

Zum Einfluß anisotroper Medien und der Polarisation des Lichtes auf die Intensitätsverteilung im Punktbild

D. RICHTER

Pädagogische Hochschule „Karl Liebknecht“, Potsdam, DDR.

Es wird Punktbildverwaschungsfunktion für optische Systeme mit anisotropen Medien und für polarisiertes Licht berechnet. Grundlage für die Berechnung ist die Verallgemeinerung der Luneburg-Picht Integralformel der Wellenfunktion. Es werden numerische Beispiele vorgestellt.

1. Vorbemerkungen

Um den Anforderungen an die optische Abbildung in modernen optischen Systemen zu genügen, sind die kristallinen optischen Medien mit ihren teilweise extremen physikalischen Eigenschaften interessant. Demgegenüber sind die Erscheinungen der Lichtausbreitung in anisotropen Medien, wie die Doppelbrechung, hinderlich. Es werden hier numerische Ergebnisse vorgelegt, die den Einfluß von Anisotropie und Polarisation auf die Intensitätsverteilung im Bild eines Objektpunktes näher belegen.

Anisotrope Medien können im eigentlichen optischen System, im Objektraum und auch im Bildraum vorhanden sein. Für die Lichtverteilung im Bildgebiet ist wesentlich, daß aus der Austrittspupille des Systems zwei unabhängige Lichtbündel in den Bildraum eintreten, deren ebene Wellen jeweils paarweise aus einer ebenen Welle im Objektraum hervorgegangen sind. Die ebenen Wellen der beiden Bündel $j = 1, 2$ unterscheiden sich im Wellenvektor \vec{p}_j , wobei der Betrag $|\vec{p}_j|$ dem richtungsabhängigen Brechungsindex n_j entspricht, in der Strahlrichtung \vec{s}_j , der Wellenaberration $W_j(\vec{p}_j)$, der Polarisation $\vec{e}_j(\vec{p}_j)$ und der Amplitude $E_j(\vec{p}_j)$. Hierbei ist wichtig, daß die Amplitude und der normierte Amplitudenvektor \vec{e}_j , der die Polarisation beschreibt, bestimmt werden durch die Polarisation der zugehörigen ebenen Welle im Objektraum und die anisotropen Medien.

2. Lichtfeld und Intensität im Bildgebiet

Das Lichtfeld wird wie üblich durch das elektrische Feld einer monochromatischen Welle beschrieben. Die Intensität ist dann [1]

$$I(\vec{r}) = \vec{E} \vec{E}^* \quad (1)$$

In einer früheren Untersuchung [2] wurde für das E -Feld im Bildgebiet des Bildraumes einer optischen Abbildung in anisotropen Medien ein Integralausdruck der folgenden Form hergeleitet:

$$\vec{E}(\vec{r}) = \iint_{\Omega} \vec{P}(\vec{p}) \exp\{-ik\vec{r}\vec{p}\} dp dq,$$

$$\vec{P}(\vec{p}) = \begin{cases} \frac{ik}{2\pi} \sum_{j=1}^2 E_j \vec{e}_j \frac{n_j s_{zj}}{m_j^2} \exp\{-ikW_j\}, & \vec{p} \in \Omega, \\ 0, & \vec{p} \notin \Omega \end{cases}$$

$$\Omega = \bigcup_{j=1}^2 \Omega_j. \quad (2)$$

Hier ist $k = 2\pi/\lambda$, wobei λ die Wellenlänge des monochromatischen Lichtes ist. Für \vec{p} gilt $\vec{p} = (p, q, m)$, und Ω ist der Raumwinkelbereich, aus dem die p -Vektoren der ebenen Wellen stammen.

Für die Auswertung der Ausdrücke (2) im Abschnitt 4 wurde neben dem Algorithmus der schnellen Fouriertransformation eine auf die Polarisation erweiterte Durchrechnung von ebenen Wellen/Strahlen durch das optische System benutzt [2]. Dadurch konnte $\vec{P}(\vec{p})$ aus (2) für die erforderliche Stützstellenverteilung berechnet werden. Gerechnet wurde auf einer BESM6.

