

Małgorzata Misztal

Uniwersytet Łódzki
e-mail: mmisztal@uni.lodz.pl

WIZUALIZACJA WYNIKÓW LINIOWYCH TECHNIK ORDYNACYJNYCH NA PRZYKŁADZIE ANALIZY PRZESTĘPCZOŚCI PRZECIWKO MIENIU W POLSCE

VISUALIZATION OF THE LINEAR ORDINATION TECHNIQUES RESULTS USING AN EXAMPLE OF THE ANALYSIS OF PROPERTY CRIME IN POLAND

DOI: 10.15611/pn.2017.468.16

JEL Classification: C38, K42

Streszczenie: Zaletą liniowych technik ordynacyjnych (analizy głównych składowych – PCA i analizy redundancji – RDA) jest m.in. możliwość prezentacji graficznej uzyskanych wyników w przestrzeni dwuwymiarowej z wykorzystaniem diagramów ordynacyjnych (biplotów i triplotów). W pracy omówiono metody wizualizacji wyników PCA i RDA oraz zwrócono uwagę na rolę metod graficznych przy interpretacji uzyskanych wyników. Ze względu na wykorzystane w przykładzie dane liczbowe, szczególnym celem pracy jest ocena wpływu wybranych czynników społeczno-ekonomicznych na przestępczość przeciwko mieniu w Polsce oraz ocena przydatności metod wizualizacji w tego typu analizach.

Słowa kluczowe: analiza redundancji, analiza głównych składowych, biplot, triplot, przestępczość przeciwko mieniu.

Summary: The advantages of linear ordination techniques (principal components analysis – PCA and redundancy analysis – RDA) include, among others, the possibility of graphical presentation of the analysis results in two-dimensional space using ordination plots (biplots and triplots). The paper discusses methods for visualizing the results of PCA and RDA and emphasizes the role of graphical methods for the interpretation of the results. The specific objective of the paper is to assess the influence of selected socio-economic factors on crime against property in Poland and to evaluate the usefulness of graphical methods in this type of analysis.

Keywords: redundancy analysis, principal components analysis, biplot, triplot, crime against property.

1. Wstęp

W statystyce wielowymiarowej termin „ordynacja” definiowany jest jako proces redukcji wymiarowości (liczby zmiennych) danych wielowymiarowych przez wprowadzenie mniejszej liczby nowych zmiennych, które wyjaśniają zmienność zmiennych pierwotnych z niewielką utratą informacji [Everitt, Skrondal 2010, s. 312]. Celem takich analiz jest wykrycie struktury i ogólnych prawidłowości w związkach między zmiennymi oraz opis i klasyfikacja badanych obiektów w nowych (ortogonalnych) przestrzeniach zdefiniowanych przez nowe zmienne.

Dane wykorzystywane w analizach ordynacyjnych przedstawiane są zwykle w postaci dwóch macierzy zapisanych obok siebie: $\mathbf{D} = [\mathbf{Y} | \mathbf{X}] = [y_{ij} | x_{ik}]$, ($i = 1, 2, \dots, n$; $j = 1, 2, \dots, m$; $k = 1, 2, \dots, p$). Wiersze macierzy \mathbf{D} odpowiadają obiektom, pierwszych m kolumn reprezentuje zmienne zależne, a kolejnych p kolumn – zmienne objaśniające.

Wyróżnia się dwie grupy technik ordynacyjnych [Jongman, ter Braak, van Tongeren (red.) 1995]: (1) metody ordynacji pośredniej (*indirect /unconstrained ordination*), w których analizowana jest tylko macierz \mathbf{Y} , a informacje zawarte w macierzy \mathbf{X} (jeśli są dostępne) wykorzystywane są wyłącznie pomocniczo do interpretacji uzyskanych wyników (np. analiza głównych składowych, analiza korespondencji), oraz (2) metody ordynacji bezpośredniej (*direct /constrained ordination*), w których macierze \mathbf{X} i \mathbf{Y} są analizowane jednocześnie (np. analiza redundancji, kanoniczna analiza korespondencji). Wybór metody zależy od posiadanych informacji o zmiennych zależnych i objaśniających oraz od struktury analizowanych danych.

