PRACE NAUKOWE UNIWERSYTETU EKONOMICZNEGO WE WROCŁAWIU nr 183
Inwestycje finansowe i ubezpieczenia – tendencje światowe a polski rynek 2011

Krzysztof Kontek
Artal Investments, Warszawa

LOTERIE Z WIELOMA WYPŁATAMI: TEORIA PERSPEKTYWY A MODEL UŻYTECZNOŚCI DECYZYJNEJ

Streszczenie: Artykuł omawia dwie metody wyceny loterii z wieloma wypłatami. Pierwsza to Kumulacyjna Teoria Perspektywy [Tversky, Kahneman 1992]. Druga korzysta z funkcji użyteczności decyzyjnej przypominającej swoim kształtem funkcję użyteczności podaną w hipotezie Markowitza [1952]. Model ten działa podobnie jak teoria oczekiwanej użyteczności, tylko ze znormalizowanym zakresem wypłat. Analizowany w artykule przykład loterii z trzema wypłatami pokazuje, że model użyteczności decyzyjnej jest nie tylko prostszy, ale też daje bardziej logiczne predykcje: wycena rozważanej loterii jest stała dla różnych wartości analizowanych prawdopodobieństw. Wycena za pomocą Kumulacyjnej Teorii Perspektywy jest zmienna i zależy nie tylko od wartości prawdopodobieństw, ale także od parametrów modelu.

Słowa kluczowe: Teoria Perspektywy, model użyteczności decyzyjnej, loterie z wieloma wypłatami.

1. Wstęp

Jednym z głównych zastrzeżeń co do oryginalnej Teorii Perspektywy [Kahneman, Tversky 1979] jest możliwość jej zastosowania wyłącznie do loterii z dwiema wypłatami. Ta wada została usunięta przez Kumulacyjną Teorię Perspektywy, która operuje skumulowanymi, a nie pojedynczymi prawdopodobieństwami [Tversky, Kahneman 1992]. Podejście takie umożliwia generalizację teorii na przypadek więcej niż dwóch wypłat.

Kontek [2011] pokazał, że te same dane eksperymentalne użyte do wyprowadzenia Kumulacyjnej Teorii Perspektywy mogą prowadzić do zupełnie innego rozwiązania, które przypomina swoim kształtem funkcję użyteczności podaną w hipotezie Markowitza [1952]. Rozwiązanie to zostało nazwane funkcją „użyteczności decyzyjnej”. W przeciwieństwie do Teorii Perspektywy, model nie korzysta z koncepcji wag prawdopodobieństw do wyjaśnienia wyników eksperymentów.

Niniejszy artykuł omawia oba podejścia dla loterii z wieloma wypłatami. Kolejny punkt przedstawia Kumulacyjną Teorię Perspektywy, podczas gdy punkt trzeci jest poświęcony zaprezentowaniu funkcji użyteczności decyzyjnej. Następny punkt przedstawia przykład prostej loterii z trzema wypłatami i pokazuje, że oba modele prowadzą do innych rozwiązań. Jak się okazuje, model użyteczności decyzyjnej jest nie tylko prostszy, ale też prowadzi do bardziej logicznej wyceny.

2. Kumulacyjna Teoria Perspektywy

Załóżmy, że zbiór wypłat X określa wszystkie możliwe wypłaty loterii. Zdefiniujmy wektor wypłat loterii $x = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$ taki, że $x_1, x_2, \dots, x_n \in X$, oraz wektor prawdopodobieństw loterii $p = \{p_1, p_2, \dots, p_n\}$ takich, że $\sum_{i=1}^{n} p_i = 1$, gdzie p_i jest prawdopodobieństwem wystąpienia wypłaty x_i. Loteria jest zatem zdefiniowana przez parę wektorów $y = \{x, p\}$, czyli tak samo jak zmienna losowa. Wartość oczekiwana loterii jest równa:

$$EX = \sum_{i=1}^{n} x_i p_i \tag{1}$$

Zakładając istnienie pewnej funkcji użyteczności U, zdefiniujmy wektor użyteczności wypłat $u = \{u_1, u_2, \dots, u_n\}$, gdzie $u_i = \mathrm{U}(x_i)$. Pozwala to przedstawić wycenę loterii za pomocą teorii oczekiwanej użyteczności:

$$\mathrm{V}(y) = \sum_{i=1}^{n} \mathrm{U}(x_i) p_i = \sum_{i=1}^{n} u_i p_i \tag{2}$$

