ISSN 2657-5035

Prace Naukowe Wydziału Inżynierii Środowiska Politechniki Wrocławskiej

Monografie

1



Bartosz Kaźmierczak

Prognozy zmian maksymalnych wysokości opadów deszczowych we Wrocławiu

Prace Naukowe Wydziału Inżynierii Środowiska Politechniki Wrocławskiej

Monografie

1

Bartosz Kaźmierczak

Prognozy zmian maksymalnych wysokości opadów deszczowych we Wrocławiu Prace Naukowe Wydziału Inżynierii Środowiska Politechniki Wrocławskiej. Monografie są kontynuacją Prac Naukowych Instytutu Inżynierii Ochrony Środowiska Politechniki Wrocławskiej. Seria: Monografie

Recenzenci Andrzej KOTOWSKI Karol KUŚ

Opracowanie redakcyjne i korekta Hanna JUREK

Zdjęcie na okładce Vlad CHETAN (Pexels)

Wszelkie prawa zastrzeżone. Niniejsza książka, zarówno w całości, jak i we fragmentach, nie może być reprodukowana w sposób elektroniczny, fotograficzny i inny bez zgody wydawcy i właściciela praw autorskich.

© Copyright by Oficyna Wydawnicza Politechniki Wrocławskiej, Wrocław 2019

OFICYNA WYDAWNICZA POLITECHNIKI WROCŁAWSKIEJ Wybrzeże Wyspiańskiego 27, 50-370 Wrocław http://www.oficyna.pwr.edu.pl e-mail: oficwyd@pwr.edu.pl zamawianie.ksiazek@pwr.edu.pl

ISBN 978-83-7493-056-7

Druk i oprawa: beta-druk, www.betadruk.pl

Prace Naukowe Wydziału Inżynierii Środowiska Politechniki Wrocławskiej

model predykcyjny opadów, zmiany klimatu, kanalizacja deszczowa, metoda największej wiarygodności, uogólniony rozkład wykładniczy

Bartosz KAŹMIERCZAK*

Prognozy zmian maksymalnych wysokości opadów deszczowych we Wrocławiu

W pracy, na podstawie obserwacji opadów we Wrocławiu, podjęto próbę predykcji przyszłych opadów maksymalnych, miarodajnych do wymiarowania systemów odwodnieniowych. Materiałem badawczym były archiwalne zapisy pluwiograficzne ze stacji Wrocław--Strachowice Instytutu Meteorologii i Gospodarki Wodnej – Państwowego Instytutu Badawczego z lat 1960–2018 (59 lat obserwacji). Z materiału pomiarowego wydzielono 30 trzydziestoletnich okresów: 1960-1989, 1961-1990, ..., 1989-2018. W ten sposób powstało 30 ciągów pomiarowych, które stanowiły podstawę do opracowania modeli probabilistycznych opadów maksymalnych. Maksymalne opady deszczowe do analiz statystycznych wybrano metodą przewyższeń powyżej progu odcięcia dla 16 czasów trwania zalecanych do formułowania modeli opadów. Tak przygotowanym danym przypisano empiryczne prawdopodobieństwo przekroczenia, a następnie metodą największej wiarygodności wyznaczono estymatory parametrów uogólnionego rozkładu wykładniczego (GED) oraz rozkładu Weibulla. W celu sprawdzenia zgodności przyjętych rozkładów teoretycznych z rozkładami empirycznymi przeprowadzono test zgodności λ -Kołmogorowa. Otrzymane wyniki dały podstawę do przyjęcia hipotezy zerowej o zgodności rozkładów GED i Weibulla z danymi empirycznymi. Do porównania rozkładów zastosowano bayesowskie kryterium informacyjne Schwartza, które wskazało rozkład GED jako lepszy jakościowo do opisu analizowanych danych empirycznych. Zastosowany test Manna-Kendalla wykazał istotne statystycznie trendy zmian parametrów równań opisujących zależność estymatorów parametrów skali i dolnego ograniczenia od czasu trwania opadu. W rezultacie otrzymano równania, które po podstawieniu do kwantyla GED umożliwiły sformułowanie modelu predykcyjnego maksymalnej wysokości opadów zależnej od: czasu trwania, prawdopodobieństwa przekroczenia oraz roku, na który liczony jest opad. Sformułowany w pracy model

^{*} Politechnika Wrocławska, Wydział Inżynierii Środowiska, Katedra Wodociągów i Kanalizacji, Wybrzeże S. Wyspiańskiego 27, 50-370 Wrocław, e-mail: bartosz.kazmierczak@pwr.edu.pl

predykcyjny maksymalnej wysokości opadów umożliwi projektantom uwzględnienie w procesie projektowym prognozowanych zmian natężenia opadów deszczowych, a tym samym ułatwi sprostanie wymaganiom normy PN-EN 752 w zakresie częstości występowania wylewów z systemów kanalizacyjnych – projektowanych obecnie, a mających bezpiecznie funkcjonować w kilkudziesięcioletniej perspektywie.

Wykaz oznaczeń i akronimów

a_1, b_1	-	parametry równań opisujących estymatory $\hat{eta}_{ ext{GED}}$,
a_2, b_2	-	parametry równań opisujących estymatory $\hat{\mu}_{ ext{GED}}$,
A^2	-	statystyka testu Andersona–Darlinga, –,
α	-	poziom istotności statystycznej, –,
$\alpha_{\rm GED}$	_	parametr kształtu rozkładu GED, –,
$\alpha_{\rm W}$	-	parametr kształtu rozkładu Weibulla, –,
$\alpha(R,t)$	_	parametr skali (zależny od regionu Polski i czasu t), –,
β	-	współczynnik kierunkowy w teście Manna–Kendalla, –,
β_{GED}	-	parametr skali rozkładu GED, –,
$\hat{\beta}_{ ext{GED}}$	_	estymator parametru skali rozkładu GED, –,
$\beta_{\rm W}$	-	parametr skali rozkładu Weibulla, –,
$\hat{\beta}_{W}$	_	estymator parametru skali rozkładu Weibulla, –,
С	-	częstość (powtarzalność) występowania opadu, 1 raz na C lat,
$D_{\rm max}$	-	maksymalna rozbieżność pomiędzy prawdopodobieństwem empirycz-
		nym a teoretycznym, –,
h	-	wysokość opadu, mm,
$h_{\rm max}$	-	maksymalna wysokość opadu, mm,
h_t	-	teoretyczna wysokość opadu, mm,
h _e	-	empiryczna wysokość opadu, mm,
Н	-	wysokość opadu normalnego (średniego z wielolecia), mm,
Ι	-	intensywność opadu, mm/min,
k	-	numer kategorii opadu wg skali Chomicza (od 1 do 9), –,
λ	-	statystyka testu λ-Kołmogorowa, –,
L	-	funkcja wiarygodności, –,
ln <i>L</i>	-	logarytm funkcji wiarygodności, –,
m	-	numer porządkowy w ciągu uporządkowanym nierosnąco, –,
$\mu_{ ext{GED}}$	-	dolne ograniczenie rozkładu GED, mm,
$\mu_{ m W}$	-	dolne ograniczenie rozkładu Weibulla, mm,
$\hat{\mu}_{ ext{GED}}$	-	estymator dolnego ograniczenia rozkładu GED, mm,
$\hat{\mu}_{W}$	-	estymator dolnego ograniczenia rozkładu Weibulla, mm,
n	-	liczebność ciągu, –,
Ν	-	liczba lat obserwacji, –,
р	-	prawdopodobieństwo przewyższenia, –,

p(m, N)	_	prawdopodobieństwo empiryczne przewyższenia, –,
q	_	jednostkowe (miarodajne) natężenie deszczu, dm³/s·ha,
Q	_	strumień wód opadowych, dm³/s,
S	_	statystyka testu Manna–Kendalla, –,
t	_	czas trwania opadu, min,
Т	_	temperatura, °C,
\overline{T}	_	średnia roczna temperatura, °C,
τ	-	nieparametryczny współczynnik korelacji rangowej w teście Manna-Kendalla, –,
U_k	_	wysokość opadu kategorii <i>k</i> wg skali Chomicza, mm,
F	_	powierzchnia odwadnianej zlewni, ha,
Ψ_s	-	szczytowy współczynnik spływu wód deszczowych, –,
AIC	_	kryterium informacyjne Akaike (ang. Akaike information criterion),
BIC	-	bayesowskie kryterium informacyjne Schwartza (ang. <i>bayesian infor-</i> <i>mation criterion</i>),
DDF	_	krzywa wysokości opadów (ang. depth-duration-frequency),
GED	-	uogólniony rozkład wykładniczy (ang. <i>generalized exponential distribu-</i> <i>tion</i>),
IDF	_	krzywa natężenia opadów (ang. <i>intensity-duration-frequency</i>),
IMGW	-	Instytut Meteorologii i Gospodarki Wodnej – Państwowy Instytut Ba- dawczy (IMGW-PIB),
IPCC	-	Międzyrządowy Zespół ds. Zmian Klimatu (ang. Inter-Governmental
		Panel on Climate Change),
MNN	-	metoda największych natężeń,
MNW	-	metoda największej wiarygodności,
rRMSE	-	względny średniokwadratowy błąd resztkowy (ang. <i>relative root mean squared error</i>).

1. Wprowadzenie

Jedną z najważniejszych infrastruktur na obszarze miejskim jest system kanalizacji deszczowej, który służy do odprowadzania nadmiaru wód opadowych z powierzchni zlewni do naturalnych odbiorników, takich jak rzeki czy jeziora – z dala od obszarów miejskich. Pierwsze systemy kanalizacyjne budowała już około 5 tys. lat temu cywilizacja z Doliny Indus, jednak miejskie systemy odwadniające w obecnym kształcie tworzono przez ostatnie 150 lat. Systemy kanalizacyjne są uważane za jedno z najważniejszych osiągnięć ludzkości, umożliwiające rozwój współczesnym społeczeństwom [62].

Początkowo otwarte kanały ogólnospławne – odprowadzające zmieszane ścieki bytowo-gospodarcze i wody opadowe – przekształciły się z czasem w systemy zamknięte. Strumienie odprowadzanych zanieczyszczeń antropogenicznych stały się z czasem na tyle duże, że na początku XX wieku zaczęto budować systemy rozdzielcze – co było "tańsze" niż leczenie ludności z powodu rozprzestrzeniania się chorób [166]. Kanalizacja ogólnospławna występuje jednak nadal w wielu krajach na całym świecie – zwłaszcza w historycznych centrach miast.

Budowa miejskich systemów kanalizacyjnych, zwłaszcza deszczowych, należy do najdroższych inwestycji infrastrukturalnych wciąż rozwijających się aglomeracji. Sieci te sa zwykle projektowane na perspektywe co najmniej 50, a nawet 100 lat. Kanalizacja deszczowa powinna zabezpieczać przed skutkami ekstremalnych opadów, podtopień czy powodzi, powodujących znaczne straty gospodarcze i społeczne. Podkreśla to wage i znaczenie cywilizacyjne problemu. Nie jest jednak możliwe osiągniecie w pełni niezawodnego jej działania, zarówno obecnie, jak i w przyszłości, ze względu na stochastyczny charakter opadów i ich dużą zmienność czasowo-przestrzenną [122, 231]. Bezpieczne projektowanie systemów kanalizacyjnych ma na celu zapewnienie odpowiedniego standardu odwodnienia terenu, który definiuje się jako przystosowanie systemu do przyjęcia prognozowanych – maksymalnych strumieni wód opadowych z częstością równą dopuszczalnej (akceptowalnej społecznie) częstości wystąpienia ich wylań na powierzchnie terenu [119]. Nowa norma PN-EN 752:2017 [58] proponuje rozróżnianie dopuszczalnej czestości wylewów z kanalizacji w siedmiostopniowej skali wpływu zagrożenia na środowisko, tj. dla 7 zdefiniowanych przykładowych lokalizacji – zagospodarowania terenów (tab. 1.1). Norma ogranicza dopuszczalną częstość wylań z kanalizacji od 1 raz na rok dla obszarów o bardzo małym znaczeniu (np. drogi i przestrzenie otwarte zlokalizowane z dala od budynków), przez m.in. częstość 1 raz na 5 lat dla obszarów o średnim znaczeniu (np. drogi i przestrzenie otwarte zlokalizowane w pobliżu budynków), do częstości 1 raz na 50 lat dla obszarów o bardzo wysokim znaczeniu (np. infrastruktura krytyczna). Jednocześnie zastrzega się, że podane w tabeli 1.1 wartości dopuszczalnych częstości zagrożeń wylewami, jako przykładowe, mogą być zarówno podwyższane "w przypadku szybko przemieszczających się wód powodziowych", ale także obniżane "w przypadku przebudowy istniejących systemów, gdy osiągnięcie tych samych kryteriów projektowych dla nowych systemów pociąga za sobą zbyt wysokie koszty". Ponieważ systemy kanalizacyjne projektuje się na perspektywę 50–100 lat, ta druga możliwość (tj. obniżania dopuszczalnej częstości zagrożeń czyli zamiennie podwyższania prawdopodobieństwa przekroczenia) jest bardzo dyskusyjna wobec prognozowanego wzrostu intensywności opadów w przyszłości [127].

Wpływ	Przykładowe lokalizacje	Częstość wylewów, 1 raz na C lat
Bardzo mały	Drogi lub otwarte przestrzenie z dala od budynków	1
Mały	Tereny rolnicze (w zależności od wykorzystania, np. pastwiska, grunty orne)	2
Mały do średniego	Otwarte przestrzenie wykorzystywane do celów publicznych	3
Średni	Drogi lub otwarte przestrzenie w pobliżu budynków	5
Średni do wysokiego	Zalania w zamieszkanych budynkach z wyłączeniem piwnic	10
Wysoki	Głębokie zalania w zamieszkanych piwnicach lub przejazdach pod ulicami	30
Bardzo wysoki	Infrastruktura krytyczna	50

Tabola 1 1 Przykłady	brutoriów r	rojektowych	, kanalizaci	i dla ww	ań [58]
Tabela 1.1. FIZykiauy	KI yteriow p	nojektowych	i Kalializacj.	i ula wyi	

Do wymiarowania systemów odwodnieniowych w Polsce zalecana jest obecnie metoda największych natężeń (MNN), w której miarodajny do wymiarowania strumień wód deszczowych (Q_m , dm³/s) obliczyć można ze wzoru [95, 102, 119, 124]:

$$Q_m = q_{\max}(t, C) \Psi_s F \tag{1.1}$$

gdzie: $q_{\max}(t, C)$ – maksymalne natężenie jednostkowe deszczu (dm³/s·ha) o czasie trwania t (min) i częstości występowania C (lata) – przeliczane z krzywych DDF; Ψ_s – szczytowy współczynnik spływu wód deszczowych, przyjmowany w zależności od stopnia uszczelnienia powierzchni, nachylenia terenu i częstości projektowej deszczu; F – powierzchnia odwadnianej zlewni (ha). Weryfikacji projektowanych średnic kanałów (dla danych spadków ich dna) należy dokonać w modelowaniu hydrodynamicznym dla różnych scenariuszy obciążeń opadem [101, 121, 182, 183]. Zarówno krótkotrwałe intensywne opady nawalne o małym najczęściej zasięgu terytorialnym, jak i długotrwałe opady deszczu o mniejszej intensywności, lecz o dużym zasięgu, mogą wywołać w efekcie zniszczenia środowiskowe. Podstawową formą ilościowego opisu deszczy są jak dotychczas modele zależności wysokości opadu (h, mm) od czasu jego trwania (t, min) i prawdopodobieństwa przewyższenia p. Związek wysokości opadu z czasem jego trwania prezentowany jest najczęściej w postaci krzywych typu DDF (ang. *depth–duration–frequency*), dla różnych prawdopodobieństw p przewyższenia opadu (bądź zamiennie częstości występowania C = 1/p). Zamiennie do wysokości opadu w literaturze przedmiotu wykorzystuje się pojęcie intensywności I (mm/min) lub natężenia jednostkowego (q, dm³/s·ha) opadu. Związek intensywności opadu z czasem jego trwania, dla różnych prawdopodobieństw p przewyższenia opadu, prezentowany jest najczęściej w postaci krzywych typu IDF (ang. *intensity–duration–frequency*). Do ustalenia krzywych DDF (bądź zamiennie IDF) niezbędna jest seria kilkudziesięciu (co najmniej 30) lat homogenicznych obserwacji.

Prekursorem badań nad opisem opadów był Talbot, który w 1899 roku na podstawie analizy natężeń deszczy od czasu ich trwania wyznaczył pierwsze krzywe wzorcowe opadów. Z czasem, w celu zaspokajania potrzeb mieszkańców i lepszego projektowania infrastruktury odwadniającej, wielu badaczy koncentrowało się na opisaniu ekstremów opadów [14, 119, 126].

Problematyka odprowadzania wód opadowych z terenów zurbanizowanych nabrała w ostatnich latach szczególnego znaczenia. Z jednej strony postępujące wciąż uszczelnianie powierzchni terenu powoduje zwiększenie wartości współczynników spływów wód opadowych, co w rezultacie doprowadza do przeciążenia hydraulicznego systemów kanalizacji deszczowej czy ogólnospławnej [119], z drugiej strony coraz więcej uwagi poświęca się zachodzącym zmianom klimatu, zwłaszcza w kontekście globalnego ocieplenia i zwiększania się częstości występowania ekstremalnych zdarzeń pogodowych [49, 82, 134, 216, 245], chociaż nie ma zgody co do ich przyczyn [34, 38, 50, 60]. Wzrost średniej rocznej temperatury na kuli ziemskiej wywołuje zwiększoną cyrkulację wody w cyklu hydrologicznym i wpływa na częstość występowania ekstremalnych temperatur, wiatrów czy opadów, a także skutkuje podnoszeniem się poziomu mórz i oceanów [91]. Ze względu na globalne ocieplenie oraz w wyniku działań antropogenicznych zjawiska ekstremalnych opadów staną się bardziej powszechne [2, 50, 63, 98, 212, 219, 251]. Zarówno postępująca urbanizacja, jak i zmiany klimatyczne mają negatywny wpływ na sprawność funkcjonowania systemów kanalizacyjnych, powodując coraz częstsze ich przeciążenia prowadzące do lokalnych podtopień czy powodzi miejskich [25, 120, 212]. Potencjalne problemy z funkcjonowaniem systemów kanalizacyjnych związane ze zmianami klimatu to m.in. zalewanie powierzchni i piwnic, zwiększona liczba i objętość zrzutów burzowych, a także zwiększony strumień ścieków dopływających do oczyszczalni [24].

Pomimo znaczących postępów w opisie wzorców opadów atmosferycznych do projektowania i eksploatacji miejskiej infrastruktury odwadniającej, nadal istnieje wiele ograniczeń w naszej wiedzy, m.in. związanej ze zmieniającym sie klimatem. Próba przewidywania przyszłych ekstremów opadów napotyka dwa główne problemy. Po pierwsze, symulacje modeli klimatycznych są przeprowadzane po założeniu niezmienności klimatu, z wyjątkiem oddziaływań antropogenicznych, a przecież zmiany naturalne zachodzą równolegle. Analizy historyczne długoletnich szeregów czasowych wskazują czasami na niestacjonarność opadów, nawet przed wpływem antropogenicznym [184]. Po drugie modele klimatyczne bazują na wielu założeniach określających przyszłą emisję gazów cieplarnianych – niemożliwą do precyzyjnego oszacowania. Podczas interpretacji scenariuszy dotyczących zmian klimatycznych należy zatem zachować ostrożność. Wynikowa zmiana nie powinna być interpretowana jako dokładna liczba, a jedynie jako wskaźnik oczekiwanej wielkości przyszłych zmian [14]. Z drugiej strony analiza tendencji w obserwowanych w przeszłości szeregach czasowych różnych charakterystyk opadu umożliwia jedynie warunkowe wnioskowanie na temat przyszłości. Dotyczy to sytuacji, gdy znaleziono istotny trend i przyjmie się założenie, że trend ten bedzie trwał dalej. Ekstrapolacja może jednak się okazać zawodna podczas próby prognozowania na dalszą przyszłość [200]. Nie zmienia to faktu, że planiści miejskiej infrastruktury oraz projektanci powinni wykorzystywać prognozowane zmiany występowania intensywnych opadów deszczowych do adaptacji miejskich systemów odwodnieniowych, np. w ramach programów przebudowy starzejącej się infrastruktury.

Aby sprostać połączonym wyzwaniom związanym ze zmianą klimatu i urbanizacją, wymagane są starannie dobrane środki adaptacyjne przez zaangażowanie techniczne, ekonomiczne i polityczne [14, 213, 257]. Należy tutaj zaznaczyć, że każdy przypadek należy rozpatrywać indywidualnie, ze względu na różnorodność systemów odwodnieniowych [57]. W pracy [113] dostrzega się potrzebę integracji lokalnych interesariuszy w proces planowania. Wśród technicznych rozwiązań adaptacyjnych wymienia się zwiększenie średnic kanałów, budowę zbiorników retencyjnych czy separację ścieków na bytowo-gospodarcze i wody opadowe [65, 107, 113, 195]. Należy jednak zauważyć, że obecna praktyka odwadniania terenów polegająca na odprowadzaniu wód opadowych z dala od obszarów miejskich jest coraz częściej kwestionowana [224, 254]. Wśród rozwiązań adaptacyjnych wymienia się również zieloną infrastrukturę, mającą na celu zagospodarowanie wód opadowych w miejscu ich ujmowania [35, 68, 84]. Adaptacja miejskiej infrastruktury determinowana zmieniającym się klimatem nabierać będzie coraz większego znaczenia, aby nasze miasta mogły nadawać się do bezpiecznego zamieszkania w przyszłości [14].

Badania nad przyszłymi scenariuszami opadowymi i ich wpływem na infrastrukturę odwodnieniową prowadzone są od wielu lat na całym świecie, gdyż

11

założenie stacjonarności opadów jest coraz częściej podważane [172]. W pracy [12] przewiduje się wzrost intensywnych opadów w wybranych regionach Belgii, Francji, Holandii i Niemiec o 10–50% w cjągu kolejnych 100 lat. W Wielkiej Brytanii przewiduje się wzrost intensywności opadów o ok. 20% do 2085 roku, a także objęcie w 2050 roku ryzykiem powodzi pluwialnych ponad 1,2 mln ludzi więcej niż obecnie – z powodu zmian klimatu i postępującej urbanizacji. Ze względu na przewidywane zmiany intensywności opadów w metodach projektowania w Wielkiej Brytanii zakłada się już 30% wzrostu wartości krzywych IDF [168]. W pracy [264] przewiduje się, że opady w Danii o obecnym prawdopodobieństwie przekroczenia *p* = 0,01 (raz na 100 lat) zmienią za 100 lat prawdopodobieństwo przekroczenia na p = 0.05 (raz na 20 lat). Niebezpieczeństwo powodzi pluwialnych wzrośnie w Kopenhadze od 4 do 8 razy w 2100 względem 2000 roku (przy bardzo pesymistycznym założeniu wzrostu temperatury o 6°C) [13]. W pracy [214] wykorzystano prognozowane zmiany klimatu do wygenerowania krzywych IDF prognozowanych na 2100 rok dla czterech kanadyjskich miast. W każdym z symulowanych scenariuszy klimatycznych wykazano wzrost intensywności opadów oraz tym samym większe obciążenie systemów odwodnieniowych. Podobne tendencje wykazano dla miasta Fortaleza w Brazylii [212]. W pracy [213] przewiduje się, że zrzuty burzowe mogą wzrosnąć o 200% w stosunku do wartości projektowej z powodu samej urbanizacji, i aż o 450% ze względu na łączny wpływ urbanizacji i zmiany klimatu – dla Helsingborg w Szwecji. W pracy [179] przedstawiono wpływ zmian klimatu na system kanalizacji ogólnospławnej w miejscowości Fredikastad, w Norwegii. Wykazano znaczny wzrost strumieni ścieków oraz zwiększenie krotności działania przelewów burzowych, prognozowany na lata 2071–2100. W pracy [91] przewiduje się wzrost intensywności opadów deszczowych w Korei Południowej o 34% na 2050 rok i o 70% na 2080 rok. W Stanach Zjednoczonych przewiduje się wzrost intensywności opadów dobowych o 5-10% do połowy, i 10-20% do końca XXI wieku [113]. Również w Polsce zaznacza się tendencja zmiany struktury opadów: wydłużają się okresy bezopadowe, po których następują intensywne opady, niszczące uprawy, powodujące lokalne podtopienia, a nawet powodzie [200]. Zmiany te z pewnością wpłyną także na funkcjonowanie systemów odwodnieniowych [100, 129, 130].

Wzrost częstości występowania ekstremalnych opadów niewątpliwie spowoduje konieczność aktualizacji krzywych DDF i IDF [2, 181, 214]. Kwantyfikacja problemu, jak również odpowiednie planowanie zaradcze w celu zminimalizowania negatywnych skutków takich zdarzeń są już dziś pilnie potrzebne [98, 128, 209, 238]. W praktyce inżynierowie nie mają wyboru i muszą uwzględnić zmiany klimatu [11, 143], ponieważ obecny stan prawny w Polsce nakłada na projektantów systemów kanalizacyjnych obowiązek bezpiecznego ich wymiarowania, tj. z wykorzystaniem najnowszej dostępnej wiedzy [50, 119]. W pracy, na podstawie ciągłych obserwacji opadów we Wrocławiu z lat 1960–2018, podjęto próbę predykcji przyszłych opadów maksymalnych, miarodajnych do wymiarowania systemów odwodnieniowych projektowanych obecnie, a mających bezpiecznie funkcjonować w kilkudziesięcioletniej perspektywie.

2. Analiza stanu wiedzy

2.1. Matematyczny opis opadów deszczowych

2.1.1. Ogólnopolskie modele opadów

W strukturze czasowo-przestrzennej opadów występujących w Polsce (podobnie jak i w Niemczech) wyróżnia się trzy typy genetyczne opadów deszczowych [9, 20, 135, 229, 242], tj.: konwekcyjne – o małym zasięgu (krótkotrwałe, o czasie trwania do ok. 2 godzin), frontalne – o dużym zasięgu (o czasie trwania zwykle od 2 do 12 godzin) oraz niżowe – o regionalnym zasięgu (długotrwałe, najczęściej ponad 12 godzin). Do projektowania systemów kanalizacyjnych największe znaczenie mają intensywne opady, wywołujące największe przepływy w kanałach deszczowych czy ogólnospławnych. Deszcze ulewne pochodzą z chmur burzowych kłębiastych (cumulonimbus), trwają zwykle do kilkudziesięciu minut i cechują się dużą intensywnością i zróżnicowanym zasięgiem lokalnym, obejmując obszar od kilku do nawet kilkuset kilometrów kwadratowych. Występują w Polsce w miesiącach letnich, ściślej od maja do września, a najczęściej w lipcu.

Oceny wystąpienia opadów maksymalnych można dokonać na podstawie wskaźników apriorycznych, jak również za pomocą wskaźników statystycznych określających odchylenie badanej wartości od średniej wartości wieloletniej (zwanej również wartością normalną) [224]. Klasyfikacje opadów funkcjonują w literaturze światowej, jednak stosowanie ich w Polsce nasuwa wiele wątpliwości. Na przykład klasyfikacje opadów Sumnera [230] opracowane dla Wysp Brytyjskich i Europy Zachodniej nie mogą być bezkrytycznie stosowane do opisu opadów w Polsce, ze względu na odmienne warunki klimatyczne [136].

Jedna z najbardziej popularnych klasyfikacji opadów w Polsce, opracowana na bazie materiałów pluwialnych z lat 1858–1941, została zaproponowana przez Chomicza [40]. Klasyfikacja dzieli intensywne opady na 9 kategorii k w 4 głównych grupach: silne deszcze ($0 \le k < 1$), ulewy ($1 \le k < 3$), silne ulewy ($3 \le k < 5$) i deszcze nawalne ($k \ge 5$). Do wyodrębnienia opadów poszczególnych kategorii stosowana jest formuła [40]:

$$h_k = \sqrt{2^k} \sqrt{t} \tag{2.1}$$

gdzie: h_k – wysokość opadu (kategorii k), mm; k – numer kategorii (od 1 do 9); t – czas trwania deszczu, min. Interpretację graficzną wzoru (2.1) przedstawiono na rys. 2.1.



Rys. 2.1. Klasyfikacja opadów deszczu wg Chomicza [40]

W pracy [187] Olechnowicz-Bobrowska zaproponowała, na podstawie pomiarów z lat 1951–1960 z 81 stacji meteorologicznych w Polsce, sześciostopniową klasyfikację opadów dobowych – przedstawioną w tabeli 2.1.

Klasyfikacja opadów	Suma dobowa, mm
Bardzo słabe	0,1-1,0
Słabe	1,1-5,0
Umiarkowane	5,1-10,0
Umiarkowanie silne	10,1-20,0
Silne	20,1-30,0
Bardzo silne	≥30,1

Tabela 2.1. Klasyfikacja opadów dobowych wg [187]

Rozszerzenie skali Olechnowicz-Bobrowskiej o opady powodujące zagrożenie dla społeczeństwa (środowiska i gospodarki) zaproponowano w pracy [156], na podstawie analizy dobowych sum opadów zarejestrowanych w Polsce w latach 1971–2000 (tab. 2.2).

Гabela 2.2. Klasyfikacja opadów d	lobowych wg [156]	
-----------------------------------	-------------------	--

Klasyfikacja opadów	Suma dobowa, mm
Zagrażające	30,1-50,0
Groźne powodziowo	50,1-70,0
Powodziowe	70,1-100,0
Katastrofalne	≥100,1

Klasyfikację miesięcznych i rocznych sum opadów zaproponowała Kaczorowska w pracy [90], na podstawie analizy opadów miesięcznych z 30 stacji zlokalizowanych w Polsce i rejestrujących opady w latach 1813–1958. Podział okresowych sum opadów na 7 kategorii, w zależności od procentowego udziału w średniej z wielolecia, przedstawiono w tabeli 2.3.

Vlagufilmoio opodáw	Procent średniej sumy opadów, %			
Kiasylikacja opadow	dla miesięcy	dla roku		
Skrajnie suchy	<25	<50		
Bardzo suchy	25-49	50-74		
Suchy	50-74	75-89		
Normalny	75-125	90-110		
Wilgotny	126-150	111-125		
Bardzo wilgotny	151-175	126-150		
Skrajnie wilgotny	>175	>150		

Tabela 2.3. Klasyfikacja opadów miesięcznych i rocznych wg [90]

Związek wysokości (bądź intensywności) opadu z czasem jego trwania prezentowany jest najczęściej w postaci krzywych typu DDF (bądź IDF) dla różnych prawdopodobieństw *p* przewyższenia opadu (bądź zamiennie częstości występowania C = 1/p). Krzywe te stanowią rodzinę hiperbol o ogólnym równaniu [126]:

$$I = \frac{a}{(t+b)^n} + c \tag{2.2}$$

gdzie: a, b, c, n – współczynniki empiryczne, zależne od prawdopodobieństwa przewyższenia oraz od czynników klimatycznych i fizjograficznych.

W Polsce najczęściej stosowanym wzorem na natężenie opadów był fizykalny model Błaszczyka z 1954 roku, postaci [27]:

$$q = \frac{6,631\sqrt[3]{H^2C}}{t^{2/3}}$$
(2.3)

gdzie: q – jednostkowe natężenie deszczu, dm³/s·ha; t – czas trwania deszczu, min; H – wysokość opadu normalnego (średniego rocznego z wielolecia), mm; C – czę-stość występowania deszczu o natężeniu q lub wyższym, 1 raz na C lat.

Ogólnopolski model Błaszczyka oparty został na analizie statystycznej zbioru 79 deszczy kategorii k = 0 lub wyższej, wg klasyfikacji Chomicza, zarejestrowanych w Warszawie w latach 1837–1891 i 1914–1925. Model ten nie powinien być obecnie stosowany, m.in. ze względu na obserwowane, zwłaszcza od drugiej połowy XX wieku, zmiany klimatyczne [95, 119, 120, 126, 150, 249].

W połowie XX wieku powstały fizykalne modele opadów: Reinholda z roku 1940 [206] oraz Chomicza [41] i Lambora [141] z roku 1953, jednak modele te nie

zyskały takiej popularności jak model Błaszczyka, który był stosowany aż do początku obecnego stulecia.

Bogdanowicz i Stachý, na podstawie pomiarów deszczy w latach 1960–1990 na 20 stacjach meteorologicznych IMGW, opublikowali w 1998 roku tzw. charakterystyki projektowe opadów. Za podstawę opracowania przyjęto opady maksymalne, po jednym największym (dla każdego z analizowanych czasów trwania *t*) z każdego roku obserwacji – dla każdej z analizowanych stacji. W rezultacie opracowano ogólnopolski, regionalny (z wyłączeniem obszarów górskich) model probabilistyczny (oparty na rozkładzie Weibulla) postaci [32]:

$$h_{\max} = 1,42t^{0,33} + \alpha(R,t)(-\ln p)^{0,584}$$
(2.4)

gdzie: h_{max} – maksymalna wysokość opadu, mm; t – czas trwania deszczu, min; p – prawdopodobieństwo przewyższenia opadu; $\alpha(R, t)$ – parametr skali zależny od regionu Polski (wg rys. 2.2) i czasu t.



Rys. 2.2. Regiony opadów maksymalnych (R_1 – region centralny; R_2 – region północno-zachodni; R_3 – regiony południowy i nadmorski): a) dla czasów trwania deszczy $t \in [5; 60)$ min; b) dla $t \in [60; 720)$ min; c) dla $t \in [720; 4320]$ min [32]

W regionie centralnym Polski (R_1) parametr $\alpha(R, t)$ obliczany jest ze wzorów:

 $\alpha(R, t) = 4,693 \ln(t+1) - 1,249$ dla $t \in [5; 120) \min$ (2.5)

$$\alpha(R,t) = 2,223 \ln(t+1) + 10,639$$
 dla $t \in [120; 1080)$ min (2.6)

$$\alpha(R, t) = 3,01 \ln(t+1) + 5,173$$
 dla $t \in [1080; 4320]$ min (2.7)

Analogicznie, dla regionu północno-zachodniego (R_2) parametr $\alpha(R, t)$ obliczany jest ze wzoru:

$$\alpha(R, t) = 3,92 \ln(t+1) - 1,662$$
 dla $t \in [5; 30]$ min (2.8)

przy czym region północno-zachodni "zanika" po 30 min trwania opadów, a po czasie jednej godziny "przechodzi" do regionu centralnego (R_1). Implikuje to powstanie nieciągłości w przebiegu parametru $\alpha(R, t)$ w tym przedziale czasu, a co za tym idzie również h_{max} . Problem ten rozwiązano, dokonując interpolacji $\alpha(R, t)$ funkcją o równaniu:

$$\alpha(R, t) = 9,160 \ln(t+1) - 19,6$$
 dla $t \in (30; 60) \min$ (2.9)

Dla regionów południowego i nadmorskiego (R_3) parametr $\alpha(R, t)$ obliczany jest ze wzoru:

$$\alpha(R, t) = 9,472 \ln(t+1) - 37,032$$
 dla $t \in [720; 4320] \min(2.10)$

Model (2.4) znacznie zaniża wysokość opadów dla wykorzystywanego w praktyce inżynierskiej prawdopodobieństwa p = 1 (tab. 1.1), nie powinien więc być stosowany w oryginalnej formie w tym zakresie [119, 126, 149]. Rozwiązanie tego problemu zaproponowano w pracy [250], przez zastosowanie odpowiednich przeliczników statystycznych (podstawienie p = 0,632 zamiast p = 1).

2.1.2. Wrocławskie modele opadów

Poza modelami o zasięgu ogólnopolskim czy regionalnym, w literaturze przedmiotu można znaleźć kilka polskich modeli o zasięgu lokalnym – np. dla Krakowa [242], Legnicy [106], Warszawy [141], a także dla Bodzentyna, Kielc, Skroniowa, Suchedniowa i Świętego Krzyża na Wyżynie Kieleckiej [228]. Rozwój modeli lokalnych szczególnie dobrze widać na przykładzie Wrocławia, dla którego powstało na przestrzeni lat kilka modeli opadów – zarówno fizykalnych, jak i probabilistycznych.

Pierwszy model fizykalny opadów dedykowany dla Wrocławia opublikował w 1953 roku Lambor [141]:

$$I = \frac{43.7 - 15\log p}{(t + 0.03)^{0.7}}$$
(2.11)

gdzie: *I* – intensywność opadu deszczu, mm/h; *p* – prawdopodobieństwo przekroczenia opadu, %; *t* – czas trwania deszczu, h.

Drugi model fizykalny, oparty na zapisach opadów z lat 1898–1960 (z wyłączeniem lat 1934–1953), został opublikowany przez Wołoszyna w 1961 roku [253]:

$$I = \frac{a_p}{t+4} + c_p \tag{2.12}$$

przy czym:

$$a_p = \frac{4,326(5-p)}{p^{0,6051}} + 28,056 \tag{2.13}$$

$$c_p = 0.0427 - 0.00025p \tag{2.14}$$

gdzie: *I* – intensywność deszczu, mm/min; *t* – czas trwania deszczu, min; *p* – prawdopodobieństwo przekroczenia, %.

Podany model zalecany był dla deszczy o czasie trwania krótszym niż:

$$t = 187,063\sqrt{a_p} - 4 \tag{2.15}$$

a dla deszczy o dłuższych czasach trwania Wołoszyn zalecał model:

$$I = 0,0107\sqrt{a_p} + c_p - 0,0000286t$$
 (2.16)

W roku 1980 Sowiński, na podstawie 40 największych opadów w roku z 40 lat obserwacji (materiał źródłowy wykorzystane wcześniej przez Wołoszyna) zaproponował kolejny model fizykalny postaci [222]:

$$I = b_0 + b_1 \frac{1}{t} + b_2 \frac{1}{t^2}$$
(2.17)

gdzie: I – intensywność (maksymalna) miarodajnych opadów, mm/min; t – czas trwania deszczu, min; b_0 , b_1 , b_2 – współczynniki regresji, wg tabeli 2.4.

Częstość opadów, lata	b_0	b_1	<i>b</i> ₂
2	-0,016	17,062	-66,703
5	-0,017	24,076	-89,015
10	-0,021	29,235	-104,436
50	-0,029	41,515	-137,328

Tabela 2.4. Wartości współczynników b_0 , b_1 , b_2 do modelu (2.17)

Ze względu na ograniczenia stosowalności wzoru do czasu trwania 105 min oraz braku współczynników b_0 , b_1 i b_2 dla C = 1 rok model ten nie był stosowany do wymiarowania systemów odwodnieniowych.

W roku 2005 Licznar i Łomotowski, dla danych pluwiograficznych ze stacji Wrocław-Swojec z wielolecia 1975–2002 (z pominięciem lat 1976, 1983, 1985, 1988 i 1993 z powodu braku kompletnych zapisów opadów), zaproponowali model fizykalny postaci [148]:

$$q = \frac{a}{(t+b)^n} + c \tag{2.18}$$

gdzie: q – jednostkowe natężenie opadów miarodajnych, dm³/s·ha; t – czas trwania deszczu, $t \in [5; 180]$ min; a, b, c, n – współczynniki regresji zależne od prawdopodobieństwa wg tabeli 2.5.

Prawdopodobieństwo, %	а	b	С	п
100	1537,239	4,787518	6,351722	0,949642
50	643645564	64,88700	20,62691	3,535880
20	82413,63	19,57292	20,40978	1,752958
10	713,8329	-3,88429	-210,067	0,218073
5	6333,504	-4,51958	5895,74	0,013270

Tabela 2.5. Wartości współczynników a, b, c i n do modelu (2.18)

W roku 2010 zespół kierowany przez profesora Kotowskiego opublikował na podstawie opadów zarejestrowanych we Wrocławiu-Strachowicach w latach 1960–2009 probabilistyczny model opadów dla Wrocławia, oparty na rozkładzie Weibulla [126]:

$$h_{\max} = -4,58 + 7,41t^{0,242} + (97,11t^{0,0222} - 98,68)(-\ln p)^{0,809}$$
(2.19)

gdzie: h_{max} – maksymalna wysokość opadów, mm; t – czas trwania deszczu, $t \in [5; 4320]$ min; p – prawdopodobieństwo przekroczenia, $p \in [0,01; 1]$. Maksymalne wysokości opadów wg (2.19) na tle pomiarów przedstawiono na rys. 2.3.



Rys. 2.3. Maksymalne wysokości opadów wg (2.19) na tle pomiarów we Wrocławiu w latach 1960–2009

Następnie w roku 2012 opracowano fizykalny model opadów dla Wrocławia dla deszczy zdarzających się częściej niż raz w roku [97]:

$$h_{\max} = -4,58 + 7,41t^{0,242} + 1,47t^{0,330} \ln C$$
(2.20)

gdzie: C – częstość występowania opadów (od 1 do 10 razy w roku, tj. $C \in [0,1; 1]$), lata.

Opracowany model ma zastosowanie w modelowaniu krotności działania przelewów burzowych [96] i nie ma odpowiednika w literaturze przedmiotu. Dystrybuanty teoretyczne wg (2.20) na tle pomiarów maksymalnych wysokości opadów przedstawiono na rys. 2.4.



Rys. 2.4. Maksymalne wysokości opadów wg (2.20) na tle pomiarów we Wrocławiu w latach 1960–2009

2.1.3. Formułowanie probabilistycznych modeli opadów

Modele probabilistyczne (oparte na teoretycznych rozkładach prawdopodobieństwa) uważane są za najdokładniejsze i są już obecnie standardem w konstruowaniu zależności wysokości opadu od czasu jego trwania i prawdopodobieństwa przekroczenia [32, 119, 126]. W celu wyznaczenia teoretycznego rozkładu prawdopodobieństwa zmiennej losowej należy w pierwszej kolejności zestawić nierosnąco próbę losową ($x_1 \ge x_2 \ge ... \ge x_N$), a następnie przypisać poszczególnym elementom z próby empiryczne prawdopodobieństwo przekroczenia [42]:

$$p = \frac{m}{N+1} \tag{2.21}$$

gdzie: m – miejsce danego wyrazu w uporządkowanym nierosnąco ciągu wysokości opadów; N – liczba lat obserwacji.

Próbę losową (wysokości opadów) można wybrać jedną z trzech metod – maksimów rocznych, przewyższeń powyżej progu odcięcia oraz przeglądu zupełnego. Pierwsza z metod polega na wybraniu do analizy jedynie po jednej największej wartości z każdego roku obserwacji, druga uwzględnia wszystkie wartości powyżej przyjętego progu, trzecia natomiast uwzględnia cały zbiór danych. Przy odpowiednim ustawieniu progu odcięcia, druga z metod jest efektywna i rekomendowana obecnie do formułowania modeli opadów [126, 228, 246].

