

Received January 27, 2015; reviewed; accepted March 23, 2015

*krzywe rozdziału, klasyfikacja,
surowce mineralne*

Zdzisław NAZIEMIEC¹
Daniel SARAMAK²

ZASTOSOWANIE KRZYWYCH ROZDZIAŁU W OCENIE PROCESÓW KLASYFIKACJI PRODUKTÓW MINERALNYCH

W ocenie procesów klasyfikacji kruszyw drobnoziarnistych rzadko stosowanym sposobem oceny skuteczności pracy danego klasyfikatora jest sporządzenie krzywej rozdziału, która wyznacza wielkość ziarna podziałowego i charakteryzuje dokładność realizowanego procesu. W artykule przedstawiono metodę sporządzenia krzywej rozdziału dla klasyfikatora ślimakowego pracującego w zakładzie płukania kruszyw. Przedstawiono też krzywe rozdziału dla hydrocyklonów i klasyfikatorów powietrznych oraz podano sposób ich interpretacji. Krzywe rozdziału można sporządzać dla różnych urządzeń technologicznych pracujących na sucho, jak i na mokro, a służących do klasyfikacji materiałów ziarnistych. Uzyskane wyniki umożliwiają dokładną ocenę skuteczności pracy danego urządzenia oraz ułatwiają porównanie ze sobą skuteczności pracy różnych klasyfikatorów.

1. WPROWADZENIE

W procesach produkcji kruszyw najczęściej stosowana jest operacja przesiewania, której celem jest rozdzielanie mieszaniny ziaren mineralnych według ich wielkości, przy użyciu sit. W przypadku rozdzielania mieszanin ziaren drobnych (orientacyjnie < 1 mm) i bardzo drobnych (< 0,1 mm) proces klasyfikacji często prowadzony jest w ośrodku wodnym lub powietrznym. W procesach klasyfikacji na ziarno materiału klasyfikowanego działają różne siły (odśrodkowa, strumieniowa czyli oporu ośrodka, Coriolisa, ciężkości, wyporu, gradientowa wynikająca ze zmiany koncentracji ziaren).

¹ Instytut Ceramiki i Materiałów Budowlanych, Oddz. Kraków, z.naziemiec@icimb.pl

² AGH Akademia Górniczo-Hutnicza w Krakowie, dsaramak@agh.edu.pl

Różnice konstrukcyjne klasyfikatorów determinują wartości, kierunki i zwroty wymienionych sił i decydują o charakterystyce ilościowej i jakościowej realizowanego procesu (III Seminarium..., 1988).

Przy idealnym rozdziale materiału na sitach lub w klasyfikatorach, ziarna charakteryzujące się wartością parametru rozdziału (np. wielkością lub ciężarem) mniejszą od zadanej, znajdują się w jednym produkcie, a pozostałe w drugim. W warunkach rzeczywistych rozdział nigdy nie jest idealny i część ziaren trafia do produktu niewłaściwego. Aby scharakteryzować dokładność rozdziału wprowadza się tzw. liczby rozdziału lub skuteczności rozdziału dla klas lub frakcji, określone jako stosunek masy danej klasy w produkcie do masy tej klasy w nadawie (Blaschke i in., 1983):

$$T(r_i) = \frac{Q_{P1} \cdot a_{iP1}}{Q_N \cdot a_{iN}} = \gamma_{P1} \cdot \frac{a_{iP1}}{a_{iN}} \quad (1)$$

$$\tau(r_i) = \frac{Q_{P2} \cdot a_{iP2}}{Q_N \cdot a_{iN}} = \gamma_{P2} \cdot \frac{a_{iP2}}{a_{iN}} \quad (2)$$

