

Na prawach rękopisu

INSTYTUT CYBERNETYKI TECHNICZNEJ

POLITECHNIKI WROCŁAWSKIEJ

Raport serii PREPRINTY nr 84

MODEL MATEMATYCZNY I IDENTYFIKACJA

PROCESÓW HEMODYNAMICZNYCH

W UKŁADZIE KRĄŻENIA

/rozprawa doktorska/

Jerzy Świątek

Promotor:

prof. zw. dr hab.

ZDZISŁAW BUENICKI

Słowa kluczowe:

identyfikacja, biocybernetyka,
modele matematyczne w biologii
i medycynie

Wydawnictwo Politechniki Wrocławskiej
Wrocław 1979

SPIS TREŚCI

str.

ROZDZIAŁ 1. PROCESY HEMODYNAMICZNE W UKŁADZIE KRĄŻENIA -	
ZADANIE IDENTYFIKACJI - FORMUŁOWANIE PROBLEMU PRACY	7
1.1. Wstęp	7
1.2. Procesy hemodynamiczne w układzie krążenia	15
1.3. Zadanie identyfikacji	23
1.4. Sformułowanie problemu pracy	26
ROZDZIAŁ 2. MODEL PROCESÓW HEMODYNAMICZNYCH W UKŁADZIE KRĄŻE-	
NIA	28
2.1. Struktura modelu	28
2.2. Model hemodynamiki krążenia płucnego	32
2.3. Model hemodynamiki krążenia wielkiego	38
ROZDZIAŁ 3. ZADANIA I ALGORYTMY IDENTYFIKACJI PROCESÓW HEMO-	
DYNAMICZNYCH W UKŁADZIE KRĄŻENIA	46
3.1. Identyfikacja prawej i lewej komory serca	46
3.1.1. Opis zadania identyfikacji komór serca	46
3.1.2. Algorytmy wyznaczania parametrów modelu komór ...	48
3.2. Identyfikacja hemodynamiki krążenia płucnego	53
3.2.1. Opis zadania identyfikacji hemodynamiki krążenia	
płucnego	54
3.2.2. Algorytm wyznaczania parametrów modelu hemodyna-	
miki krążenia płucnego	57
3.3. Identyfikacja hemodynamiki krążenia wielkiego	65
3.3.1. Opis I zadania identyfikacji hemodynamiki krąże-	
nia wielkiego	68
3.3.2. Algorytm I wyznaczenia parametrów modelu hemody-	
namiki krążenia wielkiego	73
3.3.3. Opis II zadania identyfikacji hemodynamiki krąże-	
nia wielkiego	82

3.3.4. Algorytm II wyznaczania parametrów modelu hemody-	
namiki krążenia wielkiego	85
3.4. Interpolacja splajnami	94
3.4.1. Określenie splajnów wielomianowych 3-go stopnia .	95
3.4.2. Zastosowanie splajnów wielomianowych 3-go stopnia	
w obliczeniach numerycznych	99
3.5. Procedury numeryczne przekształcania macierzy dla algo-	
rytmów identyfikacji	105
3.5.1. Opis I procedury eliminacji gaussa	105
3.5.2. Opis II procedury eliminacji gaussa	107
3.6. Opis danych pomiarowych i wyników obliczeń	110
3.6.1. Parametry modelu komór serca	128
3.6.2. Parametry modelu hemodynamiki krążenia płucnego .	128
3.6.3. Parametry modelu hemodynamiki krążenia wielkiego.	129
ROZDZIAŁ 4. ANALIZA WŁASNOŚCI MODELU MATEMATYCZNEGO PROCESÓW	
HEMODYNAMICZNYCH W UKŁADZIE KRĄŻENIA	131
4.1. Rozwiązanie równań modelu matematycznego procesów hemody-	
namicznych w układzie krążenia	132
4.2. Analiza wrażliwości modelu matematycznego procesów hemo-	
dynamicznych w układzie krążenia	139
4.2.1. Wrażliwość modelu komór	140
4.2.2. Wrażliwość modelu matematycznego hemodynamiki	
krążenia płucnego	142
4.2.2.1. Wrażliwość modelu matematycznego hemody-	
namiki krążenia płucnego na zmianę para-	
metrów komór	142
4.2.2.2. Wrażliwość modelu matematycznego hemody-	
namiki krążenia płucnego na zmianę para-	
metrów tego modelu	144
4.2.3. Wrażliwość modelu hemodynamiki krążenia wielkiego	
na zmianę parametrów tego modelu	148

4.3. Możliwości wykorzystania wyników identyfikacji oraz wyni-	
ków analizy własności modelu	155
ZAKOŃCZENIE	156
SPIS OZNACZEŃ	160
LITERATURA	167

W pracy przedstawiono metodę tworzenia modelu matematycznego procesów hemodynamicznych w układzie krążenia. Model opisuje zależności pomiędzy aktywnością mięśnia sercowego a ciśnieniami krwi w wybranych punktach obwodu krążenia. Przedstawiono algorytmy identyfikacji parametrów modelu procesów hemodynamicznych w układzie krążenia. Dla dostępnych danych pomiarowych wyznaczono parametry konkretnego układu. Dla otrzymanych parametrów w wyniku identyfikacji, rozwiązano równania modelu korzystając z metod numerycznych. Otrzymane wyniki porównano z danymi pomiarowymi. Dokonano analizy wrażliwości modelu na zmianę jego parametrów. Dla wybranych parametrów wyznaczono funkcję wrażliwości modelu.

ROZDZIAŁ 1. PROCESY HEMODYNAMICZNE W UKŁADZIE KRĄŻENIA - ZADANIE IDENTYFIKACJI. SFORMUŁOWANIE PROBLEMU PRACY

1.1. Wstęp

W ostatnich latach można zaobserwować wzrost znaczenia badań systemowych i metod cybernetycznych w pracach biologicznych, fizjologicznych i medycznych. W szczególności można tu mówić o metodach tworzenia modeli matematycznych i identyfikacji procesów biologicznych. Wzrost zainteresowania tymi metodami badań we wspomnianych pracach spowodowany jest przez wiele czynników. Z jednej strony stosowanie na coraz szerszą skalę komputerowo wspomaganych metod w diagnostyce medycznej i terapii oraz w badaniach fizjologicznych stwarza konieczność budowy modeli matematycznych obiektów biologicznych o odpowiedniej złożoności i dokładności. Z drugiej strony zastosowanie tzw. podejścia systemowego, a konkretnie metod identyfikacji systemów pozwala taką, wymaganą dla praktycznych zastosowań złożoność i dokładność modelu osiągnąć. Analiza systemowa uzyskanych tą drogą modeli może dostarczyć nieznanych informacji o rozpatrywanych układach oraz nowych metod badania tych układów.

Metody badań systemowych mogą być szczególnie przydatne do analizy złożonych organizmów biologicznych. Przykładem takiego obiektu biologicznego jest układ krążenia. Prezentowana praca poświęcona jest metodzie tworzenia modelu oraz identyfikacji procesów hemodynamicznych w układzie krążenia, a także analizie modelu matematycznego tych procesów.

Na podstawie przeglądu literatury z zakresu modelowania matematycznego i identyfikacji obiektów biologicznych można stwierdzić, że istnieje wiele prac poświęconych modelowaniu układu krążenia. Prezentowane w tych pracach modele mają bardzo różną naturę fizyczną. Wśród nich można spotkać modele mechaniczno-hydrauliczne

[11], elektryczne [3], [19] lub też modele wykonane za pomocą analogowej i cyfrowej techniki komputerowej. W każdym przypadku podstawą do realizacji takiego modelu jest model matematyczny procesu czy układu. Tworzeniu takich modeli poświęcona jest większość odnotowanych prac. Część z nich omówiona jest w pracy przeglądowej [7]. Wspomniane modele można podzielić na kilka grup. Jednym z kryteriów podziału może być ich złożoność oraz zakres modelowanych zjawisk. Wyróżniono trzy takie grupy. Do pierwszej zaliczyć można modele opisujące wybrane fragmenty układu krążenia oraz procesy z nimi związane. W grupie tej znajdują się prace poświęcone modelowaniu pracy komory [25], [37], modele przepływu krwi przez odcinek naczynia krwionośnego [54], [75], modele przepływu krwi przez naczynia włosowate [34], model pracy zastawki [47], modele pracy mięśnia sercowego ([22], [34], [55], [57], [63], [66], [61], [62]) oraz jego regulacji [51], jak również wiele innych. Jest to najliczniej reprezentowana grupa prac.

Do drugiej możemy zaliczyć modele całościowo obejmujące układ krążenia, tzn.: serce, mały i wielki obieg krwi, jak również procesy w nich zachodzące. W grupie tej da się zauważyć dwa kierunki. Jeden to budowa modeli zawierających całą dostępną wiedzę o układzie krążenia ([8], [31], [47]), drugi to budowa modeli problemowo-zorientowanych ([21], [26], [37], [39], [50], [58], [45]). Modele pierwszego kierunku dotyczą na ogół procesów regulacji. Są one zwykle bardzo rozbudowane, a przez swoją złożoność trudne do analizy. Modele te nie mają szerszych praktycznych zastosowań. Mają one głównie znaczenie dydaktyczne. W modelach problemowo-zorientowanych opisywane są tylko te cechy układu krążenia, które są istotne dla dalszych zastosowań. Np.: praca [21] dotyczy modelu układu krążenia ze wspomagającym balonem aortalnym, prace [50], [58], [39] modelują reakcję serca oraz układu krwionośnego na pewne leki, a praca [45] opisuje

hemodynamikę krążenia płucnego w wadach serca. Modele problemowo zorientowane są prostsze i dokładniejsze ale za to mniej uniwersalne. Dzięki swej dokładności mogą być użyte w konkretnych badaniach.

Trzecia grupa prac związana jest z modelami układu krążenia współdziałającego z innymi podsystemami organizmu (np. z systemem płucnym [28], [68]).

Wśród modeli wymienionych we wszystkich trzech grupach można wyróżnić dwa typy modeli:

- tzw. "modele pulsacyjne", które opisują określone przebiegi zależne od czasu (np.: przebiegi ciśnień w sercu w czasie jednego cyklu),
- modele, które opisują zachowanie się układu na dłuższym odcinku czasu.

Modele pulsacyjne stosowane są zwykle do opisu dynamiki krwi w układzie krążenia lub jego fragmentu w czasie rzędu czasu trwania cyklu pracy serca. Te drugie stosowane są do modelowania procesów regulacji w układzie krążenia w czasie rzędu kilku cykli pracy serca.