Na podstawie własnych badań, do opracowywania modeli opadów autor monografii proponuje, w warunkach Polskich, przyjmowanie progu odcięcia na poziomie:

$$h_{\min} = 3.5t^{0.275} \tag{2.22}$$

Wyznaczenie teoretycznej funkcji rozkładu prawdopodobieństwa najlepiej dopasowanej do badanego zjawiska nie jest procesem łatwym, gdyż nie dysponujemy przesłankami teoretycznymi umożliwiającymi jednoznaczne ustalenie typu rozkładu, właściwego dla zmiennej opisującej badane zjawisko [89, 193]. Najczęściej używanymi w hydrologii do opisu zjawisk maksymalnych są rozkłady Frécheta, gamma, Gumbela, log-normalny i Weibulla [22, 87, 123, 126, 190, 223, 227, 228, 247], a także najnowszy w zestawieniu, uogólniony rozkład wykładniczy (GED – ang. *generalized exponential distribution*) [72, 73, 74, 99]. Liczne analizy porównawcze wyróżniają rozkłady GED oraz Weibulla jako najlepsze do opisu opadów maksymalnych w warunkach Polskich [32, 97, 123, 125, 126].

Dla zmiennych typu ciągłego rozkład prawdopodobieństwa określany jest za pomocą funkcji gęstości:

$$f(x, g_1, g_2, \dots, g_k)$$
 (2.23)

gdzie: g_i są parametrami rozkładu. Aby ocenić wartości liczbowe parametrów za pomocą danych statystycznych, należy z góry założyć typ funkcji gęstości. Wszystkie metody oszacowania nieznanego parametru g_i polegają na znalezieniu takiej funkcji elementów próby losowej

$$\hat{g}_i = g_i(x_1, x_2, \dots, x_N)$$
 (2.24)

która może być przyjęta jako przybliżona wartość parametru. Wartość \hat{g}_i nazywamy estymatorem z próby losowej.

Do najczęściej stosowanych metod wyznaczania estymatorów należą metoda momentów, metoda momentów liniowych, metoda charakterystyk pozycyjnych (kwantyli) oraz metoda największej wiarygodności [42, 53, 89, 193, 225, 244]. Metoda największej wiarygodności umożliwia otrzymywanie najefektywniejszych estymatorów, choć jej stosowanie związane jest zazwyczaj z dużymi trudnościami obliczeniowymi [94]. Istota metody największej wiarygodności polega na znalezieniu takich wartości parametrów $g_1, g_2, ..., g_k$, dla których funkcja wiarygodności (L)

$$L = f(x_1, g_1, g_2, \dots, g_k) \cdot f(x_2, g_1, g_2, \dots, g_k) \cdot \dots \cdot f(x_N, g_1, g_2, \dots, g_k) \quad (2.25)$$

lub jej logarytm osiągają maksimum. Warunek taki prowadzi do układu równań:

$$\frac{\partial L}{\partial g_1} = 0, \frac{\partial L}{\partial g_2} = 0, \dots, \frac{\partial L}{\partial g_k} = 0$$
(2.26)

lub alternatywnie:

$$\frac{\partial \ln L}{\partial g_1} = 0, \frac{\partial \ln L}{\partial g_2} = 0, \dots, \frac{\partial \ln L}{\partial g_k} = 0$$
(2.27)

z którego otrzymamy poszukiwane wartości estymatorów \hat{g}_i .

Logarytmy funkcji wiarygodności rozkładów prawdopodobieństwa GED oraz Weibulla przedstawiają równania:

$$\ln L_{GED} = N \ln \alpha_{GED} + N \ln \beta_{GED} - \sum_{i=1}^{N} (\beta_{GED} (x_i - \mu_{GED})) + (\alpha_{GED} - 1) \sum_{i=1}^{N} \ln (1 - e^{-(x_i - \mu_{GED})\beta_{GED}})$$
(2.28)

$$\ln L_{W} = N \ln \alpha_{W} - N \alpha_{W} \ln \beta_{W} + (\alpha_{W} - 1) \sum_{i=1}^{N} \ln(x_{i} - \mu_{W})$$
$$-\sum_{i=1}^{N} \left(\frac{x_{i} - \mu_{W}}{\beta_{W}}\right)^{\alpha_{W}}$$
(2.29)

gdzie: α_{GED} – parametr kształtu rozkładu GED; β_{GED} – parametr skali rozkładu GED; μ_{GED} – dolne ograniczenie rozkładu GED, mm; α_W – parametr kształtu rozkładu Weibulla; β_W – parametr skali rozkładu Weibulla; μ_W – dolne ograniczenie rozkładu Weibulla, mm.

Dysponując parametrami rozkładów, zależność wysokości opadów od prawdopodobieństwa przewyższenia można opisać kwantylami w postaci równań:

$$h_{\rm GED} = \mu_{\rm GED} - \frac{1}{\beta_{\rm GED}} \ln \left(1 - (1 - p)^{1/\alpha_{\rm GED}} \right)$$
(2.30)

$$h_{\rm W} = \mu_{\rm W} + \beta_{\rm W} \left(-ln(p)\right)^{1/\alpha_{\rm W}} \tag{2.31}$$

W pracach [32, 126] zaproponowano, aby modele opadów opracowywać w Polsce na podstawie pomiarów maksymalnych wysokości opadów w 16 czasach ich trwania, tj.: 5, 10, 15, 30, 45, 60, 90, 120, 180, 360, 720, 1080, 1440, 2160, 2880 i 4320 min. Również zagraniczni badacze uwzględniają krótkotrwałe opady (5, 10 i 15 min) przy formułowaniu krzywych natężenia opadów, z uwagi na ich znaczenie w projektowaniu i modelowaniu systemów odwodnieniowych [214].

Ze względu na fakt, że do początku XXI wieku zapis opadów deszczowych odbywał się w Polsce w sposób analogowy na paskach pluwiograficznych z 10-minutową przedziałką, odczytywanie z nich 5 i 15-minutowych wysokości opadów jest bardzo czasochłonne i wymaga dużej staranności. Jak wykazano w pracach [104, 105], uwzględnienie danych 5-minutowych jest jednak niezbędne – w przypadku pominięcia tych danych na etapie formułowania modeli, otrzymane wzory błędnie szacują wartość maksymalnych wysokości opadów trwających 5 min, co przedstawiono na rys. 2.5.



Rys. 2.5. Porównanie z danymi pomiarowymi wysokości opadów 5-minutowych szacowanych modelami: uwzględniającym pomiary 5-minutowe (kolor czerwony) i nieuwzględniającym pomiary 5-minutowe (kolor niebieski), dla rozkładów GED oraz Weibulla [104, 105]

Zgodność rozkładów teoretycznych z danymi pomiarowymi bada się za pomocą testów statystycznych. Zastosowanie znajdują tutaj przede wszystkim testy Andersona–Darlinga [48, 83] i λ -Kołmogorowa [126, 133]. Statystyki tych testów liczone są odpowiednio z równań:

$$A^{2} = -N - \frac{1}{N} \sum_{i=1}^{N} (2i - 1) \left[\ln F(x_{i}) + \ln \left(1 - F(x_{N-i+1}) \right) \right]$$
(2.32)

$$\lambda = D_{\max}\sqrt{N} \tag{2.33}$$

gdzie: F(x) – dystrybuanta rozkładu teoretycznego; $D_{max} = max|p(m, N) - p|$ – maksymalna rozbieżność pomiędzy prawdopodobieństwem empirycznym a teoretycznym.

Hipoteza zerowa o zgodności rozkładów jest przyjmowana, gdy dane pomiarowe pasują do rozpatrywanego rozkładu na zadanym poziomie istotności (najczęściej 95%) – statystyka testu jest mniejsza niż wartość krytyczna A_{kr}^2 lub λ_{kr} . Hipoteza alternatywna, o niezgodności rozkładów z danymi pomiarowymi, przyjmowana jest w przeciwnym przypadku.

Wśród rozkładów spełniających wybrany test zgodności wybrać należy najlepszy. Do oceny rozkładów stosowane są najczęściej kryteria informacyjne [117, 140, 267], tj. kryterium informacyjne Akaike:

$$AIC = -2\ln L + 2k \tag{2.34}$$

lub bayesowskie kryterium informacyjne Schwartza:

• •

$$BIC = -2\ln L + k\ln N \tag{2.35}$$

gdzie: *k* – liczba estymowanych parametrów.

Oba kryteria składają się z dwóch części. Pierwsza opisuje miarę dopasowania modelu, druga natomiast określa jego prostotę. Kryteria informacyjne umożliwiając więc wybierać modele dobrze dopasowane, a zarazem możliwie jak najprostsze (nie "przeuczone"). Za najlepszy uznaje się taki model, dla którego kryterium informacyjne uzyskuje wartość najniższą.

Oceny modeli można również dokonać za pomocą względnego średniokwadratowego błędu resztkowego [145]:

$$rRMSE = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^{N} \left(\frac{h_{t,i} - h_{e,i}}{h_{e,i}}\right)^2}$$
(2.36)

gdzie: h_t – teoretyczna wysokość opadu, mm; h_e – empiryczna wysokość opadu, mm.

2.2. Obserwowane zmiany klimatu

2.2.1. Globalne zmiany klimatu

Do wykrycia trendów zmian w długich szeregach czasowych stosowane są powszechnie testy statystyczne, które odpowiadają na pytanie, czy zmierzone kolejno wartości mają tendencję do (stopniowego) zwiększania lub zmniejszania się [75, 160, 259]. Do najczęściej stosowanych testów należą regresja liniowa (y = ax + b) i nieparametryczny test Manna–Kendalla, w którym analizuje się znak różnicy między kolejno zmierzonymi wartościami { $x_1, x_2, ..., x_n$ }. Nowo zmierzona wartość porównywana jest do wszystkich poprzednich, co daje łącznie n(n - 1)/2 możliwych par danych. Statystyka *S* testu Manna–Kendalla obliczana jest z zależności [109, 163]:

$$S = \sum_{i=1}^{n-1} \sum_{j=i+1}^{n} \operatorname{sgn}(x_j - x_i)$$
(2.37)

gdzie:

$$\operatorname{sgn}(x_{j} - x_{i}) = \begin{cases} 1 \operatorname{przy}(x_{j} - x_{i}) > 0\\ 0 \operatorname{przy}(x_{j} - x_{i}) = 0\\ -1 \operatorname{przy}(x_{j} - x_{i}) < 0 \end{cases}$$
(2.38)

Nieparametrycznym współczynnikiem korelacji rangowej w teście Manna–Kendalla jest statystyka τ określona zależnością:

$$\tau = \frac{S}{n(n-1)/2}$$
(2.39)

przyjmująca wartości z zakresu [-1; 1]. Dodatnie wartości tej statystyki świadczą o występowaniu tendencji rosnącej, natomiast ujemne o tendencji malejącej. Wartości w pobliżu zera świadczą natomiast o braku występowania tendencji.

Zmiany analizowanej tendencji w czasie można opisać za pomocą współczynnika kierunkowego β wyrażonego estymatorem Sena, obliczonego z uwzględnieniem wszystkich i < j (dla i = 1, 2, ..., n - 1 oraz j = 2, 3, ..., n) [219]:

$$\beta = \text{mediana}\left(\frac{x_j - x_i}{j - i}\right) \tag{2.40}$$

Zmiany (wzrosty lub spadki) na poziomie istotności statystycznej $\alpha < 0,05$ (powyżej 95%) uważa się za istotne statystycznie. Za tendencję bliską istotności statystycznej przyjmuje się zmiany dla $0,05 \le \alpha < 0,10$, natomiast za jedynie tendencję do zmian przyjmuje się zmiany dla $0,10 \le \alpha < 0,25$. Zmiany na poziomie istotności $\alpha \ge 0,25$ (poniżej 75%) uznaje się za nieistotne i bez określonego kierunku zmian [200].

Piąty raport Międzyrządowego Zespołu ds. Zmian Klimatu IPCC (ang. *Inter-Governmental Panel on Climate Change*) z 2013 roku wskazuje, że globalna temperatura powietrza na powierzchni ziemi wzrosła od 1900 r. o około 0,78°C, przy czym w ostatnich dziesięcioleciach tendencja ta była większa [226]. Mapę obserwowanych na świecie zmian temperatury w latach 1901–2012 przedstawiono na rys. 2.6.



Rys. 2.6. Mapa obserwowanych zmian temperatury powietrza (w °C) w latach 1901–2012. Pola siatki, w których trend jest istotny statystycznie oznaczono znakiem +. Obszary, dla których nie było dostatecznie dużo wiarygodnych danych pozostawiono białe [226]

Maksymalna masa pary wodnej w atmosferze zwiększa się o około 7% wraz ze wzrostem temperatury o 1°C, zgodnie z równaniem Clausiusa–Clapeyrona [81, 146, 194]. Należy oczekiwać zatem, że zwiększenie dostępności wilgoci w atmosferze spowoduje również wzrost intensywności ekstremalnych opadów deszczowych [54, 185, 236, 239].

Na rysunku 2.7 przedstawiono mapę obserwowanych zmian rocznych sum wysokości opadów w latach 1951–2010, opublikowaną w raporcie IPCC z 2013 roku. Podobnie jak w przypadku temperatury, dynamika zmian rocznych wysokości opadów jest znacznie większa w ostatnich dekadach, względem pierwszej połowy XX wieku [226].

W pracy [6] wykazano bezpośredni związek pomiędzy cieplejszym klimatem i wzrostem ekstremalnych opadów atmosferycznych, zarówno w obserwacjach satelitarnych, jak i modelach symulacyjnych. Autorzy podkreślają, że obserwowane zwiększenie intensywności opadów ekstremalnych jest większe niż symulowane z modeli. Oznacza to, że prognozy dotyczące ekstremalnych opadów związane z globalnym ociepleniem mogą być również zaniżone. Prognozowany wzrost ekstremalnych opadów wynosi 6,5% na każdy wzrost temperatury o 1°C [7].



Rys. 2.7. Mapa obserwowanych zmian rocznych sum wysokości opadów (w mm/dekadę) w latach 1951–2010. Pola siatki, w których trend jest istotny statystycznie oznaczono znakiem +. Obszary, dla których nie było dostatecznie dużo wiarygodnych danych pozostawiono białe [226]

Średni opad roczny na ziemi (z wyłączeniem Antarktydy oraz obszarów mórz i oceanów) wzrósł o 9 mm w ciągu XX wieku (średnio 0,89 mm/dekadę), przy średniej około 950 mm rocznie. W ujęciu regionalnym opady wzrosły na większości obszarów lądowych, z wyjątkiem Afryki Północnej i części Afryki Południowej, Amazonii i zachodniej części Ameryki Południowej [177]. W skali globalnej maksymalne opady dobowe wzrosły w latach 1901–2010 średnio o 5,73 mm (względnie o 8,5%), przy czym trend rosnący wykazano dla 66,2% obszarów ziemi (18% – istotny statystycznie na poziomie ufności powyżej 95%). Dla pozostałych 33,8% obszarów wykazało trend malejący (4% – istotny statystycznie) [15].

2.2.2. Zmiany wysokości opadów w Europie

Zmienność opadów w skali kontynentalnej opisano m.in. w pracy [171], gdzie analizowano wysokości opadów dobowych z 81 stacji meteorologicznych, zlokalizowanych w Europie i rejestrujących opady w całym XX wieku. Odnotowano rosnące tendencje intensywności opadów, zwłaszcza w okresie zimowym. W okresie letnim odnotowano nieznaczne trendy malejące w Skandynawii oraz nieznaczne trendy rosnące w Europie Środkowej i Zachodniej. W pracy [159] stwierdzono podobne tendencje w latach 1950–2008 na podstawie analizy danych dobowych z 366 stacji meteorologicznych zlokalizowanych w całej Europie. W pracy [114] na podstawie analizy dobowych danych opadowych ze 151 stacji wykazano trendy rosnące wysokości opadów w analizowanych latach 1946–1999, zwłaszcza w odniesieniu do wartości ekstremalnych.

W Europie Zachodniej problem podejmowany był np. w pracy [80], gdzie analizowano zmienność miesiecznych sum opadów w okresie 1951–2006 dla przeszło 200 stacji w środkowo-wschodnich Niemczech. Analiza trendów opadów wykazuje podobne wyniki dla wszystkich regionów na badanym obszarze – wzrost sum opadów w okresie zimowym, spadek w okresie letnim oraz brak trendu w okresach wiosennym i jesiennym, co zbieżne jest z wynikami [241] z lat 1901–2000 ze 132 stacji niemieckich. W pracy [173] analizowano opady dobowe z lat 1951–2006 z 2342 stacji (średni dystans pomiędzy stacjami 12 km) w Niemczech, gdzie trendy w dobowych sumach opadów pokazują nie tylko wyraźne wzorce przestrzenne, ale także bardzo wyraźna sezonowość – coraz wilgotniej zima, wiosna i jesienia, a coraz suszej latem. W pracy [266] analizowano ekstremalne opady (percentyle 95 i 99%) z 2125 stacji z opadami dobowymi z lat 1950–2004. Wykazano zmiany w góre o 5–13% na dekade zima, wiosna i jesienia oraz ujemne tendencje na poziomie 3–9% na dekadę w okresie letnim. W Holandii, na podstawie analizy opadów godzinowych z lat 1906–2010 prognozuje sie wzrost intensywności opadów o 10-14% na wzrost temperatury o 1°C [146]. W Belgii odnotowano w latach 1959–2010 wzrost ekstremalnych opadów dobowych o 4 mm [256]. W pracy [31] analizowano wysokości opadów dobowych we Francji w okresie zimowym (trendy obu znaków), natomiast w [26] wykazano bardzo duże trendy rosnace maksymalnych opadów dobowych dla niektórych regionów na południu kraju. Przewiduje się, że w ciągu 20 lat maksymalne opady dobowe mogą w nich wzrosnać nawet o 62 mm (40%). Zmiany opadów deszczowych w Szwajcarii badano na podstawie danych z 104 stacji (średnio 20 km między stacjami) z lat 1901–2000. Stuletni zimowy wzrost wynosi od 10 do 30%. W pozostałych okresach nie wykazano istotnych statystycznie tendencji, jednak w przypadku pojedynczych stacji wykazano wzrost opadów w okresie letnim o 20% [217]. W Szwajcarii badano także maksymalne opady dobowe z lat 1901–2014 z 185 stacji – 91% serii wykazuje tendencje wzrostowe, przy średniej zmianie 10,4% w 100 latach (31% - istotne statystycznie) [215].

W Europie Północnej zmienność opadów deszczowych badana była m.in. Sheffield w Anglii, gdzie na podstawie pomiarów z lat 1883–2015 stwierdzono trendy rosnące ekstremalnych wartości opadów dobowych (percentyl 95%) [45]. Wzrost sum sezonowych w okresie zimowym oraz zmniejszenie w okresie letnim wykazano na podstawie obserwacji dobowych sum opadów z lat 1961–2000 z ponad 100 stacji w Wielkiej Brytanii [192]. Badania w Szkocji wykazały trendy rosnące maksymalnych sum dobowych na większości z 28 analizowanych stacji z ciągami pomiarowymi od 30 do 80 lat [1]. Roczne opady w Irlandii wzrosły na północy (w Malin Head odnotowano wzrost o ponad 350 mm od 1890 r.), przy niewielkich

spadkach sumy na południu [165]. Przeprowadzona analiza maksymalnych wysokości opadów dobowych z 8 irlandzkich stacii z lat 1940–1995 wykazała, że około 75% ekstremalnych wydarzeń dobowych nastąpiło po 1975 roku [111]. W Islandii na podstawie danych z 3 stacji z lat 1881–2002 wykazano wzrosty wysokości opadów, w tym istotny statystycznie w Vestmannaeyjar, gdzie linia trendu bazowego zwiększyła się o 21% od 1881 do 2002 roku [77]. Podobne tendencje występują w Danii, gdzie w latach 1875–2007 średnia suma opadów wzrosła aż o 218 mm (względnie 26%) [92]. Analiza ekstremalnych opadów dobowych z 70 stacji z lat 1979–2009 wykazała ogólny wzrost liczby wydarzeń o około 2% rocznie dla opadów od czasach trwania od 1 min do 24 godzin [71]. Roczne opady na Archipelagu Svalbard w Norwegii wzrosły średnio o 4% na dekadę [64, 78, 79], a analiza opadów dobowych o czestości wystepowania C = 5 lat z 211 stacji wykazała trendy rosnace w 2/3 stacji w Norwegii, w XX wieku [5]. Projekcje opadów dla Szwecji na koniec bieżącego stulecia przewidują wzrost wysokości opadów w okresie letnim o 4% i 21%, odpowiednio dla północy i południa kraju [153]. Podobnie w Finlandii, gdzie prognozuje się wzrost rocznej wysokości opadów od 1,1 do 4,2 mm na dekadę [88, 147, 189]. Analiza opadów dobowych z 600 stacji w Finlandii z lat 1961–2010 wykazała trendy rosnace 26,1 mm/dekade, a dla opadów ekstremalnych (percentyl 95%) 18,4 mm/dekadę [85, 258]. Badania wyników pomiarów opadów z 59 stacji w krajach bałtyckich (17 Litwa, 32 Łotwa, 10 Estonia) z lat 1922–2007 wykazały, że w latach 1981–2007 średnia wysokość opadów była 18% wieksza niż w latach 1961–1990 [132]. Istotne statystycznie wzrosty sezonowych sum opadów w regionie od 1951 roku odnotowano także w pracy [86] (na poziomie 12,7 mm/dekade) oraz w pracy [118]. Ekstremalne opady dobowe mierzone na 40 stacjach w latach 1961–2008 w Estonii zwiększyły się o 10,3 i 4,2% (odpowiednio percentyle 95 i 99%) [197]. Na Łotwie na podstawie analizy pomiarów opadów dobowych na 14 stacjach z lat 1950–2010 wykazano zwiekszenie liczby dni z opadami ekstremalnymi (percentyle 95 i 99%) [16, 17]. W pracy [211] prognozuje się wzrost sumy rocznych opadów od 6% do 15% do końca XXI wieku, w zależności od scenariusza zmian klimatu (największy zimą, 20–50%). Na Litwie analiza danych z 17 stacji z lat 1961–2008 wykazała rosnące trendy liczby dni z opadem przekraczającym 10 mm – na każdej z badanych stacji. Symulacje wskazują na wzrost rocznej sumy opadów o 22% na koniec XXI wieku, a także dalszy wzrost liczby dni z ekstremalnymi opadami w roku [207].

W literaturze przedmiotu nie ma wielu publikacji opisujących zmienność opadów w Europie Wschodniej. Na Białorusi stwierdzono trendy malejące rocznej sumy wysokości opadów [110]. W Mińsku średnia roczna suma opadów w latach 1987–2007 była mniejsza aż o 109 mm niż w latach 1961–1990, przy czym największy spadek odnotowano w okresie letnim [240]. Na Ukrainie analiza pomiarów z 50 stacji z lat 1991–2010 wykazała dla środkowej Ukrainy nieznaczny wzrost wysokości opadów, dla północnej i zachodniej części kraju wzrost znaczny, natomiast we wschodniej i południowej Ukrainie znaczny spadek [199]. Analiza opadów z 28 stacji z lat 1951–2005 wykazała tendencje do zmniejszania udziału ekstremalnych opadów w całkowitej liczbie opadów, przy czym występują również regiony z tendencją odwrotną [243]. Scenariusze zmian klimatu przewidują już jednak wzrost rocznych i dobowych sum opadów do 15% do końca wieku [55]. W latach 1891–2010 w Mołdawii opady roczne wzrosły o 66 mm. Podobne trendy zaobserwowano na podstawie badań trendów z lat 1887–2008 [191]. W ciągu ostatnich 50 lat odnotowano trendy rosnące liczby dni z opadami przewyższającymi 10 i 20 mm oraz opadami ekstremalnymi (percentyle 95 i 99%) [235]. Liczba dni z opadami przewyższającymi 20 mm wzrosła o 23% w północnej części Mołdawii i spadła o 4,3% w części południowej, natomiast jeśli chodzi o dni z opadami powyżej 50 mm zanotowano ich wzrost aż o 42% [116]. Analiza 24 stacji z opadami dobowymi z lat 1971–2010 w Gruzji wykazała wzrost liczby dni z opadami powyżej 20 mm oraz dni z opadami ekstremalnymi (percentyle 95 i 99%) [108].

W przypadku zmian wysokości opadów w Europie Południowej literatura przedmiotu jest bardzo obszerna. W Rumunii analizowano dane opadowe z 2 stacji z lat 1961–2004. Na jednej stacji wykazano trend malejący (–30 mm/dekadę), na drugiej trend rosnacy (13 mm/dekade) [10]. W innych badaniach 10 stacji z lat 1961–2010, w przypadku 8 stacji zanotowano nieistotny statystycznie trend rosnacy rocznych sum opadów (od 5,4 do 18,2 mm/dekade), a dla 2 pozostałych stacji zanotowano trendy malejące, w tym jeden istotny statystycznie (-27,2 mm/dekade) [203]. Z kolei analiza 5 stacji na południu kraju wykazała 4 trendy malejace i 1 rosnący w zakresie rocznej sumy opadów [205]. Analiza maksymalnych opadów dobowych z 34 stacji z lat 1961–2013 w Rumunii wykazała trendy rosnące w przypadku 43% stacji (w tym 14% istotnych statystycznie), trendy malejące w przypadku 24% stacji (w tym 6% istotnych statystycznie) oraz 33% stacji bez trendów. W przypadku maksymalnych opadów dobowych (percentyle 95% i 99%) zanotowano trendy rosnące na poziomie 3,17 i 0,47 mm/dekadę [46]. W Serbii analizowano opady miesięczne z 10 stacji z lat 1949–2011 i wykazano trendy rosnace występowania okresów ekstremalnie suchych oraz ekstremalnie mokrych [237]. W pracy [225] analizowano z kolei dane z 27 stacji z lat 1951–2010. Odnotowano malejace trendy rocznych sum opadów na wschodzie i południu oraz trendy rosnące w pozostałych częściach kraju. Analiza opadów rocznych w Bułgarii na przestrzeni XX wieku wykazała w skali kraju trendy malejące [3, 4, 180, 208]. W pracy [29] wykazano istotne statystycznie rosnące trendy liczby dni z opadem przekraczającym 100 mm w okresie 1951–2010 na podstawie analizy opadów ze stacji zlokalizowanych w całym kraju. Liczba ekstremalnych zdarzeń deszczowych wzrosła szczególnie w okresie letnim. W Macedonii analizowano opady z 4 stacji z lat 1925–2003 i wykazano trendy malejące rocznej sumy opadów [265].

W większości regionów śródziemnomorskich w latach 1901–2009 odnotowano statystycznie istotne (95% poziomy ufności) trendy malejące rocznych sum wysokości opadów [198]. Z kolei w pracy [70] przewiduje się dalszy spadek średniej wysokości opadów w rejonach Morza Śródziemnego i Europy Południowej, z jednoczesnym wzrostem wartości ekstremalnych do końca XXI wieku. W Grecji na podstawie badań z lat 1956–2002 z 26 stacji stwierdzono trendy malejące rocz-

nej sumy opadów w całym kraju [174], co potwierdzają również badania danych z 22 stacji w okresie 1955–2001 [61] oraz badania [93]. Na podstawie danych dobowych z lat 1957–2001 z 21 stacji wykazano istnienie pozytywnych tendencji, nieistotnych statystycznie, dziennych sum wysokości opadów przekraczających 30 i 50 mm we wschodnich i południowo-wschodnich regionach kraju [175]. Na podstawie najdłuższej dostępnej w Grecji serii pomiarowej z lat 1891–2004 wykazano w Atenach trend malejący liczby dni z opadem, z jednoczesnym trendem rosnącym liczby dni z opadami ekstremalnymi przekraczającymi 10, 20, 30 i 50 mm, przy czym najwieksze wzrosty odnotowano w ostatnich dwóch dekadach [176]. W Albanii w latach 1961–2000 zanotowano istotny statystycznie spadek rocznej wysokości opadów [139]. Przewiduje się dalszy spadek rocznej wysokości opadów o 3–4% do 2025 i o kolejne 6% do 2100 roku [234]. W Czarnogórze badano dane z 23 stacji z lat 1951–2010. Roczny trend opadowy ma tendencję do zmniejszania się w południowo-zachodnich częściach kraju, natomiast północne części wykazywały dodatnie roczne tendencje. Z kolei dni z opadami ekstremalnymi (percentyl 95%) wykazują pozytywne tendencje w skali rocznej, głównie w centralnych częściach Czarnogóry (statystycznie istotne na siedmiu stacjach) [36]. W Chorwacji na podstawie pomiarów z 137 stacji z lat 1961–2010 stwierdzono negatywne tendencje rocznej wysokości opadów w 6 regionach oraz pozytywny trend w jednym. W odniesieniu do liczby dni z opadami ekstremalnymi (percentyl 95%) wykazano spadek w pięciu regionach i wzrost w dwóch [67]. W pracy [155] badano opady miesięczne z lat 1918–1999 z 211 stacji we Włoszech. Wykazano trendy malejące rocznej wysokości opadów na poziomie około -35 mm/dekade, co daje spadek o około 280 mm w okresie 1918–1999, lub 23% wartości rocznej. W pracy [33] wykazano natomiast trendy rosnące maksymalnych wysokości opadów dobowych w XX wieku.

W Andorze na podstawie zapisów z 3 stacji z lat 1934–2008 wykazano tendencję malejącą rocznej sumy wysokości opadów na poziomie –4,26 mm/dekadę [59]. W pracy [69], na podstawie miesięcznych sum opadów z 2670 stacji w Hiszpanii z lat 1946–2005, wykazano brak istotnych statystycznie trendów rocznych sum opadów, jednak istotne i spójne przestrzennie trendy zostały zidentyfikowane w skali miesięcznej, szczególnie w marcu (głównie ujemne) i październiku (głównie dodatnie). Podobne wyniki wykazano w [158] dla Walencji na podstawie analizy danych dobowych z 97 stacji z lat 1950–1990. Z kolei w pracach [157, 202] wykazano niewielkie wzrosty rocznej sumy opadów w niektórych regionach kraju. W pracy [8] analizowano dobowe sumy opadów z 156 stacji z lat 1955-2006, gdzie odnotowano istotny statystycznie spadek liczby wydarzeń o dużej intensywności (percentyl 80%). Spadek dobowych opadów ekstremalnych (percentyl 95%) zanotowano również w Katalonii na podstawie obserwacji z 74 deszczomierzy, z pomiarami od 30 do 76 lat [142]. Prognozy bazujace na modelach klimatycznych przewiduja dalszy spadek rocznej sumy opadów w Hiszpanii [39]. W pracy [151] analizowano roczne sumy opadów na podstawie danych z 14 stacji (niektóre szeregi czasowe sięgają XIX w.) zlokalizowanych w kontynentalnej części Portugalii oraz na Maderze i Azorach. Wyniki nie wykazuja trendów zmian, jednak dla dłuższych szeregów czasowych zauważono sekwencje naprzemiennie malejących i rosnacych trendów w rocznych i miesiecznych sumach opadów, niekiedy statystycznie istotnych. W pracy [196] na podstawie danych z miesięcznych sum opadów z 27 stacji z lat 1941–2006 również nie wykazano trendów w rocznej sumie opadów, jednak wykazano istotne statystycznie ujemne trendy w marcu (na 26 stacjach) oraz dodatnie w październiku (na 17 stacjach). W pracy [152] analizowano ekstremalne opady dobowe z 57 stacji z lat 1941–2007. Nie odnotowano istotnych statystycznie zmian w częstości występowania opadów najbardziej intensywnych (percentyle 95% i 99%). Jedynie 10% stacji wykazało trendy istotne statystycznie (obu znaków). W pracy [138] wykazano już jednak, na podstawie badań 150 lat opadów w Lizbonie, znaczący wzrost zarówno sumy rocznej, jak i liczby dni ze zdarzeniami ekstremalnymi. W pracy [44] analizowano opady dobowe z 106 stacji z lat 1955–1999. Pomimo że trendy nie są wyraźne, zauważono wzrost liczby dni z opadem powyżej 30 mm w ostatnich trzech dekadach XX wieku na południu kraju. W pracy [43], gdzie analizowano dane dobowe z 105 stacji z lat 1940–1999, również nie wykazano istotnych statystycznie trendów w odniesieniu do opadów ekstremalnych (powyżej 30 i 50 mm/dobę).

Zmienność wysokości opadów analizowana była również w Europie Środkowej. W pracy [169] na podstawie danych z 45 stacji opadowych z lat 1963–2012 zaobserwowano roczny spadek wysokości opadów od -28 do -127 mm/dekade (od -3% do -6% na dekadę) w zachodniej Słowenii. W pracy [21] prognozowano zmiany w ekstremalnych opadach dobowych w Europie Środkowej, ze szczególnym uwzględnieniem Węgier. Na koniec XXI wieku przewiduje się, że opady ekstremalne (percentyle 95% i 99%) będą rosły, z wyjątkiem okresów letnich. Podobnie, w pracy [167] przewiduje się na koniec XXI wieku spadek rocznej sumy opadów (od -21,4 do -84,2 mm), z jednoczesnym wzrostem liczby dni z opadami o wysokości powyżej 30 mm (od 0,9 do 1,3). W Słowacji opady badano na podstawie danych z 487 stacji z lat 1981–2013 [262, 263]. Dla większości stacji wykazano tendencje wzrostowe rocznej sumy opadów, przy czym największe wzrosty w lipcu (istotne statystycznie na 50% stacji). Podobne wyniki uzyskano na 20 stacjach z wschodniej Słowacji z lat 1981–2010 [260, 261]. W Czechach badania opadów z 162 stacji z lat 1961–2012 wykazały trendy rosnace sezonowych wysokości opadów (3,3%/dekade zima i 2,6%/dekade latem) [23]. Odnotowano również trendy rosnace maksymalnych opadów dobowych (zarówno zima, jak i latem), przy czym trendy są większe w zachodniej części kraju. W pracy [139] na podstawie analizy danych z lat 1961–2005 z 175 stacji wykazano tendencje rosnące bardziej widoczne w zachodniej niż wschodniej części kraju (względne wielkości trendów 20–30% w ciągu 45 lat). Bardzo podobne wyniki uzyskano na podstawie danych z 11 stacji z lat 1982–2010 [210] oraz w Pradze [30]. W pracy [164] analizowano maksymalne opady 6-godzinne z lat 1966–2006 z 17 stacji i wykazano regionalne trendy rosnące wysokości takich opadów. W pracy [115] analizowano opady z lat 1962–2008 w 6 zlewniach rzecznych, gdzie nie wykazano istotnych statystycznie zmian miesięcznych sum wysokości opadów. W pracy [76] analizowano opady z 17 stacji z lat 1961–2011 pod kątem zmienności opadów maksymalnych o czasach trwania 30, 60, 180, 360, 720 i 1440 min. Tendencje są pozytywne dla większości stacji i analizowanych czasów trwania opadów. Średni wzrost wynosi 2–9% na 10 lat. W pracach [56, 98] analizowano opady z lat 1977–2015 i stwierdzono, że ekstremalne opady deszczu stały się znacznie częstsze w ostatnich latach.

W pracy [66] analizowano modele klimatyczne na rok 2071–2100, m.in. w zakresie letnich wysokości opadów dobowych o częstości występowania raz na 5 lat. W Europie Środkowej wyniki wahają się od statystycznie istotnego zmniejszenia o 13% (model HADRM3P) do statystycznie istotnego wzrostu o 21% (model CHRM).

2.2.3. Zmiany wysokości opadów w Polsce

W pracy [47] analizowano opady miesięczne z lat 1951–2010 z 38 krajowych stacji meteorologicznych (bez obszarów górskich). Niewielkie tendencje rosnące w sezonach wiosennym i jesiennym oraz malejące w sezonach letnich i zimowych wykazano na przeważającym obszarze kraju (jednak nieistotne statystycznie). Obniżenie sum wysokości opadów w miesiącach letnich potwierdzono również w pracy [220] na podstawie badań z 16 stacji z lat 1971–2010 oraz w pracy [269] na podstawie badań z 50 stacji z lat 1951–2000. Nieistotne statystycznie trendy (zarówno rosnace, jak i malejące) rocznych sum opadów wykazano w pracy [232] na podstawie analizy opadów z lat 1901–2006 z 9 stacji. W pracy [221] analizowano miesięczne sumy opadów z 6 stacji z lat 1971–2010, gdzie nie wykazano istotnych statystycznie zmian sezonowych wysokości opadów (poza okresem zimowym w Poznaniu). Na wszystkich stacjach odnotowano jednak wzrost liczby dni z opadem. W pracy [52] analizowano opady z 66 stacji z lat 1958–2008 związane z cyrkulacjami przemieszczającymi się znad Morza Śródziemnego [51]. Stwierdzono znaczny spadek rocznej sumy wysokości takich opadów o 29 mm. W pracy [18] przeprowadzono analizę wysokości opadów w północno-wschodniej Polsce na podstawie danych z lat 1951–2000 z 18 stacji. Wykazano istotne statystycznie tendencje wzrostowe wiosną, jesienią i zimą, a także tendencje malejące latem.

W pracy [103] autor monografii wraz z zespołem analizował tendencje rocznych i sezonowych zmian wysokości opadów w dorzeczu Górnej Odry, na podstawie danych z 4 stacji z lat 1954–2013. Dla każdej stacji wykazano nieistotne statystycznie trendy malejące, zarówno w odniesieniu do sumy opadów rocznych, jak i sezonowych (półrocze ciepłe V–X), przy czym wyróżniono podokresy charakteryzujące się istotną tendencją malejącą. Przykładowo w przypadku danych pomiarowych ze stacji Wrocław-Strachowice z trzydziestolecia 1970–1999 wykazano tendencję malejącą opadów normalnych na bardzo wysokim poziomie istotności.

We współautorskiej pracy [106] analizowano m.in. maksymalne opady dobowe w Legnicy i na podstawie obserwacji z lat 1961–2010 wykazano trend rosnący wysokości maksymalnych opadów dobowych, pomimo spadku rocznej sumy wysokości i rocznej liczby dni z opadem. W pracy [247] kontynuowano badania maksymalnych sum opadów dobowych z lat 1961–2010 z 8 stacji, zlokalizowanych w dorzeczu Nysy Łużyckiej. Wykazano trendy rosnące na 7 stacjach, przy czym na 4 były one istotne statystycznie. Na jednej ze stacji odnotowano nieistotny statystycznie trend malejący.

W pracy [233] analizowano opady w Poznaniu w latach 1981–2015. Stwierdzono wzrost rocznej sumy opadów na poziomie 3 mm/rok. Istotny trend rosnący charakteryzuje opady powyżej 5 i 10 mm, co może oznaczać wzrost intensywności opadów atmosferycznych w Poznaniu. Ponadto odnotowano nieistotne statystycznie wzrosty liczby dni z opadem powyżej 20 mm oraz spadek dni z opadami powyżej 30 mm.

Na podstawie danych z lat 1848–2008, w pracy [186] analizowano zmienność opadów deszczowych w Puszczy Zielonka (wielkopolskie). Odnotowano brak zmian kierunkowych dla opadów w dłuższych okresach w przypadku obu półroczy. Wzrastała natomiast intensywność i częstość opadów ekstremalnych.

W pracy [255] analizowano sumy opadów miesięcznych z 11 stacji w Karpatach Polskich z lat 1881–2010. Na 3 stacjach stwierdzono istotne statystycznie trendy rosnące rocznych sum opadów (przyrost od 87,4 do 170,0 mm/100 lat).

W Szczecinie analizowano opady z lat 1861–1999 [112]. Stwierdzono trendy rosnące rocznej sumy wysokości opadów (0,16 mm/rok), przy czym największy wzrost odnotowano wiosną (0,13 mm/rok).

Opady w Szymbarku z lat 1971–2010 analizowano w pracy [28]. Wykazano trend rosnący rocznej sumy opadów (1,89 mm/rok), a także trend rosnący liczby dni z opadem bardzo silnym (powyżej 20 mm/dobę) w półroczu ciepłym.

W pracy [19] analizowano opady z 8 stacji we wschodniej części Kujaw z lat 1951–2010. Nie wykazano istotnych statystycznie zmian rocznej sumy opadów
(wykazano jedynie nieistotne trendy, 3 rosnące i 5 malejących). Wyróżniono jednak liczne 15-letnie podokresy z trendami istotnymi statystycznie obu znaków. Podobne badania wykonano dla Bydgoszczy, gdzie w latach 1981–2010 istotny trend wzrostu sum opadów stwierdzono tylko w maju (13,7 mm/dekadę) [268]. Zarysował się także spadek udziału opadów letnich (VI–VIII) w sumie rocznej.

W Łodzi na podstawie danych z lat 1904–2006 analizowano zmienność opadów miesięcznych. Odnotowano nieistotne statystycznie spadki rocznej wysokości opadów 0,306 mm/rok (największe spadki latem), z istotnym statystycznie wzrostem temperatury 0,012°C/rok. W pracy [162] analizowano dane opadowe dla stacji Różanystok (Dolina Biebrzy) z lat 1966–2003. Suma opadów rocznych oraz letnich wykazuje tendencję rosnącą, natomiast opady zimowe wykazują trend rosnący istotny statystycznie.

W pracy [201] przeprowadzono symulacje zmian wysokości opadów dla 11 stacji w północnych Tatrach na koniec XXI wieku. Wszystkie badane modele przewidują wzrost średnich rocznych sum opadów w horyzoncie czasowym 2081–2100. Najbardziej wyraźne zmiany (wzrost) przewiduje się w maksymalnych opadach dobowych oraz liczbie dni z opadami ekstremalnymi (powyżej 30 i 50 mm).

W monografii [200] poddano analizie wysokości opadów z 22 stacji z danymi dziennymi z lat 1951–2006 oraz 6 stacji z danymi miesięcznymi z lat 1956–2009. Na podstawie analizy opadów stwierdzono spadek sumy wysokości opadów letnich względem opadów zimowych, jak i sum opadów w półroczu ciepłym względem sumy opadów w poprzedzającym je półroczu chłodnym (szczególnie na zachodzie Polski). W przypadku sumy opadów rocznych obserwuje się trendy obu znaków. Na podstawie regionalnego modelu klimatycznego oszacowano możliwe zmiany opadów ekstremalnych dla horyzontu czasowego 2071–2100. Projekcje zmian opadów intensywnych wskazują na wzrost średniej intensywności opadów podczas dni wilgotnych dla całej Polski.

We współautorskiej pracy [98] analizowano dane opadowe dla Wrocławia z lat 1960–2009. Stwierdzono istotne statystycznie trendy malejące rocznej sumy opadów oraz sumy opadów w półroczu ciepłym, a także istotny statystycznie trend wzrostowy intensywności opadów maksymalnych.

W pracy [248], w autorskim zespole, porównano modele probabilistyczne (oparte na rozkładzie GED) dla Wrocławia, opracowane na podstawie danych pomiarowych z lat 1960–2009 i 1968–2017. Zaobserwowano wzrosty wysokości opadów – szczególnie w przypadku częstości występowania C = 10 lat i większych dla opadów o czasach trwania t = 5, 10 i 15 min. Analiza wykazała m.in., że intensywne opady odnotowane w ostatnich latach mogą znacząco wpłynąć na przebieg krzywych DDF i IDF. Porównanie największych opadów o czasach trwania 5, 10 i 15 min, zarejestrowanych we Wrocławiu w wieloleciu 1960–2009 z danymi z wielolecia 1968–2017, przedstawiono na rys. 2.8.



Rys. 2.8. Porównanie największych opadów o czasach trwania 5, 10 i 15 min zarejestrowanych we Wrocławiu w wieloleciu 1960–2009 z danymi z wielolecia 1968–2017 [248]

Zwiększoną intensywność opadów deszczowych należy wiązać z ociepleniem klimatu, zauważalnym także w Polsce [151, 204]. Na szczególną uwagę zasługuje ostatnie dwudziestolecie XX oraz początek XXI wieku, w których nastąpiło wyraźne zwiększenie tempa ocieplenia. Wartości średniej rocznej temperatury po roku 1987 (oprócz 1996 r.) były wyższe od średniej wieloletniej [269].

