

**Adam Zaremba**

Uniwersytet Ekonomiczny w Poznaniu

---

**TEORIA NIERACJONALNYCH OCZEKIWAŃ.  
ZNACZENIE BAZY NA RYNKACH *FUTURES***

---

**Streszczenie:** Niniejszy artykuł dotyczy problemu implikacji teorii racjonalnych oczekiwań dla rynku finansowych kontraktów *futures*. W części 2 przedstawiono charakterystykę teorii racjonalnych oczekiwań jako sposobu wyjaśnienia kształtu krzywej *forward*. Część tę kończy postawienie hipotezy, że poziom bazy na rynku *futures* może być powiązany z przyszłymi stopami zwrotu z indeksów bazowych. Część 3 artykułu stanowi empiryczną weryfikację wspomnianej hipotezy na podstawie notowań kontraktów na indeksy giełdowe GPW w okresie luty 2000 – lipiec 2010. Badanie potwierdza hipotezę, że poziom bazy zawiera informacje o przyszłych zmianach cen *spot*. W ostatniej części artykułu autor proponuje modyfikację formuły wyceny kontraktów *futures*, tak aby uwzględniała ona oczekiwania inwestorów na rynku tychże instrumentów.

**Słowa kluczowe:** kontrakty *futures*, baza, krzywa *forward*.

## 1. Wstęp

W literaturze dotyczącej kontraktów terminowych funkcjonuje wiele teorii kształtowania się krzywych *forward*. Do najstarszych z nich należy Teoria Racjonalnych Oczekiwań, której źródła doszukuje się w pracach J.R. Hicksa [1939] i L. Hurwicza [1946]. Jest ona zwykle wykorzystywana do opisywania towarowych kontraktów *futures*. Zgodnie z Teorią Racjonalnych Oczekiwań bieżące ceny na rynku *futures* powinny odzwierciedlać oczekiwania inwestorów co do przyszłych cen *spot*. Celem niniejszego artykułu jest zweryfikowanie implikacji, jakie niesie Teoria Racjonalnych Oczekiwań, dla rynku *futures*, dla których instrumentem bazowym są indeksy akcji.

W opinii autora, jeżeli prawdą jest, że ceny *futures* wyrażają oczekiwania co do przyszłych cen *spot*, to możliwe jest, że ich notowania zawierają w sobie informacje dotyczące przyszłych stop zwrotu z aktywów bazowych. Hipoteza ta została zweryfikowana za pomocą badania zależności pomiędzy poziomem bazy<sup>1</sup> a stopami zwro-

---

<sup>1</sup> Na potrzeby niniejszego artykułu przyjęte zostało, że przez bazę rozumie się różnicę między rynkiem *spot* a rynkiem *futures* (*spot* minus *futures*).

tu z indeksów w okresie późniejszym. Analiza objęła 46 serii kontraktów *futures* na indeks dużych spółek giełdowych WIG20 z okresu II 2000 – VII 2010 oraz 16 serii kontraktów *futures* na indeks średnich spółek giełdowych mWIG40. Badanie potwierdziło istnienie opisanej wyżej korelacji, jednak w formie odwrotnej do oczekiwanej: nieracjonalne oczekiwania inwestorów na rynku *futures* co do wzrostów (spadków) ceny *spot* skorelowane są zwykle z późniejszymi ujemnymi (dodatnimi) stopami zwrotu z indeksów.

W ostatniej części artykułu zaproponowana została modyfikacja formuły wyceny indeksowych kontraktów *futures*, tak aby uwzględniała nieracjonalne oczekiwania inwestorów na rynku tych instrumentów.

## 2. Teoria racjonalnych oczekiwań

Ceny aktywów bazowych z dostawą w przyszłości mogą być wyższe lub niższe od cen bieżących. Jeżeli cena przyszła (cena *future*) jest wyższa od ceny bieżącej (cena *spot*), wówczas sytuacja taka nosi nazwę *contango* i mówimy o rosnącej krzywej *forward*. Z drugiej strony, jeżeli ceny *future* znajdują się poniżej ceny *spot*, oznacza to, że krzywa *forward* jest opadająca. Sytuację taką określa się mianem *backwardation*.

W literaturze istnieje wiele teorii tłumaczących kształt krzywych *forward*. Jedną z najstarszych jest teoria racjonalnych oczekiwań. Teoria ta zakłada, że cena *future* jest równa bieżącym oczekiwaniom rynkowym przyszłej ceny *spot* w momencie wykonania kontraktu. Na przykład, jeżeli uczestnicy rynku spodziewają się średnio wzrostu cen danego towaru o 10% w ciągu 3 miesięcy, to cena kontraktu *future* z rozliczeniem 3-miesięcznym powinna znajdować się 10% powyżej ceny *spot*. Teoria ta opiera się na funkcjonującym na rynku mechanizmie arbitrażowym. Inwestorzy, którzy dostrzegą, że cena *future* różni się od oczekiwań co do przyszłej ceny *spot*, mogą dokonać transakcji spreadowej polegającej na równoczesnym kupnie i sprzedaży instrumentu bazowego i pochodnego, i w ten sposób zanotować zysk. Podsumowując, wedle teorii racjonalnych oczekiwań, oczekiwania co do niskiej ceny *spot* w przyszłości będą odzwierciedlone w bieżącej niskiej cenie *future*, natomiast oczekiwania co do wysokiej ceny *spot* w przyszłości będą odzwierciedlone w wysokiej cenie *future* [Black 1976; Gorton, Rouwenhorst 2005].

