

**Tadeusz Trzaskalik\*, Piotr Namieciński\*\*,  
Andrzej Bajdak\*, Sławomir Jarek\***

\* Uniwersytet Ekonomiczny w Katowicach

\*\* Uniwersytet Łódzki

e-mails: tadeusz.trzaskalik@ue.katowice.pl; piotr.namiecinski@uni.lodz.pl;  
andrzej.bajdak@ue.katowice.pl; slawomir.jarek@ue.katowice.pl

---

**WYKORZYSTANIE STOCHASTYCZNEJ  
WIELOKRYTERIALNEJ ANALIZY  
AKCEPTOWALNOŚCI W PROGNOZOWANIU  
PRZYSZŁYCH UDZIAŁÓW W RYNKU  
DLA NOWO WPROWADZANYCH PRODUKTÓW**

---

**APPLICATION OF THE STOCHASTIC  
MULTICRITERIA ACCEPTABILITY ANALYSIS  
FOR MARKET SHARE FORECASTING  
FOR NEW PRODUCTS**

---

DOI: 10.15611/pn.2017.469.21

JEL Classification: C63, M31

**Streszczenie:** Wprowadzenie nowego produktu jest procesem kosztownym i długotrwałym. Brak informacji o preferencjach potencjalnych klientów stanowi zawsze duży problem w prognozowaniu przyszłych udziałów w rynku. W artykule proponowane jest nowatorskie wykorzystanie metody stochastycznej wielowymiarowej analizy akceptowalności (SMAA), do badania przewagi konkurencyjnej nowych produktów i prognozowania ich udziałów w rynku. Możliwe jest to dzięki reinterpretacji podstawowych wskaźników metody SMAA. Dzięki temu, posiadając jedynie informacje o udziałach w rynku i specyfikacji technicznej poszczególnych produktów, możliwa jest prognoza przyszłych udziałów w rynku nowo wprowadzanych produktów. W celu lepszego zobrazowania idei kryjącej się za proponowaną metodą został przedstawiony prosty przykład liczbowy. W przykładzie tym do modelowania procesu decyzyjnego wykorzystano metodę PROMETHEE.

**Słowa kluczowe:** SMAA PROMETHEE, udziały w rynku, preferencje klientów.

**Summary:** The introduction of a new product is a costly and lengthy process. The lack of information about the preferences of potential customers is always a big problem in forecasting future market shares. This article proposes the innovative use of Stochastic Multicriteria Acceptability Analysis (SMAA), to study new products competitiveness and forecast their market share, with very limited resources of information. By reinterpretation of acceptability index to forecast market share of new product there are needed only market shares and technical

characterization of products which has been former present on the market. Simple numerical example was included for better presentation of idea hidden behind of our method. PROMETHEE method was used for decision process modeling.

**Keywords:** SMAA, PROMETHEE, market shares, customer preferences.

## 1. Wstęp

Niektóre dobra kupujemy, kierując się impulsem chwili. W przypadku poważniejszych zakupów postępujemy jednak rozważnie. Staramy się zdobyć możliwie dużo informacji na temat dostępnych na rynku produktów i biorąc pod uwagę możliwie szeroki wachlarz różnych ich cech, wybrać ten, który najlepiej zaspokoi nasze potrzeby. Taki proces możemy modelować za pomocą metod wielokryterialnego wspomaganie decyzji. Metody te wymagają jednak wcześniejszego poznania parametrów opisujących preferencje decydenta. Znając rozkład tych parametrów w populacji, możliwe jest przewidywanie przyszłych decyzji klientów.

