

Sabina Denkowska

Uniwersytet Ekonomiczny w Krakowie

e-mail: sabina.denkowska@uek.krakow.pl

**KOREKTA EFEKTÓW
WZGLĘDNYCH ODDZIAŁYWAŃ
UWZGLĘDNIAJĄCA NIEOBSERWOWANĄ ZMIENNĄ¹**
**ADJUSTMENT OF THE RELATIVE TREATMENT
EFFECTS FOR AN UNOBSERVED CONFOUNDER**

DOI: 10.15611/pn.2018.508.03

JEL Classification: C14, E24

Streszczenie: Nieuwzględniona w badaniu obserwacyjnym zmienna może powodować obciążenie szacowanego efektu oddziaływania. Metoda analizy wrażliwości VanderWeele’a i Araha pozwala ocenić wielkość obciążenia spowodowanego przez nieuwzględnioną w badaniu zmienną wpływającą na selekcję, jak i na zmienną wyjściową i tym samym umożliwia skorygowanie oszacowanego efektu oddziaływania. Gdy jednak celem badania jest efekt względny oddziaływania, taki jak iloraz szans, a binarna zmienna wynikowa nie jest rzadka, korekta ilorazu szans za pomocą tej metody według VanderWeele’a i Araha, „jest skomplikowana do przeprowadzenia”. W badaniach społeczno-ekonomicznych zmienna wynikowa zazwyczaj nie jest rzadka, dlatego do skorygowania ilorazu szans warto stosować metodę Greenlanda. Celem pracy jest propozycja zastosowania metody Greenlanda do skorygowania ilorazu szans opisującego relację pomiędzy zatrudnieniem, a uczestnictwem w stażu młodych bezrobotnych.

Słowa kluczowe: analiza wrażliwości, nieobserwowana zmienna, metoda Greenlanda, Propensity Score Matching, polityka rynku pracy.

Summary: An unmeasured confounder may result in bias in estimating the treatment effect. The sensitivity analysis method developed by VanderWeele and Arah allows for estimating the bias caused by an unobserved confounder which influences the selection process to the treatment group and the outcome variable, so it allows for adjusting the estimated treatment effect for such an unobserved confounder. However, when the goal is adjustment of the relative effect, such as the odds ratio, and the outcome is not rare, this method is (as per VanderWeele and Arah) “somewhat more cumbersome to use” (as per VanderWeele and Arah). In socio-economics research the outcome is usually not rare, so the method developed by Greenland is recommended for adjusting the odds ratio. The paper presents the ap-

¹ Publikacja została sfinansowana ze środków przyznanych Wydziałowi Zarządzania Uniwersytetu Ekonomicznego w Krakowie w ramach dotacji na utrzymanie potencjału badawczego.

plication of Greenland's method to adjust the odds ratio of the relation between internships for the young unemployed and their employment.

Keywords: sensitivity analysis, unobserved confounder, Greenland's method, Propensity Score Matching, labour market policy.

1. Wstęp

W badaniach obserwacyjnych (nieeksperymentalnych) nie możemy mieć pewności, że zostały uwzględnione wszystkie zmienne wpływające na proces selekcji i wynik końcowy, a nieuwzględniona ważna zmienna może przyczynić się do obciążenia szacowanego efektu. Analiza wrażliwości może być przydatna do oceny wielkości obciążenia spowodowanego przez taką nieuwzględnioną w badaniu zmienną. Rosenbaum [2002; 2005] zaleca, by w przypadku szacowania efektów oddziaływań za pomocą metod opartych na dopasowywaniu jednostek, w tym również metody Propensity Score Matching (PSM), badanie prowadzić dwuetapowo. Etap pierwszy, polegający na klasycznym podejściu opartym na założeniu warunkowej niezależności CIA (*Conditional Independence Assumption*) [Rosenbaum, Rubin 1983], standardowo uzupełniać (w drugim etapie) oceną wrażliwości oszacowanego efektu oddziaływania na występowanie nieobserwowanej zmiennej.