Za autora teorii racjonalnych oczekiwań uważa się zwykle J.R. Hicksa [1939], jednak G. Evans i S. Honkapohja [2001] wspominają, że termin racjonalne oczekiwania (ang. *rational expectations*) został również wykorzystany przez L. Hurwicza w artykule z 1946 r.

Teoria racjonalnych oczekiwań sprawdza się bardzo dobrze w warunkach laboratoryjnych (brak kosztów transakcyjnych, podatków, ograniczeń pożyczkowych, neutralność inwestorów wobec ryzyka), jednak w praktyce nie okazała się bardzo przydatna w tłumaczeniu krzywych *forward* [Spurgin, Donohue 2009, s. 124]. Zgodnie z teorią racjonalnych oczekiwań, gdy rynek znajduje się w równowadze, nie ma na nim miejsca dla funkcjonowania dodatniej premii za ryzyko dla posiadaczy pozycji długich lub krótkich.

Oprócz teorii racjonalnych oczekiwań w literaturze funkcjonują inne hipotezy, np. teoria normalnej backwardacji [Gorton, Rouwenhorst 2001; Bodie, Rosansky 1980; Fama, French 1987], która została po raz pierwszy zaproponowana przez J.M. Keynesa w 1930 r., hipoteza presji hedgingowej [Deaves, Krinsky 1995; Bessembinder 1992; Anson 2000; Erb, Harvey 2006; De Roon i in. 2000], teorie kosztów magazynowania [Kaldor 1939; Helmuth 1981; Brennan 1991; Erb, Harvey 2006; Till 2008], hipoteza preferencji płynności [Spurgin, Donohue 2009], hipoteza segmentacji rynków [Spurgin, Donohue 2009], teoria normalnego contango czy modele opcyjne [Spurgin, Donohue 2009].

Teoria racjonalnych oczekiwań, choć zwykle wykorzystuje się ją w odniesieniu do rynków surowcowych, może mieć również interesujące implikacje dla rynku akcji. Po pierwsze, niewykluczone, że również rynek finansowych kontraktów *futures* przejawia właściwości wynikające z teorii racjonalnych oczekiwań. Oznaczałoby to, że obecny kształt krzywej *forward* antycypuje przyszłe zmiany instrumentu bazowego. Innymi słowy, wysoka ujemna baza (*contango*) mogłaby sugerować, że rynek przeciętnie oczekuje wzrostów instrumentu bazowego, natomiast wysoka baza sugerowałaby, że inwestorzy spodziewają się spadków. W rezultacie poziom bazy mógłby być wykorzystywany jako swoisty wskaźnik nastrojów wśród inwestorów, a tym samym mógłby potencjalnie zawierać informacje na temat przyszłych zmian cen instrumentu bazowego i kontraktów terminowych.

Powyższa refleksja skłania autora do postawienia hipotezy, która zostanie zweryfikowana w dalszej części artykułu, że wysokość bazy na akcyjnym rynku *futures* wykazuje zależność od przyszłych zmian cen instrumentu bazowego.

### 3. Badanie bazy na krajowym rynku indeksowych kontraktów *futures*

Badanie mające na celu zweryfikowanie hipotezy wskazanej w poprzedniej części artykułu oparte zostało cenach zamknięcia 46 serii kontraktów *futures* na indeks dużych spółek giełdowych WIG20 z okresu II 2000 – VII 2010 oraz 16 serii kontraktów *futures* na indeks średnich spółek giełdowych mWIG40. Wszelkie dane do obliczeń pochodziły z serwisu Bloomberg oraz ogólnodostępnych serwisów informacyjnych: gpwinfastrefa.pl, interia.pl itp.

Postawioną hipotezę zweryfikowano, mierząc korelację pomiędzy bieżącą wysokością bazy na indeksach WIG20 i mWIG40 a przyszłymi stopami zwrotu z tychże indeksów. Indeks WIG20 jest indeksem największych i najbardziej płynnych spółek giełdowych, natomiast mWIG40 reprezentuje segment przedsiębiorstw średnich. Oba wskaźniki są indeksami cenowymi ważonymi obrotami i kapitalizacją. Wysokość bazy zarówno w tym, jak i w dalszych obliczeniach kalkulowana była jako logarytmiczna różnica pomiędzy notowaniami na rynku *spot* i na rynku *futures* według wzoru (1).

$$b_t = \ln \left( \frac{s_t}{f_t} \right), \quad (1)$$

gdzie:  $b_t$  – poziom bazy w dniu  $t$ ,

$s_t$  – notowania instrumentu bazowego w dniu  $t$  (odpowiednio WIG20 lub mWIG40),

$f_t$  – notowania kontraktu *futures* opartego na danym instrumencie bazowym w dniu  $t$ .