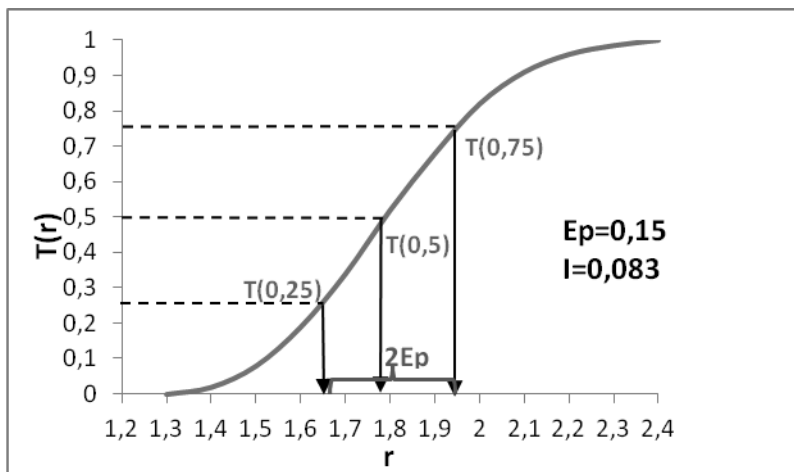
gdzie:

- $T(r)$, $\tau(r)$ – krzywe rozdziału,
- r – wartość średnia cechy, na podstawie której następuje rozdział,
- i – liczba frakcji ($i = 1, 2, \dots, k$),
- a_{iN} – udział i -tej frakcji w nadawie,
- a_{iP1} – udział i -tej frakcji w produkcie pierwszym,
- a_{iP2} – udział i -tej frakcji w produkcie drugim,
- Q_N – masa nadawy,
- Q_{P1} – masa produktu pierwszego,
- Q_{P2} – masa produktu drugiego,
- γ_{P1} – wychód produktu pierwszego,
- γ_{P2} – wychód produktu drugiego.

Każdy klasyfikator posiada określoną zdolność rozdzielczą, czyli pracuje przy określonej granicy rozdziału lub inaczej, przy określonym ziarnie granicznym. Ziarno graniczne jest to średnica ziarna wyrażona np. w μm , dla którego prawdopodobieństwo znalezienia się we frakcji dolnej lub górnej wynosi 50%.

Zdolność rozdziela danego klasyfikatora lub ostrość podziału jest funkcją stopnia podziału w zależności od średnicy ziarna. Najczęściej jest ona przedstawiona w formie krzywej w układzie, w którym na osi odciętych zaznaczono wielkość ziaren, a na osi rzędnych stopień podziału w [%]. Krzywa rozdziału nie jest krzywą składu ziarnowego, tylko zbiorem punktów przedstawiających, w jakim stopniu nieskończenie

wąska klasa ziarnowa o średniej wielkości ziarna d (na rys. 1 oznaczona jako r) rozdzieliła się na produkt górny i dolny.



Rys. 1. Modelowa krzywa rozdziału
Fig. 1. A model partition curve

Ze względu na to, że funkcję rozdziału można w większości przypadków opisywać funkcją, określającą dystrybuantę rozkładu normalnego, przyjęto procesy rozdziału charakteryzować wielkością rozproszenia prawdopodobnego E_p

$$E_p = \frac{d_{S75} - d_{S25}}{2} \quad (3)$$

gdzie:

- d_{S75} – wymiar ziarna dla którego liczba rozdziału wynosi 75%,
- d_{S25} – wymiar ziarna dla którego liczba rozdziału wynosi 25%.

Dla porównania różnych procesów rozdziału wprowadzono pojęcie imperfekcji I , określonej wzorem

$$I = \frac{E_p}{d_{S50}} \quad (4)$$

gdzie:

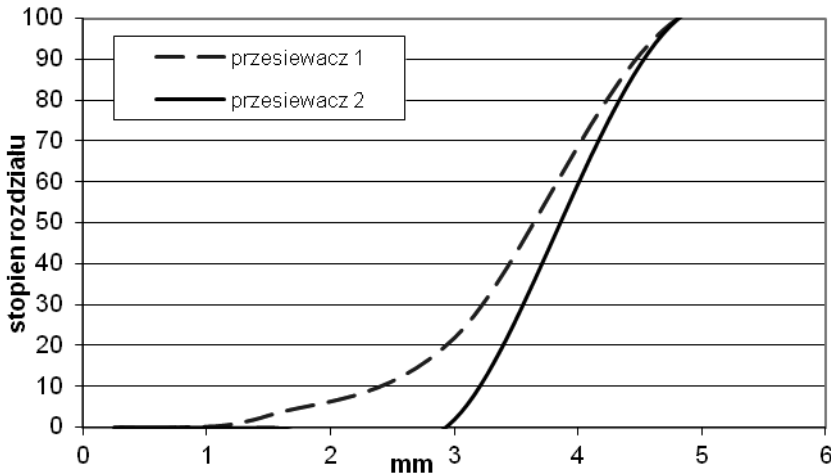
- d_{S50} – wymiar ziarna, dla którego liczba rozdziału wynosi 50%.