Istotną zaletą metod ordynacyjnych jest możliwość prezentacji graficznej uzyskanych wyników w przestrzeni dwuwymiarowej z wykorzystaniem diagramów ordynacyjnych. Prezentacja taka może ułatwić analizę powiązań między zmiennością rozkładów badanych zmiennych i czynnikami mogącymi wpływać na tę zmienność i stanowi podstawę interpretacji wyników uzyskanych w procesie rzutowania w zredukowanej przestrzeni o mniejszej liczbie wymiarów.

Celem niniejszej pracy jest pokazanie znaczenia metod graficznych przy interpretacji wyników liniowych technik ordynacyjnych. Ze względu na wykorzystane w przykładzie dane liczbowe, szczegółowym celem pracy jest ocena wpływu wybranych czynników społeczno-ekonomicznych na przestępczość przeciwko mieniu w Polsce oraz ocena przydatności metod wizualizacji w tego typu analizach.

2. Liniowe techniki ordynacyjne i ich prezentacja graficzna

Wśród liniowych technik ordynacyjnych wymienia się najczęściej analizę głównych składowych oraz analizę redundancji.

Analiza składowych głównych (PCA [Pearson 1901; Hotelling 1933]) należy do najpopularniejszych metod statystycznej analizy wielowymiarowej i szczegółowo opisana jest w wielu pracach (por. np. [Gatnar i Walesiak (red.) 2004]). Metoda ta

wykorzystuje rotacje osi pierwotnych wyznaczonych przez zmienne zależne w taki sposób, aby nowe osie (tzw. składowe główne będące liniowymi kombinacjami zmiennych pierwotnych) były ortogonalne i kolejno wyjaśniały coraz niższy procent wariancji.

Analiza redundancji (RDA [Rao 1964; van den Wollenberg 1977]) jest kanoniczną formą analizy składowych głównych i przeprowadzana jest w 2 krokach [Legendre, Legendre 2012]. Krok 1 polega na zbudowaniu wielowymiarowych modeli regresji liniowej \mathbf{Y} względem \mathbf{X} , tak aby uzyskać macierz wartości teoretycznych:

$$\hat{\mathbf{Y}} = \mathbf{X}[\mathbf{X}^T \mathbf{X}]^{-1} \mathbf{X}^T \mathbf{Y}.$$

W kroku 2 dla macierzy $\hat{\mathbf{Y}}$ przeprowadzana jest analiza głównych składowych. Uzyskane osie kanoniczne są liniowymi kombinacjami zmiennych objaśniających \mathbf{X} .

Graficzną prezentacją wyników są diagramy ordynacyjne: wykresy rozrzutu, biploty i triploty, różniące się zawartością informacyjną. Wykresy rozrzutu przedstawiają jeden rodzaj informacji – np. rozrzut zbioru obiektów lub rozrzut ładunków czynnikowych na płaszczyźnie rozpiętej na wybranej parze składowych. Biplot [Gabriel 1971] jest wykresem prezentującym łącznie dwa¹ rodzaje informacji (np. dotyczących obiektów i zmiennych objaśnianych), a triplot – wykresem prezentującym łącznie trzy rodzaje informacji (obiekty, zmienne objaśniane i zmienne objaśniające). Biplot i triplot pozwalają uzyskać dodatkową informację, niewidoczną na prostych wykresach rozrzutu, dotyczącą powiązań między zmiennymi objaśnianymi i/lub objaśniającymi oraz badanymi obiektami. Istotny dla interpretacji diagramu ordynacyjnego jest sposób skalowania. Wyróżnia się dwa rodzaje skalowania: (1) zachowujące odległości między obiektami (*type I scaling: focus on sample distances*) i (2) zachowujące korelacje między zmiennymi objaśnianymi (*type II scaling: focus on correlations*). W tab. 1 podsumowano sposób interpretacji diagramu ordynacyjnego w zależności od wybranego typu skalowania.

Ilościowe zmienne objaśniające przedstawione są na diagramach ordynacyjnych w postaci wektorów. Kierunek wektora odpowiada kierunkowi największej zmienności danej zmiennej objaśniającej, a jego długość jest proporcjonalna do znaczenia tej zmiennej. Nominalne zmienne objaśniające przedstawiane są w postaci punktów dla każdej kategorii zmiennej. Zmienne objaśniane prezentowane w postaci wektorów, a obiekty – w postaci punktów.

