

Małgorzata Misztal

Uniwersytet Łódzki
e-mail: mmisztal@uni.lodz.pl

**O ZASTOSOWANIU ANALIZY REDUNDANCJI
DO BADANIA POZIOMU PRZESTĘPCZOŚCI
PRZECIWKO MIENIU W POLSCE
W LATACH 2002-2015**

**ON THE APPLICATION OF REDUNDANCY ANALYSIS
TO STUDY THE PROPERTY CRIME RATE
IN POLAND IN THE YEARS 2002-2015**

DOI: 10.15611/pn.2018.508.16
JEL Classification: C38; K42

Streszczenie: Celem pracy jest analiza i opis zmian poziomu przestępczości przeciwko mieniu w Polsce w latach 2002-2015 z wykorzystaniem analizy redundancji (*Redundancy Analysis*) oraz zwrócenie uwagi na znaczenie metod graficznych przy interpretacji uzyskanych wyników. W analizie redundancji (kanonicznej formie analizy głównych składowych) w charakterze zmiennych zależnych wykorzystano wskaźniki natężenia pięciu rodzajów przestępstw przeciwko mieniu, natomiast w charakterze zmiennych objaśniających – funkcje własne (*eigenfunctions*) wyznaczone metodą asymetrycznych wektorów własnych (*Asymmetric Eigenvector Maps*). Uzyskane wyniki przedstawiono graficznie na triplotach. Ze względu na ograniczoną objętość pracy pokazano wyniki dla trzech wybranych województw.

Słowa kluczowe: analiza redundancji, metoda asymetrycznych wektorów własnych, triplot, przestępczość przeciwko mieniu.

Summary: The goal of the study is to analyze and describe the changes in the level of crime against property in Poland in the years 2002-2015 with the use of redundancy analysis and to emphasize the role of graphical methods for the interpretation of the results. Redundancy analysis is a canonical form of principal components analysis and can be described as a direct extension of regression analysis to model multivariate response data. In the paper the set of dependent variables consists of the intensity indicators of 5 types of property crime, while the explanatory variables are eigenfunctions determined according to the method Asymmetric Eigenvector Maps. The results for 3 selected voivodships are presented graphically with triplots and described.

Keywords: redundancy analysis, asymmetric eigenvector maps, triplot, property crime.

1. Wstęp

Analiza redundancji (*Redundancy Analysis* – RDA [van den Wollenberg 1977]) jest kanoniczną formą analizy głównych składowych (*Principal Components Analysis* – PCA) i należy do metod redukcji wymiarowości danych wielowymiarowych przez wprowadzenie mniejszej liczby nowych zmiennych, które wyjaśniają zmienność zmiennych pierwotnych z niewielką utratą informacji. Jest to metoda szeroko stosowana w badaniach ekologicznych, mało jest natomiast jej zastosowań dla danych ekonomiczno-społecznych. Należy także zauważyć, że większość prezentowanych w literaturze zastosowań dotyczy danych przekrojowych, mniej popularne natomiast jest wykorzystanie tej metody w analizie szeregów czasowych.

W pracy podjęto próbę zastosowania analizy redundancji w badaniach zjawisk społecznych. Celem pracy jest analiza i opis zmian w czasie natężenia przestępczości przeciwko mieniu w Polsce w latach 2002-2015, z uwzględnieniem podziału na województwa i z wykorzystaniem metody analizy redundancji, oraz pokazanie przydatności metod graficznych przy interpretacji uzyskanych wyników.

W najprostszym przypadku do badania zmian przestępczości w czasie wykorzystywane są podstawowe metody analizy dynamiki (indeksy indywidualne, średnie tempo zmian) i proste metody graficzne (wykresy liniowe lub kolumnowe). Takie analizy można znaleźć np. w udostępnionych na stronie www policji *Raportach o stanie bezpieczeństwa w Polsce* w kolejnych latach (np. [Raporty ... (2018)]). Do bardziej zaawansowanych metod badania przestępczości w Polsce z uwzględnieniem potencjalnych czynników wpływających na poziom przestępczości oraz zróżnicowania przestrzennego zaliczyć należy: modele ekonometryczne (por. np. [Sztadynger, Sztadynger 2003; Bieniek, Cichocki, Szczepaniec 2012; Florczak 2013; Kądziołka 2014; 2015a]), metody analizy danych przestrzennych (por. np. [Mordwa 2013; Kądziołka 2016a]) oraz modele panelowe (np. [Kądziołka 2015b]). Interesującą propozycję analizy przestępczości w Polsce z wykorzystaniem taksonomicznego miernika rozwoju opartego na medianie Webera przedstawiła Bąk [2015], natomiast metody grupowania hierarchicznego stosowała Kądziołka [2015c; 2016b]. Próbę zastosowania analizy redundancji do badania przestępczości przeciwko mieniu w Polsce podjęto w pracach Misztal [2017a; 2017b], przy czym uzyskane tam wyniki dotyczyły danych przekrojowych dla roku 2014. Zaproponowane w prezentowanej pracy podejście wykorzystujące analizę redundancji do badania zmian w czasie natężenia różnych rodzajów przestępczości przeciwko mieniu nie było dotychczas stosowane w tego typu analizach.

2. Materiał i metody

Analizie poddano 5 rodzajów przestępstw przeciwko mieniu w Polsce w latach 2002-2015 (w przeliczeniu na 100 tysięcy mieszkańców) z uwzględnieniem podziału na województwa [Policja (2017)]. Były to przestępstwa: uszkodzenia mienia (P1),

rozbójnicze (P2), kradzieże z włamaniem (P3), kradzieże samochodów (P4) oraz kradzieże cudzej rzeczy (P5).