Artykuł przedstawia nowatorskie wykorzystanie metody stochastycznej wielokryterialnej analizy akceptowalności (*Stochastic Multiobjective Acceptability Analysis* – SMAA) do badania rozkładu preferencji klientów i przewidywania udziałów w rynku nowo wprowadzanych produktów. W pierwszej części przedstawiona została metoda SMAA. Ta wielokryterialna metoda, opracowana przez grupę fińskich naukowców w latach 90. XX wieku wykorzystywana jest w sytuacji, gdy nie jest możliwe jednoznaczne określenie preferencji decydenta [Lahdelma, Hokkanen, Salminen 1998]. Reinterpretacja wskaźników uzyskanych w wyniku zastosowania tej metody pozwala jednak na uogólnienie wyników na cały rynek. W dalszej części artykułu przedstawione zostały założenia oraz proponowana procedura. W końcowej części pracy znajduje się przykład liczbowy obrazujący schemat postępowania i korzyści, jakie niesie ze sobą stosowanie proponowanej procedury.

## 2. Stochastyczna wielokryterialna analiza akceptowalności

W przypadku pojedynczego klienta rozważamy wielokryterialny problem dyskretny, polegający na uszeregowaniu skończonego zbioru wariantów decyzyjnych  $Z = \{z^1, z^2, \dots, z^m\}$  ze względu na skończony zbiór kryteriów  $G = \{g_1(\cdot), \dots, g_n(\cdot)\}$ , tak by znaleźć wariant najlepiej odpowiadający jego preferencjom. Do tego celu możemy wykorzystać dowolną metodę wielokryterialnego wspomaganie decyzji pozwalającą na uzyskanie rankingu porównywanych produktów. W pracy tej wykorzystywane są metody oparte na wieloatrybutowej funkcji użyteczności ze znajomością wag. W ogólności, metody te tożsame są z metodami porządkowania liniowego, gdzie funkcją agregującą jest globalna funkcja użyteczności:

$$u_i = \sum_{k=1}^n w_k g_k(z^i). \quad (1)$$

Oceny wariantów decyzyjnych względem kryteriów ( $g_k(z^i)$ ) mogą być ustalane na różne sposoby, w zależności od przyjętej metody wielokryterialnej, i zwykle nie nastęrczają znaczących problemów. Znacznie trudniej jest jednoznacznie określić wartości wag poszczególnych kryteriów  $w_k$ , tak aby dobrze odzwierciedlały preferencje decydenta. Problemy te zainspirowały Lahdelmę, Hokkanena i Salminena do stworzenia metody SMAA, w której wystarczy określić jedynie rozkład prawdopodobieństwa tych wag. Dzięki temu możliwe jest zdobycie dodatkowych informacji na temat warunków, w jakich poszczególne warianty decyzyjne byłyby preferowane, pozwalając pojedynczemu decydentowi na wybór rozwiązania kompromisowego.

Podstawą metody SMAA jest koncepcja przeglądu całej przestrzeni wag dopuszczalnych  $W$ . W przypadku całkowitego braku informacji dotyczących preferencji decydenta na temat ważności kryteriów zakłada się, że wektor wag  $w$  pochodzi z wielowymiarowego równomiernego rozkładu rozpiętego na przestrzeni wag dopuszczalnych o funkcji gęstości  $f_W(w)$ . Dodatkowo metoda SMAA narzuca warunek normalizacji wag, tak więc przestrzeń wag dopuszczalnych  $W$  dla takiego przypadku definiuje się następująco:

$$W = \left\{ w \in R^n : w_i \geq 0, \sum_{i=1}^n w_i = 1 \right\}.$$

W sytuacji, gdy posiadamy dodatkowe informacje, wówczas zbiór wag dopuszczalnych jest zawężany poprzez dodanie dodatkowych warunków ograniczających. Może to być na przykład informacja, że  $k$ -te kryterium jest ważniejsze od  $j$ -tego. Wówczas zbiór wag dopuszczalnych wygląda następująco:

$$W = \left\{ w \in R^n : w_i \geq 0, w_k \geq w_j, \sum_{i=1}^n w_i = 1 \right\}.$$

Dodatkowym atutem metody SMAA jest możliwość uwzględnienia częściowego braku informacji względem ocen wariantów decyzyjnych  $g_k(z^i)$ . W takiej sytuacji deterministyczne oceny zastępuje się zmiennymi losowymi  $\xi_{ik}$  o wspólnej wielowymiarowej funkcji gęstości  $f_X(\xi)$ .

