2.6)$$

Formę kryterialną powyższych założeń można zapisać jako

$$\tau_{eq,a} \leq \tau_{kr}(N), \quad (2.7)$$

gdzie: $\tau_{kr}(N)$ jest naprężeniem krytycznym wyznaczanym z charakterystyki zmęczeniowej materiału, którego przekroczenie oznacza uzyskanie trwałości poniżej liczby cykli N .

2.3. Kryterium maksymalnego odkształcenia normalnego

Kryterium maksymalnego odkształcenia normalnego również wywodzi się ze statycznych hipotez wyteżenia materiału. Kryterium to zakłada, że za trwałość zmęczeniową odpowiada przebieg odkształcenia normalnego $\varepsilon_n(t)$, [81]

$$\varepsilon_{eq}(t) = \varepsilon_n(t) = \varepsilon_{ij}(t)n_i n_j. \quad (2.8)$$

Matematyczna forma odkształcenia ekwiwalentnego (miary uszkodzenia) jest identyczna jak w przypadku równania (2.2), co prowadzi do przyjęcia płaszczyzny krytycznej, dla której kumulacja uszkodzeń według wartości parametru $\varepsilon_n(t)$ jest maksymalna. Przebieg odkształcenia ekwiwalentnego $\varepsilon_{eq}(t)$ pozwala na obliczenie amplitudy $\varepsilon_{eq,a}$, a następnie liczby cykli do zniszczenia przy wykorzystaniu charakterystyki zmęczeniowej Mansona - Coffina

$$\varepsilon_{eq,a} = \varepsilon_{n,a} = \frac{\sigma'_f}{E} (2N_f)^b + \varepsilon'_f (2N_f)^c. \quad (2.9)$$

Forma kryterialna przybiera postać

$$\varepsilon_{eq,a} \leq \varepsilon_{kr}(N), \quad (2.10)$$

gdzie: $\varepsilon_{kr}(N)$ jest odkształceniem krytycznym wyznaczanym z charakterystyki zmęczeniowej materiału, którego przekroczenie oznacza uzyskanie trwałości poniżej liczby cykli N .

2.4. Kryterium Findleya

Findley [38, 39] w 1956 roku wysunął postulat, że główną przyczyną zmęczenia materiału jest zmienne naprężenie styczne przy udziale naprężeń normalnych w płaszczyźnie krytycznej. Na podstawie takiego postulatu

Findley zaproponował liniowy związek naprężenia normalnego σ_n w płaszczyźnie krytycznej z dopuszczalnym zmiennym naprężeniem stycznym $\tau_{ns,c}$ dla danej liczby cykli do zniszczenia, w następującej postaci

$$\tau_{ns,c} = f - k\sigma_n \quad (2.11)$$

gdzie: f, k są stałymi materiałowymi. Materiał nie ulegnie zniszczeniu, jeśli zostanie spełniony następujący warunek

$$\tau_{ns,c} + k\sigma_n \leq f, \quad (2.12)$$

gdzie: stała materiałowa f może być traktowana jako naprężenie krytyczne. Płaszczyzną krytyczną jest płaszczyzna, dla której suma naprężenia stycznego τ_{ns} i normalnego σ_n ze współczynnikiem k osiąga wartość maksymalną. Kryterium to zostało opracowane i przetestowane dla proporcjonalnego cyklicznego zginania ze skręcaniem. Związek (2.11) następnie został rozszerzony w celu uwzględnienia wpływu wartości średniej naprężeń

$$\tau_{ns,c} = f - k\sigma_{n,\max}, \quad (2.13)$$

gdzie: $\sigma_{n,\max} = \sigma_{n,a} + \sigma_{n,m}$ (a - amplituda, m - wartość średnia). Kryterium Findleya było wielokrotnie weryfikowane przez szerokie grono badaczy z różnym powodzeniem [63]. Najczęściej przyjętą miarą uszkodzenia według założeń Findleya, służącą do wyznaczenia amplitudy naprężenia ekwiwalentnego $\tau_{eq,a}$, przedstawia się następująco

$$\tau_{eq,a} = \tau_{ns,a} + k\sigma_{n,\max}, \quad (2.14)$$

gdzie: $\tau_{ns,a}$ jest amplitudą naprężenia stycznego w płaszczyźnie o maksymalnej wartości amplitudy naprężenia ekwiwalentnego $\tau_{eq,a}$. Tak wyznaczone naprężenie ekwiwalentne jest wykorzystywane do obliczenia liczby cykli do zniszczenia przy użyciu charakterystyki zmęczenia ($\tau_a - N_f$) (rów. 2.6). Parametr k jest wyznaczany na podstawie dodatkowych badań eksperymentalnych.

2.5. Kryterium Mataka

Mataka [85], bazując na obserwacjach orientacji zainicjowanych pęknięć zmęczeniowych, zaproponował płaszczyznę krytyczną służącą do redukcji przestrzennego stanu naprężenia pokrywającą się z płaszczyzną maksymalnych naprężeń stycznych, tj, z płaszczyzną inicjacji pęknięcia. Według

Matake naprężenie normalne $\sigma_n(t)$, działające w tej płaszczyźnie, przyspiesza proces degradacji materiału. Naprężenie ekwiwalentne (miara uszkodzenia), wynikające z powyższych założeń, przybiera formę analogiczną do postaci zaproponowanej przez Findleya, czyli

$$\tau_{eq,a} = \tau_{ns,a} + k\sigma_{n,a}. \quad (2.15)$$

Materiał ulegnie zniszczeniu przed liczbą cykli N , jeśli zostanie spełniony następujący warunek

$$\tau_{eq,a} \leq \tau_{kr}(N), \quad (2.16)$$

gdzie: $\tau_{kr}(N)$ jest naprężeniem krytycznym. Płaszczyzną krytyczną w tym kryterium jest płaszczyzna maksymalnego naprężenia stycznego, a nie jak u Findleya płaszczyzna, w której suma naprężenia stycznego i normalnego jest maksymalna. Wybór innej płaszczyzny krytycznej prowadzi do innych wartości naprężeń ekwiwalentnych, a związku z tym do różnych oszacowań trwałości zmęczeniowej. Kryterium Matake zostało opracowane dla analizowania cyklicznego skręcania, zginania i kombinacji proporcjonalnego skręcania ze zginaniem. Dla takich przypadków obciążenia zakłada się stałość położenia osi głównych tensora naprężeń, w związku z czym równanie (2.15) można przedstawić w prostszej formie

$$\tau_{eq} = \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2} + k \frac{\sigma_1 + \sigma_3}{2}. \quad (2.17)$$

W odróżnieniu od współczynnika wpływu naprężeń normalnych k występującego w kryterium Findleya, którego wartość jest trudna do ustalenia, w kryterium Matake współczynnik k można wyznaczyć z jednoosiowych prób zmęczeniowych. Przyjmując poziom obciążenia na granicy zmęczenia dla próby wahadłowego rozciągania-ściskania, otrzymuje się $\tau_{ns,a} = \sigma_{af}/2$ a $\sigma_{n,a} = \sigma_{af}/2$. Podstawiając te wartości do prawej strony równania (2.15), a za $\tau_{eq,a} = \tau_{af}$, otrzymuje się wyrażenie na współczynnik k

$$k = \frac{\tau_{af} - \sigma_{af}/2}{\sigma_{af}/2} = 2 \frac{\tau_{af}}{\sigma_{af}} - 1. \quad (2.18)$$

Należy jednak pamiętać, że w ogólnym przypadku istnieją dwie płaszczyzny maksymalnego naprężenia stycznego. W przypadku obciążeń nieproporcjonalnych każda z tych płaszczyzn może doświadczyć innego przebiegu naprężenia normalnego $\sigma_n(t)$. W związku z tym przyjmuje się, że płaszczyzną krytyczną jest ta spośród dwóch płaszczyzn maksymalnego naprężenia stycznego, w której występuje większe naprężenie normalne.

2.6. Kryterium Dang Vana

Dang Van [22, 27, 28] zaproponował kryterium bazujące na analizie naprężeń w skali mezoskopowej. W kryterium tym zakłada się, że inicjacja pęknięcia nastąpi w płaszczyznach poślizgu ziaren materiału preferencyjnie zorientowanych do obciążenia zewnętrznego. Dang Van zaproponował hipotezę zakładającą, że ważnym parametrem odpowiedzialnym za zarodkowanie pęknięć wzdłuż pasm poślizgów jest mezoskopowe naprężenie styczne w obszarze ziarna. Drugim ważnym parametrem według autora jest mezoskopowe naprężenie hydrostatyczne, które wpływa na proces otwierania istniejących w materiale szczelin. Obydwa proponowane parametry zmęczeniowe zostały powiązane za pomocą liniowej funkcji tworzącą miarę uszkodzenia i kryterium w formie

$$\tau_{\mu}(t) + a_1 \sigma_{\mu,h}(t) \leq a_2, \quad (2.19)$$

gdzie: a_1 , a_2 - stałe wyznaczone z jednoosiowych testów zmęczeniowych. Mezoskopowe naprężenia i odkształcenia w krytycznie obciążonych ziarnach różnią się od makroskopowych naprężeń i odkształceń, które stosowane są w obliczeniach trwałościowych. Autor wyróżnia dwie skale wielkości, skalę makroskopową i skalę mezoskopową. Skala makroskopowa jest scharakteryzowana przez elementarną objętość otaczającą punkt, w którym analizuje się proces zmęczenia. Obszar ten ma wielkość rzędu kilku milimetrów (długość czujnika tensometrycznego). Skala mezoskopowa brana w proponowanym modelu pod uwagę ma rząd wielkości równy wielkości ziarna. Wartość maksymalnego, mezoskopowego naprężenia stycznego jest liczona z mezoskopowych naprężeń głównych zgodnie z hipotezą Treski według wzoru

$$\tau_{\mu}(t) = \frac{1}{2} [\sigma_{\mu,1}(t) - \sigma_{\mu,3}(t)]. \quad (2.20)$$

Wartości naprężeń głównych $\sigma_{\mu,1}(t)$, $\sigma_{\mu,3}(t)$ są obliczane z tensora naprężeń $\sigma_{\mu,ij}(t)$. Tensor ten wyliczany jest jako suma tensora makroskopowego naprężenia $\sigma_{ij}(t)$ oraz dewiatorowej części ustabilizowanego tensora naprężeń własnych $dev\rho^*$.

$$\sigma_{\mu,ij}(t) = \sigma_{ij}(t) + dev\rho^*. \quad (2.21)$$

Zastosowanie ustabilizowanego tensora naprężeń własnych ρ^* w modelu zmęczeniowym wyróżnia ten model od innych, jakkolwiek obliczenie tej wielkości dla wieloosiowego stanu naprężenia stwarza duże problemy. Wynika to z faktu, że wielkość ρ^* zależy od ścieżki obciążenia, a więc także od

kinematycznego i izotropowego umocnienia materiału [125]. Mezoskopowa wartość naprężenia hydrostatycznego σ_h nie różni się od makroskopowego naprężenia hydrostatycznego i jest łatwa do obliczenia. Równanie (2.19) w płaszczyźnie o współrzędnych $\tau_\mu - \sigma_{\mu,h}$ przedstawia linię prostą. Jeżeli ścieżka obciążenia przedstawiona na tej płaszczyźnie nie przekracza tej prostej oraz prostej będącej jej lustrzanym odbiciem względem osi $\sigma_{\mu,h}$, to zniszczenie elementu nie jest przewidywane.

Kryterium to jest bardzo popularne w ośrodkach francuskich, jakkolwiek zdecydowana większość badaczy korzystających z tego kryterium zakłada, że naprężenia wyznaczone standardowymi metodami w skali makroskopowej są proporcjonalne do naprężeń w skali mezoskopowej (2.19), co pozwala na zastosowanie kryterium Dang Vana w obliczeniach inżynierskich [98].

2.7. Kryterium Papadopoulosa

Papadopoulos i Panoskaltsis [106] zaproponowali kryterium uwzględniające występujący gradient naprężenia hydrostatycznego w następującej postaci

$$\sqrt{J_{2,a}} + \alpha \sigma_{h,\max} \left(1 - \beta \left\langle \frac{G}{\sigma_{h,\max}} \right\rangle^n \right) \leq \gamma, \quad (2.22)$$

gdzie: $\sqrt{J_{2,a}}$ jest pierwiastkiem kwadratowym z amplitudy drugiego niezmiennika dewiatora naprężeń [50], $\sigma_{h,\max}$ jest maksymalną wartością naprężenia hydrostatycznego w dziedzinie czasu, α , β , γ , n są stałymi materiałowymi, G jest normą gradientu naprężeń hydrostatycznych

$$G = \sqrt{\left(\frac{\partial \sigma_{h,\max}}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial \sigma_{h,\max}}{\partial y} \right)^2 + \left(\frac{\partial \sigma_{h,\max}}{\partial z} \right)^2}. \quad (2.23)$$

Parametry α i γ są wyznaczone na podstawie granic zmęczenia otrzymanych dla wahadłowego rozciągania-ściskania i skręcania. Natomiast parametry β i n wyznacza się na podstawie testu wahadłowego zginania. Kryterium (2.22) zostało zweryfikowane przy założeniu ciała idealnie sprężystego. Przy takim założeniu parametr (2.23) nie zmienia swojej wartości w zależności od położenia rozpatrywanego punktu w materiale. Zmienia natomiast swoją wartość w zależności od promienia rozpatrywanej próbki cylindrycznej, co pozwala na uwzględnienia efektu skali. Do weryfikacji kryterium posłużono

się wynikami badań próbek gładkich, wykonanych ze stali SAE 1020 i SAE 4340. Próbki poddano obrotowemu zginaniu (SAE 1020) i kombinacji płaskiego zginania ze skręcaniem (SAE 4340), wyznaczając graniczne wartości naprężeń. Maksymalny błąd względny granicznych naprężeń wynosił 5%.

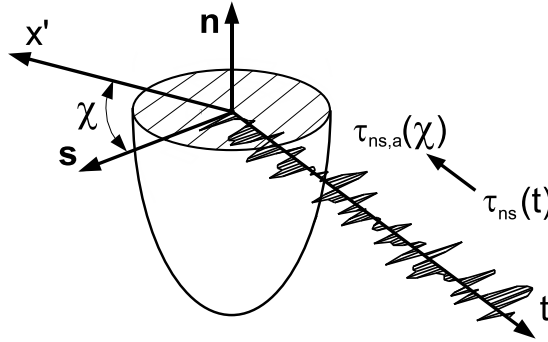
Kryterium (2.22) opiera się na niezmiennikach naprężeń i w związku z tym nie uwzględnia wpływu zmieniających się w czasie kierunków naprężeń głównych na trwałość zmęczeniową. W celu uwzględnienia tego zjawiska Papadopoulos i inni [107, 108] zmodyfikowali kryterium (2.22). Pierwiastek kwadratowy z drugiego niezmiennika dewiatora naprężeń $\sqrt{J_{2,a}}$ zastąpiono nowym parametrem T_a

$$T_a(\zeta, \xi) = \sqrt{\frac{1}{\pi} \int_{\chi=0}^{2\pi} \tau_{ns,a}^2(\zeta, \xi, \chi) d\chi}, \quad (2.24)$$

którego wartość zależy od obrysu amplitud naprężenia stycznego $\tau_{ns,a}$ wykreślonego na płaszczyźnie Δ . Amplituda naprężenia stycznego $\tau_{ns,a}$ jest amplitudą naprężenia w kierunku \mathbf{s} , określonym przez kąt χ (rys. 2.1) w płaszczyźnie o kierunku normalnym \mathbf{n} zdefiniowanym przez kąty ζ, ξ w sferycznym układzie współrzędnych

$$\tau_{ns,a}(\zeta, \xi, \chi) = \frac{1}{2} \left[\max_t \tau_{ns}(\zeta, \xi, \chi, t) - \min_t \tau_{ns}(\zeta, \xi, \chi, t) \right]. \quad (2.25)$$

Płaszczyzna Δ jest płaszczyzną, gdzie występuje maksymalna wartość pa-



Rys. 2.1. Naprężenie styczne $\tau_{ns}(t)$ w płaszczyźnie krytycznej Δ

rametru T_a . Ostatecznie, nową miarą uszkodzenia jest liniowa kombinacja

maksymalnej amplitudy uogólnionego naprężenia stycznego T_a , zdefiniowanej na płaszczyźnie krytycznej Δ , oraz maksymalnej wartości naprężenia hydrostatycznego w cyklu obciążenia. Nowe kryterium przybiera postać

$$T_a + \alpha \sigma_{h,\max} \leq \gamma. \quad (2.26)$$

Z równania (2.26) wynika, iż zrezygnowano z uwzględnienia normy gradientu naprężeń hydrostatycznych G . Wpływ niejednorodnego pola naprężeń na trwałość zmęczeniową jest uwzględniony w równaniu (2.26) jedynie poprzez współczynniki α i γ , wyznaczone z prób cyklicznego zginania i skręcania.

2.8. Kryterium Fatemiego-Sociego i innych

Socie i inni [35, 36, 122, 124], dokonując obserwacji pęknięć zmęczeniowych, doszli do wniosków analogicznych do Mataka, ale w dziedzinie odkształceń. Według nich odkształcenie normalne ε_n w płaszczyźnie maksymalnego odkształcenia postaciowego γ_{ns} przyspiesza proces degradacji materiału poprzez otwieranie szczeliny zmęczeniowej, zmniejszając przez to siły tarcia pomiędzy płaszczyznami poślizgu. Kryterium ujmuje również wpływ wartości średniej naprężenia normalnego $\sigma_{n,m}$ w płaszczyźnie o maksymalnej amplitudzie odkształcenia postaciowego $\gamma_{ns,a}$. Miarą uszkodzenia jest amplituda odkształcenia ekwiwalentnego $\gamma_{eq,a}$ obliczana na podstawie następującej zależności

$$\gamma_{eq,a} = \gamma_{ns,a} + \varepsilon_{n,a} + \frac{\sigma_{n,m}}{E} = \gamma'_f (2N_f)^c + \frac{\tau'_f}{G} (2N_f)^b, \quad (2.27)$$

gdzie prawa strona równania jest empiryczną funkcją liczby cykli do zniszczenia N_f przy wahadłowym skręcaniu. Materiał nie ulegnie zniszczeniu przed liczbą cykli N , jeśli zostanie spełniony następujący warunek

$$\gamma_{eq,a} \leq \gamma_{kr}(N), \quad (2.28)$$

gdzie: $\gamma_{kr}(N)$ jest odkształceniem krytycznym zależnym od liczby cykli $N = N_f$. Na podstawie analiz badań zmęczeniowych różnych materiałów Fatemi i Socie [36] zauważyli, że model (2.27) nie uwzględnia dodatkowego umocnienia materiału występującego podczas obciążeń nieproporcjonalnych. W celu uwzględnienia tego zjawiska dokonali oni modyfikacji modelu, zastępując wartość odkształcenia normalnego $\varepsilon_{n,a}$ w płaszczyźnie

krytycznej maksymalną wartością naprężenia normalnego $\sigma_{n,\max}$. Płaszczyzną krytyczną jest płaszczyzna o maksymalnej amplitudzie odkształcenia postaciowego $\gamma_{ns,a}$. Dla danej liczby cykli do zniszczenia N_f proponowaną miarę uszkodzenia można zapisać

$$\gamma_{ns,a} \left(1 + n \frac{\sigma_{n,\max}}{R_e}\right) = \text{const}, \quad (2.29)$$

gdzie: n jest stałą dobieraną doświadczalnie. Powyższe równanie uwzględnia również wartość naprężenia średniego poprzez maksymalną wartość naprężenia normalnego w płaszczyźnie krytycznej, ponieważ

$$\sigma_{n,\max} = \sigma_{n,a} + \sigma_{n,m}. \quad (2.30)$$

Dla niskocyklowego zakresu obciążenia (LCF), wykorzystując równanie (2.1), zależność (2.29) może być wyrażona w funkcji liczby cykli do zniszczenia jako

$$\begin{aligned} \gamma_{ns,a} \left(1 + n \frac{\sigma_{n,\max}}{R_e}\right) &= (1 + \nu_e) \frac{\sigma'_f}{E} (2N_f)^b + \frac{n}{2} (1 + \nu_e) \frac{\sigma'^2_f}{ER_e} (2N_f)^{2b} + \\ &+ (1 + \nu_p) \varepsilon'_f (2N_f)^c + \frac{n}{2} (1 + \nu_p) \frac{\varepsilon'_f \sigma'_f}{R_e} (2N_f)^{b+c}. \end{aligned} \quad (2.31)$$

2.9. Kryterium dwuparametrowe

W ogólnym przypadku pęknięcie zmęczeniowe powstaje (okres inicjacji) w innej płaszczyźnie materiału od płaszczyzny, gdzie następuje jego propagacja. Pomimo faktu, że pęknięcie zmęczeniowe charakteryzuje się zasadniczo dwoma okresami o różnej orientacji płaszczyzn, to w podstawowych testach do określenia charakterystyk zmęczeniowych (Wöhler, Manson-Coffin, etc.) wykorzystuje się jeden parametr, np.: σ_a , τ_a , ε_a , γ_a . Sugeruje to, że w wieloosiowym stanie naprężenia-odkształcenia odpowiednio dobrany pojedynczy parametr uszkodzenia, bazujący tylko na ścinaniu lub otwieraniu pęknięcia, będzie w stanie określić trwałość zmęczeniową. Taka koncepcja kryterium została przedstawiona przez autora i Machę w pracy [66]. Procedura określenia parametru uszkodzenia do wyznaczania trwałości zmęczeniowej jest prosta i polega na obliczeniu dwóch zmiennych stanu uszkodzenia materiału według: maksymalnego naprężenia normalnego oraz maksymalnego naprężenia stycznego:

$$D_\sigma = \frac{1}{N_f} = \frac{1}{N_\sigma} \left(\frac{\sigma_{n,a}}{\sigma_{af}} \right)^{m_\sigma}, \quad D_\tau = \frac{1}{N_f} = \frac{1}{N_\tau} \left(\frac{\tau_{ns,a}}{\tau_{af}} \right)^{m_\tau}, \quad (2.32)$$

gdzie: $\sigma_{n,a}$ i $\tau_{ns,a}$ to obliczane parametry naprężeniowe zależne od zmiennego stanu naprężenia, pozostałe symbole to współczynniki zależne od charakterystyk zmęczeniowych dla wahadłowego rozciągania-ściskania i skręcania. Obliczeniowa trwałość zmęczeniowa N_{cal} jest wyznaczana na podstawie największego stopnia uszkodzenia $D = \max\{D_\sigma, D_\tau\}$, jako $N_{cal} = 1/D$. Według powyższych założeń materiał nie ulegnie zniszczeniu przed liczbą cykli N , jeśli zostaną spełnione następujące dwa warunki

$$\sigma_{n,a} \leq \sigma_{kr}(N) \quad \text{oraz} \quad \tau_{ns,a} \leq \tau_{kr}(N), \quad (2.33)$$

gdzie: $\sigma_{kr}(N)$ jest naprężeniem krytycznym wyznaczonym z prób cyklicznego rozciągania-ściskania, $\tau_{kr}(N)$ jest naprężeniem krytycznym wyznaczonym z prób cyklicznego skręcania.

Użycie jednocześnie kilku kryteriów, przy trwałości określonej według kryterium wskazującego większy stopień kumulacji uszkodzeń, było już analizowane przez Dasa i Sivakumara [26], którzy zastosowali kryterium Smitha-Watsona-Toppera [121] i kryterium Fatemiego-Sociego [36]. Należy zauważyć, że kryterium Fatemiego-Sociego zawiera w sobie zarówno parametr od ścinania $\gamma_{ns,a}$, jak i od otwierania pęknięcia $\sigma_{n,max}$, co podważa, zasadność stosowania dodatkowego kryterium Smitha-Watsona-Toppera.

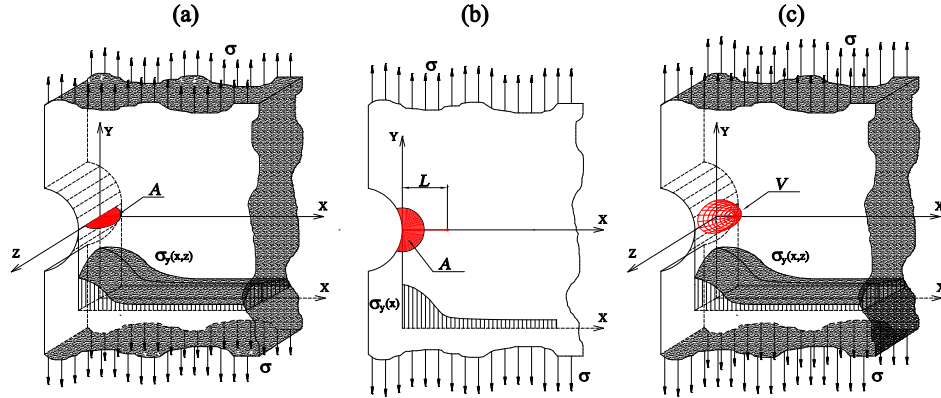
3. PRZEGLĄD NIELOKALNYCH METOD OBLICZEŃ ZMĘCZENIOWYCH

Nielokalne metody obliczeń, dotyczące wyznaczania trwałości zmęczeniowej, czy też granicznych obciążeń elementów, uwzględniają procesy zmęczeniowe, zachodzące w pewnej przestrzeni geometrycznej materiału. W obliczeniach wykorzystuje się zmienne w czasie pola naprężeń lub odkształceń, które są uśredniane (całkowane po przestrzeni geometrycznej materiału) do parametru, pozwalającego na oszacowanie uszkodzenia zmęczeniowego całego elementu. Pojęcie nielokalności w pracy jest rozumiane jako wpływ niejednorodnego pola naprężeń (odkształceń) w materiale na trwałość zmęczeniową całego elementu. Opisywane w rozdziale metody nielokalne zawężają się do grupy metod wykorzystujących modelowanie materiału w skali makroskopowej.

Redukcja (uśrednianie) niejednorodnych pól naprężeń (odkształceń) jest przeprowadzana bezpośrednio na wybranych składowych tensora naprężenia (odkształcenia) albo na pewnych funkcjach, których argumentami są składowe tensora naprężenia (odkształcenia). Proces redukcji sprowadza się do wyznaczenia wartości średniej z naprężeń (odkształceń) lub z wartości wspomnianych funkcji. W zależności od przyjętych dominujących mechanizmów zmęczenia danego elementu, metody nielokalne można podzielić na dwie główne grupy, tj.: metody deterministyczne i probabilistyczne.

3.1. Deterministyczne metody obliczeń zmęczeniowych

Nielokalne metody deterministyczne przyjmują, że za zniszczenie zmęczeniowe elementu odpowiadają procesy zachodzące w ograniczonej przestrzeni geometrycznej materiału. Wybrana strefa uśredniana jest obszarem wokół punktu o największym lokalnym uszkodzeniu (punkt krytyczny). Przy takim założeniu, przyjmuje się również, że pęknięcie zmęczeniowe powstaje w wyniku wzajemnej interakcji uszkodzonych zmęczeniowo elementarnych obszarów (dV, dA) w materiale. W zależności od przyjętej liczby wymiarów przestrzeni geometrycznej materiału, deterministyczne metody nielokalne dzielą się na objętościowe, powierzchniowe, liniowe i punktowe (rys. 3.1). Formalnie metoda punktowa nie kwalifikuje się do metod nielokalnych, ponieważ miara stopnia uszkodzenia nie jest wyznaczana z procesu uśredniania, ale z wartości naprężeń (odkształceń) dla wybranego punktu.



Rys. 3.1. Obszary uśredniania: (a) powierzchnia typu I, (b) powierzchnia typu II, (c) objętość V

Mimo tego, metoda punktowa została omówiona w niniejszym paragrafie, ponieważ bazuje na założeniach metod nielokalnych. Wybrany punkt nie jest punktem o największych wartościach naprężeń (odkształceń), ale punktem, w którym naprężenia (odkształcenia) odpowiadają naprężeniom (odkształceniom) uśrednionym w wybranej przestrzeni geometrycznej materiału. Tak więc, metoda punktowa jest uproszczeniem metody objętościowej lub powierzchniowej, w której głównym problemem jest ustalenie położenia punktu, pozwalającego na prawidłową ocenę trwałości całego elementu.

Spośród deterministycznych metod nielokalnych można wyróżnić grupę metod bazujących na koncepcji intensywności pola naprężeń. Omawiane podejście zaproponowane przez Yao [142, 143] zakłada, że za zniszczenie zmęczeniowe elementu odpowiada wartość średnia z funkcji będąca lokalną miarą kumulacji uszkodzeń z przestrzeni geometrycznej materiału Ω . Funkcja wyznaczająca intensywność pola naprężeń została przyjęta w następującej ogólnej formie, [142]

$$\sigma_{FI} = \frac{1}{V} \int_{\Omega} f(\sigma_{ij}) \varphi(\mathbf{r}) dv, \quad (3.1)$$

gdzie: V jest objętością obszaru Ω , $\varphi(\mathbf{r})$ jest funkcją wagową, \mathbf{r} jest wektorem zdefiniowanym jako $\mathbf{r} = \mathbf{Q} - \mathbf{P}$ (\mathbf{Q} położenie punktu wewnątrz strefy Ω , \mathbf{P} położenie punktu krytycznego), $f(\sigma_{ij})$ jest funkcją wyznaczającą wartość ekwiwalentną naprężenia ze składowych tensora naprężenia σ_{ij} .

Yao założył, że wielkość obszaru Ω jest cechą materiałową (wielkości kilku ziaren metalograficznych), której kształt można aproksymować sferą o środku zlokalizowanym w dnie karbu. Według założeń modelu intensywności pola naprężeń, trwałość zmęczeniowa elementu z karbem jest równa trwałości elementu gładkiego, jeśli wartości intensywności pól naprężeń obu elementów są sobie równe. Yao założył również, że funkcja redukująca $f(\sigma_{ij})$ opisuje inicjację pęknięć zmęczeniowych dla przestrzennego stanu naprężenia i jej postać może być odmienna dla różnych materiałów. W pracy [143] efektywnie użyto funkcję $f(\sigma_{ij})$ redukującą według hipotezy Hubera-Misesa-Hencky'ego dla próbek z karbem wykonanych ze stopu aluminium. Według Yao [143] funkcja wagowa $\varphi(\mathbf{r})$ fizycznie oznacza wpływ naprężenia w punkcie \mathbf{Q} na naprężenie w punkcie \mathbf{P} . Yao wyszczególnił trzy wymagania, jakie powinna spełniać funkcja wagowa $\varphi(\mathbf{r})$: (i) $\varphi(\mathbf{r})$ jest monotonicznie malejącą funkcją modułu wektora \mathbf{r} ; (ii) $\varphi(0) \equiv 1$ co oznacza, że wpływ naprężeń w dnie karbu jest maksymalny; (iii) kiedy gradient naprężenia ekwiwalentnego jest równy zero to $\varphi(\mathbf{r}) \equiv 1$. Równanie zaproponowane przez Yao (3.1) nie jest w każdym przypadku poprawne, funkcja podcałkowa powinna być dzielona nie przez objętość V , ale przez wartość całki z iloczynu funkcji wagowej $\varphi(\mathbf{r})$ i objętości dv , czyli

$$\sigma_{FI} = \frac{1}{\int_{\Omega} \varphi(\mathbf{r}) dv} \int_{\Omega} f(\sigma_{ij}) \varphi(\mathbf{r}) dv. \quad (3.2)$$

Koncepcja intensywności pola naprężeń była także rozwijana przez Qylafku i innych między innymi w pracach: [2, 3, 15, 110–113]. Ze względu na uproszczenie, polegające na redukcji wymiarów uśredniającej domeny, modele oparte na intensywności pola naprężeń również dzielą się na powierzchniowe i liniowe. Opisy poszczególnych modeli intensywności pola naprężeń są zawarte w poniższych paragrafach.

3.1.1. Metoda objętościowa

Metoda objętościowa zakłada, że za zniszczenie zmęczeniowe całego elementu odpowiada proces uszkodzenia zachodzący w wyszczególnionej trójwymiarowej przestrzeni geometrycznej materiału V . Wartość średnia z reprezentacyjnych lokalnych miar uszkodzenia w objętości V (np. ekwiwalentne naprężenie, odkształcenie, itp.) jest porównywalna do wartości krytycznej, której przekroczenie prowadzi do zniszczenia elementu.

Palin-Luc i inni [8, 104] nadali fizyczne znaczenie obszarowi V , odmienne od koncepcji Yao, w którym wielkość obszaru V nie jest stałą materiałową. Eksperymentalne obserwacje pęknięć zmęczeniowych, zachodzące w sferoidalnym żeliwie [105], wykazały istnienie lokalnych mikrostraf uszkodzenia zmęczeniowego (mikropęknięcia), powstałych przy obciążeniu poniżej konwencjonalnej (makro) granicy zmęczenia materiału σ_{af} . Istnienie takich straf nie zaobserwowano, jeśli amplituda naprężenia nie przekroczyła pewnej progowej wartości $\sigma^* < \sigma_{af}$. Uszkodzone mikrostrafy nie rozwijały się, jeśli amplituda naprężenia pozostawała poniżej granicy zmęczenia σ_{af} . Według Palin-Luca i pozostałych współautorów oznacza to istnienie ograniczonej w materiale objętości V^* , która wpływa na inicjację pęknięcia. Objętość V^* jest zdefiniowana przez punkty \mathbf{M} , dla których ekwiwalentny poziom naprężenia $\sigma_{eq,a}$ przekracza wartość progową σ^* , czyli: $V^* = \{\mathbf{M}, \text{gdzie } \sigma_{eq,a} \geq \sigma^*\}$. Tak więc, wielkość obszaru uśredniania zależy od amplitud naprężeń oraz od progowej wartości naprężenia σ^* . W pracach [8, 104], do wyznaczania lokalnych ekwiwalentnych parametrów zniszczenia, zaproponowano parametr gęstości energii odkształcenia W_g . Równanie opisujące wyznaczanie parametru W_g w punktach \mathbf{M} przedstawia się następująco

$$W_g(\mathbf{M}) = \sum_i \sum_j \int_0^T \langle \sigma_{ij}(\mathbf{M}, t) \dot{\varepsilon}_{ij}^e(\mathbf{M}, t) \rangle dt. \quad (3.3)$$

Zastosowanie parametru energetycznego (3.3) definiuje objętość V^* jako

$$V^*(\mathbf{C}) = \{\mathbf{M}, \text{gdzie } W_g(\mathbf{M}) \geq W_g^*\}, \quad (3.4)$$

gdzie: \mathbf{C} jest punktem w analizowanym materiale, w którym parametr W_g osiąga maksimum, W_g^* jest energetyczną wielkością progową, odpowiadającą σ^* [8, 104]. Po wyznaczeniu wartości parametru $W_g(\mathbf{M})$ następuje kryterialna ocena, czy dany element ulegnie zniszczeniu

$$\omega_g(\mathbf{C}) = \frac{1}{V^*(\mathbf{C})} \iiint_{V^*(\mathbf{C})} [W_g(\mathbf{M}) - W_g^*] dv \leq \omega_{af}(\mathbf{C}), \quad (3.5)$$

gdzie: ω_{af} jest wartością ω_g wyznaczoną z równania (3.5) dla obciążeń na granicy zmęczenia. Dla obciążeń jednoosiowych wartość progową W_g^* wyznacza się z $W_g^* = W_{g,uniax}^* = (\sigma^*)^2/E$, a graniczną wartość parametru

ω_{af} z $\omega_{af} = \omega_{af,uniax} = [(\sigma_{af,ZO})^2 - (\sigma_{af})^2]/E$, gdzie $\sigma_{af,ZO}$ jest granicą zmęczenia przy zginaniu obrotowym, a σ_{af} przy wahadłowym rozciąganiu. Wartości stałych materiałowych ω_{af} i W_g^* , dla przestrzennego stanu naprężenia, są obliczane przy użyciu wartości $\omega_{af,uniax}$ i $W_{g,uniax}^*$ zmodyfikowanych przez empiryczną funkcję $F(\int \langle \sigma_{kk} \dot{\epsilon}_{kk} \rangle dt, \beta)$ [8, 104]. Występująca w tej funkcji stała materiałowa β jest identyfikowana na podstawie granic zmęczenia przy zginaniu obrotowym $\sigma_{af,ZO}$ i wahadłowym skręcaniu τ_{af} [8, 104].

Zaproponowana metoda wyznaczania granicznych wartości naprężeń została zweryfikowana na podstawie eksperymentalnych badań zmęczeniowych trzech materiałów: stali 30NiCrMo16, stali C20 i żeliwa EN-GJS800-2, poddanych wahadłowemu płaskiemu zginaniu oraz kombinacji wahadłowego skręcania i płaskiego zginania. Maksymalny błąd względny obliczonych granicznych wartości naprężeń wynosił 18,6%.

Zastosowana redukcja wieloosiowego stanu naprężenia (3.3) do stanu ekwiwalentnego ogranicza zastosowanie opisanej metody do obciążeń cyklicznych. Kolejnym ograniczeniem metody jest możliwość wyznaczania tylko stanów granicznych (3.5) obciążeń, bez szacowania trwałości zmęczeniowej. Mimo tego, możliwe jest zastosowanie parametru $\omega_g(\mathbf{C})$ do obliczania liczby cykli do zniszczenia poprzez właściwe skorelowanie parametru $\omega_g(\mathbf{C})$ z charakterystyką zmęczeniową typu $S - N$. Koncepcja zastosowania funkcji korygującej F w celu uwzględnienia wieloosiowego stanu naprężenia jest niejasna. Wieloosiowy stan naprężenia jest uwzględniany w parametrze W_g , który wykorzystuje wszystkie składowe tensora naprężenia i odkształcenia. Wprowadzanie kolejnej funkcji F , uwzględniającej wieloosiowy stan naprężeń czyni zaproponowaną metodę trudną w zastosowaniu i zrozumieniu. Dodatkowo, funkcja F bazuje na stałej materiałowej β , która jest wyznaczana z granic zmęczenia otrzymanych dla obrotowego zginania i wahadłowego skręcania, a należy pamiętać, że granica zmęczenia dla obrotowego zginania ujmuje sama w sobie wpływ gradientu naprężeń. Pomimo pewnych niejasności dotyczących wpływu wieloosiowego stanu naprężenia i gradientu naprężeń zaproponowana metoda nie wymaga dodatkowych testów zmęczeniowych kalibrujących model. Wszystkie użyte stałe materiałowe są wyznaczane na podstawie standardowych granic zmęczenia materiału jak obrotowe zginanie, wahadłowe rozciąganie i skręcanie.

W innej pracy [90] Morel i Palin-Luc zastosowali również podejście objętościowe, ale parametrem uśrednianym było naprężenie ekwiwalentne wyznaczone z kryterium Papadopoulosa (2.26). W odróżnieniu od poprzed-

niej metody, naprężeniowy parametr nie wymaga zastosowania funkcji korygującej F , co znacznie uprościło obliczenia. Metoda została zweryfikowana na podstawie tych samych danych eksperymentalnych; maksymalny błąd względny wyznaczania granicznych naprężeń wynosił 15%.

3.1.2. Metoda powierzchniowa

Metoda powierzchniowa zakłada, że za wytrzymałość zmęczeniową odpowiada wartość średnia z lokalnych parametrów uszkodzenia, położonych na pewnej powierzchni w materiale. Dotychczas proponowane deterministyczne nielocalne metody zawężają rozpatrywane powierzchnie do płaszczyzn o różnej orientacji względem powierzchni swobodnej rozważanego elementu (rys. 3.1 a i b).

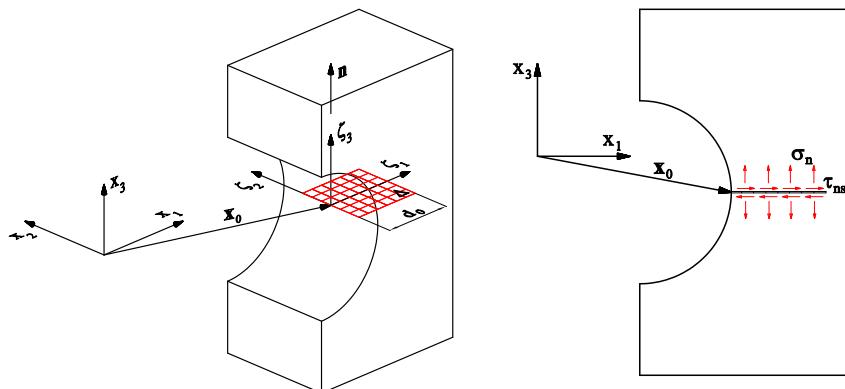
Seweryn i Mróz [92, 117, 119] zaproponowali nielokalny warunek inicjacji i propagacji pęknięcia bazujący na uśrednianiu funkcji zniszczenia R_σ w płaszczyźnie potencjalnego pęknięcia. Kryterium zostało zaproponowane dla materiałów charakteryzujących się pęknięciami kruchymi. Według tego kryterium inicjacja i propagacja pęknięcia nastąpi, kiedy maksymalna wartość uśrednionej funkcji zniszczenia \bar{R}_σ w płaszczyźnie materiału Δ osiągnie wartość krytyczną $R_{f\sigma}$, co przedstawia się następującym równaniem

$$R_{f\sigma} = \max_{(\mathbf{n}, \mathbf{x}_0)} \bar{R}_\sigma \left(\frac{\sigma_n}{\sigma_c}, \frac{\tau_{ns}}{\tau_c} \right) = \max_{(\mathbf{n}, \mathbf{x}_0)} \frac{1}{d_0^2} \int_0^{d_0} \int_0^{d_0} R_\sigma \left(\frac{\sigma_n}{\sigma_c}, \frac{\tau_{ns}}{\tau_c} \right) d\zeta_1 d\zeta_2 = 1, \quad (3.6)$$

gdzie: σ_n, τ_{ns} są składowymi (normalna i styczna) wektora naprężeń w płaszczyźnie Δ (rys. 3.2), σ_c, τ_c są naprężeniami niszczącymi odpowiednio dla składowej normalnej i stycznej, \mathbf{n} jest wektorem normalnym (jednostkowym) do płaszczyzny Δ , ζ_1, ζ_2 to współrzędne lokalne w płaszczyźnie Δ , \mathbf{x}_0 jest wektorem określającym położenie rozpatrywanego punktu w dnie karbu. Położenie i orientacja pęknięcia są zdeterminowane przez maksymalną wartość uśrednionej funkcji zniszczenia R_σ względem położenia punktu \mathbf{x}_0 i kierunku wektora \mathbf{n} . W pracy [118], dla obciążeń złożonych, zaproponowano następującą postać funkcji zniszczenia

$$\begin{aligned} R_\sigma &= \sqrt{\left(\frac{\sigma_n}{\sigma_c}\right)^2 + \left(\frac{\tau_{ns}}{\tau_c}\right)^2}, & \sigma_n \geq 0 \\ R_\sigma &= \frac{|\tau_{ns}|}{\tau_c}, & \sigma_n < 0. \end{aligned} \quad (3.7)$$

W kolejnych pracach Seweryn i inni [92, 118] przedstawili alternatywną



Rys. 3.2. Położenie płaszczyzny uśredniania Δ w metodzie Seweryna-Mroza

funkcję zniszczenia, uwzględniającą siły tarcia pomiędzy wewnętrznymi płaszczyznami pęknięcia. Wielkość powierzchni uśredniania jest strefą dużej kumulacji uszkodzeń, której wielkość jest określona wzorem

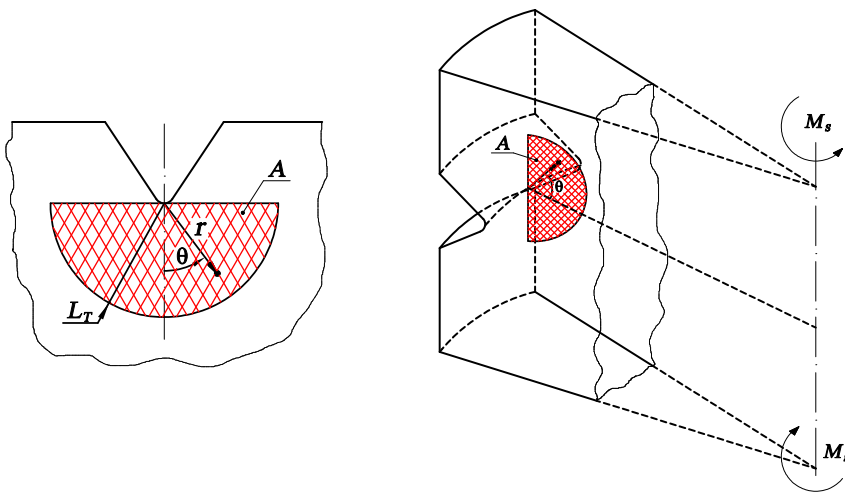
$$d_0 = \frac{2}{\pi} \left(\frac{K_{Ic}}{\sigma_c} \right)^2, \quad (3.8)$$

gdzie: K_{Ic} jest krytyczną wartością współczynnika intensywności naprężeń dla I sposobu obciążenia. Wielkość d_0 jest związana z mikrostrukturalnymi parametrami, np. z wielkością ziarna [119]. Równanie (3.8) wynika z uśredniania pola naprężeń w płaszczyźnie Δ (rys. 3.2) przy założeniu, że kierunek pęknięcia nie ulega zmianie, czyli $\sigma_n(\zeta_1) = K_{Ic}/\sqrt{2\pi\zeta_1}$. Autorzy analizowanej koncepcji założyli, że funkcja zniszczenia R_σ może ewoluować wraz z kumulacją uszkodzeń. Uszkodzenie na płaszczyźnie o orientacji określonej wektorem \mathbf{n} jest skalarną funkcją parametru ω_n , który wpływa na funkcję zniszczenia R_σ poprzez zmianę wartości naprężeń niszczących $\sigma_c(\omega_n)$ i $\tau_c(\omega_n)$. Wraz ze wzrostem uszkodzenia ω_n maleją wartości naprężeń niszczących σ_c i τ_c . Zniszczenie elementu nastąpi w momencie $R_{f\sigma} = 1$.

Model zaproponowany przez Seweryna i Mroza ma silne podstawy fizyczne, którego założenia są zbliżone do kohezyjnych modeli pęknięć zmęzeniowych, w których strefa uszkodzenia ustala procesy dysypatywne, a jej wielkość związana jest z rozproszoną energią. W modelu Seweryna i Mroza do oceny procesów uszkodzenia zamiast energii używana jest funkcja zniszczenia R_σ . Poprzez różne postacie funkcji kumulacji uszkodzenia model uwzględnia wpływ temperatury, korozji, pełzania. Jednak zbudowanie

odpowiedniej funkcji kumulacji uszkodzeń jest zadaniem skomplikowanym. Analizy modelu dokonano przy cyklicznym zginaniu i kombinacji zginania ze skręcaniem, udowadniając zdolność modelu do uchwycenia cyklicznych zmian zachodzących w materiale.

Susmel i Taylor [127] zaproponowali model powierzchniowy do wyznaczania zakresu granicy zmęczenia $\Delta\tau_{af}$ elementów poddanych wahadłowemu skręcaniu. Założenia modelu Susmela i Taylora są odmienne od założeń modelu Mroza i Seweryna. Model powierzchniowy Susmela i Taylora jest uproszczeniem modelu objętościowego. Zamiast uśredniania naprężeń w pewnej objętości materiału autorzy proponują uśrednianie naprężeń w płaszczyźnie materiału, której położenie nie jest identyfikowane z potencjalną płaszczyzną pęknięcia. Położenie tej płaszczyzny zostało z góry określone dla wahadłowego skręcania (rys. 3.3). W przypadku skręcania



Rys. 3.3. Położenie płaszczyzny uśredniania w modelu Taylora i Susmela

zakres granicy zmęczenia elementu z karbem $\Delta\tau_{af,k}$ jest wyznaczana poprzez uśrednianie zakresu maksymalnych naprężeń głównych $\Delta\sigma_1$ według zależności

$$\Delta\tau_{af,k} = \frac{2}{\pi L_T^2} \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \int_0^{L_T} \Delta\sigma_1(\theta, r) dr d\theta, \quad (3.9)$$

gdzie: L_T jest wymiarem krytycznym obliczanym według

$$L_T = \frac{1}{\pi} \left(\frac{\Delta K_{sk,th}}{\Delta \tau_{af}} \right)^2 = \frac{1}{\pi} \left(\frac{0,85 \Delta K_{I,th}}{\Delta \tau_{af}} \right)^2, \quad (3.10)$$

gdzie: $\Delta K_{sk,th}$ jest wielkością nazywaną przez autorów "efektywną progową" wartością współczynnika intensywności naprężeń dla skręcania. W związku z trudnością wyznaczenia parametru $\Delta K_{sk,th}$, autorzy zaproponowali użycie progowej wartości współczynnika intensywności naprężeń z pierwszego sposobu obciążenia do wyznaczenia $\Delta K_{sk,th}$, jako $\Delta K_{sk,th} = 0,85 \Delta K_{I,th}$. Zweryfikowali oni model powierzchniowy na przykładzie próbek z karbem o różnym kształcie wykonanych z 13 gatunków różnych stali poddanych wahadłowemu skręcaniu. Maksymalny błąd względny wyznaczenia granicy zmęczenia osiągnął wartość 42,9%.

3.1.3. Metoda liniowa

Metoda liniowa bazuje na założeniu, że inicjacja pęknięcia zmęczeniowego może być efektywnie oszacowana za pomocą procesu uśredniania parametru zmęczeniowego zmieniającego się wzdłuż linii prostej, mierząc od dna karbu.