Pamiętać należy, że w większości przypadków wartości współrzędnych obiektów czy zmiennych przedstawionych na diagramie ordynacyjnym nie mają specjalnego znaczenia; w interpretacji mówi się o względnych odległościach, względnych kierunkach czy względnym uporządkowaniu rzutowanych punktów.

¹ Prostą definicję biplotu podają [Gower, Le Roux, Gardner-Lubbe 2015, s. 42]: „A biplot is exactly what it says. It is a plot of two kinds of information displayed together. The ‘bi’ in biplot refers to the two kinds of information and not to the usual, but not necessary, use of two dimensions”.

Tabela 1. Sposób interpretacji powiązań między zmiennymi objaśnianymi, objaśniającymi i obiektami na diagramie ordynacyjnym dla metod liniowych w zależności od rodzaju skalowania

Porównywane elementy diagramu	Skalowanie typu I (<i>focus on sample distances</i>)	Skalowanie typu II (<i>focus on species correlations</i>)
zmienne objaśniane vs obiekty	przybliżone uporządkowanie obiektów względem danej zmiennej objaśnianej	
obiekty vs obiekty	odległości euklidesowe między obiektami	(nieinterpretowalne)
zmienne objaśniane vs zmienne objaśniane	(nieinterpretowalne)	ocena liniowych korelacji między zmiennymi objaśnianymi
zmienne objaśniane vs zmienne objaśniające	ocena liniowych korelacji między zmiennymi objaśnianymi i zmiennymi objaśniającymi	
obiekty vs zmienne objaśniające	(nieinterpretowalne)	przybliżone uporządkowanie obiektów względem wartości zmiennej objaśniającej
zmienne objaśniające vs zmienne objaśniające	ocena znaczenia poszczególnych zmiennych objaśniających w wyjaśnianiu zmienności zmiennych objaśnianych	ocena liniowych korelacji między zmiennymi objaśniającymi
zmienne objaśniane vs nominalne zmienne objaśniające	średnie wartości zmiennych objaśnianych dla danej kategorii zmiennej objaśniającej	
obiekty vs nominalne zmienne objaśniające	grupy obiektów z daną kategorią zmiennej objaśniającej	
nominalne zmienne objaśniające vs nominalne zmienne objaśniające	odległości euklidesowe między poszczególnymi kategoriami zmiennych objaśniających	(nieinterpretowalne)
ilościowe zmienne objaśniające vs nominalne zmienne objaśniające	(nieinterpretowalne)	średnie wartości ilościowych zmiennych objaśnianych dla danych kategorii nominalnych zmiennych objaśnianych

Źródło: [Lepš, Šmilauer 2003, s. 150].

Sposób analizy, prezentacji graficznej i interpretacji wyników liniowych technik ordynacyjnych przedstawiony zostanie na przykładzie analizy przestępczości przeciwko mieniu w Polsce.

3. Zastosowanie liniowych technik ordynacyjnych do badania przestępczości przeciwko mieniu w Polsce

Analizie poddano 6 rodzajów przestępstw przeciwko mieniu w Polsce w roku 2014 (na 100 tysięcy mieszkańców) z uwzględnieniem podziału na województwa (por. [Raport o stanie bezpieczeństwa w Polsce w 2014 roku]). Były to: (1) przestępstwa

rozbójnicze (ROZB), (2) kradzieże (KRAD), (3) przywłaszczenie mienia (PRZ_M), (4) kradzieże z włamaniem (WŁAM), (5) kradzieże samochodów (KRAD_S) oraz (6) uszkodzenie mienia (USZK_M).

W literaturze wskazywanych jest wiele różnych czynników mających wpływ na wielkość przestępczości. Wymienia się m.in. wiek i płeć sprawcy, poziom wykształcenia, bezrobocie, ubóstwo, zróżnicowanie dochodów, gęstość zaludnienia, wskaźniki urbanizacji, warunki życia ludności, tempo wzrostu gospodarczego, spożycie alkoholu oraz wskaźniki oceniające skuteczność wymiaru sprawiedliwości (por. np. [Sztudynger, Sztudynger 2003; Szczepaniec 2012; Bieniek, Cichocki, Szczepaniec 2012 oraz Kądziołka 2014, 2015]).