W przypadku gdy dostępna było więcej niż jedna seria kontraktów *futures*, wykorzystywany był zawsze instrument o najbliższym terminie rozliczenia.

Stopa zwrotu z instrumentu bazowego obliczana była również w ujęciu logarytmicznym wedle wzoru (2).

$$b_t = \ln \left( \frac{s_T}{s_t} \right), \quad (2)$$

gdzie  $T > t$ .

Korelacja liniowa obliczana była za pomocą standardowego wskaźnika Pearsona, przy czym nie ograniczono się do pojedynczej stopy zwrotu, ale zbadano korelacje z szeregiem różnych stóp zwrotu odpowiadających różnym odcinkom czasu: począwszy od stopy zwrotu na kolejnej sesji, do stopy zwrotu w kolejnych 250 dniach. W przypadku obliczeń, które dotyczyły stóp zwrotu za okresy dłuższe niż jedna sesja, powstał problem nakładających się na siebie stóp zwrotu, w związku z tym poziom istotności  $t$  obliczany był z wykorzystaniem zmodyfikowanej liczby stopni swobody według wzoru (3).

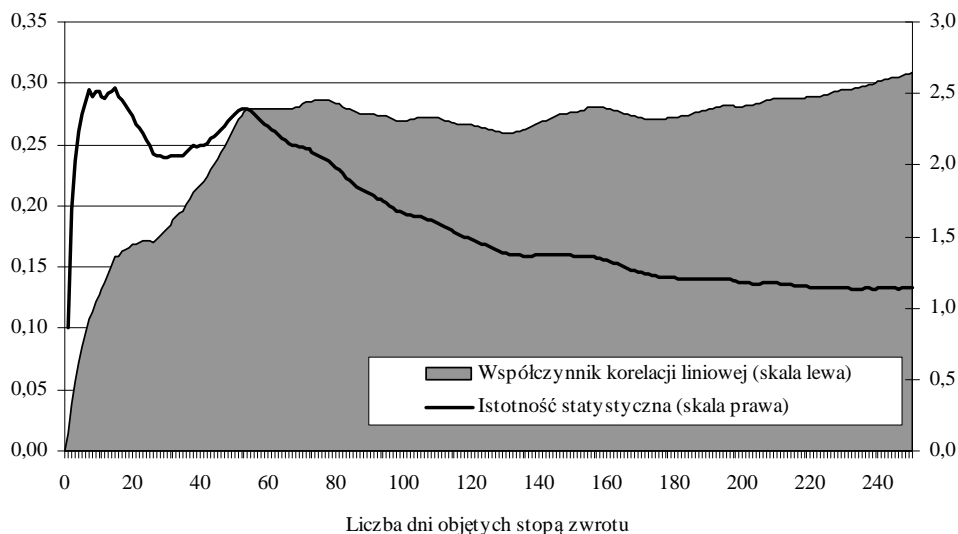
$$t = \frac{r}{(1-r^2)^{0,5}} \times \left( \frac{n}{k} - 2 \right)^{0,5}, \quad (3)$$

gdzie:  $r$  – współczynnik korelacji,

$n$  – liczba stóp zwrotu w próbie,

$k$  – liczba dni objętych stopą zwrotu (np. dla 4-dniowej stopy zwrotu  $k = 4$ ).

Korelacja poziomu bazy z przyszlými zmianami indeksu (rys. 1) WIG20 była historycznie pozytywna. Oznacza to, że dodatnia baza była zwykle powiązana z późniejszymi krótkookresowymi wzrostami indeksu, natomiast baza ujemna implikowała zwykle spadki indeksu. Korelacja jest stosunkowo niewysoka, jednak istotna statystycznie. Poziom istotności statystycznej charakteryzuje się swoistą „dwumodalnością”. Pierwsze maksimum równe 2,53 osiąga dla 7-dniowych stóp zwrotu przy niskim poziomie korelacji ( $r = 0,11$ ). Drugie maksimum równe 2,39 dotyczy powiązania z 53-dniowymi stopami zwrotu przy korelacji na poziomie 0,28. Ogólnie rzecz biorąc, korelacja jest dodatnia na poziomie istotnym statystycznie dla przypadków od 2- do 103-sesyjnych stóp zwrotu.



**Rys. 1.** Korelacja między wysokością bazy a przyszłą stopą zwrotu z WIG20 (II 2000 – VII 2010)

Źródło: obliczenia własne.