Wzrost średniej rocznej temperatury powietrza obserwowany jest również we Wrocławiu, gdzie w latach 2014–2018 odnotowano rekordowe jej wartości, wynoszące odpowiednio 11,1°C, 11,1°C, 10,5°C, 10,4°C i 11,2°C – przy średniej z wielolecia 1961–2018 wynoszącej $\overline{T} = 8,9$ °C (rys. 2.9).



Rys. 2.9. Średnie roczne temperatury powietrza we Wrocławiu w latach 1961–2018 (dane IMGW-PIB)

Ze względu na obserwowane zmiany wysokości, zwłaszcza intensywnych opadów, standardy projektowe systemów odwadniających powinny uwzględniać obserwowane trendy zmian. Pomijanie skutków zmian klimatu w hydraulicznym projektowaniu infrastruktury miejskiej (systemów odwodnieniowych) może doprowadzić w przyszłości do zwiększenia częstości występowania wylań i powodzi miejskich, spowodowanych intensywnymi opadami deszczu.

Mimo bogatej dokumentacji wieloletnich zmian poszczególnych elementów klimatu w publikacjach naukowych, formułowane obecnie modele matematyczne opadów maksymalnych nie uwzględniają trendów zmian klimatu. Literatura zagraniczna dostarcza pewnych badań, w których opracowano i zastosowano procedury integracji wpływu zmian klimatu na związki DDF i IDF [37, 144, 161, 223]. Najczęściej, procedury uwzględniania zmian klimatu polegają na zastosowaniu regionalnych modeli klimatycznych i ich skalowaniu w dół, do skali zlewni miejskiej [170, 178, 188, 252]. Nie ulega jednak wątpliwości, że taka ekstrapolacja może być bardzo niepewna ze względu na wysoką zmienność przestrzenną lokalnych opadów. Ponadto symulacje wg modeli klimatycznych są przeprowadzane po założeniu niezmienności klimatu, a uwzględniają jedynie oddziaływania antropogeniczne. Inną metodą jest oparcie przyszłych prognoz klimatycznych na liniowej zmienności wysokości opadów, zarejestrowanych w ciągu ostatnich kilkudziesięciu lat [154].

3. Cel i zakres pracy

Głównym celem pracy jest rozpoznanie trendów zmian maksymalnych wysokości opadów na przykładzie danych pluwiograficznych z Wrocławia, a następnie opracowanie na ich podstawie predykcyjnego modelu opadów, który umożliwi prognozowanie maksymalnych wysokości opadów zależnych od: czasu trwania, prawdopodobieństwa przekroczenia i założonej do celów projektowych perspektywy czasowej (do 2050 r.).

Zasadniczy cel pracy jest realizowany przez cele szczegółowe, do których należą przede wszystkim:

- analiza materiału badawczego archiwalnych zapisów pluwiograficznych ze stacji Wrocław-Strachowice, Instytutu Meteorologii i Gospodarki Wodnej – Państwowego Instytutu Badawczego z wielolecia 1960–2018 (59 lat obserwacji);
- kryterialny wybór po 30 maksymalnych wysokości opadów dla każdego z 16 zalecanych w literaturze przedmiotu czasów trwania (5, 10, 15, 30, 45, 60, 90, 120, 180, 360, 720, 1080, 1440, 2160, 2880 i 4320 min), zarejestrowanych we Wrocławiu w trzydziestu kolejnych 30-letnich okresach pomiarowych (1960–1989, 1961–1990, ..., 1989–2018);
- estymacja metodą największej wiarygodności parametrów kształtu uogólnionego rozkładu wykładniczego i rozkładu Weibulla dla każdego z analizowanych okresów pomiarowych, a następnie ich uśrednienie;
- estymacja metodą największej wiarygodności parametrów skali i dolnego ograniczenia (dla uśrednionych parametrów kształtu) uogólnionego rozkładu wykładniczego i rozkładu Weibulla dla każdego z analizowanych okresów pomiarowych;
- sprawdzenie zgodności uogólnionego rozkładu wykładniczego i rozkładu Weibulla z danymi pomiarowymi za pomocą testu λ -Kołmogorowa na przyjętym poziomie istotności $\alpha = 0,05$.
- porównanie i wybór, za pomocą bayesowskiego kryterium informacyjnego Schwartza (BIC), lepszego z rozkładów prawdopodobieństwa do formułowania modeli probabilistycznych maksymalnych opadów deszczowych dla Wrocławia;
- opracowanie równań opisujących zależności estymatorów parametrów skali i dolnego ograniczenia od czasu trwania opadu oraz roku, na który liczony jest opad.

Ponadto celem pracy jest opracowanie krzywych wysokości opadów (DDF) oraz krzywych natężenia opadów (IDF) prognozowanych na rok 2050, dla charakterystycznych częstości występowania od C = 1 do C = 50 lat.

Sformułowany w pracy model predykcyjny maksymalnej wysokości opadów umożliwi projektantom uwzględnienie w procesie projektowym prognozowanych zmian natężenia opadów deszczowych, a tym samym ułatwi sprostanie wymaganiom normy PN-EN 752 w zakresie częstości występowania wylewów z systemów kanalizacyjnych – projektowanych obecnie, a mających bezpiecznie funkcjonować w kilkudziesięcioletniej perspektywie.

4. Materiał badawczy

4.1. Analiza materiału badawczego

4.1.1. Zapisy pluwiograficzne

Materiałem badawczym, wykorzystanym przykładowo na potrzeby niniejszej pracy, były archiwalne zapisy pluwiograficzne ze stacji Wrocław-Strachowice Instytutu Meteorologii i Gospodarki Wodnej – Państwowego Instytutu Badawczego (IMGW-PIB) z wielolecia 1960–2018 (59 lat obserwacji). Stacja ta zlokalizowana jest na wysokości 120 m n.p.m. (współrzędne położenia: 51.0614 N, 16.5357 E). Jest to stacja synoptyczna I rzędu, z całodobową obsługą przez wykwalifikowanych obserwatorów z wykształceniem kierunkowym, która zapewnia również osłonę meteorologiczną lotnictwa cywilnego we Wrocławiu. Stacja ta może być uznana za reprezentatywną dla nizinnej części kraju.

Pomiary opadów z wykorzystaniem pluwiografu pływakowego (zegarowego) rozpoczęto wykonywać od wiosny 1960 roku na stacji zlokalizowanej w zachodniej części miasta, w rejonie ówczesnego lotniska cywilnego w dzielnicy Gądów Mały. Pod koniec roku 1962 stacja meteorologiczna została przeniesiona na teren położonego nieopodal nowego portu lotniczego na Strachowicach, gdzie funkcjonuje do chwili obecnej. W 2006 r. rozpoczęto testowe pomiary opadów pluwiografem typu korytkowego z rejestratorem elektronicznym (typu SEBA), a od roku 2007 zaprzestano pomiarów pluwiografem pływakowym. W współautorskiej pracy [121] wykazano, że oba urządzenia pomiarowe można uznać za równorzędne i mieszczące się w klasie dokładności opisu badanego zjawiska – również dla opadów krótkotrwałych (najistotniejszych pod kątem modelowania zjawisk ekstremalnych). Pomiary z wykorzystaniem pluwiografu pływakowego prowadzone były dla okresów o dodatniej temperaturze powietrza – od miesięcy wiosennych (kwiecień lub maj) do miesięcy jesiennych (październik lub listopad), gdyż wrażliwość pluwiografu na niskie temperatury (zamarzanie wody wewnątrz urzadzenia) uniemożliwiała jego prace w miesiacach zimowych. Jednak jak wykazano w pracy [32], w wieloleciu 1961–1990 na 63 stacjach meteorologicznych w Polsce, największe w roku wysokości opadów dobowych zdarzyły się w półroczu zimowym jedynie sporadycznie (przeciętnie 2 razy na 30 lat) i były znacznie niższe od średniej z najwyższych opadów dobowych w analizowanym wieloleciu.

Weryfikacja działania pluwiografów (pływakowego jak i korytkowego) prowadzona jest za pomocą deszczomierza Hellmanna, przez porównywanie rejestrowanych dobowych sum wysokości opadów. Pomiary za pomocą klasycznego deszczomierza prowadzone są niezmiennie od początku pomiarów, również w miesiącach zimowych.

4.1.2. Ogólna charakterystyka zarejestrowanych opadów

Wysokości opadów będące podstawą analizy warunków pluwialnych Wrocławia pochodzą z pomiarów wykonanych za pomocą deszczomierza Hellmanna w latach 1960–2018. Zestawienie średnich, maksymalnych i minimalnych sum wysokości opadów miesięcznych przedstawiono w tabeli 4.1. W tabeli zestawiono ponadto procentowy udział opadów miesięcznych w sumie rocznej (h/H) oraz lata, w których wystąpiły wartości maksymalne i minimalne.

Miociac	Śre	ednia	Maksy	malna	Minin	ıalna
Miesiąc	<i>h</i> , mm	h/H,%	<i>h</i> , mm	rok	<i>h</i> , mm	rok
Ι	28,2	5,0	95,7	1976	5,0	1964
II	25,0	4,4	47,8	1966	1,5	1978
III	31,0	5,5	74,1	1992	3,5	1974
IV	35,2	6,2	79,0	1989	5,1	2007
V	61,0	10,8	140,5	1965	6,0	1988
VI	71,5	12,7	185,4	1975	13,8	1962
VII	88,6	15,7	250,8	1980	10,8	1994
VIII	69,7	12,3	229,3	2006	4,0	2015
IX	47,2	8,4	109,5	1979	7,4	1982
Х	38,8	6,9	128,4	1974	2,6	2010
XI	37,1	6,6	102,8	1970	0,0	2011
XII	31,2	5,5	100,0	1974	4,0	1972
I-XII	564,6	100,0	776,2	1977	380,8	1982

Tabela 4.1. Miesięczne sumy wysokości opadów na tle sumy rocznej (I–XII) we Wrocławiu w latach 1960–2018

Średnioroczna wysokość analizowanej serii opadowej wynosi H = 564,6 mm. W latach 1974–1981 wystąpił najdłuższy okres opadów wyższych od przeciętnej, z maksymalnym w całym analizowanym okresie opadem rocznym w wysokości 776,2 mm (211,6 mm powyżej średniej) w 1977 roku. Najdłuższy okres z opadami poniżej średniej wystąpił w latach 1988–1994, przy czym minimalny opad roczny 380,8 mm (183,8 mm poniżej średniej) odnotowano w 1982 roku.

W przypadku miesięcznych sum opadów, najniższe wartości notuje się w miesiącach zimowych (średnio 31,2 mm w grudniu, 28,2 mm w styczniu i 25,0 mm w lutym), a najwyższe w miesiącach letnich (71,5 mm w czerwcu, 88,6 mm w lipcu i 69,7 mm w sierpniu). Należy zwrócić uwagę na bardzo duże (względem średnich) wartości maksymalne, które wynosiły odpowiednio 100,0, 95,7 i 47,8 mm dla miesięcy zimowych i 185,4, 250,8 i 229,3 mm dla miesięcy letnich. Minimalne, średnie i maksymalne wysokości opadów miesięcznych, a także ich medianę i percentyle 25% i 75%, przedstawiono w postaci wykresu pudełkowego na rys. 4.1.



Rys. 4.1. Miesięczne wysokości opadów atmosferycznych we Wrocławiu w latach 1960-2018

Do oceny miesięcznych i rocznych sum wysokości opadów pod względem ich nadmiarów lub niedoborów stosowany jest wskaźnik względnego opadu, definiowany jako stosunek sumy opadu w danym okresie do średniej sumy wieloletniej (patrz tab. 2.3). Klasyfikację opadów, opracowaną dla poszczególnych miesięcy, przedstawiono w tabeli 4.2.

Miesiąc	Skrajnie suchy	Bardzo suchy	Suchy	Nor- malny	Wilgotny	Bardzo wilgotny	Skrajnie wilgotny
Ι	<7,0	7,0-14,0	14,1-21,0	21,1-35,2	35,3-42,3	42,4-49,3	>49,3
II	<6,3	6,3-12,4	12,5-18,7	18,8-31,3	31,4-37,5	37,6-43,8	>43,8
III	<7,7	7,7-15,4	15,5-23,1	23,1-38,7	38,8-46,5	46,6-54,2	>54,2
IV	<8,8	8,8–17,5	17,6-26,3	26,4-44,0	44,1-52,8	52,9-61,6	>61,6
V	<15,3	15,3-30,4	30,5-45,7	45,8-76,3	76,4–91,6	91,7-106,8	>106,8
VI	<17,9	17,9-35,7	35,8-53,5	53,6-89,4	89,5-107,3	107,4-125,2	>125,2
VII	<22,1	22,1-44,2	44,3-66,4	66,5-110,8	110,9-132,9	133,0-155,1	>155,1
VIII	<17,4	17,4-34,7	34,7-52,2	52,3-87,0	87,1-104,4	104,5-121,9	>121,9
IX	<11,8	11,8-23,5	23,6-35,3	35,4-59,0	59,1-70,8	70,9-82,6	>82,6
Х	<9,7	9,7-19,3	19,4-29,0	29,1-48,6	48,7-58,3	58,4-68,0	>68,0
XI	<9,3	9,3-18,5	18,6-27,7	27,8-46,4	46,5-55,7	55,8-64,9	>64,9
XII	<7,8	7,8-15,5	15,6-23,3	23,4-39,0	39,1-46,8	46,9-54,6	>54,6
I-XII	<282	283-422	423-507	508-621	622-706	707-847	>847

Tabela 4.2. Zakres klas opadów (w mm) we Wrocławiu w latach 1960–2018 wg klasyfikacji Kaczorowskiej [90]

Na podstawie zakresów podanych w tabeli 4.2 obliczono liczbę miesięcy/lat przypisanych w okresie pomiarowym 1960–2018 we Wrocławiu do poszczególnych klas opadów. Zestawienie wyników przedstawiono w tabeli 4.3.

Miesiąc	Skrajnie suchy	Bardzo suchy	Suchy	Normalny	Wilgotny	Bardzo wilgotny	Skrajnie wilgotny
Ι	3	8	10	24	6	5	3
II	4	10	8	18	6	8	5
III	1	7	12	23	8	3	5
IV	2	7	10	24	7	4	5
V	4	8	12	18	5	6	6
VI	1	7	11	28	4	4	4
VII	2	10	6	27	6	3	5
VIII	4	6	12	24	3	4	6
IX	4	12	12	13	5	3	10
Х	6	8	8	23	3	3	8
XI	2	4	12	26	6	5	4
XII	1	8	16	17	8	4	5
I-XII	0	5	11	23	16	4	0

Tabela 4.3. Liczba miesięcy/lat przypisanych we Wrocławiu w latach 1960–2018 do poszczególnych klas wg kryterium Kaczorowskiej [90]

W analizowanym okresie pomiarowym (1960–2018) miesięczne sumy wysokości opadów sklasyfikowano jako: 34 skrajnie suche (4,8%), 95 bardzo suche (13,4%), 129 suche (18,2%), 265 normalne (37,4%), 67 wilgotne (9,5%), 52 bardzo wilgotne (7,3%) i 66 skrajnie wilgotne (9,3%).

W przypadku rocznych sum opadów, w analizowanym okresie nie wystąpiły lata skrajnie suche ani skrajnie mokre. Odnotowano natomiast lata bardzo suche (5 razy), suche (11 razy), normalne (23 razy), wilgotne (16 razy) oraz bardzo wilgotne (4 razy). Lata bardzo suche to 1969, 1982, 2003, 2015 i 2018, a najdłuższy okres określony jako suchy trwał od 1989 do 1992 r. (4 lata). Lata bardzo wilgotne to natomiast 1970, 1974, 1977 i 2009, przy najdłuższym okresie określonym jako wilgotny od 1974 do 1978 r. (5 lat).

W przypadku miesięcznych sum opadów, najczęściej skrajnie suchym miesiącem był październik (6 razy), bardzo suchym wrzesień (12 razy), suchym grudzień (16 razy), normalnym czerwiec (28 razy), wilgotnymi marzec i grudzień (po 8 razy), bardzo wilgotnym luty (8 razy), natomiast skrajnie wilgotnym wrzesień (10 razy). W analizowanym okresie każdy miesiąc kwalifikowany był co najmniej raz do każdej z kategorii – od skrajnie suchy do skrajnie wilgotny.

Na rysunku 4.2 przedstawiono miesięczne sumy wysokości opadów zarejestrowane we Wrocławiu w latach 1960–2018.



Rys. 4.2. Miesięczne sumy wysokości opadów zarejestrowane we Wrocławiu w latach 1960-2018

W celu zbadania trendów w miesięcznych i rocznych sumach wysokości opadów zastosowano test Manna–Kendalla, który wykazał tendencje bliskie istotności statystycznej w opadach miesięcznych – rosnące w styczniu (1,6 mm/dekadę) oraz malejące w czerwcu, sierpniu i listopadzie (odpowiednio 4,8, 4,4 i 2,4 mm/dekadę). Test Manna–Kendalla nie wykazał istotnych statystycznie trendów zmian rocznej sumy wysokości opadów (tendencja malejącą na poziomie –12,6 mm/dekadę). Wyniki obliczeń przedstawiono w tabeli 4.4.

Missian		Test	Manna-K	endalla	
Miesiąc	S	τ	β	Poziom	istotności
Ι	257	0,156	0,162	0,086	91,4%
II	-78	-0,047	-0,050	0,605	39,5%
III	160	0,097	0,132	0,286	71,4%
IV	-183	-0,111	-0,170	0,222	77,8%
V	-142	-0,086	-0,284	0,344	65,6%
VI	-283	-0,171	-0,475	0,059	94,1%
VII	161	0,097	0,351	0,283	71,7%
VIII	-252	-0,152	-0,443	0,092	90,8%
IX	25	0,015	0,032	0,872	12,8%
Х	-68	-0,041	-0,091	0,653	34,7%
XI	-285	-0,172	-0,240	0,057	94,3%
XII	-133	-0,081	-0,105	0,376	62,4%
I-XII	-224	-0,136	-1,257	0,135	86,5%

Tabela 4.4. Tendencje zmian miesięcznych wysokości opadów na tle zmian rocznych (I–XII) we Wrocławiu w latach 1960–2018

Roczne oraz miesięczne wysokości opadów atmosferycznych (na tle średniej z wielolecia H = 564,6 mm) zarejestrowane we Wrocławiu w latach 1960–2018 przedstawiono na rys. 4.3–4.5. Przeprowadzone analizy wykazały, iż zarówno roczne, jak i miesięczne sumy opadów charakteryzują się na przestrzeni analizowanego okresu 1960–2018 bardzo dużą zmiennością.



Rys. 4.3. Roczne wysokości opadów atmosferycznych we Wrocławiu w latach 1960–2018



Rys. 4.4. Miesięczne (styczeń–sierpień) wysokości opadów atmosferycznych we Wrocławiu w latach 1960–2018



Rys. 4.5. Miesięczne (wrzesień-grudzień) wysokości opadów atmosferycznych we Wrocławiu w latach 1960–2018

Największe odnotowane miesięczne sumy opadów są wielokrotnie większe od wartości minimalnych i zazwyczaj (wyłączając luty) przeszło dwukrotnie większe od wartości średnich. W skali kraju można zauważyć bardzo podobne zależności [131].

4.2. Maksymalne wysokości opadów

4.2.1. Miesięczne i dobowe sumy opadów

Wysoka miesięczna suma opadów może być wynikiem pojedynczego, wysokiego opadu dobowego. Średnie i maksymalne wartości opadów dobowych, zarejestrowanych w poszczególnych miesiącach w latach 1960–2018 we Wrocławiu, zestawiono w tabeli 4.5.

		Średnia	Maksy	malna	Minir	nalna
Missian	Średnia	z wartości	z wai	rtości	z wai	tości
miesiąc		maksymalnych	maksyn	nalnych	maksyn	nalnych
	<i>h</i> , mm	<i>h</i> , mm	h, mm	rok	<i>h</i> , mm	rok
Ι	0,91	7,2	20,0	1982	1,6	1964
II	0,88	7,1	19,5	1960	0,8	2014
III	1,00	9,6	23,5	1999	1,1	1974
IV	1,17	11,6	24,3	1989	2,8	2007
V	1,97	16,8	41,5	1984	2,0	1988
VI	2,38	23,0	56,4	1961	5,3	1992
VII	2,86	27,4	74,4	2001	5,0	1994
VIII	2,25	23,0	67,5	1964	2,2	2015
IX	1,57	16,0	47,4	2010	3,1	2009
Х	1,25	12,6	34,3	1974	1,0	2005
XI	1,24	11,0	38,3	1970	0,0	2011
XII	1,01	8,1	32,0	1974	1,1	1972
I-XII	1,54	39,9	74,4	2001	17,2	2008

Tabela 4.5. Dobowe wysokości opadów we Wrocławiu w latach 1960–2018

Najniższe średnie dobowe sumy opadów notuje się w miesiącach zimowych (1,01 mm w grudniu, 0,91 mm w styczniu i 0,88 mm w lutym), a najwyższe w letnich (2,38 mm w czerwcu, 2,86 mm w lipcu i 2,25 mm w sierpniu). Przebieg średnich dobowych sum opadów w kolejnych dniach roku przedstawiono na rys. 4.6.



Rys. 4.6. Przebieg średnich sum dobowych w kolejnych dniach roku we Wrocławiu z lat 1960–2018 (czarna linia – średnia ruchoma z 15 dni)

Maksymalne dobowe wysokości opadów w danym miesiącu są wielokrotnie większe niż wartości średnie (tab. 4.5). W miesiącach zimowych wynoszą odpowiednio 32,0, 20,0 i 19,5 mm, natomiast w letnich 56,4, 74,4 i 67,5 mm. Przebieg maksymalnych dobowych sum opadów zarejestrowanych we Wrocławiu w latach 1960–2018 w kolejnych dniach roku przedstawiono na rys. 4.7.



Rys. 4.7. Przebieg maksymalnych sum dobowych w kolejnych dniach roku we Wrocławiu z lat 1960–2018 (czarna linia – średnia ruchoma z 15 dni)

Wartości najniższe, wynoszące 3,4 mm, zanotowano dwukrotnie, tj. w dniach 03.01.2006 i 26.01.2008. Absolutne maksimum, wynoszące 74,4 mm, zarejestrowano dnia 20.07.2001. Należy zauważyć, że suma ta stanowiła aż 84% średniej miesięcznej (dla lipca).

We Wrocławiu, w latach 1960–2018 zarejestrowano łącznie 9248 dni z opadem, z czego najwięcej sklasyfikowano (wg tab. 2.1 i 2.2) jako opady bardzo słabe (0,1–1,0 mm), słabe (1,1–5,0 mm) i umiarkowane (5,1–10,0 mm) – które wystąpiły odpowiednio 3748, 3536 i 1113 razy.

Dni z opadem przewyższającym 10 mm było mniej: 589 umiarkowanie silnych (10,1–20,0 mm), 142 silnych (20,1–30,0 mm), 71 zagrażających (30,1–50,0 mm), 11 groźnych powodziowo (50,1–70,0 mm) i 2 powodziowe (70,1–100,0 mm). W analizowanym okresie nie zarejestrowano opadów dobowych katastrofalnych (powyżej 100 mm).

Dni z opadami przekraczającymi 10 mm występują najczęściej w okresie letnim, w szczególności w lipcu. Miesiące zimowe charakteryzują się z kolei największą częstością występowania opadów bardzo słabych i słabych.

Zestawienie średniej liczby dni z opadami poszczególnych kategorii zarejestrowanych we Wrocławiu w latach 1960–2018 przedstawiono w tabeli 4.6.

Analiza zmienności liczby opadów o sumach dobowych przewyższających 10, 20 i 30 mm nie wykazała istotnych statystycznie trendów (tab. 4.7), a jedynie tendencję bliską istotności statystycznej w przypadku liczby dni z opadem powyżej 10 mm (–0,5 dnia/dekadę). W przypadku opadów przekraczających 20 i 30 mm nie odnotowano trendów – liczba dni z tak dużymi opadami jest praktycznie stała i wynosi średnio 3,83 i 1,41 na rok.

Miesiąc	Bardzo słabe	Słabe	Umiarkowane	Umiarkowanie silne	Silne	Zagrażające	Groźne powodziowo	Powodziowe
Ι	7,61	6,05	1,00	0,27	0,00	0,00	0,00	0,00
II	6,75	4,58	1,22	0,20	0,00	0,00	0,00	0,00
III	5,95	5,41	1,20	0,41	0,08	0,00	0,00	0,00
IV	4,59	4,58	1,47	0,66	0,12	0,00	0,00	0,00
V	4,15	4,92	2,07	1,37	0,41	0,08	0,00	0,00
VI	4,32	4,92	1,93	1,46	0,36	0,25	0,05	0,00
VII	4,03	4,51	2,12	1,81	0,64	0,37	0,05	0,03
VIII	3,93	4,05	1,86	1,42	0,32	0,31	0,08	0,00
IX	4,15	4,78	1,63	0,78	0,29	0,12	0,00	0,00
Х	4,56	4,53	1,51	0,76	0,12	0,03	0,00	0,00
XI	6,49	5,54	1,61	0,56	0,05	0,02	0,00	0,00
XII	7,59	6,08	1,24	0,27	0,02	0,02	0,00	0,00
I-XII	64,14	59,93	18,86	9,98	2,41	1,20	0,19	0,03

Tabela 4.6. Średnia liczba dni z opadem poszczególnych kategorii we Wrocławiu w latach 1960–2018

Tabela 4.7. Tendencje zmian liczby dni z opadem powyżej 10, 20 i 30 mm we Wrocławiu w latach 1960–2018

Opad		Test Manna–Kendalla									
dobowy	S	S τ $β$ Poziom istotności									
>10 mm	-285	-0,179	0,056	94,4%							
>20 mm	-128	-0,083	0	0,387	61,3%						
>30 mm	71	0,049	0	0,626	37,4%						

Liczbę dni z sumą opadów przekraczającą 10, 20 i 30 mm (na tle średniej) zarejestrowanych we Wrocławiu w latach 1960–2018 przedstawiono na rys. 4.8.



Rys. 4.8. Liczba dni z wysokością opadów przekraczającą 10, 20 i 30 mm we Wrocławiu w latach 1960–2018

Analizie zmienności poddano również maksymalne wysokości opadów deszczowych w 16 czasach trwania od t = 5 do t = 4320 min (zalecanych do formułowania modeli opadów probabilistycznych), zarejestrowanych we Wrocławiu w kolejnych latach w wieloleciu 1960–2018. Wyniki obliczeń statystyk testu Manna– –Kendalla przedstawiono w tabeli 4.8.

Czas		Test	Manna-K	Cendalla	
trwania opadu, min	S	τ	β	Poziom	istotności
5	-43	-0,025	-0,006	0,784	21,6%
10	-84	-0,049	-0,013	0,587	41,3%
15	-31	-0,018	-0,006	0,844	15,6%
30	-19	-0,011	-0,007	0,906	9,4%
45	-8	-0,005	-0,002	0,963	3,7%
60	-20	-0,012	-0,007	0,901	9,9%
90	-27	-0,016	-0,008	0,865	13,5%
120	-13	-0,008	-0,002	0,937	6,3%
180	-2	-0,001	-0,003	0,995	0,5%
360	118	0,069	0,068	0,444	55,6%
720	74	0,043	0,053	0,633	36,7%
1080	-28	-0,016	-0,015	0,860	14,0%
1440	-70	-0,041	-0,061	0,652	34,8%
2160	-147	-0,086	-0,129	0,340	66,0%
2880	-67	-0,039	-0,059	0,666	33,4%
4320	-109	-0,064	-0,092	0,480	52,0%

Tabela 4.8. Tendencje zmian maksymalnych wysokości opadów o czasach trwania od t = 5 do t = 4320 min zarejestrowanych we Wrocławiu w wieloleciu 1960–2018

Test Manna–Kendalla nie wykazał trendów zmian dla żadnego z 16 analizowanych czasów trwania opadów (poziom istotności wyraźnie poniżej 75%). Maksymalne wysokości opadów (na tle średniej z wielolecia) o czasach trwania od t = 5do t = 4320 min zarejestrowane we Wrocławiu w latach 1960–2018 przedstawiono na rys. 4.9 i 4.10.

Przeprowadzone analizy wykazały, iż maksymalne wysokości opadów charakteryzują się bardzo dużą zmiennością. Największe odnotowane sumy opadów są zazwyczaj ponad 2 razy większe od średniej z wartości maksymalnych – odnotowanych w kolejnych latach pomiarów. Podobnie, najmniejsze (z maksymalnych) odnotowane sumy opadów są około 2 razy mniejsze od średniej z wartości maksymalnych.



Rys. 4.9. Maksymalne wysokości opadów o czasach trwania od t = 5 do t = 120 min we Wrocławiu w latach 1960–2018



Rys. 4.10. Maksymalne wysokości opadów o czasach trwania od t = 180 do t = 4320 min we Wrocławiu w latach 1960–2018

5. Modele probabilistyczne opadów maksymalnych

5.1. Wybór wartości maksymalnych

Ponieważ modele opadów należy opierać na co najmniej 30-letnim okresie pomiarowym, a zasadniczym celem pracy jest prognoza przyszłych wysokości opadów maksymalnych oparta na obserwowanych trendach, z przykładowego materiału pomiarowego z Wrocławia z lat 1960–2018 wydzielono okresy: 1960–1989, 1961–1990, ..., 1989–2018. W ten sposób powstało 30 ciągów pomiarowych (o wymaganym w hydrologii czasie trwania 30 lat), które stanowiły podstawę do opracowania modeli probabilistycznych opadów maksymalnych.

Maksymalne opady deszczowe do analiz statystycznych wybrano metodą przewyższeń powyżej progu odcięcia, obliczając próg h_{\min} z własnego kryterium – ze wzoru (2.22). Opady maksymalne wybrano dla 16 czasów trwania zalecanych do formułowania modeli opadów, tj.: 5, 10, 15, 30, 45, 60, 90, 120, 180, 360, 720, 1080, 1440, 2160, 2880 i 4320 min. W rezultacie do analizy wyselekcjonowano wstępnie 2018 opadów (z 59 lat obserwacji) przedstawionych poglądowo, wraz z progiem odcięcia, na rys. 5.1.



Rys. 5.1. Opady deszczowe zarejestrowane we Wrocławiu w latach 1960–2018 spełniające kryterium (2.22)

Następnie z otrzymanego zbioru dla każdego z 30 okresów od 1960–1989 do 1989–2018 wyselekcjonowano po 30 największych wysokości opadów dla każdego z przyjętych 16 czasów ich trwania (od t = 5 do t = 4320 min) i uszeregowano je malejąco (ściślej nierosnąco). Przykładowo największe opady wyselekcjonowane z pierwszego okresu (1960–1989) przedstawiono w tabeli 5.1.

m							Czas	trwan	ia opa	du, m	in					
т	5	10	15	30	45	60	90	120	180	360	720	1080	1440	2160	2880	4320
1	11,4	18,7	24,7	32,9	34,1	34,8	42,7	57,7	61,9	63,1	64,2	69,1	72,2	92,6	101,1	108,5
2	10,4	18,0	20,7	30,3	32,1	34,7	37,7	41,5	42,8	50,4	64,2	69,1	72,1	86,9	96,2	101,9
3	9,9	16,6	20,2	28,6	31,9	33,6	36,5	36,5	41,3	46,0	63,1	63,1	68,0	80,3	85,8	100,4
4	9,8	15,7	20,1	28,4	30,2	32,4	34,7	36,2	38,4	43,9	52,9	60,4	67,5	75,3	83,9	97,5
5	9,6	14,6	20,0	28,2	29,0	31,7	33,7	36,1	36,7	41,0	50,0	57,4	65,0	73,1	76,2	90,1
6	9,6	14,5	19,8	26,7	28,8	30,5	33,2	34,9	36,5	40,7	48,4	56,8	63,1	70,3	73,4	90,0
7	9,3	14,3	19,2	24,3	27,9	30,3	33,2	33,2	35,1	38,5	46,5	56,8	62,1	69,2	73,1	84,0
8	9,2	13,8	17,8	22,3	24,5	29,1	32,3	33,2	34,9	36,9	44,6	53,9	61,9	65,6	66,5	82,9
9	9,0	13,8	17,0	22,1	24,3	27,5	31,7	33,2	34,4	36,9	44,5	53,5	61,0	65,4	66,4	76,6
10	9,0	13,3	16,6	21,1	23,8	24,6	30,6	32,4	33,2	36,5	43,9	52,8	56,9	62,1	65,6	75,2
11	8,6	12,9	16,5	19,8	21,5	24,5	29,3	29,3	32,8	34,9	41,5	50,9	56,4	62,1	65,1	74,5
12	8,5	12,4	14,6	18,0	20,7	24,0	27,9	28,7	32,4	34,4	41,3	48,9	54,1	57,0	62,1	73,9
13	8,3	12,4	14,6	17,9	19,9	23,5	24,7	26,9	29,3	33,9	41,2	45,2	54,1	57,0	61,1	68,5
14	8,2	11,3	14,4	17,7	19,6	19,9	24,2	25,6	27,3	33,2	40,1	45,0	52,8	56,9	61,1	68,2
15	8,2	11,2	14,0	17,5	19,0	19,9	21,0	23,6	27,0	32,8	39,3	44,4	51,2	56,4	59,5	65,7
16	8,2	10,7	14,0	16,4	18,3	19,2	19,9	22,2	25,6	32,4	39,0	44,1	48,3	55,2	58,5	62,1
17	8,0	10,6	13,7	15,6	17,7	18,5	19,6	21,1	25,6	30,8	38,0	43,9	48,3	52,8	56,5	61,2
18	7,9	10,6	13,4	15,6	17,2	17,7	18,8	20,3	25,0	30,5	37,6	41,2	47,8	51,2	56,4	60,4
19	7,9	10,5	13,2	15,3	16,5	17,3	18,1	19,9	23,0	30,4	36,5	41,2	45,8	51,0	56,3	60,1
20	7,8	10,4	13,0	15,2	16,3	16,9	17,7	19,9	22,6	29,3	35,2	41,0	45,3	50,9	55,5	59,8
21	7,8	10,2	13,0	15,2	16,1	16,6	17,1	19,6	21,9	29,3	35,1	40,6	45,2	50,1	52,8	59,4
22	7,7	10,2	12,6	15,1	16,0	16,6	17,0	19,6	21,5	28,0	34,9	40,3	45,2	48,1	51,6	58,5
23	7,0	9,8	11,9	15,1	15,8	15,9	16,9	19,0	21,1	27,9	34,5	39,6	44,4	48,0	51,1	57,9
24	7,0	9,7	11,4	14,7	15,7	15,9	16,7	18,9	20,4	27,8	33,9	39,3	43,5	47,3	51,0	57,0
25	6,9	9,6	11,1	14,7	15,6	15,9	16,6	18,8	20,3	26,2	32,8	39,3	43,4	47,2	49,0	55,9
26	6,9	9,2	10,6	14,5	15,6	15,6	16,4	18,8	20,2	26,2	32,0	39,3	42,3	47,2	48,9	55,7
27	6,8	9,1	10,5	14,3	15,2	15,5	16,3	18,6	19,9	26,1	31,6	39,3	42,1	46,6	48,6	51,4
28	6,8	9,1	10,3	14,2	15,1	15,3	16,1	17,9	19,2	24,9	31,3	39,0	41,7	46,4	48,6	51,1
29	6,6	8,9	10,3	13,9	15,1	15,3	16,1	17,9	19,1	24,3	30,9	38,0	41,0	45,8	48,1	50,5
30	6,6	8,9	10,0	13,8	14,9	15,1	16,1	17,9	18,9	24,2	30,8	37,9	40,3	45,3	48,1	50,0

Tabela 5.1. Maksymalne wysokości opadów zarejestrowane we Wrocławiu w latach 1960–1989

Tak przygotowanym danym przypisano empiryczne prawdopodobieństwo przekroczenia, obliczane wg wzoru (2.21) – od p = 0,03 dla wartości największych do p = 0,97 dla wartości najmniejszych. Przykładowo, dystrybuanty empiryczne maksymalnych wysokości opadów zarejestrowanych we Wrocławiu w wieloleciu 1960–1989 przedstawiono na rys. 5.2.



Rys. 5.2. Dystrybuanty empiryczne maksymalnych wysokości opadów we Wrocławiu w latach 1960–1989

5.2. Estymacja parametrów kształtu

W kolejnym kroku wyznaczono metodą największej wiarygodności estymatory parametrów uogólnionego rozkładu wykładniczego (GED) i rozkładu Weibulla, za pomocą których opisano maksymalne wysokości opadów. Przykładowe wyniki obliczeń (dla danych z wielolecia 1960–1989), wraz z obliczonymi statystykami testu λ -Kołmogorowa oraz BIC, przedstawiono w tabeli 5.2.

Na przyjętym poziomie istotności ($\alpha = 0,05$) obliczone statystki λ dają podstawy do przyjęcia hipotezy zerowej o zgodności obu rozkładów z danymi empirycznymi ($\lambda < \lambda_{kr} = 1,36$). W kolejnym kroku zbadano więc zależność obliczonych estymatorów parametrów rozkładów od czasu trwania opadu (rys. 5.3).

Otrzymane dla pierwszego wielolecia (1960–1989) estymatory parametrów skali ($\hat{\beta}_{\text{GED}}$ i $\hat{\beta}_{\text{W}}$) oraz dolnego ograniczenia ($\hat{\mu}_{\text{GED}}$ i $\hat{\mu}_{\text{W}}$) charakteryzują się wyraźną zmiennością w funkcji czasu trwania opadu. Zgodnie z oczekiwaniami [94,

123, 126], estymatory parametrów kształtu ($\hat{\alpha}_{GED}$ i $\hat{\alpha}_{W}$) zależności takiej nie wykazywały.

4			GED				W	/eibull		
ι, ππ	$\hat{\alpha}_{\text{GED}}$	$\hat{eta}_{ ext{GED}}$	$\hat{\mu}_{ ext{GED}}$	λ	BIC	$\hat{\alpha}_{W}$	$\hat{\beta}_{W}$	$\hat{\mu}_{W}$	λ	BIC
5	0,809	0,515	6,6	1,19	96,8	1,327	1,904	6,5	0,65	97,0
10	0,678	0,248	8,9	0,69	131,2	0,844	2,938	8,9	0,58	133,3
15	0,893	0,187	10,0	0,81	162,0	1,163	5,259	10,0	0,48	161,8
30	0,673	0,139	13,8	0,49	165,0	0,799	4,940	13,8	0,50	165,9
45	0,642	0,123	14,9	0,51	169,5	0,776	5,338	14,9	0,53	170,8
60	0,630	0,102	15,1	0,69	179,3	0,770	6,337	15,1	0,72	181,0
90	0,437	0,068	16,1	0,87	173,5	0,580	6,172	16,1	0,84	178,5
120	0,471	0,068	17,9	0,69	180,6	0,624	6,842	17,9	0,67	185,0
180	0,704	0,079	18,9	0,71	201,7	0,847	9,375	18,9	0,72	203,1
360	0,822	0,090	24,2	0,66	202,5	0,968	9,737	24,2	0,50	203,2
720	0,737	0,078	30,8	0,56	205,2	0,886	10,051	30,8	0,48	206,6
1080	0,694	0,080	37,9	0,55	200,1	0,832	9,052	37,9	0,56	201,4
1440	0,855	0,073	40,3	0,53	216,9	0,998	12,459	40,3	0,55	217,4
2160	0,723	0,060	45,3	0,42	219,8	0,859	12,634	45,3	0,42	221,0
2880	0,550	0,046	48,1	0,83	217,5	0,713	12,469	48,1	0,78	221,0
4320	0,789	0,042	50,0	0,74	245,5	0,945	19,907	50,0	0,56	246,5

Tabela 5.2. Wyniki obliczeń estymatorów parametrów rozkładów GED i Weibulla dla opadów maksymalnych we Wrocławiu w pierwszym analizowanym wieloleciu (1960–1989)



Rys. 5.3. Zależność estymatorów $\hat{\beta}_{GED}$, $\hat{\mu}_{GED}$, $\hat{\alpha}_{GED}$, $\hat{\beta}_W$, $\hat{\mu}_W$ i $\hat{\alpha}_W$ od czasu trwania opadu we Wrocławiu w latach 1960–1989

W kolejnym kroku obliczono estymatory parametrów rozkładów GED oraz Weibulla dla pozostałych dwudziestu dziewięciu wieloleci: począwszy od drugiego (1961–1990), a skończywszy na trzydziestym (1989–2018). We wszystkich przypadkach otrzymano analogiczne do pierwszego wielolecia wyniki, tj. wyraźną zależność parametrów skali i dolnego ograniczenia od czasu trwania opadu oraz brak tej zależności dla parametru kształtu. Na rysunkach 5.4 i 5.5 zestawiono w postaci wykresów pudełkowych estymatory parametrów kształtu (\hat{a}_{GED} i \hat{a}_W) obliczone dla analizowanych trzydziestu okresów (od 1960–1989 do 1989–2018), tj. miarodajne na lata od 1989 do 2018. Na wykresach przedstawiono, poza medianą i pudełkiem o wysokości rozstępu ćwiartkowego (kwantyle 25 i 75%), wartości minimalne i maksymalne (nie licząc odstających) oraz wartości odstające (w postaci krzyżyków).



Rys. 5.4. Estymatory parametrów \hat{a}_{GED} obliczone dla analizowanych trzydziestu okresów od 1960–1989 do 1989–2018



Rys. 5.5. Estymatory parametrów $\hat{\alpha}_W$ obliczone dla analizowanych trzydziestu okresów od 1960–1989 do 1989–2018

Test Manna–Kendalla nie wykazał trendów zmian median badanych estymatorów parametrów kształtu dla rozkładu GED i Weibulla (tab. 5.3). Medianę wybrano jako miarę centralną ze względu na fakt, że średnia arytmetyczna nie jest odporna na przypadki odstające – wartości ekstremalne, widoczne na rys. 5.4 i 5.5.

Rozkład		Test Manna–Kendalla									
ROZKIAU	S τ		β	Poziom istotnośc							
GED	1	0,002	0,000	1,000	0,0%						
Weibull	-3	-0,007	0,000	0,972	2,8%						

Tabela 5.3. Tendencje zmian median estymatorów parametrów kształtu dla rozkładów GED i Weibulla

Wobec tego (tab. 5.3) uśredniono estymatory parametrów kształtu, przyjmując do dalszych obliczeń ich mediany, tj. $\hat{\alpha}_{GED} = 0,737$ oraz $\hat{\alpha}_{W} = 0,888$.

5.3. Estymacja parametrów skali i dolnego ograniczenia

Przyjmując stałą wartość estymatorów parametrów kształtu ($\hat{\alpha}_{\text{GED}} = 0,737$ dla rozkładu GED i $\hat{\alpha}_{\text{W}} = 0,888$ dla rozkładu Weibulla) obliczono estymatory parametrów skali i dolnego ograniczenia dla wszystkich badanych wieloleci – począwszy od pierwszego (1960–1989), skończywszy na trzydziestym (1989–2018).

