Optica Applicata, Vol. XVI, No. 1, 1986

Über die gleichzeitige Korrektur von sphärischer Aberration und Verzeichnung bei einfachen Linsen

Joachim Klebe, Kurt Miesel

Wissenschaftsbereich Theoretische Physik, Sektion Mathematik-Physik der Pädagogischen Hochschule „Karl Liebknecht", 1500 Potsdam, DDR.

Es werden zwei numerische Iterationsverfahren vorgestellt, mit deren Hilfe man für eine einfache Linse in Luft gleichzeitig die sphärische Aberration und die Verzeichnung korrigieren kann. Als Korrekturparameter werden dabei entweder die beiden Asphärikparameter der brechenden Flächen oder die Blendenlage und ein Asphärikparameter einer Fläche verwendet. Ergebnisse und Beispiele werden gegeben.

1. Einleitung

Die Bildfehler einer einfachen sphärischen Linse in Luft lassen sich im allgemeinen nicht beseitigen. Durch Wahl der Blendenlage kann man lediglich einen blendenabhängigen Bildfehler korrigieren. Wir haben dazu in [1] für fie Verzeichnung ein Verfahren angegeben. Verwendet man asphärische Flächen, die zusätzliche Korrekturparameter enthalten, so kann man einen oder mehrere Bildfehler gleichzeitig korrigieren. Trotz des erhöhten technologischen Aufwandes nimmt der Einsatz von Asphären zu [2]. Während man die sphärische Aberration nur durch asphärische Flächen oder inhomogene Medien korrigieren kann [3], [4], läßt sich die Verzeichnung sowohl mit Hilfe der Asphärik als auch durch die Blendenlage koorigieren [1], [5]. Will man diese beiden Bildfehler gleichzeitig korrigieren, so ergeben sich 2 Möglichkeiten:

— Korrektur der sphärischen Aberration durch Einführung einer asphärischen Fläche und anschließend Korrektion der Verzeichnung mit Hilfe der Blendenlage,

— Korrektur der beiden Bildfehler durch Verwendung zweier asphärischer Flächen.

Bei dem ersten Verfahren besteht der Vorteil darin, daß jeder Bildfehler für sich, unabhängig vom anderen, nacheinander korrigiert werden kann. Kann man aus konstruktiven Gründen die Blende nicht zur Korrektur verwenden, muß man das 2. Verfahren anwenden. Hierbei ist zu beachten, daß die Variationen der Asphärikparameter gleichzeitig beide Bildfehler beeinflussen. Die hier vorgestellten Verfahren lassen sich sinngemäß auf beliebige optische Systeme übertragen.

2. Die sphärische Aberration und die Verzeichnung 3. Ordnung

Zur Gewinnung geeigneter Startparameter für die Korrektionsverfahren kann man von der Bildfehlertheorie 3. Ordnung ausgehen. Verwendet man als Asphären Rotationsflächen 2. Ordnung der Form

$$\varrho x^2 + \varrho_y (y^2 + z^2) - 2x = 0 \tag{1}$$

(ϱ — Asphärenparameter, ϱ_y — Scheitelkrümmung), so kann man nach [6] die beiden betrachteten Bildfehler in 2 Anteile zerlegen, wobei der eine den Fehler der sphärischen Linse beschreibt und der zweite den Anteil der Asphärik angibt. Die relativen Bildfehler lassen sich dann für eine Linse in Luft wie folgt darstellen:

$$\varDelta S = \frac{\varDelta s_2'}{s_2'} = \frac{s_2'(\sigma_1) - s_2'(0)}{s_2'(0)} = \varDelta S_K + \varDelta S_A, \tag{2a}$$

$$\varDelta B = \frac{\varDelta \beta'}{\beta'} = \frac{'\beta(\omega_1) - \beta'(0)}{\beta'(0)} = \varDelta B_K + \varDelta B_A. \tag{2b}$$