Rosenbaum zaproponował metodę analizy wrażliwości dedykowaną metodom opartym na łączeniu jednostek, która umożliwi odpowiedź na pytanie, jak silny musiałby być wpływ nieobserwowanego czynnika na zmienną wynikową oraz proces selekcji, by wnioski z badań przestały być istotne statystycznie. W wyniku jej zastosowania nie poznajemy jednak wartości skorygowanego ze względu na nieobserwowaną zmienną efektu oddziaływania (ani przedziału ufności) [Denkowska 2016a; 2016b].

Ciekawą alternatywę dla metody Rosenbauma stanowi metoda analizy wrażliwości VanderWeele'a i Arah [2011], która umożliwi ocenę wielkości obciążenia spowodowanego przez nieuwzględnioną w badaniu zmienną oraz pozwala na skorygowanie oszacowanego efektu oddziaływania przy uwzględnieniu występowania takiej potencjalnej zmiennej [Denkowska 2017]. Co więcej, dzięki wszechstronnemu podejściu autorów metodę tę można stosować nie tylko w przypadku metod opartych na łączeniu jednostek.

Metoda VanderWeele'a i Arah [2011] umożliwia korektę oszacowanych efektów względnych oddziaływań, takich jak ryzyko względne (*RR – risk ratio*) oraz iloraz szans (*OR – odds ratio*). Niemniej jednak, gdy celem badania jest skorygowanie ilorazu szans, a binarna zmienna wynikowa nie jest „rzadka”, oszacowanie skorygowanego ilorazu szans² – jak przyznają sami autorzy – „jest skomplikowane do

² W przypadku rzadkiej zmiennej wynikowej różnice między ryzykiem względnym a ilorazem szans są niewielkie, można więc do korekty wykorzystać wzór wyprowadzony przez VanderWeele'a i Arah [2011] dla ryzyka względnego.

przeprowadzenia” [VanderWeele, Arah 2011]. W badaniach społeczno-ekonomicznych, w przeciwieństwie do badań epidemiologicznych, zmienna wynikowa zazwyczaj nie jest rzadka. Dlatego w przypadku, gdy badacza interesuje iloraz szans skorygowany ze względu na występowanie takiej nieuwzględnionej w badaniu zmiennej, a wynikowa zmienna binarna nie jest rzadka, warto zastosować metodę analizy wrażliwości Greenlanda [1996].

Celem pracy jest propozycja zastosowania metody Greenlanda do analizy wrażliwości oraz skorygowania ilorazu szans opisującego relację pomiędzy zatrudnieniem a uczestnictwem w stażu bezrobotnych, w badaniach autorki prowadzonych za pomocą metody PSM nad wpływem staży na zatrudnienie młodych bezrobotnych [Denkowska 2016a].

2. Metoda analizy wrażliwości Greenlanda

Ogólna idea metody Greenlanda [1996] polega na ustaleniu wartości liczb e , f , g , h w tab. 2 na podstawie wartości zaobserwowanych w badaniu wartości: $a + e$, $b + f$, $c + g$, $d + h$ (w tab. 1) dla binarnego oddziaływania T i binarnej zmiennej wynikowej Y , przy pewnych założeniach dotyczących nieuwzględnionej w badaniu zmiennej [Liu i in. 2013].

Tabela 1. Schemat ogólny dla danych obserwowanych: tablica kontyngencji 2×2 dla oddziaływania T i zmiennej wynikowej Y

		Zmienna wynikowa Y	
		$Y = 0$	$Y = 1$
Oddziaływanie T	$T = 0$	$a + e$	$b + f$
	$T = 1$	$c + g$	$d + h$

Źródło: [Liu i in. 2013, s. 575].

Tabela 2. Schemat dla danych obserwowanych: tablica kontyngencji 2×2 dla oddziaływania T i zmiennej wynikowej Y , w zależności od nieuwzględnionej zmiennej U

Nieuwzględniona zmienna U		Zmienna wynikowa Y	
		$Y = 0$	$Y = 1$
$U = 0$	$T = 0$	a	b
	$T = 1$	c	d
$U = 1$	$T = 0$	e	f
	$T = 1$	g	h

Źródło: [Liu i in. 2013, s. 576].