Obliczone estymatory $\hat{\beta}_{\text{GED}}$, $\hat{\mu}_{\text{GED}}$, $\hat{\beta}_{\text{W}}$ i $\hat{\mu}_{\text{W}}$ zestawiono tabelarycznie, a następnie opisano ich zależność od czasu trwania opadu równaniami postaci:

$$\hat{\beta}_{\text{GED}} = a_1 (t - b_1)^{-0.25} \tag{5.1}$$

$$\hat{\mu}_{\text{GED}} = a_2 t^{b_2} \tag{5.2}$$

$$\hat{\beta}_{\rm W} = b_3 \ln(t - a_3)$$
 (5.3)

$$\hat{\mu}_{\mathsf{W}} = a_4 t^{b_4} \tag{5.4}$$

gdzie: *a_i*, *b_i* – współczynniki empiryczne.

Ponadto, w zestawieniach tabelarycznych podano statystyki testu λ -Kołmogorowa i kryterium informacyjnego BIC – w celu sprawdzenia w dalszej części pracy zgodności rozkładów GED i Weibulla z danymi empirycznymi oraz porównania obu rozkładów. Analizę zgodności badanych rozkładów z danymi empirycznymi oraz porównanie obu rozkładów zilustrowano na rys. 5.36–5.39, natomiast obliczone parametry równań opisujących zależności wartości estymatorów $\hat{\beta}$ i $\hat{\mu}$ od czasu trwania opadu podano w tabeli 5.34. Wyniki przedstawiono dla każdego z 16 analizowanych czasów trwania opadów (od t = 5 do t = 4320 min).

Estymatory $\hat{\beta}_{\text{GED}}$, $\hat{\mu}_{\text{GED}}$, $\hat{\beta}_{\text{W}}$ i $\hat{\mu}_{\text{W}}$, obliczone metodą największej wiarygodności (przy przyjętych stałych wartościach $\hat{\alpha}_{\text{GED}}$ i $\hat{\alpha}_{\text{W}}$) dla maksymalnych opadów deszczowych zarejestrowanych we Wrocławiu w pierwszym wieloleciu (1960–1989), zestawiono w tabeli 5.4.

4			GED				W	/eibull		
t, min	$\hat{\alpha}_{\text{GED}}$	$\hat{\beta}_{\text{GED}}$	$\hat{\mu}_{ ext{GED}}$	λ	BIC	$\hat{\alpha}_{W}$	$\hat{\beta}_{W}$	$\hat{\mu}_{W}$	λ	BIC
5		0,485	6,6	1,27	97,0		1,641	6,6	1,17	98,3
10		0,262	8,9	0,60	131,3		2,995	8,9	0,56	133,4
15		0,165	10,0	0,98	162,7		4,796	10,0	0,88	163,1
30		0,148	13,8	0,60	165,1		5,197	13,8	0,70	166,5
45		0,135	14,9	0,52	169,9		5,700	14,9	0,61	171,7
60		0,114	15,1	0,65	179,8		6,780	15,1	0,66	181,9
90		0,098	16,1	0,81	180,7	0.000	7,810	16,1	0,95	187,0
120	0 7 2 7	0,093	17,9	0,68	185,7		8,213	17,9	0,76	190,9
180	0,737	0,082	18,9	0,71	201,8	0,000	9,556	18,9	0,71	203,2
360		0,083	24,2	0,79	202,7		9,461	24,2	0,66	203,5
720		0,078	30,8	0,56	205,2		10,058	30,8	0,48	206,6
1080		0,083	37,9	0,55	200,1		9,309	37,9	0,57	201,6
1440		0,066	40,3	0,58	217,3		11,994	40,3	0,53	217,9
2160		0,061	45,3	0,41	219,8		12,813	45,3	0,41	221,0
2880		0,056	48,1	0,54	219,5	1	13,742	48,1	0,59	223,2
4320		0,040	50,0	0,83	245,6		19,492	50,0	0,68	246,7

Tabela 5.4. Wyniki estymacji parametrów rozkładów GED i Weibulla dla opadów maksymalnych we Wrocławiu w latach 1960–1989

Zależność estymatorów $\hat{\beta}_{\text{GED}}$, $\hat{\mu}_{\text{GED}}$, $\hat{\beta}_{\text{W}}$ i $\hat{\mu}_{\text{W}}$ od czasu trwania opadu, dla opadów zarejestrowanych we Wrocławiu w latach 1960–1989, opisano równaniami postaci (5.1)–(5.4) i przedstawiono na rys. 5.6.



Rys. 5.6. Zależność estymatorów $\hat{\beta}_{GED}$, $\hat{\mu}_{GED}$, $\hat{\beta}_W$ i $\hat{\mu}_W$ od czasu trwania opadu we Wrocławiu w latach 1960–1989

Na kolejnych stronach przedstawiono wyniki obliczeń dla pozostałych 30-letnich okresów bilansowych (od 1961–1990 do 1989–2018). Tym samym udowodniono empirycznie przyjęte zależności, postaci równań (5.1)–(5.4), do opisu opadów maksymalnych we Wrocławiu rozkładami GED i Weibulla. Estymatory $\hat{\beta}_{\text{GED}}$, $\hat{\mu}_{\text{GED}}$, $\hat{\beta}_{\text{W}}$ i $\hat{\mu}_{\text{W}}$, obliczone metodą największej wiarygodności (dla przyjętych stałych wartości estymatorów parametrów kształtu $\hat{\alpha}_{\text{GED}}$ i $\hat{\alpha}_{\text{W}}$) dla maksymalnych opadów deszczowych zarejestrowanych we Wrocławiu w latach 1961–1990, zestawiono w tabeli 5.5.

4	GED Weibull									
ι, ππ	$\hat{\alpha}_{ ext{GED}}$	$\hat{\beta}_{\text{GED}}$	$\hat{\mu}_{ ext{GED}}$	λ	BIC	$\hat{\alpha}_{W}$	$\hat{\beta}_{W}$	$\hat{\mu}_{W}$	λ	BIC
5		0,471	6,4	1,14	101,0		1,689	6,4	1,06	101,0
10		0,266	8,7	0,52	129,7		2,931	8,7	0,52	131,9
15		0,174	9,8	0,80	155,7		4,531	9,8	0,73	158,1
30		0,159	13,7	0,61	157,6		4,806	13,7	0,70	160,5
45		0,144	14,7	0,46	166,8		5,343	14,7	0,56	168,1
60		0,115	14,5	0,61	181,1		6,739	14,5	0,62	182,3
90		0,100	15,4	0,73	187,2	0.000	7,724	15,4	0,86	189,5
120	0 7 2 7	0,088	16,6	0,55	197,4		8,779	16,6	0,60	198,4
180	0,/3/	0,082	18,3	0,61	202,1	0,000	9,499	18,3	0,62	203,2
360		0,084	23,8	0,75	202,7		9,424	23,8	0,63	203,3
720		0,074	29,9	0,67	209,0		10,602	29,9	0,60	210,0
1080		0,083	37,9	0,55	200,1		9,309	37,9	0,57	201,6
1440		0,066	40,3	0,58	217,3		11,994	40,3	0,53	217,9
2160		0,062	45,2	0,46	217,0		12,536	45,2	0,46	219,0
2880		0,056	47,7	0,57	223,0		13,869	47,7	0,61	225,0
4320		0,040	49,7	0,76	245,0		19,557	49,7	0,63	246,5

Tabela 5.5. Wyniki estymacji parametrów rozkładów GED i Weibulla dla opadów maksymalnych we Wrocławiu w latach 1961–1990

Zależność estymatorów $\hat{\beta}_{\text{GED}}$, $\hat{\mu}_{\text{GED}}$, $\hat{\beta}_{\text{W}}$ i $\hat{\mu}_{\text{W}}$ od czasu trwania opadu, dla opadów zarejestrowanych we Wrocławiu w latach 1961–1990, opisano równaniami postaci (5.1)–(5.4) i przedstawiono na rys. 5.7.



Rys. 5.7. Zależność estymatorów $\hat{\beta}_{GED}$, $\hat{\mu}_{GED}$, $\hat{\beta}_W$ i $\hat{\mu}_W$ od czasu trwania opadu we Wrocławiu w latach 1961–1990

Estymatory $\hat{\beta}_{\text{GED}}$, $\hat{\mu}_{\text{GED}}$, $\hat{\beta}_{\text{W}}$ i $\hat{\mu}_{\text{W}}$, obliczone metodą największej wiarygodności (dla przyjętych stałych wartości estymatorów parametrów kształtu $\hat{\alpha}_{\text{GED}}$ i $\hat{\alpha}_{\text{W}}$) dla maksymalnych opadów deszczowych zarejestrowanych we Wrocławiu w latach 1962–1991, zestawiono w tabeli 5.6.

4	GED Weibull									
l, mm	$\hat{\alpha}_{\text{GED}}$	$\hat{\beta}_{\text{GED}}$	$\hat{\mu}_{ ext{GED}}$	λ	BIC	$\hat{\alpha}_{W}$	$\hat{\beta}_{W}$	$\hat{\mu}_{W}$	λ	BIC
5		0,521	6,4	1,13	92,1		1,524	6,4	1,06	93,6
10		0,292	8,7	0,50	124,7		2,679	8,7	0,50	126,6
15		0,185	9,8	0,73	152,2		4,257	9,8	0,66	154,4
30		0,164	13,7	0,57	156,0		4,662	13,7	0,66	158,7
45		0,143	14,7	0,46	167,1		5,381	14,7	0,57	168,5
60		0,113	14,5	0,63	182,1		6,870	14,5	0,65	183,4
90		0,097	15,4	0,81	188,6		7,923	15,4	0,89	190,9
120	0 7 7 7	0,085	16,6	0,68	199,1	0.000	9,064	16,6	0,70	200,2
180	0,/3/	0,079	18,3	0,73	204,0	0,888	9,848	18,3	0,74	205,2
360		0,075	23,3	0,77	209,9		10,536	23,3	0,65	210,3
720		0,070	29,9	0,76	213,6		11,265	29,9	0,67	214,2
1080		0,084	37,9	0,56	199,8		9,254	37,9	0,58	201,2
1440		0,068	40,1	0,58	214,0		11,549	40,1	0,58	215,2
2160		0,062	45,2	0,54	212,2		12,368	45,2	0,62	216,4
2880		0,052	46,2	0,53	230,3		15,049	46,2	0,47	231,1
4320		0,040	49,0	0,74	246,4		19,924	49,0	0,62	247,7

Tabela 5.6. Wyniki estymacji parametrów rozkładów GED i Weibulla dla opadów maksymalnych we Wrocławiu w latach 1962–1991

Zależność estymatorów $\hat{\beta}_{\text{GED}}$, $\hat{\mu}_{\text{GED}}$, $\hat{\beta}_{\text{W}}$ i $\hat{\mu}_{\text{W}}$ od czasu trwania opadu, dla opadów zarejestrowanych we Wrocławiu w latach 1962–1991, opisano równaniami postaci (5.1)–(5.4) i przedstawiono na rys. 5.8.



Rys. 5.8. Zależność estymatorów $\hat{\beta}_{GED}$, $\hat{\mu}_{GED}$, $\hat{\beta}_W$ i $\hat{\mu}_W$ od czasu trwania opadu we Wrocławiu w latach 1962–1991

Estymatory $\hat{\beta}_{\text{GED}}$, $\hat{\mu}_{\text{GED}}$, $\hat{\beta}_{\text{W}}$ i $\hat{\mu}_{\text{W}}$, obliczone metodą największej wiarygodności (dla przyjętych stałych wartości estymatorów parametrów kształtu $\hat{\alpha}_{\text{GED}}$ i $\hat{\alpha}_{\text{W}}$) dla maksymalnych opadów deszczowych zarejestrowanych we Wrocławiu w latach 1963–1992, zestawiono w tabeli 5.7.

4			GED			Weibull					
ι, mm	$\hat{\alpha}_{\text{GED}}$	$\hat{\beta}_{ ext{GED}}$	$\hat{\mu}_{ ext{GED}}$	λ	BIC	$\hat{\alpha}_{W}$	$\hat{\beta}_{W}$	$\hat{\mu}_{W}$	λ	BIC	
5		0,621	6,6	0,97	79,1		1,258	6,6	0,93	81,2	
10		0,265	8,7	0,82	134,5		2,986	8,7	0,79	134,8	
15		0,165	9,8	1,07	164,1		4,839	9,8	0,97	164,2	
30		0,132	13,8	0,66	173,5		5,885	13,8	0,68	174,4	
45		0,116	15,1	0,64	175,3		6,653	15,1	0,73	179,3	
60		0,100	15,1	0,72	185,4		7,791	15,1	0,73	189,2	
90		0,089	16,0	0,97	191,2	0.000	8,687	16,0	1,00	195,3	
120	0 7 7 7	0,084	17,7	0,89	198,5		9,250	17,7	0,91	200,6	
180	0,/3/	0,075	18,9	0,92	207,3	0,888	10,464	18,9	0,91	208,8	
360		0,075	24,2	0,88	210,7		10,571	24,2	0,77	210,9	
720		0,072	30,9	0,93	212,1		11,017	30,9	0,83	212,8	
1080		0,088	39,0	0,58	195,8		8,822	39,0	0,62	197,8	
1440		0,074	41,7	0,60	209,6		10,647	41,7	0,59	210,4	
2160		0,064	45,8	0,67	214,5	-	11,986	45,8	0,81	216,3	
2880		0,054	48,1	0,82	227,0		14,529	48,1	0,75	228,5	
4320		0,040	50,0	0,94	247,2		19,950	50,0	0,81	248,2	

Tabela 5.7. Wyniki estymacji parametrów rozkładów GED i Weibulla dla opadów maksymalnych we Wrocławiu w latach 1963–1992

Zależność estymatorów $\hat{\beta}_{\text{GED}}$, $\hat{\mu}_{\text{GED}}$, $\hat{\beta}_{\text{W}}$ i $\hat{\mu}_{\text{W}}$ od czasu trwania opadu, dla opadów zarejestrowanych we Wrocławiu w latach 1963–1992, opisano równaniami postaci (5.1)–(5.4) i przedstawiono na rys. 5.9.



Rys. 5.9. Zależność estymatorów $\hat{\beta}_{GED}$, $\hat{\mu}_{GED}$, $\hat{\beta}_W$ i $\hat{\mu}_W$ od czasu trwania opadu we Wrocławiu w latach 1963–1992

Estymatory $\hat{\beta}_{\text{GED}}$, $\hat{\mu}_{\text{GED}}$, $\hat{\beta}_{\text{W}}$ i $\hat{\mu}_{\text{W}}$, obliczone metodą największej wiarygodności (dla przyjętych stałych wartości estymatorów parametrów kształtu $\hat{\alpha}_{\text{GED}}$ i $\hat{\alpha}_{\text{W}}$) dla maksymalnych opadów deszczowych zarejestrowanych we Wrocławiu w latach 1964–1993, zestawiono w tabeli 5.8.

4	GED Weibull									
l, mm	$\hat{\alpha}_{\text{GED}}$	$\hat{\beta}_{\text{GED}}$	$\hat{\mu}_{ ext{GED}}$	λ	BIC	$\hat{\alpha}_{W}$	$\hat{\beta}_{W}$	$\hat{\mu}_{W}$	λ	BIC
5		0,593	6,6	1,03	81,7		1,319	6,6	1,00	83,9
10		0,269	8,7	0,84	133,6		2,939	8,7	0,73	133,9
15		0,168	9,8	0,93	162,7		4,736	9,8	0,83	162,8
30		0,131	13,7	0,66	173,1		5,924	13,7	0,68	174,5
45		0,113	14,9	0,63	180,4		6,841	14,9	0,66	182,4
60		0,095	14,7	0,70	192,4		8,173	14,7	0,71	193,9
90		0,084	15,5	0,95	198,7		9,211	15,5	0,96	200,6
120	0 7 7 7	0,084	17,7	0,89	198,5	0.000	9,250	17,7	0,91	200,6
180	0,/3/	0,075	18,9	0,92	207,3	0,000	10,464	18,9	0,91	208,8
360		0,075	24,2	0,88	210,7		10,571	24,2	0,77	210,9
720		0,072	30,9	0,93	212,1		11,017	30,9	0,83	212,8
1080		0,088	39,0	0,58	195,8		8,822	39,0	0,62	197,8
1440		0,074	41,7	0,60	209,6		10,647	41,7	0,59	210,4
2160		0,064	45,8	0,67	214,5		11,986	45,8	0,81	216,3
2880		0,053	47,7	0,84	229,6		14,940	47,7	0,77	230,6
4320		0,040	49,7	0,66	243,3		19,434	49,7	0,55	245,5

Tabela 5.8. Wyniki estymacji parametrów rozkładów GED i Weibulla dla opadów maksymalnych we Wrocławiu w latach 1964–1993

Zależność estymatorów $\hat{\beta}_{\text{GED}}$, $\hat{\mu}_{\text{GED}}$, $\hat{\beta}_{\text{W}}$ i $\hat{\mu}_{\text{W}}$ od czasu trwania opadu, dla opadów zarejestrowanych we Wrocławiu w latach 1964–1993, opisano równaniami postaci (5.1)–(5.4) i przedstawiono na rys. 5.10.



Rys. 5.10. Zależność estymatorów $\hat{\beta}_{GED}$, $\hat{\mu}_{GED}$, $\hat{\beta}_W$ i $\hat{\mu}_W$ od czasu trwania opadu we Wrocławiu w latach 1964–1993

Estymatory $\hat{\beta}_{\text{GED}}$, $\hat{\mu}_{\text{GED}}$, $\hat{\beta}_{\text{W}}$ i $\hat{\mu}_{\text{W}}$, obliczone metodą największej wiarygodności (dla przyjętych stałych wartości estymatorów parametrów kształtu $\hat{\alpha}_{\text{GED}}$ i $\hat{\alpha}_{\text{W}}$) dla maksymalnych opadów deszczowych zarejestrowanych we Wrocławiu w latach 1965–1994, zestawiono w tabeli 5.9.

4	GED Weibull									
ι, ππ	$\hat{\alpha}_{ ext{GED}}$	$\hat{eta}_{ ext{GED}}$	$\hat{\mu}_{ ext{GED}}$	λ	BIC	$\hat{\alpha}_{W}$	$\hat{\beta}_{W}$	$\hat{\mu}_{W}$	λ	BIC
5		0,593	6,6	1,03	81,7		1,319	6,6	1,00	83,9
10		0,269	8,7	0,84	133,6		2,939	8,7	0,73	133,9
15		0,169	9,8	0,94	158,9		4,699	9,8	0,84	160,9
30		0,130	13,6	0,66	172,6		5,959	13,6	0,68	174,5
45		0,108	14,5	0,61	184,5		7,199	14,5	0,63	186,1
60		0,094	14,5	0,70	193,4		8,326	14,5	0,70	195,0
90		0,085	15,5	0,95	197,5	0.000	9,154	15,5	0,97	199,9
120	0 7 7 7	0,082	17,5	0,88	199,8		9,417	17,5	0,90	201,8
180	0,/3/	0,075	18,8	0,93	206,8	0,000	10,507	18,8	0,92	208,7
360		0,075	24,2	0,88	210,7		10,571	24,2	0,77	210,9
720		0,073	30,8	0,90	209,5		10,796	30,8	0,85	210,9
1080		0,084	38,0	0,62	202,0		9,332	38,0	0,54	202,6
1440		0,075	41,0	0,68	209,3		10,489	41,0	0,55	209,9
2160		0,070	45,3	0,58	210,3		11,012	45,3	0,71	211,6
2880		0,054	46,2	0,94	230,2	1	14,736	46,2	0,85	230,6
4320		0,043	48,8	0,70	241,7		18,431	48,8	0,60	243,0

Tabela 5.9. Wyniki estymacji parametrów rozkładów GED i Weibulla dla opadów maksymalnych we Wrocławiu w latach 1965–1994

Zależność estymatorów $\hat{\beta}_{\text{GED}}$, $\hat{\mu}_{\text{GED}}$, $\hat{\beta}_{\text{W}}$ i $\hat{\mu}_{\text{W}}$ od czasu trwania opadu, dla opadów zarejestrowanych we Wrocławiu w latach 1965–1994, opisano równaniami postaci (5.1)–(5.4) i przedstawiono na rys. 5.11.



Rys. 5.11. Zależność estymatorów $\hat{\beta}_{\text{GED}}$, $\hat{\mu}_{\text{GED}}$, $\hat{\beta}_{\text{W}}$ i $\hat{\mu}_{\text{W}}$ od czasu trwania opadu we Wrocławiu w latach 1965–1994

Estymatory $\hat{\beta}_{\text{GED}}$, $\hat{\mu}_{\text{GED}}$, $\hat{\beta}_{\text{W}}$ i $\hat{\mu}_{\text{W}}$, obliczone metodą największej wiarygodności (dla przyjętych stałych wartości estymatorów parametrów kształtu $\hat{\alpha}_{\text{GED}}$ i $\hat{\alpha}_{\text{W}}$) dla maksymalnych opadów deszczowych zarejestrowanych we Wrocławiu w latach 1966–1995, zestawiono w tabeli 5.10.

4	GED Weibull									
ι, min	$\hat{\alpha}_{\text{GED}}$	$\hat{\beta}_{\text{GED}}$	$\hat{\mu}_{ ext{GED}}$	λ	BIC	$\hat{\alpha}_{W}$	$\hat{\beta}_{W}$	$\hat{\mu}_{W}$	λ	BIC
5		0,496	6,5	0,87	95,7		1,579	6,5	0,82	96,1
10		0,248	8,7	0,90	138,9		3,199	8,7	0,78	139,1
15		0,155	9,8	0,98	167,6		5,137	9,8	0,87	167,7
30		0,120	13,7	0,72	180,1		6,512	13,7	0,73	180,9
45		0,104	15,1	0,73	184,8		7,532	15,1	0,72	187,9
60		0,089	15,1	0,89	197,6		8,848	15,1	0,88	199,0
90		0,079	16,1	1,07	203,5	0.000	9,956	16,1	1,06	205,5
120	0 7 7 7	0,082	18,8	0,91	195,7		9,448	18,8	0,92	200,2
180	0,/3/	0,067	19,2	1,19	217,0	0,000	11,845	19,2	1,14	217,5
360		0,077	26,2	1,09	210,6		10,426	26,2	0,98	210,5
720		0,074	32,5	1,06	211,6		10,787	32,5	0,94	212,0
1080		0,088	39,3	0,84	188,8		8,880	39,3	0,75	195,2
1440		0,080	42,1	0,61	205,3		9,879	42,1	0,49	206,0
2160		0,075	47,1	0,99	198,5		10,133	47,1	1,07	203,5
2880		0,060	48,6	0,91	221,4		13,146	48,6	0,86	222,7
4320		0,044	50,0	0,73	236,2		17,909	50,0	0,62	239,7

Tabela 5.10. Wyniki estymacji parametrów rozkładów GED i Weibulla dla opadów maksymalnych we Wrocławiu w latach 1966–1995

Zależność estymatorów $\hat{\beta}_{GED}$, $\hat{\mu}_{GED}$, $\hat{\beta}_W$ i $\hat{\mu}_W$ od czasu trwania opadu, dla opadów zarejestrowanych we Wrocławiu w latach 1966–1995, opisano równaniami postaci (5.1)–(5.4) i przedstawiono na rys. 5.12.



Rys. 5.12. Zależność estymatorów $\hat{\beta}_{GED}$, $\hat{\mu}_{GED}$, $\hat{\beta}_{W}$ i $\hat{\mu}_{W}$ od czasu trwania opadu we Wrocławiu w latach 1966–1995

Estymatory $\hat{\beta}_{\text{GED}}$, $\hat{\mu}_{\text{GED}}$, $\hat{\beta}_{\text{W}}$ i $\hat{\mu}_{\text{W}}$, obliczone metodą największej wiarygodności (dla przyjętych stałych wartości estymatorów parametrów kształtu $\hat{\alpha}_{\text{GED}}$ i $\hat{\alpha}_{\text{W}}$) dla maksymalnych opadów deszczowych zarejestrowanych we Wrocławiu w latach 1967–1996, zestawiono w tabeli 5.11.

4	GED Weibull									
ι, ππ	$\hat{\alpha}_{ ext{GED}}$	$\hat{eta}_{ ext{GED}}$	$\hat{\mu}_{ ext{GED}}$	λ	BIC	$\hat{\alpha}_{W}$	$\hat{\beta}_{W}$	$\hat{\mu}_{W}$	λ	BIC
5		0,449	6,3	0,94	103,4		1,760	6,3	0,88	103,3
10		0,249	8,7	0,91	138,4		3,183	8,7	0,78	138,7
15		0,158	9,8	0,83	166,4		5,047	9,8	0,73	166,5
30		0,121	13,7	0,73	175,7		6,430	13,7	0,74	178,5
45		0,102	14,9	0,73	188,6		7,695	14,9	0,72	190,2
60		0,090	15,1	0,90	193,5		8,779	15,1	0,89	197,0
90		0,079	16,1	1,07	200,2		9,930	16,1	1,06	204,0
120	0 7 7 7	0,076	17,9	0,88	207,9	0.000	10,377	17,9	0,87	208,8
180	0,/3/	0,067	19,1	1,21	215,4	0,000	11,802	19,1	1,16	216,6
360		0,089	27,8	0,94	198,6		8,895	27,8	0,86	199,7
720		0,074	32,8	1,17	212,2		10,720	32,8	1,03	212,0
1080		0,087	39,3	0,83	193,6		9,022	39,3	0,73	197,9
1440		0,079	42,3	0,70	206,6		9,936	42,3	0,55	206,9
2160		0,073	47,2	0,91	191,9		10,465	47,2	0,97	201,9
2880		0,060	48,9	1,03	222,0	1	13,235	48,9	0,95	223,3
4320		0,043	50,0	0,88	241,7		18,287	50,0	0,76	242,9

Tabela 5.11. Wyniki estymacji parametrów rozkładów GED i Weibulla dla opadów maksymalnych we Wrocławiu w latach 1967–1996

Zależność estymatorów $\hat{\beta}_{\text{GED}}$, $\hat{\mu}_{\text{GED}}$, $\hat{\beta}_{\text{W}}$ i $\hat{\mu}_{\text{W}}$ od czasu trwania opadu, dla opadów zarejestrowanych we Wrocławiu w latach 1967–1996, opisano równaniami postaci (5.1)–(5.4) i przedstawiono na rys. 5.13.



Rys. 5.13. Zależność estymatorów $\hat{\beta}_{GED}$, $\hat{\mu}_{GED}$, $\hat{\beta}_W$ i $\hat{\mu}_W$ od czasu trwania opadu we Wrocławiu w latach 1967–1996

Estymatory $\hat{\beta}_{\text{GED}}$, $\hat{\mu}_{\text{GED}}$, $\hat{\beta}_{\text{W}}$ i $\hat{\mu}_{\text{W}}$, obliczone metodą największej wiarygodności (dla przyjętych stałych wartości estymatorów parametrów kształtu $\hat{\alpha}_{\text{GED}}$ i $\hat{\alpha}_{\text{W}}$) dla maksymalnych opadów deszczowych zarejestrowanych we Wrocławiu w latach 1968–1997, zestawiono w tabeli 5.12.

t min	GED Weibull									
l, mm	$\hat{\alpha}_{\text{GED}}$	$\hat{\beta}_{\text{GED}}$	$\hat{\mu}_{ ext{GED}}$	λ	BIC	$\hat{\alpha}_{W}$	$\hat{\beta}_{W}$	$\hat{\mu}_{W}$	λ	BIC
5		0,412	6,0	1,09	110,1		1,933	6,0	0,94	109,6
10		0,258	8,7	0,96	136,3		3,066	8,7	0,84	136,5
15		0,168	10,0	0,65	161,6		4,711	10,0	0,62	162,0
30		0,122	13,7	0,74	175,0		6,364	13,7	0,76	177,8
45		0,102	14,9	0,74	188,3		7,669	14,9	0,72	190,0
60		0,090	15,1	0,90	193,5		8,771	15,1	0,89	196,9
90		0,079	16,1	1,07	200,1		9,926	16,1	1,06	204,0
120	0 7 7 7	0,076	17,9	0,88	207,9	0.000	10,377	17,9	0,87	208,8
180	0,/3/	0,067	19,1	1,20	217,4	0,888	11,911	19,1	1,15	217,8
360		0,089	27,8	0,94	198,6		8,895	27,8	0,86	199,7
720		0,084	34,5	0,92	203,0		9,440	34,5	0,81	203,6
1080		0,079	39,3	1,05	207,6		10,024	39,3	0,92	207,7
1440		0,078	43,4	0,53	205,0		9,997	43,4	0,54	206,2
2160		0,062	47,2	0,59	211,8		12,513	47,2	0,54	216,8
2880		0,059	51,0	1,14	222,8		13,477	51,0	1,04	224,2
4320		0,039	51,4	1,05	249,2		20,258	51,4	0,90	249,7

Tabela 5.12. Wyniki estymacji parametrów rozkładów GED i Weibulla dla opadów maksymalnych we Wrocławiu w latach 1968–1997

Zależność estymatorów $\hat{\beta}_{\text{GED}}$, $\hat{\mu}_{\text{GED}}$, $\hat{\beta}_{\text{W}}$ i $\hat{\mu}_{\text{W}}$ od czasu trwania opadu, dla opadów zarejestrowanych we Wrocławiu w latach 1968–1997, opisano równaniami postaci (5.1)–(5.4) i przedstawiono na rys. 5.14.



Rys. 5.14. Zależność estymatorów $\hat{\beta}_{GED}$, $\hat{\mu}_{GED}$, $\hat{\beta}_W$ i $\hat{\mu}_W$ od czasu trwania opadu we Wrocławiu w latach 1968–1997

Estymatory $\hat{\beta}_{\text{GED}}$, $\hat{\mu}_{\text{GED}}$, $\hat{\beta}_{\text{W}}$ i $\hat{\mu}_{\text{W}}$, obliczone metodą największej wiarygodności (dla przyjętych stałych wartości estymatorów parametrów kształtu $\hat{\alpha}_{\text{GED}}$ i $\hat{\alpha}_{\text{W}}$) dla maksymalnych opadów deszczowych zarejestrowanych we Wrocławiu w latach 1969–1998, zestawiono w tabeli 5.13.

4	GED Weibull									
ι, min	$\hat{\alpha}_{\text{GED}}$	$\hat{\beta}_{\text{GED}}$	$\hat{\mu}_{ ext{GED}}$	λ	BIC	$\hat{\alpha}_{W}$	$\hat{\beta}_{W}$	$\hat{\mu}_{W}$	λ	BIC
5		0,412	6,0	1,09	110,1		1,933	6,0	0,94	109,6
10		0,258	8,7	0,96	136,3		3,066	8,7	0,84	136,5
15		0,168	10,0	0,65	161,6		4,711	10,0	0,62	162,0
30		0,122	13,7	0,74	175,0		6,364	13,7	0,76	177,8
45		0,102	14,9	0,74	188,3		7,669	14,9	0,72	190,0
60		0,090	15,1	0,90	193,5		8,771	15,1	0,89	196,9
90		0,079	16,1	1,07	200,1	0.000	9,926	16,1	1,06	204,0
120	0 7 2 7	0,076	17,9	0,88	207,9		10,377	17,9	0,87	208,8
180	0,737	0,067	19,1	1,20	217,4	0,000	11,911	19,1	1,15	217,8
360		0,089	27,8	0,94	198,6		8,895	27,8	0,86	199,7
720		0,084	34,5	0,92	203,0		9,440	34,5	0,81	203,6
1080		0,079	39,3	1,05	207,6		10,024	39,3	0,92	207,7
1440		0,078	43,4	0,53	205,0		9,997	43,4	0,54	206,2
2160		0,062	47,2	0,59	211,8		12,513	47,2	0,54	216,8
2880		0,058	51,1	1,28	225,3		13,709	51,1	1,17	226,0
4320		0,040	51,8	1,16	250,1		20,194	51,8	1,01	250,0

Tabela 5.13. Wyniki estymacji parametrów rozkładów GED i Weibulla dla opadów maksymalnych we Wrocławiu w latach 1969–1998

Zależność estymatorów $\hat{\beta}_{\text{GED}}$, $\hat{\mu}_{\text{GED}}$, $\hat{\beta}_{\text{W}}$ i $\hat{\mu}_{\text{W}}$ od czasu trwania opadu, dla opadów zarejestrowanych we Wrocławiu w latach 1969–1998, opisano równaniami postaci (5.1)–(5.4) i przedstawiono na rys. 5.15.



Rys. 5.15. Zależność estymatorów $\hat{\beta}_{GED}$, $\hat{\mu}_{GED}$, $\hat{\beta}_W$ i $\hat{\mu}_W$ od czasu trwania opadu we Wrocławiu w latach 1969–1998
Estymatory $\hat{\beta}_{\text{GED}}$, $\hat{\mu}_{\text{GED}}$, $\hat{\beta}_{\text{W}}$ i $\hat{\mu}_{\text{W}}$, obliczone metodą największej wiarygodności (dla przyjętych stałych wartości estymatorów parametrów kształtu $\hat{\alpha}_{\text{GED}}$ i $\hat{\alpha}_{\text{W}}$) dla maksymalnych opadów deszczowych zarejestrowanych we Wrocławiu w latach 1970–1999, zestawiono w tabeli 5.14.

4			GED				W	/eibull		
l, mm	$\hat{\alpha}_{\text{GED}}$	$\hat{\beta}_{\text{GED}}$	$\hat{\mu}_{ ext{GED}}$	λ	BIC	$\hat{\alpha}_{W}$	$\hat{\beta}_{W}$	$\hat{\mu}_{W}$	λ	BIC
5		0,424	6,0	0,95	105,1		1,870	6,0	0,81	106,2
10		0,266	8,7	1,00	134,5		2,977	8,7	0,89	134,7
15		0,174	10,0	0,63	159,4		4,544	10,0	0,50	159,8
30		0,124	13,6	0,78	175,2		6,241	13,6	0,80	177,2
45		0,102	14,7	0,77	188,3		7,682	14,7	0,76	190,0
60		0,091	15,1	0,92	194,5		8,620	15,1	0,92	196,7
90		0,080	16,1	1,09	201,4		9,817	16,1	1,08	204,1
120	0 7 2 7	0,076	17,9	0,89	207,2	0.000	10,327	17,9	0,88	208,4
180	0,/3/	0,067	19,1	1,19	218,2	0,000	11,978	19,1	1,14	218,4
360		0,088	27,9	1,07	200,8		9,058	27,9	0,97	201,3
720		0,087	34,9	0,85	199,8		9,066	34,9	0,77	200,8
1080		0,079	39,3	1,05	207,6		10,024	39,3	0,92	207,7
1440		0,078	43,4	0,53	205,0		9,997	43,4	0,54	206,2
2160		0,062	47,2	0,59	211,8		12,513	47,2	0,54	216,8
2880		0,058	51,1	1,28	225,3		13,709	51,1	1,17	226,0
4320		0,040	51,8	1,16	250,1		20,194	51,8	1,01	250,0

Tabela 5.14. Wyniki estymacji parametrów rozkładów GED i Weibulla dla opadów maksymalnych we Wrocławiu w latach 1970–1999

Zależność estymatorów $\hat{\beta}_{\text{GED}}$, $\hat{\mu}_{\text{GED}}$, $\hat{\beta}_{\text{W}}$ i $\hat{\mu}_{\text{W}}$ od czasu trwania opadu, dla opadów zarejestrowanych we Wrocławiu w latach 1970–1999, opisano równaniami postaci (5.1)–(5.4) i przedstawiono na rys. 5.16.



Rys. 5.16. Zależność estymatorów $\hat{\beta}_{GED}$, $\hat{\mu}_{GED}$, $\hat{\beta}_W$ i $\hat{\mu}_W$ od czasu trwania opadu we Wrocławiu w latach 1970–1999

Estymatory $\hat{\beta}_{\text{GED}}$, $\hat{\mu}_{\text{GED}}$, $\hat{\beta}_{\text{W}}$ i $\hat{\mu}_{\text{W}}$, obliczone metodą największej wiarygodności (dla przyjętych stałych wartości estymatorów parametrów kształtu $\hat{\alpha}_{\text{GED}}$ i $\hat{\alpha}_{\text{W}}$) dla maksymalnych opadów deszczowych zarejestrowanych we Wrocławiu w latach 1971–2000, zestawiono w tabeli 5.15.

4			GED				W	/eibull		
ι, mm	$\hat{\alpha}_{\text{GED}}$	$\hat{\beta}_{\text{GED}}$	$\hat{\mu}_{ ext{GED}}$	λ	BIC	$\hat{\alpha}_{W}$	$\hat{\beta}_{W}$	$\hat{\mu}_{W}$	λ	BIC
5		0,407	5,9	0,90	109,4		1,948	5,9	0,77	109,4
10		0,269	8,7	0,84	133,3		2,926	8,7	0,74	133,5
15		0,177	10,0	0,64	158,2		4,451	10,0	0,54	158,5
30		0,128	13,6	0,82	173,2		6,034	13,6	0,84	175,1
45		0,102	14,5	0,77	187,8		7,631	14,5	0,79	189,5
60		0,094	15,1	0,96	188,2		8,258	15,1	0,98	192,4
90		0,084	16,0	1,01	196,5		9,271	16,0	1,01	200,0
120	0 7 7 7	0,083	17,9	0,86	193,5	0.000	9,319	17,9	0,87	198,8
180	0,/3/	0,071	18,8	1,17	211,3	0,888	11,097	18,8	1,13	212,7
360		0,084	26,2	1,23	204,8		9,510	26,2	1,14	204,8
720		0,079	32,8	0,91	207,5		9,974	32,8	0,78	207,5
1080		0,088	39,3	0,70	188,1		8,799	39,3	0,71	194,5
1440		0,074	41,7	0,51	208,7		10,498	41,7	0,43	209,5
2160		0,067	47,2	0,88	198,3		11,422	47,2	0,88	207,6
2880		0,055	49,5	1,15	228,7		14,346	49,5	1,06	229,0
4320		0,040	50,5	1,04	248,4		20,048	50,5	0,90	248,9

Tabela 5.15. Wyniki estymacji parametrów rozkładów GED i Weibulla dla opadów maksymalnych we Wrocławiu w latach 1971–2000

Zależność estymatorów $\hat{\beta}_{\text{GED}}$, $\hat{\mu}_{\text{GED}}$, $\hat{\beta}_{\text{W}}$ i $\hat{\mu}_{\text{W}}$ od czasu trwania opadu, dla opadów zarejestrowanych we Wrocławiu w latach 1971–2000, opisano równaniami postaci (5.1)–(5.4) i przedstawiono na rys. 5.17.



Rys. 5.17. Zależność estymatorów $\hat{\beta}_{GED}$, $\hat{\mu}_{GED}$, $\hat{\beta}_W$ i $\hat{\mu}_W$ od czasu trwania opadu we Wrocławiu w latach 1971–2000

Estymatory $\hat{\beta}_{\text{GED}}$, $\hat{\mu}_{\text{GED}}$, $\hat{\beta}_{\text{W}}$ i $\hat{\mu}_{\text{W}}$, obliczone metodą największej wiarygodności (dla przyjętych stałych wartości estymatorów parametrów kształtu $\hat{\alpha}_{\text{GED}}$ i $\hat{\alpha}_{\text{W}}$) dla maksymalnych opadów deszczowych zarejestrowanych we Wrocławiu w latach 1972–2001, zestawiono w tabeli 5.16.

t min			GED				W	/eibull		
l, mm	$\hat{\alpha}_{\text{GED}}$	$\hat{\beta}_{\text{GED}}$	$\hat{\mu}_{ ext{GED}}$	λ	BIC	$\hat{\alpha}_{W}$	$\hat{\beta}_{W}$	$\hat{\mu}_{W}$	λ	BIC
5		0,389	5,8	1,01	112,8		2,044	5,8	0,87	112,6
10		0,274	8,7	0,69	128,7		2,865	8,7	0,59	130,7
15		0,177	10,0	0,65	155,1		4,436	10,0	0,55	157,1
30		0,126	13,6	0,79	175,1		6,175	13,6	0,81	176,8
45		0,099	14,5	0,74	189,8		7,859	14,5	0,75	191,4
60		0,091	15,1	0,92	190,5		8,542	15,1	0,92	194,6
90		0,082	16,0	1,03	195,5		9,565	16,0	1,02	200,6
120	0 7 7 7	0,081	17,9	0,88	195,5	0.000	9,621	17,9	0,88	200,8
180	0,/3/	0,069	18,9	1,27	215,2	0,888	11,566	18,9	1,22	215,9
360		0,089	27,0	1,32	201,2		8,975	27,0	1,23	201,2
720		0,093	34,5	0,54	194,5		8,355	34,5	0,49	195,5
1080		0,080	39,3	0,70	193,5		9,697	39,3	0,71	200,2
1440		0,068	41,7	0,46	213,5		11,441	41,7	0,47	214,5
2160		0,062	47,1	0,93	212,8		12,530	47,1	0,98	217,1
2880		0,053	49,5	1,25	231,7		15,114	49,5	1,15	232,1
4320		0,040	50,5	1,04	248,0		19,912	50,5	0,91	248,5

Tabela 5.16. Wyniki estymacji parametrów rozkładów GED i Weibulla dla opadów maksymalnych we Wrocławiu w latach 1972–2001

Zależność estymatorów $\hat{\beta}_{\text{GED}}$, $\hat{\mu}_{\text{GED}}$, $\hat{\beta}_{\text{W}}$ i $\hat{\mu}_{\text{W}}$ od czasu trwania opadu, dla opadów zarejestrowanych we Wrocławiu w latach 1972–2001, opisano równaniami postaci (5.1)–(5.4) i przedstawiono na rys. 5.18.



Rys. 5.18. Zależność estymatorów $\hat{\beta}_{GED}$, $\hat{\mu}_{GED}$, $\hat{\beta}_W$ i $\hat{\mu}_W$ od czasu trwania opadu we Wrocławiu w latach 1972–2001

Estymatory $\hat{\beta}_{\text{GED}}$, $\hat{\mu}_{\text{GED}}$, $\hat{\beta}_{\text{W}}$ i $\hat{\mu}_{\text{W}}$, obliczone metodą największej wiarygodności (dla przyjętych stałych wartości estymatorów parametrów kształtu $\hat{\alpha}_{\text{GED}}$ i $\hat{\alpha}_{\text{W}}$) dla maksymalnych opadów deszczowych zarejestrowanych we Wrocławiu w latach 1973–2002, zestawiono w tabeli 5.17.