Naruszenia teorii oczekiwanej użyteczności (takie jak obserwowane w paradoksie Allais) mogą być wytłumaczone za pomocą koncepcji wag prawdopodobieństw [Edwards 1961]. Kahneman i Tversky zaproponowali następującą formułę wyceny loterii w ich Teorii Perspektywy [1979]:

$$\mathrm{V}(y) = \sum_{i=1}^{n} \mathrm{U}(x_i)\ \mathrm{W}(p_i) = \sum_{i=1}^{n} u_i w_i \tag{3}$$

gdzie: $\mathrm{W}(p)$ – funkcja wag prawdopodobieństw,
$w_i = \mathrm{W}(p_i)$ – wagi przyporządkowane poszczególnym prawdopodobieństwom, które tworzą wektor wag prawdopodobieństw $w = \{w_1, w_2, \dots, w_n\}$.

Teoria Perspektywy ma poważną wadę z matematycznego punktu widzenia, gdyż (3) prowadzi do naruszeń dominacji stochastycznej pierwszego stopnia. W dużym uproszczeniu chodzi o to, że o ile prawdopodobieństwa sumują się do 1, o tyle ich wagi już nie. Oznacza to, że wycena jest zależna od sposobu reprezentacji loterii. Ogranicza to zastosowanie tej teorii do maksymalnie dwóch niezerowych wypłat.

Rozwiązanie problemu zostało zaproponowane przez Quiggina [1982] w jego Rank-Dependent Expected Utility Theory. Koncepcja ta została zaadaptowana w praktycznie niezmienionej postaci przez Kumulacyjną Teorię Perspektywy [1992], jest też zaprezentowana bardziej szczegółowo poniżej.

Quiggin założył, że funkcja wag prawdopodobieństw dotyczy nie pojedynczych prawdopodobieństw, lecz ich skumulowanych wartości. Wektor prawdopodobieństw $p = \{p_1, p_2, \ldots, p_n\}$ jest najpierw uporządkowany według wartości odpowiadających im wypłat x_i (to jest $x_1 > x_2 > \ldots > x_n$). Następnie jest wprowadzony skumulowany wektor prawdopodobieństw $cp = \{cp_1, cp_2, cp_3, \ldots, cp_n\} = \{p_1, p_1 + p_2, p_1 + p_2 + p_3, \ldots, 1\}$. W wyniku zastosowania funkcji wag prawdopodobieństw W uzyskuje się wektor skumulowanych wag prawdopodobieństw $w = \{w_1, w_2, \ldots, 1\}$, gdzie $w_i = \mathrm{W}(cp_i)$. W końcu uzyskuje się wektor przyrostów skumulowanych wag prawdopodobieństw $\Delta w = \{\Delta w_1, \Delta w_2, \ldots, \Delta w_n\} = \{w_1, w_2 - w_1, w_3 - w_2, \ldots, 1 - w_{n-1}\}$. Wektor ten jest ostatecznie użyty do wyznaczenia wartości loterii:

$$\begin{aligned} \mathrm{V}(y) &= \sum_{i=1}^{n} \mathrm{U}(x_i)\Delta\left(\mathrm{W}\left(\sum_{k=1}^{i} p_k\right)\right) = \sum_{i=1}^{n} \mathrm{U}(x_i)\Delta\left(\mathrm{W}(cp_i)\right) \\ &= \sum_{i=1}^{n} \mathrm{U}(x_i)\Delta(w_i) = \sum_{i=1}^{n} u_i \Delta w_i \end{aligned} \tag{4}$$

Jest oczywiste, że wartość loterii otrzymana z użyciem przedstawionej metodologii zależy od kolejności elementów w wektorach x i p. Wynika to z tego, że wektor skumulowanych prawdopodobieństw i dalsze wyniki zależą od porządku wypłat. Oznacza to, że konkretna wartość prawdopodobieństwa może za każdym razem uzyskać inną wagę w zależności od tego, które miejsce (rank) zajmuje odpowiadająca mu wypłata. Jak już wspomniano, tego typu rozwiązanie, które trudno uznać za proste czy intuicyjne, wynika z konieczności ominięcia problemów dominacji stochastycznej. Należy jednak zauważyć, że w przypadku loterii z dwiema wypłatami przedstawione postępowanie upraszcza się do oryginalnej Teorii Perspektywy z 1979 r.