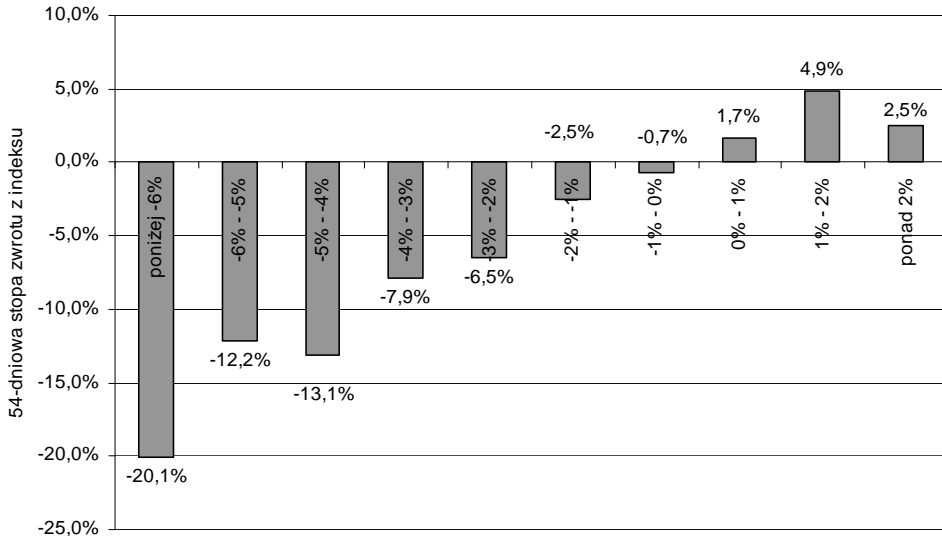
Powyższa analiza może stanowić mocny argument za postawioną hipotezą o korelacji między poziomem bazy a późniejszymi ruchami cen. Poziom bazy na rynku *futures* rzeczywiście zawierał istotne informacje o przyszłych zmianach cen *spot*, chociaż warto zwrócić uwagę na kierunek zależności. Pozytywna korelacja oznacza, że w sytuacjach gdy baza była dodatnia, zwykle później następowały wzrosty, a gdy baza była ujemna, konsekwencją były spadki. Innymi słowy, właśnie wtedy, gdy inwestorzy na rynku kontraktów terminowych zgodnie z teorią oczekiwali wzrostów, zwykle następowały spadki, natomiast kiedy rynek sugerował oczekiwanie na spadki, często później następowały wzrosty. Taka sytuacja może świadczyć o nieracjonalnym zachowaniu inwestorów na rynku *futures*, który uległ swoistej segmentacji względem rynku *spot*. Podobne głosy były już podnoszone w literaturze przy okazji dyskusji o „finansjalizacji” towarowych kontraktów *futures* [Wong, Smith 2010].

Na rysunku 2 przedstawiono przykładowy rozkład 54-dniowych stóp<sup>2</sup> zwrotu a poziom bazy na rynku w momencie  $t_0$ .

Pobieżna analiza graficzna potwierdza wcześniejsze spostrzeżenia. Im wyższych wzrostów spodziewali się inwestorzy, tym większe następowały później spadki – i odwrotnie – im większych oczekiwano spadków, tym większe przeciętnie nastąpiły wzrosty. Takie zachowanie inwestorów trudno określić jako racjonalne. W istocie,

<sup>2</sup> Dla 54-dniowych stóp zwrotu odnotowano najwyższy lokalny poziom istotności.

mamy do czynienia nie tyle z teorią racjonalnych oczekiwań, ile z „teorią nieracjonalnych oczekiwań”.



**Rys. 2.** 54-dniowe stopy zwrotu z WIG20 a poziom bazy (II 2000 – VII 2010)

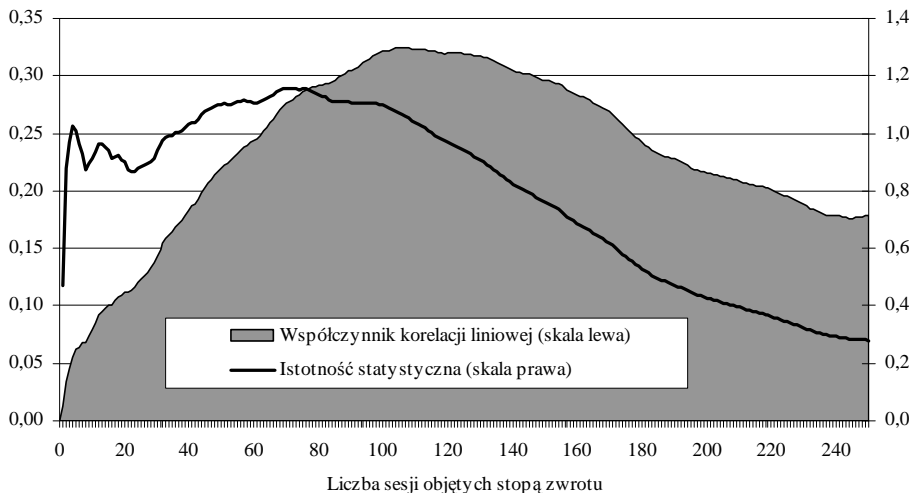
Źródło: obliczenia własne.

