

Katarzyna Cheba

Zachodniopomorski Uniwersytet Technologiczny w Szczecinie

ANALIZA EFEKTYWNOŚCI WYBRANYCH METOD PROGNOZOWANIA INTER- I EKSTRAPOLACYJNEGO

Streszczenie: W literaturze wymienia się wiele metod numerycznych dotyczących wyznaczania prognoz interpolacyjnych. Niektóre z tych metod, jak np. metoda odcinkowa, metoda łuków I i II, mogą być wykorzystane jedynie do budowy prognoz interpolacyjnych. Ze względu na potwierdzoną badaniami empirycznymi wysoką efektywność stosowania tych metod w prognozowaniu interpolacyjnym uzasadniona wydaje się próba wyznaczania również prognoz ekstrapolacyjnych na podstawie szeregów uzupełnionych o oceny interpolowane otrzymane za pomocą wymienionych metod. W pracy przedstawiono ocenę efektywności prognoz ekstrapolacyjnych uzyskanych z wykorzystaniem metody najmniejszych kwadratów, metody wyrównania wykładniczego i metody wielomianowej Lagrange'a, dla których równania trendów były szacowane za pomocą metody odcinkowej, metody łuków I oraz II.

Słowa kluczowe: analiza efektywności, prognozowanie, brakujące dane.

1. Wstęp

Konieczność właściwego przewidywania wielu zjawisk gospodarczych pojawia się na każdym etapie zarządzania przedsiębiorstwem. Warunkiem umożliwiającym wykorzystanie w tym celu metod ekonometrycznych jest zebranie kompletnego, rzetelnego i wiarygodnego materiału statystycznego. Brak kompletnego materiału statystycznego sprawia bowiem, że bezpośrednie wykorzystanie klasycznych metod ekonometrycznych staje się niemożliwe. Jednym ze sposobów przeprowadzania badania na podstawie materiału statystycznego przy występowaniu braków w zebranych danych liczbowych jest modelowanie na podstawie dostępnych informacji uzupełnionych o wartości prognozowane [Hellwig, Nowak 1989]. Wybór sposobu szacowania brakujących danych statystycznych jest wówczas uzależniony przede wszystkim od tego, czy mamy do czynienia z danymi w postaci szeregów dynamicznych, czy przekrojowych. Duży wpływ ma także ilość i rozmieszczenie (pojedyncze bądź sekwencyjnie występujące luki) brakujących informacji.

Celem pracy jest analiza efektywności wybranych metod prognozowania brakujących danych oraz określenie czynników determinujących tę efektywność.

2. Materiał badawczy

Analizie poddano dwa rodzaje szeregów:

- 1) zawierających trend i składnik losowy (zmienna Y_1 oraz Y_2),
- 2) dodatkowo zawierających składowe periodyczne (zmienna Y_3).

Oceny podstawowych charakterystyk opisowych badanych zmiennych zestawiono w tab. 1.

Tabela 1. Podstawowe charakterystyki opisowe dla zmiennych Y_1 - Y_3 (144 dekady)

Zmienna	Charakterystyki opisowe		
	średnia	odchylenie standardowe	współczynnik zmienności (w %)
Y_1	10 614,20	3 975,49	37,45
Y_2	93 285,81	27 975,91	29,99
Y_3	1 085,84	809,03	74,51

Źródło: obliczenia własne.

3. Zastosowane metody badawcze

W literaturze wymienia się wiele metod, które można wykorzystać w prognozowaniu brakujących danych. Niektóre z nich, jak np. metoda odcinkowa, metoda łuków I i II, mogą być wykorzystane jedynie do budowy prognoz interpolacyjnych. Ze względu na potwierdzoną badaniami empirycznymi [Zeliaś (red.) 1979] wysoką efektywność stosowania tych metod w prognozowaniu interpolacyjnym uzasadniona jest próba wyznaczania również prognoz ekstrapolacyjnych, opierając się na szeregach uzupełnionych o oceny interpolowane otrzymane za pomocą tych metod.

Szczegółowej analizie porównawczej poddano wyniki prognozowania ekstrapolacyjnego uzyskane za pomocą metod najmniejszych kwadratów, wyrównania wykładniczego i metody wielomianowej Lagrange'a, dla których równania trendów były szacowane za pomocą metody odcinkowej, metody łuków I i II. Prognozy uzyskane w wyniku łączenia różnych metod prognozowania zestawiono z wynikami otrzymanymi na podstawie metod pozwalających jednocześnie zarówno na inter-, jak i ekstrapolację szeregów czasowych.