4			GED				W	/eibull		
ι, min	$\hat{\alpha}_{\text{GED}}$	$\hat{\beta}_{\text{GED}}$	$\hat{\mu}_{ ext{GED}}$	λ	BIC	$\hat{\alpha}_{W}$	$\hat{\beta}_{W}$	$\hat{\mu}_{W}$	λ	BIC
5		0,422	6,3	0,84	104,3		1,866	6,3	0,78	105,7
10		0,266	8,9	0,80	131,4		2,972	8,9	0,70	133,2
15		0,174	10,3	0,69	159,8		4,539	10,3	0,60	160,0
30		0,120	13,7	0,78	180,3		6,527	13,7	0,78	181,0
45		0,096	14,7	0,84	192,0		8,146	14,7	0,85	193,7
60		0,087	15,1	1,02	194,5		9,022	15,1	1,01	198,3
90		0,076	15,7	1,14	205,8		10,336	15,7	1,11	207,9
120	0 7 2 7	0,079	17,9	0,98	197,8	0.000	9,958	17,9	0,96	203,0
180	0,/3/	0,067	18,9	1,24	216,9	0,000	11,847	18,9	1,18	217,5
360		0,088	27,0	1,37	202,9		9,143	27,0	1,25	202,6
720		0,081	32,9	0,82	205,8		9,724	32,9	0,66	205,8
1080		0,077	38,8	0,62	205,5		10,139	38,8	0,53	206,9
1440		0,065	41,0	0,60	217,5		12,081	41,0	0,46	218,1
2160		0,062	47,1	0,93	212,8		12,530	47,1	0,98	217,1
2880		0,053	49,5	1,25	231,7		15,114	49,5	1,15	232,1
4320		0,040	50,5	1,04	248,0		19,912	50,5	0,91	248,5

Tabela 5.17. Wyniki estymacji parametrów rozkładów GED i Weibulla dla opadów maksymalnych we Wrocławiu w latach 1973–2002

Zależność estymatorów $\hat{\beta}_{\text{GED}}$, $\hat{\mu}_{\text{GED}}$, $\hat{\beta}_{\text{W}}$ i $\hat{\mu}_{\text{W}}$ od czasu trwania opadu, dla opadów zarejestrowanych we Wrocławiu w latach 1973–2002, opisano równaniami postaci (5.1)–(5.4) i przedstawiono na rys. 5.19.



Rys. 5.19. Zależność estymatorów $\hat{\beta}_{GED}$, $\hat{\mu}_{GED}$, $\hat{\beta}_W$ i $\hat{\mu}_W$ od czasu trwania opadu we Wrocławiu w latach 1973–2002

Estymatory $\hat{\beta}_{\text{GED}}$, $\hat{\mu}_{\text{GED}}$, $\hat{\beta}_{\text{W}}$ i $\hat{\mu}_{\text{W}}$, obliczone metodą największej wiarygodności (dla przyjętych stałych wartości estymatorów parametrów kształtu $\hat{\alpha}_{\text{GED}}$ i $\hat{\alpha}_{\text{W}}$) dla maksymalnych opadów deszczowych zarejestrowanych we Wrocławiu w latach 1974–2003, zestawiono w tabeli 5.18.

4			GED				W	/eibull		
ι, min	$\hat{\alpha}_{\text{GED}}$	$\hat{\beta}_{\text{GED}}$	$\hat{\mu}_{ ext{GED}}$	λ	BIC	$\hat{\alpha}_{W}$	$\hat{\beta}_{W}$	$\hat{\mu}_{W}$	λ	BIC
5		0,424	6,3	0,85	104,0		1,858	6,3	0,79	105,4
10		0,270	8,9	0,82	130,3		2,919	8,9	0,70	132,2
15		0,174	10,3	0,69	160,1		4,560	10,3	0,59	160,3
30		0,120	13,7	0,78	180,1		6,519	13,7	0,79	180,9
45		0,097	14,7	0,85	190,9		8,090	14,7	0,86	193,0
60		0,087	15,1	1,02	197,8		9,029	15,1	1,01	199,7
90		0,077	16,0	1,11	202,5		10,274	16,0	1,07	206,3
120	0 7 7 7	0,077	17,9	0,95	206,6	0.000	10,172	17,9	0,92	207,6
180	0,/3/	0,069	19,3	1,23	212,4	0,888	11,527	19,3	1,18	214,6
360		0,092	28,0	1,31	199,7		8,686	28,0	1,19	199,5
720		0,091	34,5	0,49	196,2		8,606	34,5	0,44	197,3
1080		0,078	39,3	0,70	195,5		9,979	39,3	0,71	202,1
1440		0,067	41,7	0,57	214,9		11,655	41,7	0,45	215,8
2160		0,062	47,2	0,88	204,7		12,557	47,2	0,88	213,8
2880		0,056	50,5	1,17	226,0		14,103	50,5	1,07	227,2
4320		0,041	51,4	1,10	246,4		19,375	51,4	0,96	246,9

Tabela 5.18. Wyniki estymacji parametrów rozkładów GED i Weibulla dla opadów maksymalnych we Wrocławiu w latach 1974–2003

Zależność estymatorów $\hat{\beta}_{GED}$, $\hat{\mu}_{GED}$, $\hat{\beta}_W$ i $\hat{\mu}_W$ od czasu trwania opadu, dla opadów zarejestrowanych we Wrocławiu w latach 1974–2003, opisano równaniami postaci (5.1)–(5.4) i przedstawiono na rys. 5.20.



Rys. 5.20. Zależność estymatorów $\hat{\beta}_{GED}$, $\hat{\mu}_{GED}$, $\hat{\beta}_{W}$ i $\hat{\mu}_{W}$ od czasu trwania opadu we Wrocławiu w latach 1974–2003

Estymatory $\hat{\beta}_{\text{GED}}$, $\hat{\mu}_{\text{GED}}$, $\hat{\beta}_{\text{W}}$ i $\hat{\mu}_{\text{W}}$, obliczone metodą największej wiarygodności (dla przyjętych stałych wartości estymatorów parametrów kształtu $\hat{\alpha}_{\text{GED}}$ i $\hat{\alpha}_{\text{W}}$) dla maksymalnych opadów deszczowych zarejestrowanych we Wrocławiu w latach 1975–2004, zestawiono w tabeli 5.19.

4			GED				W	/eibull		
ι, mm	$\hat{\alpha}_{\text{GED}}$	$\hat{\beta}_{ ext{GED}}$	$\hat{\mu}_{ ext{GED}}$	λ	BIC	$\hat{\alpha}_{W}$	$\hat{\beta}_{W}$	$\hat{\mu}_{W}$	λ	BIC
5		0,364	5,9	1,12	117,3		2,193	5,9	0,96	117,0
10		0,252	8,7	0,93	137,9		3,147	8,7	0,82	138,1
15		0,162	10,0	0,91	165,5		4,908	10,0	0,75	165,2
30		0,120	13,7	0,78	179,4		6,488	13,7	0,79	180,4
45		0,096	14,7	0,85	191,6		8,121	14,7	0,85	193,4
60		0,089	15,3	1,02	194,0		8,857	15,3	1,02	197,4
90		0,077	16,0	1,11	204,9		10,280	16,0	1,07	207,4
120	0 7 7 7	0,078	17,9	0,96	202,9	0.000	10,127	17,9	0,93	205,9
180	0,/3/	0,070	19,1	1,26	213,4	0,888	11,421	19,1	1,22	214,7
360		0,093	27,9	1,29	197,4		8,557	27,9	1,21	197,9
720		0,080	32,9	0,81	206,8		9,885	32,9	0,65	206,8
1080		0,076	38,8	0,74	206,5		10,318	38,8	0,65	208,0
1440		0,064	41,0	0,62	218,2		12,222	41,0	0,52	218,9
2160		0,062	47,2	0,88	204,7		12,557	47,2	0,88	213,8
2880		0,056	50,5	1,17	226,0		14,103	50,5	1,07	227,2
4320		0,041	51,4	1,10	246,4		19,375	51,4	0,96	246,9

Tabela 5.19. Wyniki estymacji parametrów rozkładów GED i Weibulla dla opadów maksymalnych we Wrocławiu w latach 1975–2004

Zależność estymatorów $\hat{\beta}_{\text{GED}}$, $\hat{\mu}_{\text{GED}}$, $\hat{\beta}_{\text{W}}$ i $\hat{\mu}_{\text{W}}$ od czasu trwania opadu, dla opadów zarejestrowanych we Wrocławiu w latach 1975–2004, opisano równaniami postaci (5.1)–(5.4) i przedstawiono na rys. 5.21.



Rys. 5.21. Zależność estymatorów $\hat{\beta}_{GED}$, $\hat{\mu}_{GED}$, $\hat{\beta}_W$ i $\hat{\mu}_W$ od czasu trwania opadu we Wrocławiu w latach 1975–2004

Estymatory $\hat{\beta}_{\text{GED}}$, $\hat{\mu}_{\text{GED}}$, $\hat{\beta}_{\text{W}}$ i $\hat{\mu}_{\text{W}}$, obliczone metodą największej wiarygodności (dla przyjętych stałych wartości estymatorów parametrów kształtu $\hat{\alpha}_{\text{GED}}$ i $\hat{\alpha}_{\text{W}}$) dla maksymalnych opadów deszczowych zarejestrowanych we Wrocławiu w latach 1976–2005, zestawiono w tabeli 5.20.

t min			GED				W	/eibull		
l, mm	$\hat{\alpha}_{\text{GED}}$	$\hat{\beta}_{\text{GED}}$	$\hat{\mu}_{ ext{GED}}$	λ	BIC	$\hat{\alpha}_{W}$	$\hat{\beta}_{W}$	$\hat{\mu}_{W}$	λ	BIC
5		0,377	5,8	1,15	114,8		2,110	5,8	1,01	114,5
10		0,283	8,7	0,89	127,4		2,779	8,7	0,77	129,2
15		0,187	10,0	0,70	151,8		4,206	10,0	0,59	153,9
30		0,144	13,5	0,70	167,9		5,398	13,5	0,72	169,1
45		0,111	14,5	0,73	178,9		6,954	14,5	0,75	182,4
60		0,099	14,9	0,89	189,5		7,874	14,9	0,90	191,3
90		0,085	15,7	0,96	199,2		9,244	15,7	0,95	201,1
120	0 7 2 7	0,084	17,5	0,79	200,8	0.000	9,340	17,5	0,78	202,1
180	0,/3/	0,075	19,3	1,02	206,3	0,000	10,520	19,3	0,98	208,7
360		0,100	27,9	1,23	189,1		7,927	27,9	1,17	191,7
720		0,080	32,5	0,85	205,7		9,803	32,5	0,70	206,0
1080		0,075	38,0	0,75	208,4		10,400	38,0	0,67	209,1
1440		0,066	40,4	0,63	216,8		11,912	40,4	0,53	217,4
2160		0,068	47,1	0,92	207,2		11,368	47,1	0,98	211,4
2880		0,056	48,9	1,28	227,5		14,160	48,9	1,19	228,1
4320		0,043	50,0	1,05	242,9		18,434	50,0	0,93	243,6

Tabela 5.20. Wyniki estymacji parametrów rozkładów GED i Weibulla dla opadów maksymalnych we Wrocławiu w latach 1976–2005

Zależność estymatorów $\hat{\beta}_{\text{GED}}$, $\hat{\mu}_{\text{GED}}$, $\hat{\beta}_{\text{W}}$ i $\hat{\mu}_{\text{W}}$ od czasu trwania opadu, dla opadów zarejestrowanych we Wrocławiu w latach 1976–2005, opisano równaniami postaci (5.1)–(5.4) i przedstawiono na rys. 5.22.



Rys. 5.22. Zależność estymatorów $\hat{\beta}_{GED}$, $\hat{\mu}_{GED}$, $\hat{\beta}_{W}$ i $\hat{\mu}_{W}$ od czasu trwania opadu we Wrocławiu w latach 1976–2005

Estymatory $\hat{\beta}_{\text{GED}}$, $\hat{\mu}_{\text{GED}}$, $\hat{\beta}_{\text{W}}$ i $\hat{\mu}_{\text{W}}$, obliczone metodą największej wiarygodności (dla przyjętych stałych wartości estymatorów parametrów kształtu $\hat{\alpha}_{\text{GED}}$ i $\hat{\alpha}_{\text{W}}$) dla maksymalnych opadów deszczowych zarejestrowanych we Wrocławiu w latach 1977–2006, zestawiono w tabeli 5.21.

4			GED				W	/eibull		
l, mm	$\hat{\alpha}_{\text{GED}}$	$\hat{\beta}_{\text{GED}}$	$\hat{\mu}_{ ext{GED}}$	λ	BIC	$\hat{\alpha}_{W}$	$\hat{\beta}_{W}$	$\hat{\mu}_{W}$	λ	BIC
5		0,390	5,8	1,02	109,2		2,028	5,8	0,88	110,7
10		0,269	8,6	1,09	135,0		2,957	8,6	0,97	134,7
15		0,178	10,0	0,83	158,6		4,446	10,0	0,68	158,8
30		0,137	13,5	0,64	172,0		5,705	13,5	0,65	172,9
45		0,108	14,5	0,68	182,0		7,239	14,5	0,69	185,3
60		0,096	14,9	0,84	192,4		8,167	14,9	0,84	194,0
90		0,085	16,0	0,92	198,2		9,253	16,0	0,90	200,7
120	0 7 7 7	0,082	17,5	0,77	198,2	0.000	9,483	17,5	0,76	201,5
180	0,/3/	0,079	20,0	1,01	206,6	0,888	9,990	20,0	0,98	207,1
360		0,095	27,9	1,33	196,3		8,393	27,9	1,24	196,8
720		0,085	32,9	0,91	204,0		9,400	32,9	0,74	204,0
1080		0,070	38,0	0,82	212,8		11,211	38,0	0,73	213,6
1440		0,061	40,4	0,72	221,5		12,854	40,4	0,58	222,0
2160		0,060	47,2	0,88	205,9		12,833	47,2	0,88	215,0
2880		0,049	49,5	1,16	234,4		15,936	49,5	1,06	235,0
4320		0,038	50,0	1,07	250,6		20,737	50,0	0,94	251,0

Tabela 5.21. Wyniki estymacji parametrów rozkładów GED i Weibulla dla opadów maksymalnych we Wrocławiu w latach 1977–2006

Zależność estymatorów $\hat{\beta}_{GED}$, $\hat{\mu}_{GED}$, $\hat{\beta}_W$ i $\hat{\mu}_W$ od czasu trwania opadu, dla opadów zarejestrowanych we Wrocławiu w latach 1977–2006, opisano równaniami postaci (5.1)–(5.4) i przedstawiono na rys. 5.23.



Rys. 5.23. Zależność estymatorów $\hat{\beta}_{GED}$, $\hat{\mu}_{GED}$, $\hat{\beta}_W$ i $\hat{\mu}_W$ od czasu trwania opadu we Wrocławiu w latach 1977–2006

Estymatory $\hat{\beta}_{\text{GED}}$, $\hat{\mu}_{\text{GED}}$, $\hat{\beta}_{\text{W}}$ i $\hat{\mu}_{\text{W}}$, obliczone metodą największej wiarygodności (dla przyjętych stałych wartości estymatorów parametrów kształtu $\hat{\alpha}_{\text{GED}}$ i $\hat{\alpha}_{\text{W}}$) dla maksymalnych opadów deszczowych zarejestrowanych we Wrocławiu w latach 1978–2007, zestawiono w tabeli 5.22.

t min			GED				W	/eibull		
l, mm	$\hat{\alpha}_{\text{GED}}$	$\hat{\beta}_{\text{GED}}$	$\hat{\mu}_{ ext{GED}}$	λ	BIC	$\hat{\alpha}_{W}$	$\hat{\beta}_{W}$	$\hat{\mu}_{W}$	λ	BIC
5		0,388	5,8	1,01	109,9		2,040	5,8	0,88	111,2
10		0,272	8,6	0,94	133,8		2,910	8,6	0,82	133,6
15		0,179	10,0	0,83	155,2		4,422	10,0	0,69	157,1
30		0,131	13,4	0,65	174,6		5,998	13,4	0,59	175,8
45		0,104	14,5	0,80	181,3		7,494	14,5	0,81	186,2
60		0,093	14,9	0,84	194,5		8,451	14,9	0,80	196,1
90		0,083	16,0	0,92	200,2		9,538	16,0	0,89	202,7
120	0 7 2 7	0,079	17,5	0,88	201,2	0.000	9,919	17,5	0,85	204,4
180	0,/3/	0,079	20,4	1,06	207,0	0,000	9,997	20,4	1,02	207,3
360		0,094	28,0	1,34	198,4		8,490	28,0	1,21	198,2
720		0,100	34,5	0,58	189,2		7,786	34,5	0,58	190,9
1080		0,069	37,5	0,80	212,7		11,355	37,5	0,72	213,9
1440		0,064	40,1	0,64	216,4		12,254	40,1	0,55	218,1
2160		0,062	46,6	0,76	216,1		12,457	46,6	0,88	218,3
2880		0,049	48,1	1,03	234,1		15,918	48,1	0,95	234,7
4320		0,039	48,1	1,01	249,4		20,387	48,1	0,90	249,8

Tabela 5.22. Wyniki estymacji parametrów rozkładów GED i Weibulla dla opadów maksymalnych we Wrocławiu w latach 1978–2007

Zależność estymatorów $\hat{\beta}_{GED}$, $\hat{\mu}_{GED}$, $\hat{\beta}_W$ i $\hat{\mu}_W$ od czasu trwania opadu, dla opadów zarejestrowanych we Wrocławiu w latach 1978–2007, opisano równaniami postaci (5.1)–(5.4) i przedstawiono na rys. 5.24.



Rys. 5.24. Zależność estymatorów $\hat{\beta}_{GED}$, $\hat{\mu}_{GED}$, $\hat{\beta}_{W}$ i $\hat{\mu}_{W}$ od czasu trwania opadu we Wrocławiu w latach 1978–2007

Estymatory $\hat{\beta}_{\text{GED}}$, $\hat{\mu}_{\text{GED}}$, $\hat{\beta}_{\text{W}}$ i $\hat{\mu}_{\text{W}}$, obliczone metodą największej wiarygodności (dla przyjętych stałych wartości estymatorów parametrów kształtu $\hat{\alpha}_{\text{GED}}$ i $\hat{\alpha}_{\text{W}}$) dla maksymalnych opadów deszczowych zarejestrowanych we Wrocławiu w latach 1979–2008, zestawiono w tabeli 5.23.

4			GED				N	/eibull		
ι, min	$\hat{\alpha}_{\text{GED}}$	$\hat{\beta}_{ ext{GED}}$	$\hat{\mu}_{ ext{GED}}$	λ	BIC	$\hat{\alpha}_{W}$	$\hat{\beta}_{W}$	$\hat{\mu}_{W}$	λ	BIC
5		0,388	5,8	1,01	109,9		2,040	5,8	0,88	111,2
10		0,272	8,6	0,94	133,8		2,910	8,6	0,82	133,6
15		0,179	10,0	0,83	155,2		4,422	10,0	0,69	157,1
30		0,131	13,4	0,65	174,6		5,998	13,4	0,59	175,8
45		0,104	14,5	0,80	181,3		7,494	14,5	0,81	186,2
60		0,093	14,9	0,84	194,5		8,451	14,9	0,80	196,1
90		0,083	16,0	0,92	200,2		9,538	16,0	0,89	202,7
120	0 7 2 7	0,079	17,5	0,88	201,2	0.000	9,919	17,5	0,85	204,4
180	0,/3/	0,079	20,4	1,06	207,0	0,000	9,997	20,4	1,02	207,3
360		0,094	28,0	1,34	198,4		8,490	28,0	1,21	198,2
720		0,100	34,5	0,58	189,2		7,786	34,5	0,58	190,9
1080		0,069	37,5	0,80	212,7		11,355	37,5	0,72	213,9
1440		0,064	40,1	0,64	216,4		12,254	40,1	0,55	218,1
2160		0,061	46,4	0,65	217,1		12,637	46,4	0,78	219,3
2880		0,050	48,1	1,04	229,6		15,785	48,1	0,96	232,5
4320		0,039	48,1	0,86	243,6		19,908	48,1	0,76	246,5

Tabela 5.23. Wyniki estymacji parametrów rozkładów GED i Weibulla dla opadów maksymalnych we Wrocławiu w latach 1979–2008

Zależność estymatorów $\hat{\beta}_{\text{GED}}$, $\hat{\mu}_{\text{GED}}$, $\hat{\beta}_{\text{W}}$ i $\hat{\mu}_{\text{W}}$ od czasu trwania opadu, dla opadów zarejestrowanych we Wrocławiu w latach 1979–2008, opisano równaniami postaci (5.1)–(5.4) i przedstawiono na rys. 5.25.



Rys. 5.25. Zależność estymatorów $\hat{\beta}_{GED}$, $\hat{\mu}_{GED}$, $\hat{\beta}_W$ i $\hat{\mu}_W$ od czasu trwania opadu we Wrocławiu w latach 1979–2008

Estymatory $\hat{\beta}_{\text{GED}}$, $\hat{\mu}_{\text{GED}}$, $\hat{\beta}_{\text{W}}$ i $\hat{\mu}_{\text{W}}$, obliczone metodą największej wiarygodności (dla przyjętych stałych wartości estymatorów parametrów kształtu $\hat{\alpha}_{\text{GED}}$ i $\hat{\alpha}_{\text{W}}$) dla maksymalnych opadów deszczowych zarejestrowanych we Wrocławiu w latach 1980–2009, zestawiono w tabeli 5.24.

t min			GED				W	/eibull		
l, mm	$\hat{\alpha}_{\text{GED}}$	$\hat{\beta}_{\text{GED}}$	$\hat{\mu}_{ ext{GED}}$	λ	BIC	$\hat{\alpha}_{W}$	$\hat{\beta}_{W}$	$\hat{\mu}_{W}$	λ	BIC
5		0,380	5,8	1,16	114,7		2,095	5,8	1,02	114,2
10		0,297	8,9	0,90	125,0		2,654	8,9	0,77	126,6
15		0,178	10,0	1,00	159,3		4,478	10,0	0,84	159,4
30		0,132	13,5	0,58	175,1		5,957	13,5	0,59	175,7
45		0,105	14,5	0,81	184,5		7,454	14,5	0,82	187,4
60		0,099	15,3	0,84	189,2		7,869	15,3	0,85	191,2
90		0,086	16,1	0,86	198,8		9,141	16,1	0,85	200,6
120	0 7 7 7	0,082	17,5	0,87	197,8	0.000	9,522	17,5	0,87	201,4
180	0,/3/	0,080	20,0	0,94	206,3	0,000	9,951	20,0	0,91	206,8
360		0,096	28,0	1,31	196,5		8,324	28,0	1,23	196,6
720		0,097	34,6	0,69	192,4		8,084	34,6	0,68	193,6
1080		0,070	37,9	0,90	211,6		11,267	37,9	0,82	213,2
1440		0,063	40,2	0,77	219,1		12,473	40,2	0,68	219,9
2160		0,061	46,6	0,58	217,5		12,600	46,6	0,70	219,3
2880		0,049	48,1	1,19	231,0		16,105	48,1	1,11	233,8
4320		0,039	48,1	0,86	246,7		20,003	48,1	0,76	247,9

Tabela 5.24. Wyniki estymacji parametrów rozkładów GED i Weibulla dla opadów maksymalnych we Wrocławiu w latach 1980–2009

Zależność estymatorów $\hat{\beta}_{GED}$, $\hat{\mu}_{GED}$, $\hat{\beta}_W$ i $\hat{\mu}_W$ od czasu trwania opadu, dla opadów zarejestrowanych we Wrocławiu w latach 1980–2009, opisano równaniami postaci (5.1)–(5.4) i przedstawiono na rys. 5.26.



Rys. 5.26. Zależność estymatorów $\hat{\beta}_{GED}$, $\hat{\mu}_{GED}$, $\hat{\beta}_{W}$ i $\hat{\mu}_{W}$ od czasu trwania opadu we Wrocławiu w latach 1980–2009

Estymatory $\hat{\beta}_{\text{GED}}$, $\hat{\mu}_{\text{GED}}$, $\hat{\beta}_{\text{W}}$ i $\hat{\mu}_{\text{W}}$, obliczone metodą największej wiarygodności (dla przyjętych stałych wartości estymatorów parametrów kształtu $\hat{\alpha}_{\text{GED}}$ i $\hat{\alpha}_{\text{W}}$) dla maksymalnych opadów deszczowych zarejestrowanych we Wrocławiu w latach 1981–2010, zestawiono w tabeli 5.25.

4			GED				W	/eibull		
ι, ππ	$\hat{\alpha}_{ ext{GED}}$	$\hat{eta}_{ ext{GED}}$	$\hat{\mu}_{ ext{GED}}$	λ	BIC	$\hat{\alpha}_{W}$	$\hat{\beta}_{W}$	$\hat{\mu}_{W}$	λ	BIC
5		0,358	5,5	1,16	118,1		2,227	5,5	1,03	117,8
10		0,283	8,5	0,92	128,4		2,786	8,5	0,81	129,7
15		0,188	9,8	0,89	154,8		4,209	9,8	0,74	155,2
30		0,141	13,4	0,51	169,9		5,537	13,4	0,52	171,0
45		0,110	14,5	0,72	181,8		7,084	14,5	0,72	184,4
60		0,104	15,3	0,74	187,4		7,535	15,3	0,74	189,0
90		0,091	16,2	0,76	197,2		8,686	16,2	0,74	198,3
120	0 7 7 7	0,089	17,5	0,84	197,8	0.000	8,846	17,5	0,82	199,1
180	0,/3/	0,091	20,4	0,99	199,8	0,000	8,794	20,4	0,93	200,0
360		0,104	28,0	1,63	192,7		7,747	28,0	1,53	192,7
720		0,111	34,6	0,73	184,6		7,051	34,6	0,73	185,6
1080		0,077	37,9	0,88	205,5		10,130	37,9	0,82	206,9
1440		0,069	40,2	0,74	212,1		11,241	40,2	0,67	213,2
2160		0,064	45,8	0,41	216,4		12,048	45,8	0,48	217,3
2880		0,051	47,7	0,97	229,9		15,219	47,7	0,91	231,3
4320		0,042	48,1	0,61	237,4		18,445	48,1	0,53	241,0

Tabela 5.25. Wyniki estymacji parametrów rozkładów GED i Weibulla dla opadów maksymalnych we Wrocławiu w latach 1981–2010

Zależność estymatorów $\hat{\beta}_{GED}$, $\hat{\mu}_{GED}$, $\hat{\beta}_W$ i $\hat{\mu}_W$ od czasu trwania opadu, dla opadów zarejestrowanych we Wrocławiu w latach 1981–2010, opisano równaniami postaci (5.1)–(5.4) i przedstawiono na rys. 5.27.



Rys. 5.27. Zależność estymatorów $\hat{\beta}_{GED}$, $\hat{\mu}_{GED}$, $\hat{\beta}_W$ i $\hat{\mu}_W$ od czasu trwania opadu we Wrocławiu w latach 1981–2010

Estymatory $\hat{\beta}_{\text{GED}}$, $\hat{\mu}_{\text{GED}}$, $\hat{\beta}_{\text{W}}$ i $\hat{\mu}_{\text{W}}$, obliczone metodą największej wiarygodności (dla przyjętych stałych wartości estymatorów parametrów kształtu $\hat{\alpha}_{\text{GED}}$ i $\hat{\alpha}_{\text{W}}$) dla maksymalnych opadów deszczowych zarejestrowanych we Wrocławiu w latach 1982–2011, zestawiono w tabeli 5.26.

t min			GED				W	/eibull		
l, mm	$\hat{\alpha}_{\text{GED}}$	$\hat{\beta}_{\text{GED}}$	$\hat{\mu}_{ ext{GED}}$	λ	BIC	$\hat{\alpha}_{W}$	$\hat{\beta}_{W}$	$\hat{\mu}_{W}$	λ	BIC
5		0,370	5,5	1,03	112,5		2,141	5,5	0,92	114,0
10		0,283	8,5	0,92	128,4		2,786	8,5	0,81	129,7
15		0,188	9,8	0,89	154,8		4,209	9,8	0,74	155,2
30		0,139	13,4	0,59	172,0		5,660	13,4	0,49	172,7
45		0,110	14,5	0,71	181,9		7,104	14,5	0,72	184,6
60		0,106	15,4	0,75	187,2		7,402	15,4	0,76	188,3
90		0,099	16,8	0,65	187,3		7,900	16,8	0,64	190,7
120	0 7 7 7	0,096	17,9	0,73	190,5	0.000	8,198	17,9	0,72	193,4
180	0,/3/	0,106	21,5	0,87	187,7	0,888	7,461	21,5	0,87	189,0
360		0,102	27,9	1,79	194,5		7,959	27,9	1,69	194,5
720		0,110	34,6	0,72	185,3		7,126	34,6	0,71	186,3
1080		0,078	37,9	0,73	204,0		9,935	37,9	0,68	205,5
1440		0,073	40,1	0,67	207,5		10,593	40,1	0,62	209,1
2160		0,064	44,9	0,52	217,8		12,163	44,9	0,44	218,3
2880		0,055	48,1	0,85	222,1		14,030	48,1	0,81	225,0
4320		0,044	48,1	0,58	239,7		17,830	48,1	0,50	240,8

Tabela 5.26. Wyniki estymacji parametrów rozkładów GED i Weibulla dla opadów maksymalnych we Wrocławiu w latach 1982–2011

Zależność estymatorów $\hat{\beta}_{GED}$, $\hat{\mu}_{GED}$, $\hat{\beta}_W$ i $\hat{\mu}_W$ od czasu trwania opadu, dla opadów zarejestrowanych we Wrocławiu w latach 1982–2011, opisano równaniami postaci (5.1)–(5.4) i przedstawiono na rys. 5.28.



Rys. 5.28. Zależność estymatorów $\hat{\beta}_{GED}$, $\hat{\mu}_{GED}$, $\hat{\beta}_W$ i $\hat{\mu}_W$ od czasu trwania opadu we Wrocławiu w latach 1982–2011

Estymatory $\hat{\beta}_{\text{GED}}$, $\hat{\mu}_{\text{GED}}$, $\hat{\beta}_{\text{W}}$ i $\hat{\mu}_{\text{W}}$, obliczone metodą największej wiarygodności (dla przyjętych stałych wartości estymatorów parametrów kształtu $\hat{\alpha}_{\text{GED}}$ i $\hat{\alpha}_{\text{W}}$) dla maksymalnych opadów deszczowych zarejestrowanych we Wrocławiu w latach 1983–2012, zestawiono w tabeli 5.27.

4			GED				W	/eibull		
ι, ππ	$\hat{\alpha}_{ ext{GED}}$	$\hat{eta}_{ ext{GED}}$	$\hat{\mu}_{ ext{GED}}$	λ	BIC	$\hat{\alpha}_{W}$	$\hat{\beta}_{W}$	$\hat{\mu}_{W}$	λ	BIC
5		0,403	5,5	0,98	104,0		1,949	5,5	0,89	106,9
10		0,339	8,4	0,94	121,0		2,346	8,4	0,85	120,8
15		0,229	9,8	0,86	139,8		3,443	9,8	0,72	141,9
30		0,135	12,1	0,89	174,8		5,875	12,1	0,75	175,3
45		0,118	14,0	0,54	176,8		6,566	14,0	0,56	179,6
60		0,116	15,1	0,57	180,4		6,679	15,1	0,59	181,8
90		0,105	16,1	0,54	187,6		7,489	16,1	0,47	188,9
120	0 7 2 7	0,105	17,5	0,57	187,4	0.000	7,462	17,5	0,57	188,7
180	0,/3/	0,105	20,4	0,70	186,9	0,000	7,561	20,4	0,69	189,1
360		0,091	26,1	1,73	200,0		8,836	26,1	1,65	200,4
720		0,095	32,9	1,03	197,4		8,360	32,9	0,86	197,2
1080		0,074	36,5	0,77	209,8		10,567	36,5	0,72	210,2
1440		0,076	39,7	0,64	200,6		10,114	39,7	0,69	204,4
2160		0,062	43,7	0,54	217,4		12,541	43,7	0,45	219,1
2880		0,051	46,6	0,81	231,3		15,173	46,6	0,76	231,8
4320		0,044	48,1	0,45	234,0		17,416	48,1	0,46	237,5

Tabela 5.27. Wyniki estymacji parametrów rozkładów GED i Weibulla dla opadów maksymalnych we Wrocławiu w latach 1983–2012

Zależność estymatorów $\hat{\beta}_{\text{GED}}$, $\hat{\mu}_{\text{GED}}$, $\hat{\beta}_{\text{W}}$ i $\hat{\mu}_{\text{W}}$ od czasu trwania opadu, dla opadów zarejestrowanych we Wrocławiu w latach 1983–2012, opisano równaniami postaci (5.1)–(5.4) i przedstawiono na rys. 5.29.



Rys. 5.29. Zależność estymatorów $\hat{\beta}_{GED}$, $\hat{\mu}_{GED}$, $\hat{\beta}_W$ i $\hat{\mu}_W$ od czasu trwania opadu we Wrocławiu w latach 1983–2012

Estymatory $\hat{\beta}_{\text{GED}}$, $\hat{\mu}_{\text{GED}}$, $\hat{\beta}_{\text{W}}$ i $\hat{\mu}_{\text{W}}$, obliczone metodą największej wiarygodności (dla przyjętych stałych wartości estymatorów parametrów kształtu $\hat{\alpha}_{\text{GED}}$ i $\hat{\alpha}_{\text{W}}$) dla maksymalnych opadów deszczowych zarejestrowanych we Wrocławiu w latach 1984–2013, zestawiono w tabeli 5.28.

t min			GED				W	/eibull		
ι, mm	$\hat{\alpha}_{\text{GED}}$	$\hat{\beta}_{\text{GED}}$	$\hat{\mu}_{ ext{GED}}$	λ	BIC	$\hat{\alpha}_{W}$	$\hat{\beta}_{W}$	$\hat{\mu}_{W}$	λ	BIC
5		0,403	5,5	0,94	103,9		1,945	5,5	0,86	106,8
10		0,364	8,5	0,78	113,4		2,165	8,5	0,70	114,6
15		0,241	9,8	0,92	140,2		3,278	9,8	0,78	140,4
30		0,143	12,3	0,67	167,9		5,513	12,3	0,55	170,0
45		0,118	14,0	0,54	176,8		6,566	14,0	0,56	179,6
60		0,116	15,1	0,57	180,4		6,679	15,1	0,59	181,8
90		0,106	16,2	0,51	187,7		7,425	16,2	0,47	188,7
120	0 7 2 7	0,108	17,8	0,58	184,5	0.000	7,240	17,8	0,58	186,4
180	0,/3/	0,102	20,4	0,75	192,7	0,000	7,802	20,4	0,64	192,7
360		0,089	26,3	1,82	202,9		9,128	26,3	1,72	202,8
720		0,106	34,6	0,66	187,3		7,385	34,6	0,66	188,3
1080		0,076	37,5	0,77	206,7		10,292	37,5	0,71	207,9
1440		0,071	39,7	0,72	208,7		10,865	39,7	0,67	210,5
2160		0,059	43,8	0,64	221,8		13,239	43,8	0,50	223,0
2880		0,054	48,1	0,85	223,3		14,322	48,1	0,81	226,3
4320		0,043	48,1	0,57	240,7		18,133	48,1	0,50	241,9

Tabela 5.28. Wyniki estymacji parametrów rozkładów GED i Weibulla dla opadów maksymalnych we Wrocławiu w latach 1984–2013

Zależność estymatorów $\hat{\beta}_{GED}$, $\hat{\mu}_{GED}$, $\hat{\beta}_W$ i $\hat{\mu}_W$ od czasu trwania opadu, dla opadów zarejestrowanych we Wrocławiu w latach 1984–2013, opisano równaniami postaci (5.1)–(5.4) i przedstawiono na rys. 5.30.



Rys. 5.30. Zależność estymatorów $\hat{\beta}_{GED}$, $\hat{\mu}_{GED}$, $\hat{\beta}_W$ i $\hat{\mu}_W$ od czasu trwania opadu we Wrocławiu w latach 1984–2013

Estymatory $\hat{\beta}_{\text{GED}}$, $\hat{\mu}_{\text{GED}}$, $\hat{\beta}_{\text{W}}$ i $\hat{\mu}_{\text{W}}$, obliczone metodą największej wiarygodności (dla przyjętych stałych wartości estymatorów parametrów kształtu $\hat{\alpha}_{\text{GED}}$ i $\hat{\alpha}_{\text{W}}$) dla maksymalnych opadów deszczowych zarejestrowanych we Wrocławiu w latach 1985–2014, zestawiono w tabeli 5.29.

4			GED				N	/eibull		
ι, mm	$\hat{\alpha}_{\text{GED}}$	$\hat{\beta}_{\text{GED}}$	$\hat{\mu}_{ ext{GED}}$	λ	BIC	$\hat{\alpha}_{W}$	$\hat{\beta}_{W}$	$\hat{\mu}_{W}$	λ	BIC
5		0,401	5,5	1,01	104,2		1,956	5,5	0,91	107,2
10		0,361	8,5	0,76	114,1		2,187	8,5	0,68	115,3
15		0,234	9,8	0,88	142,2		3,384	9,8	0,74	142,4
30		0,140	12,3	0,65	169,0		5,617	12,3	0,52	171,1
45		0,113	13,9	0,67	180,5		6,839	13,9	0,69	182,6
60		0,109	14,9	0,67	184,0		7,130	14,9	0,69	185,5
90		0,100	16,2	0,56	190,6		7,821	16,2	0,56	191,7
120	0 7 7 7	0,103	17,8	0,68	187,0	0.000	7,583	17,8	0,68	189,0
180	0,/3/	0,101	20,4	0,73	193,3	0,888	7,895	20,4	0,64	193,4
360		0,090	26,3	1,84	202,4		9,044	26,3	1,74	202,3
720		0,112	34,6	0,71	184,3		7,008	34,6	0,60	185,2
1080		0,079	37,5	0,66	203,4		9,801	37,5	0,62	204,7
1440		0,074	39,7	0,60	202,0		10,384	39,7	0,70	205,9
2160		0,060	43,7	0,51	219,4		12,992	43,7	0,41	221,2
2880		0,050	46,6	0,95	232,7		15,538	46,6	0,90	233,2
4320		0,044	48,1	0,60	235,2		17,772	48,1	0,54	238,7

Tabela 5.29. Wyniki estymacji parametrów rozkładów GED i Weibulla dla opadów maksymalnych we Wrocławiu w latach 1985–2014

Zależność estymatorów $\hat{\beta}_{\text{GED}}$, $\hat{\mu}_{\text{GED}}$, $\hat{\beta}_{\text{W}}$ i $\hat{\mu}_{\text{W}}$ od czasu trwania opadu, dla opadów zarejestrowanych we Wrocławiu w latach 1985–2014, opisano równaniami postaci (5.1)–(5.4) i przedstawiono na rys. 5.31.



Rys. 5.31. Zależność estymatorów $\hat{\beta}_{GED}$, $\hat{\mu}_{GED}$, $\hat{\beta}_W$ i $\hat{\mu}_W$ od czasu trwania opadu we Wrocławiu w latach 1985–2014

Estymatory $\hat{\beta}_{\text{GED}}$, $\hat{\mu}_{\text{GED}}$, $\hat{\beta}_{\text{W}}$ i $\hat{\mu}_{\text{W}}$, obliczone metodą największej wiarygodności (dla przyjętych stałych wartości estymatorów parametrów kształtu $\hat{\alpha}_{\text{GED}}$ i $\hat{\alpha}_{\text{W}}$) dla maksymalnych opadów deszczowych zarejestrowanych we Wrocławiu w latach 1986–2015, zestawiono w tabeli 5.30.

t min			GED				W	/eibull		
l, mm	$\hat{\alpha}_{\text{GED}}$	$\hat{\beta}_{\text{GED}}$	$\hat{\mu}_{ ext{GED}}$	λ	BIC	$\hat{\alpha}_{W}$	$\hat{\beta}_{W}$	$\hat{\mu}_{W}$	λ	BIC
5		0,393	5,5	1,16	108,9		2,007	5,5	1,05	110,2
10		0,361	8,5	0,76	114,1		2,187	8,5	0,68	115,3
15		0,234	9,8	0,88	142,2		3,384	9,8	0,74	142,4
30		0,140	12,3	0,65	169,0		5,617	12,3	0,52	171,1
45		0,113	13,9	0,67	180,5		6,839	13,9	0,69	182,6
60		0,109	14,9	0,67	184,0		7,130	14,9	0,69	185,5
90		0,100	16,2	0,56	190,6		7,821	16,2	0,56	191,7
120	0 7 2 7	0,103	17,8	0,68	187,0	0.000	7,583	17,8	0,68	189,0
180	0,/3/	0,101	20,4	0,73	193,3	0,000	7,895	20,4	0,64	193,4
360		0,090	26,3	1,84	202,4		9,044	26,3	1,74	202,3
720		0,112	34,6	0,71	184,3		7,008	34,6	0,60	185,2
1080		0,068	35,6	0,81	214,5		11,471	35,6	0,75	215,1
1440		0,071	38,4	0,49	209,0		10,868	38,4	0,63	210,5
2160		0,056	41,4	0,51	224,8		13,934	41,4	0,40	226,0
2880		0,048	44,6	0,79	229,5		16,072	44,6	0,76	232,9
4320		0,046	46,5	0,53	234,9		16,873	46,5	0,50	236,8

Tabela 5.30. Wyniki estymacji parametrów rozkładów GED i Weibulla dla opadów maksymalnych we Wrocławiu w latach 1986–2015

Zależność estymatorów $\hat{\beta}_{GED}$, $\hat{\mu}_{GED}$, $\hat{\beta}_W$ i $\hat{\mu}_W$ od czasu trwania opadu, dla opadów zarejestrowanych we Wrocławiu w latach 1986–2015, opisano równaniami postaci (5.1)–(5.4) i przedstawiono na rys. 5.32.



Rys. 5.32. Zależność estymatorów $\hat{\beta}_{GED}$, $\hat{\mu}_{GED}$, $\hat{\beta}_{W}$ i $\hat{\mu}_{W}$ od czasu trwania opadu we Wrocławiu w latach 1986–2015

Estymatory $\hat{\beta}_{\text{GED}}$, $\hat{\mu}_{\text{GED}}$, $\hat{\beta}_{\text{W}}$ i $\hat{\mu}_{\text{W}}$, obliczone metodą największej wiarygodności (dla przyjętych stałych wartości estymatorów parametrów kształtu $\hat{\alpha}_{\text{GED}}$ i $\hat{\alpha}_{\text{W}}$) dla maksymalnych opadów deszczowych zarejestrowanych we Wrocławiu w latach 1987–2016, zestawiono w tabeli 5.31.

4			GED				N	/eibull		
ι, ππ	$\hat{\alpha}_{\text{GED}}$	$\hat{\beta}_{\text{GED}}$	$\hat{\mu}_{ ext{GED}}$	λ	BIC	$\hat{\alpha}_{W}$	$\hat{\beta}_{W}$	$\hat{\mu}_{W}$	λ	BIC
5		0,408	5,8	1,08	109,7		1,938	5,8	0,95	109,3
10		0,345	8,7	0,65	118,0		2,270	8,7	0,56	118,1
15		0,219	10,0	0,77	142,7		3,593	10,0	0,62	144,6
30		0,133	12,6	0,76	176,3		5,954	12,6	0,61	176,4
45		0,107	14,0	0,74	186,8		7,314	14,0	0,74	187,8
60		0,108	15,3	0,70	184,5		7,210	15,3	0,71	186,2
90		0,103	16,8	0,56	187,2		7,588	16,8	0,56	189,1
120	0 7 7 7	0,101	17,9	0,63	187,4	0.000	7,799	17,9	0,62	190,3
180	0,/3/	0,113	21,5	0,70	183,9	0,000	6,976	21,5	0,70	185,0
360		0,096	27,0	1,81	197,6		8,392	27,0	1,72	197,6
720		0,112	34,6	0,71	184,3		7,008	34,6	0,60	185,2
1080		0,068	35,6	0,79	215,4		11,620	35,6	0,73	216,0
1440		0,069	38,3	0,60	209,3		11,077	38,3	0,61	211,3
2160		0,056	41,4	0,51	224,8		13,934	41,4	0,40	226,0
2880		0,048	44,6	0,76	230,7		16,348	44,6	0,72	234,1
4320		0,045	46,5	0,68	236,0		17,158	46,5	0,65	237,9

Tabela 5.31. Wyniki estymacji parametrów rozkładów GED i Weibulla dla opadów maksymalnych we Wrocławiu w latach 1987–2016

Zależność estymatorów $\hat{\beta}_{\text{GED}}$, $\hat{\mu}_{\text{GED}}$, $\hat{\beta}_{\text{W}}$ i $\hat{\mu}_{\text{W}}$ od czasu trwania opadu, dla opadów zarejestrowanych we Wrocławiu w latach 1987–2016, opisano równaniami postaci (5.1)–(5.4) i przedstawiono na rys. 5.33.