Krzywe rozdziału najczęściej sporządza się dla separatorów powietrznych służących do klasyfikacji mączek mineralnych oraz klasyfikatorów hydraulicznych, jak np. hydrocyklony. Można je również sporządzić dla innych urządzeń technologicznych – klasyfikatorów zwojowych, odwadniaczy kubelkowych czy nawet przesiewaczy.

2. PRZESIEWACZE

Na rysunku 2 przedstawiono krzywą rozdziału dla przesiewacza z sitem o oczkach 4 mm, na którym przesiewano ten sam materiał, ale przy różnych parametrach procesu. Dla krzywych rozdziału otrzymano wartości wskaźników:

- rozproszenie prawdopodobne: przesiewacz 1 – $E_p = 0,50$ [mm], 2 – $E_p = 0,35$ [mm],
- imperfekcja: przesiewacz 1 – $I = 0,14$; przesiewacz drugi – $I = 0,09$.



Rys. 2. Krzywe rozdziału dla przesiewaczy
Fig. 2. Partition curves for screens

Im mniejsze są wartości poszczególnych wskaźników (E_p , I), tym rozdział jest dokładniejszy. Ziarno podziałowe w przypadku przesiewania na sitach jest zazwyczaj minimalnie mniejsze od wielkości oczka sita. Z kształtu krzywych rozdziału możemy odczytać, że w przypadku przesiewacza 2 mamy do czynienia z dokładniejszym rozdziałem, niż na przesiewaczu 1. Ilość podziarna (obrazowana dolną częścią krzywych), dla przesiewacza 2 jest zdecydowanie niższa, niż dla przesiewacza 1.

3. KLASYFIKATORY HYDRAULICZNE

W tabelach 1 i 2 oraz na wykresie (rys. 3) przedstawiono wyniki oceny zdolności rozdzielczej klasyfikatora ślimakowego $\varnothing 500$, służącego do odzysku drobnych ziaren po procesie płukania kamienia wapiennego. Do odwadniacza kierowany był szlam spod dolnego pokładu przesiewacza z sitem szczelinowym. Zadaniem klasyfikatora było odebranie frakcji piaskowej ze szlamu i jej odwodnienie. Krzywe rozdziału przed i po jego modernizacji przedstawiono na rysunku 3. Z pomiarów ilości nadawy

oraz ilości produktów (grubego i drobnego) wynikało, że w produkcji grubym odbieranym z klasyfikatora $\varnothing 500$ znajdowało się 21,0% części stałych, w stosunku do części stałych zawartych w nadawie. Natomiast po wprowadzeniu rozwiązań usprawniających wydzielanie części stałych z mieszaniny wodnej, ilość odbieranych części stałych wzrosła do 32,4%, w stosunku do części stałych zawartych w nadawie. W celu łatwiejszego prześledzenia toku obliczeń służących wykreśleniu krzywej rozdziału, wszystkie potrzebne dane zestawiono w tabeli 1 (dla klasyfikatora przed modernizacją) i w tabeli 2 (po modernizacji).