Do modelowania oraz prognozowania badanych zmiennych na podstawie wybranych metod numerycznych wykorzystano zmodyfikowaną wersję programu komputerowego Prognostyk pozwalającego na łączenie różnych metod prognozowania inter- i ekstrapolacyjnego. Wykorzystanie w prognozowaniu sezonowych szeregów czasowych (zmienna Y_3), opisanych metod nieuwzględniających występowania wahań sezonowych było możliwe dzięki zastosowaniu prezentowanej w literaturze

[Zeliaś (red.) 2003] metody wskaźników sezonowości polegającej na bezpośrednim prognozowaniu zmiennych, z których wyeliminowano wahania sezonowe. Ze względu na potwierdzoną wcześniej badaniami [Cheba 2006] wysoką efektywność pośredniego wykorzystania metod właściwych dla danych bez wahań sezonowych w wyniku zastosowania opisywanej procedury oczyszczania sezonowych szeregów czasowych w pracy wykorzystano multiplikatywny wariant tej metody.

Dla poszczególnych faz cyklu wyznaczono tzw. surowe wskaźniki sezonowości (w_j):

$$w_j = \frac{1}{N} \sum_{t=1}^N u_{tj} \quad (j = 1, 2, \dots, m), \quad (1)$$

gdzie: $\sum_{t=1}^N u_{tj}$ – suma ilorazów wartości szeregu empirycznego i teoretycznego (trendu) w okresie j .

Następnie obliczono oczyszczone wskaźniki w ten sposób, aby spełnione zostały następujące warunki:

$$\prod_{j=1}^m \hat{w}_j = m.$$

Natomiast w celu otrzymania danych oczyszczonych wartości szeregu zostały podzielone przez wskaźniki sezonowości \hat{w}_j . Prognozy na podstawie modelu multiplikatywnego obliczono według wzoru:

$$\hat{y}_{tp} = \hat{Y}_{tp}^* \cdot \hat{w}_j. \quad (2)$$

Do oczyszczania szeregów czasowych z wahań sezonowych wykorzystano wskaźniki sezonowości o cyklu 36-dekadowym wyznaczone na podstawie dwóch pierwszych lat (72 dekady), dla których przyjęto kompletność materiału statystycznego. Wybór tego sposobu wyznaczania wskaźników sezonowości podyktowany był również wcześniejzymi wynikami badań empirycznych [Szmuksta-Zawadzka, Zawadzki 2000] potwierdzającymi wysoką efektywność prognozowania na podstawie szeregów czasowych oczyszczonych z wahań sezonowych w ten właśnie sposób.

4. Prezentacja i ocena wyników badań

W pierwszym kroku dokonano analizy efektywności prognozowania interpolacyjnego na podstawie wybranych metod w sytuacji występowania luk w danych. Rozpatrywano dwa warianty luk w danych zakładające występowanie brakujących informacji rozkładających się niesystematycznie.

Tak jak wspomniano, ze względu na konieczność wyznaczenia wskaźników sezonowości dla zmiennej wykazującej wahania sezonowe (zmienna Y_3) przyjęto, że

w dwóch pierwszych latach dostępne są wszystkie informacje. Natomiast w kolejnych dwóch latach w wariacie pierwszym luki obejmowały na przemian pierwszą i drugą dekadę lub tylko dekadę pierwszą, natomiast w wariacie drugim luki obejmowały trzy dekady i dotyczyły miesięcy nieparzystych.

Zestawienie ocen błędów prognoz interpolacyjnych oszacowanych na podstawie wybranych metod prognozowania przedstawiono w tab. 2.

Tabela 2. Zestawienie średnich względnych błędów prognoz interpolacyjnych dla zmiennych Y_1 - Y_3