Do analizy zebranych danych wykorzystano w fazie wstępnej metodę wielokrotnej analizy czynnikowej (*Multiple Factor Analysis* – MFA, por. np. [Abdi, Williams, Valentin 2013]), a następnie analizę redundancji (*Redundancy Analysis* – RDA, por. np. [van den Wollenberg 1977; Legendre, Legendre 2012]) przeprowadzoną na bazie funkcji własnych wyznaczonych metodą asymetrycznych wektorów własnych (*Asymmetric Eigenvector Maps* – AEM, por. np. [Blanchet, Legendre, Borcard 2008; Legendre, Legendre 2012]).

Wielokrotna analiza czynnikowa (MFA) jest rozszerzeniem analizy głównych składowych (PCA) na przypadek m.in. wielu zbiorów danych mierzonych dla tych samych obiektów. Szczegółowy opis metody i sposób przeprowadzenia obliczeń przedstawiają np. [Abdi, Williams, Valentin 2013].

W analizie redundancji (RDA) wykorzystuje się dwa zbiory danych opisujących te same objekty: $\mathbf{D} = [\mathbf{Y}|\mathbf{X}]$. Wiersze macierzy \mathbf{D} odpowiadają kolejnym obiektom, pierwszych m kolumn reprezentuje zmienne zależne, a kolejnych p kolumn – zmienne objaśniające. Analiza redundancji przeprowadzana jest w dwóch krokach [Legendre, Legendre 2012]. Krok 1 polega na zbudowaniu wielowymiarowych modeli regresji liniowej \mathbf{Y} względem \mathbf{X} , tak aby uzyskać macierz wartości teoretycznych $\hat{\mathbf{Y}}$. W kroku 2 dla macierzy $\hat{\mathbf{Y}}$ przeprowadzana jest analiza głównych składowych. Uzyskane osie kanoniczne są liniowymi kombinacjami zmiennych objaśniających \mathbf{X} . Zaletą analizy redundancji jest możliwość prezentacji graficznej uzyskanych wyników w przestrzeni dwuwymiarowej z wykorzystaniem m.in. triplotów¹.

Metoda asymetrycznych wektorów własnych (AEM) pierwotnie zaproponowana została jako technika modelowania ukierunkowanych zależności przestrzennych [Blanchett, Legendre, Borcard 2008], lecz można ją bez przeszkód stosować do analizy szeregów czasowych – por. np. [Legendre, Gauthier 2014]. Metoda AEM jest odpowiednikiem analizy widmowej Fouriera. Pozwala na określenie charakterystyki zmian w czasie badanej zmiennej (trend, okresowość, modalność), a także na wskazanie dominujących częstotliwości w widmie zmiennej. W pierwszym kroku analizy wyznaczana jest macierz \mathbf{E} , będąca reprezentacją grafu skierowanego, w której wiersze odpowiadają kolejnym wierzchołkom (*nodes*), czyli kolejnym punktom w czasie, a kolumny krawędziom (*edges*) odpowiadającym połączeniom między wierzchołkami (szczegółowy opis budowy macierzy \mathbf{E} przedstawiają np. [Legendre, Gauthier 2014, s. 5]). W kolejnym kroku dla macierzy \mathbf{E} przeprowadzana jest analiza głównych składowych (PCA) lub dekompozycja według wartości osobliwych (*Singular Value Decomposition* – SVD) w celu wyznaczenia funkcji własnych AEM,

¹ Triplot jest wykresem prezentującym łącznie trzy rodzaje informacji (np. objekty, zmienne objaśniane i zmienne objaśniające) i pozwala uzyskać dodatkową informację, niewidoczną na prostych wykresach rozrzutu, dotyczącą powiązań między zmiennymi objaśnianymi i/lub objaśniającymi oraz badanymi obiektami.

które mogą być następnie wykorzystane w charakterze zmiennych objaśniających w analizie redundancji (RDA). Zmienne te są ortogonalne, o sinusoidalnym kształcie i umożliwiają interpretację zmienności procesu w dziedzinie częstotliwości. Należy przy tym zauważyć, że stosowanie funkcji AEM nie jest ograniczone tylko do sytuacji, w których oczekuje się występowania w badanych szeregach czasowych zmian okresowych, można je także wykorzystać do opisu i modelowania dowolnych zmian nieliniowych [Blanchett, Legendre, Borcard 2008].

Konieczne obliczenia wykonano w środowisku R v. 3.4.1 (pakiety: FactoMineR v. 1.36, AEM v. 0.6) oraz w programie CANOCO 5.

3. Wyniki

Szeregi czasowe dla poszczególnych rodzajów przestępstw wg województw² w latach 2002-2015 przedstawiono na rys. 1a-1e. Wstępna, wzrokowa analiza rys. 1a-1e prowadzi do wniosku, że zmiany natężenia przestępczości w badanych latach w poszczególnych województwach przebiegały dość podobnie.