Die Formel (2) setzt für ihre Gültigkeit voraus, daß neben einer Brennweite $f \gg \lambda$ im optischen System die geometrisch optische Beschreibung des Lichtfeldes gilt, so daß in der Austrittspupille das E -Feld geometrisch optisch ist. Darüber hinaus ergibt sich als notwendige Bedingung für die Gültigkeit von (2) nach dem Vorbild der Untersuchung von WOLF und LI [3]

$$a \geq \frac{\lambda}{1 - \cos \theta}. \quad (3)$$

Hier ist a der Abstand der Bildebene von der Austrittspupille und θ der halbe bildseitige Öffnungswinkel des Systems. Aus (3) ergibt sich sofort die andere Aussage. Für optische Systeme mit Öffnungen bis etwa $\theta = 45^\circ$ muß die Fresnelzahl des optischen Systems groß sein $N \gg 1$.

3. Die untersuchten optischen Systeme

Es wurden zwei Klassen von Abbildungen untersucht, deren erzeugende Systeme jeweils aus einem rotationssymmetrischen, isotropen, nichtabsorbierenden Grundsystem mit homogenen Medien hervorgingen. Die beiden Grundsysteme A und B (Tabelle 1) sind hier dargestellt.

In den Abbildungen 1 und 2 sind weitere Eigenschaften dieser Grundsysteme dargestellt. Das System A ist für den unendlich fernen Achspunkt bezüglich des Öffnungsfehlers und der Isoplanasie korrigiert. Das System B ist für den unendlich

Tabelle 1. Grundsysteme A und B

System A nach [5]

$f = 105,9; 1:10; \lambda = 546,0 \text{ nm}; s_1 = -\infty; s'_4 = 104,82$

Öffnungsblende: $s_1 = 0,0; \bar{R} = 10,0$

Fl.	r	e	n
1	75,20	—	1,00
2	-85,37	5,00	1,77072
3	-73,02	0,50	1,00
4	433,54	3,00	1,62410

System B nach [4]

$f = 99,47; 1:9; \lambda = 589,3 \text{ nm}; s_1 = -\infty; s'_3 = 92,90$

Öffnungsblende: $s_3 = 11,5; \bar{R} = 4,55$

Fl.	r	e	n
1	21,00	—	1,00
2	-35,00	3,00	1,51009
3	38,82	1,25	1,54869

Bildfehlerkoeff. 3. Ordn. nach BEREK [6]

System	I	II	III	IV	V
A	0,12	-0,027	3,58	1,53	-0,0023
B	20,0	2,18	-0,29	0,33	-0,36

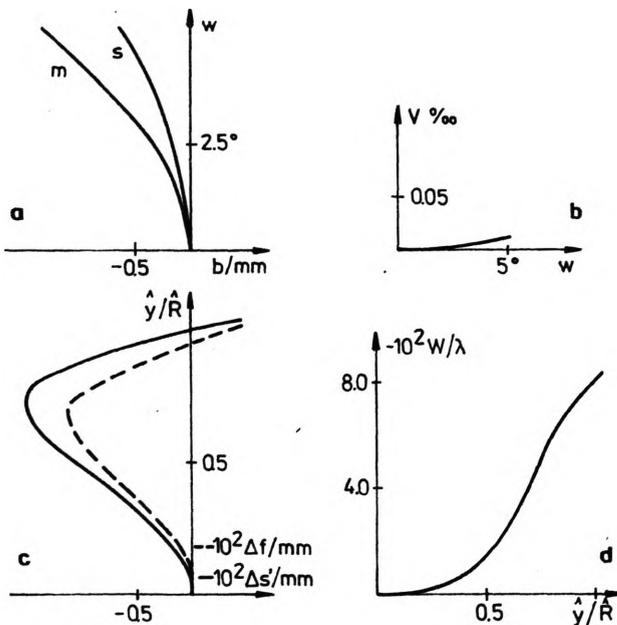


Abb. 1. Darstellung der sagittalen s und meridionalen m Bildfeldwölbung (a), der Verzeichnung (b), des Öffnungsfehlers (c) und der Wellenaberration (d) für das System A