Przyjmijmy na wstępie następujące oznaczenia:

- U – binarna nieobserwowana zmienna,
- X – wektor zmiennych obserwowanych,

- OR_{YU} – iloraz szans opisujący relację pomiędzy Y a nieobserwowaną zmienną U ,
- OR_{TU} – iloraz szans opisujący relację pomiędzy oddziaływaniem T a nieobserwowaną zmienną U ,
- OR_{YT_X} – iloraz szans opisujący relację pomiędzy zmienną Y a oddziaływaniem T , oszacowany na podstawie zmiennych obserwowanych X ,
- OR_{YT_XU} – (skorygowany) iloraz szans opisujący relację pomiędzy zmienną Y a oddziaływaniem T , oszacowany na podstawie zmiennych obserwowanych X z uwzględnieniem zmiennej nieobserwowanej U .

Do zastosowania metody Greenlanda [1996] wymagana³ jest znajomość rozpowszechnienia zmiennej nieobserwowanej U w grupie poddanej oddziaływaniu $P(U=1|T=1)$ oraz w grupie niepoddanej oddziaływaniu $P(U=1|T=0)$, a także iloraz szans OR_{YU} .

W metodzie Greenlanda wartości g oraz e w tab. 2 wyznaczamy na podstawie rozpowszechnienia zmiennej nieobserwowanej U w grupie poddanej oddziaływaniu oraz w grupie niepoddanej oddziaływaniu z następujących wzorów:

$$g = P(U=1|T=1) \cdot (c + g), \quad (1)$$

$$e = P(U=1|T=0) \cdot (a + e). \quad (2)$$

Wartości h, f wyznacza się ze wzorów opartych na OR_{YU} oraz na wartościach obserwowanych w badaniu $a + e, b + f, c + g, d + h$:

$$OR_{YU} = \frac{\frac{h}{d}}{\frac{g}{c}} = \frac{ch}{gd} = \frac{(c+g)h - hg}{(d+h)g - hg} \Rightarrow h = \frac{OR_{YU}(d+h)g}{OR_{YU} \cdot g + (c+g) - g} \quad (3)$$

$$OR_{YU} = \frac{\frac{f}{b}}{\frac{e}{a}} = \frac{af}{be} = \frac{(a+e)f - ef}{(b+f)e - ef} \Rightarrow f = \frac{OR_{YU}(b+f)e}{OR_{YU} \cdot e + (a+e) - e} \quad (4)$$

W podejściu alternatywnym rozpowszechnienie zmiennej nieobserwowanej U w grupie poddanej oddziaływaniu $P(U=1|T=1)$ może być wyznaczone na podstawie rozpowszechnienia zmiennej nieobserwowanej U w grupie niepoddawanej oddzia-

³ Te „wymagane” wielkości nie są obserwowane w badaniu, ale mogą być „szacowane” na podstawie różnych źródeł informacji, takich jak wcześniejsze badania czy literatura tematyczna.

ływaniu $P(U = 1 | T = 0)$ oraz ilorazu szans OR_{TU} relacji pomiędzy oddziaływaniem T oraz nieobserwowaną zmienną U :

$$OR_{TU} = \frac{\frac{P(U = 1 | T = 1)}{P(U = 1 | T = 0)}}{\frac{(1 - P(U = 1 | T = 1))}{(1 - P(U = 1 | T = 0))}} \quad (5)$$

co daje wzór (6):

$$P(U = 1 | T = 1) = \frac{OR_{TU} \cdot P(U = 1 | T = 0)}{1 - P(U = 1 | T = 0) + OR_{TU} \cdot P(U = 1 | T = 0)}. \quad (6)$$

W podejściu „alternatywnym” możemy wykorzystać wyniki otrzymane przy zastosowaniu jednoczesnego podejścia Rosenbauma [Denkowska 2016a].