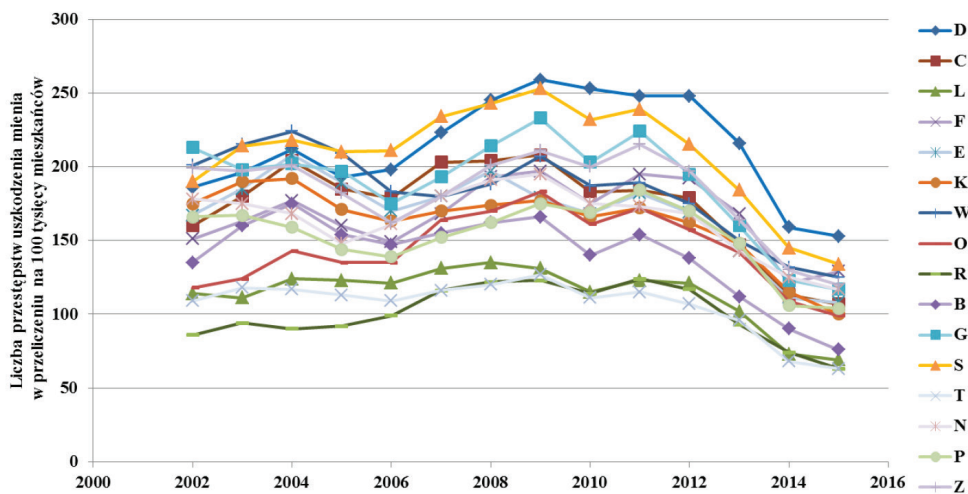
W przypadku przestępstw rozbójniczych, kradzieży z włamaniem i kradzieży cudzej rzeczy liczba przestępstw na 100 tys. mieszkańców maleje do roku 2007-2008, następnie wzrasta i ponownie spada, począwszy od roku 2013. Analizując kradzieże samochodów, zaobserwować można dość ostry spadek do roku 2007, a następnie tendencję spadkową o mniejszym nasileniu. W przypadku przestępstw uszkodzenia mienia obserwujemy zmiany nieliniowe.

Poszczególne województwa różnią się między sobą poziomem przestępczości. Analizując przebieg zmian poziomu przestępczości, można zauważyć grupy województw podobnych.

Występowanie pewnej struktury województw potwierdzają wyniki wielokrotnej analizy czynnikowej (MFA), przedstawione na rys. 2.

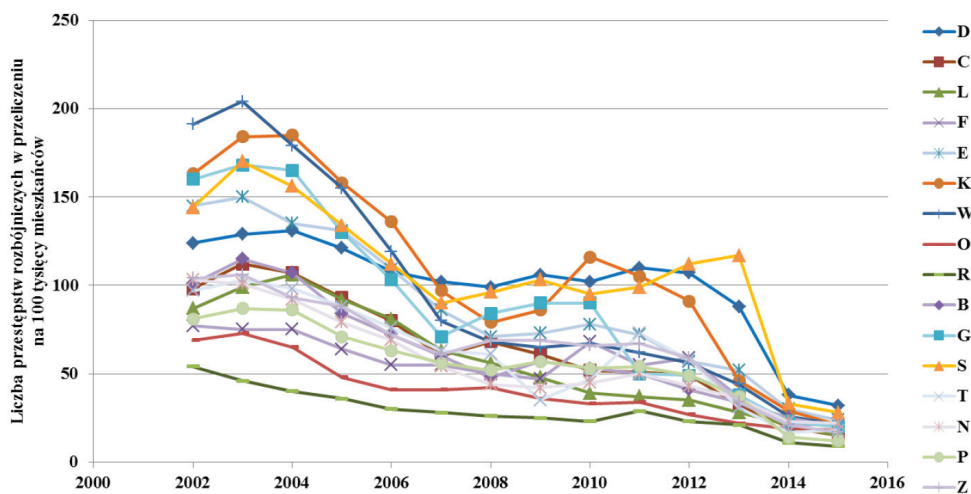
Dwa wymiary wyjaśniają łącznie 83,55% wariancji. Występują trzy wyraźne skupienia punktów obrazujących województwa.

² Na wszystkich rysunkach nazwy województw skrócono do liter z oznaczeń tablic rejestracyjnych: D – dolnośląskie; C – kujawsko-pomorskie; L – lubelskie; F – lubuskie; E – łódzkie; K – małopolskie; W – mazowieckie; O – opolskie; R – podkarpackie; B – podlaskie; G – pomorskie; S – śląskie; T – świętokrzyskie; N – warmińsko-mazurskie; P – wielkopolskie; Z – zachodniopomorskie



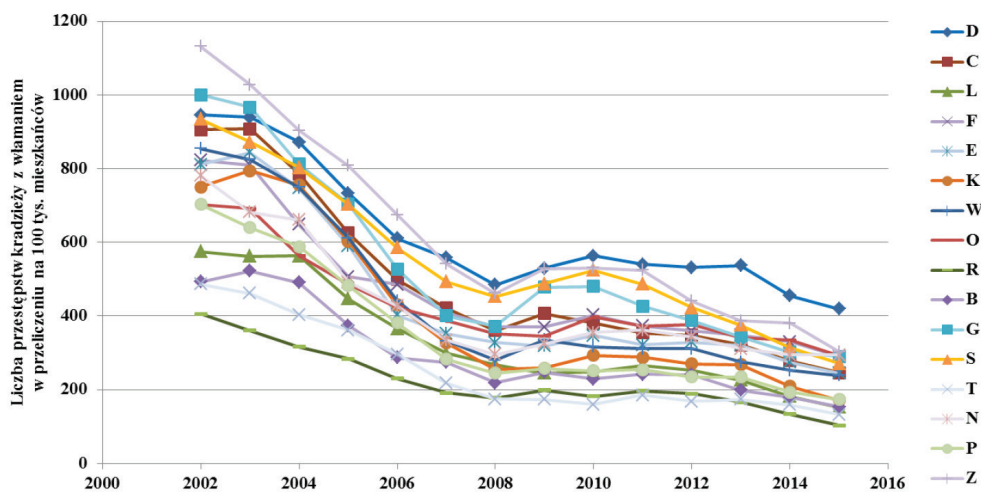
Rys. 1a. Zagrożenie przestępstwami uszkodzenia mienia w przeliczeniu na 100 tys. mieszkańców w latach 2002-2015 z podziałem na województwa

Źródło: opracowanie własne.