Dabei bedeuten

$$\varDelta S_K = -h_1^2 \frac{(s_1 \beta'(0))^2}{2} U, \tag{3a}$$

$$\varDelta S_A = -h_1^2 \frac{(s_1 \beta'(0))^2 (n-1)}{2} \left\{ \varrho_{y_1}^2 R_1 - \left(\frac{s_2}{s_1'}\right)^4 \varrho_{y_2}^2 R_2 \right\}, \tag{3b}$$

$$\varDelta B_K = -\frac{y_1^2 s_1 p_1}{2(p_1 - s_1)} W, \tag{3c}$$

$$\varDelta B_A = -\frac{y_1^2 s_1 p_1 (n-1)}{2(p_1 - s_1)} \left\{ \varrho_{y_1}^2 R_1 - \frac{s_2}{s_1'} \left(\frac{p_2}{p_1'}\right)^3 \varrho_{y_2}^2 R_2 \right\}, \tag{3d}$$

mit

$$U = \left(\frac{1}{s_1} - \varrho_{y_1}\right)^2 \left(\frac{1}{n s_1'} - \frac{1}{s_1}\right) + n^2 \left(\frac{s_2}{s_1'}\right)^4 \left(\frac{1}{s_2} - \varrho_{y_2}\right)^2 \left(\frac{1}{s_2'} - \frac{1}{n s_2}\right),$$

$$W = \left(\frac{1}{p_1} - \varrho_{y_1}\right)^2 \left(\frac{1}{n p_1'} - \frac{1}{p_1}\right) + n^2 \frac{s_2}{s_1'} \left(\frac{p_2}{p_1'}\right)^3 \left(\frac{1}{p_2} - \varrho_{y_2}\right)^2 \left(\frac{1}{p_2'} - \frac{1}{n p_2}\right)$$
$$+ \frac{n-1}{n} \left(\frac{1}{s_1} - \frac{1}{p_1}\right) \left[\varrho_{y_1} \left(\frac{1}{p_1} - \varrho_{y_1}\right) - n \left(\frac{p_2}{p_2'}\right)^2 \left(\frac{1}{p_2} - \varrho_{y_2}\right) \varrho_{y_2} \right],$$

$\beta'(0)$ — paraxialer lateraler Abbildungsmaßstab,
ω_1 — Objektseitiger Feldwinkel,

σ_1 — objektseitiger Öffnungswinkel,
y_1 — objektseitige Einfallshöhe des Feldstrahles an der 1. Fläche,
h_1 — objektseitige Einfallshöhe des Öffnungsstrahles an der 1. Fläche,
n — Brechungsindex der Linse,
d' — Dicke der Linse,
ϱ_{v_1} — Scheitelkrümmungen der brechenden Flächen,
$R_i = \varrho_{v_i} - \varrho_i$ — Asphärikparameter der i-ten Fläche,
s_i, s_i' — paraxiale Schnittweite vor bzw. hinter der i-ten Fläche,
p_i, p_i' — paraxiale Blendenlage vor bzw. hinter der i-ten Fläche.

3. Die gleichzeitige Korrektur von sphärischer Aberration und Verzeichnung — Verfahren I

Kann man die Lage der Eintrittspupille (p_1) für die Korrektur heranziehen, so läßt sich die Korrektion in 2 aufeinander folgenden Schritten mit einem linearen Iterationsverfahren durchführen, das das Verschwinden der Bildfehler für je einen typischen Strahl nach einem Sekanten-Tangenten-Verfahren annähert.