Celem metody SMAA jest analiza przestrzeni wag dopuszczalnych  $W$  i określenie, dla jakich jej podzbiorów preferowane byłyby poszczególne warianty decyzyjne. Innymi słowy, chodzi o znalezienie takich kombinacji wag  $w$ , dla których  $i$ -ty wariant decyzyjny ma w zbiorze wszystkich wariantów największą wartość globalnej funkcji użyteczności. Taką przestrzeń wag nazywamy przestrzenią wag sprzyjających  $W_i$  i definiujemy następująco:

$$W_i(\xi) = \left\{ w \in W : u(\xi_i, w) \geq u(\xi_k, w), \bigwedge k = 1, \dots, m \right\}.$$

W metodzie SMAA obliczamy dla każdego wariantu decyzyjnego 3 podstawowe wskaźniki: indeks akceptowalności  $a_i$ , centralny wektor wag sprzyjających  $w_i^c$  oraz współczynnik pewności  $p_i^c$ .

Indeks akceptowalności  $a_i$  informuje o tym, jak dużą część przestrzeni wag dopuszczalnych  $W$  stanowi przestrzeń wag sprzyjających  $i$ -temu wariantowi  $W_i$ , i jest definiowany jako wielowymiarowa całka postaci:

$$a_i = \frac{E(vol(W_i))}{vol(W)} = \int_{\xi \in \mathcal{X}} f_{\mathcal{X}}(\xi) \int_{w \in W_i(\xi)} f_W(w) dw d\xi. \quad (2)$$

Im większa wartość tego indeksu, tym dany wariant decyzyjny będzie preferowany dla większego zakresu różnych kombinacji wag.

W celu uzyskania informacji, dla jakich kombinacji wag preferowany jest  $i$ -ty wariant decyzyjny, określa się centralny wektor wag sprzyjających  $w_i^c$  jako centroid przestrzeni wag sprzyjających:

$$w_i^c = \frac{1}{a_i} \int_{\xi \in \mathcal{X}} f_{\mathcal{X}}(\xi) \int_{w \in W_i(\xi)} f_W(w) w dw d\xi. \quad (3)$$

Wskaźnik ten odzwierciedla typowe preferencje decydenta, który wybrałby wariant  $i$ -ty, może więc posłużyć do opisu klienta preferującego dane dobro.

Ze względów numerycznych wszystkie wskaźniki metody SMAA wyliczane są za pomocą symulacji Monte Carlo. Obliczenia zaczyna się od wygenerowania z założonego rozkładu wektora wag  $w$  oraz losowych ocen wariantów decyzyjnych  $\xi$ . Na podstawie tych wartości i przyjętej globalnej funkcji użyteczności sporządza się ranking wariantów decyzyjnych. Dokładny opis algorytmów znajduje się w: [Tervonen, Lahdelma 2007].

W metodzie SMAA postać globalnej funkcji użyteczności nie jest jednoznacznie określona. Dodatkowo w procesie obliczania wszystkich wskaźników potrzebne jest jedynie określenie rankingu wariantów decyzyjnych. W związku z tym możliwe jest połączenie metody SMAA z dowolną, tworzącą ranking, wielokryterialną metodą wspomagania decyzji. Dotychczas w literaturze zaprezentowane zostały połączenia z metodą AHP [Durbach, Lahdelma, Salminen 2014], PROMETHEE [Corrente, Figueira, Greco 2014], ELECTRE [Tervonen i in. 2004; Tervonen, Figueira 2008] oraz TOPSIS [Okul, Gencer, Aydogan 2014].