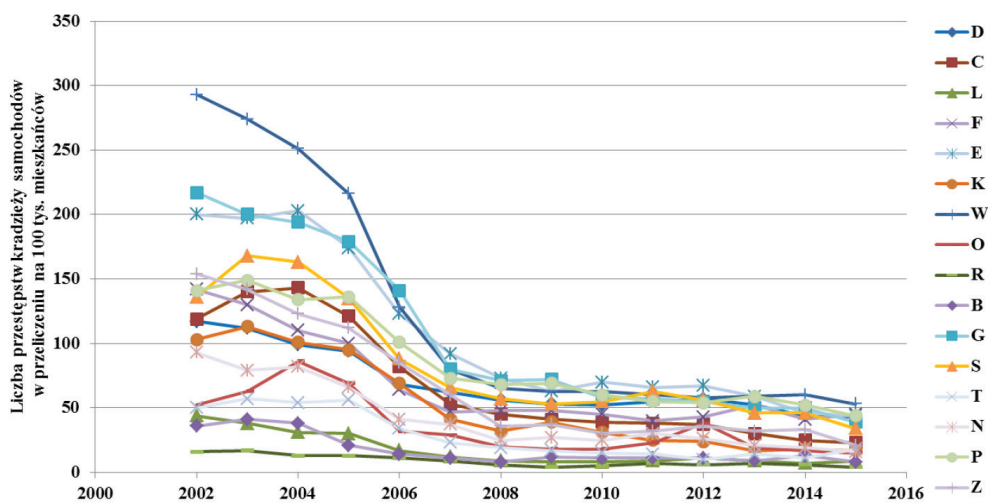
Rys. 1b. Zagrożenie przestępstwami rozbojniczymi w przeliczeniu na 100 tys. mieszkańcówn w latach 2002-2015 z podziałem na województwa

Źródło: opracowanie własne.



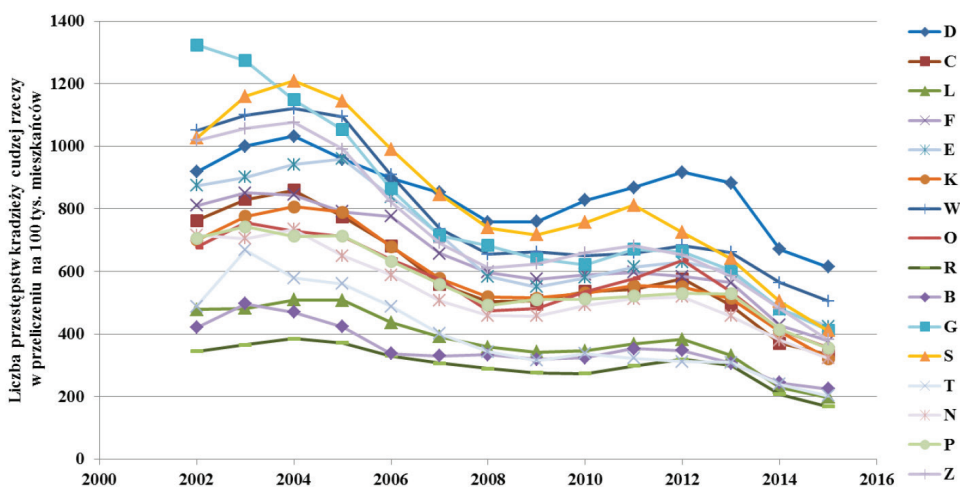
Rys. 1c. Zagrożenie przestępstwami kradzieży z włamaniem w przeliczeniu na 100 tys. mieszkańców w latach 2002-2015 z podziałem na województwa

Źródło: opracowanie własne.



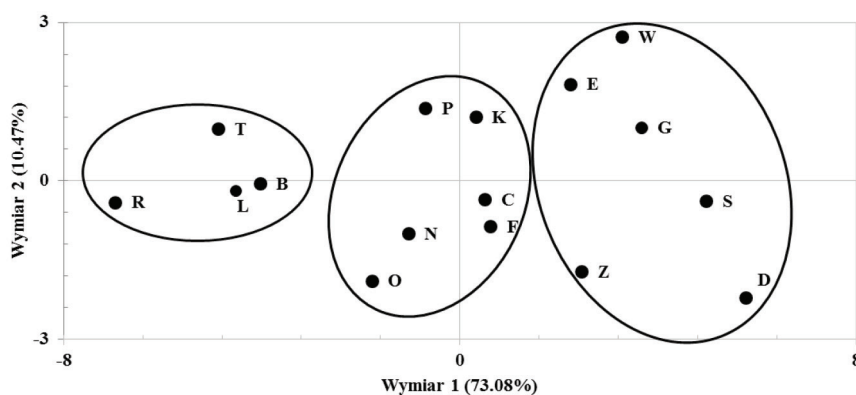
Rys. 1d. Zagrożenie przestępstwami kradzieży samochodów w przeliczeniu na 100 tys. mieszkańców w latach 2002-2015 z podziałem na województwa

Źródło: opracowanie własne.