Biorąc pod uwagę statystyczną istotność zaprezentowanej powyżej relacji, wydaje się, że bieżący poziom bazy może posłużyć jako użyteczny wskaźnik nastroju pozwalający na przewidywanie przyszłych zmian cen na rynku. Jest to o tyle istotne, że zależność między bazą a przyszłymi zmianami cen nie daje się wytłumaczyć „klasycznymi” elementami wpływającymi na poziom bazy: oczekiwanymi dywidendami i stopami procentowymi. Dywidendy zwiększają poziom bazy, a następnie powodują spadki indeksu<sup>3</sup>, co sugerowałoby ujemną korelację. Analogicznie wygląda relacja w przypadku stóp procentowych. Wysokie stopy procentowe, które zmniejszają poziom bazy, powinny być raczej kojarzone z przyszłymi wzrostami indeksów, a nie ze spadkami. Dzieje się tak, gdyż w środowisku wysokich stóp procentowych bardziej prawdopodobne są ich spadki niż wzrosty, a to z kolei w ujęciu klasycznym powoduje zwiększenie wycen akcji na rynku papierów wartościowych. Taki stan rzeczy implikuje raczej ujemną korelację między poziomem bazy a przyszłymi zmianami cen instrumentu bazowego.

Podobną zależność jak w przypadku WIG20 wykazują również kontrakty terminowe na mWIG40. Rysunek 3 prezentuje korelację między poziomem bazy kontrak-

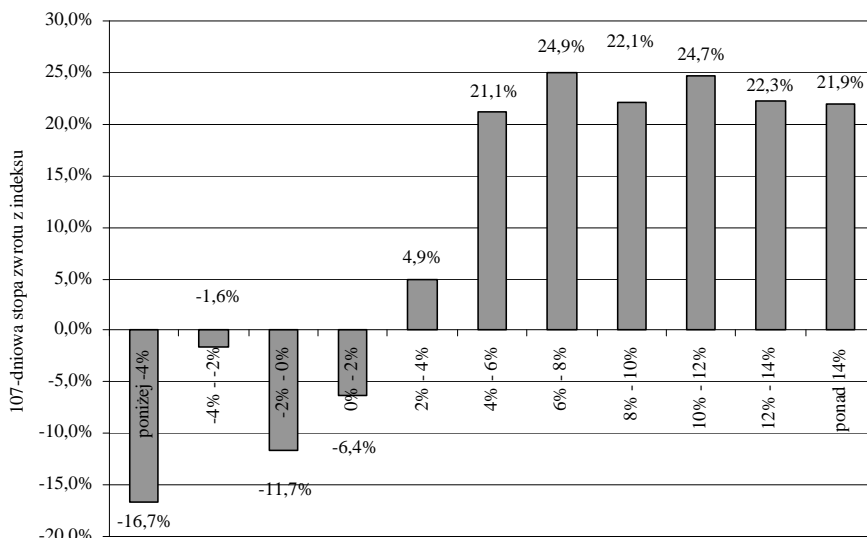
<sup>3</sup> Dotyczy to indeksów cenowych, a do tej grupy należą zarówno WIG20, jak i mWIG40.

tów opartych na mWIG40 o najkrótszym terminie wygaśnięcia i przyszłymi stopami zwrotu o różnej długości z tegoż indeksu.



**Rys. 3.** Korelacja między wysokością bazy a przyszłą stopą zwrotu z mWIG40 (XI 2006 – VII 2010)

Źródło: obliczenia własne.



**Rys. 4.** 107-dniowe stopy zwrotu z mWIG40 a poziom bazy (XI 2006 – VII 2010)

Źródło: obliczenia własne.

W przypadku mWIG40 korelacja z przyszłymi stopami zwrotu jest równie duża, a w niektórych przypadkach nawet wyższa, jednak niestety nieistotna statystycznie. Problemem jest mniejsza próba aniżeli w przypadku WIG20. Kontrakty terminowe na mWIG40 mają krótszą historię (są zawierane od 2006 r.). Niemniej jednak funkcjonująca na rynku zależność jest godna uwagi. Rysunek 4 przedstawia 107-dniowe stopy zwrotu z mWIG40 (okres, dla którego odnotowano najwyższą korelację) w podziale na poziom bazy w momencie  $t_0$ .

Powyższe obliczenia zawierają cenne informacje, którego mogą służyć jako podstawa taktycznej alokacji aktywów przez inwestorów giełdowych. Wprawdzie badanie to nie przesądza o prawdziwości hipotezy racjonalnych oczekiwań – wręcz przeciwnie, wskazuje, że oczekiwania inwestorów dalekie są od racjonalności – jednak ich kierunek może być ważnym wskaźnikiem nastrojów prognozującym przyszłe zmiany cen na rynku. Podsumowując: istnieją przesłanki, by uznać, że postawiona hipoteza o zależności pomiędzy poziomem bazy a przyszłymi stopami spot jest prawdziwa.