Da die sphärische Aberration unabhängig von der Blendenlage ist, muß sie durch Einführung einer asphärischen Fläche korrigiert werden. Das Verfahren hierfür ist in [3], [4] ausführlich beschrieben. Nach der Gleichung

$$\varrho_i^{(j+2)} = \frac{\varrho_i^{(j+1)} \Delta S^{(j)} - \varrho_i^{(j)} \Delta S^{(j+1)}}{\Delta S^{(j)} - \Delta S^{(j+1)}}, \quad j = 0, 1, 2, \ldots, m-2; \quad i = 1, 2 \tag{4a}$$

bestimmt man den optimalen Asphärenparameter $\varrho_i^{(m)}$. Hierbei ist $\Delta S^{(j)}$ die relative sphärische Aberration für den Zonenstrahl. Das Verfahren wird abgebrochen, wenn $\Delta S^{(m)} \leqq a$ (beliebig vorgebbar) erreicht ist. Als Startparameter kann man wählen: $\Delta S^{(0)} = \Delta S_K$ nach Gl. (3a); $\varrho_i^{(0)} = \varrho_{v_1}$; $\varrho_i^{(1)}$ aus Gl. (2a) für $\Delta S = 0$ und $\varrho_K = 0 (K \neq i)$. Das zugehörige $\Delta S^{(1)}$ wird trigonometrisch für den Zonenstrahl berechnet.

Anschließend wird für diese so berechnete asphärische Linse mit einem entsprechenden Verfahren die optimale Blendenlage nach [1] zu

$$p_1^{(j+2)} = \frac{p_1^{(j+1)} \Delta B^{(j)} - p_1^{(j)} \Delta B^{(j+1)}}{\Delta B^{(j)} - \Delta B^{(j+1)}} \tag{4b}$$

iterativ bestimmt. Wie wir in [1] gezeigt haben, eignen sich als Startparameter $p_1^{(0)} \approx -50$ mm und $p_1^{(1)} = 0$. Die zugehörigen $\Delta B^{(j)}$ werden für einen mittleren Feldstrahl aus der trigonometrischen Durchrechnung bestimmt. Numerische Untersuchungen haben ergeben, daß man mehr als eine optimale Blendenlage $p_1^{(m)}$ finden kann.

4. Die gleichzeitige Korrektur von sphärischer Aberration und Verzeichnung — Verfahren II

Ist infolge konstruktiver Bedingungen eine feste Blende vorgegeben, so kann sie nicht mehr als Korrekturparameter eingesetzt werden. Man muß daher beide Flächen asphärisch gestalten. Hierbei werden gleichzeitig beide Bildfehler durch die Variation der zwei Asphärenparameter beeinflußt. Setzt man als Grundlage für ein Korrektionsverfahren einen linearen Zusammenhang zwischen Asphärikparametern und Bildfehlern wie folgt an:

$$\Delta S = \Delta S_K + b_s R_1 + c_s R_2, \tag{5a}$$

$$\Delta B = \Delta B_K + b_v R_1 + c_v R_2, \tag{5b}$$

so kann man mit der Forderung

$$\Delta S_K + b_s^{(j)} R_1^{(j+1)} + c_s^{(j)} R_2^{(j+1)} = 0, \tag{6a}$$

$$\Delta B_K + b_v^{(j)} R_1^{(j+1)} + c_v^{(j)} R_2^{(j+1)} = 0, \tag{6b}$$

$R_1^{(j+1)}$ und $R_2^{(j+1)}$ aus diesem linearen Gleichungssystem bestimmen. Man erhält dann

$$R_2^{(j+1)} = \frac{\Delta B_K b_s^{(j)} - \Delta S_K b_v^{(j)}}{c_s^{(j)} b_v^{(j)} - c_v^{(j)} b_s^{(j)}} \tag{7a}$$

und

$$R_1^{(j+1)} = -\frac{\Delta B_K + c_v^{(j)} R_2^{(j+1)}}{b_v^{(j)}}. \tag{7b}$$

Mit diesen beiden Asphärikparametern berechnet man für je einen mittleren Öffnungs- und Feldstrahl trigonometrisch $\Delta B^{(j+1)}$ und $\Delta S^{(j+1)}$.