3. Zastosowanie metody Greenlanda w badaniach rynku pracy

Analiza wrażliwości Greenlanda została zastosowana do badań autorki [Denkowska 2016a], w których szacowano efekt netto staży dla młodych bezrobotnych (do 35 roku życia), zorganizowanych przez jeden z największych małopolskich PUP. Efekt netto szacowano za pomocą metody Propensity Score Matching (PSM).

W roku 2013 w PUP w Tarnowie 1409 młodych bezrobotnych (do 35 roku życia) rozpoczęło staże i zakończyło je co najmniej 3 miesiące przed 10.08.2014. Źródłem danych był system informatyczny ewidencji bezrobotnych Syriusz.

Oszacowany efekt względny, wyrażony za pomocą ilorazu szans opisującego relację pomiędzy znalezieniem pracy a uczestnictwem w stażu, wynosił (tab. 3):

$$OR_{YT-X} = \frac{\frac{864}{710}}{\frac{543}{697}} = \frac{1,59116}{1,018651} = 1,562.$$

Tabela 3. Dane obserwowane w badaniu

		Zatrudnienie (Y)		Suma
		-	+	
Staż (T)	-	697	710	1407
	+	543	864	1407

* Z badań usunięto dwóch stażystów, dla których nie było dobrego dopasowania.

Źródło: opracowane na podstawie badań autorki [Denkowska 2016a].

Oznacza to, że w przypadku młodych bezrobotnych (do 35 roku życia) szanse na dostanie pracy były 1,562 razy większe dla stażystów niż dla bezrobotnych bez stażu. Innymi słowy, udział w stażu zwiększał szanse na zdobycie pracy 1,562 razy. Realizacją 95% przedziału ufności dla ilorazu szans jest przedział liczbowy: (1,34; 1,81). Zatem na poziomie istotności 0,05 możemy stwierdzić, że zależność pomiędzy zatrudnieniem a uczestnictwem w stażu jest istotna statystycznie.

Kluczowym założeniem metod opartych na dopasowywaniu jednostek jest założenie CIA, z którego wynika, że wszystkie zmienne mające wpływ na dostanie się na staż, jak i na zatrudnienie, są obserwowane i uwzględnione w badaniu [Caliendo, Kopeinig 2008; Denkowska 2017]. Niestety, założenie to jest nietestowalne. Jeśli jednak w badaniu nie uwzględniono ważnej zmiennej, która wpływa na selekcję do grupy stażystów i zatrudnienie, to nasuwa się pytanie o prawdziwy efekt oddziaływania.

Metoda analizy wrażliwości Greenlanda umożliwia odpowiedź na pytanie, jaki jest prawdziwy iloraz szans, opisujący relację pomiędzy znalezieniem pracy a uczestnictwem w stażu, uwzględniający taką nieobserwowaną w badaniu autorki [Denkowska 2016a] zmienną U .

W celu zastosowania metody Greenlanda wykorzystamy wyniki otrzymane za pomocą metody Rosenbauma w tab. 4 u Denkowskiej [2016a]. Analizując wyniki w tab. 4 [Denkowska 2016a], możemy zauważyć, że na przykład dla $\Gamma = 2,5$ oraz $\Delta = 2$ prawdopodobieństwo p_{upper} wynosi 0,0257, a zatem jedna osoba w parze, z powodu nieobserwowanej zmiennej U (np. przedsiębiorczości), może mieć 2,5 razy większą szansę dostania się na staż oraz 2 razy większą szansę dostania pracy niż ta druga, a i tak nie podważyłoby to wniosków o wpływie staży na zatrudnienie.

Zakładając dalej $OR_{TU} = 2,5$ i $OR_{YU} = 2$ oraz rozpowszechnienie zmiennej U w grupie bez staży $P(U = 1 | T = 0)$ wynoszące 0,1, to ze wzoru (6) otrzymujemy rozpowszechnienie zmiennej U w grupie stażystów $P(U = 1 | T = 1) \cong 0,22$. Następnie ze wzorów (1) - (4) dostajemy wartości: $g = 119,46$, $e = 69,7$, $h = 311,61$, $f = 129,09$. Następnie wartości a , b , c , d w tab. 1 oraz tab. 2 otrzymujemy, odejmując od wartości zaobserwowanych w tab. 3 wyznaczone wartości (odpowiednio): e , f , g , h . W ten sposób dostajemy: $a = 627,30$, $b = 580,91$, $c = 423,54$, $d = 552,39$.