#### 4. Nieracjonalne oczekiwania inwestorów w wycenie kontraktów *futures*

W dalszej części artykułu zaproponowana zostanie modyfikacja wyceny kontraktów *futures*, tak aby uwzględniała presję popytową lub podażową związaną z oczekiwaniami inwestorów na rynku *futures*. Do wyceny kontraktów *futures* stosuje się zwykle dwie duże klasy modeli: modele premii za ryzyko oraz modele uwzględniające *convenience yield*. Do wyceny kontraktów terminowych *futures*, dla których aktywa bazowe stanowią aktywa finansowe, wykorzystuje się powszechnie techniki arbitrażowe, dla których właściwe są modele premii za ryzyko [Markert, Zimmermann 2008].

##### 4.1. Modele premii za ryzyko

Ogólna postać równania opisującego cenę aktywów dana jest wzorem (4) (na podstawie [Markert, Zimmerman 2008]).

$$S_t^A = e^{-(r+r_p-\delta)(T-t)} E[S_T^A], \quad (4)$$

gdzie:  $S_t^A$  – cena aktywa bazowego w danym momencie  $t < T$ ,

$r$  – stopa zwrotu wolna od ryzyka,

$r_p$  – premia za ryzyko,

$\delta$  – dodatkowe wypłaty dla inwestora (kupony, dywidendy),

$E[S_T^A]$  – oczekiwana cena aktywa bazowego w momencie  $T$ .

Wycena kontraktu terminowego *futures* w warunkach wykluczających możliwość arbitrażu przy kapitalizacji ciągłej dana będzie wzorem (5).



$$F_{t,T} = e^{(r-\delta)(T-t)} S_t^A. \quad (5)$$

Podstawiając wzór (4) do wzoru (5) otrzymujemy wzór (6).

$$F_{t,T} = e^{-rp(T-t)} E[S_T^A]. \quad (6)$$

Równanie (6) informuje, że bieżąca cena kontraktu terminowego *futures* jest równa zdyskontowanej o poziom premii za ryzyko oczekiwanej cenie aktywa bazowego  $S$  w momencie rozliczenia.

#### 4.2. Model uwzględniający nieracjonalne oczekiwania inwestorów

Zgodnie z wcześniejszymi rozważaniami, na skutek nieracjonalnych oczekiwań uczestników rynku kontraktu *futures*, ich oczekiwania co do przyszłej ceny aktywów bazowych mogą być różne od oczekiwań uczestników rynku aktywów bazowych. W rezultacie, w warunkach dopuszczających możliwość arbitrażu, wzór (6) przybierze postać (7)

$$F_{t,T} = e^{-rp(T-t)} E[S_T^{AF}], \quad (7)$$

gdzie  $E[S_T^{AF}]$  to oczekiwania co do przyszłej ceny aktywów bazowych na rynku *futures*, takie że:

$$\ln \left( \frac{E[S_T^{AF}]}{E[S_T^A]} \right) = a, \quad (8)$$

W powyższym równaniu  $a$  wyraża różnicę w oczekiwaniach uczestników rynku *futures* i *spot*. Przekształcając wzór (9), uzyskujemy, co następuje.

$$E[S_T^{AF}] = e^a E[S_T^A], \quad (9)$$

Następnie podstawiając (8) do (9), otrzymujemy

$$\begin{aligned} F_{t,T} &= e^{-rp(T-t)} e^a E[S_T^A], \\ F_{t,T} &= e^{-rp(T-t)+a} E[S_T^A]. \end{aligned} \quad (10)$$

Powiązanie  $E[S_T^A]$  oraz  $S_t^A$  w warunkach równowagi zostało dane wzorem (4), więc wycena kontraktu *futures* z uwzględnieniem uczestników tego rynku może zostać zapisana jako funkcja  $S_t^A$ .

$$F_{t,T} = e^{-rp(T-t)+a} S_t^A e^{(r+rp-\delta)(T-t)},$$

$$F_{t,T} = S_T^A e^{(r-\delta)(T-t)+a}. \quad (11)$$

### 4.3. Stopy zwrotu w modelu premii za ryzyko

Według modelu premii za ryzyko, logarytm naturalny z ceny kontraktu *futures* w momencie  $t$  jest dany wzorem (12)<sup>4</sup>.

$$\ln(F_{t,T}) = -rp(T-t) + \ln\left(E_t\left[S_T^A\right]\right). \quad (12)$$

Natomiast logarytm naturalny ceny jeden okres później można wyrazić jako

$$\ln(F_{t+1,T}) = -rp(T-t-1) + \ln\left(E_{t+1}\left[S_T^A\right]\right). \quad (13)$$