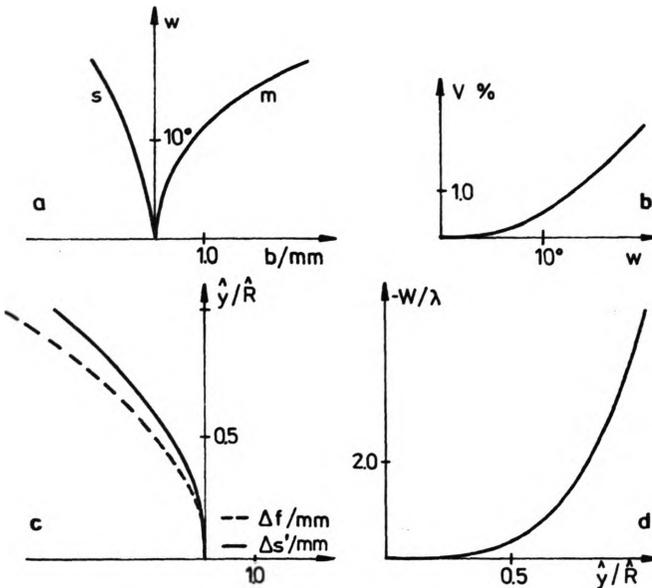


Abb. 2. Darstellung der sagittalen s und meridionalen m Bildfeldwölbung (a), der Verzeichnung (b), des Öffnungsfehlers (c) und der Wellenaberration (d) für das System B

fernen Achspunkt auf Dichromasie mit gering beeinflusstem Öffnungsfehler korrigiert.

Um die Einflüsse von Anisotropie, Polarisation und Abbildungsfehlern studieren zu können, wurde in den isotropen Ausgangssystemen die 1. Linse durch eine optisch einachsige Kristalllinse ersetzt. Der Objektpunkt war stets auf der Achse im Unendlichen, die Polarisation im Objektraum, war stets linear mit dem Azimut $\varphi = 0^\circ, 45^\circ, 90^\circ$, wobei φ von der y -Achse zur x -Achse positiv ist. Von diesen Festlegungen wurde in wenigen Fällen abgewichen: Abb. 9 mit $w = 4.37^\circ$, Abb. 8, 9 mit zirkularer Polarisation und Abb. 5 mit einer zweiten Kristalllinse. Die einzelnen Systemkonfigurationen werden in der folgenden Weise symbolisiert, z.B. anisotrop

Tabelle 2. Zusammenstellung der Veränderungen der isotropen Medien (G_{ij} ist der symmetrische Tensor der optischen Aktivität) [7]

	System A	System B
Doppelbrechung	$\Delta n = -0,007$ $\Delta n_1 = -0,017$ $\Delta n_2 = 0,06$	$\Delta n = 0,001$
Optische Aktivität (gilt für beide Systeme)	isotropes Medium	$G = G_{11} = G_{22} = G_{33}$
	A1	2×10^{-5}
	A2	2×10^{-4}
	anisotropes Medium	$G = G_{11} = G_{22}, G_1 = G_{33}$
	A1	$10^{-5} \quad 2 \times 10^{-5}$
	A2	$10^{-4} \quad 2 \times 10^{-4}$

(1) m , A1, $\varphi = 45^\circ$, $z = -2,5 EA$, Δn_1 . Hier wurde die 1. Linse des isotropen Ausgangssystems durch eine einachsige Kristalllinse mit optischer Aktivität der Art A1 (Tabelle 2) so ersetzt, daß die optische Kristallachse senkrecht zur Systemachse (in der x -Achse) liegt. Die Doppelbrechung $\Delta n = n_{a0} - n_0$ wurde zu Δn_1 , das Azimut der linearen Polarisation zu 45° und die Abweichung z der Bildebene von der Gaußschen Bildebene zu $-2,5$ axialen optischen Einheiten festgelegt. Es werden die optischen Einheiten ER (radial) und EA (axial)

$$ER = \frac{\lambda}{\sin \theta}, \quad EA = \frac{\lambda}{1 - \cos \theta}$$

verwendet.