Tab. 1. Składy ziarnowe produktów z klasyfikatora przed modernizacją

Tab. 1. Particle size distributions of products from classifier before modernization

Granice przedziałów średnic ziaren [mm]	Produkt drobny		Produkt gruby		Skład ziarnowy nadawy (3) + (5)	Stopień rozdziału (5)/(6)
	skład ziarnowy	udział w nadawie	skład ziarnowy	udział w nadawie		
1	2	3	4	5	6	7
0–0,1	39,4	31,1	4,8	1,0	32,1	3,1
0,1–0,25	29,6	23,4	25,2	5,3	28,7	18,5
0,25–0,5	21,0	16,6	25,2	5,3	21,9	24,2
0,5–1,0	7,7	6,1	27,7	5,8	11,9	48,7
1–1,5	1,7	1,3	10,0	2,1	3,4	61,8
1,5–2,0	0,6	0,5	7,1	1,5	2,0	75,0
Σ	100,0	79,0	100,0	21,0	100,0	–

Tab. 2. Składy ziarnowe produktów z klasyfikatora po modernizacji

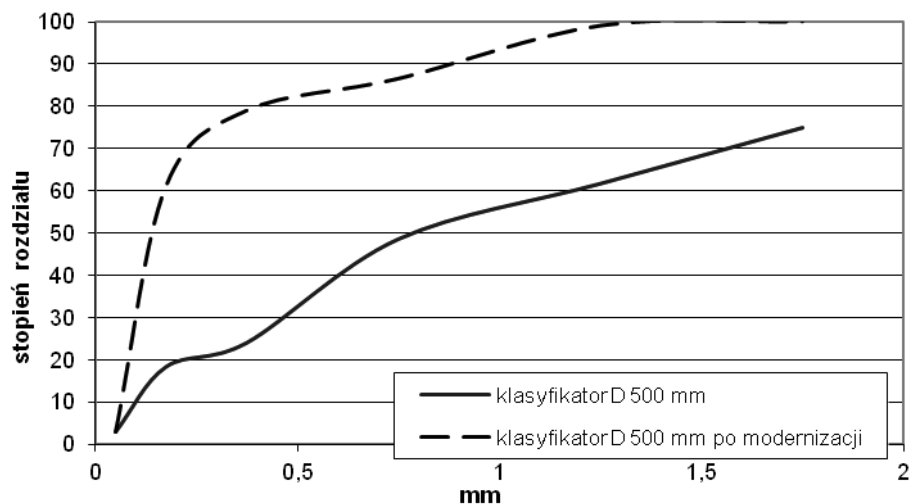
Tab. 2. Particle size distributions of products from classifier after modernization

Granice przedziałów średnic ziaren [mm]	Produkt drobny		Produkt gruby		Skład ziarnowy nadawy (3) + (5)	Stopień rozdziału (5)/(6)
	skład ziarnowy	udział w nadawie	skład ziarnowy	udział w nadawie		
1	2	3	4	5	6	7
0–0,1	87,2	59,0	5,9	1,9	60,9	3,1
0,1–0,25	7,4	5,0	24,4	7,9	12,9	61,2
0,25–0,5	3,3	2,2	25,6	8,3	10,5	79,0
0,5–1,0	2,1	1,4	27,7	9,0	10,4	86,5
1–1,5	0,0	0,0	9,0	2,9	2,9	100,0
1,5–2,0	0,0	0,0	7,4	2,4	2,4	100,0
Σ	100,0	67,6	100,0	32,4	100,0	–

Z krzywych rozdziału przedstawionych na rysunku 3 można odczytać wielkości ziarna podziałowego dla klasyfikatora ślimakowego. Widoczna jest znaczna poprawa efektów pracy odwadniacza w postaci obniżenia wielkości ziarna podziałowego d_{50} .

Wielkość ziarna podziałowego dla klasyfikatora ślimakowego początkowo wynosiła $d_{50} = 0,78$ mm, a po modernizacji $d_{50} = 0,14$ mm. W praktyce łączyło się to ze zwiększeniem ilości odzyskiwanej frakcji piaskowej.