Kuhn i Hardrath (1952 r. cyt. za [110]) zaproponowali przeprowadzenie procesu uśredniania na jednej składowej tensora naprężenia σ_y (y jest kierunkiem przyłożenia sił zewnętrznych). Uśredniona wartość naprężeń w stanie granicznym jest równa granicy zmęczenia materiału dla wahadłowego rozciągania σ_{af} , co tworzy następującą równość

$$\sigma_{af} = \frac{1}{L} \int_0^L \sigma_y(x) dx, \quad (3.11)$$

gdzie: L jest odległością od dna karbu, która jest interpretowana jako stała materiałowa związana z doraźną granicą wytrzymałości materiału. Autorzy przyjęli, że wielkość L zmienia się w zakresie $[0,0025 \div 0,510]$ mm. Równanie (3.11) ma podobną formę do kryterium naprężeniowego, zaproponowanego przez Neubergera i Novozhilova (1958 r. i 1969 r., cyt. za [23]). Według autorów pracy [23] przyjęcie założeń liniowej mechaniki pęknięcia i asymptotycznego rozkładu naprężeń ($\sigma_y(x) = K_I / \sqrt{2\pi x}$, gdzie x jest odległością od wierz-

chołka szczeliny, dla tzw. pęknięć długich: $x \ll$ długości szczeliny) wokół szczeliny pozwala na wyznaczenie krytycznego wymiaru L według

$$L = \frac{2}{\pi} \left(\frac{K_{Ic}}{\sigma_c} \right)^2, \quad (3.12)$$

gdzie: σ_c jest naprężeniem krytycznym, K_{Ic} jest krytyczną wartością współczynnika intensywności naprężeń - odporność na pękanie dla I sposobu obciążenia. Jednak, takie podejście zmienia zakres stosowalności równania (3.11) do elementów ze szczeliną, w których $\sigma_{af} \neq \sigma_c$.

Qylafku i pozostali autorzy prac [110,111] zredukowali koncepcję intensywności pola naprężeń (rów. 3.1) do jednowymiarowego procesu uśredniania naprężeń. Według autorów strefa uszkodzeń zmęczeniowych Ω zawsze zawiera małą strefę odkształceń plastycznych, która wpływa na rozkład naprężeń. Powstały względny gradient jednej składowej tensora naprężenia χ nie jest funkcją monotoniczną odległości od dna karbu. Efekt ten pozwala na wyznaczenie wielkości efektywnej strefy uśredniania L_{eff} i zredukowanego (efektywnego) naprężenia według zależności

$$\sigma_{eff} = \frac{1}{L_{eff}} \int_0^{L_{eff}} \sigma_y (1 - \chi x) dx, \quad (3.13)$$

gdzie: χ jest względnym gradientem naprężenia σ_y , $\chi = \frac{1}{\sigma_y} \frac{d\sigma_y}{dx}$. Efektywna odległość L_{eff} opisuje strefę $0 \leq x \leq L_{eff}$ relaksacji materiału w wyniku powstałych odkształceń plastycznych. Punkt, w którym względny gradient naprężenia χ osiąga minimum, wyznacza odległość L_{eff} . Efektywność wyrażenia (3.13) została zweryfikowana na podstawie wyników testów zmęczeniowych próbek wykonanych ze stali niskowęglowej. Badane elementy zawierały karby o różnym kształcie (karb obrączkowy o promieniu zaokrąglenia dna karbu: $\rho = 0, 2$ i $0, 4$ mm; elementy z rowkiem wpustowym). Próbki poddano obrotowemu zginaniu o różnym poziomie obciążenia, wyznaczając granicę zmęczenia oraz związek $N_f - \sigma_a$. Maksymalny błąd względny wyznaczenia granicy zmęczenia wynosił 2,8%. Obliczone naprężenie efektywne σ_{eff} przy różnych poziomach obciążenia dobrze koreluje z otrzymaną liczbą cykli do zniszczenia. W skali podwójnie logarytmicznej współczynnik korelacji między punktami eksperymentalnymi a krzywą teoretyczną $\sigma_{eff} = \sigma'_f(N_f)^b$ przekraczał wartość 0,9. Jednak, otrzymane wyniki nie są wiarygodne, ponieważ do wyznaczania pól naprężeń autorzy wykorzystali

metodę elementów skończonych, w której nieliniową zależność między naprężeniami a odkształceniami symulowano według krzywej eksperymentalnej, otrzymanej z doraźnej próby statycznego rozciągania. A jak wiadomo, cykliczne właściwości materiału mogą znacznie się różnić od jego właściwości statycznych [74].

W innych pracach [112,113] Qylafku i pozostali autorzy zaproponowali bardziej uogólnione podejście mające zastosowanie dla różnych typów obciążenia. Uogólnienie polega na założeniu, że bez względu na sposób obciążenia, zmęczeniowe zniszczenie elementu zależy od wartości dwóch parametrów: efektywnego naprężenia stycznego τ_{eff} oraz od efektywnego naprężenia hydrostatycznego $\sigma_{h,eff}$:

$$\tau_{eff} = \frac{1}{L_{eff}} \int_0^{L_{eff}} \tau_{max}(x)(1 - \chi_t x) dx, \quad \sigma_{h,eff} = \frac{1}{L_{eff}} \int_0^{L_{eff}} \sigma_h(x) dx, \quad (3.14)$$

gdzie: współrzędna x jest mierzona od dna karbu w kierunku osi próbek cylindrycznych, χ_t jest względnym gradientem maksymalnego naprężenia stycznego $\tau_{max}(x) = 0,5[\sigma_1(x) - \sigma_3(x)]$ liczonego na podstawie zależności

$$\chi_t(x) = \frac{1}{\tau_{max}(x)} \frac{d\tau_{max}(x)}{dx}. \quad (3.15)$$

Wartości obydwu parametrów τ_{eff} i $\sigma_{h,eff}$ są obliczane z procesu całkowania wzdłuż tego samego odcinka $0 \leq x \leq L_{eff}$, gdzie L_{eff} jest punktem o lokalnym minimum gradientu χ_t . Wynika z tego, że strefa uszkodzenia Ω jest uwarunkowana rozkładem tylko naprężeń stycznych. Kolejnym, niewyjaśnionym założeniem jest przyjęcie, że wpływ naprężenia hydrostatycznego $\sigma_h(x)$ jest taki sam w każdym punkcie w strefie uszkodzenia Ω , bez względu na wartość funkcji wagowej $(1 - \chi_t x)$. Zaproponowana metoda została zweryfikowana na podstawie testów zmęczeniowych próbek z karbem obrączkowym o dwóch promieniach zaokrąglenia dna karbu: $\rho = 0,2$ i $\rho = 0,4$ mm. Próbkę wykonano z tej samej stali, która posłużyła do weryfikacji poprzedniej metody. Tym razem jednak, zastosowano obciążenia następujących rodzajów: wahadłowe rozciąganie, wahadłowe skręcanie oraz ich kombinacje. Obliczone parametry: τ_{eff} i $\sigma_{h,eff}$, według zależności (3.14), wykazały eliptyczną relację dla stałej liczby cykli do zniszczenia. Jednakże, autorzy ponownie wykorzystali quasi-statyczne własności umocnienia materiału do obliczenia rozkładów naprężeń w próbkach, co znacznie kwestionuje otrzymane rezultaty.

Idea całkowania wybranych składowych tensora naprężeń za pomocą funkcji wagowej charakteryzuje się dużymi możliwościami ujęcia wpływu różnorodnych mechanizmów na proces zniszczenia. Opisana metoda nie wymaga dodatkowych testów kalibrujących model, ponieważ efektywny odcinek L_{eff} jest wyznaczany na podstawie rozkładu względnego gradientu naprężeń. Jednak, wykorzystanie quasi-statycznych właściwości materiału w obliczeniach zmęczeniowych nie budzi zaufania. Metodę warto zweryfikować przy wykorzystaniu cyklicznych parametrów umocnienia materiału. Całkowanie po linii zamiast po objętości jest zabiegiem upraszczającym koncepcję intensywności pola naprężeń (rów. 3.1) i generuje wątpliwość efektywności takiej metody w przypadku karbów o bardziej skomplikowanych kształtach, w których wystąpi problem z lokalizacją jednowymiarowego obszaru całkowania.

3.1.4. Metoda punktowa

Metoda punktowa zakłada, że ocenę zniszczenia zmęczeniowego całego elementu można przeprowadzić na podstawie procesów zachodzących w jednym punkcie materiału. Jak już wspomniano na wstępie niniejszego rozdziału, metoda punktowa jest uproszczeniem metody objętościowej, czy też powierzchniowej. Procesy zachodzące w jednym punkcie materiału nie zawsze są reprezentatywne dla dokonania oceny zniszczenia całego elementu, na co część badaczy nie zwraca uwagi i nie podaje warunków ograniczających zastosowanie metody punktowej.

Taylor [130, 131, 133] zasugerował, że efektywność metody punktowej można wyjaśnić zjawiskiem istnienia nierozwijających się pęknięć zmęczeniowych. Maksymalna długość pęknięcia, które nie rozwija się pomimo istnienia obciążeń zmiennych, definiuje wymiar krytyczny obszaru uszkodzeń Ω , w obrębie którego zmienne pole naprężeń decyduje o pokonaniu odporności materiału na rozwój pęknięcia. Jeśli granica zmęczenia próbki ze szczeliną o długości całkowitej $2a_c$ wynosi, według ElHaddada [32]

$$\Delta\sigma_{afc} = \frac{\Delta K_{I,th}}{\sqrt{\pi(a_c + L)}}, \quad (3.16)$$

to długość L interpretuje się jako wymiar krytyczny wyznaczający granicę obszaru Ω , którą można obliczyć z granicy zmęczenia σ_{af} próbki bez

szczeliny

$$L = \frac{1}{\pi} \left(\frac{\Delta K_{I,th}}{\Delta \sigma_{af}} \right)^2. \quad (3.17)$$

Z przyjęcia rozkładu naprężeń wokół szczeliny według założeń liniowej mechaniki pęknięcia $\sigma_y(x) = \sigma \sqrt{(a_c/2x)}$ (gdzie: σ jest naprężeniem przyłożonym w nieskończoności i leżącym w płaszczyźnie ciała; x jest odległością od wierzchołka szczeliny i $a_c \gg x$) wynika, że $\sigma_y = \sigma_{af}$ dla $x = L/2$, wyznaczając w ten sposób położenie punktu, w którym stan naprężenia jest używany w metodzie punktowej. W pracy [128] na podstawie badań eksperymentalnych wykazano, że długość niepropagującego pęknięcia jest rzędu $2L$.

Należy zwrócić uwagę, że z przeprowadzenia podobnej analizy dla metody liniowej wynika, iż uśrednianie należy przeprowadzać na odcinku $2L$ (rów. 3.12). Natomiast dla metody powierzchniowej wielkość obszaru całkowania zależy od orientacji płaszczyzny uśredniania. Dla płaszczyzny o orientacji jak na rys. 3.1b i rys. 3.3 obszar uśredniania jest ograniczony promieniem $0 \leq r \leq L$ (rów. 3.10). W przypadku uśredniania po płaszczyźnie potencjalnego pęknięcia, jak w modelu Seweryna i Mroza (rys. 3.2), obszar uśredniania jest określony wielkością $d_0 = 2L$.

Zaproponowana metoda punktowa została przetestowana na podstawie eksperymentalnie wyznaczonych granic zmęczenia przy wahadłowym rozciąganiu próbek z karbem w postaci otworu o różnych średnicach (stal SAE1045). Maksymalny błąd względny wyznaczenia granicznego naprężenia wynosił około 20%. Według analiz przedstawionych w pracy [132] wynika, że wymiar krytyczny użyty w metodzie punktowej, w przypadku elementów z karbem wykonanych z żeliwa, zmienia się w zależności od współczynnika asymetrii obciążenia. Metoda punktowa została również wykorzystana do szacowania granicy zmęczenia próbek z karbem poddanych wahadłowemu skręcaniu (praca [127], tak jak w przypadku metody powierzchniowej), uzyskując lepsze wyniki od metody powierzchniowej. Maksymalny błąd względny wynosił 33%.

Metodą punktową zajmowali się również autorzy pracy [101]. Na podstawie badań próbek (stop tytanu: Ti-6Al-4V) z karbem obrączkowym o różnym promieniu zaokrąglenia dna karbu ($\rho = 0,330; 0,203; 0,127$ mm) poddanych cyklicznemu rozciąganiu-ściskaniu o różnym współczynnikiem asymetrii cyklu ($R = -1; 0,1; 0,5; 0,65$) badano zmienność wymiaru krytycznego L . Jednakże, badacze posłużyli się inną definicją wymiaru krytyczne-

go. Wartość wymiaru krytycznego L została wyznaczona dla każdej próbki z następującej zależności: $\tau_{eq,k}(x = L, N = const.) = \tau_{eq,g}(N = const.)$, gdzie indeksy k i g oznaczają odpowiednio próbkę z karbem i próbkę gładką, x jest odległością od dna karbu; τ_{eq} jest naprężeniem ekwiwalentnym według kryterium Findleya (rów. 2.14). W obliczeniach rozkładów pól naprężeń posłużono się metodą elementów skończonych z modelem materiału sprężysto-idealnie plastycznym. Wyniki wykazały dużą zmienność wymiaru krytycznego: $L = 0,02 \div 0,104$ mm. Otrzymane rezultaty kwestionują stosowanie jednego wymiaru krytycznego w metodzie punktowej dla karbów o różnej geometrii i różnym udziale wartości średniej obciążeń.

3.1.5. Podsumowanie metod deterministycznych

Przedstawiony przegląd metod nielokalno-deterministycznych stosowanych w ocenie inicjacji, jak i propagacji pęknięć zmęczeniowych nie ujmuje wszystkich proponowanych w tym obszarze koncepcji. Z uwagi na łatwą implementację, najczęściej stosowana jest metoda punktowa. Cechuje się ona jednak poważną wadą, jaką jest zastosowanie tej metody do konkretnych kształtów elementów i określonego obciążenia. Różnorodność rozkładu naprężeń w zależności od kształtu elementu i jego obciążenia dla tego samego materiału powoduje rozbieżności w ocenie położenia analizowanego punktu. Podobne wady przedstawia metoda liniowa, do których dodatkowo trzeba zaliczyć trudności w doborze funkcji wagowej, której postać zależy od kształtu elementu i jego obciążenia. W metodzie objętościowej zakłada się, że inicjacja pęknięcia powstaje w wyniku łączenia się mikropęknięć, znajdujących się w krytycznej objętości materiału. Wydaje się, że wadą tej metody jest brak uwzględnienia charakteru pęknięć zmęczeniowych prowadzących do zniszczenia. Charakter ten objawia się występowaniem pęknięć w określonych płaszczyznach, których rozwój prowadzi do zniszczenia. Z tego też względu metody powierzchniowe przy zastosowaniu odpowiednich kryteriów zmęczeniowych, zależnych od materiału i warunków badań są najbardziej obiecujące w ocenie trwałości zmęczeniowej.

Metoda zaproponowana przez Taylora i Susmela (3.9) będzie miała zastosowanie dla pewnych szczególnych warunków badań, dla których proces zniszczenia jest kontrolowany przez I sposób pęknięcia. Znacznie bardziej uniwersalną metodą jest propozycja przedstawiona przez Seweryna i Mroza. Koncepcja ta uwzględnia inicjację i propagację pęknięć zmęczeniowych, nieliniową kumulację uszkodzeń zmęczeniowych, mającą wpływ na funkcję

zniszczenia (3.7) oraz przemieszczanie się strefy uszkodzenia. Metoda ta jest bardzo interesująca, jednak wprowadzenie nieliniowej kumulacji uszkodzeń bardzo skomplikowało proces obliczeniowy, który wymaga określenia specjalnych stałych materiałowych i przez to zastosowanie jej w praktyce inżynierskiej jest utrudnione. Autorzy przy budowie modelu kierowali się dobrze znaną w zmęczeniu koncepcją opartą na płaszczyźnie krytycznej [60, 62, 63], jednak zaproponowana funkcja zniszczenia (3.7) odbiega od tej idei. Funkcja zmęczeniowego zniszczenia (3.7) jest złożeniem funkcji kwadratowej i liniowej. Funkcja kwadratowa, jak wynika z przeglądu literatury [63] ma zastosowanie tylko w przypadku obciążeń cyklicznych-proporcjonalnych. Ponadto zakłada się, że wpływ wielkości analizowanej powierzchni uśredniania dla naprężeń stycznych i normalnych na trwałość zmęczeniową jest taki sam. Koncepcji tej nie potwierdzają badania innych autorów. Papadopoulos i Panoskaltis [106] udowodnili na podstawie analiz badań próbek poddanych cyklicznemu skręcaniu, że makroskopowy gradient naprężeń stycznych nie ma znacznego wpływu na trwałość zmęczeniową. Koncepcją tą kierowali się między innymi Nadot i Billaudeau [100], którzy analizowali naprężenia hydrostatyczne metodą punktową bez uwzględniania niejednorodnego pola naprężeń stycznych. Błąd szacowania granicy zmęczenia dla materiałów z defektami dochodził do 26%. Pogląd, że gradient naprężenia stycznego nie ma wpływu na trwałość zmęczeniową nie dotyczy dużych wartości gradientów naprężeń stycznych wynikających z koncentracji naprężeń wokół defektów. Dla materiałów metalicznych znane jest zjawisko zarodkowania pęknięć zmęczeniowych w ziarnach, których metalograficzne płaszczyzny poślizgów są zgodne z płaszczyznami maksymalnych naprężeń stycznych [76]. Pęknięcia te mogą wzrastać (jeśli nie są zablokowane przez dyslokacyjne bariery) w obrębie jednego lub kilku ziaren w płaszczyźnie poślizgów. W skali obserwacji kilku ziaren makroskopowa niejednorodność naprężeń stycznych (wynikająca np. ze skręcania próbek gładkich) jest nieznaczna i nie ma wpływu na rozwój i inicjację pęknięć. Natomiast, w przypadku znacznej niejednorodności naprężeń stycznych w niewielkim obszarze wokół defektu (wynikającej np. z karbów - defektów o wielkości zbliżonej do wielkości kilku ziaren) należy uwzględnić jego wpływ na powstawanie pęknięć zmęczeniowych, ale wpływ ten należy rozpatrywać w stosunkowo małym obszarze w porównaniu do obszaru wpływu naprężeń normalnych. Jeśli odpowiedni poziom naprężeń normalnych występuje na zbyt małym obszarze może dojść do wystąpienia tzw. niepropagujących pęknięć zmęczeniowych, które nie doprowadzą do zniszczenia elementu.

3.2. Probabilistyczne metody obliczeń zmęczeniowych w zakresie inicjacji pęknięć

Mechanizmy zmęczeniowe zachodzące w materiale w dużej mierze zależą od struktury materiału, która w skali mikroskopowej nie jest jednorodna. Mikroskopowa niejednorodność materiału, mając charakter losowy, warunkuje losowy charakter zmęczenia materiału. Identyczne, w skali makroskopowej, próbki poddane takim samym obciążeniom zmiennym wykazują rozrzut trwałości zmęczeniowej wokół wartości średniej. Fenomen ten może być wyjaśniony przez koncepcję najsłabszego ogniwa, która pierwotnie została wykorzystana do wyjaśnienia tzw. efektu skali i rozrzutów statycznej granicy wytrzymałości materiału [9, 34]. Podwaliny teoretyczne, stworzone przez koncepcję najsłabszego ogniwa zostały wykorzystane do wyjaśnienia wpływu niejednorodnego pola naprężeń na procesy zmęczeniowe, co jest przedmiotem niniejszego rozdziału.

3.2.1. Koncepcja najsłabszego ogniwa

Koncepcja najsłabszego ogniwa została sformułowana już w latach dwudziestych XX wieku [9]. Podstawowe założenia koncepcji najsłabszego ogniwa są następujące [29]:

- dany element konstrukcyjny zawiera statystycznie rozmieszczone różnego rodzaju mikrodefekty;
- inicjacja pęknięcia nastąpi w pewnym elementarnym obszarze (ogniwie) elementu, który zawiera „najbardziej niebezpieczny defekt”;
- wystąpienia inicjacji pęknięć zmęczeniowych w poszczególnych ogniwach elementu są od siebie niezależne.

Defekt w opisywanych koncepcjach probabilistycznych jest rozumiany jako każdy obiekt w materiale, który generuje niejednorodność struktury materiału i przyspiesza proces degradacji. Do defektów zalicza wtrącenia niemetaliczne, pustki, rysy, wgłębienia, jak również dyslokacje oraz preferencyjnie zorientowane pasma poślizgów ziaren struktury materiału. Każdy z tych obiektów może tworzyć miejsce największego „osłabienia” materiału, od którego zacznie się proces degradacji materiału.

Z wymienionych założeń wynika, że element konstrukcyjny jest traktowany jako szeregowe połączenie ogniw, w którym uszkodzenie jednego ogniwa powoduje zniszczenie całego elementu. W kolejnych elementach

konstrukcyjnych o tej samej geometrii i obciążeniu „najbardziej niebezpieczny defekt” charakteryzuje się innymi cechami, co prowadzi do inicjacji pęknięcia przy innej liczbie cykli N (rozzut wyników [96, 97]). Prawdopodobieństwo, że w całym elemencie nie pojawi się pęknięcie w przedziale $[0, N]$ oznacza, że inicjacja pęknięcia nie nastąpi w żadnym elementarnym podobszarze. W obliczeniach element konstrukcyjny jest dzielony na podobszary (i) i dla każdego podobszaru jest wyznaczane indywidualne prawdopodobieństwo przetrwania $P_{tr}^{(i)}$. Prawdopodobieństwo zniszczenia całego elementu jest wyznaczane według reguły o niezależności zdarzeń, czyli

$$P_z = 1 - \prod_{i=1}^k P_{tr}^{(i)}, \quad (3.18)$$

gdzie: k jest liczbą wszystkich podobszarów (ogniw). Najslabszym ogniwem w materiale jest zatem podobszar zawierający „najbardziej niebezpieczny defekt”. Zwiększając rozmiar elementu konstrukcyjnego zwiększa się prawdopodobieństwo wystąpienia defektu o coraz większym potencjale destrukcyjnym. Efekt ten jest odzwierciedlony w równaniu (3.18), gdzie wzrost liczby podobszarów (k) zmniejsza wartość iloczynu $\prod_{i=1}^k P_{tr}^{(i)}$, zwiększając tym samym prawdopodobieństwo P_z zniszczenia elementu. Traktując materiał jako ośrodek ciągły, wielkości podobszarów dążą do zera, a ich liczba do nieskończoności $k \rightarrow \infty$. Przyjęcie wykładniczej postaci rozkładu $P_{tr}^{(i)} = e^{-f(\sigma^{(i)})}$ prowadzi do zastąpienia iloczynu \prod w równaniu (3.18) operacją sumowania lub całkowania (w przypadku ośrodka ciągłego) wykładnika liczby e , $P_{tr} = P_{tr}^{(i)} \cdot P_{tr}^{(i+1)} \dots = e^{-f(\sigma^{(i)})} \cdot e^{-f(\sigma^{(i+1)})} \dots = e^{-f(\sigma^{(i)}) - f(\sigma^{(i+1)}) \dots}$. Taką postać rozkładu prawdopodobieństwa zmiennej losowej zaproponował Weibull [137] w 1939 roku, uzależniając rozkład $P_{tr}^{(i)}$ od poziomu naprężenia $\sigma^{(i)}$. Klasyczna (Weibullowska) postać rozkładu prawdopodobieństwa $P_z = 1 - P_{tr}$ zniszczenia elementu jest następująca

$$P_z = 1 - e^{-\frac{1}{\Omega_0} \int_{\Omega} g(\sigma) d\Omega}, \quad g(\sigma) = \left(\frac{\sigma}{\sigma_u}\right)^m \quad \text{lub} \quad g(\sigma) = \left(\frac{\langle \sigma - \sigma_0 \rangle}{\sigma_u}\right)^m, \quad (3.19)$$

gdzie: Ω_0 jest objętością lub powierzchnią referencyjną elementu charakteryzującego się rozkładem (3.19), $g(\sigma)$ jest funkcją tzw. „ryzyka zniszczenia”, której postać zależy od własności materiału, $\langle x \rangle = 0$ dla $x \leq 0$ i $\langle x \rangle = x$ dla $x > 0$. Weibull zaproponował dwu- i trójparametrową postać funkcji $g(\sigma)$, gdzie σ_0 , σ_u , m są odpowiednio naprężeniowymi parametrami: przesunięcia

(często zwaną wartością progową) oraz skali i kształtu rozkładu (3.19). Z uwagi na różne właściwości materiału na jego powierzchni oraz w objętości, Weibull rozważał wyznaczenie rozkładu prawdopodobieństwa zniszczenia osobno w objętości V materiału ($\Omega = V$), jak i na powierzchni swobodnej A elementu ($\Omega = A$). Różne właściwości materiału na powierzchni oraz w objętości wynikają z dodatkowej obróbki mechanicznej powierzchni materiału oraz z faktu, że na powierzchnię materiału oddziałują czynniki zewnętrzne, jak powietrze atmosferyczne (czego nie doświadcza wewnątrz materiału). Jeśli zniszczenie elementu jest wynikiem pęknięć, pojawiających się na powierzchni A , jak i w objętości V materiału [99] to prawdopodobieństwo P_z zniszczenia opisuje się w funkcji iloczynu dwóch prawdopodobieństw $P_{tr}(A)$ i $P_{tr}(V)$, czyli

$$P_z(A + V) = 1 - P_{tr}(A) \cdot P_{tr}(V) = 1 - e^{-\int_A g_A(\sigma)dA - \int_V g_V(\sigma)dV}, \quad (3.20)$$

gdzie: $g_A(\sigma)$ i $g_V(\sigma)$ są funkcjami opisującymi rozkłady prawdopodobieństwa P_{tr} osobno dla powierzchni i objętości materiału.

W przypadku procesów zmęzeniowych rozkład prawdopodobieństwa zniszczenia elementu jest dwuwymiarową funkcją $P_z = f(\sigma_a, N)$ amplitudy naprężenia σ_a i liczby cykli N do zniszczenia elementu. Postać takiej funkcji nie została jednak zaproponowana przez Weibulla. Inni badacze [10–12, 29, 40] rozwijali tę koncepcję, ale ich badania skoncentrowały się na wyznaczeniu funkcji typu $P_z = f(\sigma_a, N \approx \text{poziom granicy zmęczenia})$, czyli na zagadnieniu, czy element ulegnie zniszczeniu czy nie, bez analizy liczby cykli obciążenia. Krótkie opisy takich modeli są zawarte w poniższych paragrafach.

3.2.2. Model Bomasa i innych

Podstawą modelu Bomasa i innych [10], użytego w obliczeniach zmęzeniowych jest dwuparametrowy rozkład Weibulla (3.19), w którym zastąpiono podstawę logarytmu naturalnego e liczbą 2. Zastosowany rozkład prawdopodobieństwa przetrwania ma następującą postać

$$P_{tr} = P_{tr}(A) \cdot P_{tr}(V) = 2^{-\frac{1}{A_0} \int_A \left(\frac{\sigma_{eqA}}{\sigma_{WA0}}\right)^{m_A} dA - \frac{1}{V_0} \int_V \left(\frac{\sigma_{eqV}}{\sigma_{WV0}}\right)^{m_V} dV}, \quad (3.21)$$

gdzie: σ_{eqA} , σ_{eqV} są ekwiwalentnymi wartościami amplitud naprężeń na powierzchni i w objętości materiału; A_0 i V_0 są odpowiednio powierzchnią i objętością referencyjną próbek charakteryzujących się następującymi

granicami zmęczenia σ_{WA0} i σ_{WV0} (rozciąganie-ściskanie); m_A i m_V są parametrami kształtu rozkładów $P_{tr}(A)$ i $P_{tr}(V)$. Zamiana podstawy funkcji wykładniczej z e na 2 zapewnia zgodność prawdopodobieństw dla jakich wyznaczono granice zmęczenia próbek referencyjnych: σ_{WA0} i σ_{WV0} , tj. $P_{tr} = 0,5$ z prawdopodobieństwem wyliczonym na podstawie wzoru (3.21). W próbkach referencyjnych panuje jednorodny i jednoosiowy stan naprężenia, czyli (dla pęknięć powierzchniowych) $\sigma_{eqA} = \tau_a$ i na poziomie granicy zmęczenia $\sigma_{WA0} = \sigma_{eqA} = \sigma_a$ otrzymuje się $P_{tr}(A) = 2^{-1} = 0,5$. W przypadku zastosowania podstawy logarytmu naturalnego e obliczenia wskazują na $P_{tr}(A) = e^{-1} \approx 0,3679$, co jest niezgodne z wartościami eksperymentalnymi $P_{tr}(A) = 0,5$. Wartości naprężeń ekwiwalentnych σ_{eqA} , σ_{eqV} zostały wyznaczone na podstawie redukcji wieloosiowego stanu naprężenia do stanu ekwiwalentnego (jednoosiowego) za pomocą uproszczonego i zmodyfikowanego kryterium Dang Vana [27, 28]

$$\sigma_{eq} = \frac{\tau_a + \alpha \sigma_{h,max}}{\frac{1}{2} + \frac{\alpha}{3}}, \quad (3.22)$$

gdzie: τ_a jest amplitudą naprężenia stycznego w płaszczyźnie o jej największej wartości, $\sigma_{h,max}$ jest maksymalną wartością naprężenia hydrostatycznego w dziedzinie czasu, α jest parametrem materiałowym, który według Bomasa i innych [10] zależy od twardości materiału w skali Vickersa (HV) i od wrażliwości materiału na wartość średnią naprężeń opisaną parametrem H_0

$$\alpha = \frac{3}{2} \cdot \frac{M}{1 - M}, \text{ gdzie } M = (HV - H_0)/867. \quad (3.23)$$

Uproszczenie kryterium Dang Vana polega na założeniu, że użyte wartości naprężeń we wzorze (3.22) uwzględniają procesy zachodzące w materiale na poziomie wielkości ziarna [60], które są brane pod uwagę w oryginalnym kryterium Dang Vana. Granice zmęczenia σ_{WA0} i σ_{WV0} są obliczane według podejścia Murakamiego [94], w którym granica zmęczenia jest funkcją twardości materiału HV

$$\sigma_{WA0} = F_A(HV + 120)Y_R Y_{SO}, \quad \sigma_{WV0} = F_V(HV + 120), \quad (3.24)$$

gdzie: F_A i F_V są parametrami dopasowującymi, ustalonymi na podstawie danych eksperymentalnych uzyskanych z próbek referencyjnych, Y_R jest współczynnikiem ustalonym na podstawie chropowatości powierzchni, Y_{SO} jest współczynnikiem odzwierciedlającym wpływ utlenienia powierzchni materiału: $Y_{SO} = \sqrt{x_0/(x_0 + x_{SO})}$ (x_{SO} jest głębokością utlenionej powierzchni, x_0 jest parametrem dopasowującym).

Zaproponowany model został zweryfikowany na podstawie testów zmęczeniowych, przeprowadzonych na próbkach gładkich wykonanych ze stali 16MnCrS5 oraz 16MnCr5. Jedna próbka poddana obrotowemu zginaniu, w której pęknięcie wystąpiło na powierzchni materiału, została użyta do ustalenia parametrów dopasowujących F_A , x_0 i m_A . Dopasowanie parametrów polegało na uzyskaniu zgodności obliczeń z eksperymentalnie ustaloną granicą zmęczenia materiału. Wartości parametrów F_V i m_V ustalono na podstawie wyników uzyskanych z kolejnej próbki referencyjnej, w której pęknięcie nastąpiło wewnątrz materiału. Trzecią referencyjną próbkę poddano rozciąganiu-ściskaniu o współczynniku asymetrii cyklu $R = 0$ w celu wyznaczenia parametru H_0 . Ustalone wartości 6 parametrów zostały użyte do obliczania granic zmęczenia pozostałych 7 próbek poddanych obrotowemu zginaniu, płaskiemu zginaniu i rozciąganiu-ściskaniu ($R = -1$ i $R = 0$). Maksymalny błąd względny obliczeń naprężeń wynosił 18%.

Podejście zaproponowane przez Bomasa i innych uwzględnia wpływ technologii wykonania elementów (poprzez twardość i chropowatość powierzchni), kształt elementu (przez modelowanie geometrii elementów metodą elementów skończonych) i rodzaj obciążenia (przez zastosowania kryterium wieloosiowego zmęczenia i parametr H_0) na granicę zmęczenia. Jednak, model wymaga aż 6 parametrów dopasowujących, a co więcej wymaga również pomiaru lokalnych wartości twardości materiału (HV), pomiaru chropowatości powierzchni oraz głębokości utlenionej powierzchni, x_0 . Opisana powyżej propozycja Bomasa i innych była pierwszą koncepcją zaproponowaną przez tę grupę i wymaga kilku uwag krytycznych. Podejście probabilistyczne, opisane wzorem (3.21), zakłada istnienie w materiale populacji defektów, których wpływ na trwałość zmęczeniową jest opisany parametrami rozkładu prawdopodobieństwa P_{tr} . Tak więc, budowanie modelu, który oprócz parametrów rozkładu korzysta z mierzonych lokalnych właściwości materiału, jak twardość HV jest nieuzasadnione. Lokalne właściwości formują postać rozkładu i są uwzględnione w parametrach rozkładu prawdopodobieństwa.

W następnych pracach [11, 12] Bomas i inni nie korzystają już z lokalnych właściwości materiału. Model zaproponowany we wcześniejszej pracy został zredukowany do samego warunku inicjacji pęknięcia. Jeśli eksperymentalna granica zmęczenia materiału została wyznaczona dla $P_{tr} = 0,5$, to wykładnik liczby 2, występujący w równaniu (3.21) musi przyjąć wartość -1 , co prowadzi do zdefiniowania uproszczonego warunku inicjacji pęknię-

cia w postaci

$$\frac{1}{A_0} \int_A \left(\frac{\tau_a + \alpha_A \sigma_{h,m}}{\tau_{WA0}} \right)^{m_A} dA + \frac{1}{V_0} \int_V \left(\frac{\tau_a + \alpha_V \sigma_{h,max}}{\tau_{WV0}} \right)^{m_V} dV = 1. \quad (3.25)$$

W przypadku pęknięć w objętości materiału V ponownie posłużono się kryterium Dang Vana, ale tym razem naprężenia ekwiwalentne, występujące w liczniku mają postać naprężeń stycznych i są odnoszone do granicy zmęczenia τ_{WV0} , uzyskanej przy cyklicznym skręcaniu próbek gładkich (referencyjnych z pęknięciami wewnątrz materiału). Natomiast dla pęknięć powierzchniowych zdefiniowano nowe kryterium, bazujące na kryterium Dang Vana, w którym zamiast maksymalnego naprężenia hydrostatycznego $\sigma_{h,max}$ występuje wartość średnia naprężenia hydrostatycznego $\sigma_{h,m}$. Według autorów taka postać naprężenia ekwiwalentnego dla pęknięć powierzchniowych jest bardziej adekwatna. Parametry α_A i α_V są wyznaczane oddzielnie. Pierwszy nosi nazwę powierzchniowego współczynnika wrażliwości materiału na naprężenia hydrostatyczne, a drugi objętościowego współczynnika wrażliwości materiału na naprężenia hydrostatyczne. Do wyznaczenia ośmiu parametrów występujących w równaniu (3.25) posłużono się aż pięcioma różnymi testami zmęczeniowymi: rozciąganie-ściskanie dla $R = 0$, rozciąganie-ściskanie dla $R = -1$, obrotowe zginanie, wahadłowe skręcanie i wahadłowe skręcanie próbki z karbem obrączkowym. W badaniach posłużono się próbkami wykonanymi ze stali łożyskowej SAE 52100. Parametry zostały wyznaczone na podstawie najlepszego dopasowania eksperymentalnie wyznaczonych granic zmęczenia z wynikami obliczonymi według równania (3.25). Do dalszej weryfikacji posłużono się próbkami z karbem obrączkowym o dwóch promieniach zaokrąglenia dna karbu $\rho = 0,2$ mm i $\rho = 1$ mm, które poddano takim samym obciążeniom jak próbki referencyjne. W sumie przetestowano 12 próbek, dla których maksymalny względny błąd wyznaczenia nominalnych granic zmęczenia wynosił 9%. Należy zwrócić uwagę, że parametry α_A i α_V zostały wyznaczone metodą najlepszego dopasowania, co nie jest standardową procedurą dla parametrów występujących w kryteriach wieloosiowego zmęczenia materiału. Duża liczba próbek użytych do kalibracji modelu w stosunku do liczby próbek użytej do weryfikacji nie potwierdza uniwersalności zaproponowanego modelu, ale świadczy jedynie o potencjalnych możliwościach zaproponowanej koncepcji.

3.2.3. Model Delahaya i Palin-Luca

Delahay i Palin-Luc [29] zaproponowali model do obliczenia prawdopodobieństwa inicjacji pęknięcia opartego na trójparametrowej funkcji w postaci

$$P_z(V) = 1 - P_{tr}(V) = 1 - e^{-\frac{1}{V_0} \int_{V^*} \frac{(W_{g,eq} - W_g^*)^m}{W_u} dV} = 1 - e^{-\int_{V^*} \frac{(W_{g,eq} - W_g^*)^m}{\varphi_u} dV}, \quad (3.26)$$

gdzie: $W_{g,eq}$ jest ekwiwalentną gęstością energii odkształcenia w jednym cyklu obciążenia, φ_u jest parametrem wynikającym z iloczynu objętości referencyjnej V_0 i współczynnika W_u skali rozkładu, V^* jest objętością materiału zawierającą punkty, spełniające następujący warunek $W_{g,eq} - W_g^* > 0$, W_g^* jest progową wartością gęstości energii odkształcenia wyznaczaną z granicy zmęczenia przy wahadłowym rozciąganiu i zginaniu obrotowym [29]. Podstawowym założeniem modelu jest przyjęcie, że ekwiwalentna gęstość energii odkształcenia w jednym cyklu obciążenia $W_{g,eq}$, w elementarnej objętości materiału dV , dobrze opisuje prawdopodobieństwo przetrwania $P_{tr}(dV)$ tego obszaru. Założenie to wynika z udokumentowanej [8] efektywności energetycznego kryterium zastosowanego do próbek gładkich cyklicznie obciążonych. Lokalna gęstość energii odkształcenia $W_{g,eq}$ jest obliczana z gęstości energii odkształcenia sprężystego w cyklu obciążenia, która jest zmodyfikowana o empiryczną funkcję zależną od wrażliwości materiału na wieloosiowy stan naprężenia (z jednym parametrem β). Dokładny opis kryterium można znaleźć w pracy [8]. Delahay i Palin-Luc zaprezentowali dokładny algorytm wyznaczania rozkładu prawdopodobieństwa P_z w funkcji nominalnego naprężenia. Obliczony rozkład pozwala na określenie rozrzutów granicznego obciążenia (na poziomie trwałości $N = 2 \cdot 10^6$ cykli) dla przyjętych poziomów prawdopodobieństwa i porównanie ich z rozrzutami eksperymentalnymi. Obliczone rozrzuty naprężeń granicznych dobrze korelują z rozrzutami eksperymentalnymi, otrzymanymi dla pięciu materiałów: stop tytanu Ti-6Al-4V, stal 30NiCrMo16, stal 35CrMo4, stal C20 i żeliwo sferoidalne EN-GJS800-2. Przedstawiony algorytm został użyty do obliczenia wytrzymałości zmęczeniowej dla $P_z = 0,5$ próbek gładkich obciążonych następującymi przypadkami wahadłowe rozciąganie, wahadłowe skręcanie, zginanie płaskie i obrotowe, kombinacja zginania ze skręcaniem (ścieżki proporcjonalne i nieproporcjonalne). Cztery parametry konieczne do zastosowania równania (3.26) zostały wyznaczone na podstawie najlepszego dopasowania eksperymentalnych granic zmęczenia z granicami obliczonymi

dla $P_z = 0,5$. Eksperymentalne granice pochodziły z: wahadłowego rozciągania, skręcania i obrotowego zginania. Dwa wyznaczone parametry, tj. φ_u i m dotyczą rozkładu prawdopodobieństwa, a pozostałe, tj. W_g^* i β są cechami zastosowanego kryterium wieloosiowego zmęczenia materiału. Maksymalny błąd względny wyznaczenia obciążenia granicznego spośród wszystkich 36 próbek wyniósł 18%.

Należy zwrócić uwagę, że parametr W_g^* , który nominalnie jest parametrem (przesunięcia) rozkładu prawdopodobieństwa otrzymał znaczenie fizyczne, jako wartość progowa, poniżej której nie zachodzą żadne procesy zmęczeniowe.

3.2.4. Model Flaceliere'a i Morela

Flaceliere i Morel zaproponowali [40] dwa probabilistyczne modele oceny wytrzymałości zmęczeniowej materiałów. Zauważyli, że klasyczna koncepcja Weibulla, ograniczona do powierzchni materiału, nie uwzględnia niektórych obserwowanych zjawisk. Mianowicie, niektóre materiały wykazują różne granice zmęczenia [40,106], otrzymane dla wahadłowego rozciągania-ściskania i czteropunktowego obrotowego zginania. Takie obciążenia wywołują taki sam stan naprężenia na powierzchni elementów i w związku z tym, model powierzchniowy nie wykaże różnic w wynikach obliczeń. Dwa zaproponowane modele miały na celu uwzględnienie opisanego zjawiska poprzez dwa różne mechanizmy. Pierwszy model należy do modeli powierzchniowych, w którym nowością jest zastosowanie kryterium wieloosiowego zmęczenia uwzględniającego panujący gradient naprężeń. Użyte kryterium bazuje na koncepcji Papadopoulosa [106–108], a ekwiwalentna wartość naprężenia jest obliczana z następującego równania

$$\sigma_{eq} = T_a + \sigma_{h,\max} \alpha \left(1 - \beta \left\langle \frac{G}{\sigma_{h,\max}} \right\rangle^n \right). \quad (3.27)$$

Równanie (3.27) jest interesującą kombinacją dwóch propozycji Papadopoulosa opisanych równaniami (2.22) i (2.26). Ekwiwalentne wartości naprężeń σ_{eq} są wprowadzane do probabilistycznego modelu o następującej postaci

$$P_z(A) = 1 - e^{-\frac{1}{A_0} \int_A (\frac{\sigma_{eq}}{\sigma_u})^{m_A} dA}. \quad (3.28)$$

W celu zmniejszenia liczby parametrów występujących w równaniach (3.27) i (3.28), tj. α , β , n , m_A , σ_u , A_0 Morel i Flaceliere „a priori” założyli, że

parametr n jest równy jedności. Eksperymentalne rozkłady granic zmęczenia, otrzymane dla prób wahadłowego skręcania i rozciągania próbek wykonanych ze stali C36 oraz żeliwa sferoidalnego FGS52, posłużyły do wyznaczenia parametrów m_A i $(A_0\sigma_u)^{m_A}$. Wartość stałej materiałowej α , ujmującą wpływ naprężenia hydrostatycznego $\sigma_{h,max}$, wyznacza się z granic zmęczenia dla wahadłowego skręcania i rozciągania próbek przy $P_z = 0,5$. Natomiast wartość stałej β wyznacza się na podstawie granicy zmęczenia otrzymanej dla obrotowego zginania ($P_z = 0,5$).

Drugi weryfikowany model zakłada, że pęknięcia zmęczeniowe inicjują się w objętości materiału. Odmienny rozkład naprężeń przy wahadłowym rozciąganiu i czteropunktowym obrotowym zginaniu w objętości materiału pozwoli na wyjaśnienie różnic w granicach zmęczenia materiału przy tych obciążeniach. Postać modelu jest następująca

$$P_z(V) = 1 - e^{-\frac{1}{V_0} \int_V \left(\frac{\sigma_{eq}}{\sigma_u}\right)^{m_V} dV}, \quad (3.29)$$

gdzie ekwiwalentna wartość naprężenia jest obliczana na podstawie założeń Papadopoulosa (2.26), $\sigma_{eq} = T_a + \alpha\sigma_{h,max}$. Parametry rozkładu, tj. m_V i $(V_0\sigma_u)^{m_V}$ są wyznaczone na podstawie rozkładów granic zmęczenia przy wahadłowym rozciąganiu i skręcaniu. Zależność (3.29) została zweryfikowana na podstawie eksperymentalnych rozrzutów granic zmęczenia otrzymanych z obrotowego zginania żeliwa FGS52 oraz z wahadłowego rozciągania i skręcania stali C36. Wyniki otrzymane z modelu powierzchniowego korelują z wynikami eksperymentalnymi dla obydwu materiałów z maksymalnym błędem względnym około 5%. Natomiast model objętościowy daje zawyżone naprężenia graniczne o około 20% w przypadku żeliwa FGS52. Otrzymane wyniki nie są zaskakujące, ponieważ w identyfikacji parametrów modelu powierzchniowego wykorzystano dane użyte do jego weryfikacji. Przeprowadzona weryfikacja udowadnia jedynie, że użyty model powierzchniowy może być efektywnie skalibrowany, co jest warte wspomnienia.

Zaproponowany model powierzchniowy jest interesujący i oryginalny, ponieważ de facto bazuje on na dwóch odmiennych zjawiskach. Po pierwsze, poprzez parametry rozkładu, uwzględnia probabilistyczny charakter zmęczenia materiału, a po drugie zastosowane naprężenie ekwiwalentne uwzględnia panujący gradient naprężenia hydrostatycznego. Taka postać naprężenia ekwiwalentnego zakłada, że na inicjację pęknięcia w danym punkcie na powierzchni materiału, w sposób deterministyczny, wpływają naprężenia panujące wokół tego punktu.

3.2.5. Podsumowanie metod probabilistycznych

Przedstawione metody probabilistyczne stosowane w obliczeniach zmęzeniowych dotyczą wyłącznie procesów do inicjacji pęknięcia zmęzeniowego. Ograniczenie takie wynika z zastosowania koncepcji najsłabszego ogniwa, które definiuje zniszczenie całego elementu, jeśli zniszczeniu ulegnie jedno ogniwo z szeregu ogniw, na jakie jest podzielony analizowany element. Znane i opisane w poprzednim paragrafie modele probabilistyczne funkcjonują według jednego schematu. W pierwszym kroku dla każdego punktu analizowanego elementu dokonuje się redukcji wieloosiowego stanu naprężenia/odkształcenia do stanu ekwiwalentnego. W drugim kroku, ekwiwalentny parametr określa prawdopodobieństwo P_{tr} niezainicjowania pęknięcia w danym punkcie (ogniwie) przy założonych parametrach rozkładu. W trzecim kroku następuje obliczenie prawdopodobieństwa łącznego ze wszystkich ogniw, co pozwala określić prawdopodobieństwo przeciwne, czyli zniszczenia konstrukcji (zainicjowania pęknięcia) $P_z = 1 - P_{tr}$. Stosowane dotychczas metody różnią się przede wszystkim wyborem lokalnej miary stopnia uszkodzenia, co wiąże się z zastosowanym kryterium wieloosiowego zmęczenia materiału. Zastosowane postacie rozkładów prawdopodobieństwa zainicjowania pęknięcia P_z bazują na dwu- lub trójparametrowym rozkładzie Weibulla, który oryginalnie został zaproponowany do podobnych celów, ale w zakresie badań doraźnej granicy wytrzymałości materiałów. Zastosowanie innej formy rozkładu, np. rozkładu normalnego stwarza duże problemy natury obliczeniowej.

Rozważmy następujący przykład: prawdopodobieństwo zniszczenia P_z elementu o jednorodnym rozkładzie naprężeń σ_{eq} bazuje na dystrybucie rozkładu normalnego

$$P_z = \int_0^{\sigma} \frac{1}{\sigma_u \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(\sigma_{eq} - \sigma_g)^2}{(2\sigma_u^2)}} d\sigma_{eq}, \quad (3.30)$$

gdzie: σ_u i σ_g są parametrami rozkładu normalnego. Dla elementu z niejednorodnym rozkładem naprężeń σ_{eq} element musi być podzielony na ogniwa. Dla każdego (i)-tego ogniwa należy wyznaczyć prawdopodobieństwo przetrwania $P_{tr}^{(i)}$, z których wyznaczy się łączne prawdopodobieństwo $P_{tr} = \prod P_{tr}^{(i)}$. Każde ogniwo charakteryzuje się pewną wielkością $\Omega^{(i)}$ ($A^{(i)} = \Omega^{(i)}$ lub $V^{(i)} = \Omega^{(i)}$), które ma wpływ na prawdopodobieństwo $P_{tr}^{(i)}$ (efekt skali), a łączne prawdopodobieństwo musi uwzględniać sumę tych obszarów.

Z tego powodu prawdopodobieństwo $P_{tr}^{(i)}$ musi mieć formę wykładniczą $P_{tr}^{(i)} = e^{-f(\sigma)}$, w którym wykładnik zamienia się na sumę po wymnożeniu indywidualnych prawdopodobieństw. W celu zachowania takiej formy równanie (3.30) jest przekształcane do następującej formy

$$P_{tr} = 1 - P_z = 1 - \int_0^\sigma \frac{1}{\sigma_u \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(\sigma_{eq} - \sigma_g)^2}{(2\sigma_u^2)}} d\sigma_{eq} = e^y, \quad (3.31)$$

z tego wyznacza się zmienną y

$$y = \ln \left[1 - \int_0^\sigma \frac{1}{\sigma_u \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(\sigma_{eq} - \sigma_g)^2}{(2\sigma_u^2)}} d\sigma_{eq} \right], \quad (3.32)$$

i ostatecznie

$$P_{tr} = e^{\ln \left[1 - \int_0^\sigma \frac{1}{\sigma_u \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(\sigma_{eq} - \sigma_g)^2}{(2\sigma_u^2)}} d\sigma_{eq} \right]}. \quad (3.33)$$

Taka postać może być zastosowana do określenia indywidualnego prawdopodobieństwa $P_{tr}^{(i)}$ z uwzględnieniem efektu skali

$$P_{tr}^{(i)} = e^{\frac{\Omega^{(i)}}{\Omega_0} \ln \left[1 - \int_0^\sigma \frac{1}{\sigma_u \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(\sigma_{eq}^{(i)} - \sigma_g)^2}{(2\sigma_u^2)}} d\sigma_{eq}^{(i)} \right]}. \quad (3.34)$$

Przy założeniu rozkładu ciągłego naprężeń σ_{eq} można wyznaczyć prawdopodobieństwo łączne zniszczenia elementu

$$P_z = 1 - e^{-\frac{1}{\Omega_0} \int_\Omega \ln \left[1 - \int_0^\sigma \frac{1}{\sigma_u \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(\sigma_{eq} - \sigma_g)^2}{(2\sigma_u^2)}} d\sigma_{eq} \right] d\Omega}. \quad (3.35)$$

Otrzymane równanie przedstawia prawdopodobieństwo zniszczenia elementu o niejednorodnym polu naprężeń ekwiwalentnych σ_{eq} z zastosowaniem rozkładu normalnego. Zastosowanie równania (3.35) w obliczeniach wymaga przeprowadzenia numerycznego procesu całkowania dla każdego ogniwa (i) po naprężeniach ekwiwalentnych, a następnie powtórnego całkowania po powierzchni ($\Omega = A$) lub po objętości ($\Omega = V$) elementu. Z powyższych powodów rozkład normalny nie jest stosowany w obliczeniach inicjacji pęknięcia metodami probabilistycznymi.