Na potrzeby niniejszej pracy przeanalizowano wstępnie 30 różnych czynników wymienianych w literaturze przedmiotu i mogących wpływać w istotny sposób na wskaźniki przestępczości przeciwko mieniu w Polsce. Badane zmienne mierzone były na skali co najmniej przedziałowej. Zależności między zmiennymi objaśnianymi, obrazującymi natężenie przestępczości przeciwko mieniu, i zmiennymi objaśniającymi były zbliżone do liniowych. Siłę korelacji mierzono za pomocą współczynnika korelacji liniowej Pearsona.

Z uwagi na występujące zależności między zmiennymi objaśnianymi dokonano wyboru zmiennych z wykorzystaniem parametrycznej metody Hellwiga oraz metody odwróconej macierzy korelacji. Ze względu na niewielką liczbę badanych obiektów (16 województw) przyjęto założenie, że zmiennych objaśnianych nie powinno być więcej niż 4-5. Zmienne te powinny być silnie skorelowane ze zmiennymi objaśnianymi i słabo skorelowane między sobą. Ostatecznie w analizie wykorzystano 4 zmienne objaśniające: udział ludności miejskiej w ogólnej liczbie ludności (LUD_M), odsetek bezrobotnych zarejestrowanych z wykształceniem co najwyżej gimnazjalnym (BEZR_GIM), odsetek bezrobotnych poszukujących pracy od co najmniej 13 miesięcy (BÉZR_13) oraz spożycie alkoholu, przy czym w przypadku tej ostatniej zmiennej dokonano przekształcenia skali pomiaru na porządkową² (ALK: 1 – spożycie niskie – poniżej średniej dla Polski; 2 – spożycie średnie – na poziomie średniej dla Polski; 3 – spożycie wysokie – powyżej średniej dla Polski).

Analizę składowych głównych oraz analizę redundancji przeprowadzono z wykorzystaniem pakietu CANOCO 5. Wyniki zaprezentowano na rys. 1-4³.

Na rys. 1 (biplot) przedstawiono wyniki analizy głównych składowych (niebieskie wektory dla zmiennych objaśnianych, punkty dla województw) z dodatkowo naniesionymi na biplot w charakterze zmiennych suplementarnych wektorami zmiennych objaśnianych (czerwone przerywane linie oraz czerwone trójkąty dla zmiennej nominalnej). Dwie pierwsze składowe wyjaśniają łącznie 88% wariancji.

² Uwzględnienie spożycia alkoholu w takiej postaci pozwoliło uzyskać wyższy procent wyjaśnionej wariancji.

³ Ze względu na ograniczoną objętość pracy pominięto szczegółowe wyniki liczbowe.

składową, a odsetka bezrobotnych poszukujących pracy od co najmniej 13 miesięcy z drugą główną składową, można zatem przypuszczać, że zmienne te będą przydatne w wyjaśnieniu zmienności wskaźników natężenia przestępczości przeciwko mieniu.

Na rys. 2-4 (triploty) zaprezentowano wyniki analizy redundancji. Zmienne objaśniane przedstawione są w postaci niebieskich wektorów, ilościowe zmienne objaśniające – w postaci czerwonych wektorów, nominalne zmienne objaśniające – w postaci czerwonych trójkątów, a obiekty – w postaci punktów (kółka).

Osie kanoniczne wyjaśniają łącznie 78,14% zmienności całkowitej. Pierwsza oś kanoniczna wyjaśnia 81,91% w części kanonicznej (64,01% całkowitej zmienności) a druga 9,53% (7,44% całkowitej zmienności).

Na rys. 2 i 4 za pomocą czarnych wektorów przedstawiono różnice w położeniu punktów odpowiadających obiektom w sytuacji, gdy współrzędne obiektu w przestrzeni ordynacyjnej wyznaczono na podstawie macierzy \hat{Y} (początek wektora) oraz na podstawie macierzy Y (koniec wektora).

Na rys. 3 dodatkowo narysowano dwie otoczki wypukłe pokazujące podział województw wg wartości PKB *per capita* poniżej i powyżej mediany ($Me_{PKB} = 35\ 803$) (niebieska otoczka – $PKB > Me$; czarna otoczka – $PKB < Me$). Pozycje województw w przestrzeni ordynacyjnej wyznaczono na podstawie macierzy \hat{Y} .

Korzystając z wytycznych z tab. 1 i analizując wyniki przedstawione na rys. 2-4 można sformułować poniższe wnioski.