Kumulacyjna Teoria Perspektywy [Tversky, Kahneman 1992] wprowadziła pewne rozszerzenia do zaprezentowanej procedury w stosunku do wypłat ujemnych. Pozwolono na różne funkcje wag prawdopodobieństw dla zysków i strat. Na podstawie badań eksperymentalnych Kumulacyjna Teoria Perspektywy określiła kształt funkcji użyteczności v(x) (którą teoria nazywa funkcją wartości):

$$\mathrm{v}(x) = \lambda |x|^{\alpha} \tag{5}$$

oraz funkcji wag prawdopodobieństw W(p):

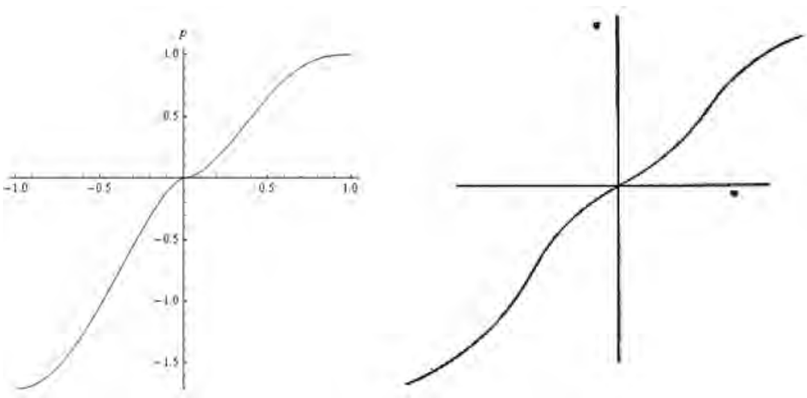
$$\mathrm{W}(p) = \frac{p^{\gamma}}{\left(p^{\gamma} + (1-p)^{\gamma}\right)^{1/\gamma}} \tag{6}$$

gdzie: $\lambda = 1$ i $\gamma = 0{,}61$ dla dodatnich wypłat,
$\lambda = -2{,}25$ i $\gamma = 0{,}69$ dla ujemnych wypłat,
$\alpha = 0{,}88$ zarówno dla dodatnich, jak i ujemnych wypłat.

Często przeocza się fakt, że choć teoria została stworzona dla loterii z większą liczbą wypłat, jej parametry zostały wyznaczone na podstawie eksperymentów dotyczących loterii tylko z dwiema wypłatami. Mimo to powszechnie uważa się, że teoria ta działa poprawnie dla dowolnej liczby wypłat. Jednakże trudno jest znaleźć w literaturze parametry modelu tej teorii wyznaczone na podstawie eksperymentów dotyczących loterii z więcej niż dwiema wypłatami. Jedyny ślad został odnaleziony przez autora niniejszego artykułu u Gonzalesa i Wu [1999], którzy stwierdzili w przypisie 6 (cytat dosłowny, bez tłumaczenia): "*In addition to the two outcome gambles, 36 three-outcome gambles were included. Data from these gambles will be presented elsewhere*". Autorowi niniejszego artykułu nie jest znana żadna późniejsza praca Gonzalesa i Wu na ten temat, nie wiadomo mu także, dlaczego takie wyniki, potwierdzające zastosowanie Kumulacyjnej Teorii Perspektywy do loterii z wieloma wypłatami, nie zostały do tej pory opublikowane.

3. Model użyteczności decyzyjnej

W wyniku analizy tych samych danych, które posłużyły do wyprowadzenia Kumulacyjnej Teorii Perspektywy, Kontek [2011] zaproponował zupełnie inny model (rys. 1, po lewej), który przypomina kształtem funkcję użyteczności zaproponowaną przez Markowitza w jego artykule z 1952 r. zatytułowanym "The utility of wealth" (rys. 1, po prawej).



