Optica Applicata VIII/4, 1978

*Henryk Wojewoda**

# Réflexion de la lumière par un miroir plan incliné à la direction du mouvement (Théorie relativiste)

Dans ce travail nous avons examiné la réflexion de la lumière par un miroir incliné à la direction du mouvement de celui-ci. La formule relativiste de réflexion de la lumière a été convenablement généralisée. Dans le cas de faible inclinaison du miroir et de faible incidence de la lumière on a déte miné la déviation du rayon réfléchi.

1. En optique relativiste la réflexion de la lumière est soumise à une loi plus compliquée que celle de la théorie classique. Il faut considérer le mouvement de la surface réfléchissante. En supposant que cette surface est perpendiculaire à la direction du mouvement on obtient (fig. 1)

$$\frac{\sin\alpha_2}{1+\beta\cos\alpha_2} = \frac{\sin(-\alpha_1)}{1-\beta\cos(-\alpha_1)}. \tag{1}$$

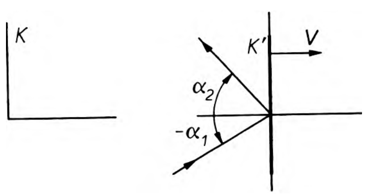


Fig. 1. Réflexion de la lumière par un miroir en mouvement

La formule (1) est utilisée par un observateur lié au système de référence $K$. Dans ce référentiel le miroir se déplace à la vitesse $V = \beta c_0$ ($c_0$ étant la vitesse de la lumière dans le vide) [1]. Dans le système propre du miroir $K'$ la loi de réflexion classique est respectée, c'est-à-dire $\alpha_2' = -\alpha_1'$.

Le miroir étant perper diculaire à la direction du mouvement, la relation suivante est aussi valable [2], [3]

$$\frac{\cos\alpha_2+\beta}{1+\beta\cos\alpha_2} = \frac{\cos(-\alpha_1)-\beta}{1-\beta\cos(-\alpha_1)}. \tag{2}$$

Cela permet d'écrire

$$\frac{\sin\alpha_2}{\cos\alpha_2+\beta} = \frac{\sin(-\alpha_1)}{\cos(-\alpha_1)-\beta}$$

ou bien

$$\frac{\tan\alpha_2}{1+\dfrac{\beta}{\cos\alpha_2}} = \frac{\tan(-\alpha_1)}{1-\dfrac{\beta}{\cos(-\alpha_1)}}. \tag{3}$$

La formule (3) est une autre forme de la loi de réfléxion de la lumière.

2. La direction de propagation de la lumière est caractérisée par le vecteur d'onde $\boldsymbol{k} = \dfrac{\omega}{c_0}\boldsymbol{n}$ où $\boldsymbol{n}$ est le vecteur unitaire dans le sens de propagation de l'onde lumineuse et $\omega$ est la fréquence cyclique de la lumière. En optique relativiste, dans l'espace-temps de Minkowski ($x_1 = x$, $x_2 = y$, $x_3 = z$, $x_4 = ic_0t$), on utilise le vecteur d'onde quadridimensionnel [4] de composantes

$$k_1 = k_x, k_2 = k_y, k_3 = k_z, k_4 = i\frac{\omega}{c_0}. \tag{4}$$

Quand on passe d'un référentiel d'inertie $K$ à un autre $K'$, le quadrivecteur $k_\mu$ se transforme conformément aux relations de Lorentz–Einstein

$$k_1' = \frac{k_1+i\beta k_4}{\sqrt{1-\beta^2}},\; k_2' = k_2,\; k_3' = k_3,$$
$$k_4' = \frac{k_4-i\beta k_1}{\sqrt{1-\beta^2}}. \tag{5}$$

En mettant $k_1 = \dfrac{\omega}{c_0}\cos\alpha$ on obtient facilement à l'aide de (5) la formule de transformation pour l'angle $\alpha$ [4], [5]

$$\tan\alpha' = \frac{\tan\alpha\sqrt{1-\beta^2}}{1-\dfrac{\beta}{\cos\alpha}}. \tag{6}$$

* Institute of Physics, Technical University of Wrocław, Poland.

3. Supposons maintenant que le miroir soit incliné par rapport à la direction du mouvement. Dans le système propre du miroir l'angle d'inclinaison est $\gamma'$ (fig. 2). Pour un observateur lié au référentiel $K$ dans lequel le miroir se déplace à la vitesse $V$, l'inclinaison du miroir sera

$$\tan\gamma = \frac{\tan\gamma'}{\sqrt{1-\beta^2}}. \tag{7}$$

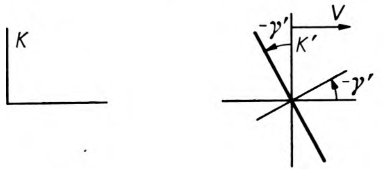


Fig. 2. Miroir plan incliné

Cette relation est la conséquence évidente de la transformation de Lorentz-Einstein. Les mesures des longueurs se font dans le référentiel $K$.