Województwo dolnośląskie (D) jest liderem ze względu na przestępczość przeciwko mieniu (dla większości rozważanych kategorii przestępstw). W przypadku liczby przestępstw rozbójniczych (na 100 tys. mieszkańców) wyróżnia się także woj. śląskie (S), a ze względu na częstość przywłaszczeń mienia wysoką pozycję zajmuje woj. lubuskie (F). Województwa o najniższym wskaźniku przestępczości w rozważanych kategoriach to woj. podkarpackie (R) i świętokrzyskie (T).

Wszystkie analizowane zmienne objaśniane są dodatnio skorelowane. Najsilniejsza korelacja występuje między uszkodzeniem mienia i kradzieżami. Najslabiej z pozostałymi zmiennymi skorelowana jest przestępczość rozbójnicza.

Z pierwszą osią ordynacyjną najsilniej skorelowane są kradzieże oraz uszkodzenia mienia, a najslabiej przestępstwa rozbójnicze. Z drugą osią najsilniej skorelowane są przestępstwa rozbójnicze.

Długość wektora reprezentującego daną zmienną objaśnianą odpowiada wartości współczynnika korelacji wielorakiej tej zmiennej z osiami ordynacyjnymi. W rozważanym przykładzie najniższy współczynnik korelacji wielorakiej występuje dla przestępstw rozbójniczych (0,728), a największy dla kradzieży (0,889).

Odsetek ludności miejskiej jest dodatnio skorelowany ze wszystkimi rodzajami przestępczości przeciwko mieniu. Podobnie odsetek bezrobotnych z niskim (co najwyżej gimnazjalnym) wykształceniem jest dodatnio skorelowany z badanymi rodzajami przestępczości (najsilniej z kradzieżami z włamaniem, a najslabiej z przestępstwami rozbójniczymi). Odsetek poszukujących pracy od co najmniej 13 miesięcy jest słabo dodatnio skorelowany z przestępstwami rozbójniczymi, a ujemnie skore-

lowany z pozostałymi rodzajami przestępczości, w szczególności z przywłaszczeniem mienia i kradzieżami z włamaniem.

Najwyższy odsetek ludności miejskiej można zaobserwować w woj. dolnośląskim (D) i śląskim (S), a najniższy – w podkarpackim (R), świętokrzyskim (T) i lubelskim (L). Najwyższy odsetek bezrobotnych z wykształceniem co najwyżej gimnazjalnym obserwujemy w woj. zachodniopomorskim (Z), a najniższy w podkarpackim (R) i świętokrzyskim (T). Podlaskie (B), małopolskie (K), łódzkie (E) to województwa o najwyższym odsetku bezrobotnych poszukujących pracy co najmniej od 13 miesięcy; najniższy odsetek takich bezrobotnych jest w woj. lubuskim (F).

Występuje dodatnia korelacja między odsetkiem ludności miejskiej i odsetkiem bezrobotnych z wykształceniem co najwyżej gimnazjalnym oraz ujemna korelacja między odsetkiem bezrobotnych poszukujących pracy od min. 13 miesięcy i pozostałymi zmiennymi.

Dla województw, w których spożycie alkoholu jest na poziomie średnim (ALK2), można zaobserwować zdecydowanie niższe średnie wartości zmiennych objaśnianych (natężenie przestępstw przeciwko mieniu) w porównaniu z pozostałymi kategoriami wielkości spożycia alkoholu. Dla województw tych zaobserwować można także niższe średnie wartości zmiennych LUD_M i BEZR_GIM oraz wyższe wartości BEZR_13 w porównaniu z pozostałymi 2 kategoriami.

Województwa z wyższym poziomem PKB *per capita* charakteryzują się na ogół wyższą częstością występowania przestępstw przeciwko mieniu w porównaniu z województwami z niższym PKB (rys. 3). Grupa województw z wyższym PKB jest mniej zróżnicowana z punktu widzenia nasilenia przestępczości przeciw mieniu w porównaniu z grupą województw z niższym PKB. Można także zauważyć, że województwa z wyższym odsetkiem ludności miejskiej charakteryzują się wyższym PKB.