W niniejszej pracy decyzje konsumentów zostały odwzorowane za pomocą metody PROMETHEE. Pozwala to na wykorzystanie możliwości uzyskania dodatkowych informacji, jakie daje analiza GAIA. Dokładny opis metody PROMETHEE można znaleźć w pracy [Trzaskalik (red.) 2014] oraz opis wraz z modułem wizualizacji GAIA w pracy: [Brans, Mareschal 2005].

### 3. Algorytm metody SMAA do badania udziałów w rynku

Współczynnik akceptowalności  $a_i$  możemy interpretować jako przewidywane udziały w rynku. Żeby to jednak było możliwe, konieczne jest poznanie rzeczywistego rozkładu wag wśród klientów obecnych na analizowanym rynku. Niestety, estymacja tego rozkładu nie jest sprawą prostą. Należy bowiem znaleźć parametry rozkładów  $f_X(\xi)$  oraz  $f_W(w)$ , takie aby minimalizować różnicę pomiędzy rzeczywistymi udziałami w rynku a współczynnikami akceptowalności  $a_i$ , a te wyliczane są za pomocą wielowymiarowej całki (4). Sytuację utrudnia fakt, że w przypadku stochastycznym, kiedy oceny kryteriów też są traktowane jak zmienne losowe o nieznanym rozkładzie, mają one wpływ na kształt zbioru wag sprzyjających. Tym samym część estymowanych parametrów znajduje się w granicach całki.

W celu ominięcia tego problemu autorzy zaproponowali uproszczoną procedurę obliczeniową składającą się z 3 następujących kroków:

- Krok 1. Definiujemy analizowany segment rynku poprzez zbudowanie zadania wielokryterialnego (określamy skończoną listę wariantów decyzyjnych, wyczerpującą zbiór konkurujących ze sobą produktów w danym segmencie, oraz listę kryteriów, którymi kierują się klienci przy wyborze).
- Krok 2. Przeprowadzamy wstępną analizę SMAA dla zbudowanego zadania bez żadnych dodatkowych założeń (wagi losowane są z wielowymiarowego rozkładu równomiernego) oraz jedynie produktów dostępnych już na rynku.
- Krok 3. Przeprowadzamy właściwą analizę SMAA dla zbioru wariantów decyzyjnych rozszerzonych o nowo wprowadzane produkty. Wagi tym razem losowane są zgodnie ze schematem wykorzystującym przestrzenie wag sprzyjających uzyskane w kroku 2.

Właściwe zdefiniowanie wielokryterialnego problemu decyzyjnego odpowiadającego badanemu segmentowi rynku (krok 1) jest kluczowe dla uzyskania prawidłowych wyników. Analizowany segment rynku definiujemy poprzez odpowiedni dobór produktów. Liczba kryteriów powinna być możliwie duża, aby uwzględnić wszystkie cechy brane pod uwagę przez klientów. Problemy wynikające ze współliniowości niektórych kryteriów w tym przypadku nie są tak istotne, gdyż najważniejsze jest dobre odwzorowanie procesu decyzyjnego konsumentów. Nieuwzględnienie niektórych z nich może prowadzić zaś do zdominowania niektórych wariantów decyzyjnych. Wówczas nie jest możliwe wyjaśnienie za pomocą proponowanego modelu, dlaczego te produkty są kupowane przez racjonalnych klientów. Rozwiązaniem tego problemu może być rozbudowanie modelu decyzyjnego o kryterium losowe lub uwzględnienie niepełnej informacji, jaką posiada konsument o wszystkich dostępnych wariantach decyzyjnych. Rozwiązania te są jednak tematem dalszych badań.