Rys. 1. Funkcja użyteczności decyzyjnej $p = D(r)$ (po lewej); funkcja użyteczności zaprezentowana przez Markowitza w jego hipotezie [1952] (po prawej)

Źródło: po lewej [Kontek 2011], po prawej [Markowitz 1952].

Otrzymana krzywa, nazwana funkcją użyteczności decyzyjnej, wyjaśnia wyniki eksperymentów przeprowadzonych przez Tversky'ego i Kahnemana bez użycia funkcji wag prawdopodobieństw. Model użyteczności decyzyjnej zakłada bezpośrednią zależność między prawdopodobieństwem a względnym ekwiwalentem pewności:

$$p = D(r) \tag{7}$$

gdzie: p – prawdopodobieństwo,
D – funkcja użyteczności decyzyjnej, która jest monotonicznie narastająca w przedziale [0, 1],
r – względny ekwiwalent pewności zdefiniowany jako:

$$r = \frac{ce - P_{min}}{P_{max} - P_{min}} \tag{8}$$

gdzie: ce – ekwiwalent pewności,
$P_{max} = Max(x)$ – maksymalna wypłata loterii,
$P_{min} = Min(x)$ – minimalna wypłata loterii.

Zależność opisana przez (8) zapewnia, że r przyjmuje wartości z zakresu [0, 1], nawet w przypadku gdy P_{min} jest większe od zera. Dla $P_{min} = 0$ równanie (8) upraszcza się do $r = \frac{ce}{P_{max}}$.

Ponieważ prawdopodobieństwo p jest funkcją jednej zmiennej – względnego ekwiwalentu pewności r, r może być przedstawiony jako funkcja p:

$$r = D^{-1}(p) \tag{9}$$

gdzie D^{-1} jest funkcją odwrotną funkcji użyteczności decyzyjnej. Znając względny ekwiwalent pewności r, ekwiwalent pewności ce loterii w wartościach bezwzględnych można wyznaczyć jako:

$$ce = P_{min} + r(P_{max} - P_{min}) \tag{10}$$

który dla $P_{min} = 0$ upraszcza się $ce = r\,P_{max}$.

Procedura dla wielu wypłat jest przedstawiona przez Kontka [2011]. Loteria z wieloma wypłatami jest zastępowana ekwiwalentną loterią z dwiema wypłatami. Prawdopodobieństwo wygrania większej wypłaty tej ekwiwalentnej loterii wynosi:

$$p' = \sum_{i=1}^{n} p_i D(r_i) \tag{11}$$

Prawdopodobieństwo *p*' jest nazwane ekwiwalentnym prawdopodobieństwem i określa użyteczność decyzyjną loterii. To ekwiwalentne prawdopodobieństwo może być następnie użyte w (9) zamiast pojedynczego prawdopodobieństwa *p* w celu wyznaczenia względnego ekwiwalentu pewności.

Należy zwrócić uwagę, że (11) nie wymaga funkcji wag prawdopodobieństw ani w zwykłej, ani w skumulowanej postaci. Nie wymaga także, aby wypłaty loterii ani powiązane z nimi prawdopodobieństwa były uporządkowane. Wreszcie na uzyskiwany wynik nie ma wpływu sposób reprezentacji loterii, co prowadziło do naruszeń dominacji stochastycznej w przypadku oryginalnej Teorii Perspektywy.

Należy podkreślić podobieństwo formuły użyteczności decyzyjnej (11) z wyceną postulowaną przez teorię oczekiwanej użyteczności (2). W rzeczywistości model użyteczności decyzyjnej działa podobnie jak teoria oczekiwanej użyteczności, tylko ze znormalizowanym zakresem wypłat. Co istotne, użyteczność decyzyjna jest wyrażona w kategoriach prawdopodobieństwa i nie wymaga żadnych hipotetycznych „utyli" do opisu ludzkich zachowań. Mówiąc prosto, użyteczność loterii jest określona przez prawdopodobieństwo jej wygrania: im wyższe prawdopodobieństwo, tym wyższa użyteczność loterii. Loterie są przy tym analizowane na poziomie podstawowej teorii prawdopodobieństwa. Pozwala to uniknąć stosowania złożonych topologicznych koncepcji (takich jak całki Choqueta) w celu aksjomatyzacji modelu, jak to jest w przypadku Kumulacyjnej Teorii Perspektywy.