Rys. 5.33. Zależność estymatorów $\hat{\beta}_{GED}$, $\hat{\mu}_{GED}$, $\hat{\beta}_W$ i $\hat{\mu}_W$ od czasu trwania opadu we Wrocławiu w latach 1987–2016

Estymatory $\hat{\beta}_{\text{GED}}$, $\hat{\mu}_{\text{GED}}$, $\hat{\beta}_{\text{W}}$ i $\hat{\mu}_{\text{W}}$, obliczone metodą największej wiarygodności (dla przyjętych stałych wartości estymatorów parametrów kształtu $\hat{\alpha}_{\text{GED}}$ i $\hat{\alpha}_{\text{W}}$) dla maksymalnych opadów deszczowych zarejestrowanych we Wrocławiu w latach 1988–2017, zestawiono w tabeli 5.32.

t min			GED				W	/eibull		
ι, mm	$\hat{\alpha}_{\text{GED}}$	$\hat{\beta}_{\text{GED}}$	$\hat{\mu}_{ ext{GED}}$	λ	BIC	$\hat{\alpha}_{W}$	$\hat{\beta}_{W}$	$\hat{\mu}_{W}$	λ	BIC
5		0,366	6,0	0,95	116,1		2,152	6,0	0,81	115,6
10		0,293	8,9	0,52	119,5		2,600	8,9	0,52	123,0
15		0,183	10,0	0,76	156,2		4,288	10,0	0,61	156,3
30		0,134	13,4	0,66	170,5		5,854	13,4	0,56	173,1
45		0,103	14,5	0,79	186,5		7,597	14,5	0,79	189,0
60		0,107	16,0	0,76	182,2		7,276	16,0	0,77	185,5
90		0,099	17,2	0,60	188,4		7,955	17,2	0,60	191,4
120	0 7 2 7	0,100	18,7	0,71	191,9	0.000	7,896	18,7	0,66	192,7
180	0,/3/	0,109	22,0	0,81	183,4	0,000	7,244	22,0	0,78	186,2
360		0,096	27,9	1,78	197,7		8,395	27,9	1,67	197,7
720		0,101	34,6	0,76	190,8		7,779	34,6	0,63	191,6
1080		0,064	35,6	0,88	219,1		12,334	35,6	0,80	219,7
1440		0,066	38,4	0,68	213,7		11,698	38,4	0,64	215,2
2160		0,055	41,8	0,58	223,3		14,150	41,8	0,46	225,9
2880		0,044	44,6	0,79	240,3		17,963	44,6	0,74	241,5
4320		0,042	46,6	0,73	242,3		18,615	46,6	0,67	243,5

Tabela 5.32. Wyniki estymacji parametrów rozkładów GED i Weibulla dla opadów maksymalnych we Wrocławiu w latach 1988–2017

Zależność estymatorów $\hat{\beta}_{GED}$, $\hat{\mu}_{GED}$, $\hat{\beta}_W$ i $\hat{\mu}_W$ od czasu trwania opadu, dla opadów zarejestrowanych we Wrocławiu w latach 1988–2017, opisano równaniami postaci (5.1)–(5.4) i przedstawiono na rys. 5.34.



Rys. 5.34. Zależność estymatorów $\hat{\beta}_{GED}$, $\hat{\mu}_{GED}$, $\hat{\beta}_W$ i $\hat{\mu}_W$ od czasu trwania opadu we Wrocławiu w latach 1988–2017

Estymatory $\hat{\beta}_{\text{GED}}$, $\hat{\mu}_{\text{GED}}$, $\hat{\beta}_{\text{W}}$ i $\hat{\mu}_{\text{W}}$, obliczone metodą największej wiarygodności (dla przyjętych stałych wartości estymatorów parametrów kształtu $\hat{\alpha}_{\text{GED}}$ i $\hat{\alpha}_{\text{W}}$) dla maksymalnych opadów deszczowych zarejestrowanych we Wrocławiu w latach 1989–2018, zestawiono w tabeli 5.33.

4			GED				N	/eibull		
ι, ππ	$\hat{\alpha}_{ ext{GED}}$	$\hat{eta}_{ ext{GED}}$	$\hat{\mu}_{ ext{GED}}$	λ	BIC	$\hat{\alpha}_{W}$	$\hat{\beta}_{W}$	$\hat{\mu}_{W}$	λ	BIC
5		0,353	6,0	0,91	118,2		2,235	6,0	0,76	117,8
10		0,252	8,5	0,57	137,1		3,098	8,5	0,47	136,9
15		0,182	10,0	0,75	156,4		4,305	10,0	0,60	156,6
30		0,134	13,4	0,66	170,3		5,846	13,4	0,56	173,0
45		0,103	14,5	0,79	186,5		7,597	14,5	0,79	189,0
60		0,107	16,0	0,76	182,2		7,276	16,0	0,77	185,5
90		0,099	17,2	0,60	188,4		7,955	17,2	0,60	191,4
120	0 7 7 7	0,101	18,8	0,70	190,8	0.000	7,795	18,8	0,66	191,7
180	0,/3/	0,109	22,0	0,81	186,7	0,000	7,265	22,0	0,78	187,7
360		0,096	27,9	1,78	197,7		8,395	27,9	1,67	197,7
720		0,100	34,5	0,79	190,8		7,857	34,5	0,66	192,0
1080		0,064	35,6	0,88	219,1		12,334	35,6	0,80	219,7
1440		0,066	38,4	0,68	213,7		11,698	38,4	0,64	215,2
2160		0,055	41,8	0,58	223,3		14,150	41,8	0,46	225,9
2880		0,044	44,6	0,79	240,3		17,963	44,6	0,74	241,5
4320		0,042	46,6	0,73	242,3		18,615	46,6	0,67	243,5

Tabela 5.33. Wyniki estymacji parametrów rozkładów GED i Weibulla dla opadów maksymalnych we Wrocławiu w latach 1989–2018

Zależność estymatorów $\hat{\beta}_{\text{GED}}$, $\hat{\mu}_{\text{GED}}$, $\hat{\beta}_{\text{W}}$ i $\hat{\mu}_{\text{W}}$ od czasu trwania opadu, dla opadów zarejestrowanych we Wrocławiu w latach 1989–2018, opisano równaniami postaci (5.1)–(5.4) i przedstawiono na rys. 5.35.



Rys. 5.35. Zależność estymatorów $\hat{\beta}_{GED}$, $\hat{\mu}_{GED}$, $\hat{\beta}_W$ i $\hat{\mu}_W$ od czasu trwania opadu we Wrocławiu w latach 1989–2018

5.4. Ocena sformułowanych modeli

5.4.1. Ocena jakościowa

W celu sprawdzenia zgodności przyjętych rozkładów teoretycznych (GED i Weibulla) z rozkładami empirycznymi przeprowadzono test zgodności λ -Kołmogorowa. Hipoteza zerowa o zgodności rozkładów jest przyjmowana, gdy dane pomiarowe "pasują" do rozpatrywanego rozkładu na zadanym poziomie istotności α , tj. gdy statystyka testu jest mniejsza niż wartość krytyczna λ_{kr} (dla $\alpha = 0,05$ wartość krytyczna wynosi $\lambda_{kr} = 1,36$).

Na rysunkach 5.36 (dla rozkładu GED) oraz 5.37 (dla rozkładu Weibulla) przedstawiono w postaci wykresów pudełkowych wartości statystyk testu λ -Kołmogorowa, obliczone dla każdego z 16 analizowanych czasów trwania opadów (od t = 5do t = 4320 min) oraz dla każdego z trzydziestu analizowanych 30-letnich okresów pomiarowych (od 1960–1989 do 1989–2018) – łącznie po 480 statystyk dla każdego z rozkładów. Na wykresach przedstawiono, poza medianą i pudełkiem o wysokości rozstępu ćwiartkowego (kwantyle 25 i 75%), wartości minimalne i maksymalne (nie licząc odstających) oraz wartości odstające (w postaci krzyżyków). Dodatkowo linią czerwoną zaznaczono wartość krytyczną statystyki testu.



Rys. 5.36. Wartości statystyki testu λ -Kołmogorowa dla 30 modeli opartych na rozkładzie GED i badanych opadów maksymalnych we Wrocławiu w 30-letnich okresach, w latach od 1960–1989 do 1989–2018

W przypadku rozkładu GED, wartość krytyczna statystyki testu λ -Kołmogorowa została przekroczona 10 razy, jednak dla każdego z analizowanych okresów mediana wartości λ była znacząco niższa niż 1,36 i wahała się od 0,61 (w wieloleciu 1961–1990) do 0,94 (lata 1970–1999 i 1975–2004), przy średniej wartości 0,81. Absolutnie najwyższą wartość statystyki $\lambda = 1,84$ otrzymano dla danych z lat 1985–2014 i 1986–2015 i czasu trwania opadu t = 360 min, natomiast absolutnie najniższą wartość, $\lambda = 0,41$, otrzymano dla danych z lat 1960–1989 i 1981–2010 i czasu trwania opadu t = 2160 min. Otrzymane wyniki dają podstawę do przyjęcia hipotezy zerowej o zgodności rozkładu GED z danymi empirycznymi.



Rys. 5.37. Wartości statystyki testu λ-Kołmogorowa dla 30 modeli opartych na rozkładzie Weibulla i badanych opadów maksymalnych we Wrocławiu w 30-letnich okresach, w latach od 1960–1989 do 1989–2018

W przypadku rozkładu Weibulla wartość krytyczna statystyki testu λ -Kołmogorowa została przekroczona 9 razy, jednak dla każdego z analizowanych okresów mediana wartości λ również była znacząco niższa niż 1,36 i wahała się od 0,61 (lata 1961–1990) do 0,90 (lata 1975–2004), przy średniej wartości 0,76. Absolutnie najwyższą wartość statystyki $\lambda = 1,74$ otrzymano dla danych z lat 1985–2014 i 1986–2015 i czasu trwania opadu t = 360 min, a absolutnie najniższą wartość, $\lambda = 0,40$, otrzymano natomiast dla danych z lat 1986–2015 i 1987–2016 i czasu trwania opadu t = 2160 min. Otrzymane wyniki również dają podstawę do przyjęcia hipotezy zerowej o zgodności rozkładu Weibulla z danymi empirycznymi.

Do porównania badanych rozkładów zastosowano bayesowskie kryterium informacyjne Schwartza (2.35). Na rysunkach 5.38 (dla rozkładu GED) oraz 5.39 (dla rozkładu Weibulla) przedstawiono w postaci wykresów pudełkowych wartości kryterium informacyjnego BIC, obliczonego dla każdego z 16 analizowanych czasów trwania opadów (od t = 5 do t = 4320 min) oraz dla każdego z 30 analizowanych okresów (od 1960–1989 do 1989–2018). Na wykresach tych przedstawiono, poza medianą i pudełkiem o wysokości rozstępu ćwiartkowego (kwantyle 25 i 75%), wartości minimalne i maksymalne (nie licząc odstających) oraz wartości odstające (w postaci krzyżyków).

W przypadku rozkładu GED mediany wartości kryterium informacyjnego BIC wahały się od 187,01 (lata 1987–2016) do 204,17 (lata 1973–2002), przy średniej wartości 197,38. Najwyższą wartość BIC = 250,6 otrzymano dla danych z lat

1977–2006 i czasu trwania opadu t = 4320 min, natomiast najniższą, BIC = 79,1, dla danych z lat 1963–1992 i czasu trwania opadu t = 5 min.



Rys. 5.38. Wartości kryterium informacyjnego BIC dla 30 modeli opartych na rozkładzie GED i badanych opadów maksymalnych we Wrocławiu w 30-letnich okresach, w latach od 1960–1989 do 1989–2018



Rys. 5.39. Wartości kryterium informacyjnego BIC dla 30 modeli opartych na rozkładzie Weibulla i badanych opadów maksymalnych we Wrocławiu w 30-letnich okresach, w latach od 1960–1989 do 1989–2018

W przypadku rozkładu Weibulla mediany wartości kryterium informacyjnego BIC osiągały większe wartości – w porównaniu z rozkładem GED. Wahały się bowiem od 188,45 (lata 1987–2016) do 206,33 (lata 1975–2004), przy średniej wartości 198,90. Najwyższą wartość BIC = 251,0 otrzymano dla danych z wielolecia 1977–2006 i czasu trwania opadu t = 4320 min, natomiast najniższą, BIC = 81,2, dla danych z lat 1963–1992 i czasu trwania opadu t = 5 min.

Na podstawie kryterium informacyjnego BIC wybrano rozkład GED jako jakościowo lepszy (w porównaniu z rozkładem Weibulla) do opisu opadów maksymalnych zarejestrowanych we Wrocławiu w latach 1960–2018.

Wielelogie	$\hat{\beta}_{GED} =$	$= a_1(t - t)$	$(b_1)^{-0,25}$	⁵ $\hat{\mu}_{\text{GED}} = a_2 t^{b_2}$		t^{b_2}
Wielolecie	<i>a</i> ₁	b_1	R ²	<i>a</i> ₂	<i>b</i> ₂	R ²
1960-1989	0,343	4,750	0,980	4,551	0,294	0,989
1961-1990	0,352	4,689	0,980	4,296	0,300	0,986
1962-1991	0,362	4,767	0,974	4,368	0,297	0,985
1963-1992	0,327	4,923	0,980	4,544	0,295	0,985
1964-1993	0,327	4,908	0,975	4,504	0,296	0,984
1965-1994	0,326	4,909	0,973	4,538	0,292	0,985
1966-1995	0,309	4,850	0,957	4,735	0,292	0,985
1967-1996	0,310	4,772	0,946	4,727	0,293	0,983
1968-1997	0,317	4,656	0,939	4,622	0,299	0,985
1969-1998	0,316	4,656	0,939	4,593	0,300	0,986
1970-1999	0,322	4,670	0,939	4,592	0,300	0,985
1971-2000	0,329	4,580	0,939	4,534	0,298	0,986
1972-2001	0,328	4,510	0,927	4,626	0,296	0,985
1973-2002	0,316	4,690	0,942	4,618	0,295	0,987
1974-2003	0,321	4,677	0,933	4,674	0,296	0,987
1975-2004	0,310	4,486	0,931	4,560	0,299	0,988
1976-2005	0,347	4,314	0,934	4,592	0,295	0,986
1977-2006	0,332	4,483	0,950	4,634	0,294	0,987
1978-2007	0,332	4,479	0,934	4,876	0,286	0,982
1979-2008	0,332	4,479	0,934	4,880	0,285	0,982
1980-2009	0,343	4,364	0,917	4,919	0,285	0,981
1981-2010	0,357	4,057	0,919	4,917	0,284	0,982
1982-2011	0,362	4,110	0,927	5,044	0,281	0,984
1983-2012	0,397	4,121	0,919	4,686	0,287	0,990
1984-2013	0,412	4,009	0,898	4,753	0,287	0,986
1985-2014	0,404	4,060	0,888	4,788	0,285	0,986
1986-2015	0,402	4,011	0,886	4,970	0,276	0,985
1987-2016	0,391	4,210	0,900	5,211	0,270	0,986
1988-2017	0,356	4,143	0,927	5,510	0,263	0,986
1989-2018	0,342	4,135	0,952	5,487	0,264	0,986

Tabela 5.34. Parametry równań opisujących zależność estymatorów $\hat{\beta}_{\text{GED}}$ i $\hat{\mu}_{\text{GED}}$ od czasu trwania opadu w latach od 1960–1989 do 1989–2018

W wyniku przeprowadzonej analizy estymatorów parametrów rozkładu GED ustalono parametr kształtu na poziomie $\hat{\alpha}_{GED}$ = 0,737 (rys. 5.4) oraz stwierdzono wyraźną zależność parametrów skali i ograniczenia dolnego od czasu trwania

opadu (rys. 5.6–5.35). Zależności te opisano równaniami postaci (5.1) i (5.2), a parametry tych równań (dla trzydziestu analizowanych, 30-letnich okresów) zestawiono w tabeli 5.34.

Podstawiając równania estymatorów $\hat{\beta}_{\text{GED}}(t)$ i $\hat{\mu}_{\text{GED}}(t)$ do kwantyla (2.30), można obliczyć wysokości opadów o zadanych czasie trwania i prawdopodobieństwie przewyższenia. Przykładowo, wzory opracowane na rok 1989 (oparte na danych z lat 1960–1989) oraz na rok 2018 (oparte na danych z lat 1989–2018) przyjmują postać:

$$h_{\max} = 4,551t^{0,294} - \frac{1}{0,343(t-4,750)^{-0,25}} \ln(1-(1-p)^{1/0,737})$$
(5.5)

$$h_{\max} = 5,487t^{0,264} - \frac{1}{0,342(t-4,135)^{-0,25}} \ln(1-(1-p)^{1/0,737})$$
(5.6)

Podane wzory umożliwiają obliczenie wysokości opadów maksymalnych o zadanych czasach trwania od t = 5 do t = 4320 min i częstości występowania od C = 1 do C = 50 lat (p = 1/C). Przykładowe wyniki obliczeń maksymalnych wysokości opadów dla charakterystycznych częstości ich występowania, obliczonych za pomocą wzorów (5.5) i (5.6), przedstawiono w tabelach 5.35 i 5.36.

Jakość dopasowania wyników obliczeń maksymalnych wysokości opadów, otrzymanych za pomocą sformułowanych modeli, do danych pomiarowych z Wrocławia (z lat od 1960–1989 do 1989–2018) przedstawiono na rys. 5.40–5.42.

t min	Częstość występowania opadów C, lata									
ι, ππ	<i>C</i> = 1	<i>C</i> = 2	<i>C</i> = 3	<i>C</i> = 5	<i>C</i> = 10	<i>C</i> = 30	<i>C</i> = 50			
5	7,3	8,3	9,1	10,1	11,5	13,7	14,7			
10	9,0	11,1	12,7	14,9	17,8	22,6	24,9			
15	10,1	12,7	14,6	17,1	20,6	26,3	28,9			
30	12,4	15,6	18,0	21,1	25,5	32,6	35,9			
45	13,9	17,6	20,2	23,8	28,7	36,7	40,4			
60	15,2	19,1	22,0	25,8	31,2	39,8	43,8			
90	17,1	21,5	24,7	29,0	34,9	44,5	49,0			
120	18,6	23,3	26,8	31,4	37,8	48,2	53,0			
180	20,9	26,2	30,0	35,2	42,3	53,8	59,2			
360	25,7	31,9	36,5	42,6	51,1	64,9	71,3			
720	31,4	38,9	44,4	51,7	61,8	78,2	85,8			
1080	35,4	43,7	49,8	57,8	69,0	87,2	95,6			
1440	38,5	47,4	54,0	62,6	74,7	94,2	103,3			
2160	43,4	53,2	60,5	70,1	83,4	105,0	115,1			
2880	47,3	57,8	65,6	75,9	90,2	113,4	124,2			
4320	53,2	64,9	73,5	84,9	100,8	126,4	138,4			

Tabela 5.35. Wysokości opadów maksymalnych ($h_{\rm max}$, mm) obliczone z modelu probabilistycznego (5.5) opartego na danych z lat 1960–1989

4	Częstość występowania opadów C, lata									
ι, min	<i>C</i> = 1	<i>C</i> = 2	<i>C</i> = 3	<i>C</i> = 5	<i>C</i> = 10	<i>C</i> = 30	<i>C</i> = 50			
5	8,4	9,8	10,8	12,2	14,1	17,1	18,6			
10	10,1	12,3	14,0	16,2	19,2	24,2	26,5			
15	11,2	13,8	15,8	18,3	21,9	27,7	30,4			
30	13,5	16,7	19,1	22,3	26,7	33,9	37,3			
45	15,0	18,6	21,3	24,9	29,9	37,9	41,7			
60	16,2	20,1	23,0	26,9	32,3	41,0	45,0			
90	18,0	22,4	25,6	29,9	35,9	45,6	50,1			
120	19,4	24,1	27,6	32,3	38,7	49,2	54,0			
180	21,6	26,8	30,7	35,9	43,0	54,6	60,0			
360	25,9	32,2	36,8	42,9	51,5	65,3	71,8			
720	31,1	38,6	44,1	51,4	61,6	78,0	85,7			
1080	34,6	42,9	49,0	57,1	68,4	86,5	95,1			
1440	37,3	46,2	52,8	61,5	73,6	93,2	102,3			
2160	41,5	51,4	58,7	68,3	81,7	103,3	113,5			
2880	44,8	55,4	63,2	73,5	88,0	111,2	122,1			
4320	49.8	61.6	70.2	81.7	97.6	123.4	135.4			

Tabela 5.36. Wysokości opadów maksymalnych ($h_{\rm max}$, mm) obliczone z modelu probabilistycznego (5.6) opartego na danych z lat 1989–2018



Rys. 5.40. Porównanie ilościowe wysokości opadów obliczonych modelami GED z danymi pomiarowymi z wieloleci od 1960–1989 do 1965–1994



Rys. 5.41. Porównanie ilościowe wysokości opadów obliczonych modelami GED z danymi pomiarowymi z wieloleci od 1966–1995 do 1977–2006



Rys. 5.42. Porównanie ilościowe wysokości opadów obliczonych modelami GED z danymi pomiarowymi z wieloleci od 1978–2007 do 1989–2018

Stwierdzona, na podstawie rys. 5.40–5.42 i tabeli 5.34, wysoka zgodność dopasowania wyników obliczeń $h_{\rm max}$ za pomocą sformułowanych modeli GED z danymi pomiarowymi, zwłaszcza dla wysokości opadów do 80 mm (co ma znaczenie praktyczne, dotyczy bowiem opadów o czasie trwania do 1440 min – najwyższą dobową sumę opadów wynoszącą 74,4 mm zarejestrowano 20 lipca 2001), świadczy o wiarygodności opracowanych modeli. Mogą więc one stanowić podstawę do uogólnienia wyników i sformułowania uniwersalnego wzoru obejmującego swym zakresem stosowalności cały materiał pomiarowy.

6. Uogólnienie wyników i ich ekstrapolacja

6.1. Model predykcyjny opadów maksymalnych

Zestawione w tabeli 5.34 parametry równań opisujących zależność estymatorów $\hat{\beta}_{\text{GED}}$ i $\hat{\mu}_{\text{GED}}$ od czasu trwania opadu (dla badanych trzydziestu wieloleci od 1960–1989 do 1989–2018) poddano testowi Manna–Kendalla. Wyniki obliczeń zestawiono w tabeli 6.1.

Davamatu		Test Manna–Kendalla									
Parametr	S	τ	β	Poziom	istotności						
a_1	173	0,401	0,002	0,002	99,8%						
b_1	-315	-0,726	-0,031	0,000	100,0%						
<i>a</i> ₂	292	0,672	0,023	0,000	100,0%						
b_2	-253	-0,593	-0,001	0,000	100,0%						

Tabela 6.1. Tendencje zmian parametrów równań opisujących zależność estymatorów $\hat{\beta}_{\text{GED}}$ i $\hat{\mu}_{\text{GED}}$ od czasu trwania opadu

Test Manna–Kendalla wykazał istotne statystycznie trendy zmian wszystkich parametrów równań opisujących zależność estymatorów $\hat{\beta}_{\text{GED}}$ i $\hat{\mu}_{\text{GED}}$ od czasu trwania opadu. Wobec tego opisano je równaniami postaci (współczynniki kierunkowe prostych wyrażono estymatorem Sena – wartość β wg tab. 6.1):

$$a_1 = -3,341 + 1,833 \cdot 10^{-3}r \tag{6.1}$$

$$b_1 = 66,424 - 3,091 \cdot 10^{-2}r \tag{6.2}$$

$$a_2 = -40,810 + 2,269 \cdot 10^{-2}r \tag{6.3}$$

$$b_2 = 1,963 - 8,333 \cdot 10^{-4}r \tag{6.4}$$

gdzie: r – rok, na który liczony jest dany parametr.

Na rysunkach 6.1–6.4 przedstawiono zmienność parametrów a_1 , b_1 , a_2 i b_2 w funkcji r z ekstrapolacją do 2050 roku. Na rysunkach, poza linią trendu, zaznaczono dodatkowo przedziały ufności oraz przedziały predykcji (95%).



Rys. 6.1. Zmienność parametru a_1 w funkcji r z ekstrapolacją do 2050 r.



Rys. 6.2. Zmienność parametru b_1 w funkcji r z ekstrapolacją do 2050 r.



Rys. 6.3. Zmienność parametru a_2 w funkcji r z ekstrapolacją do 2050 r.



Rys. 6.4. Zmienność parametru b_2 w funkcji r z ekstrapolacją do 2050 r.

W rezultacie, podstawiając (6.1)–(6.4) do (5.1) i (5.2), otrzymano równania opisujące zależności wartości estymatorów $\hat{\beta}_{\text{GED}}$ i $\hat{\mu}_{\text{GED}}$ od czasu trwania opadu (od t = 5 do t = 4320 min) oraz roku (r), na który liczony jest opad (do r = 2050), postaci:

$$\hat{\beta}_{\text{GED}}(t,r) = (-3,34 + 1,83 \cdot 10^{-3}r)(t - 66,4 + 3,09 \cdot 10^{-2}r)^{-0,25}$$
(6.5)

$$\hat{\mu}_{\text{GED}}(t,r) = (-40,81 + 2,27 \cdot 10^{-2}r)t^{1,96-8,33 \cdot 10^{-4}r}$$
(6.6)

Opisane zależności przedstawiono graficznie, w postaci wykresów konturowych w pełnym zakresie zmienności parametrów (od t = 5 do t = 4320 min; od r = 1989 do r = 2050), na rys. 6.5.



Rys. 6.5. Zależność estymatorów $\hat{\beta}_{GED}$ i $\hat{\mu}_{GED}$ od czasu trwania opadu oraz roku, na który liczony jest opad

Podstawiając równania (6.5) i (6.6) do kwantyla (2.30), otrzymano ostatecznie uogólniony wzór predykcyjny na maksymalną wysokość opadów, zależny od: czasu trwania (t), prawdopodobieństwa przekroczenia (p) oraz roku (r), na który liczony jest opad:

$$h_{\max}(t, p, r) = (-40,81 + 2,27 \cdot 10^{-2}r)t^{1,96-8,33 \cdot 10^{-4}r} \\ \frac{\ln(1 - (1 - p)^{1/0,737})}{(-3,34 + 1,83 \cdot 10^{-3}r)(t - 66,4 + 3,09 \cdot 10^{-2}r)^{-0,25}}$$
(6.7)

Wzór pedykcyjny (6.7) ma zastosowanie dla czasów trwania opadów od t = 5 do t = 4320 min, prawdopodobieństwa przekroczenia od p = 0,02 do p = 1 oraz lat od r = 1989 do r = 2050.

6.2. Prognozowane zmiany wysokości i natężenia opadów

Przykładowe maksymalne wysokości opadów wg (6.7), dla charakterystycznych częstości występowania (od C = 1 do C = 50 lat) i 16 analizowanych czasów trwania (od t = 5 do t = 4320 min), obliczone na rok 2018 oraz prognozowane na rok 2050 przedstawiono kolejno w tabelach 6.2 i 6.3.

Na rysunku 6.6 przedstawiono krzywe wysokości opadu (DDF) obliczone wg (6.7) dla Wrocławia na rok 2018 i prognozowane na rok 2050.

t, min	Częstość występowania opadów C, lata									
	<i>C</i> = 1	<i>C</i> = 2	<i>C</i> = 3	<i>C</i> = 5	<i>C</i> = 10	<i>C</i> = 30	<i>C</i> = 50			
5	7,8	9,2	10,2	11,5	13,4	16,4	17,8			
10	9,5	11,7	13,3	15,4	18,3	23,1	25,3			
15	10,7	13,2	15,0	17,5	20,9	26,4	29,0			
30	13,0	16,1	18,4	21,4	25,7	32,5	35,7			
45	14,5	18,0	20,6	24,0	28,8	36,5	40,0			
60	15,8	19,5	22,3	26,0	31,2	39,5	43,3			
90	17,7	21,9	25,0	29,1	34,8	44,0	48,4			
120	19,2	23,7	27,0	31,5	37,6	47,6	52,2			
180	21,5	26,5	30,2	35,1	42,0	53,0	58,2			
360	26,1	32,1	36,5	42,4	50,5	63,7	69,9			
720	31,7	38,9	44,1	51,1	60,8	76,5	83,9			
1080	35,5	43,5	49,3	57,0	67,8	85,2	93,3			
1440	38,5	47,0	53,3	61,6	73,2	91,9	100,6			
2160	43,2	52,6	59,6	68,7	81,6	102,2	111,9			
2880	46,8	57,0	64,4	74,3	88,1	110,3	120,7			
4320	52,5	63,7	72,0	82,9	98,1	122,7	134,2			

Tabela 6.2. Maksymalne wysokości opadów (h_{max} , mm) obliczone wg (6.7) na rok 2018

4	Częstość występowania opadów C, lata									
ι, min	<i>C</i> = 1	<i>C</i> = 2	<i>C</i> = 3	<i>C</i> = 5	<i>C</i> = 10	<i>C</i> = 30	<i>C</i> = 50			
5	8,6	10,0	11,0	12,4	14,3	17,4	18,8			
10	10,3	12,2	13,6	15,5	18,1	22,3	24,3			
15	11,4	13,6	15,2	17,4	20,4	25,2	27,5			
30	13,6	16,3	18,3	20,9	24,6	30,5	33,3			
45	15,0	18,1	20,3	23,2	27,4	34,0	37,1			
60	16,2	19,5	21,9	25,0	29,5	36,6	40,0			
90	17,9	21,6	24,3	27,8	32,7	40,7	44,4			
120	19,3	23,2	26,1	29,9	35,2	43,8	47,8			
180	21,4	25,7	28,9	33,2	39,1	48,6	53,0			
360	25,6	30,7	34,5	39,6	46,6	57,9	63,2			
720	30,5	36,6	41,2	47,2	55,5	69,0	75,3			
1080	33,8	40,6	45,6	52,3	61,5	76,5	83,4			
1440	36,4	43,7	49,1	56,2	66,2	82,2	89,7			
2160	40,3	48,4	54,4	62,3	73,3	91,1	99,4			
2880	43,4	52,1	58,5	67,0	78,8	97,9	106,9			
4320	48,1	57,7	64,8	74,2	87,3	108,5	118,4			

Tabela 6.3. Maksymalne wysokości opadów (h_{max} , mm) prognozowane wg (6.7) na rok 2050



Rys. 6.6. Krzywe wysokości opadu (DDF) obliczone wg (6.7) dla Wrocławia na lata 2018 i 2050

Na rysunkach 6.7–6.13 przedstawiono w postaci wykresów konturowych zaobserwowane dotychczas i prognozowane do 2050 roku zmiany wysokości opadów (Δh , %) dla charakterystycznych częstości występowania od C = 1 do C = 50 lat oraz analizowanych w monografii czasów trwania od t = 5 do t = 4320 min.



Rys. 6.7. Zaobserwowane dotychczas i prognozowane do 2050 roku zmiany wysokości opadów (Δh , %) o częstości występowania C = 1 rok we Wrocławiu

Dla opadów deszczowych o częstości występowania C = 1 rok zaobserwowano w ostatnim trzydziestoleciu, tj. w latach 1989–2018, wzrost wysokości opadów o czasach trwania do około t = 120 min oraz spadek wysokości w przypadku opadów dłuższych (rys. 6.7). Największe wzrosty, na poziomie 6–10%, zanotowano dla opadów najbardziej intensywnych, o czasach trwania t = 5, 10 i 15 min. Największe spadki, na poziomie 3–6%, odnotowano dla opadów o czasie trwania powyżej t = 1080 min.

Prognozuje się dalszy wzrost wysokości opadów krótkotrwałych oraz spadek wysokości opadów dłuższych. Największe wzrosty, na poziomie powyżej 9% do roku 2050, prognozuje się dla opadów o czasie trwania t = 5 min. Ponadto wzrosty na poziomie powyżej 6% w tej samej perspektywie czasowej prognozuje się dla opadów o czasie trwania t = 10 i 15 min. Odwrotna tendencja przewidywana jest dla opadów o czasie trwania powyżej t = 120 min. Największe spadki, na poziomie powyżej 6% do roku 2050, prognozuje się dla opadów o czasie trwania jednej doby i dłuższych.


Rys. 6.8. Zaobserwowane dotychczas i prognozowane do 2050 roku zmiany wysokości opadów (Δh , %) o częstości występowania *C* = 2 lata we Wrocławiu

Dla opadów deszczowych o częstości występowania C = 2 lata zaobserwowano w ostatnim trzydziestoleciu wzrost wysokości opadów o czasach trwania do około t = 60 min oraz spadek wysokości w przypadku opadów dłuższych (rys. 6.8). Największe wzrosty, na poziomie 3–15%, zanotowano dla opadów najbardziej intensywnych, o czasach trwania t = 5, 10 i 15 min. Największe spadki, na poziomie 5–8%, odnotowano dla opadów o czasie trwania powyżej t = 1080 min.

Prognozuje się dalszy wzrost wysokości opadów krótkotrwałych oraz spadek wysokości opadów dłuższych. Największe wzrosty, na poziomie powyżej 9% do roku 2050, prognozuje się dla opadów o czasie trwania t = 5 min. Ponadto wzrosty na poziomie powyżej 3% w tej samej perspektywie czasowej prognozuje się dla opadów o czasie trwania t = 10 i 15 min. Odwrotna tendencja przewidywana jest dla opadów o czasie trwania powyżej t = 60 min. Największe spadki, na poziomie 6–10% do roku 2050, prognozuje się dla opadów o czasie trwania jednej doby i dłuższych.



Rys. 6.9. Zaobserwowane dotychczas i prognozowane do 2050 roku zmiany wysokości opadów (Δh , %) o częstości występowania *C* = 3 lata we Wrocławiu

Dla opadów deszczowych o częstości występowania C = 3 lata zaobserwowano w ostatnim trzydziestoleciu wzrost wysokości opadów o czasach trwania do około t = 30 min oraz spadek wysokości w przypadku opadów dłuższych (rys. 6.9). Największe wzrosty, na poziomie 2–15%, zanotowano dla opadów najbardziej intensywnych, o czasach trwania t = 5, 10 i 15 min. Największe spadki, na poziomie 7–9%, odnotowano dla opadów o czasie trwania powyżej t = 1080 min.

Prognozuje się dalszy wzrost wysokości opadów krótkotrwałych oraz spadek wysokości opadów dłuższych. Największe wzrosty, na poziomie powyżej 8% do roku 2050, prognozuje się dla opadów o czasie trwania t = 5 min. Ponadto wzrosty na poziomie powyżej 3% w tej samej perspektywie czasowej prognozuje się dla opadów o czasie trwania t = 10 i 15 min. Odwrotna tendencja przewidywana jest dla opadów o czasie trwania powyżej t = 30 min. Największe spadki, na poziomie 7–8% do roku 2050, prognozuje się dla opadów o czasie trwania jednej doby i dłuższych.



Rys. 6.10. Zaobserwowane dotychczas i prognozowane do 2050 roku zmiany wysokości opadów (Δh , %) o częstości występowania *C* = 5 lat we Wrocławiu

Dla opadów deszczowych o częstości występowania C = 5 lat zaobserwowano w ostatnim trzydziestoleciu wzrost wysokości opadów o czasach trwania do około t = 15 min oraz spadek wysokości w przypadku opadów dłuższych (rys. 6.10). Największe wzrosty, na poziomie 3–15%, zanotowano dla opadów najbardziej intensywnych, o czasach trwania t = 5 i 10 min. Największe spadki, na poziomie 8–10%, odnotowano dla opadów o czasie trwania powyżej t = 1080 min.

Prognozuje się dalszy wzrost wysokości opadów krótkotrwałych oraz spadek wysokości opadów dłuższych. Największe wzrosty, na poziomie powyżej 7% do roku 2050, prognozuje się dla opadów o czasie trwania t = 5 min. Ponadto wzrosty na poziomie powyżej 3% w tej samej perspektywie czasowej prognozuje się dla opadów o czasie trwania t = 10 min. Odwrotna tendencja przewidywana jest dla opadów o czasie trwania powyżej t = 15 min. Największe spadki, na poziomie 8–10% do roku 2050, prognozuje się dla opadów o czasie trwania jednej doby i dłuższych.



Rys. 6.11. Zaobserwowane dotychczas i prognozowane do 2050 roku zmiany wysokości opadów (Δh , %) o częstości występowania *C* = 10 lat we Wrocławiu

Dla opadów deszczowych o częstości występowania C = 10 lat zaobserwowano w ostatnim trzydziestoleciu wzrost wysokości opadów o czasach trwania do około t = 10 min oraz spadek wysokości w przypadku opadów o dłuższych czasach trwania (rys. 6.11). Największe wzrosty, na poziomie 3–15%, zanotowano dla opadów najbardziej intensywnych, o czasach trwania do t = 10 min. Największe spadki, na poziomie 9–10%, odnotowano dla opadów o czasie trwania powyżej t = 1080 min.

Prognozuje się dalszy wzrost wysokości opadów krótkotrwałych oraz spadek wysokości opadów dłuższych. Największe wzrosty, na poziomie powyżej 6% do roku 2050, prognozuje się dla opadów o czasie trwania t = 5 min. Odwrotna tendencja przewidywana jest dla opadów o czasie trwania powyżej t = 10 min. Największe spadki, na poziomie 9–10% do roku 2050, prognozuje się dla opadów o czasie trwania jednej doby i dłuższych.



Rys. 6.12. Zaobserwowane dotychczas i prognozowane do 2050 roku zmiany wysokości opadów (Δh , %) o częstości występowania *C* = 30 lat we Wrocławiu

Dla opadów deszczowych o częstości występowania C = 30 lat zaobserwowano w ostatnim trzydziestoleciu wzrost wysokości opadów o czasach trwania do około t = 10 min oraz spadek wysokości w przypadku opadów o dłuższych czasach trwania (rys. 6.12). Największe wzrosty, na poziomie powyżej 15%, zanotowano dla opadów najbardziej intensywnych, o czasie trwania t = 5 min. Największe spadki, na poziomie 11–12%, odnotowano dla opadów o czasie trwania powyżej t = 1080 min.

Prognozuje się dalszy wzrost wysokości opadów krótkotrwałych oraz spadek wysokości opadów dłuższych. Największe wzrosty, na poziomie 6% do roku 2050, prognozuje się dla opadów o czasie trwania t = 5 min. Odwrotna tendencja przewidywana jest dla opadów o czasie trwania powyżej t = 10 min. Największe spadki, na poziomie 10–11% do roku 2050, prognozuje się dla opadów o czasie trwania jednej doby i dłuższych.



Rys. 6.13. Zaobserwowane dotychczas i prognozowane do 2050 roku zmiany wysokości opadów (Δh , %) o częstości występowania *C* = 50 lat we Wrocławiu

Dla opadów deszczowych o częstości występowania C = 50 lat zaobserwowano w ostatnim trzydziestoleciu wzrost wysokości opadów o czasach trwania do około t = 10 min oraz spadek wysokości w przypadku opadów o dłuższych czasach trwania (rys. 6.13). Największe wzrosty, na poziomie powyżej 15%, zanotowano dla opadów najbardziej intensywnych, o czasie trwania t = 5 min. Największe spadki, na poziomie 11–13%, odnotowano dla opadów o czasie trwania powyżej t = 1080 min.

Prognozuje się dalszy wzrost wysokości opadów krótkotrwałych oraz spadek wysokości opadów dłuższych. Największe wzrosty, na poziomie 6% do roku 2050, prognozuje się dla opadów o czasie trwania t = 5 min. Odwrotna tendencja przewidywana jest dla opadów o czasie trwania powyżej t = 10 min. Największe spadki, na poziomie 11–12% do roku 2050, prognozuje się dla opadów o czasie trwania jednej doby i dłuższych.

W celu lepszego zobrazowania prognozowanych zmian w tabelach 6.4 i 6.5 przedstawiono maksymalne natężenia opadów deszczowych przeliczone ze wzoru

(6.7) na lata 2018 i 2050. Natężenia jednostkowe opadów (q, w dm³/s·ha) przedstawiono dla charakterystycznych częstości ich występowania od C = 1 do C = 50 lat i dla czasów trwania opadów od t = 5 do t = 4320 min.

t min	Częstość występowania opadów C, lata							
ι, μπη	<i>C</i> = 1	<i>C</i> = 2	<i>C</i> = 3	<i>C</i> = 5	<i>C</i> = 10	<i>C</i> = 30	<i>C</i> = 50	
5	261,1	306,6	340,2	384,6	446,5	546,5	593,2	
10	158,6	194,6	221,2	256,3	305,3	384,3	421,2	
15	118,5	146,5	167,1	194,4	232,4	293,7	322,4	
30	72,0	89,4	102,2	119,1	142,7	180,7	198,5	
45	53,8	66,8	76,3	89,0	106,6	135,0	148,3	
60	43,8	54,3	62,0	72,3	86,6	109,6	120,4	
90	32,7	40,5	46,3	53,9	64,5	81,6	89,6	
120	26,6	32,9	37,6	43,7	52,3	66,1	72,6	
180	19,9	24,5	28,0	32,5	38,9	49,1	53,9	
360	12,1	14,9	16,9	19,6	23,4	29,5	32,4	
720	7,3	9,0	10,2	11,8	14,1	17,7	19,4	
1080	5,5	6,7	7,6	8,8	10,5	13,1	14,4	
1440	4,5	5,4	6,2	7,1	8,5	10,6	11,6	
2160	3,3	4,1	4,6	5,3	6,3	7,9	8,6	
2880	2,7	3,3	3,7	4,3	5,1	6,4	7,0	
4320	2,0	2,5	2,8	3,2	3,8	4,7	5,2	

Tabela 6.4. Maksymalne natężenia jednostkowe opadów (q, dm³/s·ha) obliczone na rok 2018

Tabela 6.5. Maksymalne natężenia jednostkowe opadów (q, dm³/s·ha) prognozowane na rok 2050

4	Częstość występowania opadów C, lata							
ι, mm	<i>C</i> = 1	<i>C</i> = 2	<i>C</i> = 3	<i>C</i> = 5	<i>C</i> = 10	C = 30	<i>C</i> = 50	
5	286,6	333,3	367,8	413,4	477,0	579,6	627,6	
10	171,0	203,1	226,8	258,1	301,9	372,4	405,4	
15	126,4	150,9	169,0	192,9	226,3	280,2	305,4	
30	75,4	90,4	101,5	116,2	136,6	169,6	185,1	
45	55,7	66,9	75,2	86,1	101,3	125,9	137,4	
60	45,0	54,0	60,7	69,6	81,9	101,8	111,1	
90	33,2	40,0	44,9	51,5	60,6	75,4	82,3	
120	26,8	32,3	36,3	41,5	48,9	60,8	66,4	
180	19,8	23,8	26,8	30,7	36,2	45,0	49,1	
360	11,8	14,2	16,0	18,3	21,6	26,8	29,3	
720	7,1	8,5	9,5	10,9	12,9	16,0	17,4	
1080	5,2	6,3	7,0	8,1	9,5	11,8	12,9	
1440	4,2	5,1	5,7	6,5	7,7	9,5	10,4	
2160	3,1	3,7	4,2	4,8	5,7	7,0	7,7	
2880	2,5	3,0	3,4	3,9	4,6	5,7	6,2	
4320	1,9	2,2	2,5	2,9	3,4	4,2	4,6	

Na rysunku 6.14 przedstawiono dla przykładu krzywe natężenia deszczu jednostkowego (IDF), obliczone wg (6.7) dla Wrocławia na rok 2018 i prognozowane na rok 2050. Krzywe IDF przedstawiono dla charakterystycznych częstości ich występowania – od C = 1 do C = 50 lat.