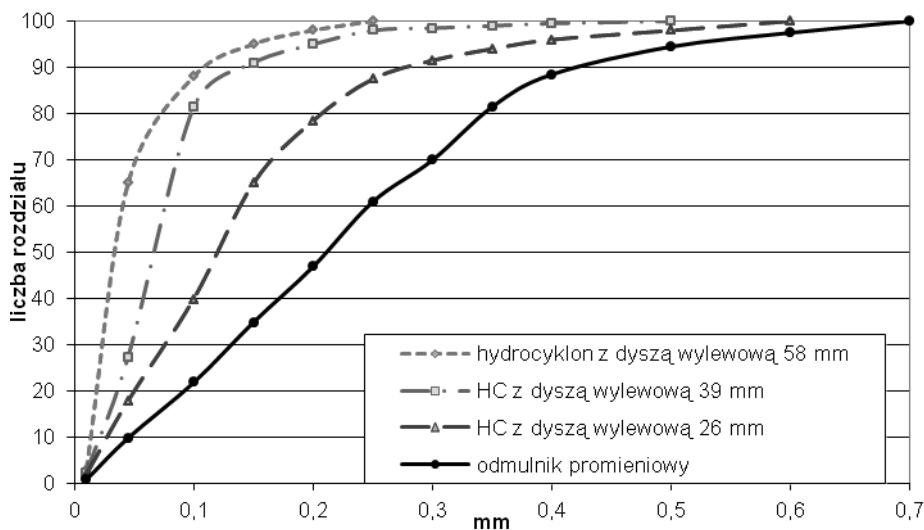
Krzywe rozdziału dla przesiewacza (rys. 2), są stosunkowo bardziej strome niż dla klasyfikatora (odwadniacza) hydraulicznego (rys. 3). Warto jednak zauważyć, że odwadniacz kubekowy i przesiewacz pracowały w innych warunkach i przy innej wielkości ziarna podziałowego. Dlatego uzasadnione jest porównywanie urządzeń pracujących w zbliżonych warunkach, w tym przypadku dwóch klasyfikatorów, czy dwóch przesiewaczy.



Rys. 3. Krzywe rozdziału dla klasyfikatora ślimakowego $D = 500$ mm, przed i po modernizacji
 Fig. 3. Partition curves for screw separator $D = 500$ mm before and after modernization

W procesach klasyfikacji piasków coraz częściej stosowane są hydrocyklony. Przy ocenie ich pracy warto zwrócić szczególną uwagę na ostrość klasyfikacji. Ostrość klasyfikacji graficznie charakteryzuje nam kształt i nachylenie krzywej rozdziału. Na rysunku 4 przedstawiono krzywe rozdziału dla hydrocyklonu z różnymi dyszami wylewowymi. Dla porównania zamieszczono także krzywą rozdziału dla odmulnika promieniowego.

W celu sporządzenia krzywej rozdziału potrzebna jest znajomość składu ziarnowego produktu dolnego (wylewu) i górnego (przelewu), a także znajomość ich rozdziału ilościowego. Ilości części stałych możemy obliczyć znając ilość mieszaniny i jej zagęszczenie. Zagęszczenie mieszaniny można określić za pomocą wskaźnika β [g/l]. Określa się go jako zawartość ciężarową części stałych Q_s w określonej objętości mieszaniny V_m .



Rys. 4. Krzywe rozdziału dla hydrocyklonów z różnymi wielkościami dysz wylewowych (Nowak, 1978)
 Fig. 4. Partition curves for cyclones with various size of outflow nozzles (Nowak, 1978)

Na krzywej rozdziału wyznaczyć można charakterystyczne punkty, takie jak ziarno podziałowe d_{50} , ziarno d_{25} , d_{75} . Stosunek wielkości ziarna d_{25} do d_{75} wyznacza wskaźnik liczbowy ostrości rozdziału. Z krzywych rozdziału (rys. 4) widać, że hydrocyklon z dyszą wylewowa $d_w = 58$ mm charakteryzował się największą ostrością klasyfikacji i najmniejszą wartością ziarna podziałowego d_{50} . Porównując ze sobą hydrocyklony o wyznaczonej ostrości rozdziału, w łatwy sposób można ocenić ich skuteczność pracy i przydatność do określonych zadań technologicznych w przeróbce mechanicznej kopalin.