Większość stosowanych metod probabilistycznych, wykorzystujących koncepcję najslabszego ogniwa, ogranicza się do wyznaczania granicy zmęczenia elementów z niejednorodnym polem naprężeń. Nie uwzględniają przez to możliwości inicjacji pęknięcia dla mniejszych liczby cykli niż $N \approx 1 \cdot 10^6$. W zasadzie, nie uwzględniają rozkładu trwałości zmęczeniowej, tylko koncentrują się na rozkładzie granicy zmęczenia.

Mała liczba prac np. [73,139] podejmuje się wyznaczenia dwuwymiarowego rozkładu prawdopodobieństwa zniszczenia elementu typu $P - S - N$. W pracy [73] zaproponowano trójparametryczny rozkład Weibulla, w którym parametr przesunięcia jest funkcją amplitudy naprężenia, uzyskując w ten sposób dwuwymiarową funkcję prawdopodobieństwa w zależności od liczby cykli N i naprężenia σ_a . Natomiast w pracy [139] zaproponowano zmienność parametru skali rozkładu Weibulla w funkcji maksymalnego naprężenia głównego σ_1 . Jednak, obydwie zaproponowane rozkłady zakładają stały współczynnik kształtu, a dużo prac [6,46,115,116,140,147,148] wskazuje, że kształt rozkładu zmienia się w zależności od poziomu obciążenia. Żadna z opisywanych metod probabilistycznych nie uwzględnia występowania odkształceń plastycznych, których pojawienie się może zmieniać parametry rozkładu trwałości zmęczeniowej [115], ale na pewno zmienia wartości naprężeń. Nieuwzględnienie tego faktu znacznie ogranicza zastosowanie proponowanych dotychczas metod.

W rozdziale 5 opisano oryginalną probabilistyczną metodę oceny inicjacji pęknięcia w szerokim zakresie liczby cykli uwzględniającą zmianę parametrów rozkładu w zależności od wartości naprężeń (odkształceń) ekwiwalentnych [57, 70, 71].

4. PŁASZCZYZNOWA METODA UŚREDNIANIA NIEJEDNORODNYCH PÓL NAPRĘŻEŃ I ODKSZTAŁCEŃ

4.1. Geneza

Podstawą proponowanej koncepcji uwzględniania wpływu gradientów naprężeń na trwałość zmęczeniową elementów maszyn i konstrukcji jest powiązanie idei płaszczyzny krytycznej, stosowanej w redukcji wieloosiowego stanu naprężenia (rozdział 2) z metodami nielokalnymi uśredniającymi niejednorodne pola naprężeń. Koncepcja płaszczyzny krytycznej jest szeroko stosowana do redukcji wieloosiowego stanu naprężenia (odkształcenia) do stanu jednoosiowego - ekwiwalentnego pod względem trwałości zmęczeniowej [17, 38, 39, 45, 48, 49, 54, 61, 63, 77, 80, 82, 83, 85, 107, 123, 136, 144]. Redukcja polega na założeniu, że tylko wybrane składowe tensora naprężenia (odkształcenia) działające w pewnej (krytycznej) płaszczyźnie materiału są odpowiedzialne za pojawienie się pęknięcia zmęczeniowego. Dotychczasowe zastosowanie idei płaszczyzny krytycznej koncentruje się na redukcji przestrzennego stanu naprężenia/odkształcenia ($\sigma_{ij}/\epsilon_{ij}$), ale działającego w jednym punkcie materiału. Uwzględnienie w obliczeniach niejednorodnego pola naprężeń/odkształceń jest zadaniem bardziej skomplikowanym. Jednakże, poziom rozwoju metod numerycznych pozwala na stworzenie metody wyznaczania trwałości zmęczeniowej uwzględniającej *explicite* zmienne w czasie i objętości pola naprężeń bez względu na kształt elementu. Opisywana w niniejszym rozdziale metoda płaszczyznowa została zaproponowana w celu uwzględnienia niejednorodnych rozkładów naprężeń (odkształceń) w płaszczyźnie krytycznej materiału; rozszerzając w ten sposób zakres stosowalności koncepcji opartej na płaszczyźnie krytycznej.

4.2. Założenia

W proponowanej metodzie zakłada się, że wpływ niejednorodnego pola naprężeń/odkształceń w przestrzeni geometrycznej materiału na trwałość zmęczeniową można ująć poprzez działanie naprężeń/odkształceń tylko w jednej płaszczyźnie (krytycznej). Obliczanie trwałości zmęczeniowej składa się z dwóch podstawowych kroków: (i) uśredniania niejednorodnych

rozkładów wybranych składowych tensora naprężeń/odkształceń w płaszczyźnie krytycznej materiału; (ii) zastosowania miary uszkodzenia zmęczeniowego materiału (rozdział 2) do obliczenia naprężenia/odkształcenia ekwiwalentnego z uśrednionych przebiegów składowych tensora otrzymanych w kroku (i). Obydwa etapy obliczeń są ze sobą powiązane wyborem składowych tensora naprężeń/odkształceń odpowiedzialnych za trwałość zmęczeniową oraz wyborem położenia płaszczyzny krytycznej.

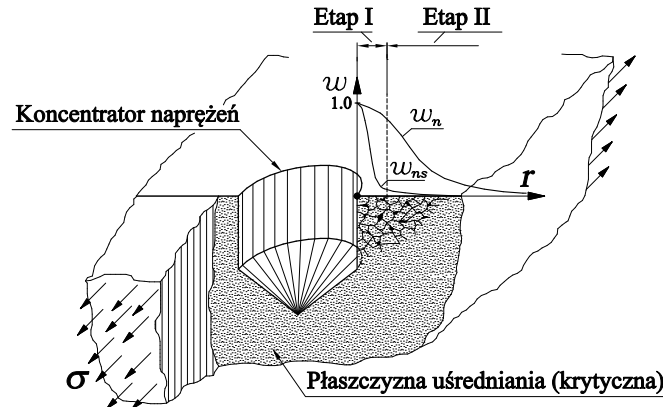
Na podstawie wyników badań eksperymentalnych wyodrębniono następujące efekty towarzyszące nierównomiernym rozkładom naprężeń, które mają wpływ na trwałość zmęczeniową i pozwolą na sformułowanie modelu:

- (i) przy takich samych maksymalnych wartościach naprężeń nominalnych trwałość zmęczeniowa próbek cylindrycznych poddanych wahadłowemu zginaniu jest wyższa od trwałości takich samych próbek przy wahadłowym rozciąganiu-ściskaniu [31, 90, 106],
- (ii) występowanie nie rozwijających się pęknięć zmęczeniowych (nie prowadzących do zniszczenia elementu) przy obciążeniach na granicy zmęczenia w przypadku materiałów zawierających defekty [33, 94],
- (iii) brak istotnego wpływu gradientu naprężeń stycznych na granicę zmęczenia w próbkach cylindrycznych poddanych wahadłowemu skręcaniu [87, 106].

Proponowana metoda uśrednia niejednorodne pola naprężeń (odkształceń) w płaszczyźnie materiału do wartości wykorzystywanych w dalszych obliczeniach zmęczeniowych. Proces redukcji (wybór parametrów i sposób uśredniania) jest przeprowadzany w taki sposób, aby uwzględnić wymienione efekty (i)-(iii). Efekt (i) jest uwzględniony poprzez uśrednianie naprężeń (odkształceń) w wybranej przestrzeni geometrycznej materiału, uzyskując w ten sposób wartość naprężenia (odkształcenia) mniejszą od wartości maksymalnej. Istotną kwestią jest określenie obszaru uśredniania: jego kształtu i wielkości. Parametry te są podyktowane efektami (ii) i (iii). Efekt (ii) tłumaczy się zbyt małymi wartościami naprężeń otwierających pęknięcie, działających w niewielkiej odległości od koncentratora naprężeń (gwałtowny spadek naprężeń). W związku z tym postuluje się, że uśredniona wartość naprężeń (odkształceń) normalnych (otwierających) w płaszczyźnie potencjalnego rozwoju pęknięcia o określonym polu, gwarantująca rozwój pęknięcia, musi przekroczyć wartość krytyczną. Efekt (iii) dotyczy tylko makroskopowych naprężeń stycznych, czyli wynikających np. ze skręcania gładkich próbek cylindrycznych. W tym przypadku, w niewielkim obszarze

(kilka ziaren, obszar inicjacji pęknięć w etapie I, rys. 4.1), makroskopowy rozkład naprężeń stycznych bliski jest równomiernemu o wartości średniej bliskiej wartości maksymalnej i w związku z tym wpływ niejednorodności naprężeń w tym obszarze na inicjację pęknięć, a tym bardziej na rozwój pęknięcia, jest pomijalny. Natomiast, w przypadku znacznie niejednorodnego rozkładu naprężeń stycznych (odkształceń postaciowych) jaki można zaobserwować w niewielkim obszarze (wynikający np. z karbów, defektów o wielkości zbliżonej do wielkości kilku ziaren) należy uwzględnić jego wpływ na powstawanie pęknięć zmęczeniowych, ale wpływ ten należy rozpatrywać w stosunkowo małym obszarze w porównaniu do obszaru wpływu naprężeń/odkształceń normalnych (Zakres etapu I pęknięć zmęczeniowych). Efekt ten jest szczególnie widoczny w elementach z defektami. Dla przykładu Nadot i Billaudeau [100] pokazali, że pierwszy etap pęknięcia (o długości $25 \mu\text{ m}$) dla próbek z defektami (średnica defektu około $100 \mu\text{ m}$) pokrywa się z płaszczyzną maksymalnych naprężeń stycznych. Przy tak małych defektach geometrycznych powstałe pęknięcia zmęczeniowe (Etap I) musiało powstać przy silnym wpływie gradientu naprężeń stycznych. Postuluje się, że zakres wpływu pola ns , gdzie analizowane są naprężenia styczne (odkształcenia postaciowe) dotyczy obszaru kilku-kilkunastu ziaren. Natomiast, wpływ naprężeń (odkształceń) normalnych w zależności od materiału powinien być analizowany w obszarze przekraczającym wielkość kilku-kilkunastu ziaren.

Przeprowadzona powyżej analiza wyróżniła dwa obszary uśredniania: pierwszy, w którym zjawisko ścinania ma dominujący wpływ na proces uszkodzenia (obszar Ω_{ns}) i drugi obszar, w którym niejednorodne zmienne pole naprężeń normalnych (otwierające ścinane płaszczyzny) musi zapewnić rozwój pęknięcia (obszar Ω_n). Jeśli w kryterium wieloosiowego zmęczenia materiału zakłada się, że naprężenia normalne przyspieszają proces inicjacji pęknięcia (np. jak w kryterium Findleya, gdzie miarą uszkodzenia jest $\sigma_{eq,a} = \tau_{ns,a} + k\sigma_{n,max}$) to obydwa obszary (pola w płaszczyźnie materiału) nachodzą na siebie, przy czym zakres wpływu składowych stycznych, ujętych funkcją wagową w_{ns} , jest mniejszy od zakresu wpływu składowych normalnych ujętych funkcją wagową w_n (rys. 4.1).



Rys. 4.1. Schematyczny rozkład wartości funkcji wagowych w_{ns} i w_n , ujmujących różny wpływ naprężeń (odkształceń) dla obszarów w etapach I i II pęknięcia

4.3. Model

Z przeprowadzonych analiz wynika, że składowe normalne i styczne parametrów uszkodzenia działające w określonej płaszczyźnie materiału muszą być rozpatrywane oddzielnie, jeżeli model ma uwzględnić obserwowane w badaniach zjawiska. W związku z tym, uogólniona metoda polega na oddzielnym uśrednianiu niejednorodnych pól naprężeń stycznych τ_{ns} , czy też odkształceń postaciowych ε_{ns} , oraz niejednorodnych pól naprężeń (odkształceń) normalnych σ_n (ε_n). Proponowana ogólna postać operacji uśredniania jest następująca:

$$\hat{\kappa}_{ns}(\mathbf{r}_0, t) = \frac{1}{\hat{w}_{ns}(\mathbf{r}_0)} \int_A \kappa_{ns}(\mathbf{r}, t) w_{ns}(\mathbf{r} - \mathbf{r}_0) dA, \quad (4.1)$$

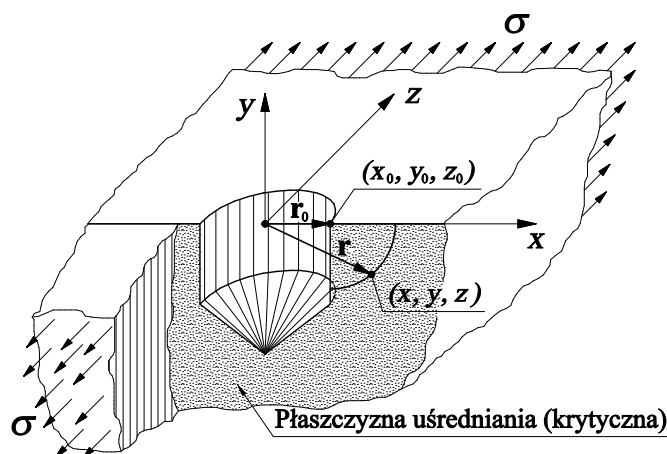
$$\hat{\kappa}_n(\mathbf{r}_0, t) = \frac{1}{\hat{w}_n(\mathbf{r}_0)} \int_A \kappa_n(\mathbf{r}, t) w_n(\mathbf{r} - \mathbf{r}_0) dA,$$

gdzie: κ jest parametrem (naprężenie, odkształcenie) uszkodzenia zmęczeniowego; \mathbf{r}_0 jest wektorem ($\mathbf{r}_0 = x_0\mathbf{i} + y_0\mathbf{j} + z_0\mathbf{k}$) określającym położenie punktu bazowego (rys. 4.2) w przestrzeni xyz względem którego dokonywany jest proces redukcji; \mathbf{r} jest wektorem ($\mathbf{r} = x\mathbf{i} + y\mathbf{j} + z\mathbf{k}$) określającym położenie punktu, dla którego lokalna wartość $\kappa(\mathbf{r})$ jest znana; indeksy n i ns oznaczają odpowiednio składową normalną i styczną (postaciową) parametru κ w płaszczyźnie krytycznej o normalnej \mathbf{n} i w kierunku stycznym

\mathbf{s} ; $w(\mathbf{r} - \mathbf{r}_0)$ jest funkcją wagową ujmującą odmienny wpływ składowych stycznych i normalnych na trwałość zmęczeniową; A jest powierzchnią całkowania na płaszczyźnie krytycznej. Scałkowane iloczyny $\kappa(\mathbf{r}, t)w(\mathbf{r}_0 - \mathbf{r})dA$ są dzielone przez następujące wartości:

$$\hat{w}_{ns}(\mathbf{r}_0) = \int_A w_{ns}(\mathbf{r} - \mathbf{r}_0)dA, \quad \hat{w}_n(\mathbf{r}_0) = \int_A w_n(\mathbf{r} - \mathbf{r}_0)dA, \quad (4.2)$$

w celu zachowania zgodności uśrednionych wartości $\hat{\kappa}(\mathbf{r}_0, t)$ z wartościami uzyskanymi w przypadku uśredniania jednorodnych pól naprężeń (odkształceń). Proces całkowania jest przeprowadzany dla każdej wartości zmiennej



Rys. 4.2. Przykładowe położenie płaszczyzny uśredniania i punktu bazowego (x_0, y_0, z_0)

czasowej t . Tak wyznaczone przebiegi stycznych i normalnych (nielokalnych) parametrów uszkodzenia są następnie użyte do obliczenia wartości ekwiwalentnej (miary uszkodzenia), której postać wynika z założeń analizowanego kryterium wieloosiowego zmęczenia (rozdział 2). Na podstawie obliczonej miary uszkodzenia wyznacza się trwałość lub stopień uszkodzenia przy zastosowaniu charakterystyk zmęczeniowych (Wöhler, Manson-Coffin, itp.).

4.4. Funkcje wagowe

Funkcje wagowe $w_{ns}(\mathbf{r} - \mathbf{r}_0)$ i $w_n(\mathbf{r} - \mathbf{r}_0)$ użyte w równaniu (4.1) modelują proces uśredniania w celu ujęcia odmiennego wpływu parametrów ścinających i otwierających pęknięcia zmęczeniowe na trwałość zmęczeniową. Nasuwa się pytanie, czy omawiane zjawiska są cechą materiałową, czy też cechą geometryczną lub obciążenia? Jeżeli będziemy rozpatrywać elementy o danym kształcie, obciążone takimi samymi przebiegami sił, ale wykonane z różnych materiałów, to okaże się, że dla materiałów w stanie kruchym strefa wpływu parametrów ścinających jest dużo mniejsza (lub prawie zerowa) niż dla materiałów bardziej plastycznych. Czyli, funkcje wagowe $w_{ns}(\mathbf{r} - \mathbf{r}_0)$ i $w_n(\mathbf{r} - \mathbf{r}_0)$ muszą ujmować cechy ściśle materiałowe.

W celu znalezienia odpowiedniej matematycznej formy funkcji wagowej przeprowadzono następującą analizę, która nadaje pewien sens fizyczny funkcji wagowej.

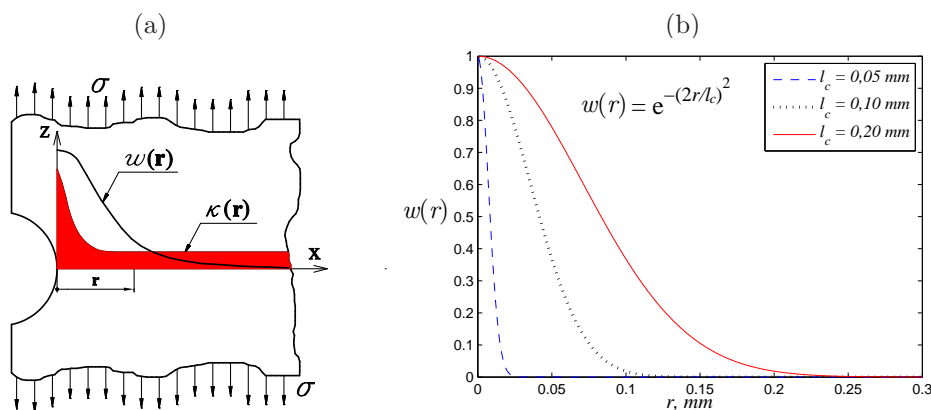
Funkcja wagowa $w(\mathbf{r} - \mathbf{r}_0)$ ma na celu ujęcie wpływu na trwałość zmęczeniową wartości parametru zmęczeniowego $\kappa(\mathbf{r})$ (naprężenia lub odkształcenia) znajdujących się w pewnej odległości $r = |\mathbf{r}|$ od punktu bazowego (x_0, y_0, z_0) , w którym przewiduje się, że rozpocznie się proces pęknięcia. Wykorzystanie tylko maksymalnych, spośród lokalnych, wartości parametru κ w obliczeniach trwałości zmęczeniowej, prowadzi do błędnych obliczeń, w których obliczeniowa trwałość jest zaniżona w stosunku do trwałości eksperymentalnej [90, 106]. Efekt ten (efekt gradientu) można wytłumaczyć tym, że o trwałości zmęczeniowej nie decyduje zniszczenie wiązań w jednym punkcie, ale wiązań w pewnym obszarze Ω materiału. Zatem, różny inicjacyjny (początkowy - bez pęknięcia) rozkład naprężeń (jednorodny lub niejednorodny) w obszarze Ω ma wpływ na późniejszy rozwój pęknięć zmęczeniowych. Powstanie pęknięcia zmęczeniowego zmienia rozkład odkształceń i naprężeń, ale w pewnym stopniu zmodyfikowane pola odkształceń i naprężeń wokół wierzchołka pęknięcia, zależą od stanu przed pęknięciem. Podsumowując, inicjacyjne pole odkształceń (naprężeń), istniejące w materiale przed pojawieniem się pęknięcia, ma wpływ na rozkład odkształceń/naprężeń po pojawieniu się pęknięcia. Im pęknięcie jest krótsze, tym wpływ ten jest silniejszy i maleje wraz ze wzrostem długości pęknięcia. Przy dłuższych pęknięciach zmęczeniowych rozkład odkształceń jest zdeterminowany głównie szczeliną zmęczeniową, a typ karbu, czy też jego brak, jest czynnikiem drugorzędym. Funkcja wagowa $w(\mathbf{r} - \mathbf{r}_0)$, uśredniająca początkowe pole odkształceń (naprężeń) powinna uwzględnić

duży wpływ odkształceń (naprężeń) znajdujących się w niewielkiej odległości (mała długość pęknięcia) od punktu inicjacji pęknięcia, a malejący ich wpływ przy wzroście pęknięcia. Funkcje wagowe, stosowane w procedurze uśredniania (4.1) mają na celu uwzględnienie charakteru tej zależności. Dlatego też funkcja wagowa powinna być funkcją monotonicznie malejącą o wartości maksymalnej w punkcie potencjalnej inicjacji pęknięcia. W pracy badano dwa rodzaje funkcji wagowej o różnych cechach.

Pierwsza postać funkcji wagowych, odpowiednio dla odkształceń (naprężeń) normalnych oraz postaciowych (stycznych), spełniająca wymienione wymagania, ma następującą formę

$$w_n(r) = e^{-(2r/l_n)^2}, \quad w_{ns}(r) = e^{-(2r/l_{ns})^2}, \quad (4.3)$$

gdzie: $r = \sqrt{(x_0 - x)^2 + (y_0 - y)^2 + (z_0 - z)^2}$ to odległość punktu (x, y, z) od punktu bazowego (x_0, y_0, z_0) , rys. 4.2; l_n i l_{ns} są parametrami materiałowymi uwzględniającymi „zasięg” funkcji wagowych w_n lub w_{ns} . Na rys. 4.3a przedstawiono przykładowy rozkład parametru $\kappa(\mathbf{r})$ wraz z przebiegiem zmian funkcji wagowej typu (4.3), ($w = w_n$ lub $w = w_{ns}$). Natomiast rys. 4.3b obrazuje zmienności przebiegów funkcji wagowej (4.3) w zależności od parametru l_c ($l_c = l_n$ lub $l_c = l_{ns}$). Jeżeli funkcja wagowa odpowiednio



Rys. 4.3. (a) Przykładowy rozkład parametru $\omega(x)$ z nałożonym przebiegiem zmian funkcji wagowej typu (4.3); (b) wykresy funkcji wagowej (4.3) dla różnych wartości parametru l_c

opisuje wpływ rozkładu parametru κ na trwałość zmęczeniową, to jedna

wartość stałej materiałowej l_c dobrze skoreluje trwałości obliczeniowe z eksperymentalnymi dla różnych kształtów karbu i obciążeń.

Uważa się, że wartość stałej l_{ns} zależy od struktury materiału. W pierwszym etapie rozwoju pęknięcia, płaszczyzna pęknięcia jest zgodna z płaszczyznami poślizgu ziaren materiału, których orientacja jest zgodna z maksymalnymi naprężeniami stycznymi. Jeżeli pęknięcie w etapie I pokrywa się z płaszczyznami poślizgu ziaren materiału oznacza to, że długość tego pęknięcia nie może przekroczyć wielkości co najwyżej kilku ziaren [95] (ze względu na losową orientację pasm poślizgu w kolejnych ziarnach). Po osiągnięciu pewnej długości, pęknięcie napotyka ziarno, w którym orientacja pasm poślizgu nie pokrywa się z pęknięciem. Napotkana przeszkoda może zatrzymać rozwój pęknięcia. Jeżeli poziom naprężeń jest odpowiednio wysoki lub pęknięcie osiągnęło długość krytyczną, napotkana przeszkoda jest pokonywana i pęknięcie przechodzi w etap II. Z przeprowadzonej analizy wynika, że wpływ składowych stycznych niejednorodnego pola parametru $\omega(\mathbf{r})$ jest ograniczony do etapu I, którego wielkość jest związana z wielkością ziaren materiału. Wpływ wielkości etapu I modeluje funkcja wagowa $w_{ns}(\mathbf{r} - \mathbf{r}_0)$, w której dokładna wartość stałej l_{ns} zależy od matematycznej postaci funkcji $w_{ns}(\mathbf{r} - \mathbf{r}_0)$. Przejście pęknięcia w etap II nie gwarantuje dalszego rozwoju pęknięcia. Przy dużych niejednorodnościach naprężeń wierzchołek pęknięcia może łatwo znaleźć się w obszarze o małych naprężeniach otwierających, co spowoduje zatrzymanie propagacji i powstanie tzw. nierozwijającego się pęknięcia. Długość nierozwijającego się pęknięcia jest przez wielu badaczy [127, 130, 131] postrzegana jako stała materiałowa. Funkcja wagowa $w_n(\mathbf{r} - \mathbf{r}_0)$ ujmuje wpływ pola składowych normalnych naprężeń (odkształcenia) na inicjację i rozwój pęknięcia, prowadzącego do zniszczenia elementu konstrukcyjnego. Większe odkształcenia plastyczne materiału hamują rozwój pęknięcia, innym słowem obszar wpływu składowych normalnych naprężeń (odkształcenia) jest większy dla materiałów o dużych możliwościach pochłaniania energii odkształcenia plastycznego. Zatem, stała l_n jest związana ze zdolnością materiału do odkształceń plastycznych.

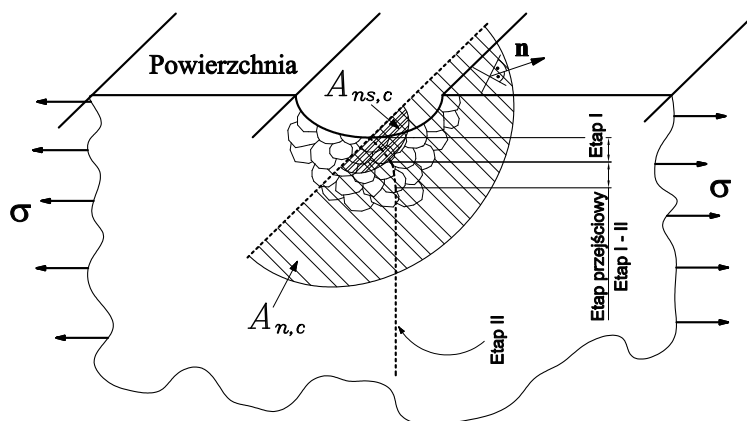
Zaproponowany model redukcji niejednorodnych pól naprężeń lub odkształceń może być stosowany w zakresie cyklicznych odkształceń sprężysto-plastycznych, przez co wyznaczenie obszarów uśredniania, przy użyciu progowych współczynników intensywności naprężeń ($K_{III,th}$ i $K_{I,th}$), nie jest poprawne. Takie podejście proponują niektórzy badacze [32, 92, 118, 119, 127, 130–132], których metody zostały opisane w rozdziale 3. Z uwagi na zakres

stosowania proponowanej metody, wyznaczenie explicite wartości stałych l_n i l_{ns} jest utrudnione, jeśli wręcz niemożliwe. W niniejszej pracy proponuje się wyznaczenie tych stałych metodą najlepszego dopasowania trwałości eksperymentalnych z trwałościami wyznaczonymi za pomocą uśredniania pól naprężeń lub odkształceń.

W pracy wykorzystano również inną postać funkcji wagowej o następującym zapisie:

$$w_{ns} = \begin{cases} 1 & \text{dla } A \leq A_{ns,c} \\ 0 & \text{dla } A > A_{ns,c} \end{cases}, \quad w_n = \begin{cases} 1 & \text{dla } A \leq A_{n,c} \\ 0 & \text{dla } A > A_{n,c} \end{cases}, \quad (4.4)$$

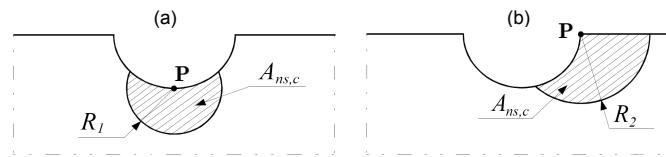
gdzie: A jest funkcją określającą pole powierzchni o kształcie kołowym leżącym w płaszczyźnie krytycznej o środku w punkcie bazowym \mathbf{r}_0 . Funkcja ta jest funkcją monotonicznie rosnącą wraz z promieniem r (odległość od punktu bazowego); $A_{ns,c}$ jest krytycznym polem powierzchni uśredniania naprężeń stycznych lub odkształceń postaciowych; $A_{n,c}$ jest krytycznym polem powierzchni uśredniania naprężeń lub odkształceń normalnych. Funkcje wagowe (4.4) ściśle określają wielkości pól powierzchni dla uśredniania parametrów uszkodzenia, co obrazuje rysunek 4.4. Postać funkcji wagowych



Rys. 4.4. Schematyczny obraz kształtu i położenia pól $A_{ns,c}$ i $A_{n,c}$, w których uśredniane są odpowiednio naprężenia (odkształcenia) styczne i normalne

(4.4) ma inne cechy od funkcji wagowej w postaci (4.3). Uśrednianie według równań (4.4) związane jest ściśle z określonym polem powierzchni. Dla obydwu postaci funkcji wagowych zakłada się, że pęknięcie rozpoczyna

się na powierzchni materiału w punkcie bazowym (x_0, y_0, z_0) , a następnie wzrasta w płaszczyźnie, przybierając kształt kołowy (stąd promień r w równaniu (4.3)). Wartości funkcji wagowych w_n i w_{ns} według równania (4.3) zależą jedynie od odległości r od punktu bazowego (x_0, y_0, z_0) . Natomiast dla funkcji wagowych (4.4) maksymalna odległość od punktu bazowego, w jakiej proces uśredniania może mieć jeszcze miejsce, zależy od lokalizacji punktu bazowego. Rysunek 4.5 przedstawia dwa możliwe położenia punktu bazowego \mathbf{P} . Położenie analizowanego punktu ma wpływ na wielkość



Rys. 4.5. Kształt i wielkość pola powierzchni krytycznej $A_{ns,c}$ dla dwóch analizowanych punktów \mathbf{P} ($R_2 > R_1$)

promienia rozpatrywanej powierzchni, co ma z kolei wpływ na wielkość naprężeń, które maleją wraz z odległością od punktu bazowego. Podsumowując, funkcja wagowa (4.4) w bezpośredni sposób uwzględnia kształt badanych elementów. Wielkości pól powierzchni $A_{ns,c}$ i $A_{n,c}$ definiują strefy uszkodzenia materiału, których wielkość jest związana z właściwościami materiału. O ile wielkość pola $A_{ns,c}$ jest kojarzona z wielkością kilku ziaren materiału, to wielkość $A_{n,c}$ zależy od właściwości plastycznych materiału, co w praktycznym przypadku może wiązać się z wielkością pęknięcia zmęczeniowego definiującego zniszczenia elementu. Podobnie jak parametry l_n i l_{ns} , wielkości pól $A_{ns,c}$ i $A_{n,c}$ są wyznaczone eksperymentalnie (rozdział 6).

4.5. Algorytm

Szczegółowy algorytm wyznaczenia uśrednionych naprężeń, czy też odkształceń, metodą płaszczyznową jest uzależniony od przyjętych funkcji wagowych (4.3) lub (4.4). Dokładny opis implementacji poszczególnych funkcji wagowych jest zawarty w rozdziale 6. Można w niej wyróżnić kilka wspólnych etapów dla metody płaszczyznowej:

- (i) wyznaczenie rozkładów naprężeń, czy też odkształceń, w analizowanym elemencie,

- (ii) wybór kryterium wieloosiowego zmęczenia materiału opartego na płaszczyźnie krytycznej (kryterium Mataka, Findleya, itp. rozdział 2),
- (iii) dla wybranego punktu \mathbf{P} w elemencie, ustalenie orientacji płaszczyzny krytycznej (wg kryterium zmęczenia i stanu naprężenia lub odkształcenia),
- (iv) generacja siatki elementów skończonych w płaszczyźnie materiału zgodnej z płaszczyzną krytyczną i przechodzącą przez punkt \mathbf{P} ,
- (v) osobne uśrednianie składowych stycznych i normalnych tensora naprężeń lub odkształceń z użyciem odpowiednich funkcji wagowych,
- (vi) zaimplementowanie uśrednionych składowych do wybranego kryterium wieloosiowego zmęczenia materiału i wyznaczenie wartości ekwiwalentnej,
- (vii) wyznaczenie trwałości zmęczeniowej.

Kroki od (iii) do (vii) mogą być wykonane dla każdego punktu analizowanego elementu (konstrukcyjnego), jeśli są trudności w lokalizacji punktu krytycznego \mathbf{P} lub orientacji płaszczyzny krytycznej.

5. PROBABILISTYCZNY MODEL OCENY TRWAŁOŚCI ZMĘCZENIOWEJ

5.1. Geneza

Jak już wspomniano w paragrafie 3.2.5, większość istniejących modeli probabilistycznych, funkcjonujących w zakresie inicjacji pęknięcia zmęczeniowego, pozwala na wyznaczenie tylko granicy zmęczenia elementu o niejednorodnym rozkładzie naprężeń. Przejście do zakresu o ograniczonej trwałości wymaga sformułowania dwuwymiarowego rozkładu prawdopodobieństwa, np. $P-S-N$ (prawdopodobieństwo-naprężenie-liczba cykli). Już Weibull [138] w 1949 roku rozważał istnienie takiego rozkładu, ale matematyczna forma nie została zaproponowana. Istnieje liczna literatura analizująca rozkłady trwałości elementów, ale dla indywidualnych poziomów obciążenia (np. $P-N$ dla $S = \text{const.}$). Na przykład Schijve [114,116] analizował dopasowanie następujących rozkładów trwałości: logarytmiczno-normalny, trójparametryczny Weibulla i trójparametryczny logarytmiczno-normalny ze wskazaniem na dwa ostatnie, przy zastrzeżeniu o trudnej fizycznej interpretacji trzeciego parametru rozkładów, jakim było przesunięcie trwałości. Podobnej analizy dokonali autorzy prac [145,146], w których analizowano eksperymentalne rozkłady trwałości i ich dopasowanie za pomocą rozkładu normalnego, rozkładu logarytmiczno-normalnego, dwu- i trójparametrycznego rozkładu Weibulla oraz rozkładu wartości ekstremalnych. Najlepsze dopasowanie uzyskano trójparametrycznym rozkładem Weibulla, ale z licznymi uwagami dotyczącymi wartości parametrów rozkładu, które nie mają uzasadnienia fizycznego. Autorzy sugerują stosowanie rozkładu logarytmiczno-normalnego lub rozkładu wartości ekstremalnych.

Nieliczne prace, np. [73,139], podejmują próbę wyznaczenia dwuwymiarowego rozkładu prawdopodobieństwa zniszczenia elementu, typu $P-S-N$. W pracy [73] zaproponowano trójparametryczny rozkład Weibulla, w którym parametr przesunięcia jest funkcją amplitudy naprężenia, uzyskując w ten sposób dwuwymiarową funkcję prawdopodobieństwa w zależności od liczby cykli N i amplitudy naprężenia σ_a . Parametry rozkładu wyznaczono metodą optymalizacji, w celu uzyskania najlepszej korelacji między eksperymentalnymi a teoretycznymi rozkładami prawdopodobieństwa dla wszystkich poziomów obciążenia (cztery poziomy, każdy po 6 próbek). Jed-

nak, w zaproponowanych rozkładach [73, 139] zakłada się stały współczynnik kształtu, a liczne prace [6, 46, 115, 116, 140, 147, 148] wskazują, że kształt rozkładu zmienia się w zależności od poziomu obciążenia.

W niniejszym rozdziale zaprezentowany zostanie dwuwymiarowy rozkład prawdopodobieństwa zainicjowania pęknięcia, bazujący na klasycznym rozkładzie Weibulla. Zaproponowany rozkład ujmuje zmienną jego postać w zależności od poziomu obciążenia, co jest zgodne z obserwacjami i pozwala na szacowanie trwałości zmęczeniowej w szerokim zakresie liczby cykli. Poza tym, zaproponowany rozkład wykorzystuje cykliczne właściwości materiału opisane krzywymi referencyjnymi: $\sigma_a - N_f$ lub $\varepsilon_a - 2N_f$. Wykorzystanie znanych cyklicznych właściwości materiału pozwoliło na zredukowanie liczby nieznanymi parametrów rozkładu do jednego. Zaproponowany dwuwymiarowy rozkład, bazując na koncepcji najsłabszego ogniwa, został wykorzystany do opracowania probabilistycznego modelu szacowania trwałości zmęczeniowej elementów konstrukcyjnych o niejednorodnych rozkładach naprężeń.

5.2. Założenia

Zaproponowana metoda szacowania trwałości jest tak skonstruowana, aby możliwe było jej zastosowanie dla dowolnej liczby cykli (LCF-HCF), co oznacza uwzględnienie makroskopowych odkształceń plastycznych. Istnienie makroskopowych odkształceń plastycznych może być rozważane jako sprzeczne z założeniami poczynionymi przez Weibulla [137] przy konstruowaniu równania (3.19). Koncepcja najsłabszego ogniwa, wykorzystana przez Weibulla, została zaproponowana dla materiałów kruchych, charakteryzujących się pękaniem bez występowania odkształceń plastycznych. Weibull analizował quasi-statyczną wytrzymałość materiałów, w których zniszczenie elementu było zdefiniowane jako całkowite rozdzielenie materiału. Taki rodzaj zniszczenia jest otrzymywany dla materiałów kruchych, w których pojawienie się jednego pęknięcia bardzo szybko pociąga za sobą zniszczenie całego elementu. W tym przypadku, hipoteza o niezależności pęknięć, prowadzących do zniszczenia elementu, w kolejnych ogniwach (elementarny obszar w elemencie konstrukcyjnym) jest spełniona. W przypadku obciążeń zmiennych, w zakresie dowolnej liczby cykli, hipoteza o niezależności pęknięć w elementarnych ogniwach, z których każdy (niezależnie) może doprowadzić do zniszczenia elementu, jest ograniczona. W rzeczywi-

stości problem dotyczy definicji zniszczenia elementu. Najbardziej popularną definicją zniszczenia elementu jest pojawienie się pęknięcia o określonej długości. Część badaczy definiuje zniszczenie elementów jako całkowite rozdzielenie materiału, inni stosują metodę obserwacji spadku sztywności elementu (np. na zginanie), a jeszcze inni obserwują powierzchnię próbki, np. przy użyciu mikroskopu. Postuluje się, że koncepcja najsłabszego ogniwa może być stosowana w zakresie dowolnej liczby cykli, jeżeli długość pęknięcia definiująca zniszczenie elementu będzie osiągnięta w okresie zdominowanym przez mechanizm inicjacji, w którym nie ma wyraźnej interakcji pomiędzy mikropęknięciami. Odkształcenia plastyczne spowalniają prędkość rozwoju szczeliny zmęczeniowej i w takim przypadku zbyt długie pęknięcie byłoby osiągnięte w okresie propagacji szczeliny. Propagująca szczelina nachodzi na kolejne ogniwa, niszcząc możliwość zainicjowania pęknięcia w tych punktach, i niwelując w ten sposób hipotezę o niezależności ogniw.

Podsumowując, koncepcja najsłabszego ogniwa może być stosowana w dowolnym zakresie liczby cykli, jeśli długość pęknięcia, definiująca zniszczenie elementu, jest osiągnięta w dominującym mechanizmie inicjacji pęknięcia. Zatem dla materiałów o makroskopowych, cyklicznych odkształceniach plastycznych, pęknięcia (definiujące okres inicjacji) powinny być stosunkowo krótkie (patrz rozdział 6).

5.3. Model

W niniejszej pracy przedstawiono koncepcję obliczania trwałości zmęczeniowej elementów na podstawie dwuwymiarowego rozkładu prawdopodobieństwa $P_z = f(\kappa, N)$, gdzie κ jest zmienną, zależną od wartości naprężeń lub odkształceń. Ogólna postać takiego rozkładu jest analogiczna do klasycznego rozkładu Weibulla (3.19), czyli

$$P_z = 1 - e^{-\frac{1}{\Omega_0} \int_{\Omega} h(\kappa, N) d\Omega}, \quad (5.1)$$

gdzie: funkcja „ryzyka zniszczenia” h zależy od dwóch zmiennych: κ i N .

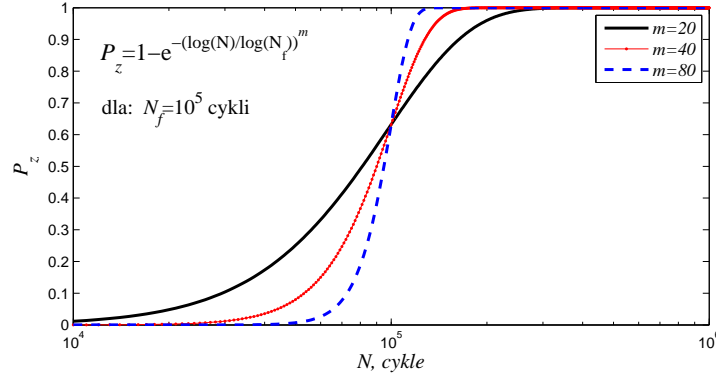
Przeprowadzając testy zmęczeniowe na danym poziomie amplitudy naprężenia σ_a (tj. $\kappa = \sigma_a$), otrzymuje się trwałości zmęczeniowe N wykazujące rozrzut. Część badaczy [114–116] skłania się do poglądu, że rozkład Weibul-

la dobrze opisuje rozrzut trwałości zmęczeniowej w skali logarytmicznej, co wyraża się zależnością

$$P_z = 1 - e^{-\left(\frac{\log(N)}{\mu}\right)^m}, \quad (5.2)$$

gdzie: μ , m to współczynniki skali i kształtu. Współczynniki μ i m są stałe dla danej amplitudy naprężenia σ_a . Badania eksperymentalne [6, 46, 115, 116, 140, 147, 148] wskazują, że rozkład P_z zmienia swój kształt w zależności od amplitudy σ_a . Różne wartości σ_a umiejscawiają wartość oczekiwaną trwałości w różnym zakresie, co powoduje, że współczynnik skali μ jest funkcją amplitudy naprężenia σ_a . Prawidłowo wyrażony współczynnik skali μ od amplitudy naprężenia σ_a powinien umożliwić porównanie rozrzutów trwałości zmęczeniowej ($\log(N)$), uzyskanych dla różnych amplitud σ_a , a więc umiejscowionych w różnych zakresach trwałości poprzez odpowiedni dobór funkcji skalującej. Należy pamiętać, że poszukiwana zależność musi opisywać rozkład prawdopodobieństwa od liczby cykli, ale nie dla jednego poziomu σ_a , jak to zrobiono w pracach [145, 146]. Z tego wynika, że zmienność współczynnika skalującego μ musi odzwierciedlać własności cykliczne materiału, np. poprzez charakterystykę zmęczeniową $\sigma_a - N_f$ lub $\varepsilon_a = 2N_f$. Można taki efekt osiągnąć, przyjmując $\mu = \log(N_f)$, gdzie N_f jest charakterystyczną (referencyjną) dla danego poziomu obciążenia trwałością zmęczeniową wyznaczaną z charakterystyk zmęczeniowych materiału (wartość oczekiwana). Nadano w ten sposób funkcji skalującej charakter materiałowy. Dla danego poziomu obciążenia (współczynnik skali $\log(N_f) = const$) współczynnik m odpowiada za kształt rozkładu, czyli za szerokość pasma rozrzutu trwałości N . A zatem, współczynnik m charakteryzuje nie tylko cechy jakościowe wykonania danego elementu. Przy dużych obciążeniach, czyli małej trwałości oczekiwanej N_f , rozrzuty są mniejsze niż przy obciążeniach mniejszych [6]. Przy obciążeniu równym statycznej granicy wytrzymałości R_m trwałość N_f w sensie zmęczeniowym nie wykazuje praktycznie żadnego rozrzutu ($N_f \rightarrow 1/4$ cykl obciążenia). Z drugiej strony przy obciążeniach na poziomie granicy zmęczenia σ_{af} , jedne próbki ulegają zniszczeniu, a inne charakteryzują się trwałością nieograniczoną, co prowadzi do znacznych rozrzutów trwałości. Symulacje (rys. 5.1) dla równania (5.2) wykazują, że przy stałej funkcji skalującej $\log(N_f)$ rozrzuty maleją dla wzrastającej wartości funkcji m . Prostą funkcją spełniającą takie wymagania jest funkcja w postaci

$$m(\sigma_a) = m(N_f) = \frac{p}{\log(N_f)}, \quad (5.3)$$



Rys. 5.1. Symulacje wpływu współczynnika kształtu m na postać rozkładu P_z

gdzie: p jest parametrem rozkładu (5.1), który charakteryzuje jakość materiału oraz wykonania danego elementu. Ostatecznie dystrybuanta rozkładu prawdopodobieństwa (5.1) zniszczenia elementu o niejednorodnym polu naprężeń przyjmuje postać

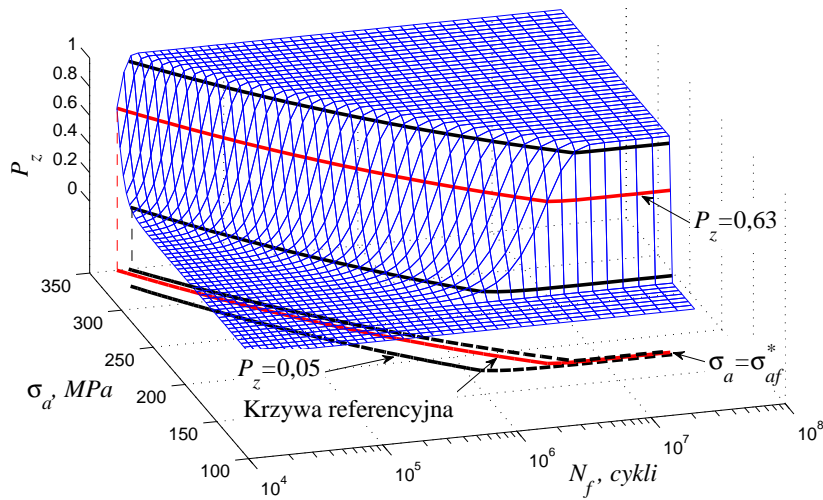
$$P_z = 1 - e^{-\frac{1}{\Omega_0} \int_{\Omega} \left(\frac{\log(N)}{\log(N_f)} \right)^{\frac{p}{\log(N_f)}} d\Omega} \quad (5.4)$$

W przypadku jednorodnego rozkładu naprężeń w elemencie o obszarze (objętości lub polu) równym Ω_0 , wzór (5.4) redukuje się do następującej formy

$$P_z = 1 - e^{-\left(\frac{\log(N)}{\log(N_f)} \right)^{\frac{p}{\log(N_f)}}} \quad (5.5)$$

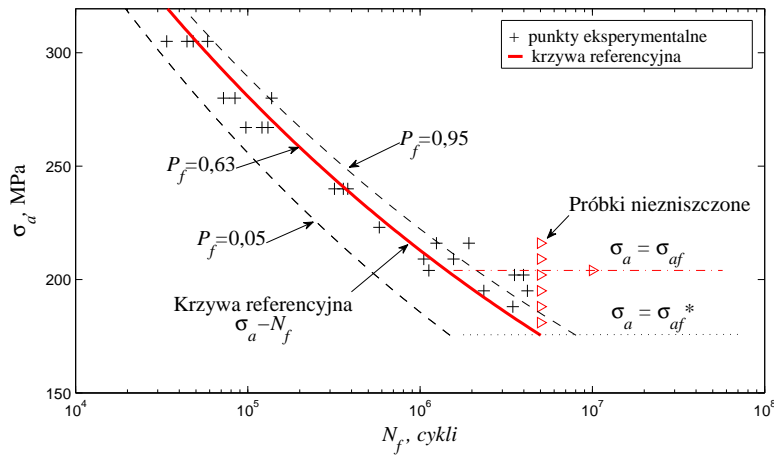
Na rysunku 5.2 przedstawiono przykładowy, dwuwymiarowy rozkład prawdopodobieństwa zniszczenia P_z , otrzymany na podstawie zależności (5.5) przy wykorzystaniu charakterystyki zmęczeniowej rozciągania-ściskania (k. referencyjna): $N_f = N_{\sigma}(\sigma_{af}/\sigma_a)^{m_{\sigma}}$ stali 18G2A oraz przyjęciu wartości parametru $p = 580$ ($\sigma_{af} = 204 \text{ MPa}$; $N_{\sigma} = 1,4 \cdot 10^6$ cykli; $m_{\sigma} = 8,32$). Testy eksperymentalne dla wyznaczenia charakterystyki $\sigma_a - N_f$ przerywano w przypadku osiągnięcia $5 \cdot 10^6$ cykli, co odpowiada $\sigma_a = \sigma_{af}^* = 175,4 \text{ MPa}$. Takie samo założenie przyjęto przy wyznaczaniu rozkładu prawdopodobieństwa P_z , czyli $P_z(\sigma_a < \sigma_{af}^*) = 0$.