4. Numerische Ergebnisse

Es wurde eine große Anzahl von anisotropen Systemkonfigurationen durchgerechnet und die auf das Maximum normierte Intensitätsverteilung im Bild des Objektpunk-

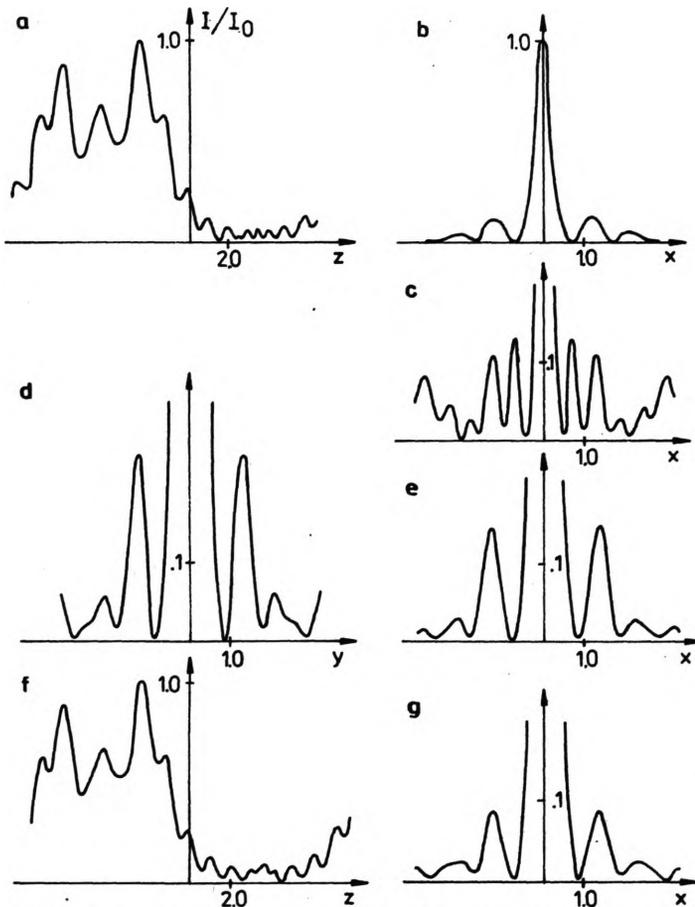


Abb. 3. Intensitätsverteilungen $J(z)$, $J(x)$ und $J(y)$ für das System B. $EA = 0,38 \text{ mm} = 640 \lambda$, $ER = 0,01 \text{ mm} = 17,2 \lambda$; a - isotrop $\varphi = 90^\circ$; b, c - isotrop $\varphi = 90^\circ$, $z = -2,5 EA$, $-6,5 EA$; e - anisotrop (\parallel), $\varphi = 90^\circ$, $z = -2,5 EA$; f - anisotrop (\parallel) mit A1, $\varphi = 90^\circ$; g - anisotrop (\parallel) mit A1, $\varphi = 90^\circ$, $z = -2,5 EA$