Nimmt man für den j-ten und den $(j+1)$-ten Iterationsschritt nach Gl. (5a) und (5b) denselben linearen Zusammenhang zwischen den Asphärenparametern und den Bildfehlern an, so erhält man 4 Beziehungen:

$$\begin{aligned}
\Delta S^{(j)} &= \Delta S_K + b_s^{(j+1)} R_1^{(j)} + c_s^{(j+1)} R_2^{(j)},\\
\Delta S^{(j+1)} &= \Delta S_K + b_s^{(j+1)} R_1^{(j+1)} + c_s^{(j+1)} R_2^{(j+1)},\\
\Delta B^{(j)} &= \Delta B_K + b_v^{(j+1)} R_1^{(j)} + c_v^{(j+1)} R_2^{(j)},\\
\Delta B^{(j+1)} &= \Delta B_K + b_v^{(j+1)} R_1^{(j+1)} + c_v^{(j+1)} R_2^{(j+1)},
\end{aligned} \tag{8}$$

aus denen man die 4 Koeffizienten $b_s^{(j+1)}$, $c_s^{(j+1)}$, $b_v^{(j+1)}$ und $c_v^{(j+1)}$ mit Hilfe von

$$b_v^{(j+1)} = \frac{(\Delta B^{(j)} - \Delta B_K) R_2^{(j+1)} - (\Delta B^{(j+1)} - \Delta B_K) R_2^{(j)}}{R_1^{(j)} R_2^{(j+1)} - R_1^{(j+1)} R_2^{(j)}}, \tag{9a}$$

$$c_v^{(j+1)} = \frac{\Delta B^{(j)} - \Delta B_K - b_v^{(j+1)} R_1^{(j)}}{R_2^{(j)}}, \tag{9b}$$

und entsprechenden Gleichungen für $b_s^{(j+1)}$ und $c_s^{(j+1)}$ berechnen kann.

Um dieses Iterationsverfahren anwenden zu können, benötigt man geeignete Startwerte. ΔS_K und ΔB_K entnimmt man den Gln. (3a) bzw. (3c). Ausgehend von der Forderung $R_1 = 0$ kann man mit Hilfe der Gleichungen (2a) und (2b) je ein R_2 so bestimmen, daß ΔS bzw. ΔB verschwindet

$$R_2^{(0)} = \left(\frac{s_1'}{s_2}\right)^4 \frac{1}{(n-1)\,\varrho_{y_2}^2}\,U, \tag{10a}$$

$$R_2^{(j)} = \frac{s_1'}{s_2}\left(\frac{p_1'}{p_2}\right)^3 \frac{1}{(n-1)\,\varrho_{y_2}^2}\,W. \tag{10b}$$

Analog findet man mit $R_2 = 0$ zwei asphärische Linsen, für die jeweils ein Bildfehler in der 3. Ordnung verschwindet

$$R_1^{(0)} = \frac{1}{(n-1)\,\varrho_{y_1}^2}\,W, \tag{10c}$$

$$R_1^{(1)} = \frac{1}{(n-1)\,\varrho_{y_1}^2}\,U. \tag{10d}$$

Mit diesen Asphärenparametern berechnet man trigonometrisch die 4 Bildfehlerausdrücke $\Delta B^{(0)}$, $\Delta B^{(1)}$, $\Delta S^{(0)}$ und $\Delta S^{(1)}$ und bestimmt nach (9) die Koeffizienten $b_s^{(1)}$, $b_v^{(1)}$, $c_s^{(1)}$ und $c_v^{(1)}$ und anschließend mit diesen nach (7) die Werte $R_1^{(2)}$ und $R_2^{(2)}$. Somit kann das Iterationsverfahren in Gang gesetzt werden, bis es durch die beiden gleichzeitig zu erfüllenden Bedingungen

$$\Delta B^{(m)} \leqq a_v \quad \text{und} \quad \Delta S^{(m)} \leqq a_s$$

abgebrochen werden kann.

Numerische Experimente haben ergeben, daß dieses Verfahren gut konvergiert, wenn man $y_1 \neq h_1$ beachtet und die Abbruchbedingungen nicht zu eng fordert, a_v und a_s etwa zwischen 1 % bis 0,1 %.