Wariant	Błędy prognoz interpolacyjnych							
Y_1 I wariant luk	O	0,67	L-3WP	2,28	T2	2,61	P9	1,74
	Ł1	0,92	L-3WC	2,23	T3	2,74	L6	0,92
	Ł2	0,68	L-4WP	3,71	TW	3,70	K4	1,14
			L-4WC	2,77	TW2	2,78	H93	0,84
				TW3	3,26			
Y_1 II wariant luk	O	0,94	L-3WP	1,96	T2	2,60	P9	2,00
	Ł1	0,94	L-3WC	1,83	T3	2,45	L6	1,32
	Ł2	1,02	L-4WP	3,29	TW	3,66	K3	1,42
			L-4WC	2,72	TW2	2,59	H59	2,09
				TW3	3,03			
Y_2 I wariant luk	O	0,22	L-3WP	1,38	T2	1,43	P6	1,10
	Ł1	0,31	L-3WC	2,02	T3	1,49	L7	0,41
	Ł2	0,22	L-4WP	1,78	TW	1,40	K5	0,56
			L-4WC	1,43	TW2	1,48	H96	0,43
				TW3	1,69			
Y_2 II wariant luk	O	0,44	L-3WP	1,43	T2	1,46	P9	1,58
	Ł1	0,34	L-3WC	1,95	T3	1,59	L7	0,57
	Ł2	0,44	L-4WP	1,86	TW	1,51	K3	>20
			L-4WC	1,46	TW2	1,55	H95	>20
				TW3	1,92			
Y_3 I wariant luk	O	7,35	L-3WP	7,70	T2	8,38	P9	9,75
	Ł1	7,49	L-3WC	10,41	T3	8,20	L5	10,98
	Ł2	8,75	L-4WP	7,80	TW	8,83	K2	11,41
			L-4WC	8,49	TW2	8,91	H83	10,97
				TW3	7,98			
Y_3 II wariant luk	O	8,83	L-3WP	8,41	T2	8,89	P9	9,77
	Ł1	12,64	L-3WC	9,56	T3	8,68	L4	11,02
	Ł2	10,36	L-4WP	8,22	TW	8,10	K2	12,23
			L-4WC	12,87	TW2	8,38	H76	11,88
				TW3	8,29			

Źródło: obliczenia własne.

Ze względu na zdecydowanie niższe od pozostałych metod (poniżej 1% w przypadku depozytów terminowych oraz poniżej 9% w przypadku depozytów *a vista*)

oceny błędów prognoz interpolacyjnych uzyskane przy wykorzystaniu metod pozwalających jedynie na interpolację szeregów czasowych (metoda odcinkowa, łuków I oraz łuków II) postanowiono sprawdzić, czy wykorzystanie w prognozowaniu ekstrapolacyjnym szeregów uzupełnionych o oceny interpolowane otrzymane za pomocą tych metod pozwoli na uzyskanie ocen błędów prognoz *ex post* o równie dużej efektywności.

Zestawienie ocen błędów prognoz *ex post* błędów prognoz otrzymanych otrzymane w wyniku łączenia różnych metod prognozowania inter- i ekstrapolacyjnego z ocenami błędów prognoz uzyskanymi w wyniku zastosowania metod pozwalających na jednoczesną zarówno inter-, jak i ekstrapolację przedstawiono w tab. 3-5.

We wszystkich prezentowanych tabelach użyto następujących oznaczeń: O – metoda odcinkowa, Ł1 – metoda łuków I, Ł2 – metoda łuków II, L-3WP – metoda Lagrange’a z 3 węzłami rozłożonymi proporcjonalnie, L-4WP – metoda Lagrange’a z 4 węzłami rozłożonymi proporcjonalnie, L-3WC – metoda Lagrange’a z 3 węzłami rozłożonymi zgodnie z funkcją optymalizacyjną Czebyszewa, L-4WC – metoda Lagrange’a z 4 węzłami rozłożonymi zgodnie z funkcją optymalizacyjną Czebyszewa.

W odniesieniu do predyktorów szacowanych MNK przyjęto oznaczenia: trend kwadratowy (T2), wielomian trzeciego stopnia (T3), trend wykładniczy o stałej stopie wzrostu (TW), wykładniczy o zmiennej stopie wzrostu (TW2), wykładniczy z wielomianem trzeciego stopnia (TW3). W przypadku metody najmniejszych kwadratów ograniczono się do zaprezentowania wyników prognozowania uzyskanych na podstawie czterech wybranych modeli trendu. Nie uwzględniono w nich wyników otrzymanych na podstawie modelu liniowego (TL) i modelu wykładniczego z wielomianem trzeciego stopnia (TW3) w przypadku depozytów terminowych i modelu wykładniczego o zmiennej stopie wzrostu (TW2) w przypadku depozytów *a vista*. W tych klasach modeli oceny błędów prognoz inter- i ekstrapolacyjnych były znacznie wyższe od pozostałych. Natomiast dla predyktorów wykładniczych przyjęto następujące oznaczenia: P – prosty model Browna, L – liniowy model Browna, K – kwadratowy model Browna, H – dwuparametrowy liniowy model Holta. W przypadku tej klasy modeli po oznaczeniach modeli występują optymalne oceny stałej (stałych) wygładzania.

W przypadku wyników prognozowania uzyskanych w wyniku łączenia metod oznaczenia wykorzystanych metod prognozowania ekstrapolacyjnego poprzedzone zostały symbolem metody zastosowanej w prognozowaniu interpolacyjnym.