Krok 2 analizy służy dwóm celom. Po pierwsze, sprawdzamy, czy zadanie wielokryterialne odwzorowujące badany segment rynku zostało dobrze sformułowane. Jeżeli któreś współczynniki akceptowalności są równe 0, należy zadanie przebudować.

wać. Dodatkowo w kroku tym należy dokładnie określić przestrzenie wag sprzyjających poprzez stworzenie tabeli wag, w której będą zapisane wszystkie wylosowane wektory wag sprzyjające poszczególnym wariantom. Tabela ta wykorzystana jest następnie w kroku 3 do losowania wag zgodnie z dwuetapowym schematem:

1. Losujemy jeden z produktów, każdy z prawdopodobieństwem wylosowania równym jego udziałom w rynku.

2. Losujemy jeden z zapisanych w tabeli wektorów wag, który sprzyja wylosowanemu w etapie 1 produktowi. Każdy z wektorów wag może być wybrany z takim samym prawdopodobieństwem.

#### 4. Przykład liczbowy

Na rynku pewnego dobra konkuruje ze sobą 5 produktów, które można z charakteryzować 3 cechami: ceną, jakością wykonania oraz czasem oczekiwania na jego dostarczenie. W rozważanym przykładzie pewna firma szykuje się do wprowadzenia na rynek dwóch nowych produktów N1 i N2. Rozpatrywane są 3 możliwe strategie, wprowadzenie jedynie produktu N1, jedynie N2 lub obu produktów. Celem analizy jest oszacowanie przyszłych udziałów w rynku w zależności od wybranej strategii. Oceny wszystkich produktów ze względu na poszczególne kryteria oraz obecne udziały w rynku, jak i uzyskane za pomocą proponowanej metody prognozy przedstawia tabela 1.

**Tabela 1.** Dane do przykładu liczbowego i jego wyniki

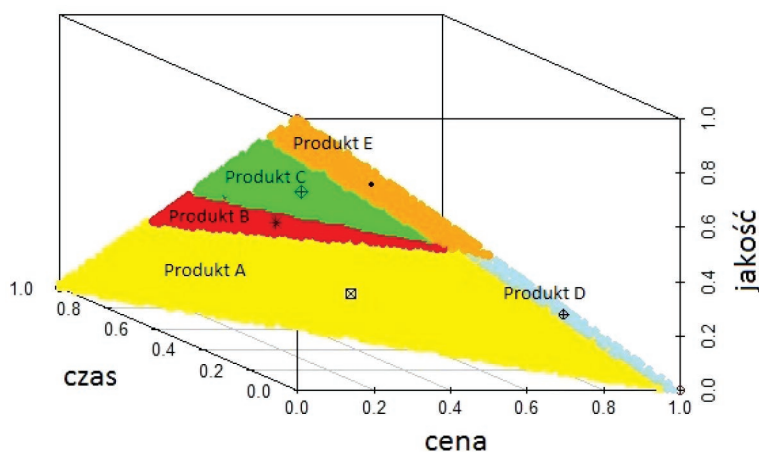
Produkt	Parametry produktów			Udziały			
	cena	czas	jakość	przed	tylko N1	tylko N2	N1 i N2
A	5 100	54	4,01	49,50%	46,26%	43,33%	41,19%
B	15 890	88	9,19	24,00%	22,01%	15,57%	17,91%
C	17 490	95	9,75	9,90%	8,45%	8,67%	7,70%
D	4 590	95	4,54	8,90%	9,84%	9,87%	10,38%
E	17 890	140	10,9	7,70%	8,61%	9,45%	9,71%
N1	9 090	65	6,2		4,83%	–	0,61%
N2	10 390	65	6,75			13,11%	12,50%

Źródło: opracowanie własne.

W pierwszym kroku przygotowane zostaje zadanie wielokryterialne odzwierciedlające aktualną sytuację na rynku. Na tym etapie brane są pod uwagę jedynie już obecne produkty na rynku A-E oraz wszystkie trzy kryteria ich oceny. Preferencje klientów są odwzorowywane za pomocą metody PROMETHEE II. Dla każdej cechy przyjęto w obliczeniach uogólnione kryterium Gaussa.