Przedmiotem **naszych** zainteresowań są modele grupy drugiej, tzn. modele całego układu krążenia opisujące procesy hemodynamiczne w nim zachodzące. Przeglądając prace z tego zakresu nasuwa się szereg uwag.

Na podstawie analizy modeli problemowo-zorientowanych można stwierdzić, że istnieje część wspólna dla tych modeli, związana z opisem procesów hemodynamicznych w układzie krążenia. Przeglądając literaturę da się zauważyć brak modelu, który opisując procesy hemodynamiczne układu krążenia łączyłby modele problemowo-zorientowane w jedną całość. Taki model może być punktem wyjścia do realizacji każdego z pozostałych modeli. Proponowane w literaturze modele procesów hemodynamicznych w układzie krążenia mają jeszcze

jedną wadę. W modelach tych przepływ krwi przez układ krwionośny, wymuszony jest przez pracę komory w czasie trwania rzutu skurczowego. Modele te nie uwzględniają oddziaływania serca na drugim końcu układu krwionośnego (np.: hemodynamika krążenia wielkiego zależy nie tylko od pracy lewej komory ale również od pracy prawej komory, która odgrywa istotną rolę w przepływie żylnym). W dotychczasowych modelach oddziaływanie to pomijano.

Przeglądając wspomniane prace nasuwa się jeszcze jedna generalna uwaga. Dotyczy ona sposobu wyznaczania parametrów prezentowanych modeli. Większość autorów parametry dla proponowanych modeli ustala na podstawie wzorów literaturowych [3], [19], [35], korzystając z przesłanek fizyko-chemicznych i wielkości tablicowych jak np. lepkość krwi, sprężystość naczyń krwionośnych, średnice naczyń. Wiadomo jak wiele czynników wpływa na te parametry (np.: wiek badanego układu krążenia, stan zdrowia itp.). Praktycznie dla każdego układu parametry te się nieco różnią. Wspomniane wzory literaturowe nie uwzględniają wszystkich oddziaływań, a dane tablicowe odpowiadają wartościom średnim wielkości wykorzystanych w tych wzorach. Tak więc prezentowane modele są dokładne w sensie średnim, ale ich rozwiązania odbiegają od sygnałów mierzonych na konkretnych układach. Zachowane są jedynie kształty przebiegów. Tylko nieliczni autorzy w celu wyznaczenia parametrów modeli stosują technikę identyfikacji, korzystając z danych pomiarowych. Do takich prac należy [42], w której autor opisuje wyznaczanie parametrów modelu współdziałania układu krążenia z układem oddechowym. W pracy [22] zastosowano technikę identyfikacji do wyznaczenia parametrów modelu pracy mięśnia sercowego. Znana jest tylko jedna praca [1], w której autor proponuje wyznaczenie parametrów modelu układu krążenia na podstawie pomiarów. Zaproponowany sposób w pracy [1] nie gwarantuje jednak uzyskania jednoznacznego rozwiązania.

Prezentowana praca ma na celu opracowanie metody tworzenia modelu oraz identyfikacji procesów hemodynamicznych w układzie krążenia. Model ten winien być skonstruowany w taki sposób aby:

- 1^o Uzyskany model opisywał dynamikę krwi w układzie krążenia i uwzględniał oddziaływanie serca na odpowiednie fragmenty systemu krwionośnego.
- 2^o Opracowany model uwzględniał wspólne cechy modeli problemowo-zorientowanych, w których procesy hemodynamiczne mają istotne znaczenie i mógł być podstawą do budowy takich modeli.
- 3^o Parametry modelu można wyznaczyć tak, aby uwzględniały specyfikę modelowanego procesu, a rozwiązania równań modelu były zbliżone do sygnałów zarejestrowanych na konkretnym układzie.

W celu zbadania przydatności tak otrzymanego modelu w pracy należy również dokonać analizy własności uzyskanego modelu.

Istnieje zapotrzebowanie ze strony medycyny na budowę takiego modelu, brak którego zaobserwowano w literaturze. Potrzebę budowy modelu oraz jego koncepcję przedyskutowano z pracownikami Instytutu Fizjologiczno-Farmakologicznego Akademii Medycznej we Wrocławiu. O potrzebie badań w tym kierunku wspomina praca [44].

Problem budowy modelu procesów hemodynamicznych w układzie krążenia rozwiązano metodami identyfikacji systemów. W związku z tym w pracy należy rozwiązać szereg zadań typowych dla klasycznego zadania identyfikacji [16]. Należy więc:

- 1^o Określić obiekt identyfikacji.
- 2^o Określić klasę modeli.
- 3^o Zorganizować eksperyment.
- 4^o Wyznaczyć algorytmy identyfikacji.
- 5^o Zrealizować identyfikator.

Określenie obiektu identyfikacji polega na ustaleniu, co będzie przedmiotem identyfikacji, jakie własności układu krążenia będą

identyfikowane. W punkcie tym należy ustalić co jest wejściem a co wyjściem modelowanego obiektu.

Określenie klasy modeli polega na wyborze modelu matematycznego, ustaleniu klasy funkcji wiążących wielkości wejściowe i wyjściowe. W opisanym w pracy przypadku problem określenia klasy modeli polega na ustaleniu modelu procesów hemodynamicznych w układzie krążenia z dokładnością do parametrów. Klasa modeli musi być tak dobrana aby spełnione były warunki nałożone na model.

Naszkiecowane powyżej zadania są bardzo **ważnymi** etapami procesu identyfikacji. Określenie obiektu identyfikacji oraz ustalenie klasy modeli ma zasadniczy wpływ na wyniki zadania identyfikacji. Od tego zależy jak bardzo będzie przydatny otrzymany model. Etapy te winny być realizowane przy ścisłej współpracy ze specjalistami z medycyny.

Następny etap zadania identyfikacji to zebranie i opracowanie danych pomiarowych.

W celu wybrania najlepszego modelu z proponowanej klasy, na podstawie danych pomiarowych, należy zaprojektować działanie identyfikatora, czyli należy podać przepisy, według których wyznacza się parametry modelu układu krążenia. Krótko mówiąc należy wyznaczyć algorytm identyfikacji.

Dla opracowanych algorytmów identyfikacji należy przygotować identyfikatory tzn. urządzenia, które realizują proponowane algorytmy identyfikacji. Realizacja identyfikatorów wiąże się z opracowaniem programów na maszynę cyfrową realizujących algorytmy identyfikacji. W wyniku rozwiązania powyższych zadań otrzymamy szukany model procesów hemodynamicznych w układzie krążenia.

W celu dokonania analizy własności modelu w pracy należy rozwiązać równania modelu oraz zbadać wpływ zmian parametrów na rozwiązanie. Problem ten rozwiązano korzystając z metod analizy wrażliwości modelu [78].

Rozwiązując postawiony problem modelowania i identyfikacji procesów hemodynamicznych w układzie krążenia w pracy:

- 1^o Opracowano parametryczny model procesów hemodynamicznych w układzie krążenia, który uwzględnia oddziaływanie pracy mięśnia sercowego na przepływ krwi w systemie krwionośnym.
- 2^o Opisano zadania identyfikacji procesów hemodynamicznych w układzie krążenia oraz zaproponowano algorytmy wyznaczania parametrów prezentowanego modelu.
- 3^o Opracowano programy na maszynę cyfrową, które realizują opisane algorytmy.
- 4^o Dla dostępnych danych pomiarowych, przy użyciu wspomnianych algorytmów, wyznaczono parametry modelu konkretnego układu krążenia.
- 5^o Dla uzyskanych parametrów wyznaczono rozwiązania równań modelu. Opracowano cyfrowy model symulacyjny tego układu. Wyniki symulacji porównano z danymi eksperymentalnymi.
- 6^o Opisano metodę badania wrażliwości modelu na zmianę jego parametrów. Opracowano algorytmy dla tej metody oraz ich realizację komputerową. Zbadano wpływ zmian wybranych parametrów modelu na wyniki symulacji.

Wymienione rezultaty omówiono w kolejnych rozdziałach pracy, której układ jest następujący:

Rozdział pierwszy ma charakter wstępny. Zawiera krótki przegląd studiów literaturowych z zakresu modelowania i identyfikacji układu krążenia, opis zadania identyfikacji systemów oraz opis modelowanych procesów hemodynamicznych wprowadzając przy tym stosowane w pracy oznaczenia. Określono również co jest obiektem identyfikacji. Umożliwiło to precyzyjnie sformułować cel pracy, czego dokonano w końcu rozdziału pierwszego.

Rozdział drugi poświęcony jest problemowi ustalania klasy modeli opisujących procesy hemodynamiczne w układzie krążenia. W rozdziale tym opisano strukturę modelowanego układu, wyodrębniono podsystemy układu krążenia i powiązania między nimi. Ustalono równania z dokładnością do parametrów opisujące hemodynamikę w prawej i lewej komorze serca oraz podsystemie krążenia płucnego i krążenia wielkiego.

W rozdziale trzecim pracy opisano zadania wyznaczania parametrów modelu prawej i lewej komory serca oraz parametrów podsystemów krążenia płucnego i wielkiego. Wyznaczono i opisano algorytmy identyfikacji komór oraz podsystemu układu krążenia. Dla podsystemu krążenia wielkiego mogą być dwie sytuacje pomiarowe co prowadzi do różnych algorytmów wyznaczania parametrów modelu tego podsystemu, których opis zamieszczono w tym rozdziale. W realizacji komputerowej algorytmów identyfikacji zastosowano metodę interpolacji splajnami kubicznymi. Opis splajnów kubicznych oraz sposób ich zastosowania do realizacji identyfikatorów przedstawiono w tym rozdziale. W opisanych algorytmach identyfikacji zaistniała konieczność wyznaczania macierzy odwrotnych. Ze względu na ich charakterystyczny kształt zastosowane procedury numeryczne przyjmują uproszczoną postać. Procedury te opisano w rozdziale 3. W końcu rozdziału trzeciego zamieszczono opis danych pomiarowych oraz wyniki obliczeniowe algorytmów identyfikacji.