Dla wszystkich rodzajów prognoz obliczono przeciętne względne błędy prognoz. W przypadku prognoz interpolacyjnych punktem odniesienia były realizacje zmiennych dla okresów, w których wystąpiły luki w danych. Natomiast dla prognoz ekstrapolacyjnych przeprowadzono analizę *ex post* ich dokładności.

Analiza informacji zawartych w przedstawionych tabelach wskazuje, że wykorzystanie w prognozowaniu ekstrapolacyjnym szeregów czasowych uzupełnionych o oceny interpolowane otrzymane za pomocą metod o najwyższej spośród badanych efektywności prognozowania pozwala na wyznaczenie ocen błędów prognoz

Tabela 3. Zestawienie ocen średnich względów prognoz inter- i ekstrapolacyjnych dla zmiennej Y_1

Wariant	Błędy prognoz													
	interpolacyjnych (w %)		ekstrapolacyjnych ($h = 9$, w %)											
	O	0,67	O/L-3WP	3,41	O/T2	3,55	O/P9	1,14	L-3WP	3,41	T2	3,52	P9	1,10
I wariant Ink Y_1			O/L-3WC	5,17	O/T3	6,39	O/L7	0,65	L-3WC	5,17	T3	7,06	L6	2,33
			O/L-4WP	4,43	O/TW	1,84	O/K5	0,74	L-4WP	4,43	TW	1,79	K4	2,48
			O/L-4WC	3,31	O/TW2	6,31	O/H97	0,65	L-4WC	3,31	TW2	6,11	H93	2,77
		0,92	L1/L-3WP	3,41	L1/T2	3,30	L1/P9	1,17	L1/L-3WC	3,41	L1/T2	3,30	L1/P9	1,17
			L1/L-3WC	5,17	L1/T3	6,20	L1/L8	0,72	L1/L-4WP	4,43	L1/T3	6,20	L1/L8	0,72
			L1/L-4WP	4,43	L1/TW	1,80	L1/K6	0,82	L1/L-4WC	3,31	L1/TW	1,80	L1/K6	0,82
			L1/L-4WC	3,31	L1/TW2	6,04	L1/H96	0,73	L2/L-3WP	3,41	L1/TW2	6,04	L1/H96	0,73
		0,68	L2/L-3WC	5,17	L2/T2	3,69	L2/P9	1,17	L2/L-4WP	4,43	L2/T2	3,69	L2/P9	1,17
			L2/L-4WP	4,43	L2/T3	6,45	L2/L8	0,70	L2/L-4WC	3,31	L2/T3	6,45	L2/L8	0,70
			L2/L-4WC	3,31	L2/TW	1,86	L2/K6	0,80			L2/TW	1,86	L2/K6	0,80
				L2/TW2	6,52	L2/H96	0,70			L2/TW2	6,52	L2/H96	0,70	
II wariant Ink Y_1		0,94	O/L-3WP	3,41	O/T2	3,85	O/P9	1,10	O/L-3WC	5,17	O/T2	3,85	O/P9	1,10
			O/L-3WC	5,17	O/T3	7,03	O/L8	1,37	O/L-4WP	4,43	O/T3	7,03	O/L8	1,37
			O/L-4WP	4,43	O/TW	1,84	O/K6	1,50	O/L-4WC	3,31	O/TW	1,84	O/K6	1,50
			O/L-4WC	3,31	O/TW2	6,66	O/H92	1,73	L1/L-3WP	3,41	O/TW2	6,66	O/H92	1,73
		0,94	L1/L-3WP	3,41	L1/T2	4,01	L1/P9	1,10	L1/L-3WC	5,17	L1/T2	4,01	L1/P9	1,10
			L1/L-3WC	5,17	L1/T3	7,26	L1/L8	0,49	L1/L-4WP	4,43	L1/T3	7,26	L1/L8	0,49
			L1/L-4WP	4,43	L1/TW	1,86	L1/K6	6,42	L1/L-4WC	3,31	L1/TW	1,86	L1/K6	6,42
			L1/L-4WC	3,31	L1/TW2	6,85	L1/H95	1,77	L2/L-3WP	3,41	L1/TW2	6,85	L1/H95	1,77
		1,02	L2/L-3WC	5,17	L2/T2	3,87	L2/P9	1,10	L2/L-4WP	4,43	L2/T2	3,87	L2/P9	1,10
			L2/L-4WP	4,43	L2/T3	7,00	L2/L8	0,50	L2/L-4WC	3,31	L2/T3	7,00	L2/L8	0,50
				L2/TW	1,85	L2/K6	6,22			L2/TW	1,85	L2/K6	6,22	
				L2/TW2	6,71	L2/H96	1,11			L2/TW2	6,71	L2/H96	1,11	

Źródło: obliczenia własne.