W rezultacie, liczona w ujęciu kapitalizacji ciągłej stopa zwrotu w okresie  $[t, t+1]$  przybierze postać różnicy (13) i (12)

$$\begin{aligned} r_{t,t+1,T} &= \ln(F_{t+1,T}) - \ln(F_{t,T}) = \\ &= \left[-rp(T-t-1) + \ln\left(E_{t+1}\left[S_T^A\right]\right)\right] - \left[-rp(T-t) + \ln\left(E_t\left[S_T^A\right]\right)\right] = \\ &= rp + \ln\left(E_{t+1}\left[S_T^A\right]\right) - \ln\left(E_t\left[S_T^A\right]\right) \end{aligned}$$

Oznacza to, że stopa zwrotu z inwestycji w kontrakt terminowy jest równa sumie premii za ryzyko oraz zmiany oczekiwań rynkowych co do przyszłej ceny *spot*:

$$r_{t,t+1,T} = rp + \Delta \ln\left(E_{t,t+1}\left[S_T^A\right]\right). \quad (14)$$

### 4.4. Stopa zwrotu z uwzględnieniem nieracjonalnych oczekiwań

Podobnie jak we wcześniejszym wyprowadzeniu, korzystając ze wzoru (11), otrzymujemy następujące logarytmy naturalne cen kontraktów *futures* w dwóch następujących po sobie okresach  $t$  oraz  $t+1$ :

$$\ln(F_{t,T}) = -rp(T-t) + a_t + \ln\left(E_t\left[S_T^A\right]\right),$$

$$\ln(F_{t+1,T}) = -rp(T-t-1) + a_{t+1} + \ln\left(E_{t+1}\left[S_T^A\right]\right).$$

Kolejno, kalkulując stopę zwrotu w kapitalizacji ciągłej, uzyskujemy, co następuje.

<sup>4</sup> Wyprowadzenie na podstawie [Markert, Zimmerman 2008].

$$r_{t,t+1,T} = \ln(F_{t+1,T}) - \ln(F_{t,T}) = \\ \left[ -rp(T-t-1) + a_{t+1} + \ln\left(E_{t+1}\left[S_T^A\right]\right) \right] - \left[ -rp(T-t) + a_t + \ln\left(E_t\left[S_T^A\right]\right) \right] = \\ rp + [a_{t+1} - a_t] + \left[ \ln\left(E_{t+1}\left[S_T^A\right]\right) - \ln\left(E_t\left[S_T^A\right]\right) \right]$$

W konsekwencji, w przypadku hipotezy nieracjonalnych oczekiwań, stopa zwrotu z lokaty w kontrakty *futures* staje się sumą trzech elementów: premii za ryzyko, zmiany oczekiwań na rynku *spot* wobec przyszłej ceny *spot* w momencie rozliczenia kontraktu, a także zmiany oczekiwań na rynku *futures*.

$$r_{t,t+1,T} = rp + \Delta a_{t,t+1} + \Delta \ln\left(E_{t,t+1}\left[S_T^A\right]\right). \quad (15)$$

W praktyce, w miarę zbliżania się do rozliczenia kontraktu, powinna nastąpić konwergencja między oczekiwaniami rynku *spot* a rynku *futures*. W rezultacie, jeżeli przyjmiemy, że uczestnicy rynku *futures* zwykle nie mają racji, jak pokazały to wcześniejsze doświadczenia empiryczne, wyrażenie  $a$  powinno w miarę zbliżania się rozliczenia kontraktu zmierzać do zera, pozwalając arbitrażystom zrealizować stopę zwrotu typu *relative value*.

## 5. Podsumowanie

Wśród teorii tłumaczących kształtowanie się struktury terminowej na rynku *futures* jedną z najstarszych jest teoria racjonalnych oczekiwań. Wprawdzie zwykle jest ona kojarzona z rynkami surowcowymi, jednak w niniejszym tekście wykazano, że może mieć również istotne implikacje dla rynków *futures*. Przeprowadzone badanie wykazało, że notowania kontraktów *futures* na polskim rynku zawierają pewien ładunek informacyjny, dotyczący kształtowania się przyszłych cen na rynku *spot*. Niemniej jednak, kierunek funkcjonującej na rynku zależności świadczy nie tyle o racjonalności, ile o nieracjonalności inwestorów. Gdy ceny *future* wskazywały, że inwestorzy na rynku *futures* oczekiwali wzrostów, w okresie późniejszym zwykle następowały spadki, natomiast gdy oczekiwania były spadkowe, zwykle mieliśmy do czynienia z dodatnimi stopami zwrotu.

Uzyskane wyniki mogą stać się pomocne w prognozowaniu przyszłych zmian cen akcji, a tym samym stać się pomocnym narzędziem w taktycznej alokacji aktywów. Co więcej, warto zauważyć, że poziom bazy może być użyty jako przydatna zmienna w procesie zarządzania ryzykiem rynkowym.