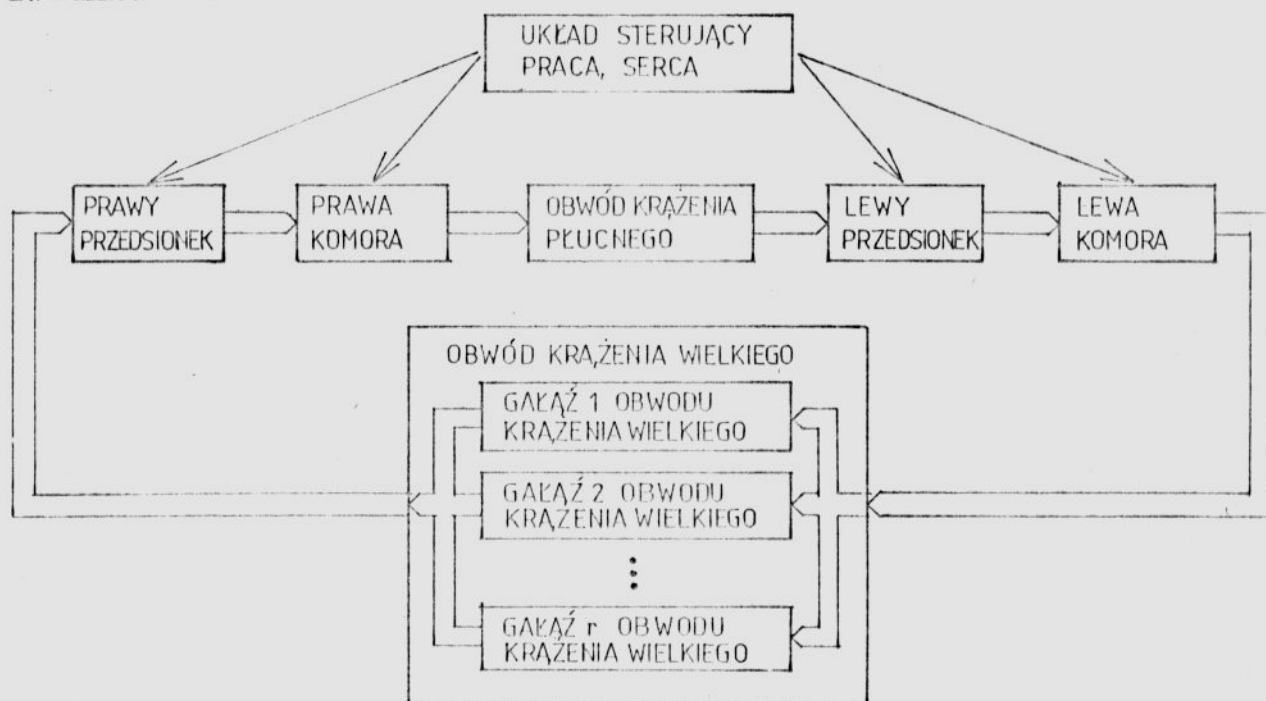
Rozdział czwarty pracy poświęcony jest analizie modelu układu krążenia. Dla opisanego modelu zaproponowano sposób rozwiązania równań modelu na maszynie cyfrowej. Wyniki obliczeń porównano z danymi pomiarowymi. W rozdziale tym przedstawiono sposób analizy wrażliwości modelu. Opisano równania z których można wyznaczyć funkcje wrażliwości wyjść modelu na zmianę jego parametrów. Zaproponowano sposób rozwiązania tych równań oraz przygotowano programy wyznaczania roz-

wiązania przy użyciu maszyny cyfrowej. Dokonano analizy możliwości wyjść modelu na zmianę wybranych parametrów.

W Zakończeniu podsumowano rezultaty pracy oraz zaproponowano pewne możliwości dalszej rozbudowy modelu układu krążenia.

1.2. Procesy hemodynamiczne w układzie krążenia

Właściwości hemodynamiczne krążenia wielkiego i płucnego mają dalekosiężny wpływ na czynności serca. Zasadniczym zadaniem serca jest przekształcenie energii chemicznej na pracę mechaniczną dla wprawiania w ruch krwi w układzie krążenia. Objawem pracy wykonanej przez serce jest strumień krwi wypływającej z komór serca oraz ciśnienie w układzie krążenia wytworzone podczas każdego skurcza komór. Wielkości tych dwóch czynników (strumienia i ciśnienia krwi) w istotny sposób zależą od stosunków panujących w obwodzie krążenia wielkiego i płucnego. Powiązania te schematycznie przedstawiono na rysunku 1.2.1.



Rys.1.2.1. Schemat powiązań pomiędzy elementami układu krążenia

Na schemacie w obwodzie krążenia wyodrębniono "r" gałęzi obwo-
du nie nazywając ich. Każdą z tych gałęzi może być np.: obwód krą-
żenia mózgowego, obwód krążenia trzewnego, czy też obwód krążenia
wieńcowego. Grube strzałki na schemacie wskazują na kierunek przepły-
wu krwi, natomiast cienkie odpowiadają oddziaływaniu układu sterują-
cego akcją serca.

W układzie krążenia możemy wyróżnić następujące elementy, które
mają zasadniczy wpływ na przebieg procesów hemodynamicznych.

1° Serce.

2° Obwód krążenia płucnego.

3° Obwód krążenia wielkiego.

Parametry opisujące powyższe elementy są istotne dla omawianych pro-
cesów.

Na podstawie literatury [9] przytoczymy kilka faktów fizjolo-
gicznych i anatomicznych. Ułatwi to dokładniejsze sprecyzowanie za-
dań stawianych w pracy.

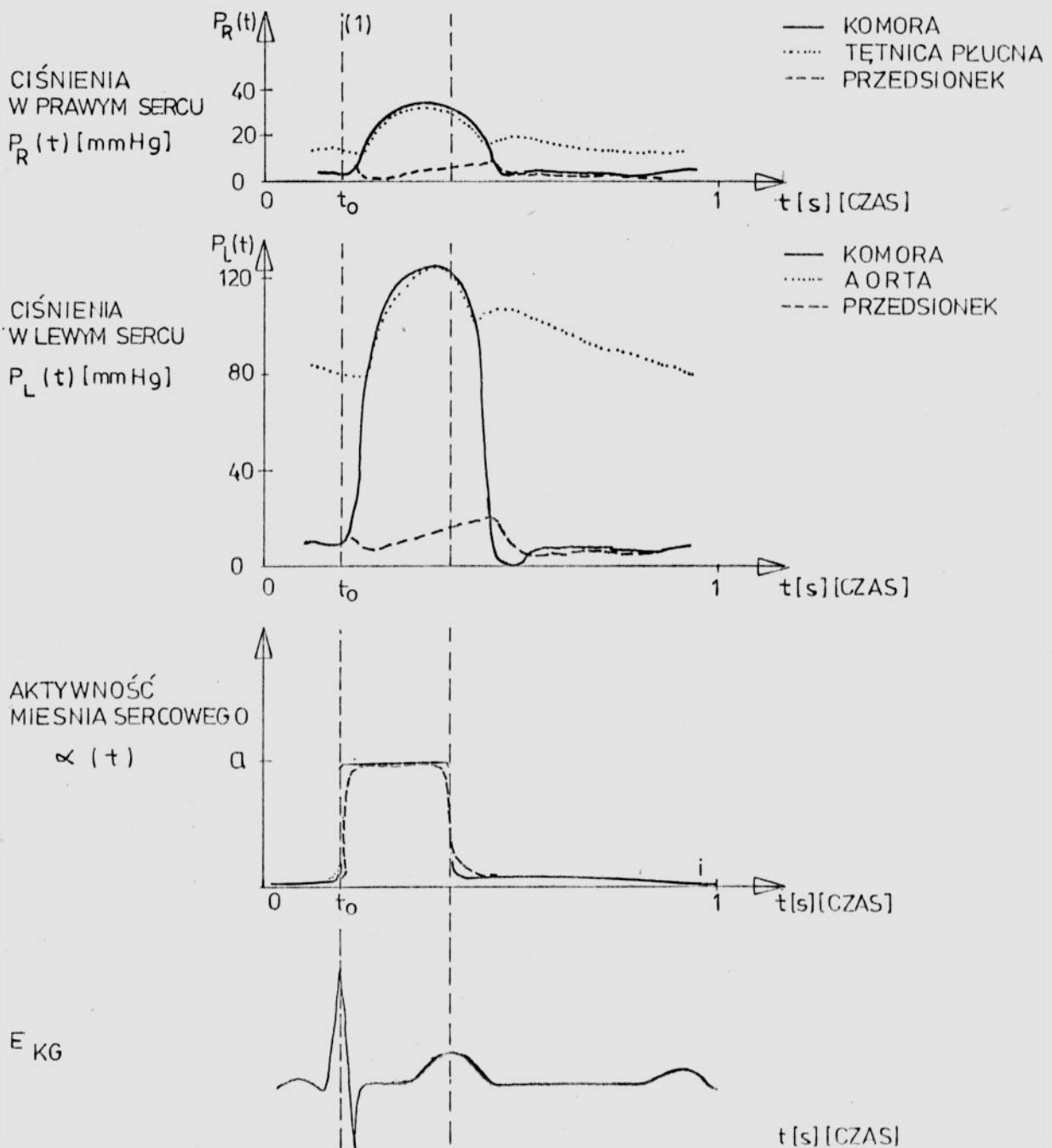
Sekwencja zjawisk zachodzących podczas pracy serca przedstawio-
na jest na rysunku 1.2.2 (za [9]).

Wielu autorów [56], [61] dla opisu pracy serca określa aktyw-
ność mięśnia sercowego, mówiąc, że mięsień jest aktywny w czasie
skurczu. Wprowadza również funkcję opisującą aktywność mięśnia ser-
cowego. Funkcja ta ma ścisły związek z miogramem mięśnia. Aktywność
mięśnia sercowego jest ściśle związana z akcją układu sterującego
oraz aktywnością biochemiczną serca. W naszych rozważaniach przyj-
miemy, że funkcja ta oznaczona symbolem $\alpha(t)$ przyjmie wartość "a"
gdy mięsień jest aktywny, a "0" gdy nie.

$$\alpha(t) = \begin{cases} a & t \in [t_0, t_k] \\ 0 & t \notin [t_0, t_k] \end{cases}$$

t_0 - początek aktywności; t_k - koniec aktywności.