Przecinając dwuwymiarowy rozkład $P_z(\sigma_a, N_f)$ płaszczyzną poziomą, otrzymujemy charakterystykę zmęczeniową $\sigma_a - N_f$ dla dowolnego poziomu



Rys. 5.2. Symulowany dwuwymiarowy rozkład prawdopodobieństwa pęknięcia elementu wykonanego ze stali 18G2A dla $p = 580$

prawdopodobieństwa P_z (rys. 5.2). W przypadku funkcji rozkładu według równania (5.5) krzywa referencyjna $\sigma_a - N_f$ odpowiada prawdopodobieństwu $P_z = 0,63$. W przypadku przyjęcia rozkładu logarymiczno-normalnego krzywa referencyjna odpowiadałaby prawdopodobieństwu $P_z = 0,50$. Krzywa referencyjna dla stali 18G2A została wyznaczona na podstawie wyników badań zmęczeniowych dla $\sigma_a > \sigma_{af}$. Jeżeli trwałości eksperymentalne układałyby się według rozkładu logarymiczno-normalnego, to liczba punktów po lewej stronie krzywej referencyjnej byłaby równa liczbie punktów po jej prawej stronie: $P_z = 0,50$. Całkowita liczba punktów użytych do wyznaczania parametrów krzywej $\sigma_a - N_f$ (rys. 5.3) jest równa $n_t = 18$, a liczba punktów po lewej stronie krzywej referencyjnej $n_l = 12$, co daje iloraz równy $n_l/n_t = 0,66$. Wynik ten sugeruje (liczba próbek nie jest wystarczająca do przeprowadzenia testów zgodności) poprawność założenia o rozkładzie trwałości typu (5.5), gdzie krzywa referencyjna odpowiada $P_z = 0,63$.

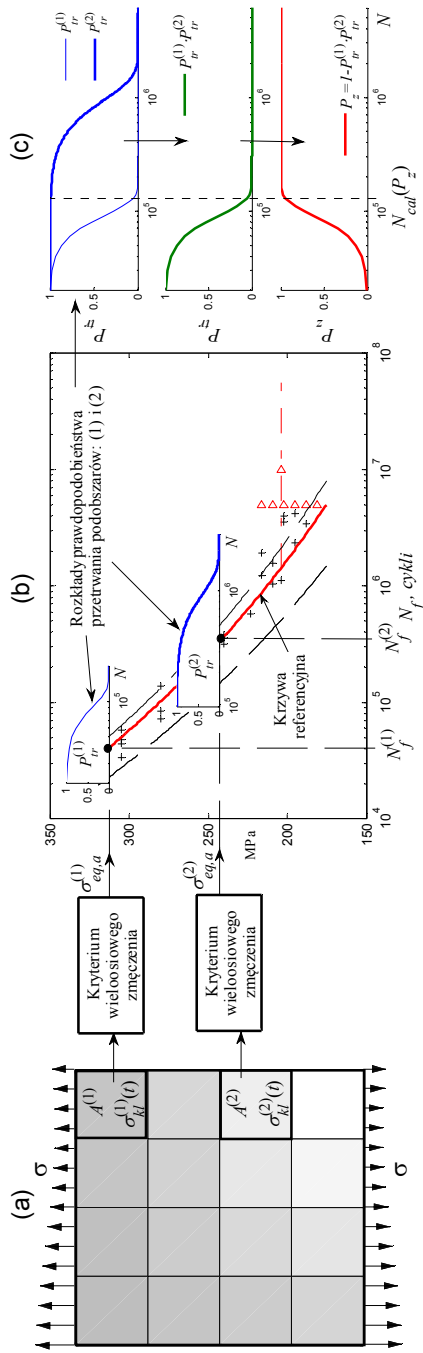


Rys. 5.3. Charakterystyka zmęzeniowa $\sigma_a - N_f$ z punktami eksperymentalnymi wraz z rozrzutem trwałości zmęzeniowej wyznaczonym dla $p = 580$

5.4. Algorytm

Przyjmując, że za zniszczenie elementu odpowiadają pęknięcia mające miejsce na powierzchni swobodnej elementu ($\Omega = A$, $\Omega_0 = A_0$) oraz znając parametry dwuwymiarowego rozkładu prawdopodobieństwa (5.5), procedura wyznaczania trwałości zmęzeniowej elementu o niejednorodnym polu naprężeń jest następująca:

- powierzchnia swobodna rozważanego elementu jest dzielona na podobszary $A^{(i)}$ o rozmiarach pozwalających na przeprowadzenie procesu całkowania (rys. 5.4a),
- w każdym podobszarze $A^{(i)}$ wieloosiowy stan naprężenia $\sigma_{kl}^{(i)}(t)$ jest redukowany do stanu ekwiwalentnego $\sigma_{eq,a}^{(i)}$, wykorzystując odpowiednią miarę uszkodzenia zdefiniowaną przez kryterium wieloosiowego zmęczenia materiału (kryterium Mataka, Findleya, itp., patrz rozdział 2),



Rys. 5.4. Schemat modelu: (a) Wydzielone podobszary elementu konstrukcyjnego, (b) rozkłady prawdopodobieństwa trwałości dla dwóch indywidualnych podobszarów $i = 1, 2$ umiejscowione na krzywej referencyjnej, (c) indywidualne rozkłady prawdopodobieństwa $P_{tr}^{(i)}(N)$ trwałości dla $i = 1, 2$ łączące się w globalny rozkład trwałości $P_{tr}(N)$ i globalny rozkład prawdopodobieństwa zniszczenia elementu $P_z(N)$

- na podstawie ekwiwalentnego naprężenia i charakterystyki zmęczenia $\sigma_a - N_f$ obliczamy lokalną (i) liczbę cykli $N_f^{(i)}$ do zniszczenia dla każdego podobszaru $A^{(i)}$ (rys. 5.4b). Znając funkcję skalującą $\mu = \log(N_f^{(i)})$ wyznaczamy rozkład trwałości $P_{tr}^{(i)}(N) = 1 - P_z^{(i)}(N)$ (rys. 5.4b)

$$P_{tr}^{(i)}(N) = e^{-\frac{1}{A_0} \left(\frac{\log(N)}{\log(N_f^{(i)})} \right)^{\frac{p}{\log(N_f^{(i)})}} A^{(i)}}, \quad (5.6)$$

- dla każdej trwałości zmęczeniowej N sumuje się wykładniki liczby e funkcji (5.6), (rys. 5.4c) po wszystkich podobszarach $A^{(i)}$, otrzymując funkcję

$$P_{tr}(N) = e^{-\frac{1}{A_0} \sum_{i=1}^i \left(\frac{\log(N)}{\log(N_f^{(i)})} \right)^{\frac{p}{\log(N_f^{(i)})}} A^{(i)}} = \prod_{i=1}^i P_{tr}^{(i)}(N) \quad (5.7)$$

oraz $P_z(N) = 1 - P_{tr}(N)$.

5.5. Identyfikacja parametrów

Wykorzystując standardową krzywą referencyjną $\sigma_a - N_f$ lub $\varepsilon_a - 2N_f$, liczba parametrów rozkładu dwuwymiarowego (5.5) została ograniczona do dwóch, tj. Ω_0 i p . Pole powierzchni $\Omega_0 = A_0$ lub objętość próbki referencyjnej $\Omega_0 = V_0$ to obszar o jednorodnym rozkładzie naprężeń próbki wykorzystanej przy wyznaczeniu krzywej referencyjnej $\sigma_a - N_f$ (próbki referencyjne). Parametr p proponowanego rozkładu, odpowiadający za rozkład rozrzutów trwałości zmęczeniowej, może być wyznaczony na podstawie badań eksperymentalnych przeprowadzonych na próbkach, jeśli charakteryzują się one takim samym rozkładem defektów (rodzaj i morfologia) jak analizowany element konstrukcyjny. Zazwyczaj jednak, jakość wykonania elementów konstrukcyjnych różni się od jakości próbek. W takim wypadku, parametry rozkładu najlepiej dopasować na podstawie jednej serii badań eksperymentalnych konkretnego elementu przy prostych obciążeniach. Taką procedurę zastosowali między innymi Delahay i Palin-Luc [29] przy wyznaczeniu parametrów jednoparametrowego rozkładu typu (rów. 3.19).

6. WERYFIKACJA DOŚWIADCZALNA

Analizę i weryfikację proponowanej płaszczyznowej oraz probabilistycznej metody wyznaczania trwałości zmęczeniowej przeprowadzono przy wykorzystaniu następujących eksperymentalnych wyników: (i) badań własnych; (ii) udostępnionych dzięki współpracy z ośrodkiem francuskim: Laboratoire de Mecanique et de Physique des Materiaux, UMR CNRS no. 6617, ENSMA, Teleport 2, BP 40 109, 86961 Futuroscope Cedex (zespół prof. A. Dragona); (iii) z pracy doktorskiej dr. inż. J. Słowika; oraz (iv) zaczerpniętych z dostępnej literatury.

Przedstawione dane eksperymentalne dotyczą:

- próbek cylindrycznych wykonanych ze stali C36 ze sztucznie wprowadzonymi defektami [7, 65, 68],
- próbek cylindrycznych wykonanych ze stali S45C ze sztucznie wprowadzonymi defektami [95],
- próbek krzyżowych wykonanych ze stali 18G2A z koncentratorem naprężeń w postaci otworu [57, 69]
- próbek cylindrycznych z karbem obrączkowym wykonanych ze stali AISI 1141 [37, 141]
- próbek cylindrycznych z karbem obrączkowym wykonanych ze stali St3S, [71, 120]
- próbek typu diabolo wykonanych ze stali 18G2A z gradientem naprężeń wywołanych zmiennym zginaniem lub/i skręcaniem [55, 60, 66, 67].

Opis wykorzystanych badań przedstawiono w poniższych paragrafach.

6.1. Opis badań eksperymentalnych

6.1.1. Próbki cylindryczne z defektami

Próbki ze stali C36

W niniejszym punkcie przedstawiono tylko najważniejsze informacje dotyczące przeprowadzonych testów. Wyniki eksperymentu oraz jego dokładny opis można znaleźć w pracy [7]. Cylindryczne próbki wykonane ze stali niskowęglowej C36 (tab. 6.1), ze sztucznie wprowadzonymi defektami o trzech kształtach (tab. 6.2, rys. 6.1) poddano wahadłowemu

rozciąganiu-ściskaniu (średnica próbki 5 mm), skręcaniu (średnica próbki 12 mm) i kombinacji rozciągania-ściskania ze skręcaniem (średnica próbki 9 mm). Poziomy obciążen nominalnych, tj. amplitudę naprężeń od

Tabela 6.1.

Monotoniczne i cykliczne własności stali C36

$R_{e0.2}$, MPa	R_m , MPa	E , GPa	σ_{af} , MPa	τ_{af} , MPa	$R_{e0.02cy}$, MPa	K' , MPa	n' , -
353	582	212	236±12	169±9	278	1232	0,214

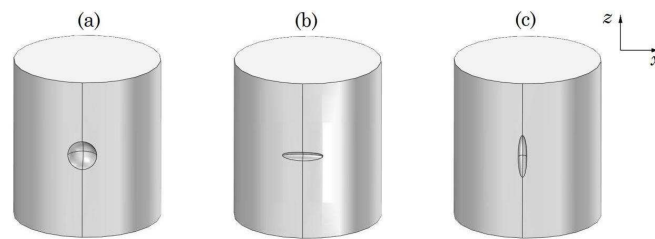
Tabela 6.2.

Dane dotyczące typów wprowadzonych defektów oraz obciążenia

Lp.	Obciążenie	Typ defektu	$r_x; r_y; r_z$, μm	Rozmiar defektu $\sqrt{\text{area}}$, μm	σ_a MPa	τ_a MPa
1	Roz-ścis.	Eliptyczny-poziomy	350; 50; 50	170	200	0
2	Roz-ścis.	Eliptyczny-poziomy	732; 160; 100	400	157	0
3	Roz-ścis.	Eliptyczny-pionowy	135; 135; 945	170	235	0
4	Roz-ścis.	Sferyczny	76	95	230	0
5	Roz-ścis.	Sferyczny	135	170	195	0
6	Roz-ścis.	Sferyczny	318	400	150	0
7	Roz-ścis.	Sferyczny	702	880	135	0
8	Skręcanie	Sferyczny	135	170	0	160
9	Skręcanie	Sferyczny	303	380	0	145
10	Skręcanie	Sferyczny	758	950	0	125
11	Roz-ścis.- skręcanie	Sferyczny	287	360	128	72

rozciągania-ściskania σ_a oraz amplitudę naprężeń od skręcania τ_a , dobrano eksperymentalnie w celu uzyskania trwałości odpowiadającej granicy zmęczenia. Kształt defektów można uogólnić do elipsoidy o równaniu $(x/r_x)^2 + (y/r_y)^2 + (z/r_z)^2 = 1$, gdzie r_x, r_y, r_z są promieniami według globalnego układu współrzędnych xyz (defekt sferyczny: $r_x = r_y = r_z$; eliptyczny poziomy: $r_x > r_z$; eliptyczny pionowy: $r_z > r_x$).

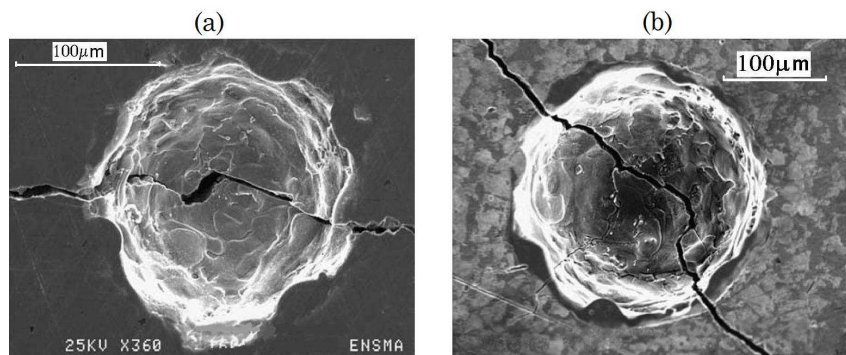
Szczegółowa analiza eksperymentalna została przeprowadzona w celu obserwacji i zrozumienia mechanizmów zmęczenia. Analiza przeprowadzona za pomocą obserwacji elektronowym mikroskopem skaningowym oraz



Rys. 6.1. Kształt defektów: (a) defekt sferyczny, (b) defekt eliptyczny poziomy, (c) defekt eliptyczny pionowy

symulacje rozkładów naprężeń wokół defektów pozwoliły na wysunięcie następujących wniosków:

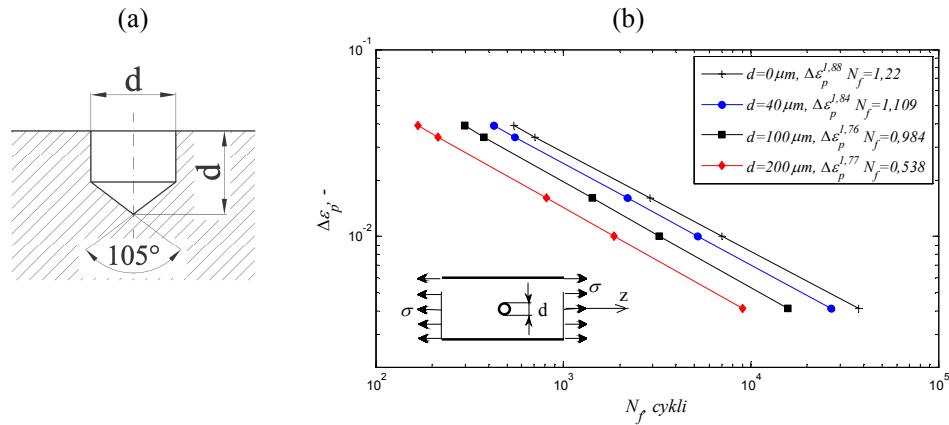
- pierwszy etap pęknięcia następował na płaszczyźnie maksymalnego naprężenia stycznego (rys. 6.2). Etap ten jest zazwyczaj pomijany w materiałach zawierających defekty.
- Makroskopowe pęknięcia pokrywają się z płaszczyzną maksymalnych naprężeń normalnych (rys. 6.2).
- Wpływ defektu na granicę zmęczenia nie może być uwzględniany tylko przez naprężenia w punkcie najbardziej obciążonym. Wpływ gradientu naprężeń (odkształceń) musi być brany pod uwagę.



Rys. 6.2. Przykładowe zdjęcia pęknięć dla defektu sferycznego (a) rozciąganie-ściskanie, (b) skręcanie [7]

Próbki ze stali S45C

Dane eksperymentalne zaczerpnięto z pracy Murakamiego i Millera [95]. W pracy tej zamieszczono wyniki trwałości eksperymentalnej pełnych próbek okrągłych o średnicy 8 mm ze sztucznie wprowadzonym defektem o różnej wielkości (rys. 6.3a). Badany materiał to stal węglowa S45C, której podstawowe parametry zamieszczono w tabeli 6.3. Testy przeprowa-



Rys. 6.3. (a) Kształt sztucznie wprowadzanego defektu; (b) relacje pomiędzy liczbą cykli do zniszczenia N_f a zakresem odkształceń plastycznych $\Delta \varepsilon_p$ dla próbek gładkich $d = 0 \mu\text{m}$ i próbek z defektami o różnej średnicy d

Tabela 6.3.

Wybrane własności stali S45C

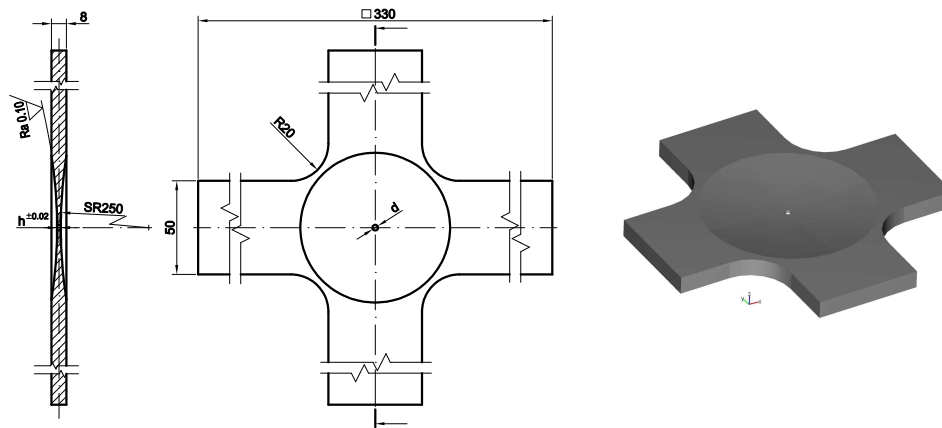
Skład chemiczny, %			Własności statyczne, MPa		Własności cykliczne
C	Si	Mn	R_e	R_m	$\Delta \sigma / 2 = 1230 \cdot \Delta \varepsilon_p^{0,26}$; $\Delta \varepsilon_p^{1,88} \cdot N_f = 1,22$
0,46	0,27	0,74	284	543	

dzono przy obciążeniach cyklicznych jednoosiowych (rozciąganie-ściskanie, $R = -1$) przy kontrolowanej sile. Zakres odkształcenia plastycznego $\Delta \varepsilon_p$ wyznaczono na podstawie pomiarów przeprowadzonych w części próbki znacznie oddalonej od defektu. Liczba cykli do zniszczenia N_f to liczba cykli do całkowitego zniszczenia próbki. Trwałość eksperymentalna N_f związana jest dla wszystkich przebadanych defektów z zakresem odkształcenia plastycznego $\Delta \varepsilon_p$ zależnością liniową w skali podwójnie logarytmicznej (rys.

6.3b). Makroskopowe płaszczyzny pęknięć zmęczeniowych pokrywały się z płaszczyznami maksymalnych odkształceń głównych i były prostopadłe do osi z przyłożonych sił.

6.1.2. Próbkki krzyżowe z otworem

W badaniach własnych wykorzystano próbki krzyżowe (rys. 6.4) wykonane ze stali 18G2A z koncentratorem naprężeń w postaci otworu o trzech średnicach $d = 2,4; 2,5; 3,0$ mm i dodatkowo jedną próbkę bez otworu ($d = 0,0$ mm). Podstawowe właściwości cykliczne badanej stali 18G2A przedstawiono w tabeli 6.4. Wyniki badań prezentowane w pracy zostały



Rys. 6.4. Kształt próbki krzyżowej wykonanej ze stali 18G2A

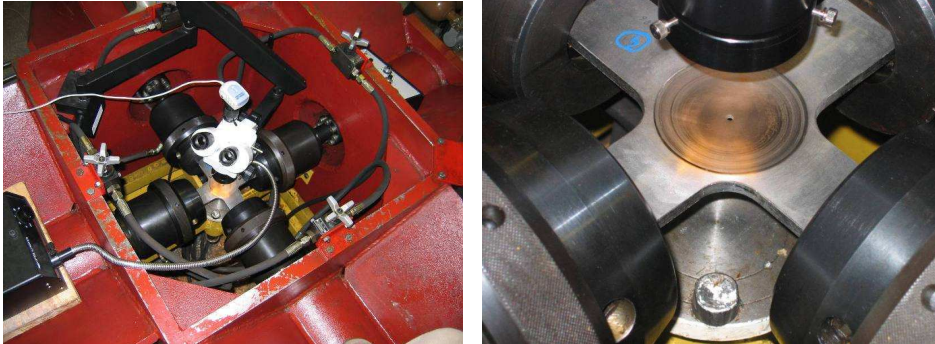
Tabela 6.4.

Monotoniczne i cykliczne właściwości stali 18G2A wykorzystane w obliczeniach oraz wielkość pola referencyjnego A_0

R_e MPa	R_m MPa	ν , -	E , GPa	σ_{af} , MPa	m_σ , -	N_σ cykli	K' , MPa	n' , -
357	535	0,30	210	204	8,32	$1,426 \cdot 10^6$	1323	0,207
τ_{af} , MPa	m_τ , -	N_τ cykli	b , -	c , -	σ_f' MPa	ε_f' , -	$R_{e0,02cy}$ MPa	A_0 , mm ²
143	12,3	$1,98 \cdot 10^6$	-0,095	-0,448	880	0,31	220	1256

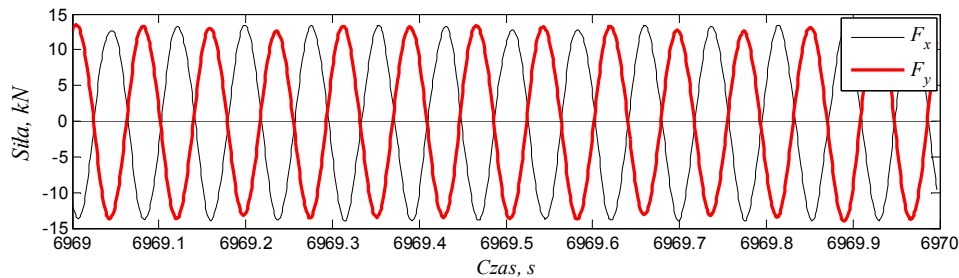
uzyskane na Politechnice Opolskiej w Katedrze Mechaniki i Podstaw Konstrukcji Maszyn. Badania wykonano na maszynie zmęczeniowej MZPK 100

(rys. 6.5), umożliwiającą realizację przebiegów cyklicznie i losowo zmiennych o ustalonej wartości średniej obciążenia. Konstrukcja oraz system



Rys. 6.5. Stanowisko do badań zmęczeniowych MZPK 100 wraz z próbką, mikroskopem i kamerą

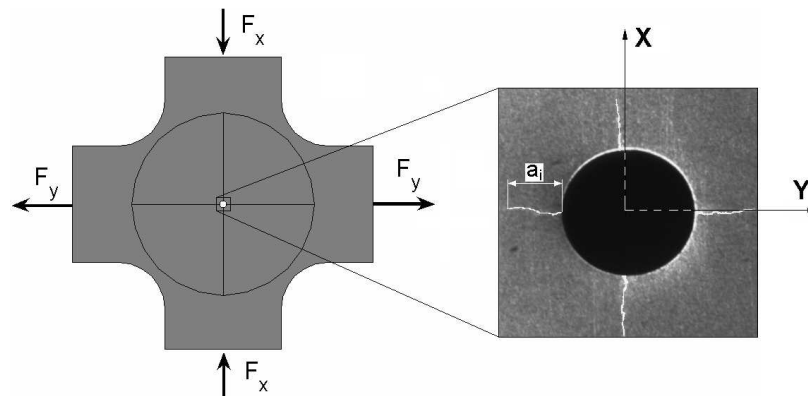
sterowania maszyny MZPK 100 zostały opracowane przez pracowników Katedry Mechaniki i Podstaw Konstrukcji Maszyn Politechniki Opolskiej [72]. Badania prowadzono przy kontrolowanych przebiegach sił: $F_x(t) = F_{xa} \sin(2\pi ft)$, $F_y(t) = F_{ya} \sin(2\pi ft - \delta)$ o takich samych częstotliwościach ($f = 13 \text{ Hz}$) i zbliżonych amplitudach sił F_{xa} i F_{ya} , z przesunięciem fazowym $\delta = 180^\circ$ (współczynnik korelacji wzajemnej pomiędzy przebiegami sił $F_x(t)$ i $F_y(t)$ wynosi -1 , rys. 6.6). Za trwałość zmęczeniową uznano



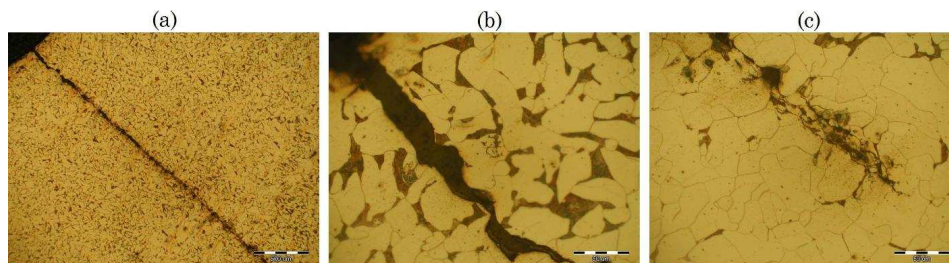
Rys. 6.6. Fragment zarejestrowanych przebiegów sił $F_x(t)$, $F_y(t)$ o współczynniku korelacji wzajemnej równym -1 (próbka P03 w tabeli 6.5)

liczbę cykli $N_{exp} = 39700 \div 246695$, odpowiadającą długości a_i pierwszego zarejestrowanego pęknięcia (rys. 6.7, tab. 6.5). Fotografie powierzchni próbki z pęknięciami zmęczeniowymi były cyklicznie rejestrowane za pomocą

mikroskopu optycznego, przy powiększeniu 7-krotnym z użyciem kamery cyfrowej (0,0085 mm/piksel). Wykonane fotografie posłużyły do pomiaru długości pęknięć zmęczeniowych. Tabela 6.5 przedstawia liczbę cykli N_0 , w której dokonano ostatniej rejestracji fotografii nie wykazującej pęknięcia, co pozwala na oszacowanie dokładności rejestracji inicjacji pęknięcia N_i . Na rysunku 6.8 przedstawiono przykładowy obraz pęknięcia zmęczeniowego na tle struktury materiału.



Rys. 6.7. Schemat obciążenia próbki krzyżowej z położeniem pęknięć zmęczeniowych



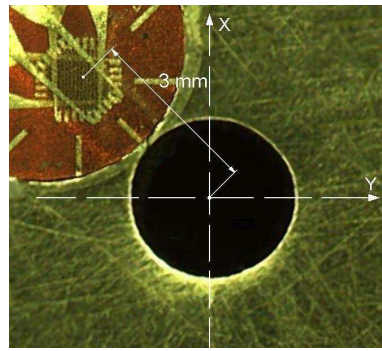
Rys. 6.8. (a) Przykładowe fotografie pęknięcia z mikrostrukturą; (b) pęknięcie przy brzegu otworu; (c) koniec pęknięcia (próbka P04 w tabeli 6.5)

Podczas badań doświadczalnych mierzono odkształcenia za pomocą rozet tensometrycznych (rys. 6.9). Pomiary te miały dwa cele: sprawdzenie, w jakim stopniu próbka krzyżowa jest zginana w miejscach rozwoju pęknięć zmęczeniowych oraz dokonanie weryfikacji obliczeń wykonanych

Tabela 6.5.

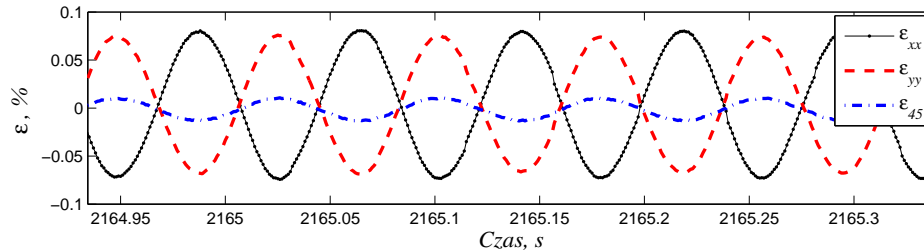
Charakterystyki obciążeń próbek krzyżowych i wyniki trwałości zmęczeniowej

Próbka	d, mm	h, mm	F_{xa} , kN	F_{ya} , kN	N_i , cykli	a_i , mm	N_0 (bez pęknięcia) cykli
P02	3,0	1,40	13,30	13,10	39700	0,22	22500
P03	3,0	1,54	13,50	13,30	31100	0,37	20100
P04	3,0	1,86	13,55	13,30	60048	0,07	50400
P05	2,5	1,50	10,21	9,90	246695	0,25	225400
P07	3,0	1,75	11,20	10,80	140700	0,20	108200
P08	2,4	1,20	9,30	9,10	167050	0,10	156800
P09	0,0	1,25	21,8	21,5	257200	0,56	236000

**Rys. 6.9.** Położenie rozety tensometrycznej o bazie pomiarowej 1 mm na powierzchni próbki

metodą elementów skończonych (paragraf 6.2). Dla osiągnięcia pierwszego celu - pomiaru odkształceń pochodzących od zginania - rozetę tensometryczną połączono w układzie kompensującym siły osiowe. Zmierzone amplitudy odkształceń dla próbki P07, pochodzące od zginania wynosiły odpowiednio: dla osi x : $\varepsilon_{xx,a} = 0,002\%$ i osi y : $\varepsilon_{yy,a} = 0,002\%$. W następnym kroku zmieniono konfigurację połączenia rozet i cyklicznie rejestrowano przebiegi odkształceń. Na rysunku 6.10 przedstawiono wybrany fragment zarejestrowanych przebiegów czasowych odkształceń. Na osi x ($F_{xa} = 11,2 \text{ kN}$, próbka nr P07), która miała nieznacznie wyższe obciążenie niż oś y ($F_{ya} = 10,8 \text{ kN}$) amplituda odkształceń dla próbki bez pęknięcia oscylowała wokół wartości $\varepsilon_{xx,a} = 0,076\%$. Na podstawie pomiarów stwier-

dzono, że amplituda odkształceń pochodząca od zginania jest pomijalnie mała i wynosi 2,6% całkowitego odkształcenia.



Rys. 6.10. Przykładowe zarejestrowane przebiegi odkształceń w początkowej fazie badań próbki P07 (tab. 6.5)

6.1.3. Próbki cylindryczne z karbem obrączkowym

Próbki ze stali AISI 1141

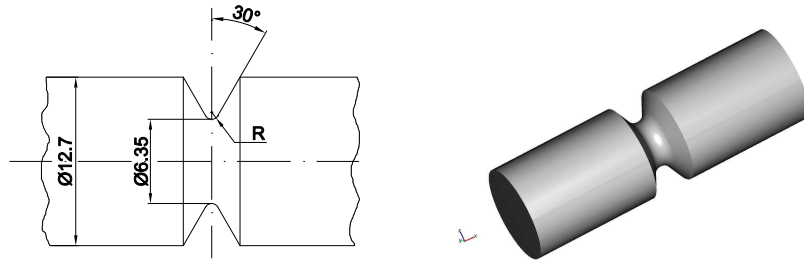
Tę część wyników eksperymentalnych zaczerpnięto z pracy [37]. Przebadane próbki wykonano ze stali AISI 1141 (tab. 6.6) w dwóch stanach: bez obróbki cieplnej (AF) i po obróbce cieplnej (QT - hartowanie i odpuszczanie). Próbki z karbem obrączkowym (rys. 6.11) o dwóch promie-

Tabela 6.6.

Monotoniczne i cykliczne właściwości stali AISI 1141 bez obróbki cieplnej (AF) i po obróbce cieplnej (QT) oraz wielkość pola referencyjnego A_0

Stan	$R_{e0,2}$, MPa	R_m , MPa	E , GPa	σ_f' , MPa	ε_f' , -	b , -	c , -	K' , MPa	n' , -	A_0 mm ²
AF	524	875	200	1296	1,026	-0,088	-0,686	1205	0,122	162
QT	670	777	212	765	1,664	-0,041	-0,704	1133	0,134	162

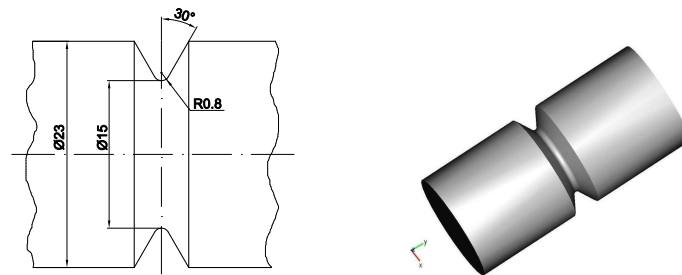
niach zaokrąglenia dna karbu $R=\{0,529;1,588\}$ mm poddano jednoosiowemu obciążeniu o zerowej wartości średniej. Teoretyczne współczynniki działania karbu wynosiły odpowiednio: $K_t = 2,8$ i $K_t = 1,8$. Trwałość zmęczeniowa to liczba cykli do całkowitego zniszczenia próbki w zakresie $N_{exp} = 6991 \div 756000$. Dominującym okresem trwałości zmęczeniowej był okres inicjacji pęknięcia [37].



Rys. 6.11. Geometria próbki z karbem obrączkowym, wykonanej ze stali AISI 1141

Próbki ze stali St3S

Wyniki badań eksperymentalnych zaczerpnięto z pracy [120]. Próbki z karbem obrączkowym (rys. 6.12) wykonane ze stali St3S (PN - 84/H - 93000), której podstawowe własności podano w tabeli 6.7), poddano jednoosiowemu obciążeniu $F_x(t) = F_{xa} \sin(2\pi ft)$ o zerowej wartości średniej ($f = \{0,6 \div 4,0 \text{ Hz}\}$). Trwałość zmęczeniowa to liczba cykli do pojawienia



Rys. 6.12. Geometria próbki z karbem obrączkowym, wykonanej ze stali St3S

się makropęknięcia w zakresie $N_{exp} = 2730 \div 322000$. Tabela 6.8 przedstawia amplitudy naprężeń nominalnych $\sigma_{n,a}$, liczone w przekroju netto oraz uzyskaną trwałość zmęczeniową N_{exp} . Zaczerpnięte z pracy [120] dane eksperymentalne uzupełniono badaniami własnymi, które oznaczono z indeksem (*).

Tabela 6.7.

Monotoniczne i cykliczne właściwości stali St3S wykorzystane w obliczeniach oraz wielkość pola referencyjnego A_0

R_e , MPa	R_m , MPa	ν -	E , GPa	σ_f' , MPa	ε_f' , -	b , -	c , -	K' , MPa	n' , -	A_0 mm ²
299	423	0,29	200	1964	0,828	-0,201	-0,620	851,5	0,168	1885

Tabela 6.8.

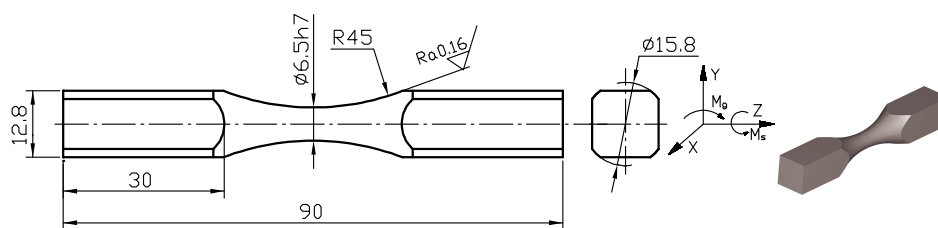
Wyniki badań zmęczeniowych próbek z karbem ze stali St3S

Lp.	Napężenie nominalne $\sigma_{n,a}$, MPa	Trwałość N_{exp} , cykle
1	340	2730; 2910
2	300	4810; 5160
3	230	16010; 17360
4	200	30840; 27380; 26250*
5	160	93000; 93500; 103100*
6	125	303000; 322000

*Badania własne

6.1.4. Próbkki typu diabelo

Przebieg badań eksperymentalnych został dokładnie opisany w pracy [60]. Dla potrzeb niniejszych rozważań przytoczono tylko najważniejsze informacje. Testy zmęczeniowe przeprowadzono na próbkach gładkich o przekroju kołowym (rys. 6.13), wykonanych ze stali 18G2A przy kontrolowanym momencie zginającym i skręcającym [1]. Próbkki poddano ob-



Rys. 6.13. Kształt próbki typu diabelo

ciążeniom cyklicznym o zerowej wartości średniej. Obciążenia cyklicznie o sinusoidalnie zmiennych przebiegach momentów sił gnących i skręcających wywołano przy dwóch przesunięciach fazowych: $\delta = \{0, \pi/2\}$ oraz przy różnych stosunkach amplitud momentów sił skręcających do zginających $\lambda_M = M_{s,a}/M_{g,a}$ (tab. 6.9). Za zniszczenie materiału uznano gwałtowny wzrost amplitudy drgań dźwigni (około 30%) spowodowany spadkiem sztywności próbki na zginanie.

Tabela 6.9.

Dane eksperymentalne z testów zmęczeniowych przeprowadzonych na próbkach typu diabolo wykonanych ze stali 18G2A

Lp.	Przesunięcie fazy, δ rad	$M_{g,a}$ MPa	$\lambda_M=M_{s,a}/M_{g,a}$ -	N_{exp} 10 ³ cykli
1	0	8,0	0,68	1318; 1336
2		10,3		144; 116; 176; 140
3	0	6,4	0,96	1066
4		7,4		504; 1266
5		8,2		248; 300; 174; 254
6		9,8		126; 86
7	0	5,3	1,44	1135; 1560
8		6,2		684; 889; 1212
9		7,2		157; 174; 108
10	$\pi/2$	8,9	0,68	1360; 584; 348
11		9,2		328;
12		9,6		629; 160
13		10,3		103
14	$\pi/2$	8,3	0,98	988; 736; 751; 688; 485; 434
15	$\pi/2$	6,4	1,42	1892; 1760; 1085; 631; 308
16		7,2		229; 152

6.2. Modelowanie rozkładów naprężeń i odkształceń

Przeprowadzane obliczenia wymagały wyznaczenia rozkładów naprężeń i odkształceń w analizowanych elementach. Proces modelowania przeprowadzono trzema narzędziami: (i) metodą elementów skończonych (MES), zaimplementowaną w środowisku programu ANSYS [4]; (ii) metodą elementów skończonych, zaimplementowaną w środowisku programu COMSOL [21]; (iii) programem autorskim, którego algorytm został przedstawiony w pracach [51–53, 55]. Tylko tak szeroki zestaw narzędzi pozwolił na przeprowadzenie analiz dla wszystkich badanych obciążeń. Programy ANSYS i COMSOL nie umożliwiają przeprowadzenie efektywnych obliczeń w zakresie sprężysto-plastycznym w przypadku obciążeń nieproporcjonalnych i dla potrzeb takich obciążeń (próbki diabolo) został opracowany własny algorytm wyznaczania rozkładów naprężeń, który ogranicza się do wyliczenia rozkładów naprężeń w przekroju próbek okrągłych. Najbardziej uniwersalnym programem, pod względem analizy danych i ich eksportu do programów analizujących trwałość zmęczeniową, jest program COMSOL. Z tego powodu został on użyty w najszerszym zakresie. Niestety program ten (w wersji 3.3) nie umożliwia efektywnego wyznaczenia pól naprężeń wokół ostrych krawędzi (defekty) w zakresie dużych odkształceń plastycznych oraz w przypadku obciążeń nieproporcjonalnych. Przypadek z defektami w próbkach ze stali S45C został przeanalizowany programem ANSYS przy współpracy z dr. inż. Arturem Cichańskim [19]. Natomiast obciążenia nieproporcjonalne analizowano programem autorskim, w którym zaimplementowano model umocnienia materiału Mroza-Garuda, opisany w paragrafie 6.2.1.

6.2.1. Model umocnienia materiału

Modelowanie zależności między naprężeniem a odkształceniem jest istotnym elementem w obliczeniach trwałości zmęczeniowej. Spośród wielu powszechnie stosowanych w literaturze przedmiotu modeli umocnienia materiału w wyniku odkształceń plastycznych można wyróżnić modele liniowe Pragera i Zieglera [47], modele nieliniowe Armstronga-Fredericka [18, 88, 102], Chaboche'a [18, 88, 102], Ohno-Wanga [88], modele dwupoверхniowe Dafaliasa-Popova [24], McDowella [88, 89], modele wielopowierzchniowe Mroza [91], Mroza-Garuda [42, 134], Chu [16, 51, 75] oraz modele endochroniczne np. Valanisa [135]. Przy tak dużej liczbie stosowanych

modeli umocnienia pojawia się problem, który z modeli powinien być zastosowany w obliczeniach. Większość modeli plastyczności wymaga przeprowadzenia specjalnych testów eksperymentalnych w celu wyznaczenia licznych stałych materiałowych kalibrujących model plastyczności danego materiału. Do modelowania naprężeń i odkształceń w niniejszej pracy wybrano modele, w których używa się tylko standardowych charakterystyk materiału. Do standardowych charakterystyk materiału należy krzywa cyklicznego odkształcenia opisywana najczęściej równaniem Ramberga-Osgooda

$$\varepsilon_a = \frac{\sigma_a}{E} + \left(\frac{\sigma_a}{K'} \right)^{1/n'} . \quad (6.1)$$

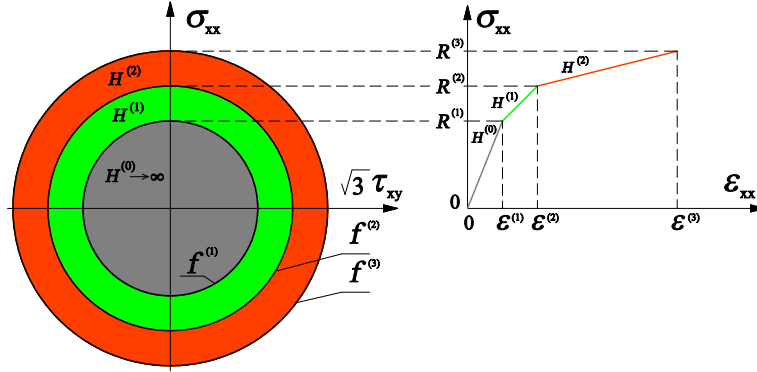
Model Mroza-Garuda

Model Mroza należy do przyrostowych modeli plastyczności [103]. Mróz [91] wprowadził pojęcie pola plastycznego modułu. Według tej koncepcji, nieliniowa krzywa cyklicznego odkształcenia $(\sigma_a - \varepsilon_a)$ - wzór (6.1) jest zastąpiona ciągiem związków liniowych. Każdy segment liniowy ma swój własny moduł plastyczności $(H^{(0)}, H^{(1)}, \dots, H^{(m-1)})$. Punkty na nowej zlinearyzowanej krzywej cyklicznego odkształcenia wyznaczają pola w przestrzeni naprężeń, w których moduły plastyczności są stałe (pola modułów plastyczności). Dla początkowo izotropowych materiałów środki tych pól zbiegają się w jednym punkcie (koncentryczność powierzchni). W przypadku płaskiego stanu naprężenia, wybrania odpowiedniej skali i zastosowania warunku plastyczności Hubera-Misesa-Hencky'ego (H-M-H), powierzchnie $(f^{(1)}, f^{(2)}, \dots, f^{(m)})$ o stałych modułach plastyczności redukują się do okręgów (rys. 6.14). Model Mroza zakłada, że materiał jest jednorodny, izotropowy i wpływ prędkości obciążenia jest pomijalnie mały, ponadto nie uwzględnia zjawisk termicznych oraz przyjmuje niezmienność modułu Younga i liczby Poissona. Wszystkie przyrostowe modele plastyczności składają się z trzech podstawowych składników:

- warunku plastyczności (Yield criterion),
- prawa plastycznego płynięcia (Flow rule),
- prawa umocnienia (Hardening rule).

Warunek plastyczności

Warunek plastyczności decyduje, dla jakiego stanu naprężenia pojawiają się odkształcenia plastyczne, określając w ten sposób jednocześnie kształt i wielkość powierzchni plastyczności. W obliczeniach dla metali najczę-



Rys. 6.14. Pola stałych modułów plastyczności wynikające z krzywej cyklicznego odkształcenia

ściej stosuje się powierzchnię plastyczności według hipotezy Hubera-Misesa-Hencky'ego (H-M-H), która dla wielopowierzchniowego modelu Mroza przyjmuje postać

$$f^{(k)}(s_{ij}, a_{ij}^{(k)}, R^{(k)}) = \frac{3}{2}(s_{ij} - a_{ij}^{(k)})(s_{ij} - a_{ij}^{(k)}) - (R^{(k)})^2, \quad (6.2)$$

gdzie: k jest kolejną powierzchnią plastyczności ($k = 1, 2, \dots, m$), $R^{(k)}$ jest promieniem (k)-tej powierzchni plastyczności, a_{ij} określa środek (k)-tej powierzchni plastyczności, s_{ij} jest tensorem dewiatora naprężeń. W modelu Mroza równanie (6.2) definiuje warunek pojawienia się odkształceń plastycznych w przypadku gdy $k = 1$ (pierwsza powierzchnia plastyczności). Dla $k > 1$ równanie (6.2) wyznacza pola o różnych wartościach modułów plastyczności $H^{(k)}$ (rys. 6.14).

Prawo plastycznego płynięcia

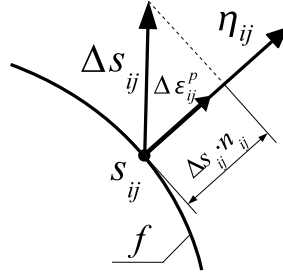
Prawo plastycznego płynięcia określa kierunek i wartość przyrostu plastycznego odkształcenia $\Delta \varepsilon_{ij}^p$. Według najczęściej stosowanego prawa płynięcia, tj. stowarzyszonego (normalnego) prawa płynięcia [47] tensor o składowych $\Delta \varepsilon_{ij}^p$ jest skierowany wzdłuż normalnej η_{ij} do powierzchni plastyczności, czyli (rys. 6.15)

$$\Delta \varepsilon_{ij}^p = \frac{1}{H^{(k)}} (\Delta s_{ij} \eta_{ij}) \eta_{ij}, \quad (6.3)$$

gdzie: η_{ij} wyznacza kierunek normalny do powierzchni plastyczności

$$\eta_{ij} = \frac{\frac{\partial f}{\partial s_{ij}}}{\sqrt{\frac{\partial f}{\partial s_{ij}} \cdot \frac{\partial f}{\partial s_{ij}}}} = \sqrt{\frac{3}{2}} \frac{(s_{ij} - a_{ij})}{R} = \frac{s_{ij} - a_{ij}}{\sqrt{(s_{ij} - a_{ij})(s_{ij} - a_{ij})}}. \quad (6.4)$$

Prawo plastycznego płynięcia definiuje jednocześnie moduł plastyczności



Rys. 6.15. Schematyczna ilustracja stowarzyszonego prawa płynięcia

H . Na podstawie równania (6.3) można wyprowadzić zależność na moduł plastyczności w jednoosiowym stanie naprężenia (załącznik C1 w pracy [59])

$$H = \frac{2}{3} \frac{\Delta \sigma_{xx}}{\Delta \varepsilon_{xx}^p}. \quad (6.5)$$

Wykorzystując krzywą cyklicznego odkształcenia (rys. 6.14, rów. 6.1) można określić na podstawie wzoru (6.5) moduł plastyczności $H^{(k)}$ dla każdego liniowego segmentu tej krzywej, a mianowicie

$$H^{(k)} = \frac{2}{3} \left[\frac{\varepsilon^{(k+1)} - \varepsilon^{(k)}}{R^{(k+1)} - R^{(k)}} - \frac{1}{E} \right]^{-1}, \quad (6.6)$$

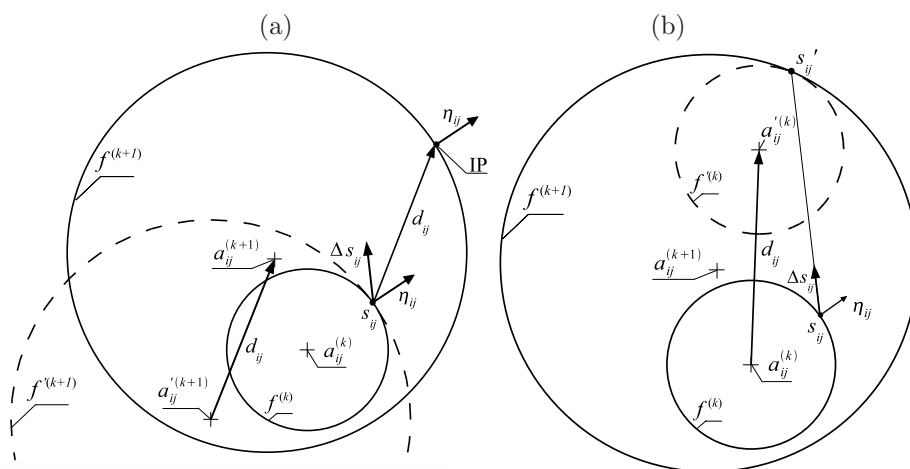
gdzie: E jest modułem Younga.

Prawo umocnienia

Wyróżnia się dwa podstawowe prawa umocnienia materiału a) kinematyczne prawo umocnienia, b) izotropowe prawo umocnienia.