Rys. 1e. Zagrożenie przestępstwami kradzieży cudzej rzeczy w przeliczeniu na 100 tys. mieszkańców w latach 2002-2015 z podziałem na województwa

Źródło: opracowanie własne.



Rys. 2. Wykres rozrzutu województw w przestrzeni dwuwymiarowej MFA

Źródło: opracowanie własne.

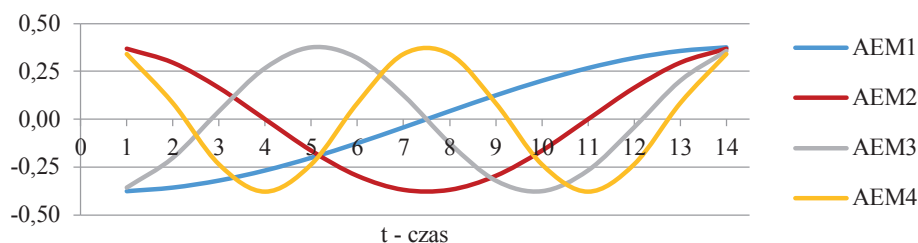
Skupienie nr 1 stanowią województwa o niskim natężeniu przestępczości przeciwko mieniu (R, T, L, B), a skupienie nr 3 – województwa, w których przestępczość w badanych latach była najwyższa (E, Z, W, G, S, D). Województwa położone blisko początku układu współrzędnych (skupienie nr 2: P, K, C, F, N) charakteryzują się przeciętnym poziomem przestępczości w rozpatrywanych kategoriach przestępstw.

Do opisu zmian natężenia przestępczości przeciwko mieniu w badanych latach i w poszczególnych województwach zastosowano analizę redundancji (RDA), przy

czym w charakterze zmiennych objaśniających wykorzystano funkcje własne AEM. Ze względu na ograniczoną objętość pracy dalsze szczegółowe analizy zaprezentowano dla trzech województw: dolnośląskiego (D), kujawsko-pomorskiego (C) i podkarpackiego (R), czyli przedstawicieli trzech grup zidentyfikowanych metodą MFA.

W prowadzonych analizach, ze względu na różny rząd wielkości rozważanych zmiennych, dokonano ich standaryzacji. W charakterze zmiennych objaśniających wykorzystano 4 pierwsze funkcje własne³ spośród 13, które można wyznaczyć dla 14 punktów czasowych. Graficzną prezentację wybranych funkcji przedstawia rys. 3.

Jak łatwo zauważyć, pierwsza funkcja AEM opisuje trend liniowy, druga – unimodalność, a kolejne – zmiany nieliniowe o coraz wyższej częstotliwości.



Rys. 3. Graficzna prezentacja 4 pierwszych funkcji własnych

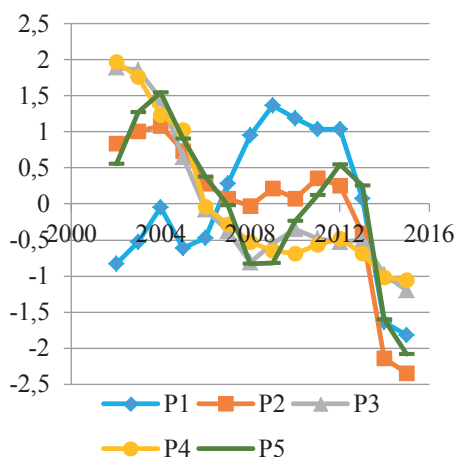
Źródło: opracowanie własne.

Na rys. 4-9 przedstawiono wyniki analizy redundancji dla wybranych trzech województw. Na triplotach (rys. 5, 7, 9) zmienne objaśniane (przestępstwa) przedstawione są w postaci niebieskich wektorów, a zmienne objaśniające (AEM-y) w postaci czerwonych wektorów⁴. Dodatkowo, na każdym z triplotów narysowano trajektorię reprezentującą kolejne lata.

W przypadku województwa dolnośląskiego osie kanoniczne wyjaśniają łącznie 96,3% zmienności całkowitej. Pierwsza oś kanoniczna wyjaśnia 70,1% w części kanonicznej (67,51% całkowitej zmienności), a druga – 26,4% (25,43% całkowitej zmienności). Wyniki analiz zaprezentowano na rys. 4 i 5.

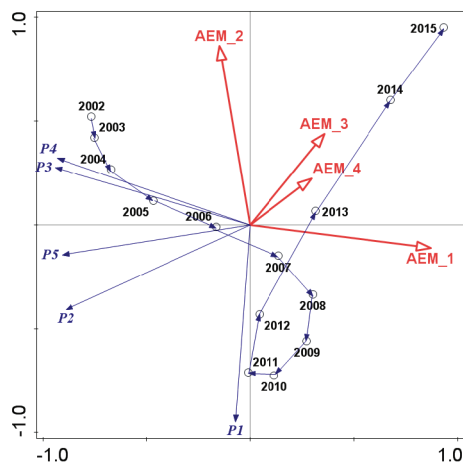
³ Wskazane w wyniku zastosowania procedury selekcji zmiennych opartej na testach permutacyjnych – por. [ter Braak, Šmilauer 2002]

⁴ Istotny dla interpretacji takiego wykresu jest sposób skalowania. W przypadku prezentowanych rysunków wykorzystano skalowanie zachowujące korelacje między zmiennymi objaśnianymi (type II scaling: *focus on correlations*). Szczegółowy sposób interpretacji wyników przedstawionych na triplotach omówiono w pracy [Misztal 2017a]. W przypadku prezentowanych wyników pominięto interpretacje mniej użyteczne z punktu widzenia celu pracy.