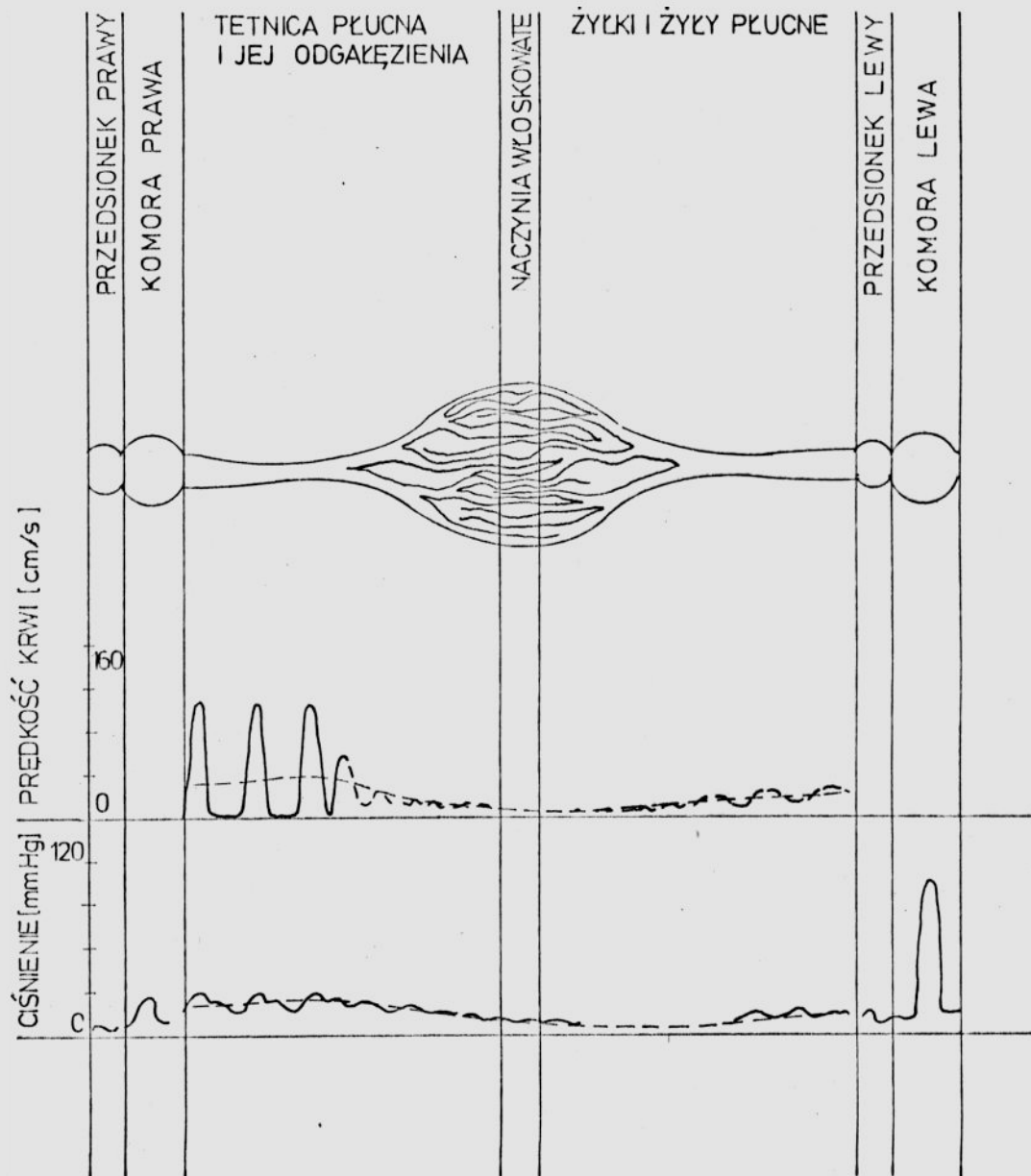
W chwili " t_0 " rozpoczyna się skurcz komór. Wartość ciśnienia w komorach zaczyna narastać. Niemal natychmiast następuje zamknięcie zastawki mitralnej, tzn. w chwili gdy wartość ciśnienia w komorze jest większa niż w przedsionku, ciśnienie w komorach narasta, aż do zrównania się z ciśnieniem w aorcie w przypadku lewej komory i ciśnieniem w tętnicy płucnej dla prawej komory.



Rys.1.2.2. Sekwencje zjawisk zachodzących w sercu podczas jego pracy

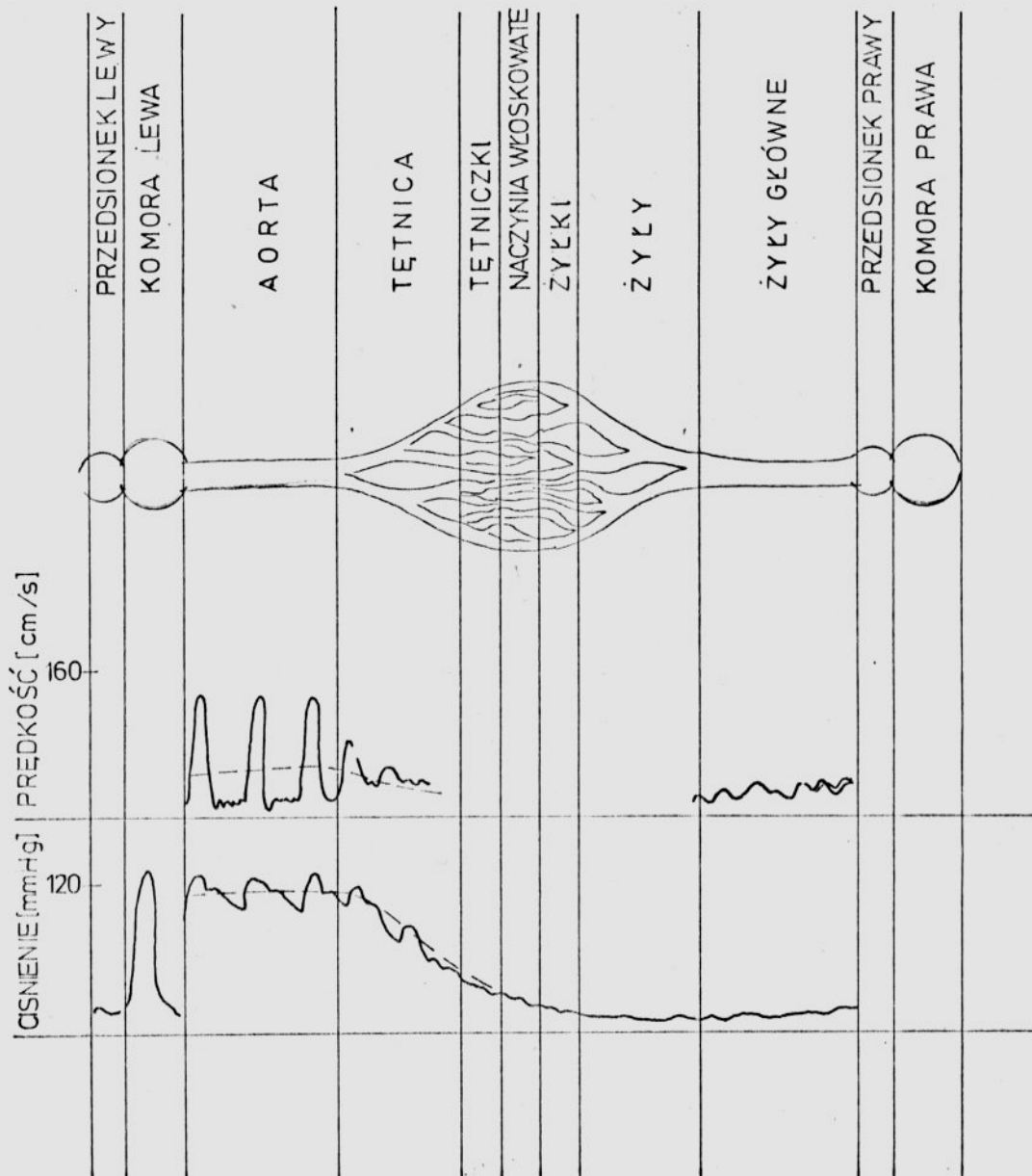
Po przekroczeniu tych ciśnień następuje otwarcie zastawek pomiędzy lewą komorą i aortą oraz między prawą komorą a głównym pniem tętnicy płucnej. Od chwili otwarcia zastawek aż do ich zamknięcia lewa komora i aorta oraz prawa komora, podobnie prawa komora i główny pień tętnicy płucnej stanowią jedną jamę. W tym czasie z komór jest wyrzucana krew do obwodu krążenia płucnego i wielkiego. Jednocześnie krew, która spływa z żył do przedsionków zbiera się w nich powodując narastanie w nich ciśnienia. Podczas skurczu mięśnia sercowego, kiedy zastawki przedsionkowo-komorowe są zamknięte, pierścień łączący komory z przedsionkami przesuwają się w dół (na kształt tłoka w cylindrze). W ten sposób zwiększa się pojemność przedsionka. Jednocześnie powstaje podciśnienie, które powoduje napływ krwi do przedsionka. Z chwilą ustania aktywności mięśnia sercowego ciśnienie w komorach zaczyna spadać. W momencie, gdy ciśnienie w lewej komorze spadnie poniżej ciśnienia w aorcie oraz w prawej komorze poniżej ciśnienia w tętnicy płucnej odpowiednie zastawki się zamykają. W tym czasie serce zwiększa swoją objętość wracając do stanu wyjściowego. Z chwilą gdy ciśnienie w prawej komorze zrówna się z ciśnieniem panującym w prawym przedsionku, oraz ciśnienie w lewej komorze zrówna się z ciśnieniem w lewym przedsionku, odpowiednie zastawki przedsionkowo-komorowe otworzą się. Wówczas serce ponownie napełnia się krwią. Z chwilą ponownego pojawienia się aktywności mięśnia sercowego opisana sekwencja zjawisk powtarza się. W ten sposób komory cyklicznie przepompowują krew z przedsionków, które są zbiornikami końcowymi układu zbiorczego (żył) do układu rozdzielczego (tętnic) pod dostatecznie dużym ciśnieniem aby zapewnić ciągły przepływ krwi w obwodach.

Na rysunku 1.2.3 przedstawiono schematycznie podsystem krążenia płucnego.



Rys.1.2.3. Schemat podsystemu krążenia płucnego

Na rys. 1.2.4 przedstawiono schematycznie podsystem krążenia wielkiego.