Tabela 4. Zestawienie ocen średnich względów prognoz inter- i ekstrapolacyjnych dla zmiennej Y_2

Wariant	Błędy prognoz														
	interpolacyjnych (w %)		ekstrapolacyjnych ($h = 9$, w %)												
I wariant Y_2 I wariant Iuk	O	0,22	O/L-3WP	1,66	O/T2	2,40	O/P9	1,51	L-3WP	1,66	T2	2,28	P6	1,51	
			O/L-3WC	2,52	O/T3	4,15	O/L8	0,33	L-3WC	2,52	T3	4,21	L7	0,70	
			O/L-4WP	2,07	O/TW	4,92	O/K5	0,16	L-4WP	2,07	TW	4,97	K5	0,17	
			O/L-4WC	1,62	O/TW2	2,15	O/H97	0,35	L-4WC	1,62	TW2	1,93	H96	0,58	
	Ł1	0,31	Ł1/L-3WP	1,66	Ł1/T2	2,42	Ł1/P9	1,51	Ł1/L-3WP	1,66	Ł1/L-3WP	1,66	Ł1/L-3WP	1,66	Ł1/L-3WP
			Ł1/L-3WC	2,52	Ł1/T3	4,13	Ł1/L8	0,33	Ł1/L-3WC	2,52	Ł1/L-3WC	2,52	Ł1/L-3WC	2,52	
			Ł1/L-4WP	2,07	Ł1/TW	4,97	Ł1/K5	0,16	Ł1/L-4WP	2,07	Ł1/L-4WP	2,07	Ł1/L-4WP	2,07	
			Ł1/L-4WC	1,62	Ł1/TW2	2,17	Ł1/H97	0,35	Ł1/L-4WC	1,62	Ł1/L-4WC	1,62	Ł1/L-4WC	1,62	
	Ł2	0,22	Ł2/L-3WP	1,66	Ł2/T2	2,36	Ł2/P9	1,51	Ł2/L-3WP	1,66	Ł2/L-3WP	1,66	Ł2/L-3WP	1,66	Ł2/L-3WP
			Ł2/L-3WC	2,52	Ł2/T3	4,15	Ł2/L8	0,33	Ł2/L-3WC	2,52	Ł2/L-3WC	2,52	Ł2/L-3WC	2,52	
			Ł2/L-4WP	2,07	Ł2/TW	4,87	Ł2/K5	0,16	Ł2/L-4WP	2,07	Ł2/L-4WP	2,07	Ł2/L-4WP	2,07	
			Ł2/L-4WC	1,62	Ł2/TW2	2,11	Ł2/H97	0,35	Ł2/L-4WC	1,62	Ł2/L-4WC	1,62	Ł2/L-4WC	1,62	
O	0,44	O/L-3WP	1,66	O/T2	2,37	O/P9	1,51	O/L-3WP	1,66	O/L-3WP	1,66	O/L-3WP	1,66	O/L-3WP	
		O/L-3WC	2,52	O/T3	4,17	O/L8	0,32	O/L-3WC	2,52	O/L-3WC	2,52	O/L-3WC	2,52		
		O/L-4WP	2,07	O/TW	1,89	O/K6	1,46	O/L-4WP	2,07	O/L-4WP	2,07	O/L-4WP	2,07		
		O/L-4WC	1,62	O/TW2	2,12	O/H97	0,34	O/L-4WC	1,62	O/L-4WC	1,62	O/L-4WC	1,62		
Ł1	0,34	Ł1/L-3WP	1,66	Ł1/T2	2,42	Ł1/P9	1,51	Ł1/L-3WP	1,66	Ł1/L-3WP	1,66	Ł1/L-3WP	1,66	Ł1/L-3WP	
		Ł1/L-3WC	2,52	Ł1/T3	4,13	Ł1/L8	0,33	Ł1/L-3WC	2,52	Ł1/L-3WC	2,52	Ł1/L-3WC	2,52		
		Ł1/L-4WP	2,07	Ł1/TW	4,97	Ł1/K5	0,16	Ł1/L-4WP	2,07	Ł1/L-4WP	2,07	Ł1/L-4WP	2,07		
		Ł1/L-4WC	1,62	Ł1/TW2	2,17	Ł1/H98	0,21	Ł1/L-4WC	1,62	Ł1/L-4WC	1,62	Ł1/L-4WC	1,62		
Ł2	0,44	Ł2/L-3WP	1,66	Ł2/T2	2,36	Ł2/P9	1,51	Ł2/L-3WP	1,66	Ł2/L-3WP	1,66	Ł2/L-3WP	1,66	Ł2/L-3WP	
		Ł2/L-3WC	2,52	Ł2/T3	4,15	Ł2/L8	0,33	Ł2/L-3WC	2,52	Ł2/L-3WC	2,52	Ł2/L-3WC	2,52		
		Ł2/L-4WP	2,07	Ł2/TW	4,87	Ł2/K5	0,16	Ł2/L-4WP	2,07	Ł2/L-4WP	2,07	Ł2/L-4WP	2,07		
		Ł2/L-4WC	1,62	Ł2/TW2	2,11	Ł2/H99	0,23	Ł2/L-4WC	1,62	Ł2/L-4WC	1,62	Ł2/L-4WC	1,62		