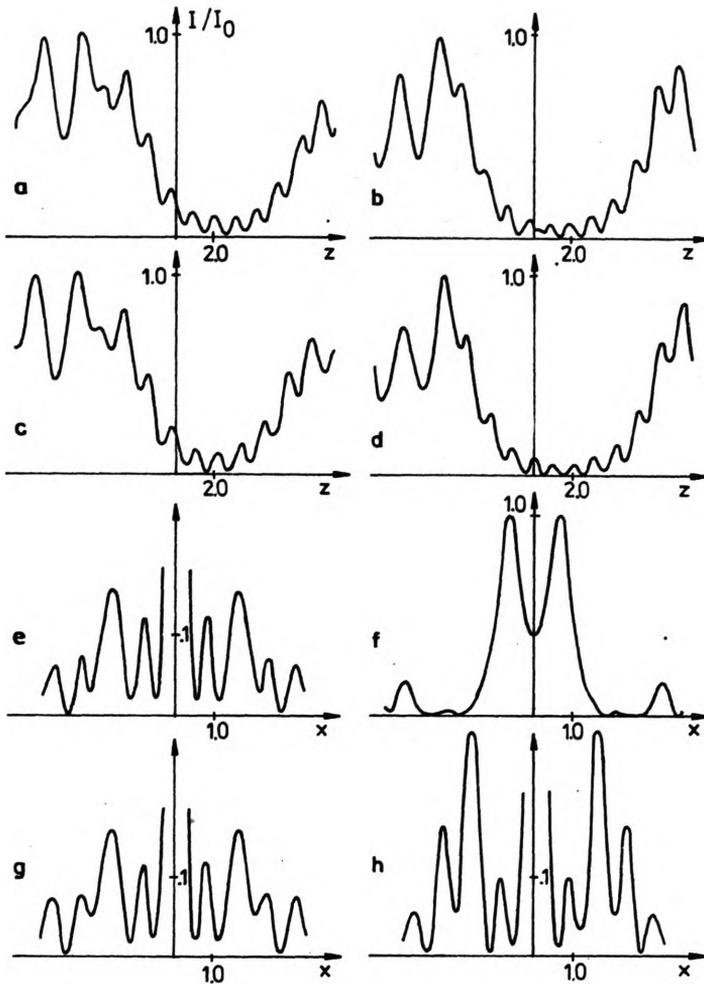


Abb. 4. Intensitätsverteilungen $J(z)$ und $J(x)$ für das System B. $EA = 0,38 \text{ mm} = 640 \lambda$, $ER = 0,01 \text{ mm} = 17,5 \lambda$. a, b – anisotrop (\perp) $\varphi = 45^\circ, 90^\circ$; c, d – anisotrop (\perp) mit A1, $\varphi = 45^\circ, 90^\circ$; e, f – anisotrop (\perp) $\varphi = 45^\circ$, $z = -4,7 EA$, $z = -2,5 EA$; g, h – anisotrop (\perp) mit A1, $\varphi = 45^\circ, 90^\circ$, $z = -4,7 EA$

tes bestimmt. Interessante Ergebnisse sind in den Abbildungen 3–7 zusammengestellt. Die Abbildungen 8 und 9 zeigen Ergebnisse für die berechnete integrale Intensität. Diese wurde als Integral der Intensität über eine Kreisfläche vom Radius r in einer achsensenkrechten Bildebene, zentriert auf das Maximum der Intensität berechnet. Für die Rechnungen wurden die Koordinatenachsen im Bildraum so gewählt, daß die Systemachse zur z -Achse und das 0° -Azimut der Polarisation in die y -Achse field. Die Auslenkung der optischen Kristallachse aus der Systemachse erfolgt jeweils in der x - z -Ebene.