Dla tak zbudowanego modelu w kroku drugim przeprowadzona zostaje analiza SMAA. Wagi losowane są z wielowymiarowego rozkładu równomiernego. Najistotniejsze w tym kroku jest odwzorowanie przestrzeni wag sprzyjających. Uzyskane w analizie odwzorowanie przedstawia rysunek 1.

Ostatni krok proponowanej analizy polega na przeprowadzeniu trzech symulacji procedury SMAA, oddzielnie dla każdego scenariusza wprowadzania nowych produktów. W pierwszym przypadku zbiór produktów obejmuje produkty od A do E oraz produkt N1. W drugiej symulacji produkt N1 zostaje zastąpiony produktem N2. Ostatnia symulacja zakłada, że na rynek wprowadzane są oba produkty N1 i N2. W każdym przypadku wagi losowane są zgodnie z tym samym schematem. Najpierw losowany jest jeden z produktów od A do E, każdy z prawdopodobieństwem odpowiadającym jego udziałom w rynku. Następnie losowany jest jeden z odpowiadających temu produktowi wektorów wag. Jeżeli został wylosowany produkt A (prawdopodobieństwo równe 49,5%), to następnie losowany jest jeden z wektorów wag zaznaczonych na rysunku 1 na żółto. Tak wylosowany wektor wag stosowany jest następnie w rozszerzonym o nowe produkty zadaniu PROMETHEE, by sprawdzić, jaki produkt tym razem byłby preferowany przez danego konsumenta. Schemat ten jest powtarzany wielokrotnie, zgodnie z procedurą SMAA. Uzyskane w ten sposób współczynniki akceptowalności traktowane są jako prognozowane udziały w rynku po wprowadzeniu nowych produktów. Uzyskane wyniki zawiera tabela 1.



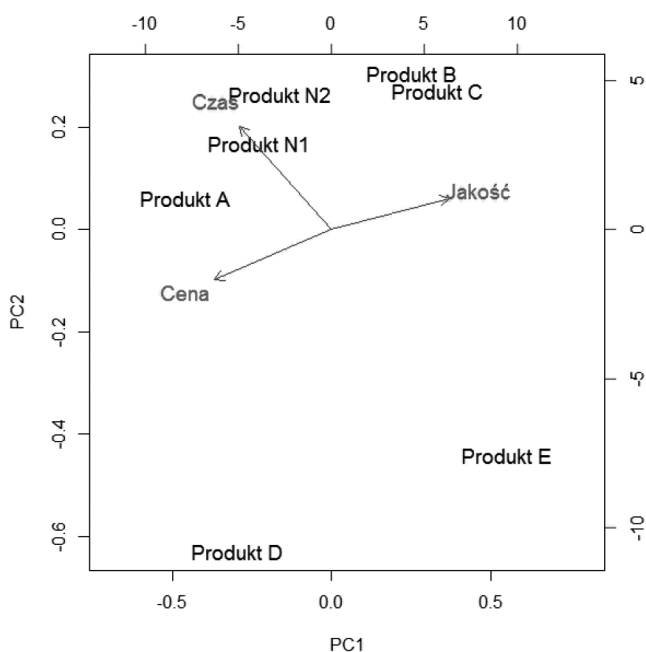
Rys. 1. Przestrzenie wag sprzyjających uzyskane w kroku 1

Źródło: opracowanie własne.

Analiza wskazała, że najbardziej opłacalnym rozwiązaniem jest wprowadzenie na rynek jedynie produktu N2. Jeżeli jest on wprowadzany samodzielnie ma szansę na zdobycie aż 13,11% rynku. W przypadku wprowadzania jednocześnie produktów



N1 i N2 udziały w rynku naszej firmy też będą wynosić 13,11%, ale będą rozdzielone na oba produkty, po 0,61% i 12,50% odpowiednio dla N1 i N2. Wprowadzenie nowych produktów na rynek najmocniej zaszkodzi produktom A i B. W przypadku wprowadzenia na rynek dobra N2 tracą one od 6% do ponad 8% rynku. Straty produktu C są niewielkie i sięgają maksymalnie 1,5% rynku.