Prawo kinematycznego umocnienia polega na translacji powierzchni plastyczności (rys. 6.14). W modelu Mroza translacja powierzchni plastyczności polega na wyznaczeniu wielkości $a_{ij}^{(k)}$ dla każdej przesuwanej powierzchni plastyczności. Translacja powierzchni plastyczności musi spełniać

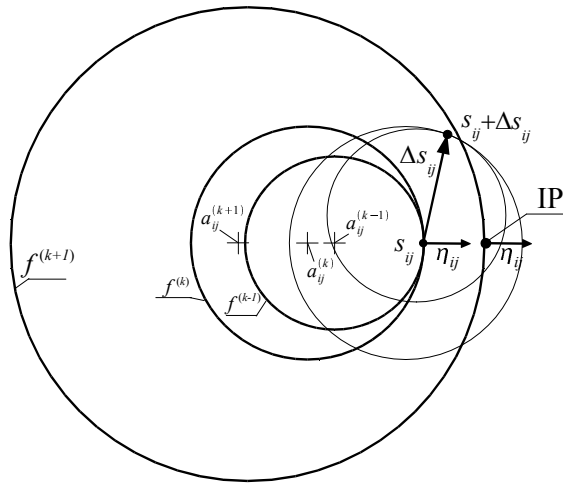
warunek spójności. Warunek spójności wynika z faktu, że każdy bieżący punkt obciążenia s_{ij} jest punktem zbieżności powierzchni plastyczności, których promień jest mniejszy lub równy aktywnej powierzchni plastyczności (przesuwana powierzchnia o największym promieniu R). W modelu kinematycznego umocnienia Mroza translacja powierzchni plastyczności jest zgodna z kierunkiem d_{ij} wyznaczonym przez prostą łączącą bieżący punkt obciążenia s_{ij} z tzw. punktem podobieństwa (IP - image point, rys. 6.16a). Punkt IP jest to punkt na kolejnej większej powierzchni plastyczności $f^{(k+1)}$ o takiej samej normalnej η_{ij} jak punkt bieżący obciążenia s_{ij} na aktywnej powierzchni plastyczności. Dokładny opis zamieszczono w pracy [59].



Rys. 6.16. Schematyczna ilustracja kierunku translacji d_{ij} powierzchni plastyczności $f^{(k)}$ według modelu kinematycznego umocnienia: (a) Mroza, (b) Garuda

Izotropowe prawo umocnienia polega na zmianie wielkości powierzchni plastyczności. Model Mroza nie ujmuje umocnienia izotropowego i z tego względu ten rodzaj umocnienia nie jest tutaj omawiany.

Garud [42] i inni badacze [134] zwrócili uwagę, że umocnienie kinematyczne według Mroza w pewnych przypadkach obciążeń może doprowadzić do przecięcia się powierzchni plastyczności (rys. 6.17). Wzajemne nachodzenie się kilku powierzchni plastyczności jest niedopuszczalne, ponieważ oznaczałoby to, że w jednym punkcie w przestrzeni naprężeń występuje niejednoznaczność wartości modułu plastyczności H i kierunku przyrostu odkształcenia plastycznego ε_{ij}^p . Garud [42] zaproponował kierunek przesunię-



Rys. 6.17. Schematyczna ilustracja przypadku obciążenia Δs_{ij} , przy którym umocnienie kinematyczne Mroza d_{ij} powoduje przecięcie się powierzchni plastyczności

cia powierzchni plastyczności wykluczając możliwość ich przecinania się. Według Garuda kierunek translacji d_{ij} jest wyznaczony przez dwa punkty: środek aktywnej powierzchni plastyczności $a_{ij}^{(k)}$ oraz punkt będący pozornym środkiem aktywnej powierzchni plastyczności (rys. 6.16b). Wirtualne położenie aktywnej powierzchni plastyczności $a_{ij}'^{(k)}$ jest uwarunkowane pozornym punktem zbieżności s_{ij}' , który powstaje z przedłużenia przyrostu dewiatora naprężenia Δs_{ij} do powierzchni plastyczności $f^{(k+1)}$.

Implementację modelu plastyczności Mroza-Garuda przeprowadzono w programie MATLAB [86].

6.2.2. Próbkki analizowane w programie COMSOL

Program COMSOL został wykorzystany do modelowania rozkładów naprężeń i odkształceń w następujących przypadkach:

- (i) próbki cylindryczne wykonane ze stali C36 ze sztucznie wprowadzonymi defektami,
- (ii) próbki krzyżowe wykonane ze stali 18G2A z koncentratorem naprężeń w postaci otworu,

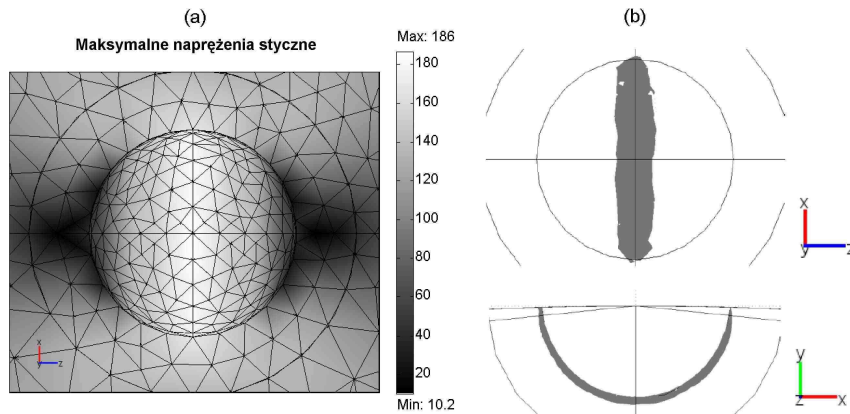
- (iii) próbki cylindryczne z karbem obrączkowym wykonane ze stali AISI 1141,
- (iv) próbki cylindryczne z karbem obrączkowym wykonane ze stali St3S.

Z uwagi na symetrię obciążenia i kształtu, obliczenia w większości przypadków przeprowadzono tylko dla reprezentatywnych części próbek, przy odpowiednio dobranych warunkach brzegowych. Wartość naprężeń i odkształceń obliczono na podstawie modelu ciała z umocnieniem kinematycznym z wykorzystaniem tetragonalnych elementów skończonych typu Lagrange'a 3D-2 rzędu. Kształt powierzchni plastyczności wyznaczono za pomocą hipotezy Hubera-Misesa-Hencky'ego (HMH). Jako cykliczną granicę plastyczności przyjęto wartość naprężenia $R_{e0,02cy}$ odpowiadającą amplitudzie odkształcenia plastycznego równą 0,02% [7]. Cykliczne umocnienie materiału modelowano za pomocą zależności Ramberga-Osgooda (6.1). W obliczeniach wstępnych stosowano różną liczbę elementów skończonych w celu ustalenia wartości optymalnej ze względu na czas i dokładność obliczeń. Dla przypadku (ii) przedstawiono dokładny schemat doboru wielkości elementów skończonych.

Dokładniejszy opis dla każdego wymienionego przypadku (i)-(iv) przedstawiono w poniższych paragrafach. Wyznaczone rozkłady naprężeń i odkształceń wraz z geometrią zostały następnie wyeksportowane do programu MATLAB, gdzie przeprowadzono dalsze obliczenia.

Przypadek (i)

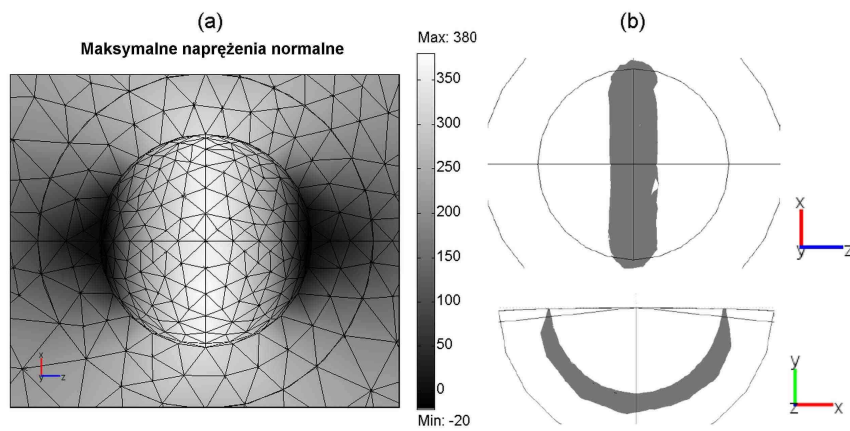
Symulacje numeryczne zostały wykonane dla każdego typu defektu i obciążenia (tab. 6.2). Z uwagi na obciążenia proporcjonalne, bez udziału wartości średniej, w obliczeniach zastosowano model kinematycznego umocnienia materiału z symulacją jednej ćwiartki cyklu obciążenia. W tym przypadku, z uwagi na obciążenia na poziomie granicy zmęczenia, odkształcenia plastyczne występowały tylko w okolicy karbu (defektu). Niewielki obszar odkształceń plastycznych i prosty stan obciążenia pozwoliły na modelowanie niewielkich fragmentów próbek wokół defektu, przy warunkach brzegowych, symulujących obciążenia nominalne. Rysunki 6.18 - 6.21 przedstawiają przykładowe mapy rozkładów maksymalnych naprężeń stycznych i normalnych. W przypadku (i) dokonano analizy lokalizacji i wielkości obszarów o największych naprężeniach, co pozwoliło na wyciągnięcie interesujących wniosków. W przypadku rozciągania-ściskania (rys. 6.18 i 6.19) obszary, zawierające 10% maksymalnych naprężeń stycznych i normalnych



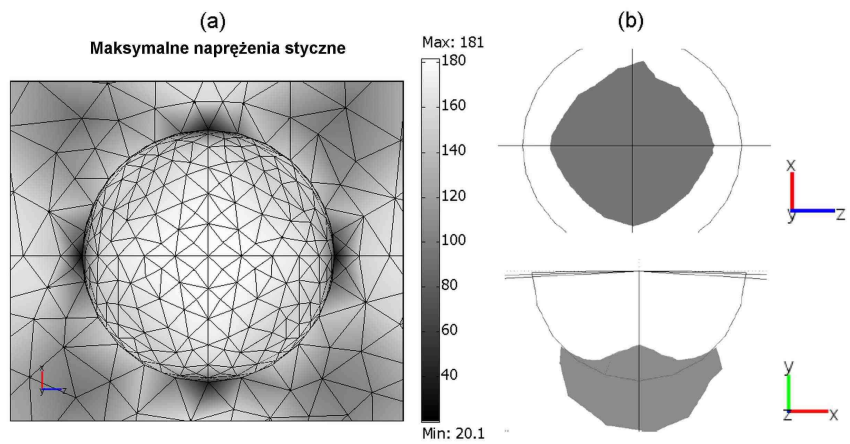
Rys. 6.18. Przypadek 4 wg tabeli 6.2: (a) rozkład maksymalnych naprężeń stycznych, (b) obszar zawierający 10% największych naprężeń stycznych

pokrywają się. W związku z tym lokalizacja wystąpienia inicjacji pęknięcia zmęczeniowego nie budzi większych wątpliwości.

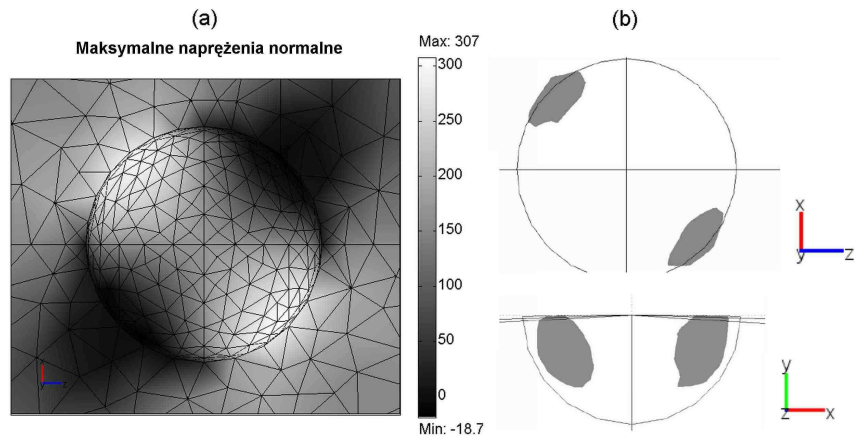
Natomiast w przypadku skręcania (rys. 6.20 i 6.21) położenia obszarów zawierających 10% maksymalnych naprężeń stycznych i normalnych nie pokrywają się. Efekt ten znacznie utrudnia lokalizację inicjacji pęknięcia zmęczeniowego i w związku z tym prawidłowego oszacowania trwałości zmęczeniowej. Tabela 6.10 przedstawia maksymalne naprężenia styczne i normalne z dwóch obszarów zawierających 10% największych naprężeń. W obszarze zawierającym 10% największych naprężeń stycznych wyróżniono dwie płaszczyzny: płaszczyznę maksymalnych naprężeń stycznych, na której określono naprężenia styczne i normalne oraz płaszczyznę maksymalnych naprężeń normalnych, na której naprężenia styczne są zerowe. Z porównania danych zawartych w tabeli 6.10 z granicami zmęczenia próbek bez defektów przy rozciąganiu-ściskaniu, $\sigma_{af} = 240$ MPa oraz przy skręcaniu $\tau_{af} = 169$ MPa wynika, że maksymalne naprężenia styczne, normalne, czy też ich kombinacje, nie mogą być użyte do wyznaczenia granicy zmęczenia i związku z tym należy uwzględnić niejednorodne pola naprężeń.



Rys. 6.19. Przypadek 4 wg tabeli 6.2: (a) rozkład maksymalnych naprężeń normalnych, (b) obszar zawierający 10% największych naprężeń normalnych



Rys. 6.20. Przypadek 8 wg tabeli 6.2: (a) rozkład maksymalnych naprężeń stycznych, (b) obszar zawierający 10% największych naprężeń stycznych



Rys. 6.21. Przypadek 8 wg tabeli 6.2: (a) rozkład maksymalnych naprężeń normalnych, (b) obszar zawierający 10% największych naprężeń normalnych

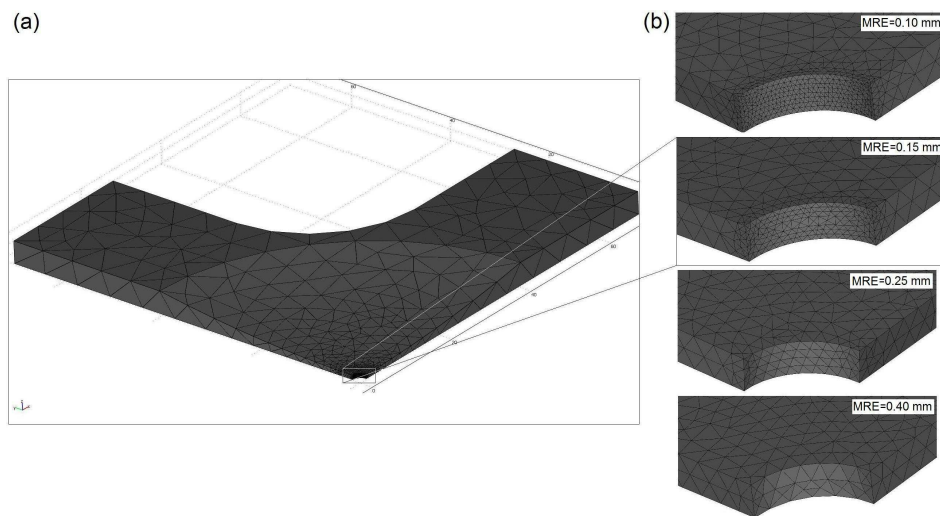
Tabela 6.10.

Maksymalne naprężenia styczne i normalne z dwóch obszarów w przypadku stali C36

Lp.	Obszar krytyczny zawierający 10% największych:			
	naprężeń stycznych		naprężeń normalnych	
	Płaszczyzna maksymalnych naprężeń stycznych	Płaszczyzna maksymalnych naprężeń normalnych		
	τ_{ns} MPa	σ_n MPa	σ_n MPa	σ_n MPa
1	235	227	491	491
2	209	316	470	470
3	128	128	287	287
4	186	201	381	382
5	171	178	345	355
6	155	155	303	303
7	152	152	301	301
8	187	1	184	307
9	176	1	173	290
10	170	1	170	264
11	167	117	287	317

Przypadek (ii)

Z uwagi na przesunięcie fazowe między siłami działającymi w osi x i y , do modelowania rozkładów naprężeń w próbkach krzyżowych z otworem, wykorzystano kinematyczny model umocnienia materiału dla pełnego cyklu obciążenia. Przesunięcie fazowe między siłami powoduje, że wartości ekstremalne naprężeń lokalnych występują w różnym czasie, co wymusza przeprowadzenie obliczeń numerycznych dla pełnego cyklu działania sił i zastosowanie umocnienia kinematycznego. Symetria kształtu próbki pozwala na modelowanie tylko 1/8 obszaru (rys. 6.22a). Przeprowadzono szczegó-



Rys. 6.22. (a) 1/8 próbki krzyżowej (P02 w tab. 6.5) z rozkładem elementów skończonych, (b) siatka elementów skończonych wokół otworu $d = 3,0$ mm i $h = 1,4$ mm dla różnych wielkości maksymalnego rozmiaru elementu skończonego (MRE)

lową analizę wpływu wielkości elementów skończonych na wyniki obliczeń. Na rysunku 6.22b przedstawiono rozkład elementów skończonych wokół otworu o różnym maksymalnym rozmiarze (MRE). Natomiast w tabeli 6.11 umieszczono wyniki obliczeń maksymalnych naprężeń w zależności od wielkości (MRE) wraz z czasem obliczeń. W analizowanym zakresie (MRE) maksymalne wartości naprężeń nie ulegają znacznym wahaniom (1,3%). Natomiast, znacznym zmianom ulega czas obliczeń. W celu ograniczenia czasu obliczeń do dalszych analiz stosowano wielkość $MRE=0,15$ mm.

Tabela 6.11.

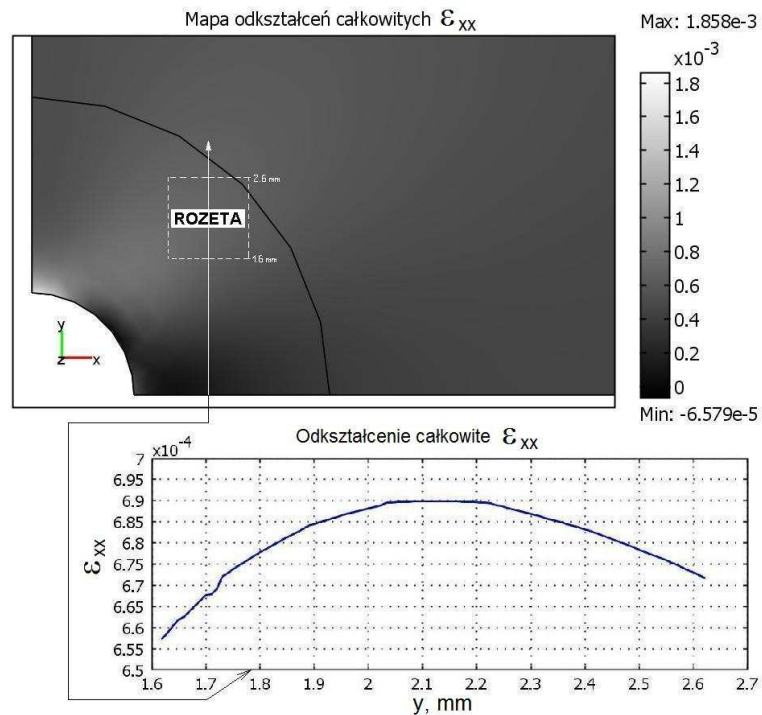
Wpływ wielkości maksymalnego rozmiaru elementu skończonego (MRE) na wartość naprężeń i czas obliczeń

Maksymalny rozmiar elementu (MRE), mm	$\max_i A^{(i)}$, mm ²	$\max_{t,x,y,z} \sigma(t,x,y,z)$, MPa	Czas obliczeń, s
0,10	0,0056	361	542
0,15	0,0134	362	304
0,25	0,0264	366	204
0,30	0,0309	364	204
0,40	0,0670	366	184

Dla jednej próbki o numerze P08 (tab. 6.5) dokonano pomiarów amplitud odkształceń rozetą tensometryczną o bazie 1 mm (rys. 6.9). Wyniki pomiarów posłużyły do weryfikacji metody elementów skończonych, zaimplementowanej w programie COMSOL. Amplitudy odkształceń wyznaczone na podstawie pomiarów porównano z wartościami odkształceń obliczonych za pomocą metody elementów skończonych. Analizie poddano próbkę nr P08 obciążoną siłami przyłożonymi do ramion próbki: $F_x = 9,3$ kN, $F_y = -9,1$ kN. Rozkład odkształceń całkowitych (sprężysto-plastycznych), obliczonych dla 1/8 obszaru próbki nr P08 w funkcji odległości y od brzegu otworu przedstawiono na rysunku 6.23. W obszarze naklejonej rozety (w odległości $y = 1,62 \div 2,62$ mm) odkształcenia zmieniają się w zakresie od 0,0657% do 0,069% z wartością średnią równą 0,0681%. Pomiarzy wykazały amplitudę równą 0,073% (wartość uśredniona z obszaru zmierzonego przez rozetę tensometryczną). Błąd względny przeprowadzonych obliczeń odkształceń wynosi 6,7%. Zastosowanie oprogramowania COMSOL do wyznaczania rozkładów naprężeń i odkształceń w analizowanym zakresie daje zadowalające wyniki.

Przypadek (iii)

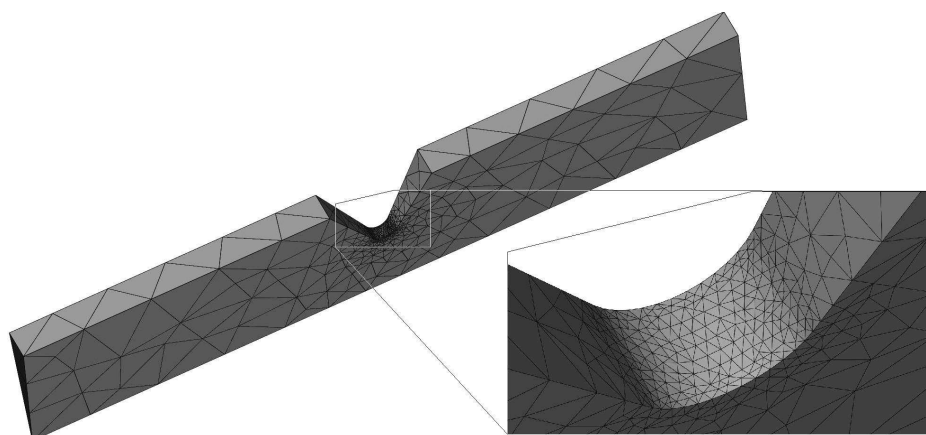
W próbkach wykonanych ze stali AISI 1141 z karbem obrączkowym zastosowano model umocnienia kinematycznego, w którym symulowano tylko 1/4 cyklu obciążenia. Ze względu na symetrię geometryczną i obciążenia, modelowano 1/32 obszaru próbki (rys. 6.24). Podobnie, jak w próbkach krzyżowych, przeprowadzono szczegółową analizę wpływu wielkości elementów skończonych ustalając, że dla promienia $R=0,529$ mm, $MRE = 0,10$ mm (rys. 6.24), a dla promienia $R=1,588$ mm, $MRE = 0,20$ mm.



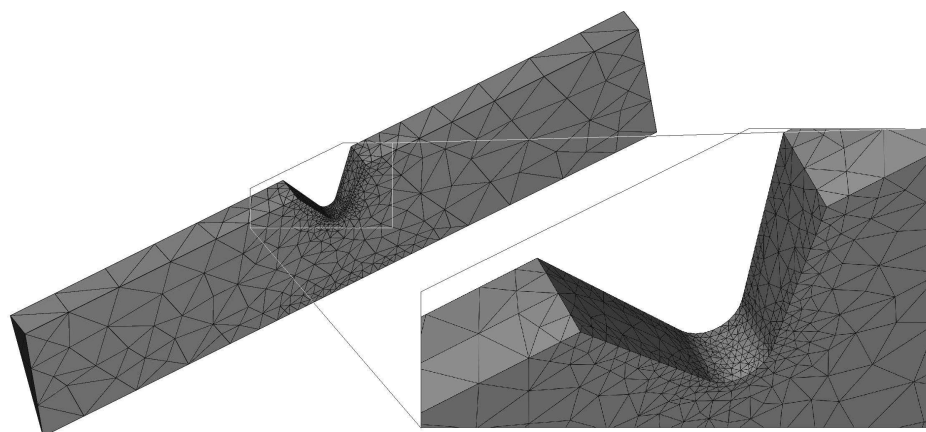
Rys. 6.23. Rozkład odkształceń sprężysto-plastycznych dla wybranych obszarów próbki nr P08 ($F_x = 9,3$ kN, $F_y = -9,1$ kN)

Przypadek (iv)

Z uwagi na podobny kształt i obciążenie, jak w próbkach ze stali AISI 1141, dla próbek ze stali St3S zastosowano identyczne modelowanie, tj. 1/32 obszaru próbki przy 1/4 cyklu obciążenia z umocnieniem kinematycznym. Maksymalny rozmiar elementu w dnie karbu wynosił $MRE = 0,2$ mm (rys. 6.25).



Rys. 6.24. 1/32 obszaru próbki ze stali AISI 1141 ($R=0,529$ mm) z siatką elementów skończonych dla $MRE=0,10$ mm



Rys. 6.25. Próbka ze stali St3S z karbem obrączkowym z siatką elementów skończonych

6.2.3. Próbkki analizowane w programie ANSYS

Do modelowania rozkładów odkształceń w próbkach wykonanych ze stali S45C z defektami wykorzystano metodę elementów skończonych, zaimplementowaną w środowisku programu ANSYS [4]. Analizy miały charakter nieliniowy ze względu na uplastycznienie materiału. Do opisu jego właściwości przyjęto model wieloliniowego umocnienia izotropowego MISO, ponieważ analizy prowadzono dla pierwszej ćwiartki obciążenia proporcjonalnego. Parametry przyjętego modelu zostały ustalone na podstawie cyklicznej relacji $\sigma_a - \varepsilon_p$ (tab. 6.3). Do obliczeń przyjęto trzy wielkości defektów $d = 40 \mu m, 100 \mu m, 200 \mu m$, analogicznie do warunków badań eksperymentalnych (rys. 6.3). Warunki brzegowe dla analizy dobrano w pięciu zestawach tak, aby uzyskać w części roboczej próbki, odpowiednie wartości (nominalne) odkształceń plastycznych: $\Delta\varepsilon_p = \{0,0041; 0,01; 0,016; 0,034; 0,039\}$.

Modelowanie prowadzono w dwóch etapach. W pierwszym etapie wyznaczano rozkłady odkształceń plastycznych w całej objętości próbki, ze szczególnym naciskiem na dokładność ich odwzorowania w otoczeniu defektu. Głównym problemem podczas realizacji tego etapu była znaczna dysproporcja między rozmiarem defektu a gabarytami próbki, wynosząca w skrajnej sytuacji 1:200. Osiągnięcie zadowalającej dokładności było możliwe dzięki odpowiedniemu doborowi kształtu i wielkości siatki podziału oraz warunków brzegowych. Przykładowy rozkład amplitud odkształceń plastycznych w okolicy defektu dla ćwiartki próbki przedstawiono na rysunku 6.26. W wyniku realizacji tego etapu analiz wyznaczono, dla przyjętych defektów i poziomów odkształceń, szereg rozkładów zakresów odkształceń plastycznych. Ich wartości maksymalne zestawiono w tabeli 6.12. W drugim

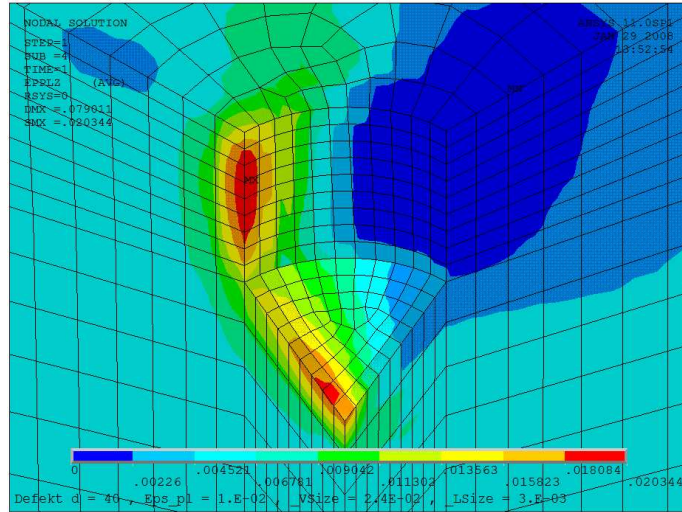
Tabela 6.12.

Maksymalne zakresy odkształceń plastycznych

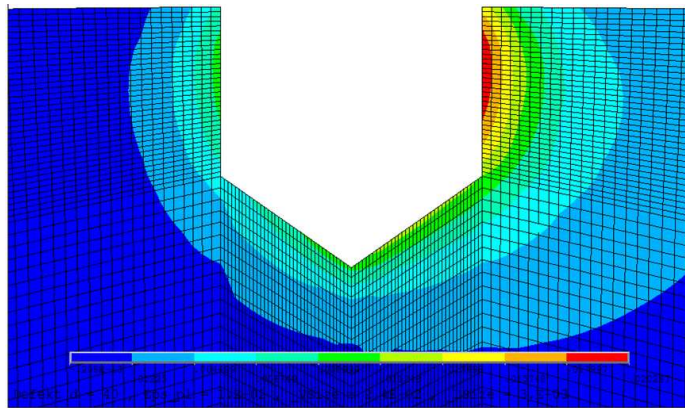
Poza defektem	W obszarze defektu, d		
	40 μm	100 μm	200 μm
	$\Delta\varepsilon_p$		
0,0041	0,0190	0,0256	0,0288
0,0100	0,0406	0,0538	0,0602
0,0160	0,0616	0,0816	0,0908
0,0340	0,1246	0,1640	0,1840
0,0390	0,1414	0,1878	0,2116

etapie, dla płaszczyzny krytycznej, przygotowywano płaską siatkę podziału, a następnie odnoszono do niej wyniki analiz z poprzedniego etapu oraz

wyznaczano rozkłady wartości funkcji wagowej (rys. 6.27). Głównym celem tego etapu było przeprowadzenie numerycznego całkowania za pomocą wzorów (4.1), przy zastosowaniu funkcji wagowej (4.3).



Rys. 6.26. Przykładowy rozkład amplitud odkształceń plastycznych dla 1/4 próbki w okolicy defektu $d = 40 \mu m$ przy $\Delta\varepsilon_p = 0,01$



Rys. 6.27. Przykładowy rozkład wartości funkcji wagowej (4.3) przy $l_n = 0,116 \text{ mm}$ ($d = 40 \mu m$, $\Delta\varepsilon_p = 0,01$) dla punktu bazowego, znajdującego się na prawej ścianie defektu

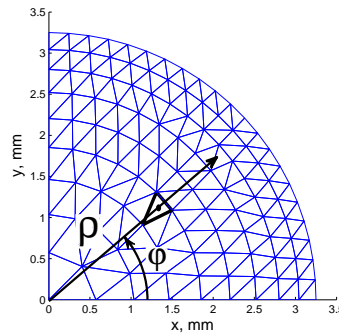
6.2.4. Próbki analizowane programem autorskim

Ponieważ żaden z opisanych powyżej programów nie jest w stanie przeprowadzić obliczeń pól naprężeń w przypadku obciążeń nieproporcjonalnych, przygotowano program autorski, który pozwala na wyznaczenie rozkładów naprężeń w przekroju próbki okrągłej dla dowolnych przebiegów momentów sił $M_g(t)$ i $M_s(t)$.

Przebiegi naprężeń $\sigma_{zz}(t, \varphi, \rho)$, $\tau_{z\varphi}(t, \varphi, \rho)$ w dowolnym punkcie przekroju (ρ, φ) obliczono z przebiegów momentów sił zginających i skręcających $M_s(t)$, $M_g(t)$. Przyrosty momentów $\Delta M_s(t)$, $\Delta M_g(t)$ w każdej dyskretnej wartości czasu t muszą spełnić następujący układ równań

$$\begin{aligned} 4 \int_A \Delta \sigma_{zz}(t, \rho, \varphi) y dA - \Delta M_g(t) &= 0, \\ 4 \int_A \Delta \tau_{z\varphi}(t, \rho, \varphi) \rho dA - \Delta M_s(t) &= 0, \end{aligned} \quad (6.7)$$

gdzie: $\sigma_{zz}(t, \varphi, \rho)$ - przyrost naprężeń normalnych dla elementu skończonego o środku geometrycznym, określonym przez współrzędne (φ, ρ) (rys. 6.28), $\tau_{z\varphi}(t, \varphi, \rho)$ - przyrost naprężeń stycznych dla elementu skończonego o środku geometrycznym, określonym przez promień ρ , dA - pole powierzchni elementu skończonego. Układ równań (6.7) może być rozwiązany, jeśli zna-



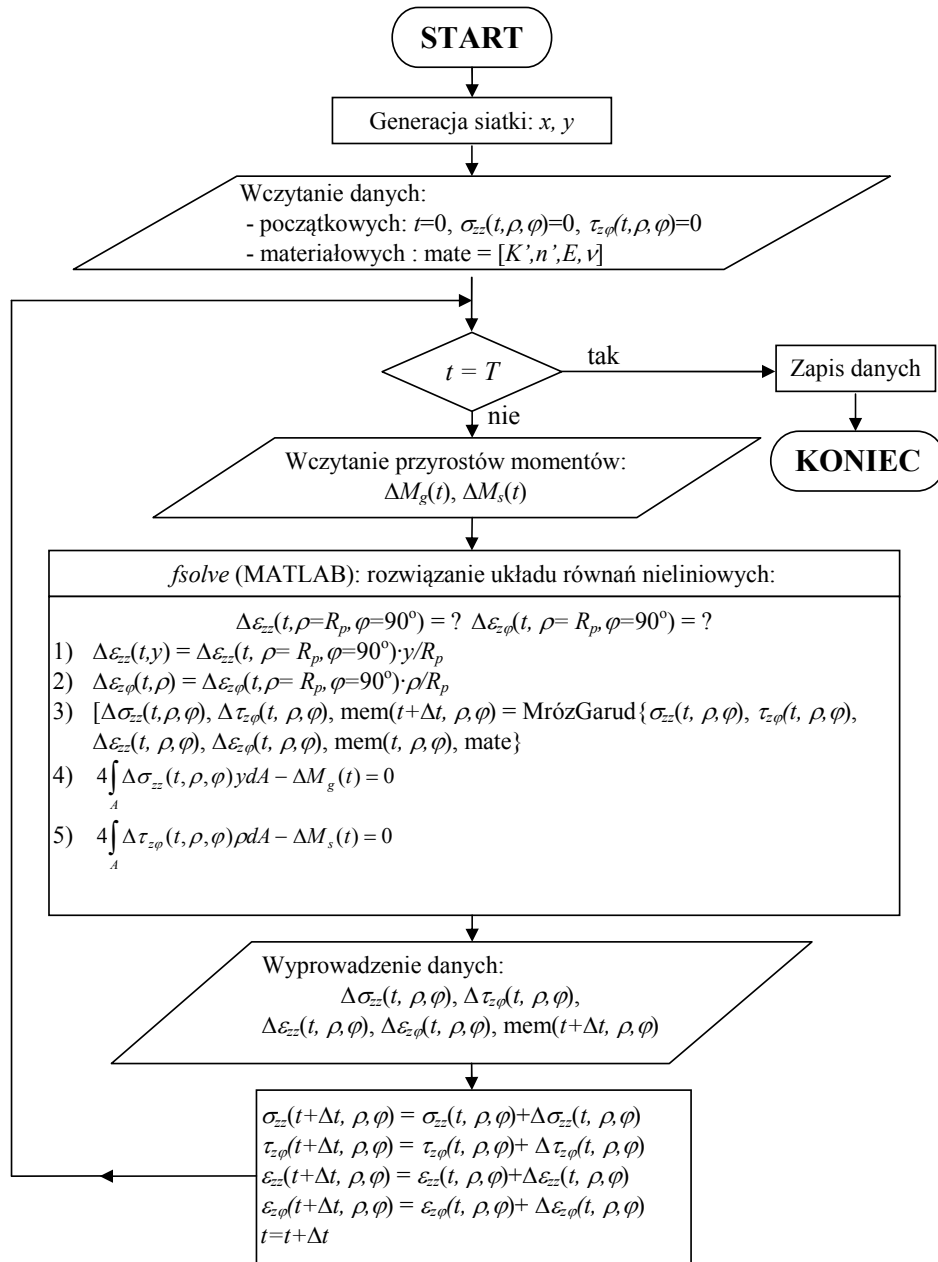
Rys. 6.28. Ćwiartka przekroju kołowego próbki typu diabolo z podziałem na elementy skończone

ny jest rozkład przyrostów naprężeń normalnych i stycznych w przekroju elementu. Wartości przyrostów naprężeń $\Delta \sigma_{zz}$, $\Delta \tau_{z\varphi}$ w każdym punkcie (ρ, φ) przekroju mogą być obliczone za pomocą modelu plastyczności (np. model Mroza-Garuda, [42, 58, 59, 91]), jeśli znane są: wartości przyrostów

odkształceń $\Delta\varepsilon_{zz}(t, \rho, \varphi)$, $\Delta\varepsilon_{z\varphi}(t, \rho, \varphi)$, bieżący stan naprężenia $\sigma_{zz}(t, \varphi, \rho)$, $\tau_{z\varphi}(t, \varphi, \rho)$ w tym punkcie oraz pewne charakterystyczne dla użytego modelu plastyczności wielkości, uwzględniające historię obciążenia (w dowolnym punkcie). W przypadku zastosowanego modelu Mroza-Garuda są to macierze zawierające informacje o położeniach środków powierzchni plastyczności $(a_{ij}^{(k)})$, zapamiętywane dla każdego punktu przekroju. Zakładając, że ma się do czynienia ze stosunkowo niewielkimi odkształceniami (zakres obciążeń zmęczenia, przekrój okrągły) można przyjąć zasadę płaskich przekrojów [50]. W takim przypadku rozkład odkształceń w przekroju elementu jest liniowy:

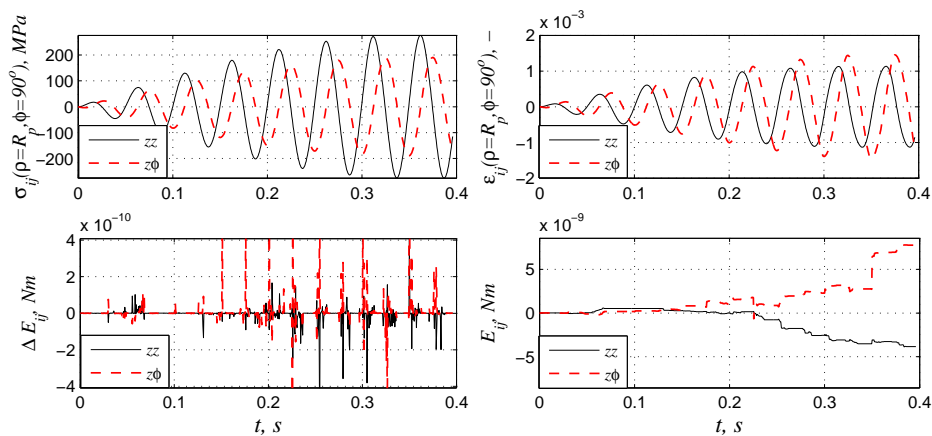
$$\begin{aligned}\Delta\varepsilon_{zz}(y) &= \frac{\Delta\varepsilon_{zz}(\rho=R_p, \varphi=90^\circ)}{R_p} y, \\ \Delta\varepsilon_{z\varphi}(\rho) &= \frac{\Delta\varepsilon_{z\varphi}(\rho=r, \varphi=90^\circ)}{R_p} \rho,\end{aligned}\tag{6.8}$$

gdzie: R_p jest promieniem przekroju próbki. Dla rozwiązania układu równań (6.7) wystarczy określić wielkości: $\Delta\varepsilon_{zz}(\rho = R_p, \varphi = 90^\circ)$, $\Delta\varepsilon_{z\varphi}(\rho = R_p, \varphi = 90^\circ)$. Muszą one być tak dobrane, aby układ równań (6.7) został spełniony. Poszukiwanie wielkości $\Delta\varepsilon_{zz}(\rho = R_p, \varphi = 90^\circ)$, $\Delta\varepsilon_{z\varphi}(\rho = R_p, \varphi = 90^\circ)$ odbywa się drogą iteracyjną. W celu przyspieszenia poszukiwania rozwiązania zastosowano metody optymalizujące dostępne w pakiecie MATLAB 7.5 [86]. Biblioteka *optimization* w MATLABIE [86] zawiera funkcję *fsolve*, która rozwiązuje układ równań nieliniowych. W obliczeniach przetestowano dwie metody poszukiwania minimum funkcji wielu zmiennych. Pierwsza z nich to metoda Gaussa-Newtona, a druga to metoda obszaru zaufania (trust-region method, [126]). Obydwie metody bazują na nieliniowych algorytmach metody najmniejszych kwadratów. Wyniki otrzymane metodą Gaussa-Newtona oraz obszaru zaufania są bardzo zbliżone (w granicach dopuszczalnego błędu), natomiast czas obliczeń w metodzie obszaru zaufania jest zdecydowanie krótszy. Z tego względu, do obliczeń przyjęto metodę obszaru zaufania. Dokładniejszy opis metody wraz z analizą błędów można znaleźć w pracach [52, 55]. Algorytm wyznaczania naprężeń i odkształceń z przebiegów momentów jest przedstawiony na rysunku 6.29. Wielkość *mem* (memory) występująca w algorytmie jest specyficzną strukturą danych, w której zapamiętywane są położenia powierzchni plastyczności $a_{ij}^{(k)}$ (paragraf 6.2.1). Struktura *mem* jest określana i zapamiętywana dla każdego analizowanego punktu przekroju i dla każdej wartości czasu t . Skomplikuje to znacznie algorytm obliczeń, jakkolwiek jest to konieczne, w celu uwzględnienia wpływu historii obciążenia, innej dla każdego punktu



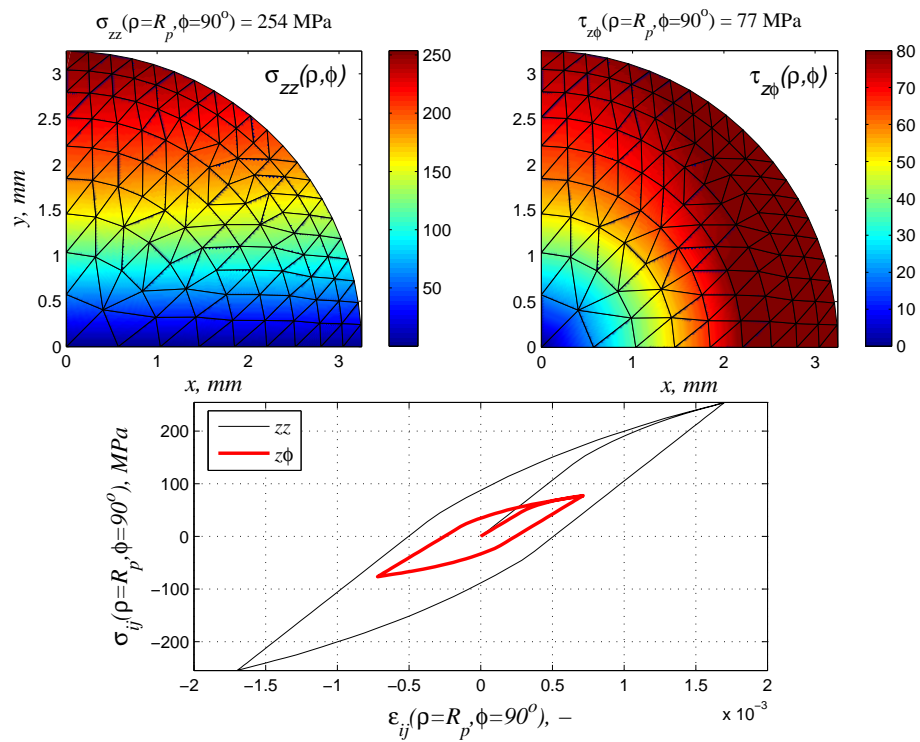
Rys. 6.29. Algorytm wyznaczania naprężeń i odkształceń sprężysto-plastycznych z momentów sił

przekroju, na aktualne wartości przyrostów naprężeń i odkształceń. Jądrym algorytmu jest układ równań (1)-(5) (rys. 6.29), którego rozwiązanie dla każdego przyrostu momentów sił $\Delta M_s(t)$, $M_g(t)$ daje informacje o rozkładzie przyrostów naprężeń $\Delta\sigma_{zz}$, $\Delta\tau_{z\varphi}$. Największe trudności w poszukiwaniu rozwiązania równań (1)-(5) (rys. 6.29) napotkano dla obciążeń nieproporcjonalnych, które wymagały kilkukrotnego zmniejszenia przyrostów momentów sił ΔM_s i ΔM_g w stosunku do obciążeń proporcjonalnych. Dodatkowo wartości amplitud momentów sił zwiększano stopniowo obserwując wartości błędów $\Delta E_{zz}(t)$, $\Delta E_{z\varphi}(t)$ rozwiązania układu równań (6.7) oraz ich skumulowane wartości $E_{zz}(t) = \sum_{t=0}^t \Delta E_{zz}(t)$ oraz $E_{z\varphi}(t) = \sum_{t=0}^t \Delta E_{z\varphi}(t)$ (rys. 6.30). Maksymalny skumulowany błąd obliczeń nie przekroczył wartości 10^{-8} Nm. Do obliczeń dotyczących trwałości zmęczeniowych brano przebiegi uzyskane dla ostatniego cyklu o żądanych amplitudach momentów sił. Na rysunku 6.31 przedstawiono przykładowy, obliczeniowy rozkład naprężeń normalnych i stycznych wraz z pętlą histerezy. Zaproponowany al-



Rys. 6.30. Przykładowy przebieg naprężeń σ_{zz} , $\tau_{z\varphi}$, odkształceń ε_{zz} , $\varepsilon_{z\varphi}$ oraz błędów rozwiązania równań (6.7) (przypadek 16 według tab. 6.9)

gorytm obliczeń zweryfikowano dla obciążeń proporcjonalnych przy użyciu programu COMSOL. Wartości maksymalne naprężeń głównych wyliczone przez program COMSOL były o 2% większe od naprężeń wyznaczonych programem autorskim, co świadczy o dobrej zgodności obliczeń.



Rys. 6.31. Przykładowy rozkład naprężeń normalnych σ_{zz} i stycznych $\tau_{z\phi}$ oraz uzyskana pętla histerezy dla $\rho = R_p$ i $\phi = 90^\circ$ (przypadek 1 według tab. 6.9)

6.3. Weryfikacja metody płaszczyznowej

6.3.1. Próbki cylindryczne ze stali C36 z defektami

Wyniki eksperymentalne otrzymane dla stali C36 dotyczą jedynie granicy zmęczenia próbek z defektami. Przyłożone naprężenia w znacznej odległości od defektu są poniżej nominalnych granic zmęczenia na wahadłowe skręcanie τ_{af} i rozciąganie σ_{af} . Koncentracja naprężeń wokół defektu powoduje obniżenie wytrzymałości zmęczeniowej i w efekcie otrzymano trwałość na poziomie granicy zmęczenia, czyli przyłożenie sił zewnętrznych o mniejszych wartościach prowadzi do nieograniczonej trwałości zmęczeniowej. Prawidłowa ocena wpływu niejednorodnego pola naprężeń w analizowanym przypadku powinna dokonać redukcji niejednorodnego i wieloosiowego stanu naprężenia (wywołanego defektem) do stanu ekwiwalentnego, równego nominalnej granicy zmęczenia na wahadłowe skręcanie τ_{af} lub rozciąganie σ_{af} . Do wyznaczenia naprężenia ekwiwalentnego posłużono się metodą płaszczyznową, opisaną równaniem (4.1) i funkcjami wagowymi (4.4).

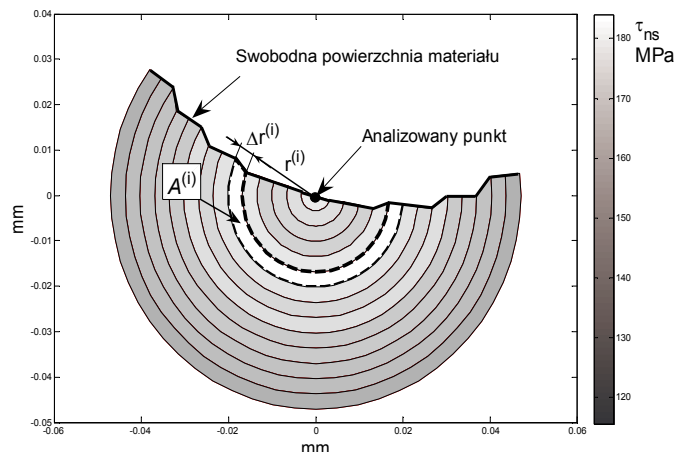
Implementacja metody

Zastosowanie funkcji wagowych (4.4) wymaga iteracyjnego powiększania obszarów uśredniania A_{ns} i A_n , w celu osiągnięcia wymaganych powierzchni $A_{ns,c}$ i $A_{n,c}$. Promienie tych powierzchni nie są znane z uwagi na szukane położenia płaszczyzn krytycznych i różne (skomplikowane) kształty defektów. Obszary uśredniania są iteracyjnie powiększane poprzez dołączanie kolejnych podobszarów (rys. 6.32), tj. $A = A^{(1)} + A^{(2)} \dots A^{(i)}$, aż do osiągnięcia wielkości krytycznej $A_{ns,c}$ lub $A_{n,c}$. Rozkład naprężeń (np. stycznych) w każdym podobszarze $A^{(i)}$ jest uśredniany poprzez

$$\tau_{ns,u}^{(i)} = \frac{1}{K} \sum_{k=1}^K \tau_{ns}^{(k)}, \quad \text{dla } \tau_{ns}^{(k)} \in \mathbf{A}^{(i)}, \quad (6.9)$$

gdzie: K jest liczbą punktów w analizowanym i -tym podobszarze $A^{(i)}$, $\mathbf{A}^{(i)}$ jest zbiorem punktów należących do i -tego podobszaru $A^{(i)}$. Wartość $\hat{\tau}_{ns}$ jest wyznaczana jako wagowa wartość średnia przy użyciu podobszarów $A^{(i)}$ jako parametrów wagowych

$$\hat{\tau}_{ns} = \frac{1}{A_{ns,c}} \sum_{i=1}^j A^{(i)} \tau_{ns,u}^{(i)}, \quad A_{ns,c} = \sum_{i=1}^j A^{(i)}. \quad (6.10)$$



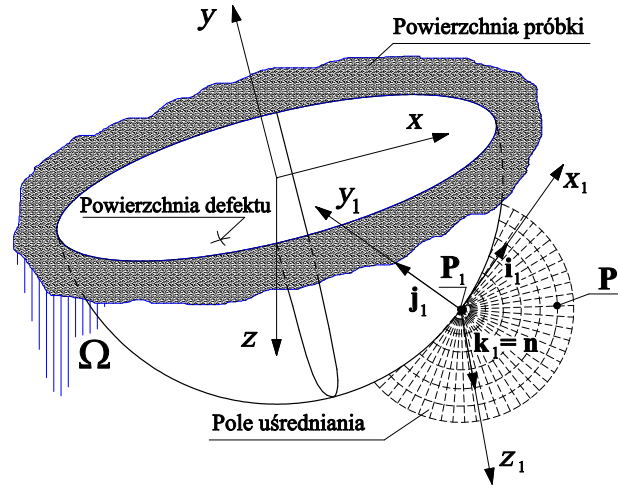
Rys. 6.32. Przykładowy rozkład naprężeń stycznych wzdłuż iteracyjnie powiększanej powierzchni krytycznej

Podobszar $A^{(i)}$ ma kształt pierścienia (rys. 6.32), a jego pole jest określone jako

$$A^{(i)} = \Delta r \alpha^{(i)} r^{(i)}, \quad (6.11)$$

gdzie: Δr to szerokość pierścienia; $\alpha^{(i)}$ jest kątem rozwarcia pierścienia; $r^{(i)}$ to kolejny promień powierzchni pęknięcia. Procedura uśredniania rozkładu naprężeń normalnych na powierzchni krytycznej jest podobna. Jedyną różnicą tkwi w wielkości rozpatrywanej powierzchni, przy czym $A_{n,s,c} \ll A_{n,c}$.