Rys.1.2.4. Schemat podsystemu krążenia płucnego

Na rysunku 1.2.1 obwód krążenia płucnego przedstawiono w postaci jednego bloku, natomiast w obwodzie krążenia wielkiego wyodrębniono szereg gałęzi, chociaż w obydwu obwodach są liczne odgałęzienia. Spowodowane to jest tym, że krew przepływając przez obwód płucny ma na celu głównie dokonać wymiany CO_2 na O_2 . Obieg ten jest jednorodny. Rządzą nim te same prawa dla każdej gałęzi. Natomiast w układzie krążenia wielkiego poszczególne obiegi mogą mieć różną wagę np. obiegiem krążenia mózgowego rządzą nieco inne prawa fizjologiczne niż obiegiem krążenia wieńcowego czy trzewnego. Różnice te mogą mieć istotne znaczenie dla budowy modeli problemowo zorientowanych. Stąd też wyróżnienie kilku gałęzi w obwodzie krążenia wielkiego.

Pokrótkie scharakteryzowano procesy hemodynamiczne w układzie krążenia. Zauważmy, że dynamika przepływu krwi w układzie krążenia może być opisana przez aktywność mięśnia sercowego i ciśnieniami w określonych punktach obwodu lub też przepływami krwi przez naczynia krwionośne oraz pewnymi parametrami obwodu krążenia jak jego opór przepływu i elastyczność naczyń krwionośnych. Zauważmy ponadto, że znając ciśnienie w wybranych punktach obwodu oraz jego parametry potrafimy wyznaczyć przepływ krwi w danym obwodzie i odwrotnie znając pewne przepływy krwi oraz parametry obwodu potrafimy wyznaczyć odpowiednie ciśnienia. Takie zależności opisano w literaturze [38]. Tak więc aby opisać procesy hemodynamiczne w układzie krążenia wystarczy ustalić jedną z tych zależności, tzn. zależność pomiędzy aktywnością serca $\tilde{\alpha}(t)$ a ciśnieniami w wybranych punktach obwodu $\tilde{p}(t)$, lub też zależność pomiędzy aktywnością mięśnia sercowego $\tilde{\alpha}(t)$ a przepływami przez określone gałęzie obwodu $\tilde{i}(t)$.

Zatem model procesów hemodynamicznych w układzie krążenia może mieć jedną z następujących postaci:

1^o Gdy stan procesu opisany jest przez wektor ciśnień, to:

$$\dot{\widetilde{p}}(t) = f_p(\widetilde{p}(t), \widetilde{\alpha}(t), \widetilde{\xi}), \quad \widetilde{p}(t_0) = \overline{p}_0 \quad (1.2.1)$$

gdzie:

$\widetilde{p}(t)$ - wektor ciśnień, $\widetilde{p}(t) \triangleq [\widetilde{p}^{(1)}(t), \widetilde{p}^{(2)}(t), \dots, \widetilde{p}^{(n)}(t)]^T$

$\dot{\widetilde{p}}(t)$ - wektor pochodnych ciśnień po czasie

$\widetilde{\alpha}(t)$ - funkcja aktywności mięśnia sercowego

f_p - funkcja wektorowa $n+m+1$ zmiennych

$f_p \triangleq [f_{p1}, f_{p2}, \dots, f_{pn}]^T$

t - czas, t_0 - chwila początkowa

$\overline{p}_0$ - wektor warunków początkowych

$\widetilde{\xi}$ - m -wymiarowy wektor parametrów układu

$\widetilde{\xi} \triangleq [\xi^{(1)}, \xi^{(2)}, \dots, \xi^{(m)}]^T$

lub

2^o Gdy stan procesu opisany jest przez wektor przepływów, to:

$$\dot{\widetilde{i}}(t) = f_i(\widetilde{i}(t), \widetilde{\alpha}(t), \widetilde{\xi}), \quad \widetilde{i}(t_0) = \overline{i}_0 \quad (1.2.2)$$

gdzie:

$\widetilde{i}(t)$ - wektor przepływów, $\widetilde{i}(t) \triangleq [\widetilde{i}^{(1)}(t), \widetilde{i}^{(2)}(t), \dots, \widetilde{i}^{(n)}(t)]^T$

$\dot{\widetilde{i}}(t)$ - wektor pochodnych przepływu po czasie

f_i - funkcje wektorowe $(n+m+1)$ zmiennych

$f_i \triangleq [f_{i1}, f_{i2}, \dots, f_{in}]^T$

$\overline{i}_0$ - wektor warunków początkowych

$t, t_0, \widetilde{\alpha}(t), \widetilde{\xi}$ jak w równaniu (1.2.1).

Ponieważ pomiar ciśnienia jest łatwiej dostępny dla współczesnej techniki pomiarowej, dlatego w pracy zdecydowano się na poszukiwanie modelu postaci (1.2.1).

Tak więc celem pracy jest ustalenie modelu procesów hemodynamiki układu krążenia, który opisuje zależność pomiędzy aktywnością mięśnia sercowego $\widetilde{\alpha}(t)$ a ciśnieniami panującymi w układzie krążenia $\widetilde{p}(t)$. Uówmy się, że w dalszej części pracy zamiast mówić model

procesów hemodynamicznych w układzie krążenia będziemy mówili o modelu układu krążenia.

1.3. Zadanie identyfikacji

Celem identyfikacji dowolnego obiektu jest ustalenie zależności pomiędzy wielkościami charakteryzującymi obiekt, tzn. pomiędzy wielkościami opisującymi stan identyfikowanego obiektu. Rozwiązanie zadania identyfikacji prowadzi do ustalania modelu matematycznego obiektu. Dokładny opis zadania identyfikacji można znaleźć w literaturze [16]. W tej pracy przytoczono tylko niektóre fragmenty opisu zadania identyfikacji, istotne dla sformułowania problemu pracy.

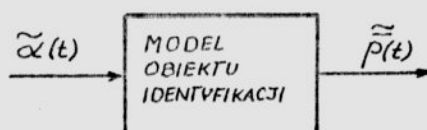
Pierwszą czynnością w rozwiązaniu każdego zadania identyfikacji jest określenie obiektu identyfikacji. Określenie to należy zacząć od ustalenia w gronie specjalistów (w opisywanym przypadku z zakresu medycyny), jaki jest cel modelowania danego obiektu czy procesu, jakie są wymagania nakładane na model? Odpowiedź na te pytania pozwala na określenie wielkości opisujących stan obiektu jak również wskazanie na wejścia i wyjścia obiektu identyfikacji.

Ustalono, że

$\tilde{\alpha}(t)$ - wejście modelu

$\tilde{p}(t)$ - n-wymiarowy wektor wyjść modelu

$$\tilde{p}(t) \triangleq [p^{(1)}(t), p^{(2)}(t), \dots, p^{(n)}(t)]^T$$



Rys.1.3.1. Schemat blokowy modelu obiektu identyfikacji

W następnym kroku rozwiązania zadania identyfikacji należy ustalić klasę modeli, tak aby spełniała ona wymagania nałożone na model. Klasa modeli winna uwzględniać złożoność oraz funkcje opisywanego obiektu. Ustalmy, że klasa modeli ma postać następującego układu równań różniczkowych:

$$\dot{\overline{p}}(t) = f_p(\overline{p}(t), \alpha(t), \bar{\xi}) \quad \overline{p}(t_0) = \bar{p}_0 \quad (1.3.1)$$

(oznaczenie w równaniu (1.3.1) takie same jak (1.2.1)).

W celu wyznaczenia modelu dla konkretnego obiektu należy zaplanować i wykonać eksperyment (tzn. dokonać pomiarów wejść i wyjść na obiekcie). O planowaniu eksperymentu jest sens mówić wówczas gdy istnieje możliwość podania wymuszeń na badany obiekt i obserwacji odpowiedzi na nie (tzn. gdy istnieje możliwość przeprowadzenia eksperymentu czynnego). W opisywanym zadaniu identyfikacji nie ma możliwości oddziaływania na obiekt. Istnieje tylko możliwość biernego dokonania pomiarów.

Założmy, że zarejestrowano sygnały $\overline{p}(t)$, oraz $\alpha(t)$ (patrz uwaga na końcu rozdziału 1.3 dla $t \in [\tau_0, \tau_0 + T]$ gdzie τ_0 - początek obserwacji, T - czas obserwacji).

Następnym krokiem zadania identyfikacji jest wybranie najlepszego modelu. Model ten ma być najlepszy w sensie przyjętego kryterium jakości identyfikacji oraz dla zarejestrowanych pomiarów w czasie $t \in [\tau_0, \tau_0 + T]$. Istnieje szereg możliwości doboru kryterium [16]. Jego dobór związany jest z celem jakiemu opracowany model ma służyć.

W naszych rozważaniach przyjmiemy równaniowe kryterium jakości identyfikacji o postaci

$$Q(\bar{\xi}) \triangleq \int_{\tau_0}^{\tau_0+T} (\dot{\overline{p}}(t) - f_p(\overline{p}(t), \alpha(t), \bar{\xi}))^T W (\dot{\overline{p}}(t) - f_p(\overline{p}(t), \alpha(t), \bar{\xi})) dt \quad (1.3.2)$$

gdzie:

W - diagonalna macierz współczynników wagowych o wymiarze $(n \times n)$
z elementami $w_1, w_2, \dots, w_n$ na przekątnej.

Wybór takiego kryterium podyktowany jest dwoma względami:

1° Dla tak wybranego kryterium uzyskujemy jawną postać algorytmu i-
dentyfikacji (w postaci wzoru), co w znakomity sposób likwiduje
kłopoty obliczeniowe, które się pojawiają dla innych znanych
w literaturze kryteriów.

2° Dla tak przyjętego kryterium zadanie minimalizacji posiada jedno-
znaczne rozwiązanie, czego nie wiadomo dla pozostałych kryteriów.

Inne własności przyjętego kryterium można znaleźć w literaturze.

Problem wyznaczenia optymalnego algorytmu identyfikacji sprowa-
dza się do rozwiązania następującego zadania optymalizacji:

$$\text{znaleźć takie } \bar{\xi}^*, \text{ że } Q(\bar{\xi}^*) = \min_{\bar{\xi}} Q(\bar{\xi}) \quad (1.3.3)$$

W wyniku rozwiązania powyższego zadania optymalizacji (1.3.3) otrzy-
mujemy algorytm wyznaczania parametrów modelu

$$\bar{\xi}^* = \psi_{\bar{\xi}}^*(\bar{p}(t), \alpha(t)),$$

gdzie:

$\bar{\xi}^*$ - optymalny wektor parametrów modelu
 $\psi_{\bar{\xi}}^*$ - algorytm identyfikacji.