Rys. 4. Natężenie przestępstw przeciwko mieniu w województwie dolnośląskim – wartości wystandaryzowane

Źródło: opracowanie własne.



Rys. 5. Wyniki analizy redundancji (RDA) dla województwa dolnośląskiego

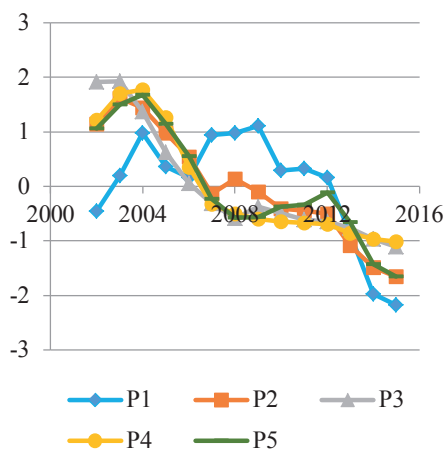
Źródło: opracowanie własne.

Położenie wektorów obrazujących przestępstwa P2 – P4 (rys. 5) świadczy o silnych korelacjach dodatnich między poszczególnymi rodzajami przestępstw (najsilniej skorelowane są przestępstwa kradzieży z włamaniem i kradzieży samochodów). Uszkodzenie mienia (P1) jest słabo dodatnio skorelowane z przestępczością rozbójniczą (P2) i kradzieżami cudzej rzeczy (P5), a słabo ujemnie skorelowane z kradzieżami z włamaniem (P3) i kradzieżami samochodów (P4).

Natężenie przestępstw P2-P4 silnie ujemnie koreluje z funkcją własną AEM1; oznacza to, że w kolejnych latach przestępczość w tych kategoriach maleje mniej więcej liniowo. W przypadku przestępstw uszkodzenia mienia (P1) brakuje korelacji ze zmienną AEM1, występuje natomiast korelacja ujemna ze zmienną AEM2 i nieco słabsza ze zmienną AEM3. Oznacza to, że natężenie przestępstw uszkodzenia mienia nie wykazuje wyraźnego trendu liniowego, tylko przebiega w sposób nieliniowy. Można powiedzieć, że natężenie przestępstw uszkodzenia mienia ma charakter zbliżony do unimodalnego (trend rosnący dla lat 2005-2010, a następnie malejący w czasie 2010-2015).

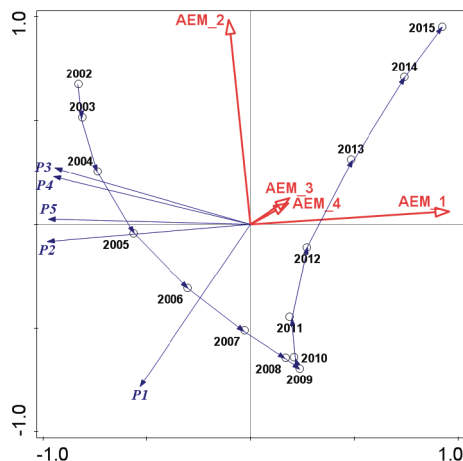
Trajektoria łącząca punkty obrazujące poszczególne lata wskazuje na spadek przestępczości w latach 2002-2007, następnie wzrost w latach 2008-2011 i ponowny spadek, począwszy od roku 2011. Spadek ten jest wyraźny dla lat 2013-2015.

Dla województwa kujawsko-pomorskiego osie kanoniczne wyjaśniają łącznie 96,24% zmienności całkowitej, przy czym pierwsza oś kanoniczna wyjaśnia 82,81% w części kanonicznej (79,69% całkowitej zmienności) a druga – 15,55% (14,97% całkowitej zmienności). Wyniki analiz zaprezentowano na rys. 6 i 7.



Rys. 6. Natężenie przestępstw przeciwko mieniu w województwie kujawsko-pomorskim – wartości wystandaryzowane

Źródło: opracowanie własne.



Rys. 7. Wyniki analizy redundancji (RDA) dla województwa kujawsko-pomorskiego

Źródło: opracowanie własne.

W przypadku przestępstw przeciwko mieniu w województwie kujawsko-pomorskim można zaobserwować, że wszystkie analizowane rodzaje przestępstw są dodatnio skorelowane, przy czym najsilniejsza korelacja występuje między kradzieżami z włamaniem (P3) i kradzieżami samochodów (P4), a najsłabsza – między uszkodzeniem mienia (P1) i kradzieżami z włamaniem (P3) (rys. 7).

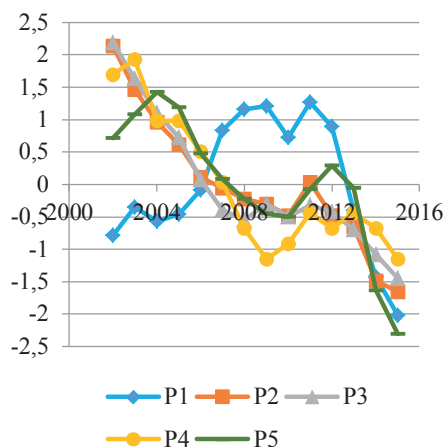
Natężenia wszystkich rodzajów przestępstw ujemnie korelują z funkcją własną AEM1. Oznacza to, że w kolejnych latach przestępczość w poszczególnych kategoriach wykazuje tendencję spadkową, zbliżoną do liniowej. W przypadku przestępstw uszkodzenia mienia (P1) występuje również korelacja ujemna ze zmienną AEM2, co oznacza, że natężenie przestępstw uszkodzenia mienia wykazuje także odchylenia od trendu liniowego (w przybliżeniu o charakterze unimodalnym).