4. Le rayon lumineux réfléchi est dévié par le miroir incliné. Notre but est d'établir la relation de réflexion dans ce cas. Faisons, tout d'abord, le calcul dans le système propre du miroir (fig. 3). Comme la loi classique de réfléxion est valable, on obtient [6], [7]

$$\alpha_2'-\gamma' = -\alpha_1'+\gamma'. \tag{8}$$

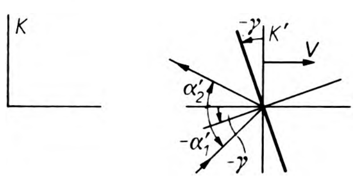


Fig. 3. Réflexion de la lumière par le miroir incliné

La règle des signes montrée sur la figure (fig. 3) est respectée. Par conséquent, on peut écrire

$$\tan(\alpha_2'-\gamma) = \tan(-\alpha_1'+\gamma')$$

et

$$\frac{\tan\alpha_2'-\tan\gamma'}{1+\tan\alpha_2'\tan\gamma'} = \frac{\tan(-\alpha_1')+\tan\gamma'}{1-\tan(-\alpha_1')\tan\gamma'}.$$

En utilisant les formules de transformation (6) et (7) on obtient finalement

$$\frac{\tan\alpha_2-\left(1+\dfrac{\beta}{\cos\alpha_2}\right)\tan\gamma}{1+\dfrac{\beta}{\cos\alpha_2}+(1-\beta^2)\tan\alpha_2\tan\gamma} = \frac{\tan(-\alpha_1)+\left(1-\dfrac{\beta}{\cos(-\alpha_1)}\right)\tan\gamma}{1-\dfrac{\beta}{\cos(-\alpha_1)}-(1-\beta^2)\tan(-\alpha_1)\tan\gamma} \tag{9}$$

La formule (9) exprime la loi de réfléxion dans le cas général d'un miroir incliné. La formule (3) découle de la formule (9). Cette position particulière du miroir se distingue par la condition $\gamma = 0$.

5. Examinons le cas de faible inclinaison du miroir et de faible incidence de la lumière. Dans ce domaine les fonctions trygonométriques tangentes des angles peuvent être remplacées par les angles eux mêmes; le produit des angles sera négligé comme une grandeur faible d'ordre supérieur. Ainsi, on obtient

$$\frac{\alpha_2-(1+\beta)\gamma}{1+\beta} = \frac{-\alpha_1+(1-\beta)\gamma}{1-\beta}. \tag{10}$$

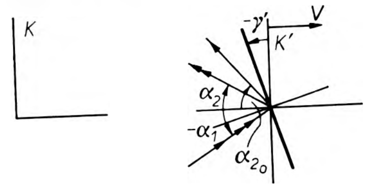


Fig. 4. Déviation du rayon lumineux par le miroir incliné

Cela nous permet de calculer la déviation du rayon réfléchi par le miroir incliné (fig. 4). Supposons la position du miroir $\gamma = 0$ comme initiale. Conformément à la formule (10) la réflexion de la lumière se fait dans la direction

$$\alpha_{2_0} = -\alpha_1\frac{1+\beta}{1-\beta}. \tag{11}$$

Ainsi, la déviation du rayon réfléchi par le miroir incliné sera

$$\Delta\alpha_2 = \alpha_{2_0}-\alpha_2 = -2\gamma(1+\beta) \tag{12}$$

en ajoutant la correction relativiste $-2\gamma\beta$ due à la vitesse du miroir.

La conclusion tirée de ces considérations est la suivante: la déviation du rayon lumineux réfléchi par un miroir incliné lors du mouvement dépend de la vitesse de ce miroir. C'est un effect relativiste. En théorie classique cette déviation ne dépend que de l'inclinaison du miroir.

Il est difficile, pour le moment au moins, de prévoir les conséquences des résultats obtenus. Toutefois, on peut espérer que, tôt ou tard, les effects relativistes de l'optique géométrique seront observés et utilisés convenablement. Ceci justifie les études que nous avons entreprises.

**Light reflexion from the tilted flat mirror with respect to the direction of its movement**

In the paper the light reflection from a moving mirror tilted toward the movement direction has been examined. The respective generalization of the raw of reflection has been

carried out. The deviation of reflected ray has been determined for small tilts of mirror and almost perpendicular incidence of light.

**Отражение света от плоского зеркала, наклоненного по отношению к направлению движения**

Исследовано отражение света (рефлексия) от подвижного зеркала, наклоненного к направлению его движения. Соответственно обобщен закон отражения. Для малых наклонений зеркала и почти перпендикулярного падения света определено отклонение отраженного луча.

## References

[1] McCrea W. H., *Relativity Physics*, Methuen and Co. Ltd., London 1947.

[2] Wojewoda H., Optica Applicata IV, 3, 37 (1974).

[3] Wojewoda H., Optica Applicata III, 1, 64 (1973).

[4] Landau L., Lifchitz E., *Théorie du champ*, Mir, Moscow 1966.

[5] Wojewoda H., *Aberration de la lumière dans un milieu homogène*, Annales de la Faculté Polytechnique de l'UNAZA Vol. 3, Lubumbashi-Kinshasa (travail a paraître).

[6] Tudorovsky A. I., *Teorya opticheskikh priborov*, AN SSSR, Moskva-Leningrad 1948.

[7] Maréchal A., *Imagérie géométrique; Aberrations. Traité d'optique instrumentale*, Ed. de la Revue d'Optique Théorique et Instrumentale, Tome 1, Paris 1952.

*Received, February 7, 1978*