Wyznaczone parametry $\bar{\xi}^*$ są optymalne dla przyjętego kryterium oraz
dla danych sygnałów pomiarowych $\bar{p}(t), \alpha(t), t \in [\tau_0, \tau_0 + T]$.

Ostatnim krokiem zadania identyfikacji jest realizacja identyfika-
tora według opisalnego algorytmu ψ^* .

U w a g a: W pracy sygnały występujące w opisie modelu zaznaczono
znakiem " $\sim$ " u góry, natomiast odpowiadające im pomiary,
bez tego znaku

- $\widetilde{\alpha}(t)$ - funkcja aktywności mięśnia sercowego - model
 $\alpha(t)$ - funkcja aktywności mięśnia sercowego - pomiar
 $\widetilde{p}(t)$ - wektor ciśnień w układzie krążenia - model
 $\overline{p}(t)$ - wektor ciśnień w układzie krążenia - pomiar.

1.4. Sformułowanie problemu pracy

Korzystając z przyjętych oznaczeń w rozdziale 1.2 oraz opisu zadania identyfikacji w rozdziale 1.3 możemy nieco dokładniej sformułować problem pracy niż to uczyniono we wstępie.

Celem pracy jest opracowanie metody tworzenia modelu matematycznego i identyfikacji procesów hemodynamicznych w układzie krążenia a także analiza własności uzyskanego modelu. W pracy należy ustalić model, który opisuje zależność pomiędzy aktywnością mięśnia sercowego, a wektorem rozkładu ciśnień wzdłuż obwodu krążenia wielkiego i płucnego oraz ciśnień w prawej i lewej komorach serca oraz ciśnień w prawym i lewym przedsionkach. Należy więc znaleźć model o postaci:

$$\dot{\widetilde{p}}(t) = f_p(\widetilde{p}(t), \widetilde{\alpha}(t), \bar{\xi}), \overline{p}(t_0) = \bar{p}_0 \quad (1.4.1)$$

(oznaczenia jak dla równania (1.2.1)).

Następnie dla tak otrzymanego modelu należy dokonać analizy własności modelu.

W związku z tak postawionym celem w pracy należy wykonać następujące zadania:

- 1^o Określić klasę modeli procesów hemodynamicznych w układzie krążenia, czyli należy podać postać funkcji $f_p(\widetilde{p}(t), \widetilde{\alpha}(t), \bar{\xi})$ z dokładnością do parametrów $\bar{\xi}$. Klasa modeli winna być tak ustalona aby spełnione były warunki nakładane na model, tzn.:
 - klasa modeli winna opisywać zależności pomiędzy aktywnością

mięśnia sercowego a ciśnieniem w układzie krążenia,

- klasa modeli winna opisywać dynamikę układu krążenia i uwzględniać oddziaływanie serca na odpowiednie fragmenty systemu krwionośnego,
- klasa modeli winna opisywać sekwencje zjawisk opisane w rozdziale 1.2.

2^o Wyznaczyć algorytmy identyfikacji. Ponieważ klasa modeli ustalona jest z dokładnością do wektora parametrów $\bar{\xi}$, należy opracować algorytm wyznaczania nieznanych parametrów modelu na podstawie dostępnych danych pomiarowych $\overline{p(t)}, \alpha(t)$. Algorytm ten ma być optymalny w sensie przyjętego kryterium (1.3.2). Tak więc należy znaleźć $\psi_{\bar{\xi}}^*$ takie, że:

$$\bar{\xi}^* = \psi_{\bar{\xi}}^*(p(t), \alpha(t)) \text{ oraz } Q(\bar{\xi}^*) = \min_{\bar{\xi}} Q(\bar{\xi})$$

gdzie: ψ^* - algorytm identyfikacji

$\bar{\xi}^*$ - optymalny wektor parametrów.

3^o Dla opracowanych algorytmów należy wykonać identyfikatory w postaci programów na maszynę cyfrową.

4^o Należy przeprowadzić analizę wrażliwości modelu. Dla otrzymanych parametrów $\bar{\xi}^*$ należy rozwiązać równania modelu (1.5.1). W wyniku otrzymamy funkcję $p(t, \bar{\xi}^*)$ zależną od wektora parametrów $\bar{\xi}^*$.

W pracy należy zbadać wrażliwość modelu na zmianę parametrów $\bar{\xi}^*$, czyli należy ustalić odpowiedź na pytanie: Jak zmienia się funkcja $p(t, \bar{\xi}^*)$ przy zmianie parametrów $\bar{\xi}^*$?

ROZDZIAŁ 2. MODEL PROCESÓW HEMODYNAMICZNYCH UKŁADU KRĄŻENIA

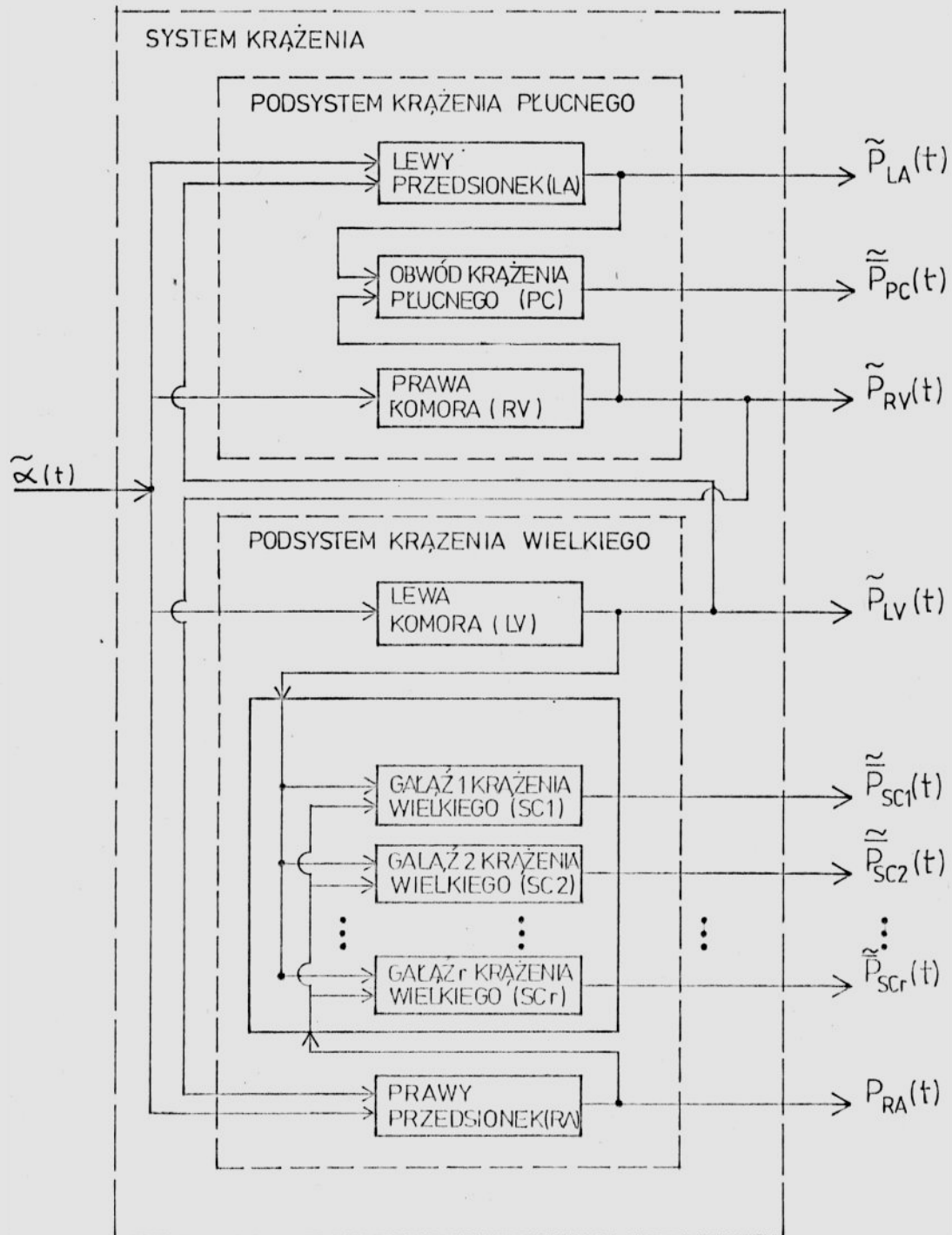
W rozdziale tym opisano strukturę modelowanego układu, wyodrębniono podsystemy układu krążenia oraz powiązania między nimi. Przedstawiono klasę modeli opisujących hemodynamikę w komorach serca a także hemodynamikę krążenia płucnego i wielkiego.

W rozdziale 1.3 wspomniano o dwóch możliwych podejściach do modelowania procesów hemodynamicznych w układzie krążenia. Jedna z nich polega na opisie zależności pomiędzy strumieniami krwi w wyodrębnionych punktach układu krążenia, a aktywnością mięśnia sercowego. Parametrami takiego modelu są wielkości opisujące naczynia krwionośne, między innymi oporność i elastyczność naczyń. Praca serca opisana jest przez wielkość strumieni krwi generowanych przez serce. Inne dualne podejście polega na przedstawieniu powiązań pomiędzy ciśnieniami krwi w różnych punktach układu krążenia a aktywnością mięśnia sercowego. Podobnie, jak poprzednio, parametrami modelu są oporność i elastyczność naczyń krwionośnych, a praca serca opisana jest przez ciśnienia krwi generowane w komorach i przedsionkach mięśnia sercowego.

Podejście drugie, polegające na przedstawieniu powiązań pomiędzy ciśnieniami a aktywnością mięśnia sercowego jest przedmiotem badań w prezentowanej pracy. Jedną z zasadniczych przyczyn, dla których wybrano to podejście jest fakt, że ciśnienia w układzie krążenia można łatwiej mierzyć niż przepływy, a pomiary te są potrzebne do ustalenia parametrów modelu.

2.1. Struktura modelu

Analiza procesów hemodynamicznych w układzie krążenia oraz uwzględnienie wymagań nałożonych na model (rozdział 1.4) prowadzi do ustalenia następującej struktury modelu.



Rys.2.1.1. Schemat blokowy modelu układu krążenia

Na rysunku 2.1.1. przedstawiono strukturę powiązań pomiędzy modelowanymi wielkościami układu.