**Rys. 2.** Wyniki analizy GAIA

Źródło: opracowanie własne.

W celu lepszego zobrazowania, dlaczego dane produkty tracą najwięcej udziałów, przeprowadzono analizę GAIA dla zbioru wszystkich 7 produktów. Metoda ta polega na rzutowaniu za pomocą metody głównych składowych indywidualnych przepływów netto uzyskanych w metodzie PROMETHEE na przestrzeń dwuwymiarową. Wynik tej analizy przedstawia rysunek 2. Widać na niej duże podobieństwo obu produktów N1 i N2 do siebie oraz do produktów A, B i C. Produkty D i E, których przewagi konkurencyjne były skupione na innych parametrach niż czas realizacji, nie musiały obawiać się nowo wprowadzanych produktów.

## 5. Podsumowanie

Stosowane obecnie metody badania preferencji opierają się bądź na danych na poziomie pojedynczych transakcji, bądź czasochłonnych i kosztownych badaniach



ankietowych. Proponowana w tym artykule metoda pozwala w tani i szybki sposób dokonać oszacowania przyszłych udziałów w rynku, wymaga bowiem jedynie znajomości charakterystyk porównywanych produktów oraz ich obecnych udziałów w rynku. Autorzy są jednocześnie świadomi, że metoda wymaga jeszcze ulepszenia, głównie w kwestii estymacji parametrów rozkładu wag, rozbudowania wykorzystywanego modelu wyboru dokonywanego przez konsumenta oraz rozwinięcia mierników dopasowania wyników do danych rzeczywistych. Dalsze prace będą skierowane na wykorzystanie do tego celu analizy bayesowskiej oraz zaprezentowanie jej działania na danych rzeczywistych, które pozwoliłyby również na jej rzetelne porównanie z dotychczas stosowanymi metodami.

## Literatura

- Brans J.P., Mareschal B., 2005, *PROMETHEE methods*, [w:] Figueira J., Greco S., Ehrgott M. (ed.), *Multiple Criteria Decision Analysis. State of Art Surveys*, Springer, Boston, s. 163-196.
- Corrente S., Figueira J.R., Greco S., 2014, *The SMAA-PROMETHEE method*, *European Journal of Operational Research*, vol. 239, s. 514-522.
- Durbach I., Lahdelma R., Salminen P., 2014, *The analytic hierarchy process with stochastic judgments*, *European Journal of Operational Research*, vol. 238, s. 522-559.
- Lahdelma R., Hokkanen J., Salminen P., 1998, *SMAA- stochastic multiobjective acceptability analysis*, *European Journal of Operational Research*, vol. 106, s. 137-143.
- Okul D., Gencer C., Aydoğan E.K., 2014, *A Method Based on SMAA-Topsis for Stochastic Multi-Criteria Decision Making and a Real-World Application*, *International Journal of Information Technology & Decision Making*, vol. 13, s. 957-978.
- Tervonen T., Figueira J., 2008, *A Survey on Stochastic Multicriteria Acceptability Analysis Methods*, *Journal of Multi-Criteria Decision Analysis*, vol. 15, s. 1-14.
- Tervonen T., Figueira J., Lahdelma R., Salminen P., 2004, *An inverse approach for ELECTRE III*. Research Report 20/2004, The Institute of Systems Engineering and Computers (INESC-Coimbra), Coimbra, Portugal, <http://www.inesc.pt> (15.10.2015).
- Tervonen T., Lahdelma R., 2007, *Implementing stochastic multicriteria acceptability analysis*, *European Journal of Operational Research*, vol. 178, s. 500-513.
- Trzaskalik T. (red.), 2014, *Wielokryterialne wspomaganie decyzji. Metody i zastosowania*, Polskie Wydawnictwo Ekonomiczne, Warszawa.