Źródło: obliczenia własne.

Tabela 5. Zestawienie ocen średnich względów prognoz inter- i ekstrapolacyjnych dla zmiennej Y_3

Wariant	Błędy prognoz														
	interpolacyjnych (w %)							ekstrapolacyjnych ($h = 9$, w %)							
	O	L1	L2	O	L1	L2	O	L1	L2	O	L1	L2	O	L1	L2
I wariant Y_3 Iuk	7,35	7,49	8,75	8,33	8,42	8,60	8,33	8,42	8,60	8,33	8,42	8,60	8,33	8,42	8,60
	O/L-3WP	L1/L-3WP	L2/L-3WP	O/L-3WP	L1/L-3WP	L2/L-3WP	O/L-3WP	L1/L-3WP	L2/L-3WP	O/L-3WP	L1/L-3WP	L2/L-3WP	O/L-3WP	L1/L-3WP	L2/L-3WP
	O/L-3WC	L1/L-3WC	L2/L-3WC	O/L-3WC	L1/L-3WC	L2/L-3WC	O/L-3WC	L1/L-3WC	L2/L-3WC	O/L-3WC	L1/L-3WC	L2/L-3WC	O/L-3WC	L1/L-3WC	L2/L-3WC
	O/L-4WP	L1/L-4WP	L2/L-4WP	O/L-4WP	L1/L-4WP	L2/L-4WP	O/L-4WP	L1/L-4WP	L2/L-4WP	O/L-4WP	L1/L-4WP	L2/L-4WP	O/L-4WP	L1/L-4WP	L2/L-4WP
	O/L-4WC	L1/L-4WC	L2/L-4WC	O/L-4WC	L1/L-4WC	L2/L-4WC	O/L-4WC	L1/L-4WC	L2/L-4WC	O/L-4WC	L1/L-4WC	L2/L-4WC	O/L-4WC	L1/L-4WC	L2/L-4WC
	O/T2	L1/T2	L2/T2	O/T2	L1/T2	L2/T2	O/T2	L1/T2	L2/T2	O/T2	L1/T2	L2/T2	O/T2	L1/T2	L2/T2
7,71	7,88	7,53	7,71	7,88	7,53	7,71	7,88	7,53	7,71	7,88	7,53	7,71	7,88	7,53	
O/L5	L1/L4	L2/L5	O/L5	L1/L5	L2/L5	O/L5	L1/L5	L2/L5	O/L5	L1/L5	L2/L5	O/L5	L1/L5	L2/L5	
8,34	8,52	8,03	8,34	8,52	8,03	8,34	8,52	8,03	8,34	8,52	8,03	8,34	8,52	8,03	
O/K3	L1/K3	L2/K3	O/K3	L1/K4	L2/K3	O/K3	L1/K4	L2/K3	O/K3	L1/K4	L2/K3	O/K3	L1/K4	L2/K3	
9,90	10,11	9,69	9,90	10,11	9,69	9,90	10,11	9,69	9,90	10,11	9,69	9,90	10,11	9,69	
O/H91	L1/H91	L2/H91	O/H91	L1/H91	L2/H91	O/H91	L1/H91	L2/H91	O/H91	L1/H91	L2/H91	O/H91	L1/H91	L2/H91	
7,38	7,24	7,78	7,38	7,24	7,78	7,38	7,24	7,78	7,38	7,24	7,78	7,38	7,24	7,78	
8,75	8,76	8,77	8,75	8,76	8,77	8,75	8,76	8,77	8,75	8,76	8,77	8,75	8,76	8,77	
8,29	8,35	8,46	8,29	8,35	8,46	8,29	8,35	8,46	8,29	8,35	8,46	8,29	8,35	8,46	
9,05	15,16	9,30	9,05	15,16	9,30	9,05	15,16	9,30	9,05	15,16	9,30	9,05	15,16	9,30	
8,75	7,88	8,25	8,75	7,88	8,25	8,75	7,88	8,25	8,75	7,88	8,25	8,75	7,88	8,25	
8,73	8,73	8,73	8,73	8,73	8,73	8,73	8,73	8,73	8,73	8,73	8,73	8,73	8,73	8,73	
8,21	8,21	8,21	8,21	8,21	8,21	8,21	8,21	8,21	8,21	8,21	8,21	8,21	8,21	8,21	
8,38	8,38	8,38	8,38	8,38	8,38	8,38	8,38	8,38	8,38	8,38	8,38	8,38	8,38	8,38	
8,20	8,20	8,20	8,20	8,20	8,20	8,20	8,20	8,20	8,20	8,20	8,20	8,20	8,20	8,20	
8,72	8,72	8,72	8,72	8,72	8,72	8,72	8,72	8,72	8,72	8,72	8,72	8,72	8,72	8,72	
7,88	7,88	7,88	7,88	7,88	7,88	7,88	7,88	7,88	7,88	7,88	7,88	7,88	7,88	7,88	
12,55	12,55	12,55	12,55	12,55	12,55	12,55	12,55	12,55	12,55	12,55	12,55	12,55	12,55	12,55	
8,09	8,09	8,09	8,09	8,09	8,09	8,09	8,09	8,09	8,09	8,09	8,09	8,09	8,09	8,09	
8,73	8,73	8,73	8,73	8,73	8,73	8,73	8,73	8,73	8,73	8,73	8,73	8,73	8,73	8,73	
10,13	10,13	10,13	10,13	10,13	10,13	10,13	10,13	10,13	10,13	10,13	10,13	10,13	10,13	10,13	
10,94	10,94	10,94	10,94	10,94	10,94	10,94	10,94	10,94	10,94	10,94	10,94	10,94	10,94	10,94	
8,52	8,52	8,52	8,52	8,52	8,52	8,52	8,52	8,52	8,52	8,52	8,52	8,52	8,52	8,52	
8,73	8,73	8,73	8,73	8,73	8,73	8,73	8,73	8,73	8,73	8,73	8,73	8,73	8,73	8,73	
9,17	9,17	9,17	9,17	9,17	9,17	9,17	9,17	9,17	9,17	9,17	9,17	9,17	9,17	9,17	
9,38	9,38	9,38	9,38	9,38	9,38	9,38	9,38	9,38	9,38	9,38	9,38	9,38	9,38	9,38	
9,80	9,80	9,80	9,80	9,80	9,80	9,80	9,80	9,80	9,80	9,80	9,80	9,80	9,80	9,80	