Trajektoria łącząca punkty obrazujące poszczególne lata wskazuje na spadek przestępczości w latach 2002-2009, następnie w latach 2009-2012 przestępczość utrzymuje się na mniej więcej podobnym poziomie i od roku 2013 ponownie wyraźnie maleje.

Wyniki analiz dla województwa podkarpackiego zaprezentowano na rys. 8 i 9.

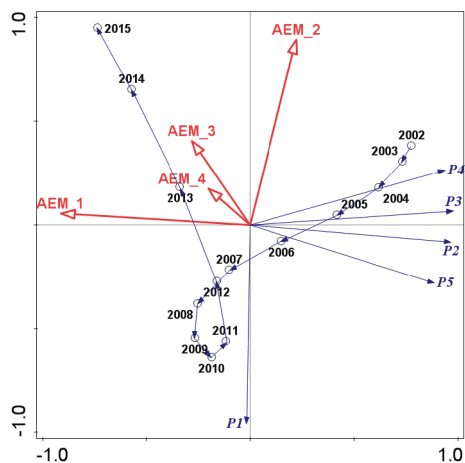
Osie kanoniczne wyjaśniają łącznie 96,01% zmienności całkowitej. Pierwsza oś kanoniczna wyjaśnia 74,31% w części kanonicznej (71,35% całkowitej zmienności), a druga – 22,57% (21,67% całkowitej zmienności).

Analiza wyników dla województwa podkarpackiego prowadzi do podobnych wniosków jak w przypadku województwa dolnośląskiego. Położenie wektorów obrazujących przestępstwa P2-P4 (rys. 9) świadczy o korelacjach dodatnich między



Rys. 8. Natężenie przestępstw przeciwko mieniu w województwie podkarpackim – wartości wystandaryzowane

Źródło: opracowanie własne.



Rys. 9. Wyniki analizy redundancji (RDA) dla województwa podkarpackiego

Źródło: opracowanie własne.

poszczególnymi rodzajami przestępstw. Uszkodzenie mienia (P1) z kolei jest słabo dodatnio skorelowane z przestępczością rozbójniczą (P2) i kradzieżami cudzej rzeczy (P5), a słabo ujemnie skorelowane z kradzieżami z włamaniem (P3) i kradzieżami samochodów (P4).

Silna, ujemna korelacja między wektorami obrazującymi natężenie przestępstw P2-P4 i wektorem odpowiadającym pierwszej funkcji własnej AEM1 oznacza, że przestępczość w tych kategoriach w kolejnych latach zmienia się (maleje) w sposób zbliżony do liniowego. W przypadku przestępstw uszkodzenia mienia (P1) brakuje korelacji ze zmienną AEM1, występuje natomiast korelacja ujemna ze zmiennymi AEM2 i AEM3. Oznacza to, że natężenie przestępstw uszkodzenia mienia nie wykazuje wyraźnego trendu liniowego, tylko przebiega w sposób nieliniowy (wykazuje wyższą częstotliwość zmian w czasie).

Trajektoria łącząca punkty obrazujące poszczególne lata wskazuje na spadek przestępczości w latach 2002-2008, następnie nieznaczny wzrost w latach 2009-2012 i ponowny spadek dla lat 2013-2015.

W przypadku każdej z przedstawionych analiz można zauważyć, że pierwsza oś RDA oddziela punkty obrazujące lata 2002-2006 od pozostałych, a druga oś RDA – punkty reprezentujące lata 2007-2012 od lat 2013-2015. W analizowanych szeregach czasowych wyodrębnione są zatem trzy podokresy, w których zmiany natężenia przestępczości przeciwko mieniu przebiegają w różny sposób.

Analogicznie można przedstawić i zinterpretować zmiany poziomu przestępczości w badanych latach dla pozostałych województw.

4. Zakończenie

Analiza głównych składowych (PCA) oraz analiza redundancji (RDA) są technikami eksploracyjnej analizy danych, służącymi do wykrycia związków między zmiennymi i przedstawienia struktury danych. Można je zatem stosować jako metody wstępne przed zastosowaniem bardziej formalnych metod analizy danych. Wizualizacja graficzna w przypadku obu metod jest nierozdzielnie związana z procesem analizy danych i stanowi podstawę interpretacji uzyskanych wyników. Za pomocą biplotów i triplotów można w prosty sposób przekazać wiele złożonych informacji.

Wykorzystanie w analizie redundancji w charakterze zmiennych objaśniających wyznaczonych funkcji własnych AEM pozwoliło w czytelny sposób opisać zmiany (trend, modalność, fluktuacje) natężenia różnych rodzajów przestępczości przeciwko mieniu w latach 2002-2015 w wybranych województwach. Warto przy okazji zwrócić tu uwagę na wyraźnie widoczny na triplotach spadek natężenia przestępczości, począwszy od roku 2013. Wydaje się, że spadek ten jest przede wszystkim wynikiem nowelizacji prawa w roku 2013 polegającej na zmianie sposobu wyznaczania kwoty decydującej o zakwalifikowaniu czynu jako przestępstwo, a nie jako wykroczenie (od 1998 roku do XI 2013 – 250 zł; następnie od XI 2013 – wprowadzono przelicznik: $\frac{1}{4}$ aktualnej kwoty minimalnego miesięcznego wynagrodzenia – co dało kwoty: 400 zł dla listopada i grudnia 2013 roku, 420 zł w roku 2014 oraz 437,5 zł w roku 2015).