4. Różnice w wycenie loterii z trzema wypłatami

Rozważmy loterię z dwiema wypłatami: \$0 and \$100, każda z prawdopodobieństwem wystąpienia 0,5. W eksperymencie Tversky'ego i Kahnemana [1992, tab. 3.3] stwierdzono, że ekwiwalentem pewności takiej loterii jest \$36. Następnie rozważmy loterię z trzema wypłatami: \$0, \$36 i \$100, z odpowiednimi prawdopodobieństwami $(1-p)/2$, p, i $(1-p)/2$. Pytanie dotyczy wartości ekwiwalentu pewności drugiej loterii.

Należy zauważyć, że wypłata \$36 jest tożsama z ekwiwalentem pewności pierwszej loterii. Logiczna analiza prowadzi do konkluzji, że ekwiwalentem pewności drugiej loterii jest \$36. Gdy *p* osiąga wartość 0, druga loteria redukuje się do pierwszej, której ekwiwalentem pewności jest \$36. Gdy *p* osiąga wartość 1, druga loteria redukuje się do pewnej wypłaty \$36. Druga loteria może być zatem traktowana jako kompozycja dwóch możliwości (prospektów) mających ten sam ekwiwalent pewności \$36. Jej ekwiwalentem pewności powinna być zatem zawsze wartość \$36 bez względu na wartość *p*, czyli bez względu na to, w jakich proporcjach są wzięte obie możliwości. Wniosek taki jest potwierdzony przez model użyteczności decyzyjnej. Zgodnie z (11) ekwiwalentne prawdopodobieństwo wyznacza się jako:

$$p' = \frac{(1-p)}{2} D\left(\frac{0}{100}\right) + pD\left(\frac{36}{100}\right) + \frac{(1-p)}{2} D\left(\frac{100}{100}\right) = p\left(\frac{1}{2}\right) + \frac{(1-p)}{2} = \frac{1}{2} \qquad (12)$$

Jednakże ekwiwalentem pewności loterii z dwiema wypłatami \$0 i \$100 i prawdopodobieństwem 0,5 jej wygrania jest \$36, jak stwierdzono poprzednio. Oznacza to, że ekwiwalentem pewności drugiej loterii jest \$36, co jest odpowiedzią na postawione pytanie. Należy zauważyć, że wynik ten jest niezależny od kształtu funkcji użyteczności decyzyjnej. Jedyne co jest istotne, to że przyjmuje ona wartość prawdopodobieństwa 0,5 dla $r = \$36 / \$100 = 0{,}36$.

Rozważmy teraz ten sam przykład, korzystając z Kumulacyjnej Teorii Perspektywy. Zgodnie z tą teorią wartość drugiej loterii jest wyrażona jako:

$$\begin{aligned} \mathrm{V}(y) &= \mathrm{v}(\$100)\left[\mathrm{W}\left((1-p)/2\right)-\mathrm{W}(0)\right] \\ &+\mathrm{v}(\$36)\left[\mathrm{W}\left((1-p)/2+p\right)-\mathrm{W}\left((1-p)/2\right)\right] \\ &+\mathrm{v}(\$0)\left[\mathrm{W}(1)-\mathrm{W}\left((1-p)/2+p\right)\right] \end{aligned} \tag{13}$$

gdzie funkcje v i W są zdefiniowane przez (5) i (6). Z drugiej strony, wartość ekwiwalentu pewności *ce* jest równa:

$$\mathrm{V}(ce) = \mathrm{v}(ce)\,\mathrm{W}(1) \tag{14}$$

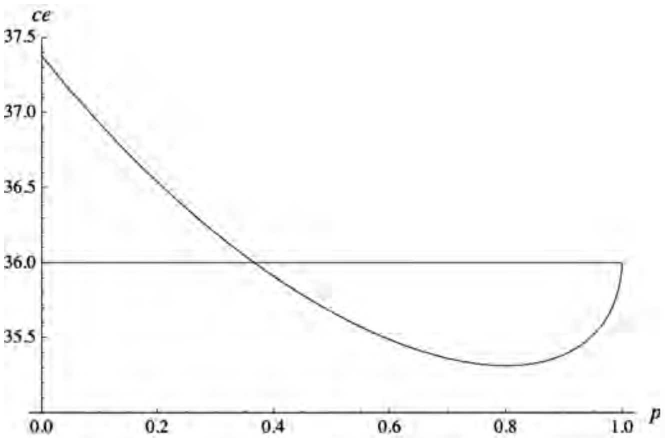
Podstawienie (5) i (6) do (13) i (14) prowadzi do następującej zależności:

$$\begin{aligned} ce^{\alpha} &= 100^{\alpha}\frac{\left((1-p)/2\right)^{\gamma}}{\left[\left((1-p)/2\right)^{\gamma}+\left((1+p)/2\right)^{\gamma}\right]^{1/\gamma}} \\ &+36^{\alpha}\frac{\left((1+p)/2\right)^{\gamma}}{\left[\left((1-p)/2\right)^{\gamma}+\left((1+p)/2\right)^{\gamma}\right]^{1/\gamma}} \\ &-36^{\alpha}\frac{\left((1-p)/2\right)^{\gamma}}{\left[\left((1-p)/2\right)^{\gamma}+\left((1+p)/2\right)^{\gamma}\right]^{1/\gamma}} \end{aligned} \tag{15}$$

gdzie α i γ są parametrami modelu. Po dalszym uproszczeniu uzyskuje się rozwiązanie dla *ce*:

$$ce = \left\{\frac{\left(100^{\alpha}-36^{\alpha}\right)\left((1-p)/2\right)^{\gamma}+36^{\alpha}\left((1+p)/2\right)^{\gamma}}{\left[\left((1-p)/2\right)^{\gamma}+\left((1+p)/2\right)^{\gamma}\right]^{1/\gamma}}\right\}^{\frac{1}{\alpha}} \tag{16}$$

Jest jasne, że wynik ten może być obliczony wyłącznie numerycznie. Rysunek 2 przedstawia to rozwiązanie dla wartości prawdopodobieństw *p* od 0 do 1.



Rys. 2. Ekwiwalent pewności loterii z trzema wypłatami jako funkcja prawdopodobieństwa *p* wypłaty \$36 (Wynikiem modelu użyteczności decyzyjnej jest stała wartość ekwiwalentu \$36. Rozwiązanie Kumulacyjnej Teorii Perspektywy jest zależne od prawdopodobieństwa)

Źródło: opracowanie własne.

Jak wyjaśniono poprzednio, wartość *ce* dla modelu użyteczności decyzyjnej jest stała i wynosi \$36. W przypadku Kumulacyjnej Teorii Perspektywy *ce* przyjmuje wartość \$36 dla $p = 1$ (jak można by się spodziewać) i wartość \$37,4 dla $p = 0$, która jest niezgodna z danymi eksperymentalnymi. Ekwiwalent pewności przyjmuje wartości większe niż \$36 dla prawdopodobieństw niższych od 0,366 i wartości mniejsze od \$36 dla prawdopodobieństw większych od 0,366. Ekwiwalent pewności przyjmuje wartość minimalną \$35,1 dla prawdopodobieństwa 0,8. Wszystkie te wartości w oczywisty sposób zależą od przyjętych parametrów modelu.

Kumulacyjna Teoria Perspektywy i model użyteczności decyzyjnej prowadzą zatem do różnych wycen w przypadku loterii z wieloma wypłatami. Przedstawiony przykład pokazuje jednak, że model użyteczności decyzyjnej nie tylko jest prostszy, ale też oferuje bardziej logiczne predykcje. W rozważanym przypadku rozwiązanie oferowane przez Kumulacyjną Teorię Perspektywy prowadzi zawsze do wyceny zależnej od prawdopodobieństwa *p* i od parametrów modelu. Wynika to wprost z postaci 16. Tej konkluzji nie zmienia zastosowanie innych wartości parametrów Kumulacyjnej Teorii Perspektywy wyznaczonych w innych eksperymentach (zob. podsumowania [Blavatskyy 2005; Booij, van Praag, van de Kuilen 2009]). Nie zmienia jej także zastosowanie innych postaci funkcji opisujących funkcję wartości czy funkcję wag prawdopodobieństw.