Źródło: obliczenia własne.

ekstrapolacyjnych niższych niż w przypadku metod pozwalających na jednoczesną inter- i ekstrapolację szeregu czasowego. Zaproponowana procedura ma zastosowanie przede wszystkim podczas łączenia następujących metod: odcinkowej, łuków I bądź łuków II – w przypadku prognozowania interpolacyjnego z modelami wyrównania wykładniczego Browna oraz liniowym modelem Holta – w przypadku prognozowania ekstrapolacyjnego. Zastosowanie tego sposobu łączenia metod pozwoliło w analizowanych szeregach czasowych na poprawę efektywności prognozowania ekstrapolacyjnego. W odniesieniu do pozostałych analizowanych sposobów łączenia różnych metod prognozowania otrzymane oceny błędów *ex post* były zbliżone do ocen błędów uzyskanych w wyniku zastosowania metod pozwalających na jednoczesną inter- i ekstrapolację szeregów czasowych. Wszystkie z badanych sposobów łączenia różnych metod prognozowania inter- i ekstrapolacyjnego pozwoliły na uzyskanie ocen błędów *ex post* kształtujących się poniżej 2% w przypadku depozytów terminowych oraz poniżej 9% w przypadku depozytów *a vista*.

Punktem odniesienia dla jakości przeprowadzonego modelowania są również przedstawione w tab. 6 wyniki prognozowania dotyczące modeli oszacowanych na podstawie 144 obserwacji (bez luk w danych).