Die Ergebnisse zeigen deutlich den Interferenzeffekt zwischen den beiden

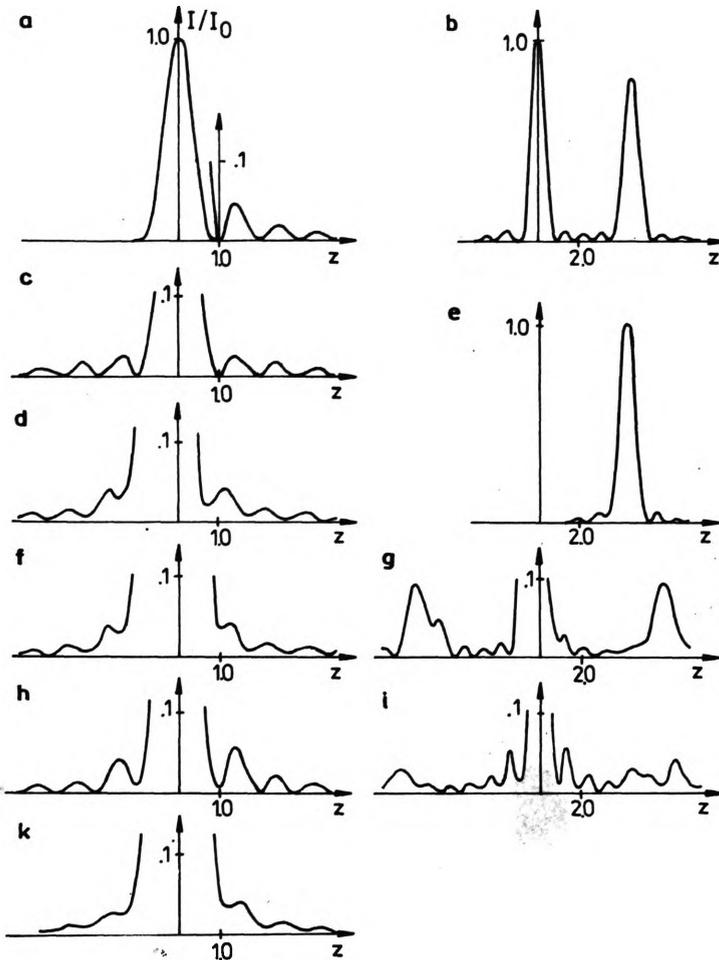


Abb. 5. Intensitätsverteilung auf der z -Achse $J(z)$ für das System A. **a** – ideale Abbildung, $\varphi = 0^\circ$; **b** – anisotrop (\perp), $\varphi = 45^\circ$, Δn_1 ; **c** – isotrop, $\varphi = 0^\circ$; **d** – anisotrop (\parallel), $\varphi = 0^\circ$, Δn ; **e** – anisotrop (\perp), $\varphi = 90^\circ$, Δn_1 ; **f** – anisotrop (\parallel), $\varphi = 0^\circ$, Δn_1 ; **g** – anisotrop (\perp), $\varphi = 45^\circ$, 2. Linse (45°), Δn_2 ; **i** – anisotrop (42°), $\varphi = 45^\circ$, Δn_1 ; **h** – isotrop mit A1, $\varphi = 0^\circ$; **k** – isotrop mit A2, $\varphi = 0^\circ$. $EA = 0,12 \text{ mm} = 224 \lambda$

Strahlenbündeln. Er wird besonders deutlich durch das „Verschmieren“ der Minima (z.B., Abb. 5d, f) und zusätzliche Maxima (z.B., Abb. 5b). Weiterhin wird die Bedeutung der Konfiguration anisotrop (\parallel) sichtbar (z.B., Abb. 8, 9), da hier die Rotationssymmetrie des Systems erhalten bleibt. Der Einfluß der optischen Aktivität auf die Intensitätsverteilung erweist sich als gering. Die beiden Klassen von optischen Systemen zeigen, daß die Phasenänderungen, hervorgerufen durch Abbildungsfehler bzw. durch Anisotropie sich überlagern und sehr empfindliche Änderungen in der Intensitätsverteilung erzeugen.