Przyjęto następujące oznaczenia:

$\widetilde{\alpha}(t)$ - aktywność mięśnia sercowego

$\widetilde{p_{RA}}(t)$ - ciśnienie w prawym przedsionku

$\widetilde{p_{RV}}(t)$ - ciśnienie w prawej komorze

$\widetilde{p_{LA}}(t)$ - ciśnienie w lewym przedsionku

$\widetilde{p_{LV}}(t)$ - ciśnienie w lewej komorze

$\widetilde{p_{PC}}(t) = \widetilde{p_{PC}^{(1)}}(t), \widetilde{p_{PC}^{(2)}}(t), \dots, \widetilde{p_{PC}^{(n)}}(t)^T$ - wektor rozkładu ciśnień

wzdłuż obwodu krążenia płucnego, w wybranych punktach $1, 2, \dots, n$

$\widetilde{p_{SCj}}(t) = \widetilde{p_{SCj}^{(1)}}(t), \widetilde{p_{SCj}^{(2)}}(t), \dots, \widetilde{p_{SCj}^{(n_j)}}(t)^T, j=1, 2, \dots, r$ - wektory rozkładu ciśnień wzdłuż j -tego obwodu krążenia wielkiego, w wybranych punktach $1, 2, \dots, n_j$

r - liczba wyodrębnionych równoległych gałęzi obwodu krążenia wielkiego.

W proponowanym modelu układu krążenia możemy wyodrębnić dwa charakterystyczne podsystemy:

(i) podsystem krążenia płucnego

(ii) podsystem krążenia wielkiego.

W skład podsystemu krążenia płucnego wchodzi: prawa komora, obwód krążenia płucnego, lewy przedsionek. Natomiast w skład podsystemu krążenia wielkiego wchodzi: lewa komora, obwód krążenia wielkiego, prawy przedsionek. Faktycznie w podsystemie (ii), ze względu na złożoność obwodu krążenia wielkiego, możemy wyodrębnić kilka mniejszych podsystemów, w skład których wchodzi: lewa komora, j -ta gałąź obwodu krążenia wielkiego, prawy przedsionek. Liczba wyróżnionych podsystemów układu krążenia wielkiego zależy od złożoności modelu tego obwodu.

Fizyczna natura procesów hemodynamicznych w podsystemie krążenia płucnego oraz w podsystemie krążenia wielkiego jest podobna.

Zarówno obwód krążenia płucnego jak również obwód krążenia wielkiego są przykładami obiektów o parametrach rozłożonych, z warunkami brzegowymi generowanymi przez mięsień sercowy.

Wektor wielkości ciśnień wzdłuż obwodu krążenia płucnego - $\widetilde{\mathbf{p}}_{PC}(t)$ zależy od warunków panujących na brzegach tego obwodu. I tak na jednym brzegu warunki te ustalone są przez ciśnienie w prawej komorze - $\widetilde{p}_{RV}(t)$, a na drugim brzegu przez ciśnienie w lewym przedsionku - $\widetilde{p}_{LA}(t)$. Ciśnienie w prawej komorze - $\widetilde{p}_{RV}(t)$ zależy od aktywności mięśnia sercowego $\widetilde{\alpha}(t)$, natomiast ciśnienie w lewym przedsionku - $\widetilde{p}_{LA}(t)$ zależy od aktywności mięśnia sercowego $\widetilde{\alpha}(t)$ oraz ciśnienia w lewej komorze - $\widetilde{p}_{LV}(t)$. Tak więc dla podsystemu krążenia płucnego (i) mamy:

wielkości wejściowe:

aktywność mięśnia sercowego - $\widetilde{\alpha}(t)$

ciśnienie w lewej komorze - $\widetilde{p}_{LV}(t)$

wielkości wyjściowe:

ciśnienie w prawej komorze - $\widetilde{p}_{RV}(t)$

ciśnienie w lewym przedsionku - $\widetilde{p}_{RA}(t)$

wektor rozkładu ciśnień wzdłuż obwodu płucnego - $\widetilde{\mathbf{p}}_{PC}(t)$.

Podobnie wektory wielkości ciśnień wzdłuż obwodu krążenia wielkiego - $\widetilde{\mathbf{p}}_{SCj}(t)$, $j=1,2,\dots,r$ zależą od warunków panujących na brzegach tego obwodu. Warunki te ustalone są przez ciśnienie w lewej komorze - $\widetilde{p}_{LV}(t)$ oraz ciśnienie w prawym przedsionku $\widetilde{p}_{RA}(t)$. Ciśnienie w lewej komorze - $\widetilde{p}_{LV}(t)$ zależy od aktywności mięśnia sercowego - $\widetilde{\alpha}(t)$, natomiast ciśnienie w prawym przedsionku od aktywności mięśnia sercowego - $\widetilde{\alpha}(t)$ oraz ciśnienia w prawej komorze. Tak więc dla podsystemu krążenia wielkiego mamy:

wielkości wejściowe:

aktywność mięśnia sercowego - $\widetilde{\alpha}(t)$

ciśnienie w prawej komorze - $\widetilde{p}_{RV}(t)$

wielkości wyjściowe:

ciśnienie w lewej komorze - $\tilde{p}_{LV}(t)$

ciśnienie w prawym przedsionku - $\tilde{p}_{RA}(t)$

wektor rozkładu ciśnień wzdłuż obwodu krążenia wielkiego -
- $\tilde{p}_{SCj}(t)$, $j = 1, 2, \dots, r$.

Uwzględniając wzajemne oddziaływania pomiędzy wyodrębnionymi podsystemami (i) oraz (ii) otrzymamy model całego układu krążenia. I tak oddziaływanie ciśnienia w lewej komorze na brzeg systemu krążenia płucnego poprzez lewy przedsionek oraz oddziaływanie ciśnienia w prawej komorze na brzeg systemu krążenia wielkiego poprzez prawy przedsionek, łączy opisane podsystemy (i) oraz (ii) w zamknięty system układu krążenia. Tak więc dla systemu układu krążenia mamy wielkość wejściowa:

aktywność mięśnia sercowego - $\tilde{\alpha}(t)$

wielkości wyjściowe:

ciśnienie w prawym i lewym przedsionku - $\tilde{p}_{RA}(t), \tilde{p}_{LA}(t)$

ciśnienie w prawej i lewej komorze - $\tilde{p}_{RV}(t), \tilde{p}_{LV}(t)$

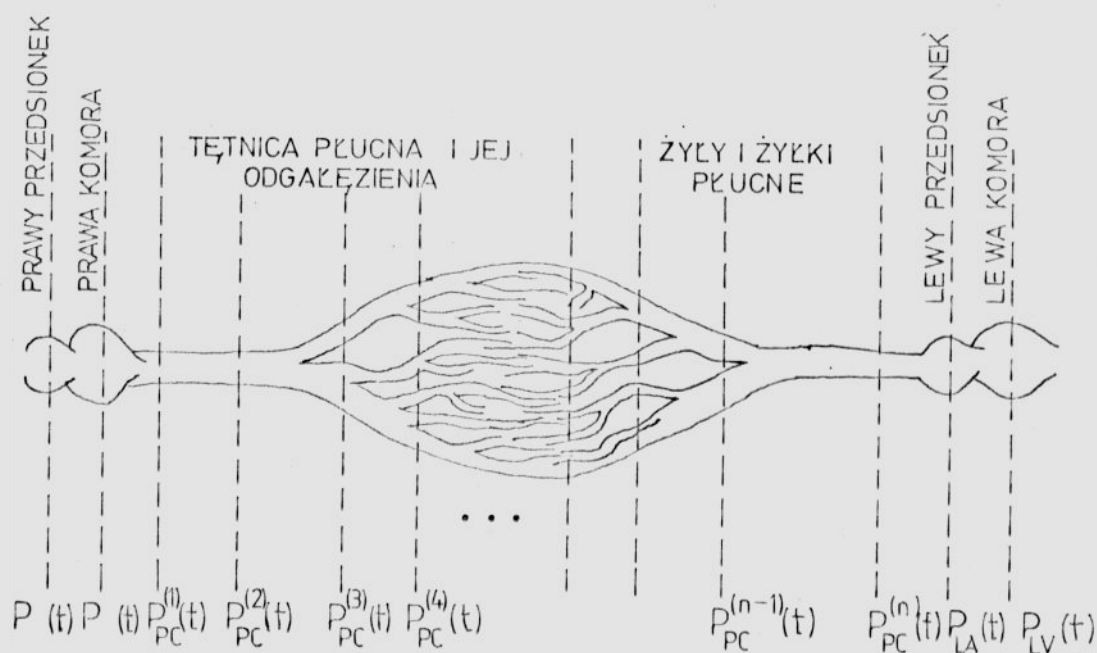
wektor rozkładu ciśnień wzdłuż obwodu krążenia płucnego - $\tilde{p}_{PC}(t)$

wektory rozkładu ciśnień wzdłuż obwodu krążenia wielkiego -
- $\tilde{p}_{SCj}(t)$, $j = 1, 2, \dots, r$.

2.2. Model hemodynamiki krążenia płucnego

W rozdziale 2.1 zauważono, że podsystem krążenia płucnego jest przykładem obiektu o parametrach rozłożonych [47]. W pierwszym przybliżeniu proces przepływu krwi można traktować jako jednowymiarowy proces dyfuzji wymuszony przez ciśnienie generowane przez prawą komorę na jednym brzegu oraz lewą komorę na drugim brzegu systemu

naczyń krwionośnych. Klasyczną metodą modelowania tego typu obiektów jest opis za pomocą równań różniczkowych o pochodnych cząstkowych. W literaturze [47],[47a] można spotkać przykłady takiego opisu. Dotyczą one tylko fragmentów naczyń krwionośnych. Dla modelowania układu krążenia bezpośrednio zastosowanie metody jest w znacznym stopniu utrudnione. Trudności te spowodowane są tym, że wspomniany proces dyfuzji zachodzi wzdłuż bardzo licznych rozgałęzień obwodu krążenia. Fakt ten uniemożliwia jednoznaczne odwzorowanie punktów obwodu krwionośnego na punkty odpowiadające zmiennej przestrzennej występującej w równaniu różniczkowym cząstkowym. W pracy zastosowano model jednowymiarowego procesu dyfuzji w postaci dyskretnej. Dyskretyzacji dokonano po zmiennej przestrzennej.