5. Numerische Ergebnisse

Für das Verfahren I wurde als Startsystem eine einfache sphärische Linse in Luft mit $r_1 = -164$ mm; $r_2 = -39$ mm; $d' = 10$ mm; $n = 1{,}5$ und $s_1 = -200$ mm gewählt. Zunächst wurden nach (4a) zwei Linsen berechnet, wobei jeweils eine Fläche als Asphäre bestimmt wurde. In der Tabelle 1 sind die sphärische Aberrationswerte angegeben.

Anschließend wird nach Gl. (4b) die Verzeichnung korrigiert, wobei sich jeweils 2 Blendenlagen als geeignet erwiesen (siehe Tabelle 2).

Für das Verfahren II wurde als Startsystem folgende Linse verwendet: $r_1 = -75$ mm; $r_2 = -30$ mm; $d' = 3$ mm; $n = 1{,}5$; $s_1 = -120$ mm; $p_1 = -30$ mm. Mit dem Iterationsverfahren wurden 2 korrigierte asphärische Linsen bestimmt (siehe Tabelle 3). Im folgenden soll der Korrektionszustand der Linsen angegeben werden.

Tabelle 1

h_1 (mm) \ ΔS (%)	Startsystem I	System 1 (1. Fläche Asphäre)	System 2 (2. Fläche Asphare)
7	−4.242	−2.154	−0.069
14	−16.580	−3.216	−0.175
21	−36.183	−0.007	−0.008
28	−63.359	—	+0.971
Asphärenparameter			
ϱ_i	—	−0.2649	−0.0013

Tabelle 2

w_1 \ ΔB (%)	System 1			System 2		
	unkorrigiert	korrigiert	korrigiert	unkorrigiert	korrigiert	korrigiert
5°	−0.093	−0.101	−0.005	+0.410	+0.025	−0.005
15°	+0.029	−1.098	−0.036	+3.834	+0.145	−0.038
25°	+17.158	−0.002	−0.003	+7.849	+0.0004	−0.002
35°	+49.174	—	+0.482	+11.886	−0.853	+0.504
p_1	−50	−38.7	+7.36	−50	−32.55	+7.3

Tabelle 3

Sphärische Aberration				Verzeichnung			
h_1 (mm) \ ΔS (%)	Startsystem II	System A	System B	w_1 \ ΔB (%)	Startsystem II	System A	System B
3	−2.410	−0.166	−0.320	5°	−0.162	−0.001	−0.013
7	−12.226	−0.544	−1.433	10°	−0.651	+0.015	−0.032
10	−22.946	+0.003	−1.988	15°	−1.478	+0.111	+0.0006
15	−43.194	+9.934	+3.248	20°	−2.661	+0.418	+0.210
				25°	−4.226	+1.191	+0.833
ϱ_1	—	−0.116	−0.1131		—	−0.116	−0.1131
ϱ_2	—	−0.0299	−0.0307		—	−0.0299	−0.0307

Literatur

[1] Klebe J., Miesel K., Wiss. Zs. Päd. Hochsch. Potsdam (im Druck).
[2] Schulz G., Beiträge zur Optik und Quantenelektronik **7** (1982), 46.
[3] Klebe J., Miesel K., 28. Internat. Wiss. Koll. TH Ilmenau, Heft 3 (1983), 71.
[4] Klebe J., Miesel K., Wiss. Zs. Päd. Hochsch. Potsdam **28** (1984), 207.
[5] Kühn A., Diplomarbeit, Päd. Hochsch. Potsdam 1985.
[6] Klebe J., Optica Applicata **13** (1983), 129.

Received July 30, 1985

Об одновременной корректуре сферических аберраций, а также дисторсии в отдельных линзах

Представлены две итерационные численные процедуры, при помощи которых возможна одновременная коррекция сферической аберрации и дисторсии для отдельной линзы в воздухе. В качестве коррегирующего параметра применены или оба сферических параметра ломающих поверхностей, или положение диафрагмы и асферический параметр одной поверхности. Даны результаты и примеры.