Rys. 6.14. Krzywe natężenia jednostkowego opadu (IDF) obliczone wg (6.7) dla Wrocławia na lata 2018 i 2050

Prognozowane maksymalne natężenia opadów, zwłaszcza krótkotrwałych, wzrosną w perspektywie roku 2050 o 6–10%, co w rezultacie spowoduje zmniejszenie wartości obecnej częstości występowania tych ekstremalnych zdarzeń opadowych o około 30%. Przykładowo, opady zdarzające się obecnie raz na C = 3 lata będą w przyszłości występowały raz na C = 2 lata. Oznacza to, że częściej będziemy obserwować lokalne podtopienia spowodowane deszczami o bardzo dużym jednostkowym natężeniu.

7. Podsumowanie i wnioski końcowe

Kanalizacja deszczowa powinna zabezpieczać przed skutkami ekstremalnych opadów, podtopień czy powodzi, jednak ze względu na stochastyczny charakter opadów i ich dużą zmienność czasowo-przestrzenną osiągniecie w pełni niezawodnego jej działania nie jest możliwe. Norma PN-EN 752:2017 proponuje rozróżnianie dopuszczalnej częstości wylewów z kanalizacji w siedmiostopniowej skali wpływu zagrożenia na środowisko. Przykładowo, ogranicza dopuszczalna czestość wylań z kanalizacji od 1 raz na rok dla obszarów o bardzo małym zagrożeniu (np. drogi i przestrzenie otwarte zlokalizowane z dala od budynków), przez m.in. częstość 1 raz na 5 lat dla obszarów o średnim zagrożeniu (np. drogi i przestrzenie otwarte zlokalizowane w pobliżu budynków), do czestości 1 raz na 50 lat dla obszarów o bardzo wysokim zagrożeniu (infrastruktura krytyczna). Jednocześnie zastrzega się, że podane wartości dopuszczalnych częstości wylewów, jako przykładowe, moga być zarówno podwyższane "w przypadku szybko przemieszczających się wód powodziowych", ale także obniżane "w przypadku przebudowy istniejących systemów, gdy osiagniecie tych samych kryteriów projektowych dla nowych systemów pociąga za sobą zbyt wysokie koszty". Ponieważ systemy kanalizacyjne projektuje się na perspektywę 50–100 lat, ta druga możliwość (tj. obniżania dopuszczalnej częstości zagrożeń) jest dyskusyjna, ponieważ coraz więcej uwagi poświeca się zachodzacym zmianom klimatu, zwłaszcza w kontekście globalnego ocieplenia i zwiększenia się częstości występowania ekstremalnych zdarzeń pogodowych.

Zarówno postępująca urbanizacja, jak i zmiany klimatyczne, mają negatywny wpływ na sprawność funkcjonowania systemów kanalizacyjnych, powodując coraz częstsze ich przeciążenia, prowadzące do lokalnych podtopień czy powodzi miejskich. Adaptacja miejskiej infrastruktury determinowana zmieniającym się klimatem nabierać będzie coraz większego znaczenia, aby nasze miasta mogły nadawać się do bezpiecznego zamieszkania w przyszłości.

Badania nad przyszłymi scenariuszami opadowymi i ich wpływem na infrastrukturę odwodnieniową prowadzone są od wielu lat na całym świecie. Również w Polsce zaznacza się tendencja zmiany struktury opadów: wydłużają się okresy bezopadowe, po których następują intensywne opady, niszczące uprawy, powodujące lokalne podtopienia, a nawet powodzie. Wzrost częstości występowania ekstremalnych opadów niewątpliwie spowoduje konieczność aktualizacji krzywych wysokości (DDF) i natężenia (IDF) opadów. Kwantyfikacja problemu, jak również odpowiednie planowanie zaradcze w celu zminimalizowania negatywnych skutków takich zdarzeń w przyszłości są już dziś pilnie potrzebne. Obecny stan prawny w Polsce nakłada na projektantów systemów kanalizacyjnych obowiązek bezpiecznego ich wymiarowania, tj. z wykorzystaniem najnowszej dostępnej wiedzy.

W pracy, na podstawie obserwacji opadów we Wrocławiu, podjęto próbę predykcji przyszłych opadów maksymalnych, miarodajnych do wymiarowania systemów odwodnieniowych. Materiałem badawczym były zapisy pluwiograficzne ze stacji Wrocław-Strachowice (wysokość terenu 120 m n.p.m.) Instytutu Meteorologii i Gospodarki Wodnej – Państwowego Instytutu Badawczego z lat 1960–2018 (59 lat obserwacji). Jest to stacja synoptyczna I rzędu z całodobową obsługą, która zapewnia również osłonę meteorologiczną lotnictwa cywilnego we Wrocławiu. Całodobowa obsługa stacji oraz wykwalifikowana obsługa zapewniają najwyższą klasę rejestrowanych danych meteorologicznych. Pomiary opadów wykonywano z wykorzystaniem pluwiografów typu pływakowego (do 2007 r.) oraz korytkowego (po 2007 r.).

W pierwszej kolejności poddano analizie miesięczne i roczne sumy opadów. Zastosowany test Manna–Kendalla wykazał tendencje bliskie istotności statystycznej – rosnące w styczniu (1,6 mm/dekadę) oraz malejące w czerwcu, sierpniu i listopadzie (odpowiednio 4,8, 4,4 i 2,4 mm/dekadę). Ponadto wykazano tendencję malejącą rocznej sumy opadów (na poziomie –12,6 mm/dekadę).

Ponieważ modele opadów należy opierać na co najmniej 30 letnim okresie pomiarowym, a zasadniczym celem pracy była prognoza przyszłych opadów oparta na obserwowanych trendach, z materiału pomiarowego wydzielono 30 trzydziestoletnich okresów: 1960-1989, 1961-1990, ..., 1989-2018. W ten sposób powstało 30 ciągów pomiarowych, które stanowiły podstawę do opracowania modeli probabilistycznych opadów maksymalnych. Maksymalne opady deszczowe do analiz statystycznych wybrano metoda przewyższeń powyżej progu odciecia – dla 16 czasów trwania zalecanych do formułowania modeli opadów, tj.: 5, 10, 15, 30, 45, 60, 90, 120, 180, 360, 720, 1080, 1440, 2160, 2880 i 4320 min. W rezultacie do analizy wyselekcjonowano 2018 opadów, z których dla każdego z 30 okresów (od 1960–1989 do 1989–2018) wyselekcjonowano po 30 największych wysokości opadów (dla każdego z 16 czasów trwania opadów) i uszeregowano je nierosnąco. Tak przygotowanym danym przypisano empiryczne prawdopodobieństwo przekroczenia, a następnie metodą największej wiarygodności wyznaczono estymatory parametrów rozkładów GED oraz Weibulla, za pomocą których opisano maksymalne wysokości opadów dla każdego z 30 analizowanych okresów.

W celu sprawdzenia zgodności przyjętych rozkładów teoretycznych z rozkładami empirycznymi przeprowadzono test zgodności λ -Kołmogorowa. Otrzymane wyniki umożliwiły przyjęcie hipotezy zerowej o zgodności rozkładów teoretycznych GED i Weibulla z danymi empirycznymi. Do porównania rozkładów zastosowano bayesowskie kryterium informacyjne Schwartza. Wybrano rozkład GED jako lepszy jakościowo do opisu analizowanych danych empirycznych. Stwierdzono bardzo dużą zgodność wyników otrzymanych za pomocą sformułowanych modeli GED z danymi pomiarowymi, zwłaszcza dla opadów trwających do 1440 min.

Wysoka zgodność dopasowania wyników obliczeń ($h_{\rm max}$) otrzymanych za pomocą sformułowanych modeli z danymi pomiarowymi, zwłaszcza dla opadów trwających do 1440 min, świadczy o wiarygodności opracowanych modeli. Mogą więc one stanowić podstawę do uogólnienia wyników i sformułowania uniwersalnego wzoru obejmującego swym zakresem stosowalności cały materiał pomiarowy. Zastosowany test Manna–Kendalla wykazał istotne statystycznie trendy zmian wszystkich parametrów równań opisujących zależność estymatorów parametrów skali i dolnego ograniczenia od czasu trwania opadu. W rezultacie otrzymano równania, które po podstawieniu do kwantyla GED umożliwiły sformułowanie modelu predykcyjnego maksymalnej wysokości opadów (6.7), zależnej od: czasu trwania (od t = 5 do t = 4320 min), prawdopodobieństwa przekroczenia (od p = 0,02 do p = 1) oraz roku, na który liczony jest opad (od r = 1989 do r = 2050).

Na podstawie przeprowadzonych badań można przedstawić następujące wnioski końcowe:

- Dla opadów deszczowych o częstości występowania C = 1 rok zaobserwowano w ostatnim trzydziestoleciu, tj. w latach 1989–2018, wzrost wysokości opadów o czasach trwania do około t = 120 min oraz spadek wysokości w przypadku opadów dłuższych. Największe wzrosty, na poziomie 6–10%, zanotowano dla opadów najbardziej intensywnych, o czasach trwania t = 5, 10 i 15 min. Największe spadki, na poziomie 3–6%, odnotowano dla opadów o czasie trwania powyżej t = 1080 min. Prognozuje się dalszy wzrost wysokości opadów krótkotrwałych oraz spadek wysokości opadów dłuższych. Największe wzrosty, na poziomie powyżej 9% do roku 2050, prognozuje się dla opadów o czasie trwania t = 5 min. Ponadto wzrosty na poziomie powyżej 6% w tej samej perspektywie czasowej prognozuje się dla opadów o czasie trwania powyżej t = 120 min. Największe spadki, na poziomie powyżej 6% do roku 2050, prognozuje się dla opadów o czasie trwania powyżej t = 120 min. Największe spadki, na poziomie powyżej 6% do roku 2050, prognozuje się dla opadów o czasie trwania powyżej t = 120 min. Największe spadki, na poziomie powyżej 6% do roku 2050, prognozuje się dla opadów o czasie trwania powyżej t = 120 min. Największe spadki, na poziomie powyżej 6% do roku 2050, prognozuje się dla opadów o czasie trwania powyżej t = 120 min. Największe spadki, na poziomie powyżej 6% do roku 2050, prognozuje się dla opadów o czasie trwania jednej doby i dłuższych.
- Dla opadów deszczowych o częstości występowania C = 2 lata zaobserwowano w ostatnim trzydziestoleciu, tj. w latach 1989–2018, wzrost wysokości opadów o czasach trwania do około t = 60 min oraz spadek wysokości w przypadku opadów dłuższych. Największe wzrosty, na poziomie 3–15%, zanotowano dla opadów najbardziej intensywnych, o czasach trwania t = 5, 10 i 15 min. Największe spadki, na poziomie 5–8%, odnotowano dla opadów o czasie trwania powyżej t = 1080 min. Prognozuje się dalszy wzrost wysokości opadów krótkotrwałych oraz spadek wysokości opadów dłuższych.

Największe wzrosty, na poziomie powyżej 9% do roku 2050, prognozuje się dla opadów o czasie trwania t = 5 min. Ponadto wzrosty na poziomie powyżej 3% w tej samej perspektywie czasowej prognozuje się dla opadów o czasie trwania t = 10 i 15 min. Odwrotna tendencja przewidywana jest dla opadów o czasie trwania powyżej t = 60 min. Największe spadki, na poziomie 6–10% do roku 2050, prognozuje się dla opadów o czasie trwania jednej doby i dłuższych.

- Dla opadów deszczowych o częstości występowania C = 3 lata zaobserwo-wano w ostatnim trzydziestoleciu, tj. w latach 1989–2018, wzrost wysokości opadów o czasach trwania do około t = 30 min oraz spadek wysokości w przypadku opadów dłuższych. Największe wzrosty, na poziomie 2–15%, zanotowano dla opadów najbardziej intensywnych, o czasach trwania t = 5, 10 i 15 min. Największe spadki, na poziomie 7–9%, odnotowano dla opadów o czasie trwania powyżej t = 1080 min. Prognozuje się dalszy wzrost wysokości opadów krótkotrwałych oraz spadek wysokości opadów dłuższych. Największe wzrosty, na poziomie powyżej 8% do roku 2050, prognozuje się dla opadów o czasie trwania t = 5 min. Ponadto wzrosty na poziomie powyżej 3% w tej samej perspektywie czasowej prognozuje się dla opadów o czasie trwania t = 10 i 15 min. Odwrotna tendencja przewidywana jest dla opadów o czasie trwania powyżej t = 30 min. Największe spadki, na poziomie 7–8% do roku 2050, prognozuje się dla opadów o czasie trwania jednej doby i dłuższych.
- Dla opadów deszczowych o częstości występowania C = 5 lat zaobserwo-wano w ostatnim trzydziestoleciu, tj. w latach 1989–2018, wzrost wysokości opadów o czasach trwania do około t = 15 min oraz spadek wysokości w przypadku opadów dłuższych. Największe wzrosty, na poziomie 3–15%, zanotowano dla opadów najbardziej intensywnych, o czasach trwania t = 5i 10 min. Największe spadki, na poziomie 8–10%, odnotowano dla opadów o czasie trwania powyżej t = 1080 min. Prognozuje się dalszy wzrost wysokości opadów krótkotrwałych oraz spadek wysokości opadów dłuższych. Największe wzrosty, na poziomie powyżej 7% do roku 2050, prognozuje się dla opadów o czasie trwania t = 5 min. Ponadto wzrosty na poziomie powyżej 3% w tej samej perspektywie czasowej prognozuje się dla opadów o czasie trwania t = 10 min. Odwrotna tendencja przewidywana jest dla opadów o czasie trwania powyżej t = 15 min. Największe spadki, na poziomie 8–10% do roku 2050, prognozuje się dla opadów o czasie trwania jednej doby i dłuższych.
- Dla opadów deszczowych o częstości występowania C = 10, 30 i 50 lat zaobserwowano w ostatnim trzydziestoleciu, tj. w latach 1989–2018, wzrost wysokości opadów o czasach trwania do około t = 10 min oraz spadek wysokości w przypadku opadów dłuższych. Największe wzrosty, na poziomie

do 15%, zanotowano dla opadów najbardziej intensywnych, o czasach trwania t = 5 min. Największe spadki, na poziomie 9–13%, odnotowano dla opadów o czasie trwania powyżej t = 1080 min. Prognozuje się dalszy wzrost wysokości opadów krótkotrwałych oraz spadek wysokości opadów dłuższych. Największe wzrosty, na poziomie powyżej 7% do roku 2050, prognozuje się dla opadów o czasie trwania t = 5 min. Odwrotna tendencja przewidywana jest dla opadów o czasie trwania powyżej t = 10 min. Największe spadki, na poziomie 9–12% do roku 2050, prognozuje się dla opadów o czasie trwania jednej doby i dłuższych.

Sformułowany w pracy model predykcyjny maksymalnej wysokości opadów umożliwi projektantom uwzględnienie w procesie projektowym prognozowanych zmian natężenia opadów deszczowych, a tym samym ułatwi sprostanie wymaganiom normy PN-EN 752 w zakresie częstości występowania wylewów z systemów kanalizacyjnych – projektowanych obecnie, a mających bezpiecznie funkcjonować w kilkudziesięcioletniej perspektywie.

Literatura

- [1] AFZAL M., MANSELL M.G., GAGNON A.S., *Trends and variability in daily precipitation in Scotland*, Procedia Environmental Sciences, 2011, Vol. 6, s. 15–26.
- [2] AHMED S., TSANIS I., Climate Change Impact on Design Storm and Performance of Urban Storm-Water Management System – A Case Study on West Central Mountain Drainage Area in Canada, Hydrology Current Research, 2016, Vol. 7, No. 1, s. 1–11.
- [3] ALEXANDROV V., GENEV M., *Climate variability and change impact on water resources in Bulgaria*, European Water, 2003, Vol. 1/2, 25–30.
- [4] ALEXANDROV V., SCHNEIDER M., KOLEVA E., MOISSELIN J.M., Climate variability and change in Bulgaria during the 20th century, Theoretical and Applied Climatology, 2004, Vol. 79, s. 133–149.
- [5] ALFNES E., FORLAND E.J., *Trends in extreme precipitation and return values in Norway* 1900–2004, Norwegian Meteorological Institute, Report no. 2, 2006.
- [6] ALLAN R. P., SODEN B. J., *Atmospheric warming and the amplification of precipitation extremes,* Science, 2008, Vol. 321, s. 1481–1484.
- [7] ALLEN, M.R., INGRAM W.J., Constraints on future changes in climate and the hydrologic cycle, Nature, 2002, Vol. 419, s. 224–232.
- [8] ANGULO-MARTÍNEZ M., BEGUERÍA S., Trends in rainfall erosivity in NE Spain at annual, seasonal and daily scales, 1955–2006, Hydrology and Earth System Sciences, 2012, Vol. 16, s. 3551–3559.
- [9] Arbeitsblatt DWA-A 531, *Starkregen in Abhängigkeit von Wiederkehrzeit und Dauer*, Hannef 2012.
- [10] ARGHIUŞ V., MUNTEAN L., ARGHIUŞ C., ROŞIAN G., MIHĂIESCU R., BACIU N., MALOŞ C., MĂCICĂŞAN V., Annual and seasonal air temperature and precipitation trends in the North of the Apuseni Mountains, ECOTERRA – Journal of Environmental Research and Protection, 2015, Vol. 12, No. 4, s. 38–44.
- [11] ARISZ H., BURRELL B.C., Urban drainage infrastructure planning and design considering climate change, EIC Climate Change Technology, Proceedings of the 2006 IEEE EIC Climate Change Conference, Ottawa 2006.
- [12] ARNBJERG-NIELSEN K., Quantification of climate change effects on extreme precipitation used for high resolution hydrologic design, Urban Water Journal, 2012, Vol. 9, No. 2, s. 57–65.
- [13] ARNBJERG-NIELSEN K., LEONARDSEN L., MADSEN H., Evaluating adaptation options for urban flooding based on new highend emission scenario regional climate model simulations, Climate Research, 2015, Vol. 64, s. 73–84.
- [14] ARNBJERG-NIELSEN K., WILLEMS P., OLSSON J., BEECHAM S., PATHIRANA A., BÜLOW GREGERSEN I., MADSEN H., NGUYEN V.T., Impacts of climate change on rainfall extremes and urban drainage systems: a review, Water Science & Technology, 2013, Vol. 68, No. 1, s. 16–28.
- [15] ASADIEH B., KRAKAUER N.Y., Global trends in extreme precipitation: climate models versus observations, Hydrology and Earth System Sciences, 2015, Vol. 19, s. 877–891.
- [16] AVOTNIECE Z., KLAVINS M., RODINOVS V., Changes of extreme climate events in Latvia, Environmental and Climate Technologies, 2012, Vol. 9, s. 4–11.
- [17] AVOTNIECE Z., RODINOVS V., LIZUMA L., BRIEDE A., KLAVINŠ M., *Trends in the frequency of extreme climate events in Latvia*, Baltica, 1010, Vol. 23, No. 2, s. 135–148.

- [18] BANASZKIEWICZ B., GRABOWSKA K., DYMERSKA A., Selected precipitation characteristics of seasons in north-eastern Poland in 1951–2000, [w:] Climate and agroclimate of north-eastern Poland, Z. Szwejkowski (red.), Olsztyn 2011.
- [19] BARTCZAK A., GLAZIK R., TYSZKOWSKI S., *Tendencje rocznych sum opadów atmosferycznych we wschodniej części Kujaw*, Nauka Przyroda Technologie, 2013, vol. 7, nr 1, art. 8.
- [20] BARTELS H., MALITZ G., ASMUS S. i in., *Starkniederschlagshöhen für Deutschland, KOSTRA-*-*Atlas*, Deutscher Wetterdienst – Hydrometeorologie, Offenbach 1997.
- [21] BARTHOLY J., PONGRÁCZ R., KIS A., Projected changes of extreme precipitation using multimodel approach, Quarterly Journal of the Hungarian Meteorological Service, 2015, Vol. 119, No. 2, s. 129–142.
- [22] BEN-ZVI A., Rainfall intensity-duration-frequency relationships derived from large partial duration series, Journal of Hydrology, 2009, Vol. 367, No. 1–2, s. 104–114.
- [23] BERANOVÁ R., KYSELÝ J., Trends of precipitation characteristics in the Czech Republic over 1961–2012, their spatial patterns and links to temperature and the North Atlantic Oscillation, International Journal of Climatology, 2017, art. 5392.
- [24] BERGGREN K., *Indicators for urban drainage system assessment of climate change impacts*, 11th International Conference on Urban Drainage, Edinburgh 2008.
- [25] BEZAK N., ŠRAJ M., MIKOŠ M., Copula-based IDF curves and empirical rainfall thresholds for flash floods and rainfall-induced landslides, Journal of Hydrology, 2016, Vol. 541, s. 272–284.
- [26] BLANCHET J., MOLINIÉ G., TOUATI J., Spatial analysis of trend in extreme daily rainfall in southern France, Climate Dynamics, 2016.
- [27] BŁASZCZYK W., *Spływy deszczowe w sieci kanalizacyjnej (wytyczne do normatywu)*, Gaz, Woda i Technika Sanitarna, 1954, nr 9, s. 262–271.
- [28] BOCHENEK W., Ocena zmian warunków opadowych na stacji naukowo-badawczej IGiPZ PAN w Szymbarku w okresie 40 lat obserwacji (1971–2010) i ich wpływ na zmienność odpływu wody ze zlewni Bystrzanki, Woda-Środowisko–Obszary Wiejskie, 2012, vol. 12, nr 2.
- [29] BOCHEVA L., MARINOVA T., NIKOLOVA T., Comparative analysis of severe storms, connected with extreme precipitation in Bulgaria (1951–2010), Journal of International Scientific Publications: Ecology and Safety, 2014, Vol. 8, s. 461–468.
- [30] BODRI L., CERMAK V., KRESL M., *Trends in precipitation variability: Prague (the Czech Republic)*, Climatic Change, 2005, Vol. 72, s. 151–170.
- [31] BOÉ J., TERRAY L., A weather-type approach to analyzing winter precipitation in France: twentieth-century trends and the role of anthropogenic forcing, Journal of Climate, 2008, Vol. 21, s. 3118–3133.
- [32] BOGDANOWICZ E., STACHÝ J., Maksymalne opady deszczu w Polsce. Charakterystyki projektowe, Materiały badawcze, Seria: Hydrologia i Oceanologia nr 23, Instytut Meteorologii i Gospodarki Wodnej, Warszawa 1998.
- [33] BRATH A., CASTELLARIN A., MONTANARI A., *Detecting non stationarity in extreme rainfall data observed in Northern Italy*, [w:] Proceedings of EGS Plinius Conference on Mediterranean Storms, Maratea 1999.
- [34] BROCCOLI A.J., DIXON K.W., DELWORTH T.L., KNUTSON T.R., STOUFFER R.J., ZENG F., Twentieth-century temperature and precipitation trends in ensemble climate simulations including natural and anthropogenic forcing, Journal of Geophysical Research, 2003, Vol. 108, No. d24, art. 4798.
- [35] BROWN R.R., CLARKE J., *Transition to water sensitive urban design: the story of Melbourne*, Report No. 07/1, Facility for Advancing Water Biofiltration, Monash University, June 2007.
- [36] BURIĆ D., LUKOVIĆ J., BAJAT B., KILIBARDA M., ŽIVKOVIĆ N., Recent trends in daily rainfall extremes over Montenegro (1951–2010), Natural Hazards and Earth System Sciences, 2015, Vol. 15, s. 2069–2077.
- [37] BURLANDO P., ROSSO R., *Extreme storm rainfall and climatic change*, Atmospheric Research, 1991, Vol. 27, s. 169–189.

- [38] VAN CAMP M., WALRAEVENS K., Impact of precipitation trends and the North Atlantic Oscillation on phreatic water levels in Low Belgium, Geologica Belgica, 2013, Vol. 16, No. 3, s. 157–163.
- [39] DE CASTRO M., MARTÍN-VIDE J., ALONSO S., *The climate of Spain: Past, present and scenarios for the 21st century*, Publicaciones Ministerio de Medio Ambiente, 2005.
- [40] CHOMICZ K., Ulewy i deszcze nawalne w Polsce, Wiadomości Służby Hydrologicznej, t. 2, z. 3. PIHM, Warszawa 1951.
- [41] CHOMICZ K., Normy opadowe dla potrzeb kanalizacji miast, Gospodarka Wodna, 1953, nr 10, s. 377–382.
- [42] CIEPIELOWSKI A., DĄBKOWSKI S.L., Metody obliczeń przepływów maksymalnych w małych zlewniach rzecznych (z przykładami), Oficyna Wydawnicza Projprzem-EKO, Bydgoszcz 2006.
- [43] COSTA A.C., DURAO R., SOARES A., PEREIRA M.J., A geostatistical exploratory analysis of precipitation extremes in southern Portugal, REVSTAT – Statistical Journal, 2008, Vol. 6, No. 1, s. 21–32.
- [44] COSTA A.C., SOARES A., Trends in extreme precipitation indices derived from a daily rainfall database for the South of Portugal, International Journal of Climatology, 2009, Vol. 29, No. 13, s. 1956–1975.
- [45] CROPPER T.E., CROPPER P.E., A 133-year record of climate change and variability from Sheffield, England, Climate, 2016, Vol. 4, No. 3, art. 46.
- [46] CROITORU A.E., PITICAR A., BURADA D.C., Changes in precipitation extremes in Romania, Quaternary International, 2016, Vol. 415, s. 325–335.
- [47] CZARNECKA M., NIDZGORSKA-LENCEWICZ J., Wieloletnia zmienność sezonowych opadów w Polsce, Woda-Środowisko-Obszary Wiejskie, 2012, vol. 12, nr 2, s. 45–60.
- [48] D'AGOSTINO R., STEPHENS M.A., Goodness of fit techniques, Marcel Dekker, New York 1986.
- [49] DAI A., *Drought under global warming: a review*, WIREs Climate Chang, 2011, Vol. 2, No. 1, s. 45–65.
- [50] DĄBROWSKI W., DĄBROWSKA B., Przewidywany wpływ zmian klimatu na dysfunkcję systemów odprowadzania ścieków, Gaz, Woda i Technika Sanitarna, 2012, nr 1, s. 17–20.
- [51] DEGIRMENDŽIĆ J., KOŻUCHOWSKI K., Niże śródziemnomorskie jako czynnik klimatu Polski, Wydawnictwo Uniwersytetu Łódzkiego, Łódź 2016.
- [52] DEGIRMENDŽIĆ J., KOŻUCHOWSKI K., Precipitation of the Mediterranean origin in Poland its seasonal and longterm variability, Quaestiones Geographicae, 2015, Vol. 34, No. 1, s. 37–53.
- [53] DĘBSKI K., Prawdopodobieństwo zjawisk hydrologicznych i meteorologicznych. Metoda decylów, Wydawnictwa Komunikacji i Łączności, Warszawa 1954.
- [54] DORE M.H.I., Climate change and changes in global precipitation patterns: What do we know? Environment International, 2005, Vol. 31, s. 1167–1181.
- [55] DIDOVETS I., LOBANOVA A., BRONSTERT A., SNIZHKO S., MAULE C.F., KRYSANOVA V., Assessment of climate change impacts on water resources in three representative Ukrainian catchments using eco-hydrological modeling, Water, 2017, Vol. 9, art. 204.
- [56] DUŠEK J., HUDECOVÁ Š., STELLNER S., Extreme precipitation and long-term precipitation changes in a Central European sedge-grass marsh in the context of flood occurrence, Hydrological Sciences Journal, 2017, Vol. 62, No. 11, s. 1796–1808.
- [57] EGGER C., HONTI M., MAURER M., Impact of climate change on urban drainage system performance, 9th International Workshop on Precipitation In Urban Areas: Urban Challenges in Rainfall Analysis, 2012, s. 1–5.
- [58] EN 752:2017, Drain And Sewer Systems Outside Buildings Sewer System Management, Comité européen de normalisation, 2017.
- [59] ESTEBAN P., PROHOM M., AGUILAR E., MESTRE O., Annual and seasonal analysis of temperature and precipitation in Andorra (Pyrenees) from 1934 to 2008: quality check, homogenization and trends, Geophysical Research Abstracts, 2010, Vol. 12, EGU2010-1885.

- [60] European Commission, *Combating Climate Change: the EU leads the way*, Europe on the Move Series, 2007.
- [61] FEIDAS H., NOULOPOULOU C., MAKROGIANNIS T., BORA-SENTA E., Trend analysis of precipitation time series in Greece and their relationship with circulation using Surface and satellite data: 1955–2001, Theoretical and Applied Climatology, 2007, Vol. 87, s. 155–177.
- [62] FERRIMAN A., *BMJ readers choose sanitation as greatest medical advance since 1840.* British Medical Journal, 2007, Vol. 334.
- [63] FLEIG A.K., TALLAKSEN L.M., JAMES P., HISDAL H., STAHL K., Attribution of European precipitation and temperature trends to changes in synoptic circulation, Hydrology and Earth System Sciences, 2015, Vol. 19, s. 3093–3107.
- [64] FORLAND E.J., BENESTAD R., HANSSEN-BAUER I., HAUGEN J.E., SKAUGEN T.E., Temperature and Precipitation Development at Svalbard 1900–2100, Advances in Meteorology, 2011, Vol. 2011, art. ID 893790.
- [65] FRATINI C.F., GELDOF G.D., KLUCK J., MIKKELSEN P.S., *Three Points Approach (3PA) for urban flood risk management: A tool to support climate change adaptation through transdisciplinarity and multifunctionality*, Urban Water Journal, 2012, Vol. 9, No. 5, s. 317–331.
- [66] FREI C., SCHÖLL R., FUKUTOME S., SCHMIDLI J., VIDALE P.L., Future change of precipitation extremes in Europe: Intercomparison of scenarios from regional climate models, Journal of Geophysical Research, 2006, Vol. 111, no. D06105.
- [67] GAJIĆ-ČAPKA M., CINDRIĆ K., PASARIĆ Z., *Trends in precipitation indices in Croatia, 1961–2010*, Theoretical and Applied Climatology, 2015, Vol. 121, No. 1–2, s. 167–177.
- [68] GILL S.E, HANDLEY J.F, ENNOS A.R, PAULEIT S., *Adapting Cities for Climate Change: The Role of the Green Infrastructure*, Built Environment, 2007, Vol. 33, No. 1, s. 115–133.
- [69] GONZALEZ-HIDALGO J.C., BRUNETTI M., DE LUIS M., *Precipitation trends in Spanish hydrological divisions, 1946–2005*, Climate Research, 2010, Vol. 43, s. 215–228.
- [70] GOUBANOVA K., LI L., Extremes in temperature and precipitation around the Mediterranean basin in an ensemble of future climate scenario simulations, Global and Planetary Change, 2007, Vol. 57, s. 27–42.
- [71] GREGERSEN I.B., ARNBJERG-NIELSEN K., MADSEN H., Parametric analysis of regional trends in observed extreme rainfall in Denmark, Proceedings of the International Workshop Advances in Statistical Hydrology, May 23–25, 2010, Taormina, Italy.
- [72] GUPTA R.D., KUNDU D., *Generalized exponential distributions*, Australian and Newzealand Journal of Stastistics, 1999, Vol. 41, s. 173–188.
- [73] GUPTA R.D., KUNDU D., *Generalized exponential distribution: different method of estimations*, Journal of Stastistics Computation and Simulation, 2000, Vol. 00, s. 1–22.
- [74] GUPTA R., KUNDU, D., *Generalized exponential distribution: existing results and some recent developments*, Journal of Statistical Planning and Inference, 2007, Vol. 137, s. 3537–3547.
- [75] HAMED K.H., Trend detection in hydrologic data: The Mann–Kendall trend test under the scaling hypothesis, Journal of Hydrology, 2008, Vol. 349, s. 350–363.
- [76] HANEL M., PAVLÁSKOVÁ A., KYSELÝ J., Trends in characteristics of sub-daily heavy precipitation and rainfall erosivity in the Czech Republic, International Journal of Climatology, 2016, Vol. 36, s. 1833–1845.
- [77] HANNA E., JÓNSSON T., BOX J.E., *An analysis of Icelandic climate since the nineteenth century*, International Journal of Climatology, 2004, Vol. 24, s. 1193–1210.
- [78] HANSSEN-BAUER I., FORLAND E.J., Long-term trends in precipitation and temperature in the Norwegian Arctic: can they be explained by changes in atmospheric circulation patterns? Climate Research, 1998, Vol. 10, s. 143–153.
- [79] HANSSEN-BAUER I., FORLAND E.J., Temperature and precipitation variations in Norway 1900–1994 and their links to atmospheric circulation, International Journal of Climatology, 2000, Vol. 20, s. 1693–1708.

- [80] HÄNSEL S., PETZOLD S., MATSCHULLAT J., Precipitation trend analysis for Central Eastern Germany, [w:] Bioclimatology and natural hazards, K. Střelcová, J. Škvarenina & M. Blaženec (red.), Slovakia, 2007.
- [81] HELD I. M, SODEN B.J., Robust responses of the hydrological cycle to global Warming, Journal of Climate, 2006, vol. 19, s. 5686–5699.
- [82] HERMIDA L., SÁNCHEZ J.L., LÓPEZ L., BERTHET C., DESSENS J., GARCÍA-ORTEGA E., MERINO A., Climatic trends in hail precipitation in France: spatial, altitudinal, and temporal variability, The Scientific World Journal, 2013, Vol. 2013, art. 494971.
- [83] HONGJOON S., YOUNGHUN J., CHANGSAM J., JUN-HAENG H., Assessment of modified Anderson--Darling test statistics for the generalized extreme value and generalized logistic distributions, Stochastic Environmental Research and Risk Assessment, 2012, Vol. 26, No. 1, s. 105–114.
- [84] HOSTETLER M., ALLEN W., MEURK C., Conserving urban biodiversity? Creating green infrastructure is only the first step, Landscape and Urban Planning, 2011, Vol. 100, No. 4, s. 369–371.
- [85] IRANNEZHAD M., CHEN D., KLOVE B., MORADKHANI H., Analysing the variability and trends of precipitation extremes in Finland and their connection to atmospheric circulation patterns, International Journal of Climatology, 2017, Vol. 37, No. S1, s. 1053–1066.
- [86] JAAGUS J., SEPP M., TAMM T., JÄRVET A., MOISJA K., Trends and regime shifts in climatic conditions and river runoff in Estonia during 1951–2015, Earth System Dynamics, 2017, Vol. 8, s. 963–976.
- [87] JAKUBOWSKI W., On the instabilities of estimated distributions of the POT (Peak Over Threshold) low flow characteristics, Meteorology Hydrology and Water Management, 2015, Vol. 3, No. 2, s. 33–38.
- [88] JYLHÄ K., LAAPAS M., RUOSTEENOJA K., ARVOLA L., DREBS A., KERSALO J., SAKU S., GREGOW H., HANNULA H.R., PIRINEN P., Climate variability and trends in the Valkea-Kotinen region, southern Finland: comparisons between the past, current and projected climates, Boreal Environment Research, 2014, Vol. 19, s. 4–30.
- [89] KACZMAREK Z., Metody statystyczne w hydrologii i meteorologii, Wydawnictwa Komunikacji i Łączności, Warszawa 1970.
- [90] KACZOROWSKA Z., Opady w Polsce w przekroju wieloletnim, Instytut Geografii Polskiej Akademii Nauk, Prace Geograficzne nr 33, Wydawnictwa Geologiczne, Warszawa 1962.
- [91] KANG N., KIM S., KIM Y., NOH H., HONG S.J., KIM H.S., Urban drainage system improvement for climate change adaptation, Water, 2016, Vol. 8, No. 7, 268.
- [92] KARLSSON I.B., SONNENBORG T.O., JENSEN K.H., REFSGAARD J.C., *Historical trends in precipitation and stream discharge at the Skjern River catchment, Denmark*, Hydrology and Earth System Sciences, 2014, Vol. 18, s. 595–610.
- [93] KARPOUZOS D., KAVALIERATOU S., BABAJIMOPOULOS C., *Trend analysis of precipitation data in Pieria Region (Greece)*, European Water, 2010, Vol. 30, s. 31–40.
- [94] KATZ R.W., PARLANGE M.B., NAVEAU P., Statistics of extremes in hydrology, Advances in Water Resources, 2002, Vol. 25, s. 1287–1304.
- [95] KAŹMIERCZAK B., Metoda granicznych natężeń a wymagania europejskiej normy PN-EN 752, Forum Eksploatatora, 2012, nr 2, s. 64–67.
- [96] KAŹMIERCZAK B., Modelowanie matematyczne przelewu burzowego z cylindrycznym regulatorem wirowym odpływu, Rocznik Ochrona Środowiska, 2013, vol. 15, nr 3, s. 2158–2174.
- [97] KAŹMIERCZAK B., KOTOWSKI A., Depth-duration-frequency rainfall model for dimensioning and modelling of Wrocław drainage systems, Environment Protection Engineering, 2012, Vol. 38, No. 4, 127–138.
- [98] KAŹMIERCZAK B., KOTOWSKI A., *The influence of precipitation intensity growth on the urban drainage systems designing*, Theoretical and Applied Climatology, 2014, Vol. 118, No. 1, s. 285–296.

- [99] KAŹMIERCZAK B., KOTOWSKI A., The suitability assessment of a generalized exponential distribution for the description of maximum precipitation amounts, Journal of Hydrology, 2015, Vol. 525, s. 345–351.
- [100] KAŹMIERCZAK B., KOTOWSKI A., Trendy zmian wysokości i intensywności opadów maksymalnych do modelowania kanalizacji we Wrocławiu, Gaz, Woda i Technika Sanitarna, 2013, t. 87, nr 5, s. 193–196.
- [101] KAŹMIERCZAK B., KOTOWSKI A., Weryfikacja przepustowości kanalizacji deszczowej w modelowaniu hydrodynamicznym, Oficyna Wydawnicza Politechniki Wrocławskiej, Wrocław 2012.
- [102] KAŹMIERCZAK B., KOTOWSKI A., DANCEWICZ A., Weryfikacja metod wymiarowania kanalizacji deszczowej za pomocą modelu hydrodynamicznego (SWMM) w warunkach wrocławskich, Ochrona Środowiska, 2012, vol. 34, nr 2, s. 25–31.
- [103] KAŹMIERCZAK B., KOTOWSKI A., WDOWIKOWSKI M., Analiza tendencji rocznych i sezonowych zmian wysokości opadów atmosferycznych w dorzeczu Górnej Odry, Ochrona Środowiska, 2014, vol. 36, nr 3, s. 49–54.
- [104] KAŹMIERCZAK B., WARTALSKA K., WDOWIKOWSKI M., The impact of the time series resolution on the reliability of the maximum precipitation models, E3S Web of Conferences, 2017, Vol. 17, art. 00038.
- [105] KAŹMIERCZAK B., WARTALSKA K., WDOWIKOWSKI M., KOTOWSKI A., The analysis of the possibility of using 10-minute rainfall series to determine the maximum rainfall amount with 5 minutes duration, E3S Web of Conferences, 2017, Vol. 22, art. 00079.
- [106] KAŹMIERCZAK B., WDOWIKOWSKI M., Maximum Rainfall Model Based on Archival Pluviographic Records – Case Study for Legnica (Poland), Periodica Polytechnica Civil Engineering, 2016, Vol. 60, No. 2, s. 305–312.
- [107] KAŹMIERCZAK B., WDOWIKOWSKI M., NOWAKOWSKA M., *Retencjonowanie wód opadowych na terenach silnie uprzemysłowionych*, Inżynieria Ekologiczna, 2016, nr 48, s. 107–112.
- [108] KEGGENHOFF I., ELIZBARASHVILI M., AMIRI-FARAHANI A., KING L., Trends in daily temperature and precipitation extremes over Georgia, 1971–2010, Weather and Climate Extremes, 2014, Vol. 4, s. 75–85.
- [109] KENDALL M.G., Rank correlation methods, Charles Griffin, London 1975.
- [110] KHARUK V.I., IM S.T., DVINSKAYA M.L., GOLUKOV A.S., RANSON K.J., *Climate-induced mortality* of spruce stands in Belarus, Environmental Research Letters, 2015, Vol. 10, art. 125006.
- [111] KIELY G., *Climate change in Ireland from precipitation and streamflow observations*, Advances in Water Resources, 1999, Vol. 23, s. 141–151.
- [112] KIRSCHENSTEIN M., Wieloletnie zmiany sum opadów w Szczecinie, [w:] Wahania klimatu w różnych skalach przestrzennych i czasowych, K. Piotrowicz, R. Twardosz (red.), Uniwersytet Jagielloński, Kraków 2007, s. 375–382.
- [113] KIRSHEN P., CAPUTO L., VOGEL R., MATHISEN P., ROSNER A., RENAUD T., Adapting urban infrastructure to climate change: a drainage case study, Journal of Water Resources Planning and Management, 2015, Vol. 141, No. 4, s. 1–11.
- [114] KLEIN TANK A.M.G., KÖNNEN G.P., *Trends in indices of daily temperature and precipitation extremes in Europe, 1946–99,* Journal of Climate, 2003, Vol. 16, s. 3665–3680.
- [115] KLIMENT Z., MATOUŠKOVÁ M., LEDVINKA O., KRÁLOVEC V., Trend analysis of rainfall-runoff regimes in selected headwater areas of the Czech Republic, Journal of Hydrology and Hydromechanics, 2011, Vol. 59, No. 1, s. 36–50.
- [116] Kommunalkredit Public Consulting GmbH (KPC), Assessing the impact of climate change on water supply sources and WSS systems in Moldova and inventory possible adaptation measures (Task 1), Final Report – Project on Improving the environmental quality of the black sea through better wastewater treatment & climate change adaptation of the water sector in Moldova. Wien 2013.
- [117] KONISHI S., KITAGAWA G., Information Criteria and Statistical Modeling, New York 2008.