Analizując odległości między obiektami (rys. 4), można wskazać grupy województw podobnych z punktu widzenia przestępczości przeciwko mieniu – np. województwa lubelskie (L), podlaskie (B), podkarpackie (R) i świętokrzyskie (T) czy pomorskie (G), mazowieckie (W) i śląskie (S). Dwa najbardziej odległe województwa to dolnośląskie (D) i podkarpackie (R).

W przypadku skalowania typu I (rys. 4) długość wektora dla każdej zmiennej objaśniającej pozwala ocenić przydatność tej zmiennej w wyjaśnianiu zmienności zmiennych objaśnianych; w rozważanym przykładzie najdłuższy wektor odpowiada odsetkowi ludności miejskiej, a zatem jest to zmienna, która najbardziej przyczynia się do wyjaśnienia zmienności w przestrzeni ordynacyjnej. Najmniejsze znaczenie ma odsetek bezrobotnych poszukujących pracy od co najmniej 13 miesięcy.

4. Zakończenie

Prezentacja graficzna wyników liniowych technik ordynacyjnych z wykorzystaniem biplotów i triplotów może ułatwić analizę powiązań między zmiennością rozkładów badanych zmiennych i czynnikami mającymi wpływ na tę zmienność. Uży-

skane w zaprezentowanym przykładzie wnioski dotyczące wpływu uwzględnionych zmiennych objaśniających na natężenie przestępczości przeciwko mieniu znajdują uzasadnienie w literaturze.

Bezrobocie jest w literaturze wskazywane jako jeden z głównych czynników wpływających na przestępczość, jednak wpływ ten nie jest jednoznacznie określony. Jak zauważa Szczepaniec [2011, s. 110], bezrobocie w wyższym stopniu generuje przestępczość przeciwko mieniu (poza kradzieżami samochodów) niż przestępczość z użyciem przemocy. Przeprowadzona analiza redundancji wykazała, że odsetek bezrobotnych z wykształceniem co najwyżej gimnazjalnym jest dodatnio skorelowany z badanymi rodzajami przestępczości (najsilniej z kradzieżami z włamaniem, a najslabiej z przestępstwami rozbójniczymi). Podobny istotny związek odsetka bezrobotnych z niskim wykształceniem ze wzrostem przestępczości przeciwko mieniu wykazała np. Kądziołka [2014]. Odsetek poszukujących pracy od co najmniej 13 miesięcy jest ujemnie skorelowany przede wszystkim z przywłaszczeniem mienia i kradzieżami z włamaniem. Szczepaniec [2012, s. 168] przytacza wyniki badań, w których wykazano m.in., że osoby bezrobotne i ubogie z konieczności więcej czasu spędzają w domu, co sprawia, że chronią swój dobytek przed przestępcami. Osoby długotrwale bezrobotne to częściej kobiety i osoby w starszym wieku, a ze statystyk wynika, że przestępstw najczęściej dopuszczają się mężczyźni w młodym wieku [Szczepaniec 2012, s. 170].

Przeprowadzona analiza wykazała, że odsetek ludności miejskiej jest dodatnio skorelowany ze wszystkimi rodzajami przestępczości przeciwko mieniu. Nie powinno to być zaskoczeniem, bo przestępczość przeciwko mieniu jest charakterystyczna dla obszarów miejskich, a większość przestępstw przeciwko mieniu popełniana jest w tzw. przestrzeniach publicznych: parkach, centrach handlowych, dworcach itp. [Kądziołka 2014, s. 17-18].

Należy podkreślić, że wszystkie przedstawione w przykładzie wnioski dotyczące wpływu badanych zmiennych objaśniających na natężenie przestępczości przeciwko mieniu uzyskano analizując biplot (rys. 1) i triploty (rys. 2-4). Umiejętność interpretacji diagramów ordynacyjnych (przygotowanych w programie statystycznym) nie wymaga wykonywania skomplikowanych obliczeń numerycznych, a zatem może być użyteczna dla badaczy z każdej dziedziny.

Zauważmy, że zarówno PCA, jak i RDA to techniki eksploracyjnej analizy danych, służące do wykrycia związków między zmiennymi i przedstawienia struktury danych; mogą być stosowane jako metody wstępne przed zastosowaniem bardziej formalnych metod analizy danych. Wizualizacja w przypadku tych metod jest nierozdzielnie związana z procesem analizy danych i stanowi podstawę interpretacji uzyskanych wyników. Prezentacja graficzna wyników w postaci diagramu ordynacyjnego pozwala w prosty sposób przekazać wiele złożonych informacji. Jeden obraz bywa wart więcej niż tysiąc słów⁴.