Można postawić pytanie, która wycena jest więc poprawna? Rozważany przykład jest na tyle prosty, że, przynajmniej z normatywnego punktu widzenia, można bezpiecznie przyjąć za poprawne rozwiązanie proponowane przez model użyteczności decyzyjnej. W tym kontekście wynik uzyskany za pomocą Kumulacyjnej Teorii Perspektywy wskazywałby na istnienie specjalnego „efektu”, niezanotowanego jednak jak dotąd w literaturze. Efekt ten musiałby być zatem potwierdzony eksperymentalnie, aby uwiarygodnić predykcję tej teorii. Nie wydaje się jednak, by było to zadanie dla autora niniejszego artykułu. Podobnie nie do niego należy próba psychologicznego wytłumaczenia „efektu” przewidywanego przez Kumulacyjną Teorię Perspektywy.

5. Podsumowanie

Niniejszy artykuł zaprezentował dwie metody wyceny loterii z wieloma wypłatami. Pierwsza korzysta z Kumulacyjnej Teorii Perspektywy, druga zaś z modelu użyteczności decyzyjnej. Artykuł przedstawił kilka istotnych cech modelu użyteczności decyzyjnej i zaprezentował jego zalety dające mu przewagę nad Kumulacyjną Teorią Perspektywy.

Funkcja użyteczności decyzyjnej przypomina funkcję użyteczności zaproponowaną przez Markowitza [1952]. Działa też na podobnej zasadzie jak teoria oczekiwanej użyteczności, tylko ze znormalizowanym zakresem wypłat. Jest to prosty model, który opisuje wyniki eksperymentalne bez konieczności użycia funkcji wag prawdopodobieństw. Zastosowany do wyceny hipotetycznej loterii z trzema wypłatami dał, w odróżnieniu od Kumulacyjnej Teorii Perspektywy, logiczne predykcje wyceny loterii.

Literatura

Blavatskyy P., *Back to the St. Petersburg Paradox?* “Management Science” 2005, vol. 51, s. 677-678.

Booij A.S., van Praag B.M.S., van de Kuilen G., *A parametric analysis of prospect theory’s functionals for the general population*, “IZA Discussion Papers” 2009, no. 4117.

Edwards W., *Behavioral decision theory*, “Ann. Rev. Psych.” 1961, vol. 12, s. 473-479.

Gonzales R., Wu G., *On the shape of the probability weighting function*, “Cognitive Psychology” 1999, vol. 38, s. 129-166.

Kahneman D., Tversky A., *Prospect theory: An analysis of decisions under risk*, “Econometrica” 1979, vol. 47, s. 313-327.

Kontek K., *Lottery valuation using the aspiration/Relative utility function*, Warsaw School of Economics, Department of Applied Econometrics Working Paper 2009, no. 39 (dostępny także w bazie SSRN: http://ssrn.com/abstract=1437420).

Kontek K., *On mental transformations*, MPRA Working Paper http://mpra.ub.uni-muenchen.de/31893/, Zaakceptowany do publikacji w “Journal of Neuroscience, Psychology, and Economics” 2011.

Markowitz H., *The utility of wealth*, “Journal of Political Economy” 1952, vol. 60, s. 151-158.

Quiggin J., *A theory of anticipated utility*, “Journal of Economic Behavior and Organization” 1982, vol. 3(4), s. 323-343.

Tversky A., Kahneman D., *Advances in Prospect Theory: Cumulative representation of uncertainty.* “Journal of Risk and Uncertainty” 1992, vol. 5(4), s. 297-323.

MULTI-OUTCOME LOTTERIES: PROSPECT THEORY VS. DECISION UTILITY

Summary: This paper discusses two approaches for the valuation of multi-outcome lotteries. The first uses Cumulative Prospect Theory. The second is the decision utility function, which strongly resembles the utility function hypothesized by Markowitz [1952]. This model follows Expected Utility Theory but with a normalized outcome domain. An illustrative example of a simple three-outcome lottery demonstrates that not only decision utility is a simpler model, but it also provides more sound predictions; the valuation of the lottery under consideration is constant for different probability values. Per contra, the valuation offered by Cumulative Prospect Theory not only depends on the probability value, but also on its parameters.