Zastosowanie metody płaszczyznowej jest żmudnym procesem wymagającym między innymi biegłości w transformacji układów współrzędnych. Poniżej przedstawiono schemat, jaki zastosowano w generacji siatki zgodnej z wybraną płaszczyzną krytyczną. Dla dowolnego punktu \mathbf{P}_1 na powierzchni defektu, zorientowanego względem globalnego układu współrzędnych xyz , należy wygenerować punkty (siatka do procesu całkowania) leżące w płaszczyźnie uśrednienia o normalnej \mathbf{n} . W pierwszym kroku lokalny układ współrzędnych (x_1, y_1, z_1) o początku w punkcie \mathbf{P}_1 jest orientowany wersorami $\mathbf{i}_1, \mathbf{j}_1, \mathbf{k}_1$ (rys. 6.33) względem globalnego układu współrzędnych. Wersor \mathbf{k}_1 pokrywa się z wektorem \mathbf{n} , pozostałe są określane dowolnie z zachowaniem warunków ortogonalności. Po określeniu lokalnego układu współrzędnych, w kolejnym kroku następuje generacja lokalnej siatki we-



Rys. 6.33. Lokalny układ współrzędnych i położenie pola uśredniającego z lokalną siatką

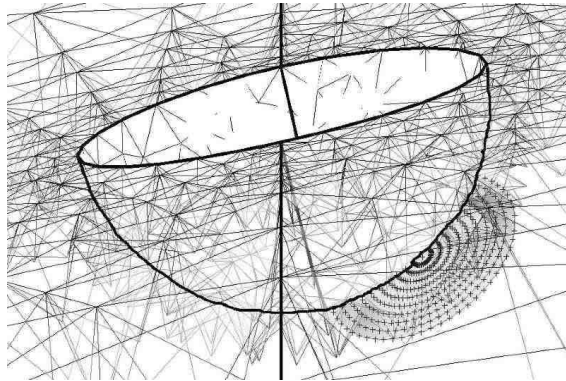
dług zależności:

$$\mathbf{x}_1 = r \cos(\alpha), \quad \mathbf{y}_1 = r \sin(\alpha), \quad \mathbf{z}_1 = \mathbf{0}, \quad (6.12)$$

gdzie: $\mathbf{r} = \{r^{(i)}, r^{(i+1)}, \dots, r^{(k)}\}$, $\alpha = \{\alpha^i, \alpha^{(i+1)}, \alpha^{(k)}\}$. Dla procesów uśredniania naprężeń stycznych przyjęto: $\Delta r = r^{(i+1)} - r^{(i)} = 2 \times 10^{-4}$ mm, $\Delta \alpha = \alpha^{(i+1)} - \alpha^{(i)} = 6^\circ$, a dla naprężeń normalnych $\Delta r = r^{(i+1)} - r^{(i)} = 5 \times 10^{-3}$ mm, $\Delta \alpha = \alpha^{(i+1)} - \alpha^{(i)} = 6^\circ$. W następnym kroku, punkty $\mathbf{P}(x_1, y_1, z_1)$ z lokalnego układu współrzędnych są transformowane do układu globalnego według zależności

$$\mathbf{P} = \mathbf{P}_1 + x_1 \mathbf{i}_1 + y_1 \mathbf{j}_1 + z_1 \mathbf{k}_1. \quad (6.13)$$

Tylko punkty \mathbf{P} należące do analizowanego elementu (próbki) są brane do dalszych analiz, $\mathbf{P} = \{\mathbf{P} | \mathbf{P} \subset \Omega\}$, co wymaga sprawdzenia warunków brzegowych. Na rysunku 6.34 przedstawiono jedną z uzyskanych siatek w metodzie elementów skończonych na przykładzie defektu sferycznego. Do wyznaczania granicy zmęczenia, na podstawie obliczonych amplitud uśrednionych naprężeń normalnych i stycznych, posłużono się następującymi kryteriami: kryterium Findleya, kryterium maksymalnego naprężenia normalnego, kryterium maksymalnego naprężenia stycznego i kryterium Mataka. Spośród analizowanych kryteriów tylko kryterium Mataka dawało obiecujące rezultaty i z tego względu to kryterium będzie w dalszych

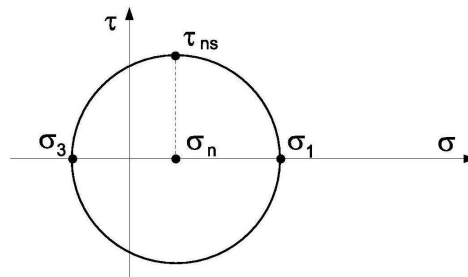


Rys. 6.34. Kształt i położenie pola $A_{n,c}$, użyte w metodzie elementów skończonych na przykładzie defektu sferycznego

krokach analizowane. W kryterium Mataka, opisanym w paragrafie (2.5) zakłada się, że za zmęczenie materiału odpowiada liniowa kombinacja amplitud naprężenia stycznego i normalnego w płaszczyźnie o maksymalnej amplitudzie naprężeń stycznych. W analizowanym przypadku amplituda naprężenia ekwiwalentnego $\tau_{eq,a}$ przybiera postać

$$\hat{\tau}_{ns,a} + \left(2 \frac{\tau_{af}}{\sigma_{af}} - 1 \right) \hat{\sigma}_{n,a} = \tau_{eq,a} = \tau_{af}^{cal}, \quad (6.14)$$

gdzie: τ_{af}^{cal} jest obliczoną granicą zmęczenia. Mataka zaproponował swoje kryterium do analizy lokalnej, w którym zachowana jest następująca zależność (rys. 6.35) $\sigma_n = \sigma_1 - \tau_{ns}$. W przypadku naprężeń uśrednianych, na



Rys. 6.35. Koło Mohra

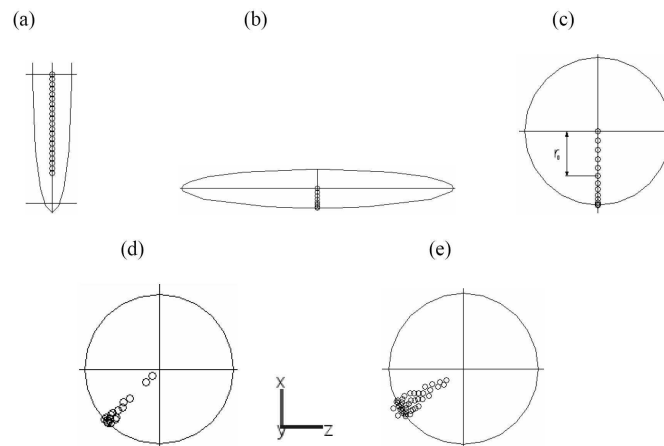
pewnych powierzchniach, zależność $\hat{\sigma}_n = \hat{\sigma}_1 - \hat{\tau}_{ns}$ raczej nie jest zachowana.

W związku z tym proponuje się uogólnić kryterium Mataka do następującej formy

$$\hat{\tau}_{ns,a} + \left(2 \frac{\tau_{af}}{\sigma_{af}} - 1\right) (\hat{\sigma}_1 - \hat{\tau}_{ns,a}) = \tau_{eq,a} = \tau_{af}^{cal}, \quad (6.15)$$

gdzie: $\hat{\sigma}_1$ jest uśrednioną wartością maksymalnych naprężeń głównych.

Dla kryterium Mataka, w każdym analizowanym punkcie \mathbf{P}_1 (rys. 6.36) rozpatrywano dwie płaszczyzny maksymalnych naprężeń stycznych. Na obydwu płaszczyznach obliczano uśrednioną wartość naprężenia nor-



Rys. 6.36. Lokalizacja analizowanych punktów: (a) defekt typu H, (b) defekt typu V, (c) defekt sferyczny przy rozciąganiu, (d) defekt sferyczny przy skręcaniu, (e) defekt sferyczny przy kombinacji rozciągania ze skręcaniem (oś z jest osią próbki)

malnego $\hat{\sigma}_{n,a}$, a do końcowych obliczeń naprężenia ekwiwalentnego $\tau_{eq,a}$ wybierano płaszczyznę o większych wartościach $\hat{\sigma}_{n,a}$.

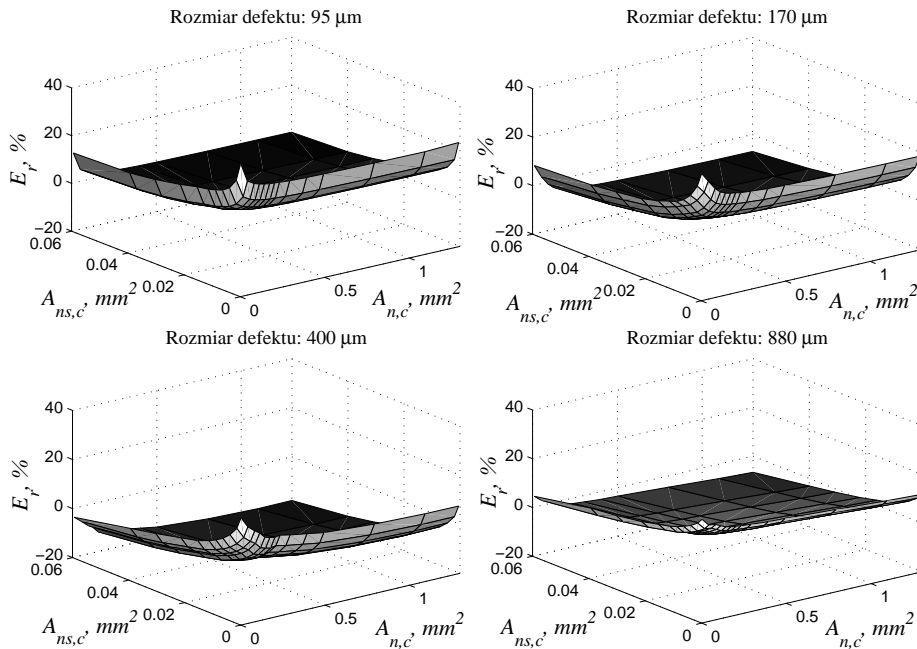
Identyfikacja parametrów

Identyfikacja współczynnika wpływu naprężeń normalnych k nie jest związana z niejednorodnym polem naprężeń i dla analizowanej stali $k = 2\tau_{af}/\sigma_{af} - 1 = 0,408$. Wielkości pól krytycznych $A_{ns,a}$ i $A_{n,c}$ zostały wyznaczone na podstawie serii testów eksperymentalnych. Wpływ zwiększania pól $A_{ns,a}$ i $A_{n,c}$ na wyliczaną granicę zmęczenia próbek był szczegółowo analizowany dla defektu sferycznego przy wahadłowym rozciąganiu (przypadki

4-7 w tabeli 6.2). W celu oszacowania poprawności wyznaczonych naprężeń ekwiwalentnych $\tau_{eq,a}$, wprowadzono następujące estymatory:

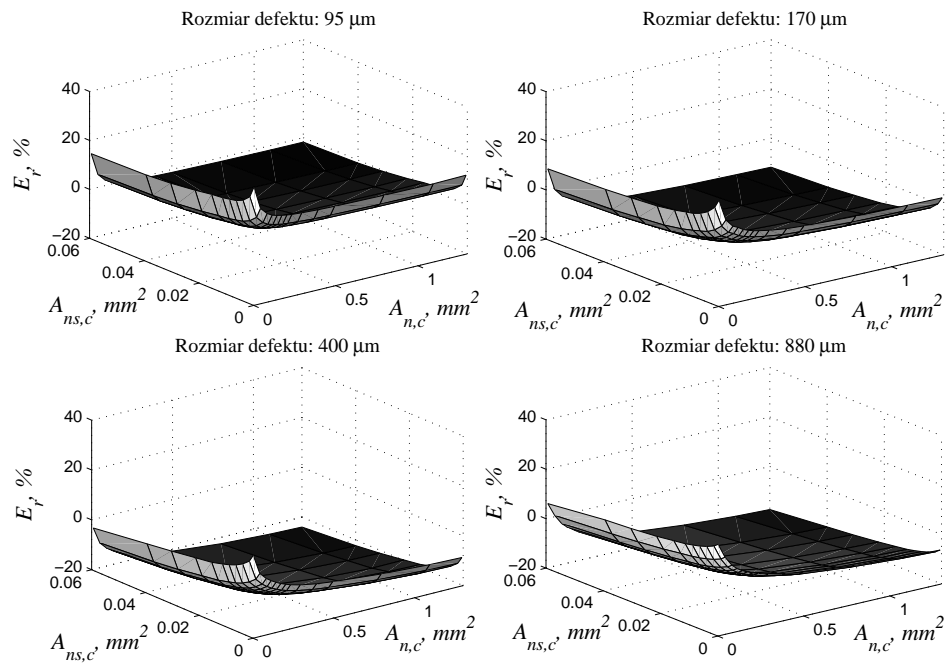
$$E_r(i) = \frac{\tau_{af}^{cal}(i) - \tau_{af}}{\tau_{af}} 100\%, \quad E_{r,m} = \sqrt{\sum_{i=1}^{i=4} E_r(i)^2}, \quad (6.16)$$

gdzie: $E_r(i)$ jest względnym błędem wyznaczenia granicy zmęczenia dla (i)-tego przypadku, $E_{r,m}$ jest modułem błędów względnych dla defektów sferycznych (cztery przypadki). Rysunki 6.37 i 6.38 przedstawiają otrzymane wartości estymatora $E_r(i)$ dla czterech defektów sferycznych, w zależności od wielkości pól $A_{ns,a}$ i $A_{n,c}$, odpowiednio dla oryginalnego i uogólnionego kryterium Mataka. Dla wielkości obszarów $A_{ns,a}$ i $A_{n,c}$ dążących



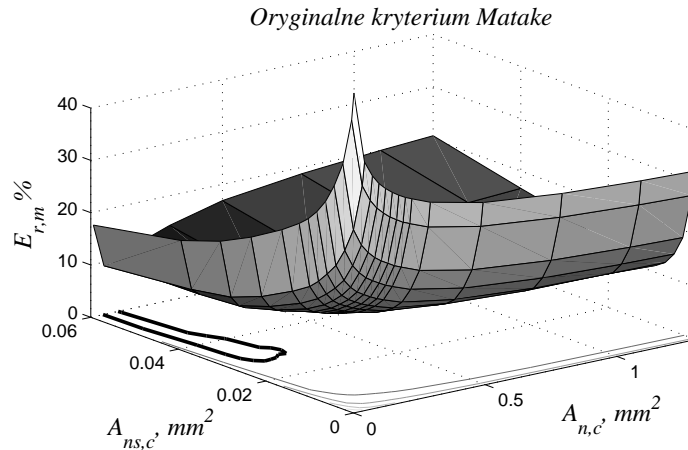
Rys. 6.37. Estymator E_r w funkcji różnych wielkości pól $A_{ns,c}$ i $A_{n,c}$ dla oryginalnego kryterium Mataka, wyznaczonego dla czterech rozmiarów defektów sferycznych dla wahadłowego rozciągania-ściskania

do zera (podejście lokalne), wartości estymatora błędów są największe. Cechą zmienną jest stabilizacja zmian estymatora $E_r(i)$ dla wzrastających



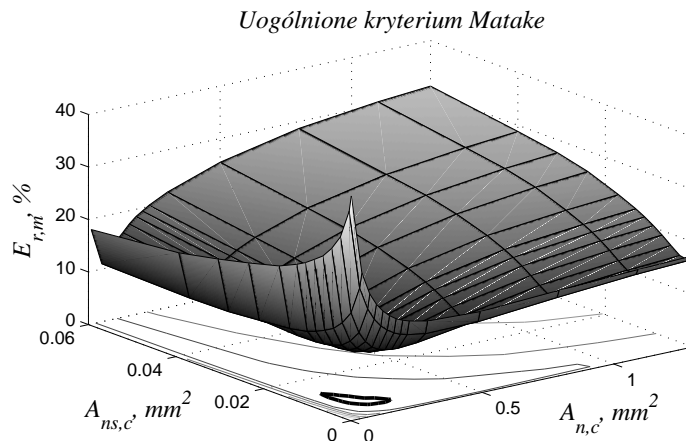
Rys. 6.38. Estymator E_r w funkcji różnych wielkości pól $A_{ns,c}$ i $A_{n,c}$ dla uogólnionego kryterium Matake, wyznaczonego dla czterech rozmiarów defektów sferycznych dla wahadłowego rozciągania-ściskania

pól $A_{ns,a}$ i $A_{n,c}$, co jest odzwierciedleniem stabilizacji wartości naprężeń wraz z odległością od defektu. Kończącą identyfikację parametrów metody płaszczyznowej dokonano na podstawie pierwiastka sumy kwadratów estymatora $E_r(i)$ dla defektu sferycznego przy wahadłowym rozciąganiu. Rysunki 6.39 i 6.40 przedstawiają mapy zmian otrzymanego estymatora $E_{r,m}$ dla dwóch analizowanych kryteriów (rów. (6.14) i (6.15)). Dla po-



Rys. 6.39. Estymator $E_{r,m}$ w funkcji różnych wielkości pól $A_{ns,c}$ i $A_{n,c}$ dla oryginalnego kryterium Mataka

dejścia lokalnego, tj. $A_{ns,c} \rightarrow 0$ i $A_{n,c} \rightarrow 0$, otrzymane estymatory $E_{r,m}$ osiągają wartość maksymalną (około 40%), co potwierdza, że maksymalne naprężenia nie mogą być użyte do określenia granicy zmęczenia materiału zawierającego defekty. W pewnych zakresach pól $A_{ns,c}$ i $A_{n,c}$ wartości estymatora $E_{r,m}$ zmieniają się nieznacznie dla obydwu analizowanych kryteriów. Pogrubioną izolinią na wykresach 6.39 i 6.40 zarysowano pola w przestrzeni $A_{ns,c} - A_{n,c}$, zawierające wartości estymatora $E_{r,m}$ poniżej 10%. Uogólnione kryterium Mataka (rys. 6.40) znacznie lepiej zawęża poszukiwania pól krytycznych. Zaznaczony pogrubioną izolinią obszar jest zamknięty, co pozwala na ściśle zdefiniowanie wielkości pól powierzchni krytycznych. Rysunki 6.39 i 6.40 wykazują, że wpływ naprężeń stycznych powinien być rozpatrywany w małym obszarze, ponieważ zmiany estymatora $E_{r,m}$ dla pól $A_{ns,c} > 0,04 \text{ mm}^2$ są pomijalnie małe, co oznacza jednorodne pole naprężeń stycznych. Z drugiej strony naprężenia normalne



Rys. 6.40. Estymator $E_{r,m}$ w funkcji różnych wielkości pól $A_{ns,c}$ i $A_{n,c}$ dla uogólnionego kryterium Mataka

zmieniają się znacznie, aż do $A_{n,c} = 0,2 \text{ mm}^2$ i z tego powodu powinny być one rozpatrywane w obszarze większym od $A_{ns,c}$. Najmniejsza wartość estymatora ($E_{r,m} = 9,1\%$), dla oryginalnego kryterium Mataka, została osiągnięta dla pary $A_{ns,c} = 0,06 \text{ mm}^2$ i $A_{n,c} = 0,06 \text{ mm}^2$. W kontekście postulatów zaprezentowanych w rozdziale 4 interesujące jest porównanie wielkości pól krytycznych z wielkością ziaren struktury badanej stali C36. Średnia wielkość ziarna perlitu w stali C36 wynosi $16 \mu\text{m}$ a ferrytu $22 \mu\text{m}$ [7]. Wielkości te odpowiadają następującym średnim wielkościom pól ziaren: $A_p = 0,0002 \text{ mm}^2$ (perlit) i $A_f = 0,00038 \text{ mm}^2$ (ferryt). Dla pola krytycznego o wielkości $A_{n,c} = 0,06 \text{ mm}^2$ wynika, że zajmuje ono około 298 ziaren ferrytu lub 158 ziaren perlitu. Wyznaczone wielkości pól są jednakowe, co nie jest zgodne z postawionym postulatem, że pole $A_{ns,c} \ll A_{n,c}$, a wielkość pola $A_{ns,c}$ powinna osiągnąć obszar co najwyżej kilkunastu ziaren. Warunki te spełnia uogólnione kryterium Mataka, dla którego najmniejsza wartości estymatora $E_{r,m}$ została osiągnięta dla pary pól: $A_{ns,c} = 0,0073 \text{ mm}^2$ (19-36 ziaren) i $A_{n,c} = 0,14 \text{ mm}^2$ (368-696 ziaren) i wynosiła 9,5%. Otrzymane, na podstawie tylko 4 przypadków próbek z defektami sferycznymi, wielkości pól krytycznych zostały użyte do wyznaczenia granicy zmęczenia pozostałych 7 próbek.

Analiza wyników obliczeń

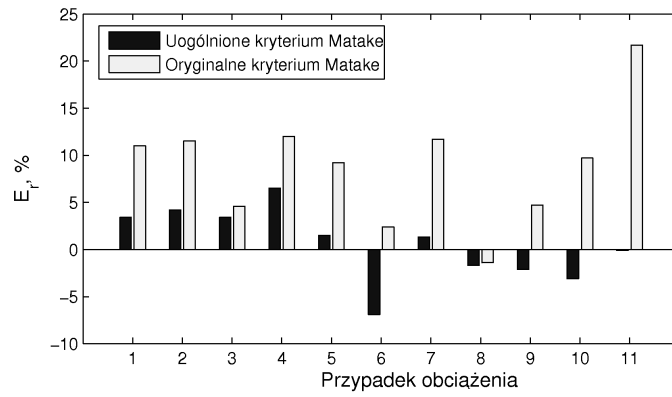
Obliczenie wartości naprężeń $\hat{\sigma}_n$ i $\hat{\tau}_{ns}$ na dwóch polach o różnej wielkości jest uproszczeniem, pozwalającym na uwzględnienie różnego wpływu gradientów naprężeń stycznych i normalnych na trwałość zmęczeniową. Uśredniane wielkości nie zależą od wybranego kryterium wielosiowego zmęczenia, co pozwala na zastosowanie tych wielkości w analizie różnych kryteriów. Ustalone wielkości pól powierzchni dla obydwu analizowanych kryteriów zostały użyte do wyznaczenia błędów $E_r(i)$ dla pozostałych przypadków obciążeń i defektów. Otrzymane wyniki są przedstawione w tabelach 6.13 i 6.14 oraz na rysunkach 6.41 i 6.42.

Postuluje się, że parametr $A_{ns,c}$ odzwierciedla zachowanie materiału w niewielkim obszarze (względem struktury materiału), gdzie obserwuje się inicjację pęknięć w płaszczyźnie maksymalnych naprężeń stycznych. Ponieważ takie zachowanie jest związane z pokonywaniem mikro-mezo barier, jak granice ziaren, wielkość pola $A_{ns,c}$ może być związana z wielkością ziaren struktury materiału.

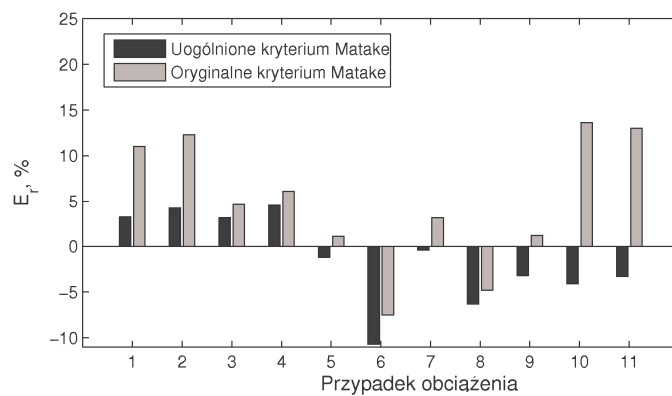
Parametr $A_{n,c}$, używany do uśredniania naprężeń normalnych opisuje wpływ naprężeń normalnych na proces inicjacji w płaszczyźnie $A_{ns,c}$ oraz odporność materiału na propagację pęknięcia. Pole powierzchni $A_{ns,c}$ określa wymiar krytyczny, związany z materiałem, w którym naprężenia normalne współdziałają w formowaniu wielkości progowej pęknięcia nie-propagującego.

Tabele 6.13 i 6.14 zawierają również informację o lokalizacji punktu krytycznego („hot spot”), tj. punktu gdzie ekwiwalentna wartość naprężenia $\tau_{eq,a}$ (równanie (6.14) lub (6.15)) jest największa. Położenie tego punktu jest opisane przez promień r_0 , który określa odległość między wyznaczonym punktem a środkiem defektu (rys. 6.36). Położenie punktu krytycznego zmienia się w zależności od kształtu i wielkości defektu. W przypadku testów przy wahadłowym rozciąganiu-ściskaniu (lp. 1-7, tab. 6.13 i 6.14) położenie punktu krytycznego jest identyczne dla obu analizowanych kryteriów, bez względu na kształt i wielkość defektu. Odmienna sytuacja jest w przypadku skręcania (lp. 8-10, tab. 6.13 i 6.14) i kombinacji skręcania z rozciąganiem-ściskaniem (lp. 11, tab. 6.13 i 6.14), gdzie położenie punktu krytycznego zależy od kryterium wielosiowego zmęczenia.

Analiza położenia punktu krytycznego jest istotna, ponieważ decyduje o lokalizacji obszaru, służącego do wyznaczenia granicy zmęczenia. Jak przedstawiono powyżej, położenia punktu krytycznego zależą od wyboru



Rys. 6.41. Estymatory E_r dla wszystkich przypadków obciążenia (tab. 6.13), ustalone dla $A_{ns,c} = 0,0073 \text{ mm}^2$, $A_{n,c} = 0,14 \text{ mm}^2$



Rys. 6.42. Estymatory E_r dla wszystkich przypadków obciążenia (tab. 6.14), ustalone dla $A_{ns,c} = 0,06 \text{ mm}^2$, $A_{n,c} = 0,06 \text{ mm}^2$

Tabela 6.13.

Estymatory błędu E_r dla $A_{ns,c} = 0,0073 \text{ mm}^2$, $A_{n,c} = 0,14 \text{ mm}^2$ oraz położenie punktu krytycznego

Lp.	$A_{ns,c} = 0,0073 \text{ mm}^2$ $A_{n,c} = 0,14 \text{ mm}^2$			
	Uogólnione kryterium Matake		Oryginalne kryterium Matake	
	$E_r, \%$	$r_0, \text{ mm}$	$E_r, \%$	$r_0, \text{ mm}$
1	3,4	0,012	11,0	0,000
2	4,2	0,054	11,5	0,054
3	3,4	0,000	4,6	0,000
4	6,5	0,046	12,0	0,046
5	1,5	0,067	9,2	0,067
6	-6,9	0,096	2,4	0,096
7	1,3	0,620	11,7	0,620
8	-1,7	0,010	-1,4	0,090
9	-2,1	0,037	4,7	0,292
10	-3,1	0,181	9,7	0,616
11	-0,1	0,236	21,7	0,286
$\sqrt{\sum_{i=1}^{11} E_r(i)^2} :$	12,31		35,14	

kryterium wieloosiowego zmęczenia, który jest jednym z najważniejszych punktów obliczeń zmęzeniowych.

Interesującą rzeczą jest sprawdzenie wyników otrzymanych przy założeniu, że wielkości pól $A_{ns,c}$ i $A_{n,c}$ są równe, co jest klasycznym przypadkiem, pozwalającym na uśrednianie nie dwóch składowych naprężeń (stycznych i normalnych), ale już samego naprężenia ekwiwalentnego. Takie podejście zostało zweryfikowane dla $A_{ns,c} = A_{n,c} = 0,06 \text{ mm}^2$, a wyniki przedstawiono na rysunku 6.42. Otrzymane wyniki dla obu analizowanych kryteriów, są gorsze od wyników dla odmiennych wielkości pól powierzchni $A_{ns,c}$ i $A_{n,c}$. Dla oryginalnego kryterium Matake moduł estymatora E_r dla wszystkich 11 przypadków wynosił 27,86% (tab. 6.14), a dla uogólnionego kryterium 15,85%.

Podsumowanie

Zaproponowana metoda uśredniania nierównomiernych rozkładów naprężeń stycznych i normalnych oraz jej zastosowanie do wyznaczenia granicy zmęczenia przy użyciu uogólnionego kryterium Matake okazało się

Tabela 6.14.

Estymatory błędu E_r dla $A_{ns,c} = 0,06 \text{ mm}^2$, $A_{n,c} = 0,06 \text{ mm}^2$ oraz położenie punktu krytycznego

Lp.	$A_{ns,c} = 0,06 \text{ mm}^2$ $A_{n,c} = 0,06 \text{ mm}^2$			
	Uogólnione kryterium Matake		Oryginalne kryterium Matake	
	$E_r, \%$	$r_0, \text{ mm}$	$E_r, \%$	$r_0, \text{ mm}$
1	3,2	0,000	11,0	0,000
2	4,2	0,054	12,3	0,054
3	3,1	0,135	4,6	0,000
4	4,5	0,076	6,1	0,076
5	-1,2	0,035	1,1	0,067
6	-10,7	0,252	-7,5	0,252
7	-0,4	0,620	3,1	0,577
8	-6,3	0,021	-4,8	0,069
9	-3,2	0,037	1,2	0,292
10	-4,1	0,090	13,6	0,614
11	-3,3	0,180	13,0	0,276
$\sqrt{\sum_{i=1}^{i=11} E_r(i)^2} :$	15,85		27,86	

efektywne dla analizowanych wyników badań. W przypadku braku wystarczających danych eksperymentalnych wielkość pola $A_{ns,c}$ może być określona na podstawie średniej wielkości ziaren struktury materiału. Wielkość pola $A_{n,c}$ znacznie przekracza rozmiar pola $A_{ns,c}$, co oznacza, że wielkość ziarna w tym przypadku jest mniej istotna, a o wielkości tego pola decydują inne właściwości materiału. Następne badania eksperymentalne pozwoliły na wysunięcie bardziej sprecyzowanych wniosków, dotyczących wielkości pola wpływu naprężeń normalnych $A_{n,c}$.

6.3.2. Próbkę typu diabolo ze stali 18G2A

W wyniku badań eksperymentalnych próbek typu diabolo, wykonanych ze stali 18G2A, uzyskano trwałości eksperymentalne N_{exp} dla różnych kombinacji przebiegów momentów sił gnących $M_g(t)$ i skręcających $M_s(t)$. Ze względu na złożony stan obciążenia, efektywność metody płaszczyznowej analizowano dla różnych kryteriów wieloosiowego zmęczenia materiału:

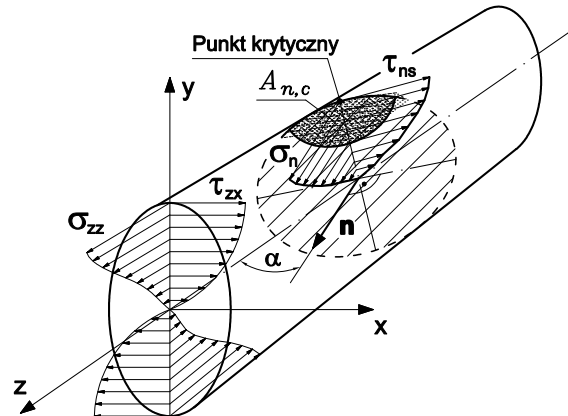
- kryterium maksymalnego naprężenia normalnego (paragraf 2.1),
- kryterium Findleya (paragraf 2.4),

- kryterium Fatemiego-Sociego (paragraf 2.8),
- kryterium Mataka (paragraf 2.5),
- kryterium dwuparametrowe (paragraf 2.9).

Analizowane dane eksperymentalne dotyczą naprężeń w skali makroskopowej (próbki gładkie) i z tego względu proces uśredniania na powierzchni krytycznej $A_{ns,c}$ w obrębie kilku-kilkunastu ziaren jest zbyteczny. Zmienność naprężeń stycznych (odkształceń postaciowych) w obszarze kilkunastu ziaren jest pomijalnie mała. Tylko przebiegi naprężenia normalnego $\sigma_n(t, x, y, z)$ będą podlegały procesowi uśredniania. Do wyznaczenia naprężenia (lub odkształcenia dla kryterium Fatemiego-Sociego) ekwiwalentnego posłużono się metodą płaszczyznową, opisaną równaniem (4.1b) i funkcją wagową (4.4b). W pracy [52] wysunięto hipotezę, że pole powierzchni uśredniania naprężeń normalnych może być powiązane z zastosowaną definicją zniszczenia materiału, co nie wyklucza powiązań z właściwościami materiału. Badania próbki typu diabolo przerywano, jeśli sztywność próbki na zginanie spadła o około 30%. Dalsze badania prowadziły do gwałtownego spadku sztywności związanego z niestabilnym wzrostem pęknięcia zmęczeniowego. W przypadku materiałów charakteryzujących się mniejszymi odkształceniami plastycznymi, niestabilny wzrost pęknięcia rozpoczyna się wcześniej niż przy 30% spadku sztywności, co oznacza mniejsze pole pęknięcia zmęczeniowego. Za spadek sztywności na zginanie odpowiada pojawienie się pęknięcia, którego rzut pola na płaszczyznę xy (rys. 6.43) osiągnie odpowiednią wartość. Zhixue [149] wykazał, że kształt pęknięcia dla próbek o identycznym kształcie jak analizowane, jest elipsoidą o zmiennym, wraz ze wzrostem pęknięcia, stosunku długości osi. Stosunek podwojonej głębokości pęknięcia do długości pęknięcia na powierzchni, dla stali węglowej zmieniał się od 0,6 do 1,3. W obliczeniach przyjęto, że pole pęknięcia ma stały stosunek długości osi równy 1 (kształt kołowy). Rzut pola $A_{n,c}$ na płaszczyznę xy będzie kontrolowany w trakcie obliczeń zmęczeniowych. Wielkość tego pola jest związana z polem $A_{n,c}$ przez orientację płaszczyzny krytycznej, opisanej kątem α (rys. 6.43) poprzez prosty związek $A_{n,c} = A'_{n,c} / \cos(\alpha)$, gdzie $A'_{n,c}$ jest rzutem pola $A_{n,c}$ na płaszczyznę xy . Poszukiwany kąt α znajduje się w zakresie od -45° do 45° , co nieznacznie zmienia wartość pola $A_{n,c}$ względem pola $A'_{n,c}$.

Implementacja metody

Zastosowanie proponowanej metody płaszczyznowej w przypadku próbek cylindrycznych gładkich nie wymaga iteracyjnego powiększania pola



Rys. 6.43. Położenie i orientacja płaszczyzny krytycznej dla próbek cylindrycznych poddanych zginaniu ze skręcaniem

$A_{n,c}$, jak ma to miejsce w przypadku próbek z defektami (paragraf 6.3.1). Istnieje analityczny związek między rozmiarem pola $A_{n,c}$ o kształcie kołowym a jego promieniem r . Znalezienie tej zależności wymaga w pierwszym kroku, obliczenia punktu wspólnego (x_0, y_0) krawędzi pola $A_{n,c}$ o promieniu r_p z elipsą jaka zakreśla przecięcie się powierzchni próbki cylindrycznej z brzegiem pola $A_{n,c}$, nachylonego względem osi próbki z o kąt α (rys. 6.43). Zależność ta przedstawia się następująco

$$\begin{aligned} x_0^2(1 - \cos^2(\alpha)) - 2R_p\sqrt{R_p^2 - \cos^2(\alpha)x_0^2} + 2R_p^2 - r^2 &= 0, \\ y_0 &= \sqrt{R_p^2 - \cos^2(\alpha)x_0^2}, \end{aligned} \quad (6.17)$$

gdzie R_p jest promieniem próbki. Po zlokalizowaniu punktu (x_0, y_0) , obliczenie rozmiaru pola $A_{n,c}$ nie nastęrcza trudności [13]. Płaszczyzna krytyczna jest prostopadła do powierzchni próbki z uwagi na fakt, że wszystkie pęknięcia rozpoczynały się na powierzchni próbki; gdzie wartość naprężeń promieniowych jest równa zero, a dominującą rolę spełniają naprężenia obwodowe i osiowe. Dla danego położenia płaszczyzny krytycznej określonej wektorem \mathbf{n} , należy obliczyć wartości naprężeń (odkształceń) normalnych w każdym punkcie leżącym w polu $A_{n,c}$. Wartości naprężeń w przekroju próbki są wyznaczone względem biegunowego układu współrzędnych (rys. 6.28), co wymaga wstępnej transformacji do układu globalnego, a następnie do układu związanego z płaszczyzną krytyczną. Transformacja została

przedstawiona w dodatku A. Ostatecznie naprężenie normalne σ_n , względem lokalnego układu współrzędnych, opisane jest równaniem

$$\sigma_n(t, \varphi, \rho) = \tau_{z\varphi}(t, \varphi, \rho) \sin 2\alpha \sin \varphi + \sigma_{zz}(t, \varphi, \rho) \cos^2 \alpha. \quad (6.18)$$

Podobnej transformacji ulegają naprężenia styczne

$$\tau_{ns}(t, \varphi, \rho) = \tau_{z\varphi}(t, \varphi, \rho) \cos 2\alpha \sin \varphi - \frac{1}{2} \sigma_{zz}(t, \varphi, \rho) \sin 2\alpha. \quad (6.19)$$

Jednak, w przypadku naprężeń stycznych interesują nas tylko wartości w punkcie $\varphi = 90^\circ$, $\rho = R_p$. Poszukiwanie płaszczyzny krytycznej odbywało się z dokładnością 1° , a cykl obciążenia był dzielony na 50 punktów, co daje częstotliwość próbkowania równą 2000 Hz. Proces całkowania numerycznego przeprowadzono w środowisku MATLAB z wykorzystaniem adaptacyjnej procedury Simpsona. Z uwagi na obciążenia nieproporcjonalne, proces całkowania musiał zostać wykonany dla każdej wyróżnionej zmiennej czasowej cyklu obciążenia, co pozwoliło na prawidłowe wyliczenie zredukowanych przebiegów naprężeń (odkształceń) normalnych $\hat{\sigma}_n(t)$. W celu zredukowania czasu obliczeń, płaszczyzna krytyczna była poszukiwana na podstawie przebiegów naprężeń (odkształceń) dla $\varphi = 90^\circ$ i $\rho = R_p$. Zredukowane przebiegi naprężeń $\hat{\sigma}_n(t)$, odkształceń normalnych $\hat{\varepsilon}_n(t)$ oraz naprężeń stycznych $\tau_{ns}(t)$ lub odkształceń postaciowych $\gamma_{ns}(t)$ pozwoliły na obliczenie trwałości zmęczeniowej N_{cal} , według kilku wspomnianych kryteriów wieloosiowego zmęczenia.

Identyfikacja parametrów

Jedynym parametrem, wprowadzonym przez metodę płaszczyznową, koniecznym do przeprowadzenia obliczeń zmęczeniowych jest wielkość pola powierzchni $A_{n,c}$. Na wstępie niniejszego rozdziału wspomniano, że wielkość $A_{n,c}$ może być związana z wielkością pola pęknięcia zmęczeniowego, uzyskaną w stabilnym okresie wzrostu pęknięcia. Zanotowany spadek sztywności próbki na zginanie (EI_x) to 30%. Przyjmując kształt kołowy pola pęknięcia rozchodzącego się z punktu krytycznego (rys. 6.43), 30% spadek sztywności na zginanie odpowiada zmniejszeniu wartości momentu bezwładności I_x względem osi x również o 30%, co po przeprowadzeniu obliczeń jest tożsame z polem o powierzchni $A'_{n,c} = 4,17 \text{ mm}^2$. Jakkolwiek, w celu analizy wpływu wielkości pola $A_{n,c}$ na trwałość zmęczeniową, obliczenia przeprowadzono w szerokim zakresie zmienności pola $A_{n,c}$. Do

określenia wpływu wielkości pola $A_{n,c}$ zastosowano następujące estymatory błędów obliczania trwałości zmęczeniowej:

$$E_r^{(i)} = \log \frac{N_{cal}^{(i)}}{N_{exp}^{(i)}}, \quad E_m = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n E_r^{(i)}, \quad E_{std} = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (E_r^{(i)} - E_m)^2}, \quad (6.20)$$

$$E_{eq} = \sqrt{E_m^2 + E_{std}^2}, \quad (6.21)$$

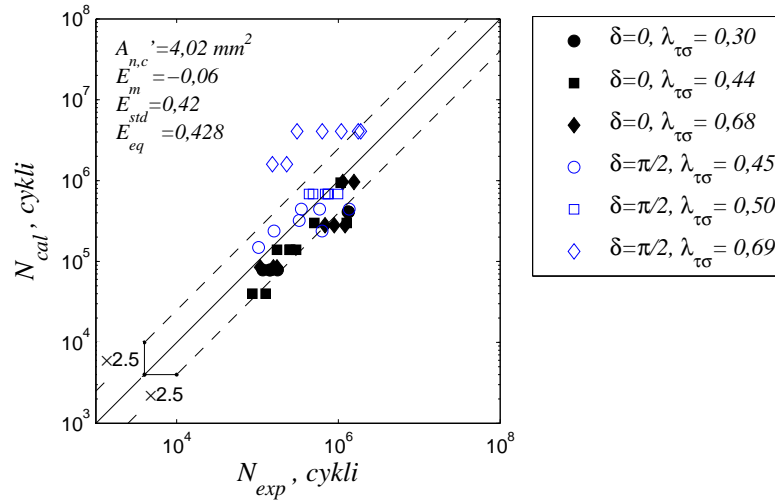
gdzie indeks górny (i) oznacza kolejną próbkę, a n jest liczbą przetestowanych próbek ($n = 43$). Estymator E_m określa ogólną orientację punktów w przestrzeni $N_{exp} - N_{cal}$. Jeżeli $E_m > 0$, to trwałości obliczeniowe są statystycznie większe od eksperymentalnych (stan niebezpieczny). Zerowa wartość parametru E_m nie oznacza jednak idealnej zgodności wyników. Drugim ważnym parametrem jest odchylenie standardowe estymatora E_r , oznaczone przez E_{std} . Parametr E_{std} wyznacza rozproszenie wyników obliczeniowych. Obydwa parametry, tj. E_m i E_{std} zostały użyte do wyznaczenia ekwiwalentnego parametru dopasowania E_{eq} . Ocenia się, że najlepsza zgodność trwałości eksperymentalnej N_{exp} z trwałością obliczeniową N_{cal} jest odzwierciedlana minimalną wielkością estymatora E_{eq} . Opisane estymatory zastosowano między innymi w pracach [55, 66].

Analiza wyników obliczeń

Poniżej przedstawiono wyniki obliczeń trwałości zmęczeniowej na podstawie pięciu kryteriów wieloosiowego zmęczenia materiału. Naprężenie lub odkształcenie ekwiwalentne obliczono na podstawie zależności przedstawionych w rozdziale 2, dla których przebiegi naprężeń (odkształceń) normalnych wyznaczono metodą płaszczyznową. Obliczenia dokonano dla różnych wielkości pola $A'_{n,c}$, porównując otrzymane estymatory (6.20) i (6.21) dla różnych kryteriów.

Kryterium maksymalnego naprężenia normalnego

Na rysunku 6.44 przedstawiono porównanie trwałości zmęczeniowej eksperymentalnej N_{exp} z obliczeniową N_{cal} dla przykładowej wielkości pola $A'_{n,c} = 4,02 \text{ mm}^2$. Na rysunku 6.44 zamieszczono następujące trzy linie: linia ciągła to idealna zgodność trwałości zmęczeniowej $E_r^{(i)} = 0$ dla każdego (i); linie przerywane oznaczają współczynnik rozrzutu trwałości $S = 2, 5$. Wybrano taką wartość współczynnika rozrzutu z uwagi na maksymalny rozrzut wyników eksperymentalnych N_{exp} dla jednego poziomu obciążenia



Rys. 6.44. Porównanie trwałości zmęczeniowej eksperymentalnej N_{exp} z obliczeniową N_{cal} w podejściu nielokalnym i kryterium maksymalnego naprężenia normalnego dla $A'_{n,c} = 4,02 \text{ mm}^2$

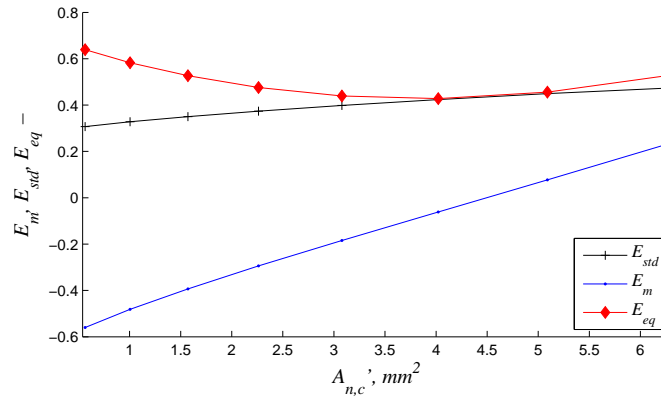
(poziom 15 w tabeli 6.9). Współczynnik rozrzutu dla danego poziomu obciążenia wyznaczono z następującej zależności

$$S = 10^{(\log N_{min} - \log N_{max})/2}, \quad (6.22)$$

gdzie: N_{min} , N_{max} oznaczają odpowiednio najmniejszą i największą trwałość eksperymentalną, uzyskaną dla danego poziomu obciążenia. Rysunek 6.44 zawiera również wartości estymatorów (6.20) i (6.21) uzyskanych dla pola $A'_{n,c} = 4,02 \text{ mm}^2$.

Analizowane kryterium dobrze spisuje się dla poziomów obciążenia od 1 do 14 (tab. 6.9). Zawyżone trwałości obliczeniowe otrzymano dla obciążeń nieproporcjonalnych, przy największym udziale amplitud momentu skracającego $\lambda_M = M_{s,a}/M_{g,a} = 1,42$, co odpowiada ilorazowi naprężeń lokalnych dla punktu $\varphi = 90^\circ$, $\rho = R$: $\lambda_{\tau\sigma} = \tau_{zx,a}/\sigma_{zz,a} = 0,69$. Przesunięcie (zmniejszenie) trwałości obliczeniowych N_{cal} dla poziomu 15 i 16 wiąże się ze zmniejszeniem pola $A'_{n,c}$, ale konsekwencją tego działania jest przesunięcie również pozostałych punktów $N_{cal}^{(i)}$. Otrzymany estymator E_m zmniejsza swoją wartość oddalając się od wartości zerowej, gdzie poziom rozproszenia wyników E_{std} jest utrzymany, a nawet ulega powiększeniu.

Opisywany efekt jest zobrazowany na rysunku 6.45. W efekcie, estymator

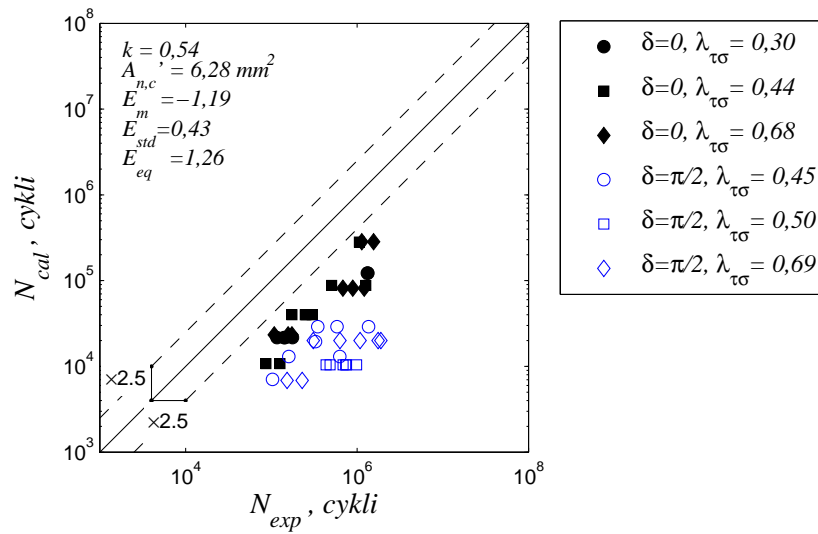


Rys. 6.45. Rozkład wartości estymatorów E_m , E_{std} , E_{eq} trwałości zmęczeniowej, otrzymanej za pomocą kryterium maksymalnego naprężenia normalnego dla próbek typu diabeło ze stali 18G2A w funkcji pola $A'_{n,c}$

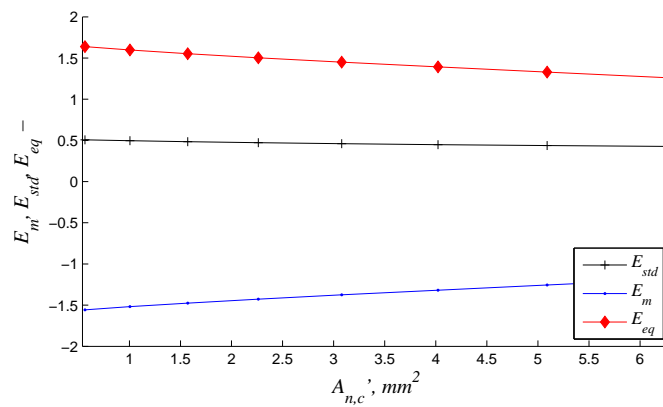
ekwiwalentny E_{eq} osiąga minimum dla $A'_{c,n} \approx 4,5 \text{ mm}^2$, ale przy znacznym estymatorze rozrzutu $E_{std} \approx 0,43$.