Zauważmy też, że natężenie przestępczości przeciwko mieniu nie wykazuje wyraźnych zmian o charakterze krótkookresowym w badanych latach.

Literatura

- Abdi H., Williams L.J., Valentin D., 2013, *Multiple factor analysis: Principal component analysis for multitable and multiblock data sets*, WIREs Computational Statistics 2013. doi: 10.1002/wics.1246, Wiley Periodicals, Inc.
- Bąk I., 2015, *Struktura i typologia przestrzenna przestępczości w Polsce*, *Ekonometria*, 4(50), s. 43-61.
- Bieniek P., Cichoński S., Szczepaniec M., 2012, *Czynniki ekonomiczne a poziom przestępczości – badania ekonometryczne*, *Zeszyty Prawnicze*, nr 12.1, s. 147-172.
- Blanchet F.G., Legendre P., Borcard D., 2008, *Modelling directional spatial processes in ecological data*, *Ecological Modelling*, vol. 215, s. 325-336.
- Florczak W., 2013, *Co wywołuje przestępczość i jak ją można ograniczać? Wielowymiarowa analiza makroekonomiczna*, Wydawnictwo Uniwersytetu Łódzkiego, Łódź.
- Kądziołka K., 2014, *Wpływ wybranych czynników o charakterze społeczno-ekonomicznym na przestępczość przeciwko mieniu w Polsce*, [w:] Szkutnik W. (red.), *Zarządzanie ryzykiem kapitałowym i ubezpieczeniowym oraz społecznymi uwarunkowaniami ryzyka rynku pracy*, *Studia Ekonomiczne*, nr 181/14, s. 11-23.
- Kądziołka K., 2015a, *Analiza czynników wpływających na przestrzenne zróżnicowanie przestępczości w Polsce na poziomie podregionów*, *Współczesna Gospodarka*, vol. 6, issue 3, s. 43-52.

- Kądziołka K., 2015b, *Bezrobocie, ubóstwo i przestępczość w Polsce. Analiza zależności na poziomie województw*, Studia Ekonomiczne. Zeszyty Naukowe Uniwersytetu Ekonomicznego w Katowicach, nr 242, 71-84.
- Kądziołka K., 2015c, *Przestrzenne zróżnicowanie, struktura i dynamika przestępczości w Polsce*, Przestrzeń, Ekonomia, Społeczeństwo, nr 8/II, s. 223-235.
- Kądziołka K., 2016a, *Analysis of the crime rate in Poland in spatial and temporal terms*, Central and Eastern European Journal of Management and Economics, vol. 4, no. 1, s. 81-96.
- Kądziołka K., 2016b, *Przestrzenne zróżnicowanie zagrożenia przestępczością w Polsce*, De Securitate et Defensione. O Bezpieczeństwie i Obronności, nr 2(2), s. 31-43.
- Legendre P., Legendre L., 2012, *Numerical ecology*, 3rd edition, Elsevier Science B.V., Amsterdam.
- Legendre P., Gauthier O., 2014, *Statistical methods for temporal and space-time analysis of community composition data*, Proceedings of the Royal Society of London B, 281: 20132728. <http://dx.doi.org/10.1098/rspb.2013.2728>.
- Lusawa R., 2016, *Zróżnicowanie liczby przestępstw stwierdzonych w wybranych powiatach województwa mazowieckiego*, Roczniki Naukowe Ekonomii Rolnictwa i Rozwoju Obszarów Wiejskich, t. 103, z. 2, s. 91-105.
- Miształ M., 2017a, *Wizualizacja wyników liniowych technik ordynacyjnych na przykładzie analizy przestępczości przeciwko mieniu w Polsce*, Taksonomia 28. Klasyfikacja i analiza danych – teoria i zastosowania, Prace Naukowe Uniwersytetu Ekonomicznego we Wrocławiu, nr 468, s. 161-170.
- Miształ M., 2017b, *On the use of redundancy analysis to study the property crime in Poland*, Acta Universitatis Lodziensis, Folia Oeconomica, 6(332), s. 99-109.
- Mordwa S., 2013, *Zastosowanie GIS w badaniach przestępczości*, Acta Universitatis Lodziensis. Folia Geographica Socio-Economica, 14, s. 78-92.
- Policja, (2017), <http://www.statystyka.policja.pl/st/> (dostęp: 04.08.2017).
- Raporty o stanie bezpieczeństwa, (2018), <https://bip.mswia.gov.pl/bip/raport-o-stanie-bezpie/18405,Raport-o-stanie-bezpieczenstwa.html> (dostęp: 04.02.2018).
- Sztaudynger J.J., Sztaudynger M., 2003, *Ekonometryczne modele przestępczości*, Ruch Prawniczy, Ekonomiczny i Socjologiczny, Rok LXV, zeszyt 3, s. 127-143.
- ter Braak C. J. F., Šmilauer P., 2002, *CANOCO Reference Manual and CanoDraw for Windows User's Guide*, Biometris, Wageningen and České Budějovice.
- van den Wollenberg A.L., 1977, *Redundancy analysis. An alternative for canonical correlation analysis*, Psychometrika, vol. 42, no. 2, s. 207-219.