Zatem skorygowany ze względu na nieobserwowaną zmienną U iloraz szans wynosi:

$$OR_{YT_XU} = \frac{\frac{d}{c}}{\frac{b}{a}} = 1,41.$$

Po uwzględnieniu nieobserwowanej zmiennej U okazało się, że szansa na dostanie pracy jest 1,41 razy większa dla stażystów niż dla osób bez stażu. Skorygowany

iloraz szans jest istotny statystycznie na poziomie istotności 0,05. Realizacją 95% przedziału ufności dla skorygowanego ilorazu szans jest przedział liczbowy: (1,19; 1,67).

Przyjmując dalej $OR_{TU} = 2.5$ oraz $OR_{YU} = 2$, w tab. 4 przedstawiono skorygowane (ze względu na nieobserwowaną zmienną U) wartości ilorazu szans OR_{YT_XU} wraz z realizacjami 95% przedziału ufności, w zależności od różnych wartości $P(U=1|T=0)$.

Tabela 4. Skorygowane wartości ilorazu szans OR_{YT_XU} wraz z realizacjami 95% przedziału ufności, przy założeniu $OR_{TU}=2,5$ i $OR_{YU} = 2$ dla różnych wartości $P(U=1|T=0)$

$P(U=1 T=0)$	$P(U=1 T=1)$	OR_{YT_XU}	Realizacje 95% przedziału ufności
0.05	0,12	1,47	(1,25; 1,72)
0.1	0,22	1,41	(1,19; 1,67)
0.15	0,31	1,38	(1,15; 1,64)
0.2	0,38	1,35	(1,12; 1,64)
0.25	0,45	1,34	(1,10; 1,65)
0.3	0,52	1,34	(1,08; 1,66)
0.35	0,57	1,34	(1,07; 1,69)
0.4	0,63	1,35	(1,05; 1,72)
0.45	0,67	1,35	(1,04; 1,76)
0.5	0,71	1,37	(1,03; 1,81)
0,55	0,75	1,38	(1,02; 1,87)
0,6	0,79	1,40	(1,01; 1,94)
0,65	0,82	1,42	(0,99; 2,02)
0,7	0,85	1,43	(0,97; 2,12)

Źródło: opracowanie własne.

Zauważmy w tab. 4, że dla $\Gamma = 2,5$ i $\Delta = 2$ oraz przy rozpowszechnieniu nieobserwowanej zmiennej U w grupie niepoddawanej oddziaływaniu $P(U=1|T=0)$ wynoszącym maksymalnie 60%, oszacowany iloraz szans (skorygowany ze względu na nieobserwowaną zmienną U) pozostał istotny statystycznie na poziomie istotności 0,05. Oznacza to, że nawet jeśli jedna osoba w parze, z powodu nieobserwowanej zmiennej U (przedsiębiorczości), miałaby 2,5 razy większą szansę dostania się na staż oraz 2 razy większe szanse dostania pracy niż ta druga, a rozpowszechnienie zmiennej U w grupie niepoddanej oddziaływaniu wynosiłoby nawet 60%, to i tak nie podważyłoby to wniosków o wpływie staży na zatrudnienie.

4. Podsumowanie

Podsumowując wyniki zaprezentowane w tab. 4, zauważmy, że gdyby rozpowszechnienie nieuwzględnionej w badaniu zmiennej było większe od 60% (przy $\Gamma = 2,5$ oraz $\Delta = 2$), wniosek z badań przestałby być istotny statystycznie na poziomie istotności 0,05. Nasuwa się jednak pytanie, czy tak wysoka wartość rozpowszechnienia nieobserwowanej zmiennej U (np. przedsiębiorczości) w grupie bezrobotnych bez stażu jest realna. W przypadku, gdy odpowiedź na to pytanie jest twierdząca, badacz ma świadomość, że ilorazu szans opisującego relację między zatrudnieniem a stażem nie można uznać za istotny statystycznie właśnie z powodu nieuwzględnionej w badaniu przedsiębiorczości bezrobotnych.