4. KLASYFIKATORY POWIETRZNE

Krzywe rozdziału są także przydatne w ocenie skuteczności pracy separatorów powietrznych, stosowanych do klasyfikacji materiałów drobnoziarnistych (mączek mineralnych). Zastosowanie separatora o wysokiej sprawności pozwala w pełni wykorzystać możliwości techniczne innych urządzeń, pracujących w instalacji przemysłowej. Separator, który efektywnie wydziela drobne cząstki z materiału opuszczającego młyn, eliminuje możliwość zbyt drobnego mielenia materiału, co ma miejsce wówczas, gdy przy niezbyt dokładnej pracy separatora pracującego w obiegu zamkniętym, do młyna zwracana jest część materiału dostatecznie już rozdrobnionego. Równocześnie eliminowana jest możliwość oblepiania młynników drobnym materiałem, co jest powodem znaczącego pogorszenia się efektywności mielenia. Dla danego separatora, który nadawę rozdziela na produkt drobny i produkt gruby, można napisać równanie

$$N \cdot \Delta n = D \cdot \Delta d + G \cdot \Delta g \quad (5)$$

gdzie:

- N – ilość nadawy,
 - Δn – procentowa zawartość określonej frakcji w nadawie,
 - D – ilość produktu drobnego,
 - Δd – procentowa zawartość określonej frakcji w produkcie drobnym,
 - G – ilość produktu grubego (stanowiącego zwrot z separatora),
 - Δg – procentowa zawartość określonej frakcji w produkcie grubym (zawrocie).
- Liczbę rozdziału można określić z zależności (6):

$$s = \frac{G \cdot \Delta g}{N \cdot \Delta n}, [\%] \quad (6)$$

lub z zależności (7), jako stosunek ilości drobnej frakcji w produkcie do ilości tej samej frakcji w nadawie do separatora

$$s = \frac{D \cdot \Delta d}{N \cdot \Delta n}, [\%] \quad (7)$$

Wzór (6) przedstawia liczbę rozdziału określoną dla ziaren grubych (krzywa rosnąca), natomiast wzór (7) analogiczną liczbę dla ziaren drobnych (krzywa malejąca).

Zdolność rozdzielcza danego separatora, tak samo jak w przypadku klasyfikatorów, jest funkcją stopnia podziału w zależności od średnicy ziarna i przedstawiana jest graficznie w postaci krzywej rozdziału. Znając skład ziarnowy nadawy, produktu grubego i produktu drobnego, stopień podziału również można wyznaczyć ze wzoru (8):

$$s = \frac{C \cdot (A - B)}{A \cdot (C - B)} \quad (8)$$

gdzie zawartość wybranej frakcji:

- A – np. drobnej w nadawie do separatora, [%],
- B – np. drobnej w produkcie grubym, [%],
- C – np. drobnych w produkcie drobnym, [%].

W procesach separacji powietrznej materiałów mineralnych drobnoziarnistych, jako umowne miary zdolności rozdzielczej przyjmuje się wskaźniki Lauera wzór (9) – odwrotność ostrości rozdziału – i Edera (10):

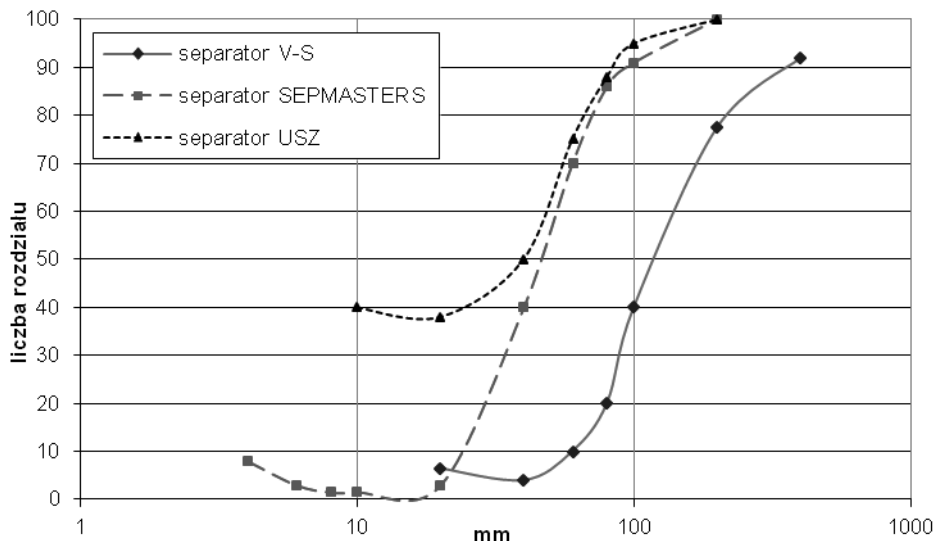
$$\chi = \frac{d_{75}}{d_{25}} \quad (9)$$

$$q = \frac{d_{65}}{d_{35}} \quad (10)$$

gdzie:

$d_{75}, d_{25}, d_{65}, d_{35}$ – wymiar ziarna któremu odpowiada dana liczba rozdziału.

Na rysunku 5 przedstawiono krzywe rozdziału dla różnych separatorów powietrznych badanych w ICiMB w Krakowie, pracujących przy różnych parametrach procesu rozdziału.

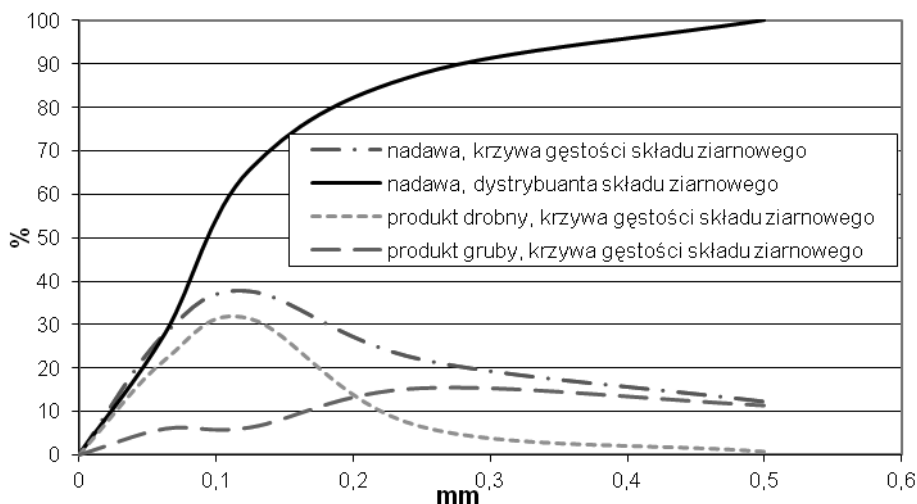


Rys. 5. Krzywe rozdziału dla różnych separatorów powietrznych
Fig. 5. Partition curves for various air separators

Na rysunkach 3–5 zauważyć można szczególną właściwość krzywych rozdziału, charakterystyczną dla hydrocyklonów i separatorów powietrznych. Punkt początkowy krzywej rozdziału nie znajduje się w początku układu współrzędnych, ale powyżej punktu zerowego. W hydrocyklonie występuje pewna granica wielkości ziaren, poniżej której zbiór ziaren zachowuje się podobnie jak ciecz. To znaczy, że najdrobniejsze ziarna podlegają rozdziałowi na dwa produkty w podobnym stosunku jak ciecz. Wynika stąd, że we wszystkich procesach rozdziału sedymentacyjnego, gdy d dąży do 0, to liczba rozdziału zbliża się do wskaźnika rozdziału wody. Inaczej mówiąc, im mniejsza średnica ziaren, tym bardziej ich rozdział zbliża się do rozdziału wody. W związku z tym, punktem początkowym krzywej jest wartość i wskaźnika ilościowego rozdziału wody. Jest to wartość tzw. strumienia martwego. Podobne zjawisko występuje w przypadku klasyfikatorów powietrznych.