- [118] KONT A., ERKI E., JAAK J., ELVE L., KAAREL O., URVE R., REIMO R., ULO S., HANNES T., Impact of climate change on Estonian coastal and inland wetlands – a summary with new results, Boreal Environment Research, 2007, Vol. 12, s. 653–671.
- [119] KOTOWSKI A., Podstawy bezpiecznego wymiarowania odwodnień terenów. Sieci kanalizacyjne (t. I); Obiekty specjalne (t. II), Wyd. Seidel-Przywecki, Warszawa 2015.
- [120] KOTOWSKI A., Prognozowane skutki ocieplenia klimatu w modelowaniu przeciążeń systemów kanalizacyjnych w Polsce, Gaz, Woda i Technika Sanitarna, 2013, nr 5, s. 201–205.
- [121] KOTOWSKI A., DANCEWICZ A., KAŹMIERCZAK B., Accuracy of measurements of precipitation amount using standard and tipping bucket pluviographs in comparison to Hellmann rain gauges, Environment Protection Engineering, 2011, Vol. 37, No. 2, s. 23–34.
- [122] KOTOWSKI A., DANCEWICZ A., KAŹMIERCZAK B., *Czasowo-przestrzenne zróżnicowanie opadów atmosferycznych we Wrocławiu*, Ochrona Środowiska, 2010, vol. 32, nr 4, s. 37–46.
- [123] KOTOWSKI A., KAŹMIERCZAK B., *Probabilistic models of maximum precipitation for designing sewerage*, Journal of Hydrometeorology, 2013, Vol. 14, s. 1958–1965.
- [124] KOTOWSKI A., KAŹMIERCZAK B., *Sizing and modeling of the sewage system in the city of Wroclaw*, Ecological Chemistry and Engineering. S, 2013, Vol. 20, No. 1, s. 163–176.
- [125] KOTOWSKI A., KAŹMIERCZAK B., Weryfikacja uogólnionego rozkładu wykładniczego do modelowania opadów deszczowych, Gaz, Woda i Technika Sanitarna, 2012, vol. 86, nr 11, s. 490–494.
- [126] KOTOWSKI A., KAŹMIERCZAK B., DANCEWICZ A., Modelowanie opadów do wymiarowania kanalizacji, Wydawnictwo Polska Akademia Nauk, Komitet Inżynierii Lądowej i Wodnej, Instytut Podstawowych Problemów Techniki, Studia z zakresu inżynierii nr 68, Warszawa 2010.
- [127] KOTOWSKI A., KAŹMIERCZAK B., LICZNAR P., Wybrane problemy projektowania i modelowania odwodnień terenów, Instal, 2018, nr 5, s. 56–61.
- [128] KOTOWSKI A., KAŹMIERCZAK B., NOWAKOWSKA M., Analiza obciążenia systemu odwadniania terenu w przypadku prognozowanego zwiększenia częstości i intensywności deszczów z powodu zmian klimatycznych, Ochrona Środowiska, 2013, vol. 35, nr 1, s. 25–32.
- [129] KOTOWSKI A., KAŹMIERCZAK B., NOWAKOWSKA M., Analiza przeciążeń kanalizacji deszczowej na osiedlu Rakowiec we Wrocławiu wywołanych zmianami klimatu, Rocznik Ochrona Środowiska, 2014, vol. 16, nr 1, s. 608–626.
- [130] KOTOWSKI A., NOWAKOWSKA M., Standards for the dimensioning and assessment of reliable operations of area drainage systems under conditions of climate change, Czasopismo Techniczne = Technical Transactions, 2018, Vol. 115, No. 1, s. 125–139.
- [131] KOŻUCHOWSKI K.M., Obfitość opadów w Polsce w przebiegu rocznym, Przegląd Geofizyczny, 2015, vol. 60, nr 1–2, s. 27–38.
- [132] KRIAUCIUNIENE J., MEILUTYTE-BARAUSKIENE D., REIHAN A., KOLTSOVA T., LIZUMA L., SARAUSKIENE D., Variability in temperature, precipitation and river discharge in the Baltic States, Boreal Environment Research, 2012, Vol. 17, No. 2, s. 150–162.
- [133] KRYSICKI W., BARTOS J., DYSKA W., KRÓLIKOWSKA K., WASILEWSKI M., Rachunek prawdopodobieństwa i statystyka matematyczna w zadaniach (cz. 2), PWN, Warszawa 2002.
- [134] KUNDZEWICZ Z.W., KANAE S., SENEVIRATNE S.I., HANDMER J., NICHOLLS N., PEDUZZI P., MECHLER R., BOUWER L.M., ARNELL N., MACH K., MUIR-WOOD R., BRAKENRIDGE R., KRON W., BENITO G., HONDA Y., TAKAHASHI K., SHERSTYUKOV B., *Flood risk and climate change: global and regional perspectives*, Hydrological Sciences Journal, 2012, Vol. 59, No. 1.
- [135] KUPCZYK E., SULIGOWSKI R., Statystyczny opis struktury opadów atmosferycznych jako elementu wejścia do modeli hydrologicznych, [w:] Predykcja opadów i wezbrań o zadanym czasie powtarzalności, U. Soczyńska (red.), Wyd. UW, Warszawa 1997.
- [136] KUPCZYK E., SULIGOWSKI R., Typy opadów deszczu w terminologii hydrologicznej, Przegląd Geofizyczny, 2011, z. 3–4, s. 235–245.
- [137] KURIQI A., *Climate and climate change data for Albania*, Water Supply and Sewerage Utility of Albania, Tirane 2014.

- [138] KUTIEL H., TRIGO R.M., *The rainfall regime in Lisbon in the last 150 years*, Theoretical and Applied Climatology, 2014, Vol. 118, s. 387–403.
- [139] KYSELÝ J., Trends in heavy precipitation in the Czech Republic over 1961–2005, International Journal of Climatology, 2009, Vol. 29, s. 1745–1758.
- [140] LAIO F., DI BALDASSARRE G., MONTANARI A., *Model selection techniques for the frequency analysis of hydrological extremes*, Water Resources Research, 2009, Vol. 45, No. 7.
- [141] LAMBOR J., Obliczenie prawdopodobieństwa pojawienia się deszczów nawalnych w Polsce, Gospodarka Wodna, 1953, nr 12, s. 456–457.
- [142] LANA X., BURGUENO A., MARTÍNEZ M.D., SERRA C., A review of statistical analyses on monthly and daily rainfall in Catalonia, Journal of Weather & Climate of the Western Mediterranean, 2009, Vol. 6, s. 15–29.
- [143] LAPP D., *Engineers and climate change: What you need to know*, Engineering Dimensions, 2005, Vol. 26, s. 51–53.
- [144] LARSEN A.N., GREGERSEN I.B., CHRISTENSEN O.B., LINDE J.J., MIKKELSEN P.S., Potential future increase in extreme one-hour precipitation events over Europe due to climate change, Water Science and Technology, 2009, Vol. 60, s. 2205–2216.
- [145] LEE S.H., MAENG S.J., *Frequency analysis of extreme rainfall using L-moment*, Irrigation and Drainage, 2003, Vol. 52, s. 219–230.
- [146] LENDERINK G., MOK H.Y., LEE T.C., VAN OLDENBORGH G.J., Scaling and trends of hourly precipitation extremes in two different climate zones – Hong Kong and the Netherlands, Hydrology and Earth System Sciences, 2011, Vol. 15, s. 3033–3041.
- [147] LÉPY É., PASANEN L., Observed regional climate variability during the last 50 years in reindeer herding cooperatives of Finnish Fell Lapland, Climate, 2017, Vol. 5, No. 4, art. 81.
- [148] LICZNAR P., ŁOMOTOWSKI J., Analiza chwilowych natężeń deszczów miarodajnych we Wrocławiu, Ochrona Środowiska, 2005, nr 2, s. 25–28.
- [149] LICZNAR P., BURSZTA-ADAMIAK E., KOTOWSKI A., SIEKANOWICZ-GROCHOWINA K., OKTAWIEC M., Empiryczna weryfikacja modelu Bogdanowicz–Stachý do obliczania wartości natężenia deszczu miarodajnego, Ochrona Środowiska, 2018, vol. 40, nr 3, s. 21–28.
- [150] LICZNAR P., SIEKANOWICZ-GROCHOWINA K., OKTAWIEC M., KOTOWSKI A., BURSZTA--ADAMIAK E., Empiryczna weryfikacja formuły Błaszczyka do obliczania wartości natężenia deszczu miarodajnego, Ochrona Środowiska, 2018, vol. 40, nr 2, s. 17–22.
- [151] DE LIMA M.I.P., CARVALHO S.C.P., DE LIMA J.L.M.P., Investigating annual and monthly trends in precipitation structure: an overview across Portugal. Natural Hazards and Earth System Sciences, 2010, Vol. 10, s. 2429–2440.
- [152] DE LIMA M.I.P., SANTO F.E., RAMOS A.M., TRIGO R.M., Trends and correlations in annual extreme precipitation indices for mainland Portugal, 1941–2007, Theoretical and Applied Climatology, 2015, Vol. 119, No. 1–2, s. 55–75.
- [153] LIND P., KJELLSTRÖM E., Temperature and precipitation changes in Sweden, a wide range of model-based projections for the 21st century, Swedish Meteorological and Hydrological Institute, RMK No. 113, 2008.
- [154] LIUZZO L., FRENI G., Analysis of extreme rainfall trends in Sicily for the evaluation of depth--duration-frequency curves in climate change scenarios, Journal of Hydrologic Engineering, 2015, Vol. 20.
- [155] LONGOBARDI A., VILLANI A.P., *Trend analysis of annual and seasonal rainfall time series in the Mediterranean area*, International Journal of Climatology, 2010, Vol. 30, s. 1538–1546.
- [156] LORENC H., CEBULAK E., GŁOWICKI B., KOWALEWSKI M., Struktura występowania intensywnych opadów deszczu powodujących zagrożenie dla społeczeństwa, środowiska i gospodarki Polski, [w:] Klęski żywiołowe a bezpieczeństwo wewnętrzne kraju, H. Lorenc (red.), IMGW-PIB, Warszawa 2012, s. 7–32.

- [157] DE LUIS M., GONZÁLEZ-HIDALGO J.C., BRUNETTI M., LONGARES L.A., Precipitation concentration changes in Spain 1946–2005, Natural Hazards and Earth System Sciences, 2011, Vol. 11, s. 1259–1265.
- [158] DE LUIS M., RAVENTÓS J., GONZÁLEZ-HIDALGO J.C., SÁNCHEZ J.R., CORTINA J., Spatial analysis of rainfall trends in the region of Valencia (east Spain), International Journal of Climatology, 2000, Vol. 20, s. 1451–1469.
- [159] ŁUPIKASZA E.B., Seasonal patterns and consistency of extreme precipitation trends in Europe, December 1950 to February 2008, Climate Research, 2017, Vol. 72, s. 217–237.
- [160] MACHIWAL D., JHA M.K., Time series analysis of hydrologic data for water resources planning and management: a review, Journal of Hydrology and Hydromechanics, 2006, Vol. 54, No. 3, s. 237–257.
- [161] MAILHOT A., DUCHESNE S., *Design Criteria of Urban Drainage Infrastructures under Climate Change*, Journal of Water Resources Planning and Management, 2009, Vol. 136, s. 201–208.
- [162] MAKSYMIUK A., FURMAŃCZYK K., IGNAR S., KRUPA J., OKRUSZKO T., Analiza zmienności parametrów klimatycznych i hydrologicznych w dolinie rzeki Biebrzy, Przegląd Naukowy, Inżynieria i Kształtowanie Środowiska, 2008, vol. 17, nr 3, s. 59–68.
- [163] MANN H.B., Nonparametric tests against trend, Econometrica, 1945, Vol. 13, s. 245–259.
- [164] MARTINKOVA M., HANEL M., Evaluation of relations between extreme precipitation and temperature in observational time series from the Czech Republic, Advances in Meteorology, 2016, Vol. 2016, art. 2975380.
- [165] MCELWAIN L., SWEENEY J., *Climate change in Ireland recent trends in temperature and precipitation*. Irish Geography, 2003, Vol. 36, No. 2, s. 97–111.
- [166] METHODS H., DURRANS S. R., *Stormwater conveyance modeling and design*, Haestad Press, USA, Waterbury 2003.
- [167] MEZŐSI G., BATA T., *Estimation of the changes in the rainfall erosivity in Hungary*, Journal of Environmental Geography, 2016, Vol. 9, No. 3–4, s. 43–48.
- [168] MILLER J., HUTCHINS M., The impacts of urbanisation and climate change on urban flooding and urban water quality: A review of the evidence concerning the United Kingdom, Journal of Hydrology: Regional Studies, 2017, Vol. 12, s. 345–362.
- [169] MILOŠEVIĆ D.D., SAVIĆ S.M., PANTELIĆ M., STANKOV U., ŽIBERNA I., DOLINAJ D., LEŠČEŠEN I., Variability of seasonal and annual precipitation in Slovenia and its correlation with large-scale atmospheric circulation, Open Geosciences, 2016, Vol. 8, s. 593–605.
- [170] MIRHOSSEINI G., SRIVASTAVA P., STEFANOVA L., The impact of climate change on rainfall Intensity-Duration-Frequency (IDF) curves in Alabama, Regional Environmental Change, 2013, Vol. 13, s. 25–33.
- [171] MOBERG A., JONES P.D., Trends in indices for extremes in daily temperature and precipitation in central and western Europe, 1901–99, International Journal of Climatology, 2005, Vol. 25, s. 1149–1171.
- [172] MOLAVI S., TRAN H.D., MUTTIL N., Implementing future climate change scenarios using a stormwater drainage model for an urban catchment in Melbourne, 20th International Congress on Modelling and Simulation, Modelling and Simulation Society of Australia and New Zealand, December 2013, s. 2820–2826.
- [173] MURAWSKI A., ZIMMER J., MERZ B., High spatial and temporal organization of changes in precipitation over Germany for 1951–2006, International Journal of Climatology, 2016, Vol. 36, No. 6, s. 2582–2597.
- [174] NASTOS P.T., ZEREFOS C.S., Climate change and precipitation in Greece, Hellenic Journal of Geosciences, 2010, Vol. 45, 185–192.
- [175] NASTOS P.T., ZEREFOS C.S., *Decadal changes in extreme daily precipitation in Greece*, Advances in Geosciences, 2008, Vol. 16, s. 55–62.
- [176] NASTOS P.T., ZEREFOS C.S., On extreme daily precipitation totals at Athens, Greece, Advances in Geosciences, 2007, Vol. 10, s. 59–66.

- [177] NEW M., TODD M., HULME M., JONES P., *Precipitation measurements and trends in the twentieth century*, International Journal of Climatology, 2001, Vol. 21, s. 1899–1922.
- [178] NGUYEN V., NGUYEN T., CUNG A.A., Statistical approach to downscaling of subdaily extreme rainfall processes for climate-related impacts studies in urban areas, Water Science and Technology: Water Supply, 2007, Vol. 7, s. 183–192.
- [179] NIE L., LINDHOLM O., LINDHOLM G., SYVERSEN E., Impacts of climate change on urban drainage system – a case study in Fredrikstad, Norway, Urban Water Journal, 2009, Vol. 6, No. 4, s. 323–332.
- [180] NIKOLOVA N., *Regional climate change: Precipitation variability in mountainous part of Bulgaria*, Journal of the Geographical Institute Jovan Cvijic, 2007, No. 57, s. 79–86.
- [181] NOTARO V., LIUZZO L., FRENI G., LA LOGGIA G., Uncertainty analysis in the evaluation of extreme rainfall trends and its implications on urban drainage system design, Water, 2015, Vol. 7, 6931–6945.
- [182] NOWAKOWSKA M., KAŹMIERCZAK B., KOTOWSKI A., WARTALSKA K., Identyfikacja, kalibracja i walidacja hydrodynamicznego modelu systemu odwadniającego tereny miejskie na przykładzie Wrocławia, Ochrona Środowiska, 2017, vol. 39, nr 2, s. 51–60.
- [183] NOWAKOWSKA M., KOTOWSKI A., *Metodyka i zasady modelowania odwodnień terenów zurbanizowanych*, Oficyna Wydawnicza Politechniki Wrocławskiej, Wrocław 2017.
- [184] NTEGEKA V., WILLEMS P., Trends and multidecadal oscillations in rainfall extremes, based on a more than 100 years time series of 10 minutes rainfall intensities at Uccle, Belgium, Water Resources Research, 2008, Vol. 44, No. 7, art. W07402.
- [185] O'GORMAN P.A., SCHNEIDER T., The physical basis for increases in precipitation extremes in simulations of 21st-century climate change, Proceedings of the National Academy of Sciences of the United States of America, 2009, Vol. 106, s. 14773–14777.
- [186] OKOŃSKI B., MILER A. T., Wieloletnia zmienność temperatury powietrza i opadów atmosferycznych w Puszczy Zielonka, Sylwan, 2012, vol. 156, nr 6, s. 473–480.
- [187] OLECHNOWICZ-BOBROWSKA B., Częstość dni z opadem w Polsce, Instytut Geografii Polskiej Akademii Nauk, Prace Geograficzne nr 86, Warszawa 1970.
- [188] OLSSON J., BERGGREN K., OLOFSSON M., VIKLANDER M., Applying climate model precipitation scenarios for urban hydrological assessment: A case study in Kalmar City, Sweden, Atmospheric Research, 2009, Vol. 92, 364–375.
- [189] OLSSON T., JAKKILA J., VEIJALAINEN N., BACKMAN L., KAUROLA J., VEHVILÄINEN B., Impacts of climate change on temperature, precipitation and hydrology in Finland – studies using bias corrected Regional Climate Model data, Hydrology and Earth System Sciences, 2015, Vol. 19, s. 3217–3238.
- [190] ONYUTHA C., WILLEMS P., Empirical statistical characterization and regionalization of amplitude-duration-frequency curves for extreme peak flows in the Lake Victoria basin, East Africa, Hydrological Sciences Journal, 2015, Vol. 60, No. 6, s. 997–1012.
- [191] OPRUNENCO A., PROHNIŢCHI V., Climate change in Moldova: socio-economic impact and policy options for adaptation, Chișinău 2009.
- [192] OSBORN T.J., HULME M., *Evidence for trends in heavy rainfall events over the UK*, Philosophical Transactions of the Royal Society of London A, 2002, Vol. 360, No. 1796, s. 1313–1325.
- [193] OZGA-ZIELIŃSKA M., BRZEZIŃSKI J., *Hydrologia stosowana*, PWN, Warszawa 1997.
- [194] PALL P., ALLEN M.R., STONE D.A., *Testing the Clausius–Clapeyron constraint on changes in extreme precipitation under CO₂ warming*, Climate Dynamics, 2006, Vol. 28, s. 351–363.
- [195] PAUL S., ISLAM S., ISLAM T., SHOPAN A.A., BALA S.K., Impact of climate change on urban drainage systems in three selected coastal towns of Bangladesh, International Conference on Climate Change Impact and Adaptation, 2013, DUET, Gazipur, Bangladesh, s. 397–406.
- [196] PAULO A.A., ROSA R.D., PEREIRA L.S., Climate trends and behaviour of drought indices based on precipitation and evapotranspiration in Portugal, Natural Hazards and Earth System Sciences, 2012, Vol. 12, s. 1481–1491.

- [197] PÄÄDAM K., POST P., Temporal variability of precipitation extremes in Estonia 1961–2008, Oceanologia, 2011, Vol. 53, No. 1-TI, s. 245–257.
- [198] PHILANDRAS C.M., NASTOS P.T., KAPSOMENAKIS J., DOUVIS K.C., TSELIOUDIS G., ZEREFOS C.S., Long term precipitation trends and variability within the Mediterranean region, Natural Hazards and Earth System Sciences, 2011, Vol. 11, s. 3235–3250.
- [199] PIDLISNYUK V., HARRINGTON J., MELNYK Y., VYSTAVNA Y., Fluctuations of annual precipitation and water resources quality in Ukraine, Chemistry & Chemical Technology, 2016, Vol. 10, No. 4, 621–629.
- [200] PIŃSKWAR I., Projekcje zmian w ekstremach opadowych w Polsce, Monografie Komitetu Gospodarki Wodnej Polskiej Akademii Nauk, t. 32, Warszawa 2010.
- [201] PIŃSKWAR I., KUNDZEWICZ Z. W., CHORYŃSKI A., Projections of changes in heavy precipitation in the northern foothills of the Tatra Mountains, Meteorology, Hydrology and Water Management, 2017, Vol. 5, No. 2, s. 21–29.
- [202] PINOL J., TERRADAS J., LLORET F., *Climate warming, wildfire hazard, and wildfire occurrence in coastal eastern Spain,* Climatic Change, 1998, Vol. 38, s. 345–357.
- [203] PITICAR A., RISTOIU D., The influence of changes in teleconnection pattern trends on temperature and precipitation trends in northeastern Romania, Riscuri Şi Catastrofe, 2014, Vol. 14, No. 1, s. 109–122.
- [204] PODSTAWCZYŃSKA A., Temperatura powietrza i opady atmosferyczne w regionie łódzkim w ostatnim stuleciu, [w:] Torfowisko Żabieniec: warunki naturalne, rozwój i zapis zmian paleoekologicznych w jego osadach, J. Twardy, S. Żurek, J. Forysiak (red.), Bogucki Wydawnictwo Naukowe, Poznań 2010, s. 63–73.
- [205] PRĂVĂLIE R., Analysis of temperature, precipitation and potential evapotranspiration trends in southern oltenia in the context of climate change, Geographia Technica, 2014, Vol. 09, No. 2, s. 68–84.
- [206] REINHOLD F., Regenspenden in Deutschland, Archive für Wasserwirtschaft, 1940.
- [207] RIMKUS E., KAŽYS J., BUKANTIS A., KROTOVAS A., *Temporal variation of extreme precipitation events in Lithuania*, Oceanologia, 2011, Vol. 53, No. 1-TI, s. 259–277.
- [208] RIVAS B. L., KOLEVA-LIZAMA I., Influence of climate variability on water resources in the Bulgarian South Black Sea basin, [w:] Regional Hydrological Impacts of Climatic Change – Hydroclimatic Variability, IAHS Press, 2005, s. 81–88.
- [209] ROOTZÉN H., KATZ R., Design Life Level: Quantifying risk in a changing climate, Water Resources Research, 2013, Vol. 49, s. 1–9.
- [210] RULFOVÁ Z. KYSELÝ J., Trends of convective and stratiform precipitation in the Czech Republic, 1982–2010, Advances in Meteorology, 2014, Vol. 2014, art. 647938.
- [211] RUOSTEENOJA K., KÄMÄRÄINEN M., ANISKEVIČA S., PIRINEN P., MÄKELÄ A., Development of climate change scenarios for Latvia for the period until the year 2100, Finnish Meteorological Institute, Helsinki 2016.
- [212] SABOIA, M.A.M., SOUZA FILHO F.A., ARAUJO JUNIOR L.M., SILVEIRA C.S., Climate changes impact estimation on urban drainage system located in low latitudes districts: a study case in Fortaleza-CE, Brazilian Journal of Water Resources, 2017, Vol. 22, No. 21, s. 1–15.
- [213] SEMADENI-DAVIES A., HERNEBRING C., SVENSSON G., GUSTAFSSON L., The impacts of climate change and urbanisation on drainage in Helsingborg, Sweden: Combined sewer system, Journal of Hydrology, 2008, Vol. 350, s. 100–113.
- [214] SCHARDONG A., SRIVASTAV R.K., SIMONOVIC S.P., Equidistance quantile matching method for updating IDF curves under climate change, Water Resources Management, 2014, Vol. 28, No. 9, s. 2539–2562.
- [215] SCHERRER S.C., FISCHER E.M., POSSELT R., LINIGER M.A., CROCI-MASPOLI M., KNUTTI R., Emerging trends in heavy precipitation and hot temperature extremes in Switzerland, Journal of Geophysical Research: Atmospheres, 2015, Vol. 121.

- [216] SCHIERMEIER Q., Increased flood risk linked to global warming: likelihood of extreme rainfall may have been doubled by rising greenhouse-gas levels, Nature, 2011, Vol. 470, No. 7334, s. 316.
- [217] SCHMIDLI J., FREI C., Trends of heavy precipitation and wet and dry spells in Switzerland during the 20th century, International Journal of Climatology, 2005, Vol. 25, s. 753–771.
- [218] SEN P.K., *Estimates of the regression coefficient based on Kendall's tau*, Journal of the American Statistical Association, 1968, Vol. 63, No. 324, s. 1379–1389.
- [219] SIEKMANN M., PINNEKAMP J., Indicator based strategy to adapt urban drainage systems in regard to the consequences caused by climate change, 12th International Conference on Urban Drainage, Porto Alegre, Brazil, 2011.
- [220] SKOWERA B., Zmiany warunków hydrotermicznych na obszarze Polski (1971–2010), Fragmenta Agronomica, 2014, vol. 31, nr 2, s. 74–87.
- [221] SKOWERA B., KOPCIŃSKA J., KOPEĆ B., Changes in thermal and precipitation conditions in Poland in 1971–2010, Annals of Warsaw University of Life Sciences – SGGW, Land Reclamation, 2014, Vol. 46, No. 2, s. 153–162.
- [222] SOWIŃSKI M., Wyznaczenie maksymalnego natężenia opadu o T-letnim okresie powtarzalności na przykładzie Wrocławia, Wiadomości Instytutu Meteorologii i Gospodarki Wodnej, 1980, t. VI, z. 3–4, s. 117–126.
- [223] SOWIŃSKI M., Wykorzystanie modelu probabilistycznego do wyznaczania krzywych natężenia deszczu, Ochrona Środowiska, 1984, nr 3–4, s. 25–28.
- [224] SPATARI S., YU Z., MONTALTO F.A., *Life cycle implications of urban green infrastructure*, Environmental Pollution, 2011, Vol. 159, s. 2174–2179.
- [225] STANOJEVIĆ G., *Analysis of annual sums of precipitation in Serbia*, Journal of the Geographical Institute Jovan Cvijic, 2012, Vol. 62, No. 2, s. 1–13.
- [226] STOCKER T.F., QIN D., PLATTNER G.K., TIGNOR M.M.B., ALLEN S.K., BOSCHUNG J., NAUELS A., XIA Y., BEX V., *Climate change 2013: the physical science basis*. Working Group I Contribution to the Fifth Assessment Report of the Intergovernmental Panel on Climate Change – Abstract for decision-makers, C/O World Meteorological Organization, Geneva, Switzerland, 2013.
- [227] STRUPCZEWSKI W., NAPIÓRKOWSKI J., Rozkłady maksymalnych sezonowych wysokości opadów atmosferycznych i ich sum na podstawie modelu serii czasowej, Przegląd Geofizyczny 1981, vol. XXVI, nr 1–2, s. 25–36.
- [228] SULIGOWSKI R., *Maksymalny wiarygodny opad na Wyżynie Kieleckiej*, Wydawnictwo Uniwersytetu Jana Kochanowskiego, Kielce 2013.
- [229] SULIGOWSKI R., *Struktura czasowa i przestrzenna opadów atmosferycznych w Polsce. Próba regionalizacji*, Prace Instytutu Geografii Akademii Świętokrzyskiej nr 12, Kielce 2004.
- [230] SUMNER G., Precipitation: process and analysis, Wiley, New York 1988.
- [231] SZALIŃSKA W., OTOP I., Ocena struktury czasowo-przestrzennej opadów z wykorzystaniem wybranych wskaźników do identyfikacji zdarzeń ekstremalnych, Woda-Środowisko-Obszary Wiejskie, 2012, vol. 12, nr 2, s. 269–282.
- [232] SZCZYGIEŁ R., UBYSZ B., PIWNICKI J., *Wpływ zmian klimatycznych na kształtowanie się zagrożenia pożarowego lasów w Polsce*, Leśne Prace Badawcze, 2008, vol. 69, nr 1, s. 67–72.
- [233] SZYGA-PLUTA K., GRZEŚKOWIAK K., *Warunki pluwialne w Poznaniu w latach 1981–2015*, Badania Fizjograficzne, 2016, vol. 7, s. 239–256.
- [234] TASE M., VYSHKA E., *The sorts of tourism in Albania in the context of climate change*, Interdisciplinary Journal of Research and Development, 2017, Vol. IV, No. 2, s. 21–24.
- [235] ŢĂRANU L., An assessment of climate change impact on the Republic of Moldova's agriculture sector, A Research Study Complementing the Vulnerability and Adaptation Chapter of the Third National Communication of the Republic of Moldova under the United Nations Framework Convention on Climate Change. Chişinău 2014.

- [236] TORETI A., NAVEAU P., ZAMPIERI M., SCHINDLER A., SCOCCIMARRO E., XOPLAKI E., DIJKSTRA H.A., GUALDI S., LUTERBACHER J., Projections of global changes in precipitation extremes from Coupled Model Intercomparison Project Phase 5 models, Geophysical Research Letters, 2013, Vol. 40, s. 4887–4892.
- [237] TOŠIĆ I., UNKAŠEVIĆ M., Analysis of wet and dry periods in Serbia, International Journal of Climatology, 2014, Vol. 34, s. 1357–1368.
- [238] TOWLER E., RAJAGOPALAN B., GILLELAND E., SUMMERS R.S., YATES D., KATZ R.W., Modeling hydrologic and water quality extremes in a changing climate: A statistical approach based on extreme value theory, Water Resources Research, 2010, Vol. 46, art. W11504.
- [239] TRENBERTH K.E., *Changes in precipitation with climate change*, Climate Research, 2011, Vol. 47, s. 123–138.
- [240] TRIPOLSKAJA L., PIROGOVSKAJA G., Impact of climate variability in Lithuania and Belarus on atmospheric precipitation infiltration: lysimetric study, Zemdirbyste-Agriculture, 2013, Vol. 100, No. 4, s. 369–376.
- [241] TRÖMEL S., SCHÖNWIESE C.D., *Robust trend estimation of observed German precipitation*, Theoretical and Applied Climatology, 2008, Vol. 93, s. 107–115.
- [242] TWARDOSZ R., Dobowy przebieg opadów atmosferycznych w ujęciu synoptycznym i probabilistycznym na przykładzie Krakowa (1886–2002), Instytut Geografii i Gospodarki Przestrzennej Uniwersytetu Jagiellońskiego, Kraków 2005.
- [243] VYSHKVARKOVA E., VOSKRESENSKAYA E., Precipitation inequality over Ukraine, Journal of Scientific Research & Reports, 2014, Vol. 3, No. 2, s. 384–396.
- [244] VAN DE VYVER H., Spatial regression models for extreme precipitation in Belgium, Water Resources Research, 2012, Vol. 48, art. W09549.
- [245] WALSH K.J.E., MCBRIDE J.L., KLOTZBACH P.J., BALACHANDRAN S., CAMARGO S.J., HOLLAND G., KNUTSON T.R., KOSSIN J.P., LEE T., SOBEL A., SUGI M., *Tropical cyclones and climate change*, WIREs Climate Change, 2016, Vol. 7, No. 1, s. 65–89.
- [246] WDOWIKOWSKI M., KAŹMIERCZAK B., Comparison of methods to select the maximum values to develop a mathematical model of extremely high rainfall in the river basin, Acta Hydrologica Slovaca, 2015, Vol. 6, No. 1, s. 190–198.
- [247] WDOWIKOWSKI M., KAŹMIERCZAK B., LEDVINKA O., Maximum daily rainfall analysis at selected meteorological stations in the upper Lusatian Neisse River basin, Meteorology, Hydrology and Water Management, 2016, Vol. 4, No. 1, s. 53–63.
- [248] WDOWIKOWSKI M., KAŹMIERCZAK B., WARTALSKA K., Probabilistic approach in the heavy rainfall modelling is model verification needed? ITM Web of Conferences, 2018, Vol. 23, art. 00036.
- [249] WĘGLARCZYK S., *O poprawności wzorów Błaszczyka na obliczanie opadów miarodajnych*, Infrastruktura i Ekologia Terenów Wiejskich, 2013, nr 3/IV, s. 63–76.
- [250] WĘGLARCZYK S., Opad miarodajny, przeszłość i teraźniejszość, teoria i praktyka, [w:] Proceedings of the II National Hydrological Congress – Vol. II, Hydrology in Environment Consevation and Development, A. Magnuszewski (red.), Warszawa 2014, s. 43–56.
- [251] WILLEMS P., *Revision of urban drainage design rules based on extrapolation of design rainfall statistics*, 12th International Conference on Urban Drainage, Porto Alegre, Brazil, 2011.
- [252] WILLEMS P., VRAC M., Statistical precipitation downscaling for small-scale hydrological impact investigations of climate change, Journal of Hydrology, 2011, Vol. 402, s. 193–205.
- [253] WOŁOSZYN J., Średnie natężenie, średni czas trwania i rozkład natężenia normalnych opadów we Wrocławiu, Zeszyty Naukowe Wyższej Szkoły Rolniczej we Wrocławiu. Melioracja, 1961, nr 61, s. 23–41.
- [254] WONG T.H.F., BROWN R.R., The water sensitive city: principles for practice, Water Science & Technology, 2009, Vol. 60, No. 3, s. 673–682.
- [255] WOŹNIAK A., Opady w 2010 roku w Karpatach Polskich na tle wielolecia 1881–2010, Prace Geograficzne, 2013, Vol. 133, s. 35–48.

- [256] WYARD C., SCHOLZEN C., FETTWEIS X., VAN CAMPENHOUT J., FRANÇOIS L., Decrease in climatic conditions favouring floods in the south-east of Belgium over 1959–2010 using the regional climate model MAR, International Journal of Climatology, 2017, Vol. 37, s. 2782–2796.
- [257] YAZDANFAR Z., SHARMA A., Urban drainage system planning and design challenges with climate change and urbanization: a review, Water Science & Technology, 2015, Vol. 72, No. 2, s. 165–179.
- [258] YLHÄISI J. S., TIETÄVÄINEN H., PELTONEN-SAINIO P., VENÄLÄINEN A., EKLUND J., RÄISÄNEN J., JYLHÄ K., Growing season precipitation in Finland under recent and projected climate, Natural Hazards and Earth System Sciences, 2010, Vol. 10, s. 1563–1574.
- [259] YUE S., PILON P., CAVADIAS G., Power of the Mann-Kendall and Spearman's rho tests for detecting monotonic trends in hydrological series, Journal of Hydrology, 2002, Vol. 259, No. 1–4, s. 254–271.
- [260] ZELEŇÁKOVÁ M., PURCZ P., HLAVATÁ H., *Long-Term Precipitation Trends in Eastern Slovakia*, British Journal of Environment & Climate Change, 2014, Vol. 4, No. 2, s. 217–228.
- [261] ZELEŇÁKOVÁ M., PURCZ P., HLAVATÁ H., GARGAR I., PORTELA M.M., Statistical trends of precipitation in chosen climatic station in Slovakia and Libya, WSEAS Transactions on Environment and Development, 2014, Vol. 10, s. 298–305.
- [262] ZELEŇÁKOVÁ M., PURCZ P., POÓROVÁ Z., ALKHALAF I., HLAVATÁ H., PORTELA M.M., Monthly trends of precipitation in gauging stations in Slovakia, Procedia Engineering, 2016, Vol. 162, s. 106–111.
- [263] ZELEŇÁKOVÁ M., VIDO J., PORTELA M.M., PURCZ P., BLIŠTÁN P., HLAVATÁ H., HLUŠTÍK P., Precipitation trends over Slovakia in the period 1981–2013, Water, 2017, Vol. 9, art. 922.
- [264] ZHOU Q., *Urban drainage design and climate change adaptation decision making*, Environment Department of Environmental Engineering, Technical University of Denmark, 2012.
- [265] ZIKOV M., BAKEVA V., Variations in precipitation in Republic of Macedonia, Acta geographica Bosniae et Herzegovinae, 2014, Vol. 2, s. 29–34.
- [266] ZOLINA O., SIMMER C., KAPALA A., BACHNER S., GULEV S., MAECHEL H., Seasonally dependent changes of precipitation extremes over Germany since 1950 from a very dense observational network, Journal of Geophysical Research, 2008, Vol. 113, art. D06110.
- [267] ZUCCHINI W.Z., *An introduction to model selection*, Journal of Mathematical Psychology, 2000, Vol. 44, No. 1, s. 41–51.
- [268] ŻARSKI J., DUDEK S., KUŚMIEREK-TOMASZEWSKA R., BOJAR W., KNOPIK L., ŻARSKI W., Agroklimatologiczna ocena opadów atmosferycznych okresu wegetacyjnego w rejonie Bydgoszczy, Infrastruktura i Ekologia Terenów Wiejskich, 2014, vol. 2, nr 3, s. 643–656.
- [269] ŻMUDZKA E., Współczesne zmiany klimatu Polski, Acta Agrophysica, 2009, vol. 13, nr 2.

Prediction of changes in maximum rainfall amounts in Wrocław

In the monograph, by the example of the precipitation observations in Wrocław, an attempt has been made to predict the maximum rainfall, authoritative for drainage systems dimensioning, particularly for 2050. Research material was represented by archival pluviographic records from the IMGW-PIB (Institute of Meteorology and Water Management – National Research Institute) Wrocław-Strachowice meteorological station, from the time span 1960-2018. From the research material, a number of 30 - 30-year measurement series were separated, which formed the basis for the development of probabilistic models of maximum rainfall. For statistical analyses, the rainfalls were selected with the use of the peak-over-threshold (POT) method - above the own cut-off limit, for 16 durations, recommended for precipitation models formulation. For such prepared data, an empirical probability of exceedance was attributed, followed by the identification of the parameters estimators of GED and Weibull distributions, using the maximum likelihood method. In order to verify the compatibility between the assumed – theoretical and the empirical distributions, a λ -Kołmogorow test was carried out. Obtained results allowed to assume the null hypothesis about the GED and Weibull theoretical distributions compatibility with the empirical data. For comparison of the distributions, the Bayesian information criterion was applied, which allowed choosing the GED distribution as being qualitatively better for analyzed empirical data description. The applied Mann--Kendall test demonstrated the statistically relevant changes trends of equations parameters describing the dependency the two estimators (scale and location parameters) on rainfall duration. As a result, the equations were obtained, which, after placing to GED quantile, allowed to determine the prediction model of maximum precipitation amounts, dependent on the duration, probability of exceedance and a year, on which the rainfall is calculated. Formulated prediction model allows the urban drainage systems designers in Wrocław to take into account forecasted increase in intensity of short-term, future rainfall, and therefore meet the requirements of the newest European standard PN-EN 752:2017 regards the acceptable frequency of flooding occurrence from sewage systems - currently designed, and having to safely operate in perspective of many decades.

Keywords: prediction model, climate change, drainage systems, maximum likelihood method, generalized exponential distribution

Spis treści

Wy	vkaz o	znaczeń i akronimów	5				
1.	. Wprowadzenie						
2.	Anali	Analiza stanu wiedzy					
	2.1.	2.1. Matematyczny opis opadów deszczowych					
		2.1.1. Ogólnopolskie modele opadów	13				
		2.1.2. Wrocławskie modele opadów	17				
		2.1.3. Formułowanie probabilistycznych modeli opadów	20				
	2.2.	2.2. Obserwowane zmiany klimatu					
		2.2.1. Globalne zmiany klimatu	25				
		2.2.2. Zmiany wysokości opadów w Europie	27				
		2.2.3. Zmiany wysokości opadów w Polsce	33				
3.	Cel i	zakres pracy	39				
4.	Mate	riał badawczy	41				
	4.1.	Analiza materiału badawczego	41				
		4.1.1. Zapisy pluwiograficzne	41				
		4.1.2. Ogólna charakterystyka zarejestrowanych opadów	42				
	4.2.	Maksymalne wysokości opadów	48				
		4.2.1. Miesięczne i dobowe sumy opadów	48				
		4.2.2. Przedziałowe sumy opadów	52				
5.	Mode	ele probabilistyczne opadów maksymalnych	55				
	5.1.	Wybór wartości maksymalnych	55				
	5.2.	Estymacja parametrów kształtu	57				
	5.3.	Estymacja parametrów skali i dolnego ograniczenia	60				
	5.4.	Ocena sformułowanych modeli	91				
		5.4.1. Ocena jakościowa	91				
		5.4.2. Ocena ilościowa	94				
6.	Uogó	ilnienie wyników i ich ekstrapolacja	101				
	6.1.	Model predykcyjny opadów maksymalnych	101				
	6.2.	Prognozowane zmiany wysokości i natężenia opadów	104				
7.	Pods	umowanie i wnioski końcowe	115				
Lit	eratui	ra	121				
Str	eszcz	enie w języku angielskim	135				

Contents

Lis	t of sy	mbols and acronyms	5			
1.	. Introduction					
2.	Anal	Analysis of the state of knowledge				
	2.1.	Mathematical description of rainfall	13			
		2.1.1. Rainfall models for Poland	13			
		2.1.2. Rainfall models for Wrocław	17			
		2.1.3. Formulation of probabilistic precipitation models	20			
	2.2.	2.2. Observed climate changes				
		2.2.1. Global climate change	25			
		2.2.2. Changes of rainfall amounts in Europe	27			
		2.2.3. Changes of rainfall amounts in Poland	33			
3.	Purp	ose and scope of the work	39			
4.	Rese	arch material	41			
	4.1.	Research material analysis	41			
		4.1.1. Pluviographic records	41			
		4.1.2. General characteristics of recorded rainfall	42			
	4.2.	Maximum rainfall amounts	48			
		4.2.1. Monthly and daily rainfall totals	48			
		4.2.2. Fixed-Interval maximum rainfall	52			
5.	Prob	abilistic models of maximum rainfall	55			
	5.1. Selection of maximum values					
	5.2. Estimation of shape parameters					
	5.3. Estimation of scale and location parameters					
	5.4. Evaluation of developed models					
		5.4.1. Quantitative assessment	91			
		5.4.2. Qualitative assessment	94			
6.	Generalization of the results and their extrapolation					
	6.1. Prediction model of rainfall amounts					
	6.2.	Forecasted changes in rainfall amounts and intensities	104			
7.	Sum	mary and final conclusions	115			
Lit	Literature					
Sui	Summary in English					

Problematyka odprowadzania wód opadowych z terenów zurbanizowanych nabrała w ostatnich latach szczególnego znaczenia. Z jednej strony postępujące wciąż uszczelnianie powierzchni terenu powoduje zwiększenie wartości współczynników spływów wód opadowych, z drugiej zaś coraz więcej uwagi poświęca się zachodzącym zmianom klimatu, zwłaszcza w kontekście globalnego ocieplenia i zwiększania się częstości występowania ekstremalnych zdarzeń pogodowych. Urbanizacja i zmiany klimatyczne mają negatywny wpływ na sprawność funkcjonowania systemów kanalizacyjnych, powodując coraz częstsze ich przeciążenia prowadzące do lokalnych podtopień czy powodzi miejskich.

W monografii, na podstawie obserwacji opadów we Wrocławiu z lat 1960–2018, podjęto próbę predykcji przyszłych opadów maksymalnych, miarodajnych do wymiarowania systemów odwodnieniowych projektowanych obecnie, a mających bezpiecznie funkcjonować w kilkudziesięcioletniej perspektywie.



Wydawnictwa Politechniki Wrocławskiej są do nabycia w księgarni ul. C.K. Norwida 9, 50-374 Wrocław, tel. 71 328 08 95 Prowadzimy sprzedaż wysyłkową: zamawianie.ksiazek@pwr.edu.pl

ISBN 978-83-7493-056-7