Kryterium Findleya

W następnej kolejności analizowano kryterium Findleya. Z uwagi na trudności w ustaleniu wartości współczynnika wpływu naprężenia normalnego k , do wstępnych rozważań przyjęto wartość współczynnika k według definicji Mataka, czyli $k = 2\tau_{af}/\sigma_{af} - 1$, co dla stali 18G2A daje wartość $k = 0,54$. Przykładowy rozkład trwałości eksperymentalnych N_{exp} na tle trwałości obliczeniowych N_{cal} uzyskanych dla pola $A'_{n,c} = 6,28 \text{ mm}^2$, przedstawiono na rysunku 6.46. Osiągnięte trwałości N_{cal} są znacznie zaniżone: $E_m = -1,19$. Zwiększenie trwałości N_{cal} można uzyskać przy zwiększaniu pola $A_{n,c}$, ale wielkość pola $A'_{n,c} = 6,28 \text{ mm}^2$ odpowiada głębokości pęknięcia około $2,0 \text{ mm}$ przy promieniu próbki $R_p = 3,25 \text{ mm}$, co jest wielkością znaczną. Kryterium Findleya charakteryzuje się słabą wrażliwością na wielkość pola $A'_{n,c}$, co przedstawia rysunek 6.47. Nawet dla największych wartości pól $A'_{n,c}$ uzyskano dużo zaniżone trwałości obliczeniowe oraz duży rozrzut wyników $E_{std} \approx 0,43$. Kolejne analizy przeprowadzono przy $k = 0,2$, dla którego uzyskano znacznie lepsze wartości estymatorów. Rysunek 6.48 przedstawia porównanie trwałości dla $k = 0,2$

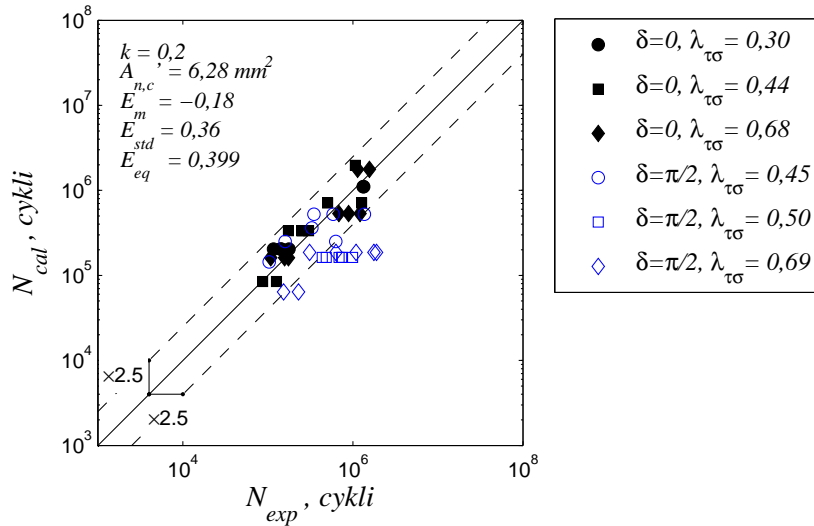


Rys. 6.46. Porównanie trwałości zmęczeniowej eksperymentalnej N_{exp} z obliczeniową N_{cal} w podejściu nielokalnym i kryterium Findleya ($k = 0,54$) dla $A'_{n,c} = 6,28 \text{ mm}^2$



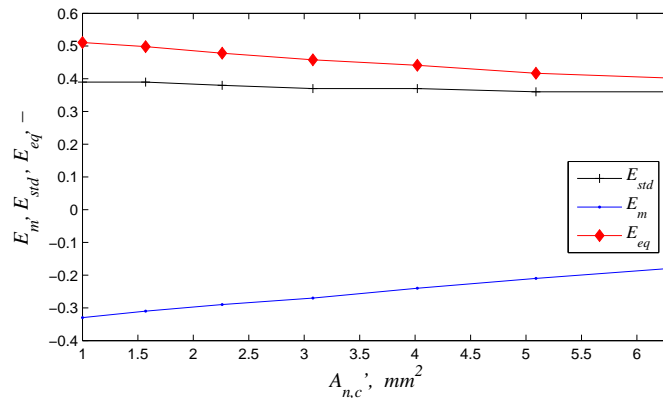
Rys. 6.47. Rozkład wartości estymatorów E_m , E_{std} , E_{eq} trwałości zmęczeniowej otrzymanej za pomocą kryterium Findleya ($k = 0,54$) dla próbek typu diabeł ze stali 18G2A w funkcji pola $A'_{n,c}$

i $A'_{n,c} = 6,28 \text{ mm}^2$. Tylko próbki o poziomie obciążenia 15 i 16 (tab.

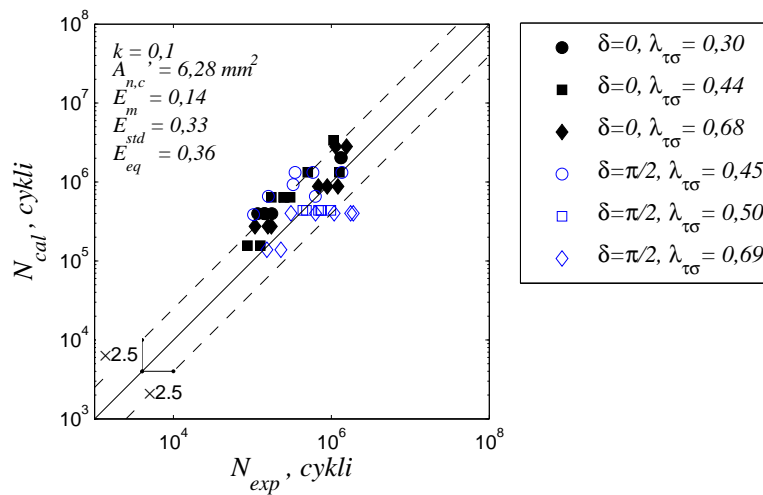


Rys. 6.48. Porównanie trwałości zmęczeniowej eksperymentalnej N_{exp} z obliczeniową N_{cal} w podejściu nielokalnym i kryterium Findleya ($k = 0, 20$) dla $A'_{n,c} = 6, 28 \text{ mm}^2$

6.9), tj. dla $\lambda_M = M_{s,a}/M_{g,a} = 1,42$ wykazały zaniżoną trwałość zmęczeniową. Z tego powodu estymator E_m jest ujemny i wynosi $-0,18$, przy $E_{std} = 0,36$. Wartość estymatora ekwiwalentnego uległa pomniejszeniu z wartości $E_{eq} = 1,26$ do $E_{eq} = 0,399$, co jest znaczną poprawą wyników. Rysunek 6.49 przedstawia wpływ wielkości pola $A'_{n,c}$ dla $k = 0,2$. Uzyskując lepsze wyniki dla mniejszej wartości współczynnika k , postanowiono zbadać efektywność kryterium Findleya dla $k = 0,1$, przy tym samym polu $A'_{n,c} = 6,28 \text{ mm}^2$. Otrzymane wyniki zaprezentowano na rysunku 6.50. Zmniejszając wielkość k do $0,1$ poprawiono zgodność trwałości N_{exp} z N_{cal} . Wartość estymatora ekwiwalentnego osiągnęła wartość $E_{eq} = 0,36$. Wielkość ta nie prezentuje zgodności akceptowalnej, punkty w przestrzeni $N_{exp} - N_{cal}$ wciąż wychodzą poza pasmo rozrzutu 2,5. Jakkolwiek zmiana współczynnika k lub $A'_{n,c}$ nie poprawi osiągniętej zgodności. Otrzymane wyniki są lepsze od wyników osiągniętych dla kryterium maksymalnego naprężenia normalnego, ale wciąż budzą zastrzeżenia.



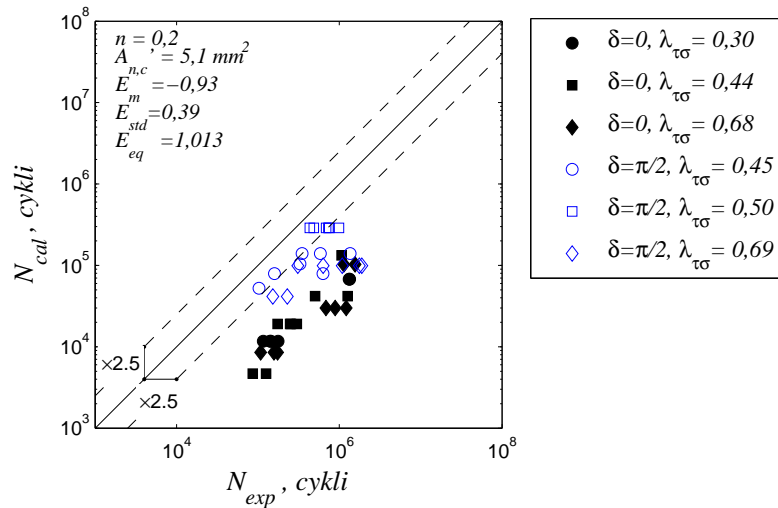
Rys. 6.49. Rozkład wartości estymatorów E_m , E_{std} , E_{eq} trwałości zmęczeniowej, otrzymanej za pomocą kryterium Findleya ($k = 0, 2$) dla próbek typu diabolo ze stali 18G2A w funkcji pola $A'_{n,c}$



Rys. 6.50. Porównanie trwałości zmęczeniowej eksperymentalnej N_{exp} z obliczeniową N_{cal} w podejściu nielokalnym i kryterium Findleya ($k = 0, 1$) dla $A'_{n,c} = 6,28 \text{ mm}^2$

Kryterium Fatemiego-Sociego

Do wstępnej analizy kryterium Fatemiego-Sociego przyjęto współczynnik wpływu odkształcenia normalnego $n = 0,2$. Osiągnięte rezultaty dla $A'_{n,c} = 5,1 \text{ mm}^2$ przedstawiono na rysunku 6.51. Wszystkie uzyskane trwałości są zaniżone, $E_m = -0,93$. Kryterium Fatemiego-Sociego jest wyjątkowo

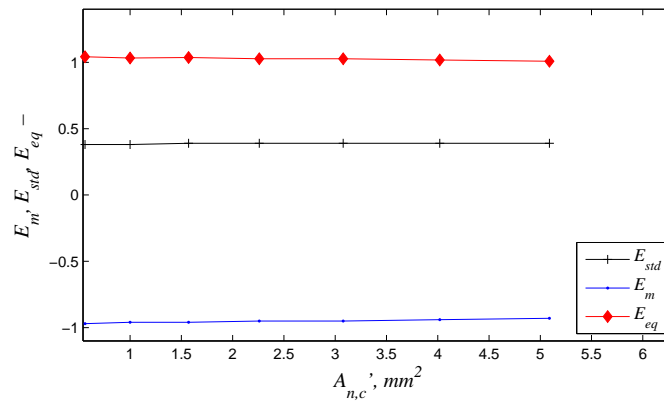


Rys. 6.51. Porównanie trwałości zmęczeniowej eksperymentalnej N_{exp} z obliczeniową N_{cal} w podejściu nielokalnym i kryterium Fatemiego-Sociego dla $A'_{n,c} = 5,1 \text{ mm}^2$ i $n = 0,2$

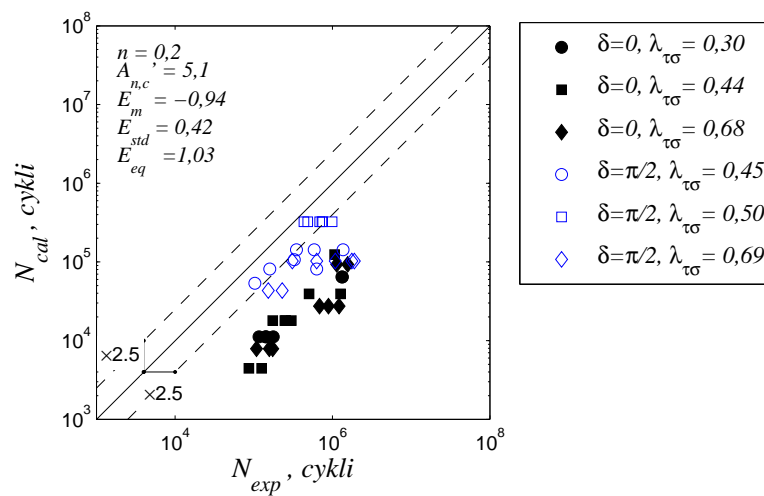
niewrażliwe na wielkość pola $A'_{n,c}$, co przedstawia rysunek 6.52. Podobnie jak dla kryterium Findleya, zmniejszono wartość współczynnika wpływu składowej normalnej, tj. w tym przypadku stałej n . Otrzymane wyniki dla $n = 0,10$ (rys. 6.51) świadczą o tym, że kryterium Fatemiego-Sociego jest również mało wrażliwe na wartość współczynnika n . Kryterium Fatemiego-Sociego w analizowanym przypadku wykazało się bardzo słabą efektywnością w estymowaniu trwałości zmęczeniowej.

Kryterium Mataka

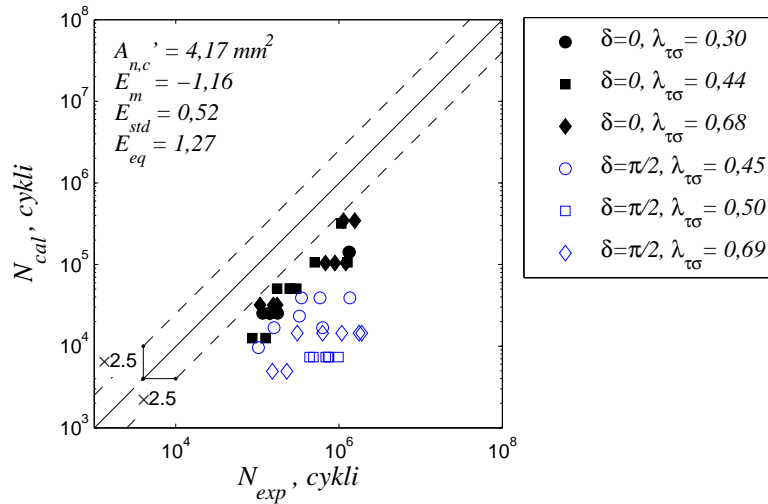
Rysunek 6.54 przedstawia porównanie trwałości N_{exp} z N_{cal} dla kryterium Mataka przy wielkości pola $A'_{n,c} = 4,17 \text{ mm}^2$. Dla kryterium Mataka wartość współczynnika wpływu naprężenia normalnego jest ustalona i wynosi $k = 0,54$. Uzyskane trwałości zmęczeniowe N_{cal} są dużo zaniżone w sto-



Rys. 6.52. Rozkład wartości średniego estymatora błędu E_m trwałości zmęczeniowej, otrzymanej za pomocą kryterium Fatemiego-Sociego ($n = 0, 2$) dla próbek typu diabolo ze stali 18G2A w funkcji pola $A'_{n,c}$



Rys. 6.53. Porównanie trwałości zmęczeniowej eksperymentalnej N_{exp} z obliczeniową N_{cal} w podejściu nielokalnym i kryterium Fatemiego-Sociego dla $A'_{n,c} = 5,1 \text{ mm}^2$ i $n = 0, 1$

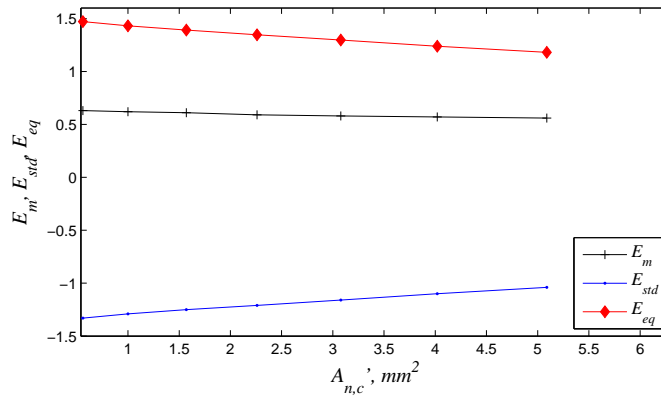


Rys. 6.54. Porównanie trwałości zmęczeniowej eksperymentalnej N_{exp} z obliczeniową N_{cal} w podejściu nielokalnym i kryterium Mataka dla $A'_{n,c} = 4,17 \text{ mm}^2$

sunku do trwałości N_{exp} . Otrzymana wartość estymatora E_m to aż $-1,16$, przy $E_{std} = 0,52$. Podwyższenie trwałości N_{cal} można uzyskać jedynie poprzez zwiększenie pola uśredniania $A'_{n,c}$, co w niewielkim stopniu poprawiło zgodność wyników. Wpływ wielkości pola $A'_{n,c}$ na wartości estymatorów E_m , E_{std} i E_{eq} przedstawia rysunek 6.55.

Kryterium dwuparametrowe

Przeanalizowane powyżej kryteria wieloosiowego zmęczenia świadczą o tym, że kryteria bazujące na płaszczyźnie krytycznej, opartej na drugim sposobie pęknięcia (Moda II), są nieefektywne dla analizowanych obciążeń próbek wykonanych ze stali 18G2A. Jedynie kryterium Findleya daje w miarę poprawne wyniki, ale w tym kryterium orientacja płaszczyzny krytycznej nie jest zgodna z płaszczyzną o maksymalnych naprężeniach stycznych. Kryterium maksymalnego naprężenia normalnego bardzo dobrze spisuje się dla przypadków od 1 do 14 (tab. 6.9). Jedynie dla przypadków 15 i 16, o większym udziale naprężeń stycznych, kryterium to jest nieefektywne. Otrzymane wyniki dały podstawę do zastosowania kryterium dwuparametrowego (paragraf 2.9), gdzie wielkość miary uszkodzenia (D_σ lub D_τ)

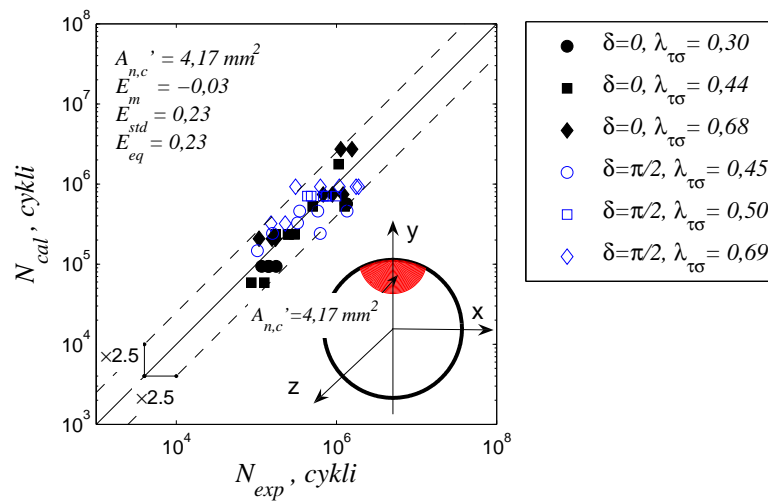


Rys. 6.55. Rozkład wartości estymatorów E_m , E_{std} , E_{eq} trwałości zmęczeniowej, otrzymanej za pomocą kryterium Mataka dla próbek typu diabeło ze stali 18G2A w funkcji pola $A'_{n,c}$

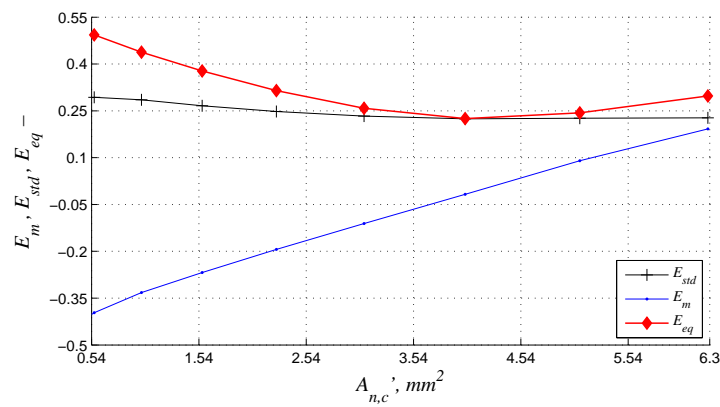
uzyskana dla dwóch sposobów pękania decyduje o zastosowanym parametrze do końcowych obliczeń trwałości zmęczeniowej. Porównanie trwałości zmęczeniowej N_{exp} i N_{cal} , uzyskane dla kryterium dwuparametrowego przy $A'_{n,c} = 4,17 mm^2$, przedstawia rysunek 6.56. Spośród 16 poziomów obciążenia tylko poziomy 15 i 16 charakteryzują się trwałością zmęczeniową wyznaczoną według naprężenia stycznego. W pozostałych przypadkach większy stopień uszkodzenia uzyskano dla maksymalnego naprężenia normalnego. Wybór wielkości pola $A'_{n,c} = 4,17 mm^2$ nie jest przypadkowy. Wielkość ta odpowiada za spadek sztywności na zginanie o 30%. Dokładna analiza wpływu wielkości pola $A'_{n,c}$ na wartości estymatorów E_m , E_{std} i E_{eq} przedstawia rysunek 6.57. Najmniejszą wartość estymatora ekwiwalentnego E_{eq} uzyskano dla pola $A'_{n,c} \approx 4,0 mm^2$, co jest wielkością zbliżoną do oczekiwanej $A'_{n,c} = 4,17 mm^2$. Wartość $E_{eq} = 0,23$ jest wielkością zdecydowanie najmniejszą spośród wszystkich otrzymanych dla poprzednich kryteriów.

Podsumowanie

Zaniżone trwałości obliczeniowe N_{cal} uzyskane za pomocą kryterium Mataka mogą sugerować, że należy przeprowadzić proces uśredniania również dla naprężeń stycznych $\tau_{ns}(t)$, jakkolwiek jest to niezgodne z postulatami postawionymi w budowie metody płaszczyznowej. Taki wariant został zweryfikowany. Na rysunku 6.58 przedstawiono rozkład estymatora E_m

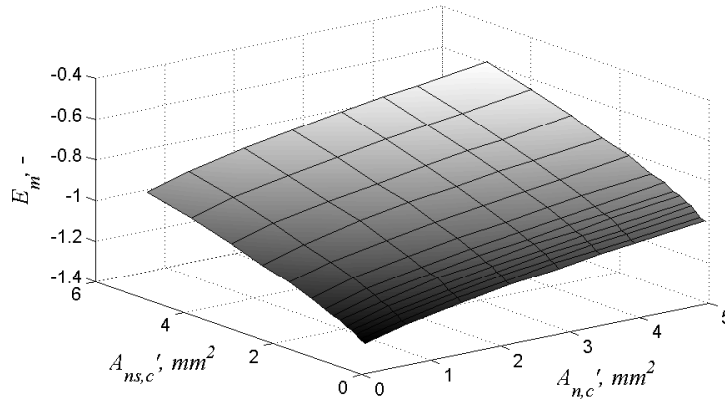


Rys. 6.56. Porównanie trwałości zmęczeniowej eksperymentalnej N_{exp} z obliczeniową N_{cal} w podejściu nielokalnym i dwuparametrowego kryterium dla $A'_{n,c} = 4,17 \text{ mm}^2$



Rys. 6.57. Rozkład wartości estymatorów E_m, E_{std}, E_{eq} trwałości zmęczeniowej otrzymanej za pomocą kryterium dwuparametrowego dla próbek typu diabolo ze stali 18G2A w funkcji pola $A'_{n,c}$

w funkcji wielkości pól $A'_{n,c}$ i $A'_{ns,c}$. Uśrednianie naprężeń stycznych w płasz-



Rys. 6.58. Rozkład wartości estymatorów E_m , E_{std} , E_{eq} trwałości zmęczeniowej otrzymanej za pomocą kryterium Mataka dla próbek typu diabolo ze stali 18G2A w funkcji pól $A'_{n,c}$ i $A'_{ns,c}$

czyźnie krytycznej o wzrastającej wielkości pola $A'_{ns,c}$ zbliża wartość estymatora E_m do zera. Wprowadzie zgodność trwałości zmęczeniowych uległa poprawie, ale nawet przy znacznej wielkości pola $A'_{ns,c} \approx 5 \text{ mm}^2$ wartość estymatora E_m wciąż jest zbyt duża ($E_m \approx -0,6$).

Przeprowadzone analizy wykazały jednoznacznie, że wielkości pól $A'_{n,c}$ i $A'_{ns,c}$ mają wpływ na obliczane trwałości zmęczeniowej N_{cal} . Aczkolwiek, analizowane kryteria charakteryzują się różną wrażliwością na wielkość pola $A'_{n,c}$. Poziom rozproszenia (E_{std}) punktów reprezentujących trwałość eksperymentalną N_{exp} i obliczeniową N_{cal} jest zależny w większym stopniu od kryterium wieloosiowego zmęczenia niż od wielkości pola powierzchni charakterystycznej $A'_{n,c}$. Wielkość pola $A'_{n,c}$ wpływa głównie na średnią lokalizację trwałości N_{cal} , czyli na estymator E_m . Cechą charakterystyczną jest, że dla wszystkich analizowanych kryteriów wartość estymatora E_m maleje, oddalając się od wartości zerowej, przy zmniejszającym się polu $A'_{n,c}$, co świadczy, że podejście lokalne bez względu na kryterium jest niepoprawne.

Bardzo dobrą zgodność trwałości N_{exp} i N_{cal} , mieszczącą 100% próbek w paśmie rozrzutu o współczynniku równym 3 (95% w paśmie o współczynniku 2,5), uzyskano za pomocą dwuparametrowego kryterium i wielkości pola $A'_{n,c} = 4,17 \text{ mm}^2$. Wielkość $A'_{n,c} = 4,17 \text{ mm}^2$ koreluje z wielkością po-

la powierzchni pęknięcia zmęczeniowego definiującego zniszczenie próbek. Uzyskana korelacja świadczy o tym, że naprężenia normalne σ_n , wyznaczone dla próbki bez pęknięcia (nominalne, ale z uwzględnieniem odkształceń plastycznych), dla punktów znajdujących się w polu pęknięcia zmęczeniowego mają wpływ na końcową trwałość zmęczeniową. Uśrednianie naprężeń w ściśle zdefiniowanym polu o zdefiniowanych krawędziach jest procedurą uproszczoną, ponieważ zakłada, że punkty na krawędzi pola mają taki sam wpływ na trwałość jak punkt gdzie naprężenia są największe (punkt krytyczny), a punkty znajdujące się tuż poza krawędzią pola nie mają żadnego wpływu na trwałość zmęczeniową. Bardziej uzasadnionym fizycznie podejściem jest przyjęcie zmienności wpływu stanu naprężeń na trwałość w zależności od odległości od punktu krytycznego. Takie podejście jest rozwinięciem funkcji wagowych (4.4), bazujących na stałych polach krytycznych do funkcji wagowych (4.3), które zweryfikowano w kolejnym paragrafie.

6.3.3. Próbkę cylindryczne ze stali S45C z defektami

Weryfikacja metody płaszczyznowej przy zastosowaniu funkcji wagowych w postaci (4.3) dla próbek ze stali S45C z defektami polegała na uśrednianiu odkształceń normalnych w płaszczyźnie krytycznej. Taki wybór był podyktowany rodzajem materiału, który w zakresie analizowanych obciążeń charakteryzuje się dominującym okresem propagacji pęknięcia w płaszczyźnie maksymalnych odkształceń normalnych ε_n .

Implementacja metody

W obliczeniach trwałości zmęczeniowej N_{cal} posłużono się następującym algorytmem obliczeń:

1. wyznaczenie odkształceń w całym obszarze analizowanego elementu za pomocą metody elementów skończonych,
2. ustalenie położenia punktu o największym odkształceniu głównym, który określa miejsce początku propagacji pęknięcia: $\mathbf{r}_0 = x_0\mathbf{i} + y_0\mathbf{j} + z_0\mathbf{k}$,
3. ustalenie orientacji płaszczyzny uśredniania (krytycznej): płaszczyzna przechodząca przez punkt \mathbf{r}_0 o orientacji $\mathbf{n} = n_x\mathbf{i} + n_y\mathbf{j} + n_z\mathbf{k}$, wyznaczonej przez kierunek maksymalnego odkształcenia głównego. Dla analizowanego jednoosiowego stanu obciążenia płaszczyzna uśredniania jest prostopadła do kierunku przyłożonej siły (oś z próbki, $\mathbf{n} = 0\mathbf{i} + 0\mathbf{j} + 1\mathbf{k}$),

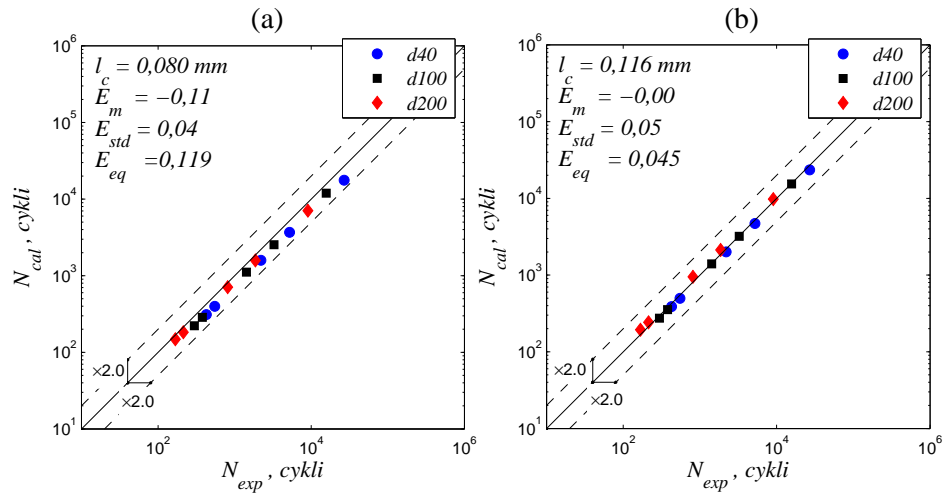
4. utworzenie nowej siatki elementów skończonych dla płaszczyzny uśredniania (krytycznej),
5. przeprowadzenie procesu całkowania metodą elementów skończonych na składowych normalnych amplitud odkształcenia plastycznego $\varepsilon_{n,ap}$ dla przyjętej wartości parametru l_c za pomocą następujących szczegółowych zależności:

$$\begin{aligned}\hat{\varepsilon}_{n,ap}(\mathbf{r}_0) &= \frac{1}{\hat{w}_n(\mathbf{r}_0)} \int_A \varepsilon_{n,ap}(\mathbf{r}) w_n(\mathbf{r} - \mathbf{r}_0) dA, \\ \hat{w}_n(\mathbf{r}_0) &= \int_A w_n(\mathbf{r} - \mathbf{r}_0) dA, \quad w_n(r) = e^{-(2r/l_c)^2},\end{aligned}\quad (6.23)$$

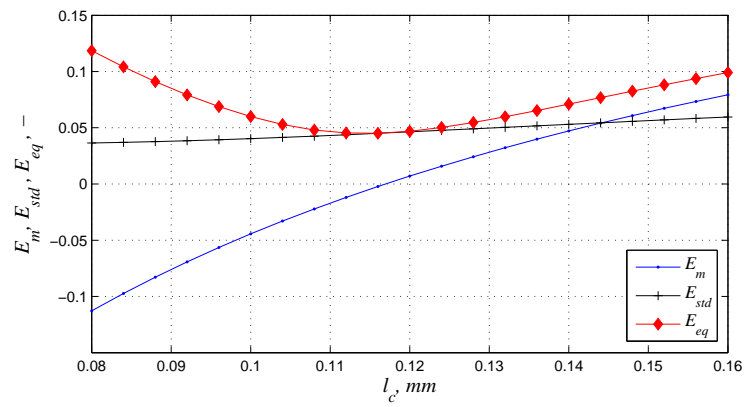
6. obliczenie liczby cykli do zniszczenia za pomocą charakterystyki zmęczenia dla próbek gładkich, czyli $N_{cal} = 1,22/(2\hat{\varepsilon}_{n,ap}^{1,88})$. Obliczenia dla punktów 5 i 6 algorytmu przeprowadzono dla różnych wartości parametru l_c funkcji wagowej w_n - badając w ten sposób zdolność parametru l_c do korelacji wyników eksperymentalnych i obliczeniowych.

Analiza wyników obliczeń

Dla oceny jakości korelacji trwałości eksperymentalnej N_{exp} z trwałością obliczeniową N_{cal} posłużono się estymatorami (6.20) i (6.21). Przykładowe wykresy, porównujące trwałości eksperymentalne N_{exp} z obliczonymi N_{cal} , przedstawiono na rysunku 6.59. Wykresy uzyskano dla dwóch wartości parametru l_c . Przeanalizowano szeroki zakres zmienności parametru $l_c = \{0,08 \text{ mm} \div 0,16 \text{ mm}\}$. Dla każdej wartości l_c obliczano estymatory E_m , E_{std} i E_{eq} , których zmienność przedstawiono na rysunku 6.60. Niewielkie wartości parametru l_c uwypuklają silniejszy wpływ odkształceń znajdujących się w niewielkiej odległości od punktu bazowego (x_0, y_0, z_0) . Trwałość obliczeniowa maleje wraz ze zmniejszaniem wartości parametru l_c (rys. 6.60), ponieważ odpowiada to większym wartościom odkształceń. Najmniejszą wartość ekwiwalentnego estymatora E_{eq} uzyskano dla $l_c = 0,116 \text{ mm}$. Otrzymane dopasowanie trwałości eksperymentalnej z trwałością obliczeniową jest bardzo dobre, co ukazuje rysunek 6.59b. Ponieważ wszystkie punkty w przestrzeni $N_{exp} - N_{cal}$ wykazują bardzo dobrą korelację (rys. 6.59b) wartość parametru l_c mogła być również ustalona na podstawie testów wykonanych na próbkach z defektami o jednakowej wielkości.



Rys. 6.59. Porównanie trwałości zmęczeniowej eksperymentalnej N_{exp} z obliczeniową N_{cal} w podejściu nielokalnym dla: (a) $l_c = 0,080 \text{ mm}$, (b) $l_c = 0,116 \text{ mm}$



Rys. 6.60. Rozkład wartości estymatorów E_m , E_{std} , E_{eq} trwałości zmęczeniowej otrzymanej dla próbek z defektami w funkcji wymiaru l'_c

Podsumowanie

Rodzaj i zakres obciążeń, jakim poddano próbki z defektami o trzech średnicach $d = \{40 \mu m, 100 \mu m, 200 \mu m\}$, pozwoliły na weryfikację samej metody uśredniania niejednorodnych rozkładów odkształceń bez problemów wynikających z doбором kryterium wieloosiowego zmęczenia i lokalizacji punktu inicjacji pęknięć zmęczeniowych. Zaproponowana funkcja wagowa (4.3) znakomicie nadaje się do zastosowania w metodzie elementów skończonych. Uśrednianie odkształceń można dokonać dla każdego węzła (jako punkt bazowy) w analizowanym elemencie, uzyskując w ten sposób ciągły rozkład odkształceń zredukowanych. Dla szczególnych przypadków kształtów analizowanych elementów, położenia punktów krytycznych, wskazane na podstawie mapy odkształceń (nieuśrednionych), mogą się różnić od punktów wskazanych przez mapę odkształceń uśrednionych. Taki przypadek może zajść np. dla elementów i obciążeń, które charakteryzują się występowaniem tzw. nierozwijających się pęknięć.

Uśrednianie niejednorodnego pola odkształceń plastycznych w płaszczyźnie materiału, zgodnej z płaszczyzną złomu zmęczeniowego, za pomocą funkcji wagowej (4.3) z jednym parametrem materiałowym l_c , wykazało dużą efektywność w obliczeniach trwałości zmęczeniowej. Wadą przedstawionej nielokalnej metody jest konieczność modelowania defektów za pomocą metody elementów skończonych. Zaletą jest możliwość określenia maksymalnych rozmiarów defektów, które przy określonym obciążeniu nie doprowadzą do zniszczenia elementu przed wymaganą liczbą cykli. Tak określony krytyczny rozmiar defektu może służyć kontroli jakości do selekcji wyprodukowanych elementów.

6.4. Weryfikacja modelu probabilistycznego

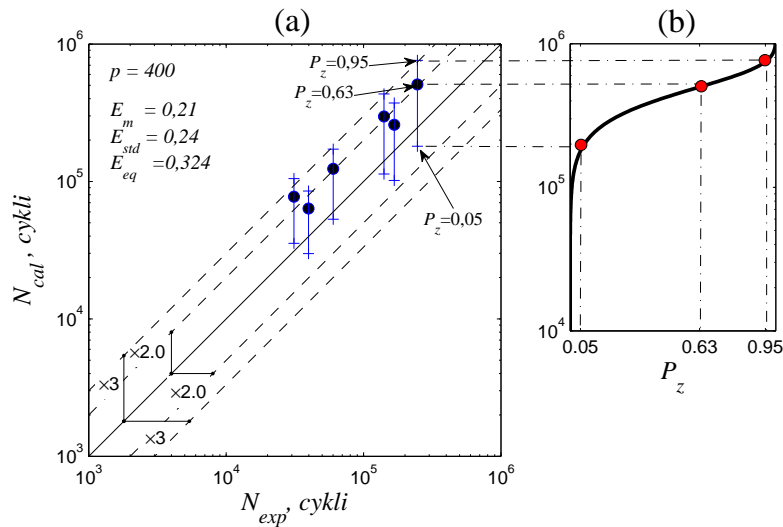
Implementacja modelu probabilistycznego w obliczeniach zmęczenia przy wykorzystaniu metody elementów skończonych jest prostsza niż implementacja metody płaszczyznowej. Wygenerowane elementy skończone są traktowane jak elementarne obszary $A^{(i)}$ lub $V^{(i)}$ w metodzie probabilistycznej, co pozwala na bezpośrednie (bez generacji dodatkowych siatek) wyznaczenie rozkładu prawdopodobieństwa zniszczenia elementu $P_z(N)$ w funkcji liczby cykli. Implementacja modelu probabilistycznego jest uniwersalna bez względu na kształt elementu i została przedstawiona w rozdziale 5.

6.4.1. Próbki krzyżowe ze stali 18G2A

Ze względu na posiadane charakterystyki zmęczeniowe oraz prosty stan obciążenia próbek referencyjnych, jak i próbek z karbem, za kryterium wieloosiowego zmęczenia materiału przyjęto kryterium maksymalnych naprężeń normalnych (rozdział 2).

Analiza wyników obliczeń

Obliczenia trwałości zmęczeniowej N_{cal} przeprowadzono dla różnych wartości parametru p proponowanego rozkładu (5.4), charakteryzującego jakość materiału i jakość wykonania próbki. Dla danej wartości p można wyznaczyć rozkład prawdopodobieństwa przetrwania elementu $P_{tr}(N)$ w funkcji liczby cykli oraz rozkład prawdopodobieństwa zniszczenia elementu $P_z(N) = 1 - P_{tr}(N)$, co pozwala na wyliczenie liczby cykli do zniszczenia $N_{cal}(P_z)$ dla dowolnego poziomu prawdopodobieństwa P_z . Jako poziom bazowy przyjęto $P_z = 0,63$, co odpowiada trwałości zmęczeniowej otrzymanej dla próbek referencyjnych przy założeniu rozkładu trwałości zmęczeniowej typu Weibulla. Dokładne wyjaśnienie zamieszczono w rozdziale 5. Dodatkowo wyznaczono trwałość obliczeniową dla dwóch wartości prawdopodobieństw P_z , tj. $P_z = 0,05$ i $P_z = 0,95$. Tak obliczone trwałości $N_{cal}(P_z = 0,05)$ i $N_{cal}(P_z = 0,95)$ szacują rozrzut trwałości eksperymentalnej N_{exp} . Na rysunku 6.61a przedstawiono porównanie trwałości N_{exp} z N_{cal} , otrzymanych dla przykładowej wartości parametru $p = 400$. Rysunek 6.61b obrazuje sposób obliczenia trwałości N_{cal} dla trzech poziomów prawdopodobieństwa P_z na podstawie otrzymanego rozkładu $P_z(N)$ dla próbki P05 (tab. 6.5). Dla stali 18G2A i próbek krzyżowych z otworem



Rys. 6.61. (a) Porównanie trwałości zmęczeniowej eksperymentalnej N_{exp} z obliczeniową N_{cal} w podejściu probabilistycznym dla próbki krzyżowej przy $p = 400$, (b) rozkład prawdopodobieństwa zniszczenia P_z próbki P05 (tab. 6.5) dla $p = 400$

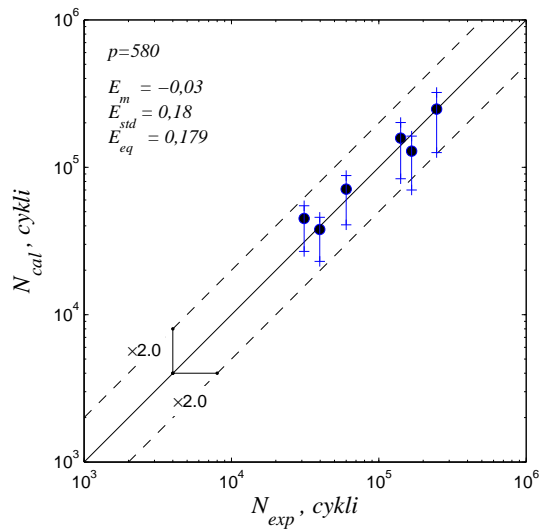
satysfakcjonującą zgodność trwałości N_{exp} z N_{cal} uzyskano dla $p = 580$ (rys. 6.62).

Podsumowanie

Zwiększanie wartości parametru p zmniejsza rozrzut trwałości N_{cal} , uzyskiwanych dla $P_z = 0,05$ i $P_z = 0,95$ i dodatkowo zmniejsza wartości $N_{cal}(P_z = 0,63)$. Obliczeniowe wyniki trwałości zmęczeniowej N_{cal} dla $P_z = 0,63$ dobrze korelują z trwałością eksperymentalną N_{exp} przy $p = 580$ dla próbek krzyżowych, wykonanych ze stali 18G2A. W obliczeniach $N_{cal}(P_z = 0,63)$ 100% próbek mieści się w paśmie rozrzutu o współczynniku 2 (rys. 6.62). Niestety, liczba przetestowanych próbek nie pozwala na wiarygodną ocenę szacowania rozrzutów trwałości zmęczeniowej na podstawie analizowanych danych eksperymentalnych.

6.4.2. Próbki cylindryczne ze stali AISI 1141

Próbki wykonane ze stali AISI 1141 poddano wahadłowemu rozciąganiu. Ze względu na taki prosty stan obciążenia oraz jedyną posiadaną



Rys. 6.62. Porównanie trwałości zmęczeniowej eksperymentalnej N_{exp} z obliczeniową N_{cal} w podejściu probabilistycznym dla próbki krzyżowej przy $p = 580$

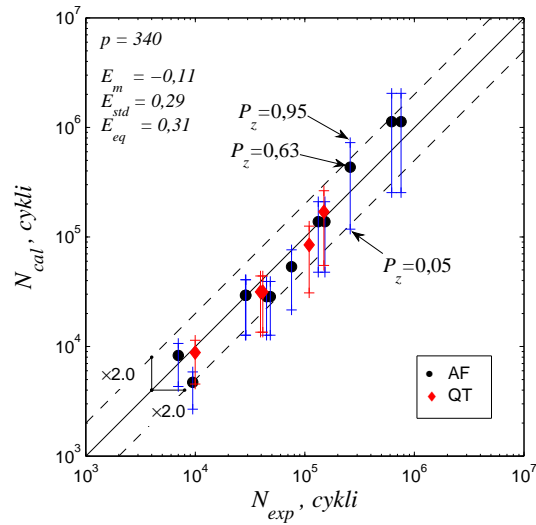
charakterystykę zmęczeniową w formie $\varepsilon_a - 2N_f$, w obliczeniach zastosowano kryterium maksymalnego odkształcenia normalnego (rozdział 2).

Analiza wyników obliczeń

Dla próbek wykonanych ze stali AISI 1141 z karbem obrączkowym o dwóch promieniach zaokrąglenia dna karbu najlepszą zgodność trwałości eksperymentalnej N_{exp} z obliczeniową N_{cal} uzyskano dla $p = 340$ (rys. 6.63) i to zarówno dla dwóch promieni zaokrąglenia dna karbu, jak i rodzaju obróbki: AF i QT.

Podsumowanie

Trwałości zmęczeniowe N_{cal} , otrzymane z obliczeń dobrze korelują z trwałością eksperymentalną N_{exp} przy $p = 340$ dla stali AISI 1141. Należy zwrócić uwagę na fakt, że trwałości zmęczeniowe próbek wykonanych ze stali AISI 1141 o różnym promieniu zaokrąglenia dna karbu i po różnej obróbce cieplnej (o różnych charakterystykach zmęczeniowych) zostały dobrze wyznaczone dla takiej samej wartości parametru p . Próbki zostały



Rys. 6.63. Porównanie trwałości zmęczeniowej eksperymentalnej N_{exp} z obliczeniową N_{cal} w podejściu probabilistycznym dla próbki ze stali AISI 1141 przy $p = 340$

wykonane taką samą obróbką mechaniczną, co potwierdza, że parametr p charakteryzuje cechy jakościowe elementów, a nie karbu.

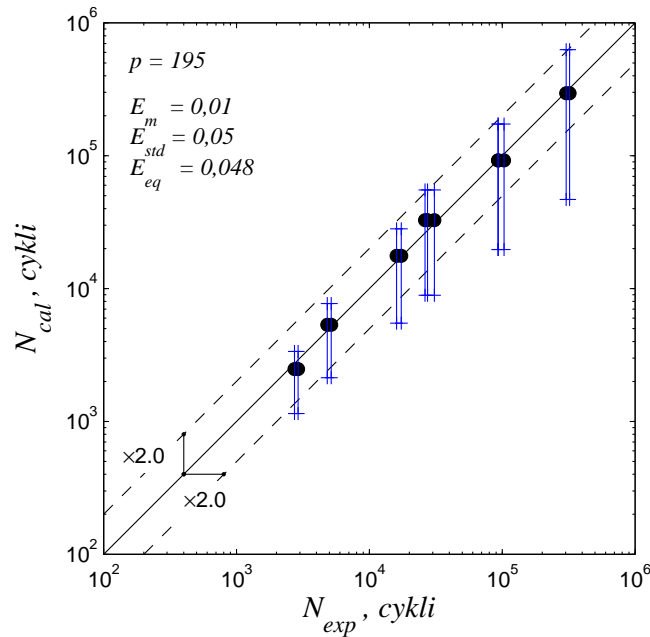
6.4.3. Próbkę cylindryczne ze stali St3S

Dla próbek ze stali St3S z karbem obrączkowym zastosowano również kryterium maksymalnego odkształcenia normalnego. Analizowano wpływ różnych wartości parametru p na estymatory dopasowania trwałości N_{exp} z trwałością $N_{cal}(P_z = 0,63)$.

Analiza wyników obliczeń

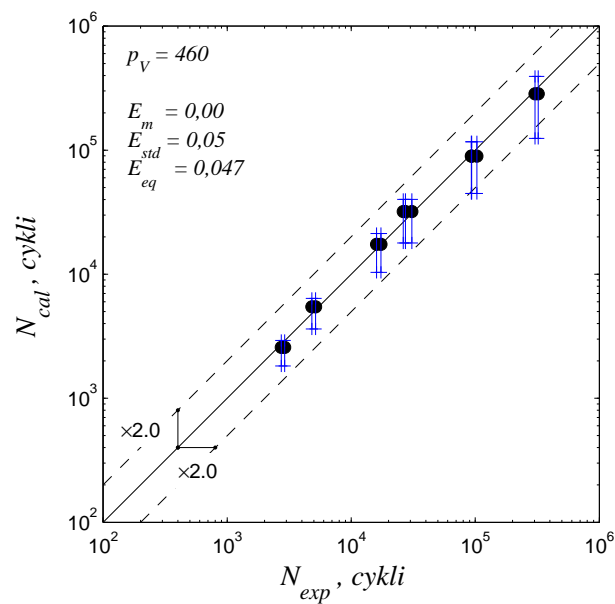
Najniższą wartość estymatora ekwiwalentnego E_{eq} osiągnięto dla wartości $p = 195$ (rys. 6.64). Niska wartość parametru p powoduje, że trwałości obliczeniowe, osiągnięte dla $P_z = 0,05$ i $P_z = 0,95$ (linie pionowe na rysunku 6.64) charakteryzują się znacznym rozrzutem, które w dużym stopniu przewyższają rozrzuty eksperymentalne otrzymane dla $N_{exp} > 10^5$ cykli.