Dalsze badania nad tematem ładunku informacyjnego bazy powinny skupić się na kilku kwestiach. Po pierwsze, istotne jest wydłużenie i powiększenie próby badania na inne rynki. Po drugie, konieczne jest zweryfikowanie, czy opisana zależność jest stała w czasie, czy też może zanika w miarę wzrostu dojrzałości i efektywności rynku finansowego. Po trzecie wreszcie, interesujące wydaje się sprawdzenie, czy

poziom bazy na rynku akcji jest kształtowany również przez inne czynniki zwykle kojarzone z rynkiem towarowym, takie jak choćby poziom presji hedgingowej.

## Literatura

- Anson M., *Handbook of Alternative Assets*, Wiley Finance, 2000.
- Bessembinder H., *Systematic risk, hedging pressure and risk premiums in futures markets*, „Review of Financial Studies” 1992, vol. 5, no. 4, s. 637-667, <http://www.jstor.org/pss/2962144> (11.11.2011).
- Black F., *The pricing of commodity contracts*, „Journal of Financial Economics” 1976, vol. 3, s. 167-179.
- Bodie Z., Rosansky V.I., *Risk and return in commodity futures*, „Financial Analysts Journal” 1980, vol. 36, s. 27-39, <http://www.jstor.org/pss/4478342> (11.11.2011).
- Brennan M.J., *The price of convenience and the valuation of commodity contingent claims*, [w:] D. Land, B. Oksendal (Eds.), *Stochastic Models and Options Values*, Elsevier Science Publications, 1991.
- De Roon F., Nijman T.E., Veld C., *Hedging pressure effects in futures markets*, „Journal of Finance” 2000, vol. 55, no. 3, s. 1437-1456.
- Deaves R., Krinsky I., *Do futures prices for commodities embody risk premiums?*, „Journal of Futures Markets” 1995, September, s. 637-648, <http://www.business.mcmaster.ca/finance/deavesr/jfm95.pdf>(11.11.2011).
- Erb C., Harvey C., *The strategic and tactical value of commodity futures*, „Financial Analysts Journal” 2006, vol. 62, no. 2, s. 69-97.
- Evans G., Honkapohja S., *Learning and Expectations in Macroeconomics* (Frontiers of Economic Research), Princeton University Press, Princeton, NJ, 2001, <http://press.princeton.edu/chapters/s7097.pdf> (11.11.2011).
- Fama E.F., French K.R., *Commodity futures prices: Some evidence on forecast power, premiums and the theory of storage*, „Journal of Business” 1987, vol. 60, s. 55-73, <http://www.jstor.org/pss/2352947> (11.11.2011).
- Gorton G., Rouwenhorst G., *Facts and fantasies about commodity futures*, „Financial Analyst Journal” 2006, vol. 62, no. 2, s. 47-68, <http://nowandfutures.com/download/FactsAndFantasiesAboutCommodityFutures.pdf> (11.11.2010).
- Helmuth J.W., *A report on the systematic bias in live cattle futures prices*, „Journal of Futures Markets” 1981, vol. 1, no. 3, s. 347-358.
- Hicks J.R., *Value and Capital*, Oxford University Press, London 1939.
- Hurwicz L., *The theory of the firm and investment*, „Econometrica” 1946, vol. 14, no. 2, s. 109-136.
- Kaldor N., *Speculation and economic theory*, „Review of Economic Studies” 1939, vol. 7, s. 1-27.
- Keynes J.M., *A Treatise on Money*, vol. 2, Macmillan, London 1930.
- Markert V., Zimmermann H., *The relationship between risk premium and convenience yield models*, [w:] F.J. Fabozzi, R. Fuss, D.G. Kaiser (Eds.), *The Handbook of Commodity Investing*, John Wiley & Sons, Hoboken, NJ, 2008, s. 113-144.
- Spurgin R., Donohue M., *Commodities and managed futures*, [w:] K. Wilkens-Christopher (Ed.), *CAIA Level II: Advanced Core Topics in Alternative Investments*, John Wiley & Sons, Hoboken, NJ, 2009, s. 114-214.
- Till H., *Amaranth lessons thus far*, „Journal of Alternative Investments” 2008, Spring, s. 82-98.
- Wong T., Smith A., *Commodity Markets: Rational Expectations in Markets with Irrational Investors*, working paper, <http://ageconsearch.umn.edu/bitstream/61526/2/AAEA%20commodities%20paper.pdf> (11.11.2010).

## **THEORY OF IRRATIONAL EXPECTATIONS. SIGNIFICANCE OF A BASIS IN FUTURES MARKETS**

**Summary:** The paper focuses on the implications of the Theory of Rational Expectations for pricing of financial futures. The paper consists of three main sections. First, I describe the Theory of Rational Expectations and how it explains the forward curve in futures markets. The section ends with a hypothesis that a basis in financial futures markets may be correlated with future returns of underlying markets. The second section is an empirical verification of the stated hypothesis. The analysis is based on WGPW index futures' listings between February 2000 and July 2010. The research confirms the thesis that the basis level contains information about future index returns. In the last part of the paper I propose a modification to futures pricing formula in order to allow for the expectations of investors in futures markets.