⁴Prysłowie chińskie.

Literatura

- Bieniek P., Cichocki S., Szczepaniec M., 2012, *Czynniki ekonomiczne a poziom przestępczości – badanie ekonometryczne*, Zeszyty Prawnicze, nr 12.1, s. 147-172.
- Everitt B.S., Skrondal A., 2010, *The Cambridge Dictionary of Statistics*, Fourth Edition, Cambridge University Press, Cambridge.
- Gabriel K.R., 1971, *The biplot graphical display of matrices with application to principal component analysis*, Biometrika, vol. 58(3), s. 453-467.
- Gatnar E., Walesiak M. (red.), 2004, *Metody statystycznej analizy wielowymiarowej w badaniach marketingowych*, Wydawnictwo Akademii Ekonomicznej we Wrocławiu, Wrocław.
- Gower J.C., Le Roux N.C., Gardner-Lubbe S., 2015, *Biplots: quantitative data*, WIREs Comput Stat, no. 7, s. 42-62 (doi: 10.1002/wics.1338).
- GUS, 2015, *Rocznik Statystyczny Województw*, Warszawa.
- Hotelling H., 1933, *Analysis of a complex of statistical variables into principal components*, Journal of Educational Psychology, vol. 24, s. 417-441, 498-520.
- Jongman R.H.G., ter Braak C.J.F., van Tongeren O.F.R. (red.), 1995, *Data Analysis in Community and Landscape Ecology*, Cambridge University Press, Cambridge.
- Kądziołka K., 2014, *Wpływ wybranych czynników o charakterze społeczno-ekonomicznym na przestępczość przeciwko mieniu w Polsce*, [w:] Szkutnik W. (red.), *Zarządzanie ryzykiem kapitałowym i ubezpieczeniowym oraz społecznymi uwarunkowaniami ryzyka rynku pracy*, Studia Ekonomiczne, nr 181/14, s. 11-23.
- Kądziołka K., 2015, *Bezrobocie, ubóstwo i przestępczość w Polsce. Analiza zależności na poziomie województw*, Studia Ekonomiczne. Zeszyty Naukowe Uniwersytetu Ekonomicznego w Katowicach, nr 242, s. 71-84.
- Legendre P., Legendre L., 2012, *Numerical ecology*, Third ed., Elsevier Science B.V., Amsterdam.
- Lepš J., Šmilauer P., 2003, *Multivariate analysis of ecological data using CANOCO*, Cambridge University Press, Cambridge.
- Pearson K., 1901, *On lines and planes of closest fit to systems of points in space*, Philosophical Magazine, Ser. 6, vol. 2, s. 559-572.
- Rao C.R., 1964, *The use and interpretation of principal component analysis in applied research*, Sankhyā: The Indian Journal of Statistics, Series A (1961-2002), vol. 26, no. 4 (Dec., 1964), s. 329-358.
- Raport o stanie bezpieczeństwa w Polsce w 2014 roku, Ministerstwo Spraw Wewnętrznych; <http://isp.policja.pl/isp/aktualnosci/7789,Raport-o-stanie-bezpieczenstwa-w-Polsce-w-2014-r.html> (31.08.2016).
- Spożycie alkoholu w Polsce w 2012 r. Raport z badania*. TNS Polska, październik 2013, www.tnsglobal.pl/jakpijapolacy/pdf/raport.pdf (31.08.2016).
- Szczepaniec M., 2011, *Kontrowersje wokół wpływu warunków ekonomicznych na poziom przestępczości*, Czasopismo Prawa Karnego i Nauk Penalnych, Rok XV, z. 4, s. 107-123.
- Szczepaniec M., 2012, *Bezrobocie jako czynnik kształtujący wskaźniki przestępczości*, Zeszyty Prawnicze, nr 12.3, s. 165-176.
- Sztudynger J.J., Sztudynger M., 2003, *Ekonometryczne modele przestępczości*, Ruch Prawniczy, Ekonomiczny i Socjologiczny, Rok LXV, zeszyt 3, s. 127-143.
- van den Wollenberg A.L., 1977, *Redundancy analysis. An alternative for canonical correlation analysis*, Psychometrika, vol. 42, no. 2, s. 207-219.