Badania obserwacyjne powinny być standardowo uzupełniane analizą wrażliwości przeprowadzaną pod kątem założeń, których nie można bezpośrednio zweryfikować. Założenie o warunkowej niezależności CIA jest nieweryfikowalne i badacz nie może mieć pewności, że w badaniu uwzględnił wszystkie zmienne wpływające zarówno na selekcję, jak i na zmienną wynikową. Co więcej, założenie CIA jest łatwe do podważenia, a zatem badania oparte na łączeniu jednostek powinno się uzupełniać analizą wrażliwości oszacowanego efektu oddziaływania na występowanie takiej potencjalnej nieuwzględnionej zmiennej. Ocena wrażliwości oszacowanych efektów oddziaływań na występowanie takiej nieobserwowanej zmiennej pozwala bowiem określić, jak duże zaufanie należy mieć do oszacowanych efektów i tym samym daje pełniejszą wiedzę na temat otrzymanych wyników.

Gdy celem jest ocena odporności oszacowanego ilorazu szans ze względu na nieuwzględnioną w badaniu zmienną, a binarna zmienna wyjściowa nie jest rzadka, wówczas dobrym rozwiązaniem jest zastosowanie metody analizy wrażliwości Greenlanda, w wyniku której otrzymujemy skorygowany (ze względu na tę nieobserwowaną w badaniu zmienną) iloraz szans wraz z przedziałem ufności.

Literatura

- Caliendo M., Kopeinig S., 2008, *Some Practical Guidance for the Implementation of Propensity Score Matching*, Journal of Economic Surveys, 22(1), 31-72.
- Denkowska S., 2016a, *Assessing the Robustness to an Unobserved Confounder of the Average Treatment Effect on the Treated Estimated by Propensity Score Matching*, Argumenta Oeconomica Cracoviensia, 15, 57-74.
- Denkowska S., 2016b, *Zastosowanie analizy wrażliwości do oceny wpływu nieobserwowanej zmiennej w Propensity Score Matching*, Taksonomia 27. Klasyfikacja i analiza danych – teoria i zastosowania, red. K. Jajuga, M. Walesiak, Prace Naukowe Uniwersytetu Ekonomicznego we Wrocławiu, nr 427, s. 66-75.
- Denkowska S., 2017, *Zastosowanie analizy wrażliwości do skorygowania obciążenia efektów oddziaływań oszacowanych za pomocą Propensity Score Matching*, Prace Naukowe Uniwersytetu Ekonomicznego we Wrocławiu, nr 469, Taksonomia 29, s. 41-49.
- Greenland S., 1996, *Basic methods for sensitivity analysis of biases*, International Journal of Epidemiology, 25, s. 1107-1116.

- Liu W., Kuramoto S.K., Stuart E.A., 2013, *An introduction to sensitivity analysis for unobserved confounding in non-experimental prevention research*, Prevention Science, vol. 14(6), s. 570-580.
- Rosenbaum P.R., 2002, *Observational Studies*, Springer, New York.
- Rosenbaum P.R., 2005, *Observational Study*, [w:] Everitt B.S., Howell D.C. (red.), *Encyclopedia of Statistics in Behavioral Science*, vol. 3, John Wiley and Sons, New York.
- Rosenbaum P.R., Rubin D.B., 1983, *The central role of propensity score in observational studies for casual effects*, Biometrika, vol. 70(1), s. 41-55.
- VanderWeele T.J., Arah O.A., 2011, *Bias formulas for sensitivity analysis of unmeasured confounding for general outcomes, treatments, and confounders*, Epidemiology, vol. 22(1), s. 42-52.