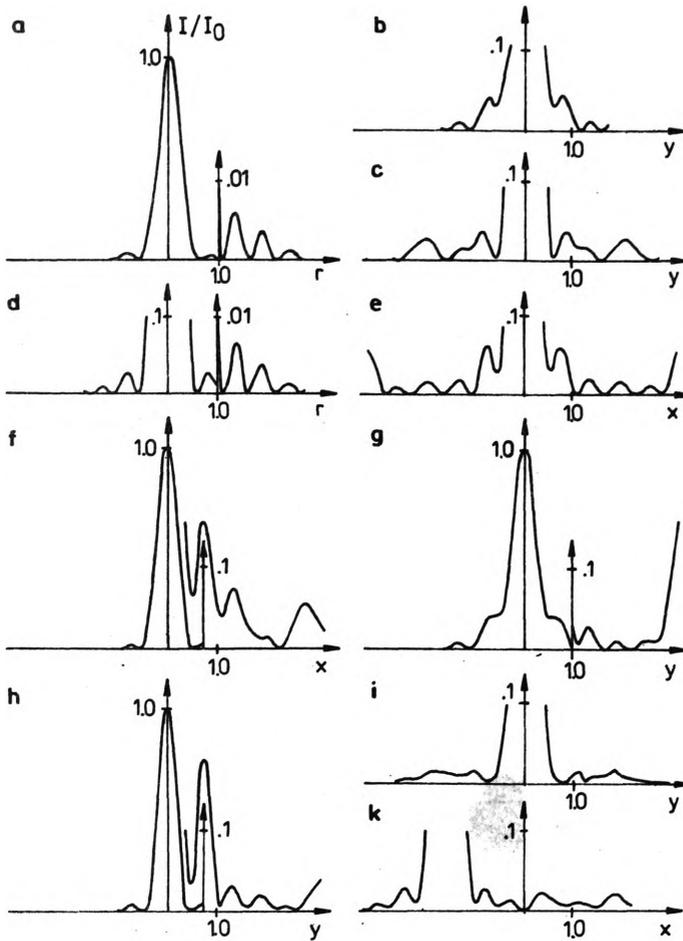


Abb. 6. Radiale Intensitätsverteilung für das System A. $ER = 5.72 \mu\text{m} = 10,5 \lambda$, Gaußsche Bildebene. a – ideale Abbildung; b – anisotrop (\perp), $\varphi = 45^\circ$, Δn ; c – anisotrop (\perp), $\varphi = 45^\circ$, Δn_1 ; d – isotropes System; e und g – anisotrop (\perp), $\varphi = 90^\circ$, Δn ; f und h – anisotrop (\perp , 45°) $\varphi = 45^\circ$, Δn , Δn_1 ; i und k – anisotrop (42°), $\varphi = 45^\circ$, Δn

Abb. 8. Relative Gesamtenergie $\Phi(r)$ für das System A. Bildebene im paraxialen Bildpunkt des Ausgangssystems. — ideale Abb., isotrop, anisotrop (\perp) $\varphi = 0^\circ$; --- isotrop (\parallel), isotrop mit A1 bzw. A2, anisotrop (\parallel) mit A1, lin. pol.; --- anisotrop (\parallel) mit A2, lin. pol.; --- anisotrop (\perp) mit und ohne A1 oder A2 $\varphi = 45^\circ$, zirk. pol.; --- anisotrop (\parallel) mit A2 zirk. pol.; --- anisotrop (\perp) mit und ohne A1 oder A2 $\varphi = 90^\circ$; — anisotrop (\perp) $\varphi = 45^\circ$, Δn_1 ; — anisotrop (\perp) $\varphi = 45^\circ$ und 2. Linse mit (45°) Δn_2 (Bildebene im absoluten Max.)

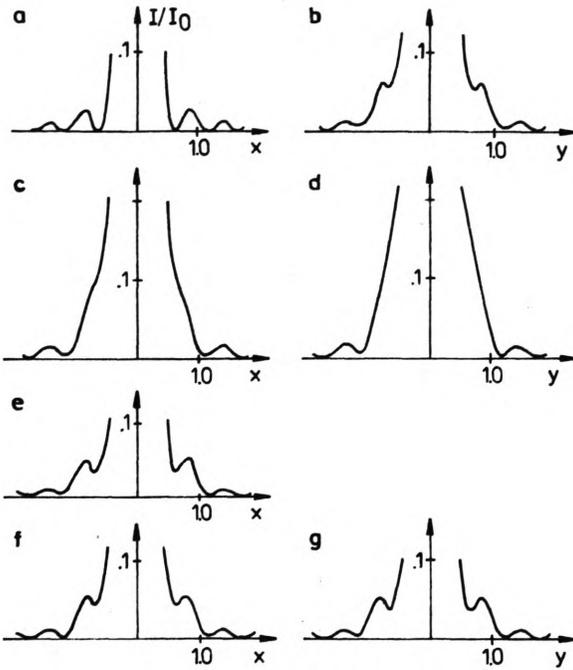
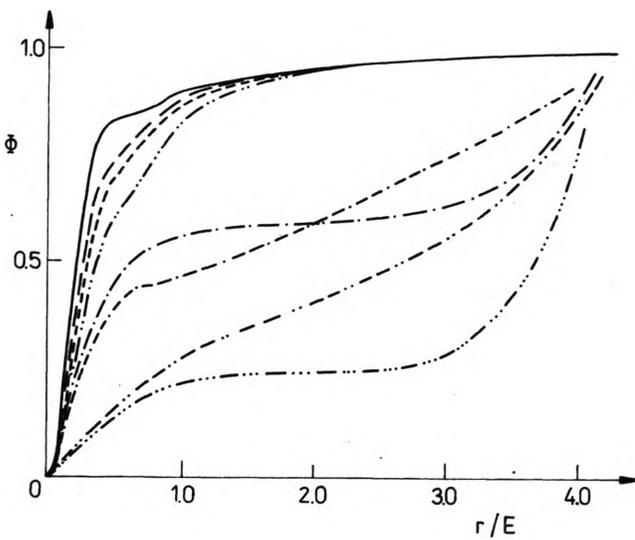