Uzyskana niezgodność w rozrzutach trwałości N_{exp} i N_{cal} świadczy o błędzie w założeniach zastosowanego modelu probabilistycznego. Dotych-



Rys. 6.64. Porównanie trwałości zmęczeniowej eksperymentalnej N_{exp} z obliczeniową N_{cal} w podejściu probabilistycznym dla próbki ze stali St3S przy $p = 195$

czasowe obliczenia zakładały, że za zniszczenie elementu odpowiada stan odkształcenia na powierzchni próbki, czyli stosowano model powierzchniowy, gdzie obszarami elementarnymi były powierzchnie brzegowe elementów skończonych $A^{(i)}$. Wyniki badań eksperymentalnych nie precyzują miejsca inicjacji pęknięcia. W kolejnej analizie przyjęto, że inicjacja pęknięć odbywała się w objętości materiału, czyli do obliczeń trwałości przyjęto objętość materiału V . Obszarem elementarnym staje się w tym przypadku objętość elementu skończonego $V^{(i)}$. Dla odróżnienia parametru p , stosowanego w modelu powierzchniowym wprowadzono oznaczenie p_V dla modelu objętościowego. Na rysunku 6.65 przedstawiono porównanie trwałości eksperymentalnej N_{exp} z wyliczoną N_{cal} dla $p_V = 460$. Przeanalizowano różne wartości parametru p_V , ale najlepsze dopasowanie otrzymano dla $p_V = 460$. Wyliczone rozrzuty trwałości N_{cal} znacznie lepiej pasują do rozrzutów eksperymentalnych dla modelu objętościowego niż powierzchniowego.



Rys. 6.65. Porównanie trwałości zmęczeniowej eksperymentalnej N_{exp} z obliczeniową N_{cal} w podejściu probabilistycznym dla próbki ze stali St3S przy $p_V = 460$

Podsumowanie

Wyraźna niezgodność rozrzutów eksperymentalnych trwałości N_{exp} z obliczeniowymi N_{cal} , otrzymana na podstawie modelu powierzchniowego spowodowała zmianę modelu na model objętościowy, który znacznie lepiej oszacował rozrzuty trwałości zmęczeniowej.

7. WNIOSKI

7.1. Ogólne

W literaturze poświęconej nielokalnym metodom obliczeń zmęczeniowych można zaobserwować bardzo różnorodny zestaw stosowanych i proponowanych modeli. Zdecydowana większość propozycji koncentruje się na wyliczeniu ekwiwalentnych (kryterialnych) wartości naprężeń lub odkształceń w pewnej przestrzeni geometrycznej materiału, a następnie uśrednianiu otrzymanego niejednorodnego pola naprężeń (odkształceń). Wysiłek badaczy koncentruje się na wybraniu odpowiedniej przestrzeni geometrycznej w materiale do procesu uśredniania, który polega na uśrednianiu arytmetycznym lub wagowym wybranego parametru uszkodzenia. Bardzo trudno w takim podejściu o dobrą interpretację fizyczną wybranej przestrzeni geometrycznej. Zazwyczaj otrzymane wnioski ograniczają się do praktycznych wskazówek, dotyczących dobrych wyników osiągniętych dla takiej, czy innej przestrzeni geometrycznej i o ich wymiarach krytycznych. Cechą znamieną wielu koncepcji jest założenie o liniowo-sprężystym stanie odkształcenia materiału. Nie można się zgodzić ze słusznością takiego założenia dla szerokiej grupy materiałów i poziomów obciążenia, zwłaszcza dla elementów z korbami, gdzie nawet graniczny poziom obciążenia zmęczeniowego może spowodować powstanie odkształceń plastycznych w dnie karbu. Co prawda jest to podejście praktyczne, znacznie ułatwiające stosowanie metody elementów skończonych w wyznaczaniu pól naprężeń i dalszych obliczeniach zmęczeniowych, ale skutkuje to ograniczonym zastosowaniem wyznaczonych wymiarów krytycznych wybranej przestrzeni uśredniania do pewnej klasy obciążeń i kształtów analizowanych elementów.

Metody probabilistyczne mają odmienne założenia od metod nazwanych w pracy metodami deterministycznymi. Metody probabilistyczne i deterministyczne mają jedną cechę wspólną, która klasyfikuje je do metod nielokalnych, a jest to uwzględnienie wpływu niejednorodnych pól naprężeń (odkształceń) na końcową trwałość zmęczeniową. Wymieniona cecha odróżnia metody nielokalne od metod bazujących na współczynnikach spiętrzenia naprężeń, obliczanych na podstawie maksymalnych wartości naprężeń.

7.2. Ocena proponowanych metod

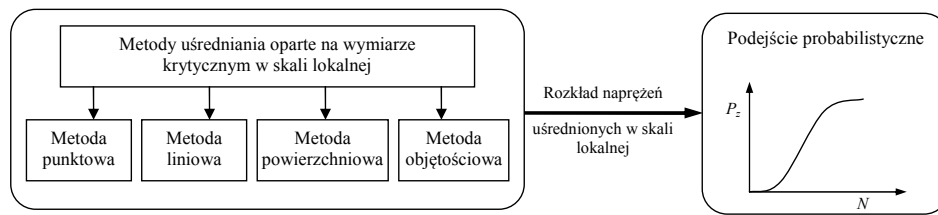
W pracy zaprezentowano dwie oryginalne metody nielokalnych obliczeń zmęczeniowych. Pierwsza, zaliczona do metod deterministycznych, wyróżnia dwa obszary uśredniania naprężeń lub odkształceń w potencjalnej płaszczyźnie pęknięcia zmęczeniowego. W pierwszym obszarze uśrednianiu ulegają składowe styczne naprężeń lub postaciowe odkształceń, odpowiadające za powstanie pęknięcia o wielkości kilku-kilkunastu ziaren. W drugim obszarze uśrednianiu ulegają naprężenia lub odkształcenia normalne, których poziom musi zapewnić przejście z pierwszego etapu pęknięcia (stage I) do etapu drugiego (stage II). Obydwa obszary to płaszczyzny w materiale o tej samej orientacji i położeniu, ale o różnym polu powierzchni. Wyróżnienie dwóch obszarów uśredniania pozwala na uwzględnienie dwóch różnych mechanizmów pęknięcia zmęczeniowego, co ma wyraźny wpływ na trwałość zmęczeniową elementów z niejednorodnym rozkładem naprężeń. Proponowana metoda płaszczyznowa dobrze oszacowała granicę zmęczenia próbek wykonanych ze stali C36 z defektami o różnym kształcie i wielkości. Ponadto, uśrednianie naprężeń może być przeprowadzane dla każdej zmiennej czasowej obciążenia zmiennych, co pozwala na zastosowanie metody do obciążeń nieproporcjonalnych, a także losowych [64]. Przy wykorzystaniu charakterystyk zmęczeniowych, możliwe jest także oszacowanie trwałości zmęczeniowej, co zostało efektywnie przeprowadzone dla próbek gładkich, wykonanych ze stali 18G2A i próbek ze stali AISI 1141 z defektami. Druga proponowana metoda jest zaliczana do metod probabilistycznych. Metoda wykorzystuje dwuwymiarowy rozkład prawdopodobieństwa zniszczenia elementu $P_z - N - \sigma/\varepsilon$, w którym modeluje się zmienny rozrzut trwałości w zależności od wartości miary uszkodzenia ($\sigma_{eq,a}$, $\varepsilon_{eq,a}$). Taki model pozwala na obliczenie trwałości zmęczeniowej (trwałości globalnej) elementu o niejednorodnych rozkładach naprężeń, co wyróżnia ten model od innych, bazujących tylko na oszacowaniu granicy zmęczenia lub zakładających niezmiennosc parametru kształtu rozkładu Weibulla. Zaproponowany model probabilistyczny został zweryfikowany na podstawie wyników trwałości zmęczeniowej, osiągniętej dla elementów z typowymi karbami. Prawidłowo dobrany parametr p modelu wraz z odpowiednio dobranym obszarem A lub V pozwolił dobrze oszacować trwałość zmęczeniową analizowanych elementów.

Zaproponowane metody charakteryzują się modelowaniem różnych procesów zmęczeniowych (deterministyczne i probabilistyczne, rozdział 3). W

modelu deterministycznym (płaszczyznowym) wyróżniono dwa parametry. Pierwszy parametr ogranicza pole uśredniania naprężeń stycznych (odkształceń postaciowych) do obszaru o wielkości kilku-kilkunastu ziaren. Natomiast drugi modeluje uśrednianie naprężeń (odkształceń) normalnych w polu o rozmiarze gwarantującym rozwój pęknięcia. Uśredniona wartość ocenia zdolność pęknięcia do propagacji i zniszczenia elementu. Model probabilistyczny bazuje na koncepcji najsłabszego ogniwa i wymaga wyznaczenia tylko jednego parametru. Uzyskane wyniki obliczeń potwierdzają, że parametr ten związany jest z jakością materiału (populacją defektów materiałowych) oraz z jakością wykonania elementu (populacją defektów obróbkowych) i nie zależy od geometrii elementu i rodzaju obciążenia.

7.3. Koncepcja przyszłych badań

Ścisłe rozgraniczenie dwóch mechanizmów zmęczeniowych: (i) inicjacja i rozwój pęknięcia w płaszczyźnie materiału o niejednorodnym polu naprężeń (model płaszczyznowy) oraz (ii) niezależność inicjacji pęknięcia w ogniwach (elementarnych obszarach materiału w modelu probabilistycznym) jest podejściem zbyt idealistycznym. Nie ma materiałów o idealnej strukturze, inicjacja pęknięcia zmęczeniowego zawsze zachodzi w miejscu „najsłabszym”, a więc statystyczny rozkład defektów wpływa na trwałość zmęczeniową. Z drugiej strony, zainicjowane pęknięcie, przy zbyt niskim poziomie naprężeń, nie rozwinie się i nie doprowadzi do zniszczenia elementu. Uogólniony model powinien uwzględnić oba mechanizmy. W pierwszym etapie należy dokonać uśrednienia pól naprężeń (odkształceń) w obrębie każdego węzła (MES) analizowanego elementu, a następnie wyznaczony nowy rozkład naprężeń (odkształceń) powinien być użyty w modelu probabilistycznym do wyznaczenia rozkładu prawdopodobieństwa zniszczenia elementu (rys. 7.1).



Rys. 7.1. Uogólniony schemat modelu uwzględniający różne mechanizmy zmęczenia materiału

W modelu probabilistycznym największym problemem do rozstrzygnięcia jest założenie o niezależności inicjacji pęknięć prowadzących do zniszczenia elementu w poszczególnych podobszarach (ogniwach), w szerokim zakresie liczby cykli (LCF-HCF). Wstępne uśrednianie pól naprężeń lub odkształceń, zakładające interakcję pomiędzy mikrouszkodzeniami pozwoli na wyznaczenie *fikcyjnego* (zredukowanego) pola naprężeń (odkształceń). Otrzymany rozkład sprowadza pole naprężeń (odkształceń) do stanu, w którym każdy punkt jest niezależnym ogniwem, którego uszkodzenie prowadzi do zniszczenia elementu.

A. TRANSFORMACJA TENSORA NAPRĘŻENIA Z LOKALNEGO, BIEGUNOWEGO UKŁADU WSPÓŁRZĘDNYCH NA PŁASZCZYZNĘ KRYTYCZNĄ

Składowe tensora naprężenia w biegunowym układzie współrzędnych (rys. A.1) w przypadku rozciągania (ściskania) lub zginania oraz skręcania przedstawiają się następująco

$$\sigma_{ij}' = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \tau_{\varphi z} \\ 0 & 0 & 0 \\ \tau_{z\varphi} & 0 & \sigma_{zz} \end{bmatrix}. \quad (\text{A.1})$$

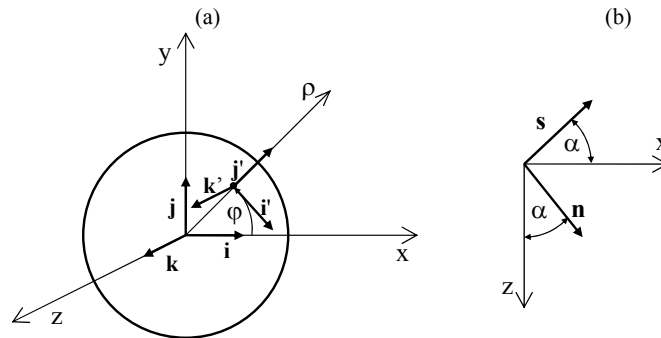
Wersory obróconego układu współrzędnych

$$\begin{aligned} \mathbf{i}' &= \sin \varphi \mathbf{i} - \cos \varphi \mathbf{j} + 0\mathbf{k}, \\ \mathbf{j}' &= \cos \varphi \mathbf{j} + \sin \varphi \mathbf{i} + 0\mathbf{k}, \\ \mathbf{k}' &= 0\mathbf{i} + 0\mathbf{j} + 1\mathbf{k}, \end{aligned} \quad (\text{A.2})$$

skąd wyciągnięto współczynniki macierzy transformacji

$$\kappa = \begin{bmatrix} \sin \varphi & -\cos \varphi & 0 \\ \cos \varphi & \sin \varphi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}. \quad (\text{A.3})$$

Składowe tensora naprężenia σ_{ij} względem globalnego układu współrzęd-



Rys. A.1. (a) Orientacja lokalnego układu współrzędnych względem układu globalnego, (b) Definicja kąta α

nych wynikają z transformacji składowych tensora σ'_{ij} ($i, j = x, y, z$; $p, r = \varphi, \rho, z$), [103]

$$\sigma_{ij} = \kappa_{pi} \kappa_{rj} \sigma'_{pr}. \quad (\text{A.4})$$

Ostatecznie, po dokonaniu transformacji (A.4), składniki tensora σ_{ij} przedstawiają się następująco

$$\sigma_{ij} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \sin \varphi \tau_{\varphi z} \\ 0 & 0 & -\cos \varphi \tau_{\varphi z} \\ \sin \varphi \tau_{\varphi z} & -\cos \varphi \tau_{\varphi z} & \sigma_{zz} \end{bmatrix}. \quad (\text{A.5})$$

Wektor \mathbf{n} opisujący położenie płaszczyzny krytycznej oraz wektor wskazujący kierunek styczny na tej płaszczyźnie są opisane jako:

$$\begin{aligned} \mathbf{n} &= \sin \alpha \mathbf{i} + 0 \mathbf{j} + \cos \alpha \mathbf{k}, \\ \mathbf{s} &= \cos \alpha \mathbf{i} + 0 \mathbf{j} - \sin \alpha \mathbf{k}. \end{aligned} \quad (\text{A.6})$$

W związku z tym, naprężenie normalne σ_n (gdzie n nie jest indeksem tensorowym) oblicza się z transformacji tensora (A.5) na płaszczyznę określoną wektorem \mathbf{n} z następującego równania

$$\sigma_n = \sigma_{ij} n_i n_j = \tau_{z\varphi} \sin 2\alpha \sin \varphi + \sigma_{zz} \cos^2 \alpha, \quad (\text{A.7})$$

a naprężenie styczne τ_{ns} (gdzie ns nie jest indeksem tensorowym) w płaszczyźnie krytycznej z wyrażenia

$$\tau_{ns} = \sigma_{ij} n_i s_j = \tau_{z\varphi} \cos 2\alpha \sin \varphi - \frac{1}{2} \sigma_{zz} \sin 2\alpha. \quad (\text{A.8})$$

LITERATURA

- [1] ACHTELIK H.: Urządzenie do badań zmęczeniowych przy nieproporcjonalnym zginaniu i skręcaniu, Polskie Biuro Patentowe, Patent nr. 150486
- [2] ADIB H., PLUVINAGE G.: Theoretical and numerical aspects of the volumetric approach for fatigue life prediction in notched components, *Int J Fatigue*, 25, 2003, pp. 67-76
- [3] ADIB-RAMEZANI H., JEONG J.: Advanced volumetric method for fatigue life prediction using stress gradient effects at notch roots, *Computational Materials Science*, 39, 2007, pp. 649-663
- [4] ANSYS Inc, Documentation for ANSYS, Release 11.0, 2007
- [5] ASTM E 1049-85, Standard practices for cycle counting in fatigue analysis, in: *Annual Book of ASTM Standards*, Vol. 03.01, Philadelphia, 1999, pp. 710-718
- [6] BASTENAIRE F.A.: New method for the statistical evaluation of constant stress amplitude fatigue-test results. Probabilistic aspects of fatigue, *ASTM STP*, vol. 511, 1972. p. 3-28
- [7] BILLAUDEAU T., NADOT Y., BEZINE G.: Multiaxial fatigue limit for defective materials: mechanisms and experiments, *Acta Mater*, 52, 2004, pp. 3911-3920
- [8] BANVILLET A., PALIN-LUC T., LASSERRE S.: A volumetric energy based high cycle multiaxial fatigue criterion, *Int J Fatigue*, 25, 2003, pp. 755-769
- [9] BAZANT Z.P., NOVAK D.: Probabilistic nonlocal theory for quasibrittle fracture initiation and size effect. I theory, *Journal of Engineering Mechanics*, Vol. 126, No. 2, 2000, pp. 166-174
- [10] BOMAS H., MAYR P., SCHLEICHER M.: Calculation method for the fatigue limit of parts of case hardened steels, *Mater Sci Engng*, A234-236, 1997, pp. 393-396
- [11] BOMAS H., LINKEWITZ T. MAYR P.: Application of a weakest-link concept to the fatigue limit of the bearing steel SAE 52100 in a bainitic condition, *Fatigue Fract Engng Mater Struct*, 22, 1999, pp. 733-741
- [12] BOMAS H., MAYR P. LINKEWITZ T.: Inclusion size distribution and endurance limit of a hard steel, *Extremes 2:2*, 1999, pp. 149-164
- [13] BRONSZTEJN I.N, SIEMIENDIAJEW K.A., MUSIOL G., MÜHLIG: No-

wczesne kompendium matematyki, Wydawnictwo Naukowe PWN SA, Warszawa 2004, s. 1258

- [14] CARPINTERI A., KAROLCZUK A., MACHA E., VANTADORI S.: Expected position of the fatigue fracture plane by using the weighted mean principal Euler angles, *Int J Fracture*, 115, 2002, pp. 87-99
- [15] CHAMAT A., ABBADI M., GILGERT J., COCHETEUX F., AZARI Z.: A new non-local criterion in high-cycle multiaxial fatigue for non-proportional loadings, *Int J Fatigue*, 29, 2007, pp. 1465-1474
- [16] CHU C. C.: A three-dimensional model of anisotropic hardening in met-als and its application to the analysis of sheet metal formability, *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, vol. 32, no. 3, 1984, pp. 197-212
- [17] CHU C. C.: Fatigue damage calculation using the critical plane approach, *Journal of Engineering Materials and Technology*, vol. 117, January 1995, pp. 41-49
- [18] CHUN B.K., JINN J.T., LEE J. K.: Modeling the Bauschinger effect for sheet metals, part I: theory, *International Journal of Plasticity*, 18, 2002, pp. 571-595
- [19] CICHĄŃSKI A., KAROLCZUK A.: Nielokalna metoda szacowania trwałości zmęczeniowej elementów z defektami, XXII Sympozjum Zmęczenia Materiałów i Konstrukcji Bydgoszcz - Pieczyska, Uniwersytet Technologiczno-Przyrodniczy w Bydgoszczy, 2008, ss. 53-62
- [20] CLAUSS G.F.: Dramas of the sea: episodic waves and their impact on of-fshore structures, *Applied Ocean Research*, 24, 2002, pp. 147-161
- [21] COMSOL, *Structural Mechanics Module User's Guide*, version 3.3 (www.comsol.com), 2006
- [22] CONSTANTINESCU A., DANG VAN K., MAITOURNAM H.: A unified approach for high and low cycle fatigue based on shakedown concepts, *Fatigue Fract Engng Mater Struct*, 26, 2003, pp. 561-568
- [23] CORNETTI P., PUGNO N., CARPINTERI A., TAYLOR D.: Finite fracture mechanics: A coupled stress and energy failure criterion *Engng Fract Mech* 73, 2006, pp. 2021-2033
- [24] DAFALIAS Y.F., POPOV E.P.: A model of nonlinearly hardening mate-rials for complex loading, *Acta Mechanica*, 21, 1975, pp. 173-192
- [25] DARLINGTON J.F., BOOKER J.D.: Development of a design technique for the identification of fatigue initiating features, *Engng Fail Anal*, 13, 2006, pp. 1134-1152

-
- [26] DAS J., SIVAKUMAR S.M.: An evaluation of multiaxial assessment methods for engineering components, *Int J Press Vess Piping* 76, 1999, pp. 741-646
- [27] DANG VAN K.: Macro-micro approach in high-cycle multiaxial fatigue, in *Advances in Multiaxial Fatigue*. (Edited by McDowell, D.L. and Ellis R.,) American Society for Testing and Materials STP 1191, 1983, pp. 120-130
- [28] DANG VAN K., CAILLETAUD G., FLAVENOT J.F., LE DOUARON A. AND LIEURADE H.P.: Criterion for high cycle fatigue failure under multiaxial loading, in *Biaxial and Multiaxial Fatigue*, (edited by Brown, M. and Miller, K.J.), Mechanical Engineering Publications, London, 1989, pp. 459-478
- [29] DELAHAY T., PALIN-LUC T.: Estimation of the fatigue strength distribution in high-cycle multiaxial fatigue taking into account the stress-strain gradient effect, *Int J Fatigue* 28, 2006, pp. 474-484
- [30] DIETMANN H., BHONGBHIBHAT T., SCHMID A.: Multiaxial fatigue behaviour of steels under in-phase and out-of-phase loading, including different wave forms and frequencies, *Fatigue Under Biaxial and Multiaxial Loading*, ESIS10, (edited by K. Kussmaul, D. McDiarmid, and D. Socie,) Mechanical Engineering Publications, London, 1991, pp. 449-469
- [31] EICHLSEDER W.: Fatigue analysis by local stress concept based on finite element results, *Computers and Structures*, 80, 2002, pp. 2109-2113
- [32] ELHADDAD M.H., DOWLING N.F., TOPPER T.H., SMITH K.N.: J integral applications for short fatigue cracks at notches, *Int J Fracture* 16, 1980, pp. 15-24
- [33] ENDO M., ISHIMOTO I.: The fatigue strength of steels containing small holes under out-of-phase combined loading, *Int J Fatigue*, 28, 2006, pp. 592-597
- [34] EPSTEIN B.: Application of extreme value theory to problems of material behaviour, In Eggwertz S., Lind N.C. (eds.), *Proc. Symposium Probabilistic methods in the mechanics of solids and structures*, Springer-Verlag 1984, pp. 3-11
- [35] FATEMI A., KURATH P.: Multiaxial fatigue life predictions under the influence of mean-stresses, *Transaction of ASME Journal of Engineering and Technology*, vol. 110, 1988, pp. 380-388
- [36] FATEMI A., SOCIE D.F.: A critical plane approach to multiaxial fatigue damage including out-of-phase loading, *Fatigue Fract Engng Mater Struct* vol. 11, no 3, 1988, pp. 149-165

- [37] FATEMI A., ZENG Z., PLASEIED A.: Fatigue behavior and life predictions of notched specimens made of QT and forged microalloyed steels, *Int J Fatigue* 26, 2004, pp. 663-672
- [38] FINDLEY W.N.: Fatigue of metals under combinations of stresses, *Transaction of ASME*, 1956, pp. 1337-1348
- [39] FINDLEY W.N.: A theory for the effect of mean stress on fatigue of metals under combined torsion and axial load or bending, *Journal of Engineering for Industry*, November 1959, pp. 301-306
- [40] FLACELIERE L., MOREL F.: Probabilistic approach in high-cycle multiaxial fatigue: volume and surface effects, *Fatigue Fract Engng Mater Struct*, 27, 2004, pp. 1123-1135
- [41] GAMBIN B.: Wpływ mikrostruktury na własności kompozytów sprężystych, piezoelektrycznych i termosprężystych Instytut Podstawowych Problemów Techniki PAN, Raport 12/2006, Warszawa 2006, s. 188
- [42] GARUD Y.S.: Mechanical Testing for Deformation Model Development, *ASTM STP 765*, 1982, pp. 223-238
- [43] GASIAK P., PAWLICZEK R.: Application of an energy model for fatigue life prediction of construction steels under bending, torsion and synchronous bending and torsion, *Int J Fatigue*, 25, 2003, pp. 1339-1346
- [44] GOŁOŚ K. M.: Multiaxial fatigue criterion with mean stress effect, *Int J Press Vess Piping*, 69, 1996, pp. 263-266
- [45] HAN C., CHEN X., KIM K.S.: Evaluation of multiaxial fatigue criteria under irregular loading, *Int J Fatigue*, 24, 2002, pp. 913-922
- [46] HAN F., BILLARDON R., BERANGER A.S.: Fatigue failures maps of heterogeneous materials, *Mechanics of Materials*, 22, 1996, pp. 11-21
- [47] HILL E.: The mathematical theory of plasticity, *The Oxford Engineering Science Series*, 1986
- [48] ITOH T., KAROLCZUK A., LACHOWICZ C.T., MACHA E.: Energy models of fatigue life of steels and an aluminium alloy under nonproportional loading, *Proceedings of the 7th International Conference on Biaxial/Multiaxial Fatigue and Fracture, ICBMFF 7*, 2004, pp. 57-62
- [49] ITOH T., KAROLCZUK A., LACHOWICZ C.T., MACHA E.: Trwałość zmęczeniowa stali SUS 304 i stopu aluminium 6061 Al przy obciążeniach nieproporcjonalnych, *Czasopismo Techniczne Mechanika, Wydawnictwo Politechniki Krakowskiej*, z. 1-M, 2005, ss. 171-178

- [50] JAKUBOWICZ A, ORŁOŚ Z.: Wytrzymałość materiałów, WNT, Warszawa, 1970, s. 627
- [51] KAROLCZUK A.: Modelowanie przebiegów odkształceń plastycznych materiałów przy obciążeniach zmiennych, Zeszyty Naukowe Politechniki Opolskiej, Mechanika nr 309/2005, z. 87, ss. 63-80
- [52] KAROLCZUK A.: Algorytm wyznaczania rozkładu naprężeń w przekroju okrągłym próbki poddanej zginaniu ze skręcaniem, Zeszyty Naukowe Politechniki Opolskiej, Mechanika nr 305/2005, z. 83, ss. 53-60
- [53] KAROLCZUK A.: Plastic strains and the macroscopic critical plane orientations under combined bending and torsion with constant and variable amplitudes, Engng Fract Mech, 73, 2006, pp. 1629-1652
- [54] KAROLCZUK A.: Analiza odkształceń plastycznych i położenia płaszczyzn krytycznych stali 18G2A przy wahadłowym zginaniu ze skręcaniem, Przegląd Mechaniczny, nr 1, 2007, ss. 28-32
- [55] KAROLCZUK A.: Non-local area approach to fatigue life evaluation under combined reversed bending and torsion, Int J Fatigue, 30, 2008, pp. 1985-1996
- [56] KAROLCZUK A.: Katastrofalne skutki pęknięć zmęczeniowych materiałów konstrukcyjnych, Transport Przemysłowy, 1(31), 2008, ss. 44-48
- [57] KAROLCZUK A.: The probabilistic model of fatigue life estimation for structural elements with heterogeneous stress distribution, The Archive of Mechanical Engineering, vol. LV, nr 3, 2008, pp. 209-221
- [58] KAROLCZUK A., GOSS CZ.: Kumulacja odkształceń plastycznych według wielopowierzchniowych modeli wzmocnienia Mroza-Garuda i Chu, XXI Sympozjum Zmęczenia Materiałów i Konstrukcji Bydgoszcz - Piecyska, ATR, 2006, ss. 189-199
- [59] KAROLCZUK A., ŁAGODA T., OGONOWSKI P.: Weryfikacja kryteriów niskocyklowego zmęczenia metali, Politechnika Opolska, Studia i monografie, z. 186, Opole 2006, s. 109
- [60] KAROLCZUK A., MACHA E.: Płaszczyzny krytyczne w modelach wielosiowego zmęczenia materiałów, Politechnika Opolska, Studia i monografie, z. 162, Opole 2004, s. 257
- [61] KAROLCZUK A., MACHA E.: Critical planes in multiaxial fatigue, Materials Science Forum, vol. 482, 2005, pp. 109-114
- [62] KAROLCZUK A., MACHA E.: Fatigue fracture planes and expected principal stress directions under biaxial variable amplitude loading, Fatigue Fract Engng Mater Struct, 28, 2005, pp. 99-106

- [63] KAROLCZUK A., MACHA E.: A review of critical plane orientations in multiaxial fatigue failure criteria of metallic materials, *Int J Fracture*, vol. 134, 2005, pp. 267-304
- [64] KAROLCZUK A., MACHA E., Wyznaczanie trwałości zmęczeniowej elementów maszyn i konstrukcji z uwzględnieniem gradientów naprężeń, *Problemy Maszyn Roboczych*, z. 28, 2006, ss. 19-31
- [65] KAROLCZUK A., NADOT Y., DRAGON A.: Nielokalna metoda wyznaczania granicznej trwałości zmęczeniowej materiału z defektami geometrycznymi, *Acta Mechanica et Automatica*, vol. 1, no. 1, 2007, Białystok Technical University, Faculty of Mechanical Engineering, ss. 45-51
- [66] KAROLCZUK A., MACHA E.: Selection of the critical plane orientation in two-parameter multiaxial fatigue failure criterion under combined bending and torsion, *Engng Fract Mech*, 75, 2008, pp. 389-403
- [67] KAROLCZUK A., MACHA E.: Area and point approaches in fatigue life evaluation under combined bending and torsion loading, *Strength of Materials*, vol. 40, no. 1, 2008, pp. 60-63
- [68] KAROLCZUK A., NADOT Y., DRAGON A.: Non-local stress gradient approach for multiaxial fatigue of defective material, *Comp Mater Sci*, 44, 2008, pp. 464-475
- [69] KAROLCZUK A., LACHOWICZ C.T., ROZUMEK D., SŁOWIK J.: Inicjacja i rozwój pęknięć zmęczeniowych w próbkach krzyżowych z karbem, *Przegląd Mechaniczny*, 12/07, 2007, ss. 18-23
- [70] KAROLCZUK A., PALIN-LUC T.: Fatigue life assessment of structural component with a non-uniform stress distribution based on a probabilistic approach, *Proceedings of 17th European Conference on Fracture, 2008 Brno*, Ed. Pokluda J., Lukas P., Sandera P., Dlouhy I, Published by Vatum Brno, Book of abstract: p. 255, Proceeding on CD ROM, ps. 8
- [71] KAROLCZUK A., SŁOWIK J.: Zastosowanie dwuwymiarowego rozkładu prawdopodobieństwa inicjacji pęknięć w obliczeniach trwałości zmęczeniowej, *Acta Mechanica et Automatica*, vol. 2, no. 4, 2008, Białystok Technical University, Faculty of Mechanical Engineering, s. 8 (w druku)
- [72] KASPRZYCZAK L., SŁOWIK J., MACHA E.: System mechatroniczny do badań zmęczeniowych próbek krzyżowych na bazie dwuosiowej maszyny hydraulicznej MZPK 100, *Zeszyty Naukowe Politechniki Opolskiej, Mechanika* z. 83, nr. 305, Opole 2005, s. 69-76
- [73] KIM CHUL SU, KIM JUNG KYU, KIM TAE SEONG: An evaluation of appropriate probabilistic S-N curve for the turbine blade steel in the low pressure steam, *Key Engineering Materials*, vols. 297-300, 2005, pp. 1751-1757

-
- [74] KOCAŃDA S., SZALA J.: Podstawy obliczeń zmęczeniowych, PWN, Warszawa, 1997, s. 288
- [75] LANGLAIS T.: Computational Methods for Multiaxial Fatigue Analysis, University of Minnesota, PhD thesis, 1999, p. 206
- [76] LIU H.W.: A dislocation barrier model for fatigue limit - as determined by crack non-initiation and crack non-propagation, *Int J Fracture*, 96, 1999, pp. 331-344
- [77] ŁAGODA T.: Energetyczne modele oceny trwałości zmęczeniowej materiałów konstrukcyjnych w warunkach jednoosiowych i wieloosiowych obciążeń losowych, *Studia i Monografie z. 121*, Politechnika Opolska Opole 2001, s. 147
- [78] ŁAGODA T.: Energy models for fatigue life estimation under uniaxial random loading. Part I: The model elaboration, *Int J Fatigue*, 23, 2001, pp. 467-480
- [79] ŁAGODA T.: Energy models for fatigue life estimation under uniaxial random loading. Part II: Verification of the model, *Int J Fatigue*, 23, 2001, pp. 481-489
- [80] ŁAGODA T., MACHA E., BĘDKOWSKI W.: A critical plane approach based on energy concepts: application to biaxial random tension-compression high-cycle fatigue regime, *Int J Fatigue*, 21, 1999, pp. 431-443
- [81] MACHA E.: Modele matematyczne trwałości zmęczeniowej materiałów w warunkach losowego złożonego stanu naprężenia, *Seria: Monografie, nr 13*, Politechnika Wrocławska, Wrocław, 1979, s. 100
- [82] MACHA E.: Simulation investigations of the position of fatigue plane in materials with biaxial loads, *Mat. -wiss. U. Werkstofftech*, No. 20, 1989, Teil I, Heft 4/89, pp. 132-136, Teil II, Heft 5/89, pp. 153-163
- [83] MACHA E.: Uogólnienie odkształceniowych kryteriów wieloosiowego zmęczenia cyklicznego na zakres obciążeń losowych, *Studia i Monografie, Politechnika Opolska, z. 23*, Opole, 1988, s. 89
- [84] MACHA E., SONSIGNO C.M.: Energy criteria of multiaxial fatigue failure, *Fatigue Fract Engng Mater Struct*, 22, 1999, pp. 1053-1070
- [85] MATAKE T.: An explanation on fatigue limit under combined stress, *Bulletin of the JSME*, Vol. 20, No 141, 1977, pp. 257-26
- [86] MATLAB, Optimization toolbox user guide, version 3, The MathWorks, 2007
- [87] MCCLAFLIN D., FATEMI A.: Torsional deformation and fatigue of har-

- dened steel including mean stress and stress gradient effects, *Int J Fatigue*, 26, 2004, pp. 773-784
- [88] MCDOWELL D.L.: A two surface model for transient nonproportional cyclic plasticity: Part I-Development of appropriate equations; Part II-Comparison of theory with experiments, *Journal of Applied Mechanics*, ASME, 52, 1985, pp. 298-302; pp.203-308
- [89] MCDOWELL D.L.: Simple experimentally motivated cyclic plasticity model, *Journal of Engineering Mechanics*, Vol. 113, No. 3, March, 1987, pp. 378-397
- [90] MOREL F., PALIN-LUC T.: A non-local theory applied to high cycle multiaxial fatigue, *Fatigue Fract Engng Mater Struct*, 25, 2002, pp. 649-665
- [91] MRÓZ Z.: On the description of anisotropic workhardening, *J. Appl. Phys. Solids*, 15, 1967, pp. 163-175
- [92] MRÓZ Z., SEWERYN A., TOMCZYK A.: Fatigue crack growth prediction accounting for the damage zone, *Fatigue Fract Engng Mater Struct*, 28, 2005, pp. 61-71
- [93] MUNDAY E. G.: Significance of the relative orientation of the mean and alternating principal stress axes in biaxial fatigue, *Transaction of ASME, Journal of Engineering Materials and Technology*, vol. 114, October 1992, pp. 406-408
- [94] MURAKAMI Y., ENDO M.: Effect of defect, inclusions and inhomogeneities on fatigue strength, *Int J Fatigue*, 16, 1994, pp. 163-182
- [95] MURAKAMI Y., MILLER K.J.: What is fatigue damage? A view point from the observation of low cycle fatigue process, *Int J Fatigue*, 27, 2005, pp. 991-1005
- [96] MURAKAMI Y., TAKADA M., TORIYAMA T.: Super-long life tension-compression fatigue properties of quenched and tempered 0.46% carbon steel, *Int J Fatigue*, 16, 1998, pp. 661-667
- [97] MURAKAMI Y., YOKOYAMA N.N., NAGATA J.: Mechanism of fatigue failure in ultralong life regime, *Fatigue Fract Engng Mater Struct*, 25, 2002, pp. 735-746
- [98] NADOT Y., DENIER V.: Fatigue failure of suspension arm: experimental analysis and multiaxial criterion, *Engng Fail Anal*, 11, 2004, pp. 485-499
- [99] NADOT Y., MENDEZ J., RANGANATHAN N.: Influence of casting defects on the fatigue limit of nodular cast, *Int J Fatigue*, 26, 2004, pp. 311-319

-
- [100] NADOT Y., BILLAUDEAU T.: Multiaxial fatigue limit criterion for defective materials, *Engng Fract Mech*, 73, 2006, pp. 112-133
- [101] NAIK R.A., LANNING D.B., NICHOLAS T., KALLMEYER A.R.: A critical plane gradient approach for the prediction of notched HCF life, *Int J Fatigue*, 27, 2005, pp. 481-492
- [102] OHNO N.: Constitutive modeling of cyclic plasticity with emphasis on ratcheting, *International Journal of Mechanical Sciences*, 40, 1998, pp. 251-261
- [103] OLSZAK W., PERZYNA P., SAWCZK A.: Teoria plastyczności, Instytut Podstawowych Problemów techniki Polskiej Akademii Nauk, PWN, Warszawa 1965, praca zbiorowa, ss. 400
- [104] PALIN-LUC T., LASSERRE S.: An energy based criterion for high cycle multiaxial fatigue, *Eur J Mech., A/Solids*, 17(2), 1998, pp. 237-251
- [105] PALIN-LUC T., LASSERRE S., BERARD J.-Y.: Experimental investigation on the significance of the conventional endurance limit of a spheroidal graphite cast iron, *Fatigue Fract Engng Mater Struct*, 21, 1998, pp. 191-200
- [106] PAPADOPOULOS I.V., PANOSKALTSIS V.P.: Invariant formulation of a gradient dependent multiaxial high-cycle fatigue criterion, *Engng Fract Mech*, 55(4), 1996, pp. 513-528
- [107] PAPADOPOULOS I.V., DAVOLI P., GORLA C., FILIPPINI M., BERNASCONI A.: A comparative study of multiaxial high-cycle fatigue criteria for metals, *Int J Fatigue*, Vol. 19, No. 3, 1997, pp. 219-235
- [108] PAPADOPOULOS I.V.: Long life fatigue under multiaxial loading, *Int J Fatigue*, 23, 2001, pp. 831-849
- [109] RYMARZ CZ.: Mechanika ośrodków ciągłych, Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa 1993, s. 514
- [110] QYLAFKU G., AZARI Z., GJONAJ M., PLUVINAGE G.: On the fatigue failure and life prediction for notched specimens, *Mater Sci*, 34(5), 1998, pp. 604-618
- [111] QYLAFKU G., AZARI Z., KADI N., GJONAJ M., PLUVINAGE G.: Application of a new model proposal for fatigue life prediction on notches and key-seats, *Int J Fatigue*, 21, 1999, pp. 753-760.
- [112] QYLAFKU G., PLUVINAGE G.: Multiaxial fatigue criterion for notched specimens including the effective stress range, relative stress gradient, and hydrostatic pressure, *Mater Sci*, 37(4), 2001, pp. 573-582
- [113] QYLAFKU G., KADI N., DOBRANSKI J., AZARI Z., GJONAJ M., PLU-

- VINAGE G.: Fatigue of specimens subjected to combined loading. Role of hydrostatic pressure, *Int J Fatigue*, 23, 2001, pp. 689-701
- [114] SCHIJVE J.: A normal distribution or a Weibull distribution for fatigue lives, *Fatigue Fract Engng Mater Struct*, vol 16, no. 8, 1993, pp. 851-859
- [115] SCHIJVE J.: Fatigue predictions and scatter, *Fatigue Fract Engng Mater Struct*, 17, 1994, pp. 381-396
- [116] SCHIJVE J.: Statistical distribution functions and fatigue of structures, *Int J Fatigue*, 27, 2005, pp. 1031-1039
- [117] SEWERYN A.: Modelowanie zagadnień kumulacji uszkodzeń i pęknięcia w złożonych stanach obciążeń, Wydawnictwo Politechniki Białostockiej, Rozprawy naukowe nr 110, Białystok 2004, s. 280
- [118] SEWERYN A., MRÓZ Z.: A non-local stress failure condition for structural elements under multiaxial loading, *Engng Fract Mech* 51(6), 1995, pp. 955-973
- [119] SEWERYN A., MRÓZ Z.: On the criterion of damage evolution for variable multiaxial stress states, *Int J Solids Structures*, 35 (14), 1998, pp. 1589-1616
- [120] SŁOWIK J.: Wpływ złożonego stanu naprężenia w dnie karbu na trwałość zmęczeniową elementów maszyn, Rozprawa doktorska, Politechnika Opolska, Wydział Mechaniczny, 2007, s. 130
- [121] SMITH K.N., WATSON P., TOPPER T.H.: A stress-strain function for the fatigue of metals, *Journal of Materials JMLSA* 5, 1970, pp. 767-778
- [122] SOCIE D. F.: Multiaxial fatigue damage models, *ASME J. Engin. Mat. Techn.*, vol. 109, 1987, pp. 292-298
- [123] SOCIE D.F.: Critical plane approaches for multiaxial fatigue damage assessment, *Advances in Multiaxial Fatigue*, ASTM STP 1191, D.L McDowell and R. Ellis, Eds., American Society for Testing and Materials, Philadelphia, 1993, pp. 7-36
- [124] SOCIE D.F., WAILL L.A., DITTMER D.F.: Biaxial fatigue of Inconel 718 including mean stress effects, *Multiaxial Fatigue*, ASTM STP 853, K.J. Miller and M.W. Brown, Eds., American Society for Testing and Materials, Philadelphia 1985, pp. 463-481
- [125] SOCIE D.F., MARQUIS G.B.: *Multiaxial Fatigue*, Society of Automotive Engineers, Inc. Warrendale, Pa., 2000, 484 ps
- [126] SUN W.: Nonmonotone trust region method for solving optimization problems, *Applied Mathematics and Computation*, 156, 2004, pp. 15974
- [127] SUSMEL L., TAYLOR D.: A simplified approach to apply the theory of

- critical distances to notched components under torsional fatigue loading, *Int J Fatigue*, 28, 2006, pp. 417-430
- [128] SUSMEL L., TAYLOR D.: Non-propagating cracks and high-cycle fatigue failures in sharply notched specimens under in-phase Mode I and II loading, *Engng Fail Anal*, 14, 2007, pp. 861-876
- [129] SZALA J.: Hipotezy sumowania uszkodzeń zmęczeniowych, Wydawnictwa Uczelniane Akademii Techniczno-Rolniczej, Bydgoszcz 1998, s. 176
- [130] TAYLOR D.: Geometrical effects in fatigue: a unifying theoretical model, *Int J Fatigue*, 21, 1999, pp. 413-420
- [131] TAYLOR D.: A mechanistic approach to critical-distance methods in notch fatigue, *Fatigue Fract Engng Mater Struct*, 24, 2001, pp. 215-24
- [132] TAYLOR D.: Analysis of fatigue failures in components using the theory of critical distances, *Engng Fail Anal*, 12, 2005, pp. 906-914
- [133] TAYLOR D.: The theory of critical distances, *Engng Fract Mech*, 75, 2008, pp. 1696-1705
- [134] TIPTON S.M, BANNANTINE J.A.: Inelastic stress-strain predictions for multiaxial fatigue damage evaluation, *Advances in Multiaxial Fatigue*, ASTM STP 1191, D.L. McDowell and R. Ellis, Eds., American Society for Testing and Materials, Philadelphia, 1993, pp. 273-297
- [135] VALANIS K.C.: A theory of viscoplasticity without a yield surface, part I - general theory; part II - application to mechanical behavior of metals, *Archives of Mechanics*, 23, 4, Warszawa 1971, pp. 517-551
- [136] WANG YING-YU, YAO WEI-XING: Evaluation and comparison of several multiaxial fatigue criteria *Int J Fatigue*, 26, 2004, pp. 17-25
- [137] WEIBULL W.: A statistical theory of the strength of materials, *Royal Swed Inst Engng Res*, no. 151, 1939, ps. 45
- [138] WEIBULL W.: A statistical representation of fatigue failures in solids, *Transaction of The Royal Institute of Technology No 27*, Stockholm, 1949, ps. 50
- [139] WORMSEN A., SJÖDIN B, HÄRKEGÄRD G., FJELDSTAD A.: Non-local stress approach for fatigue assessment based on weakest-link theory and statistic extremes, *Fatigue Fract Engng Mater Struct*, 30, 2007, pp. 1214-1227
- [140] YAN I.H., ZHENG X.L., ZHAO K.: Prediction of fatigue life and its probability distribution of notched friction welded joints under variable-amplitude loading, *Int J Fatigue*, 22, 2000, pp. 481-494

-
- [141] YANG L., FATEMI A.: Cumulative fatigue damage assessment and life predictions of as-forged vs QT V-based MA steels using two-step loading experiments Proc Instn Mech Engrs, vol 217, part L: J Materials: Design and Applications 2003, pp. 145-155
- [142] YAO W., XIA K., GU Y.: On the fatigue notch factor, K_f , Int J Fatigue, 17, 1995, pp. 245-251
- [143] YAO W., YE B., ZHENG L.: A verification of the assumption of anti-fatigue design, Int J Fatigue, 23, 2001, pp. 271-277
- [144] YOU BONG-RYUL, LEE SOON-BOK: A critical review on multiaxial fatigue assessments of metals, Int J Fatigue, vol. 18, no. 4, 1996, pp. 235-244
- [145] ZHAO Y.-X., GAO Q., SUN X.-F.: A statistical investigation of the fatigue lifes of Q235 steel-welded joints, Fatigue Fract Engng Mater Struct, 21, 1998, pp. 781-790
- [146] ZHAO Y.-X., GAO Q., WANG J.-N.: An approach for determining an appropriate assumed distribution of fatigue life under limited data, Reliab Eng Syst Safe, 67, 2000, pp. 17
- [147] ZHENG X., LÜ B., JIANG H.: Determination of probability distribution of fatigue strength and expressions of P-S-N curves, Engng Fract Mech, 50(4), 1995, pp. 483-491
- [148] ZHENG X., LI Z., LÜ B.: Prediction of probability distribution of fatigue life oof 15MnVN steel notched elements under variable-amplitude loading, Int J Fatigue, 18(2), 1996, pp. 81-86
- [149] ZHIXUE W.: Short fatigue crack parameters describing the lifetime of un-notched steel specimens, Int J Fatigue, 23, 2001, pp. 363-369.

Podziękowania

Wiele osób przyczyniło się do powstania niniejszej monografii, ale szczególnie dziękuję swej małżonce za nieustającą cierpliwość i motywację do pracy.

Za serdeczność, liczne i celne uwagi składam podziękowania recenzentom pracy: prof. dr. hab. inż. Andrzejowi Sewerynowi oraz dr. hab. inż. Jerzemu Kalecie i jego współpracownikom dr inż. G. Ziętek i prof. dr. hab. inż. M. Rybaczukowi.

NIELOKALNE METODY OBLICZEŃ ZMĘCZENIOWYCH

Streszczenie

Monografia dotyczy analizy wpływu zmiennych w czasie, niejednorodnych rozkładów naprężeń na trwałość zmęczeniową materiałów konstrukcyjnych. Analizę przeprowadzono przy wykorzystaniu metod nielokalnych. W zależności od dominujących mechanizmów zmęczenia, metody nielokalne podzielono na dwie grupy, tj. metody deterministyczne i probabilistyczne. Z przeglądu literatury dotyczącej nielokalnych metod oraz zaobserwowanych mechanizmów zniszczenia wyciągnięto wnioski, które pozwoliły na opracowanie nowych, oryginalnych metod obliczeniowych: (a) metody deterministycznej bazującej na koncepcji uśredniania naprężeń (odkształceń) w płaszczyźnie krytycznej i (b) metody probabilistycznej szacowania trwałości zmęczeniowej elementów konstrukcyjnych bazującej na koncepcji „najsłabszego ogniwa”. W metodzie deterministycznej wyróżniono dwa obszary analizy do osobnego uśredniania składowych stycznych naprężeń (odkształceń postaciowych) oraz składowych normalnych naprężeń (odkształceń). Zastosowane dwa obszary pozwalają na modelowanie odmiennych mechanizmów zmęczeniowych zachodzących w etapie I i II pęknięcia i ich wpływu na trwałość zmęczeniową elementów o niejednorodnych polach naprężeń. W metodzie probabilistycznej wykorzystano nowy dwuwymiarowy rozkład prawdopodobieństwa zniszczenia elementu. Zaproponowany rozkład pozwala na wyznaczenie trwałości zmęczeniowej elementów z niejednorodnym rozkładem naprężenia w szerokim zakresie liczby cykli dla dowolnego poziomu prawdopodobieństwa. Metody zostały zweryfikowane na podstawie trwałości zmęczeniowej wyznaczonej w badaniach eksperymentalnych elementów z koncentratorami naprężeń oraz elementów gładkich poddanych zginaniu i skręcaniu. Na podstawie otrzymanych rezultatów określono zarys uogólnionego modelu wyznaczania trwałości zmęczeniowej wykorzystujący zarówno interakcję punktów w lokalnych strefach uszkodzenia, jak i probabilistyczny charakter inicjacji pęknięć.

NON-LOCAL METHODS IN FATIGUE CALCULATION

Abstract

The present monograph concerns an analysis of non-homogenous stress distribution influence on fatigue life of structural materials. The analysis was performed using the non-local methods. Depending on failure mechanisms the non-local methods were categorised into two groups, i.e. deterministic methods and probabilistic methods. From a literature review and experimental evident conclusions were drawn which allow elaborating new, original methods: (a) deterministic method based on averaging process of stresses (strains) on the critical plane, (b) probabilistic method based on 'weakest link concept'. In deterministic method two scales of observation were distinguished which allow performing separated averaging process of shear and normal stresses (strains) over critical plane. The probabilistic approach is developed in order to take into account the stress gradient effect on the fatigue life of structural component. This approach is based on the weakest link concept, which usually determines, for a given lifetime, the probability distribution of the fatigue strength. The new proposal determines the probability that the fatigue life will be smaller than a required fatigue life under any stress amplitude. This new concept allows calculating fatigue life and its scatter for an arbitrary loading level and an arbitrary failure probability. A Weibull type probability distribution is used in the proposal which parameters become functions of a local equivalent stress or strain. The proposed methods were successfully verified using experimental results. Obtained results were used to outline a generalised fatigue model based on both interaction between locally damaged areas and probabilistic mechanism of crack initiation.