Inny sposób wyznaczenia ziarna podziałowego dla separatora cyrkulacyjnego przedstawiono na rysunku 6 (Grzelak, 1973, Naziemiec, 2010). Ziarno podziałowe wyznaczone jest tutaj przez punkt przecięcia krzywych gęstości składu ziarnowego produktów drobnego i grubego, odbieranych z separatora powietrznego. Krzywa gęstości rozkładu wielkości ziarna różni się od dystrybuanty rozkładu wielkości ziarna

sposobem przedstawienia udziału poszczególnych klas ziarnowych w całym produkcie. Dla krzywej gęstości wartość w i -tej klasie ziarnowej obrazuje udział ziaren tylko z tej klasy ziarnowej, natomiast w dystrybuancie wartość dla i -tej klasy ziarnowej odpowiada sumie zawartości ziaren od klasy najdrobniejszej do i -tej klasy. Stąd dystrybuanta nazywana jest krzywą sumacyjną lub skumulowaną. Krzywa gęstości ma mniejsze znaczenie praktyczne, gdyż najczęściej skład ziarnowy przedstawia się za pomocą dystrybuanty.



Rys. 6. Wyznaczenie ziarna podziałowego dla produktów separatora cyrkulacyjnego (Naziemiec, 2010)
 Fig. 6. Determination of cut-point particle for products of circulation separator (Naziemiec, 2010)

Wielkość ziarna podziałowego dla analizowanego przykładu wynosi 0,2 mm. W tym przypadku nie ma jednak możliwości oceny dokładności rozdziału poprzez obliczenie charakterystycznych wskaźników (χ , Ep , I).

5. PODSUMOWANIE

Dobór konkretnego urządzenia klasyfikującego uzależniony jest od charakterystyki nadawy do procesu, jak i od wymagań stawianych uzyskiwanym produktom. W procesach odzysku frakcji piaskowych z mieszaniny wody i kruszywa, najczęściej dąży się do uzyskania jak najmniejszej wielkości ziarna podziałowego i maksymalnego odwodnienia produktu. W procesach klasyfikacji materiałów sypkich dąży się do uzyskania wyraźnej granicy podziałowej tak, aby zawartości nadziarna i podziarna w poszczególnych produktach były jak najmniejsze. W ocenie pracy urządzeń służących do klasyfikacji materiałów drobnoziarnistych wygodnie jest posłużyć się krzywymi rozdziału. Z krzywych rozdziału można odczytać wielkość ziarna podzia-

łowego (granicznego) i uzyskać informacje na temat dokładności realizowanego procesu. Porównywać można ze sobą nie tylko różne klasyfikatory, ale również efekty danego urządzenia przy różnych parametrach jego pracy. Ułatwia to ustalenie optymalnych warunków pracy danego urządzenia klasyfikującego. Na poprawność oceny pracy klasyfikatora duży wpływ posiada dokładność wykonywanych pomiarów ilości produktu drobnego i grubego, jak również dokładność oznaczeń składów ziarnowych produktów.

LITERATURA

- III Seminarium *Materiały bardzo drobnouziarnione*, 1988, Zeszyty Naukowe AGH, Górnictwo, nr 140.
BLASCHKE Z. BROŻEK M. MOKRZYCKI E. OCIEPA Z. TUMIDAJSKI T., 1983, *Górnictwo Cz. V. Zarys technologii procesów przerobczych*, Skrypt AGH, nr 931.
GRZELAK E., 1973, *Technologia kruszyw mineralnych*, Arkady, Warszawa.
NAZIEMIEC Z., 2010, *Młyny młotkowe w procesach produkcji mączek mineralnych gruboziarnistych*, Prace Instytutu Ceramiki i Materiałów Budowlanych, nr 6.
NOWAK Z., 1978, *Hydrocyklony w przeróbce mechanicznej kopalni*, Śląsk, Katowice.

APPLICATION OF PARTITION CURVES IN THE ASSESSMENT OF MINERAL PRODUCTS CLASSIFICATION PROCESSES

In the assessment of the classification process of fine-grained aggregates, the method of evaluation the work effectiveness of the classifier by means of partition curve is rarely applied and this one determines the cut-point particle size and the process accuracy. The paper presents a method of determination the partition curves for the screw classifier operating in aggregate washing plant. There were also presented the partition curves for cyclones and air classifiers, with the way of their interpretation. Partition curves can be calculated for a variety of technological devices, for the wet and dry classification of grained materials. The results allow for a precise assessment of the effectiveness operation for individual device and make it easier a comparison of work effectiveness for various classifiers.