Abb. 7. Radiale Intensitätsverteilung für das System A, Gaußsche Bildebene. **a, b** – anisotrop (\parallel), $\varphi = 0^\circ$, Δn ; **c, d** – anisotrop (\parallel), $\varphi = 0^\circ$, Δn_1 ; **e** – isotrop mit A2, $\varphi = 0^\circ$; **f, g** – anisotrop (\parallel) mit A2, $\varphi = 0^\circ$, Δn . $ER = 5,72 \mu\text{m} = 10,5 \lambda$



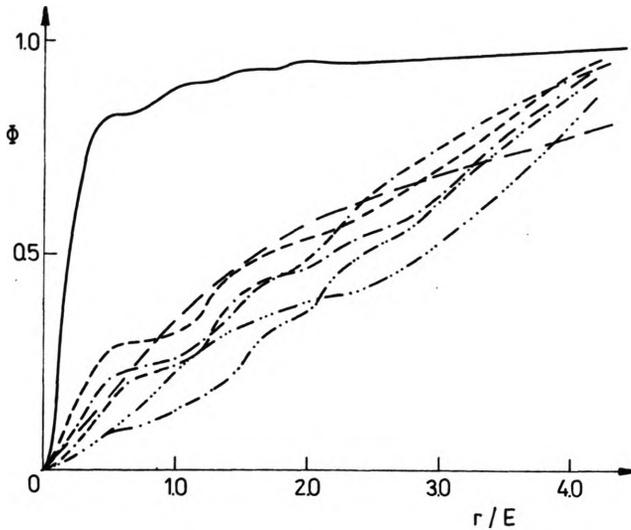


Abb. 9. Relative Gesamtenergie $\Phi(r)$ für System B. Bildebene im absoluten Maximum der Intensität. — ideale Abb.; — isotrop ($w = 4, 37^\circ$); --- isotrop, isotrop mit A1, anisotrop (\parallel) mit A1, anisotrop (\perp) $\varphi = 0^\circ$, anisotrop (\perp) mit A1 $\varphi = 0^\circ, 90^\circ$; - - - anisotrop (\parallel), anisotrop (\perp), zirk. pol.; - · - anisotrop (\perp) $\varphi = 45^\circ$; - · - - anisotrop (\perp) $\varphi = 90^\circ$; — anisotrop (\perp) mit A1 $\varphi = 45^\circ$, zirk. pol.

Literatur

- [1] BORN M., WOLF E., *Principles of Optics*, Pergamon Press, London 1959.
- [2] RICHTER D., *Opt. Appl.* 16 (1986), 231.
- [3] WOLF E., LI Y., *Opt. Commun.* 39 (1981), 205.
- [4] MERTE M., RICHTER R., VON ROHR M., *Das photographische Objektiv*, J. Springer, Wien 1932; daraus: USA Patent No. 1642 865/1924, *Photographisches Objektiv*.
- [5] HOLOTA W., *Optisches System für Studienzwecke*, 1986.
- [6] BEREK M., *Grundlagen der praktischen Optik*, W. de Gruyter, Berlin 1930.
- [7] SOMMERFELD A., *Optik*, Geest und Portig, Leipzig 1959; KLEBER W., MEYER K., SHÖNBORN W., *Einführung in die Kristallphysik*, Akademie-Verlag, Berlin 1968.

Received May 16, 1989

On the influence of the anisotropic media and the light polarization on the intensity distribution in the image points

A calculation of the point-spread function for optical systems with anisotropic media and for polarized light is given. The basis for computation is a generalization of the Luneburg-Picht integral formula of the wave function. Numerical examples are presented.

Влияние анизотропии сред и поляризации света на разложение напряжения в изобразительной точке

Дано вычисление точечной функции размытия для оптических систем с анизотропией среды с использованием поляризованного света. Основой вычислений было обобщение интегральной формулы Лунебурга-Пихта для волновой функции. Даны также численные примеры.