Tabela 6. Zestawienie średnich błędów prognoz ekstrapolacyjnych dla pełnych szeregów (144 obserwacje)

Zmienna	Błędy prognoz ekstrapolacyjnych (dla $h = 9$, w %)					
Y_1	L-3WP	3,41	T2	3,85	P9	0,70
	L-3WC	5,17	T3	6,92	L6	2,22
	L-4WP	4,43	TW	1,86	K4	1,77
	L-4WC	3,31	TW2	6,67	H95	1,36
Y_2	L-3WP	1,66	T2	2,38	P9	3,62
	L-3WC	2,52	T3	4,13	L7	0,79
	L-4WP	2,07	TW	4,90	K5	2,41
	L-4WC	1,62	TW2	2,13	H88	0,35
Y_3	L-3WP	8,33	T2	7,90	P8	9,19
	L-3WC	8,42	T3	8,47	L4	7,92
	L-4WP	8,60	TW	10,42	K4	14,82
	L-4WC	7,56	TW3	7,34	H61	7,38

Źródło: obliczenia własne.

Porównanie wyników prognozowania pełnych szeregów (tab. 6) z wcześniejszymi wynikami prognozowania szeregów zawierających luki w danych (tab. 3-5) wskazuje, że efektywność prognozowania na podstawie szeregów z lukami w danych i pełnych szeregów (bez luk w danych) jest porównywalna. Co więcej, często oceny średnich błędów uzyskane na podstawie szeregów z lukami są nawet nieco niższe od tych uzyskanych na podstawie pełnego szeregu.

Na szczególną uwagę zasługuje metoda wielomianowa Lagrange'a. Wyniki prognozowania ekstrapolacyjnego uzyskane z zastosowaniem tej procedury zarówno w przypadku łączenia różnych metod prognozowania inter- i ekstrapolacyjnego, jak i w przypadku zastosowania tej metody do wyznaczania zarówno luk wewnątrz szeregu i w przypadku prognozowania *ex post* okazały się identyczne z tymi otrzymanymi na podstawie pełnego szeregu. Widać w związku z tym wyraźnie brak wpływu rozmieszczenia luk w danych oraz ich ilości na dokładność oszacowanych prognoz.

W pracy [Cheba 2006] opisane zostały wyniki badań empirycznych potwierdzających przydatność proponowanej w literaturze metody polegającej na oczyszczaniu z wahań sezonowych zmiennych wykazujących te wahania, a następnie wykorzystaniu tak przygotowanych szeregów w prognozowaniu brakujących danych. Wykorzystanie w prognozowaniu oczyszczonych w ten sposób szeregów czasowych, w sytuacji łączenia różnych metod prognozowania inter- i ekstrapolacyjnego, potwierdziło także w tym przypadku przydatność opisywanej w literaturze metody wskaźników sezonowości.

Wykorzystanie w prognozowaniu ekstrapolacyjnym szeregów uzupełnionych o oceny interpolowane uzyskane w wyniku zastosowania metod o wyższej efektywności prognozowania pozwoliło na uzyskanie niższych względnych ocen błędów prognoz *ex post* w rozpatrywanych szeregach czasowych.

Literatura

- Cheba K., *Zastosowanie metody wskaźników sezonowości w prognozowaniu dla danych dekadowych*, Zeszyty Naukowe Akademii Ekonomicznej we Wrocławiu nr 1112, AE, Wrocław 2006.
- Hellwig Z., Nowak E., *An Insufficient Information Problem in Taxonomic Modelling*, „Acta Universitatis Lodziensis. Folia Oeconomica nr 90, Łódź 1989.
- Szmuksta-Zawadzka M., Zawadzki J., *Prognozowanie brakujących informacji a modele oszczędne dla okresowych szeregów czasowych*, [w:] A. Zeliaś (red.), XVII Seminarium Ekonometryczne im. Profesora Zbigniewa Pawłowskiego, Prace Naukowe Akademii Ekonomicznej w Krakowie, AE, Kraków 2000.
- Zeliaś A. (red.), *Z badań nad metodami predykcji brakujących informacji*, Prace Naukowe Akademii Ekonomicznej w Krakowie nr 114, AE, Kraków 1979.
- Zeliaś A. (red.), *Prognozowanie ekonomiczne. Teoria, przykłady, zadania*, PWN, Warszawa 2003.

THE ANALYSES OF THE EFFECTIVENESS OF SELECTED INTER- AND EXTRAPOLATING METHODS IN FORECASTING

Summary: The literature presents a variety of numeric methods used for estimating interpolating forecasts. Some of those methods, like sector method, arc method I and II can be used only for constructing interpolating forecasts.

As high effectiveness of using those methods in forecasting has been scientifically proved it seems to be reasonable to try to assign extrapolating forecasts based on series complemented with interpolated estimation obtained by those methods.

The paper presents the assessment of the extrapolating forecast effectiveness obtained by the method of the smallest squares, exponential alignment, Lagrange polynomial method, for which trend equations have been assessed by sector method, arc method I and II.