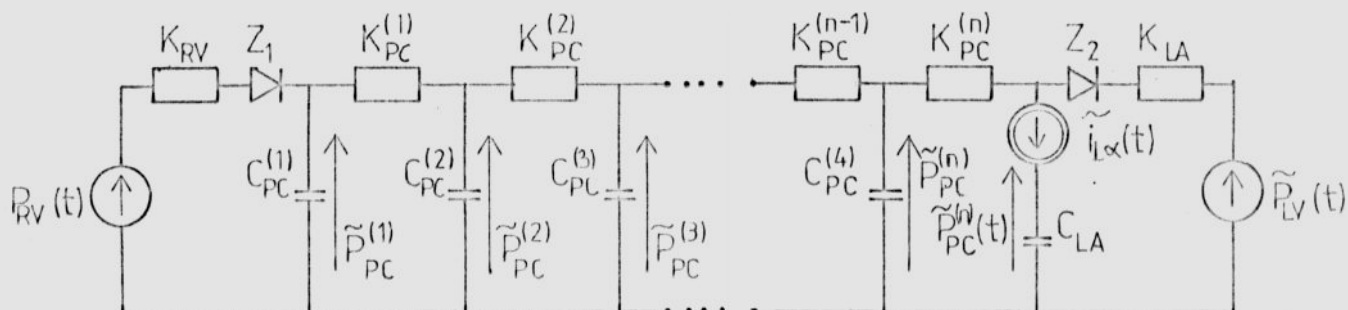


Rys.2.2.1. Poglądowy obraz podziału podsystemu krążenia płucnego na segmenty.

Obwód płucny został podzielony na "n" segmentów. Podziału dokonano w ten sposób, że ciśnienie w punktach, w których linia podziału przecina obwód krążenia jest stała i dla i-tej linii podziału równe $p_{PC}^{(i)}(t)$. Liczba wyodrębnionych odcinków zależy od możliwości pomiaru. Ponadto założono, że parametry charakteryzujące procesy

zachodzące na dowolnym odcinku są stałe. I tak zakładamy, że dla każdego odcinka obwodu jego opór i elastyczność jest stała przy ustalonych warunkach zewnętrznych oddziałujących na układ. Jest to uproszczenie faktycznego stanu spowodowane koniecznością ominięcia wcześniej opisanych trudności. Każdy z segmentów zastąpiono odcinkami, które charakteryzują opór i średnią elastyczność obwodu krążenia.

Korzystając z elektrycznych analogii gdzie: konduktancja odpowiada oporowi przepływowemu przez odcinek naczynia krwionośnego, pojemność elektryczna odpowiada elastyczności naczynia, prąd elektryczny strumieniowi krwi, napięcie odpowiada ciśnieniom krwi, natomiast źródłem elektrycznym generatory ciśnienia krwi, tzn. prawy przedsionek i komory prawa i lewa, możemy przedstawić podsystem krążenia płucnego przy pomocy schematu (rys.2.2.2).



Rys.2.2.2. Schemat zastępczy dla obwodu krążenia płucnego.

Tak więc hemodynamikę krążenia płucnego można opisać przez następujący układ równań:

$$-c_{PC}^{(1)} \dot{p}_{PC}^{(1)}(t) = K_{PC}^{(1)} (\tilde{p}_{PC}^{(2)}(t) - \tilde{p}_{PC}^{(1)}(t)) - K_{RV} (\tilde{p}_{PC}^{(1)}(t) - \tilde{p}_{RV}(t))$$

$$H(\tilde{p}_{RV}(t) - \tilde{p}_{PC}^{(1)}(t)) \quad (2.2.1)$$

$$- c_{PC}^{(i)} \dot{\tilde{p}}_{PC}^{(i)}(t) = K_{PC}^{(i)} (\tilde{p}_{PC}^{(i+1)}(t) - \tilde{p}_{PC}^{(i)}(t)) - K_{PC}^{(i+1)} (\tilde{p}_{PC}^{(i)}(t) - \tilde{p}_{PC}^{(i-1)}(t));$$

$$i=2,3,\dots,n \text{ gdzie } \tilde{p}_{PC}^{(n+1)}(t) \triangleq \tilde{p}_{LA}(t) \quad (2.2.2)$$

$$- c_{LA} \dot{\tilde{p}}_{LA}(t) = K_{LA} (\tilde{p}_{LV}(t) - \tilde{p}_{LA}(t)) H(\tilde{p}_{LA}(t) - \tilde{p}_{LV}(t)) - K_{PC}^{(n)} (\tilde{p}_{LA}(t) - \tilde{p}_{PC}^{(n)}(t)) -$$

$$- \mu_{LA} \tilde{\alpha}(t) \text{ gdzie } H(z) \triangleq \begin{cases} 1 & \text{dla } z \geq 0 \\ 0 & \text{dla } z < 0 \end{cases} \quad (2.2.3)$$

z warunkami początkowymi $\tilde{p}_{PC}^{(i)}(t_0) = p_{PC0}^{(i)}$, $i=1,2,\dots,n$, $\tilde{p}_{LA}(t_0) = p_{LA0}$.

Parametry, które ukazały się w powyższym układzie równań oraz na rysunku 2.2.2 mogą być interpretowane w następujący sposób:

K_{RV} - wielkość opisująca opór przepływu pierwszego odcinka obwodu krążenia płucnego, tzn.: opór między prawą komorą a pierwszym punktem wybranym do podziału na obwodzie (jeżeli wybrany punkt obwodu położony jest blisko prawej komory, wówczas parametr ten może być interpretowany jako wielkość opisująca odwrotność oporu przepływu krwi przez otwartą zastawkę między komorą a tętnicą płucną).

$K_{PC}^{(i)}$ - wielkość opisująca opór przepływu krwi przez segment pomiędzy i -tym a $(i+1)$ -szym punktem obwodu krążenia płucnego $i = 1, 2, \dots, n$.

K_{LA} - wielkość opisująca opór przepływu krwi końcowego odcinka obwodu krążenia płucnego, tzn. konduktancja pomiędzy ostatnim wybranym punktem na obwodzie a lewą komorą (jeżeli wybrany punkt obwodu usytuowany jest blisko lewego przedsionka, wówczas parametr ten może być interpretowany jako odwrotność oporu przepływu otwartej zastawki pomiędzy lewym przedsionkiem a lewą komorą oraz przedsionka, łącznie).

- $c_{PC}^{(i)}$ - średnia wartość wielkości opisującej elastyczność naczynia krwionośnego pomiędzy i -tym a $(i+1)$ -szym punktem obwodu krążenia $i=1,2,\dots,n$.
- c_{LA} - wielkość opisująca elastyczność lewego przedsionka.
- μ_{LA} - współczynnik opisujący wpływ pracy serca na ciśnienie w przedsionku.
- $\tilde{i}_{LA}(t)$ - strumień krwi napływającej do lewego przedsionka spowodowany pracą mięśnia sercowego.
- t - opisuje zmienną czasową, t_0 - chwila początkowa, początek skurczu.
- $p_{PCo}^{(i)}$ - ciśnienie końcowo-rozkurczowe w i -tym punkcie obwodu.
- $H(z)$ - funkcja opisująca idealną zastawkę.
- Zauważmy, że funkcja $H(z)$ jest ^{ciągła}nieużyta w punkcie t_0 . W dalszych rozważaniach a szczególnie przy badaniu właściwości modelu oraz przy analizie wrażliwości modelu potrzeba, aby funkcja H była ciągła i różniczkowalna. Dlatego też określimy funkcję $\tilde{H}(z)$ w następujący sposób:

$$\tilde{H}(z) = \begin{cases} 0 & \text{dla } z < -\frac{h}{2} \\ -2 \frac{z^3}{h^3} + 3 \frac{z^2}{h^2} & \text{dla } -\frac{h}{2} \leq z \leq \frac{h}{2} \\ 1 & \text{dla } z > \frac{h}{2} \end{cases}$$

Zauważmy, że zastawki nie pracują w sposób idealny. Tak, że określona funkcja $\tilde{H}(z)$ jest bliższa rzeczywistości.

Podczas skurczu mięśnia sercowego, kiedy zastawki przedsionkowo-komorowe są zamknięte, pierścień łączący komorę z przedsionkami przesuwają się w dół (na kształt tłoka w cylindrze). W ten sposób zwiększa się pojemność przedsionka. Jednocześnie w przedsionku powstaje podciśnienie, które powoduje napływ krwi do przedsionka pomimo zamkniętych zastawek. Zasygnalizowany powyżej proces jest

bardzo ważnym etapem wypełniania krwią przedsionków. Opisany proces ma również zasadnicze znaczenie przy zamykaniu zastawek. Wytworzone w przedsionku podciśnienie powoduje szybsze ich zamykanie. Na schemacie 2.2.2 efekt ten przedstawiony jest w postaci generatora strumienia $\tilde{i}_{L\alpha}(t)$. W dalszych rozważaniach zakładamy, że wielkość strumienia $\tilde{i}_{L\alpha}(t)$ jest proporcjonalna do aktywności mięśnia sercowego $\alpha(t)$ ze współczynnikiem proporcjonalności μ_{LA} .

Przyjęto następujący model tego zjawiska:

$$\tilde{i}_{L\alpha}(t) = \mu_{LA} \cdot \tilde{\alpha}(t). \quad (2.2.4)$$

Dla pełnego opisu podsystemu krążenia płucnego należy przedstawić model pracy prawej komory. Analiza danych eksperymentalnych pozwala na zaproponowanie klasy modeli pracy prawej komory. Model ten opisuje zależność pomiędzy aktywnością mięśnia sercowego $\tilde{\alpha}(t)$, a ciśnieniem w prawej komorze. Krzywa ciśnienia krwi w prawej komorze zaobserwowana w czasie jednego cyklu pracy serca ma kształt zbliżony do odpowiedzi elementu dynamicznego opisanego równaniem różniczkowym drugiego stopnia z wymuszeniem prostokątnym. Dlatego też dla opisu pracy komory przyjęto model postaci:

$$\lambda_{RV}^{(2)} \ddot{p}_{RV}(t) + \lambda_{RV}^{(1)} \dot{p}_{RV}(t) + \lambda_{RV}^{(0)} p_{RV}(t) = \tilde{\alpha}(t) \quad (2.2.5)$$

$$\tilde{p}_{RV}(t_0) = p_{RV0}, \quad \dot{\tilde{p}}_{RV}(t_0) = 0$$

gdzie: $[\lambda_{RV}^{(2)}, \lambda_{RV}^{(1)}, \lambda_{RV}^{(0)}]^T = \bar{\lambda}_{RV}$ - wektor parametrów równania różniczkowego

p_{RV0} - ciśnienie końcowo-rozkurczowe w prawej komorze w poprzednim cyklu pracy serca.

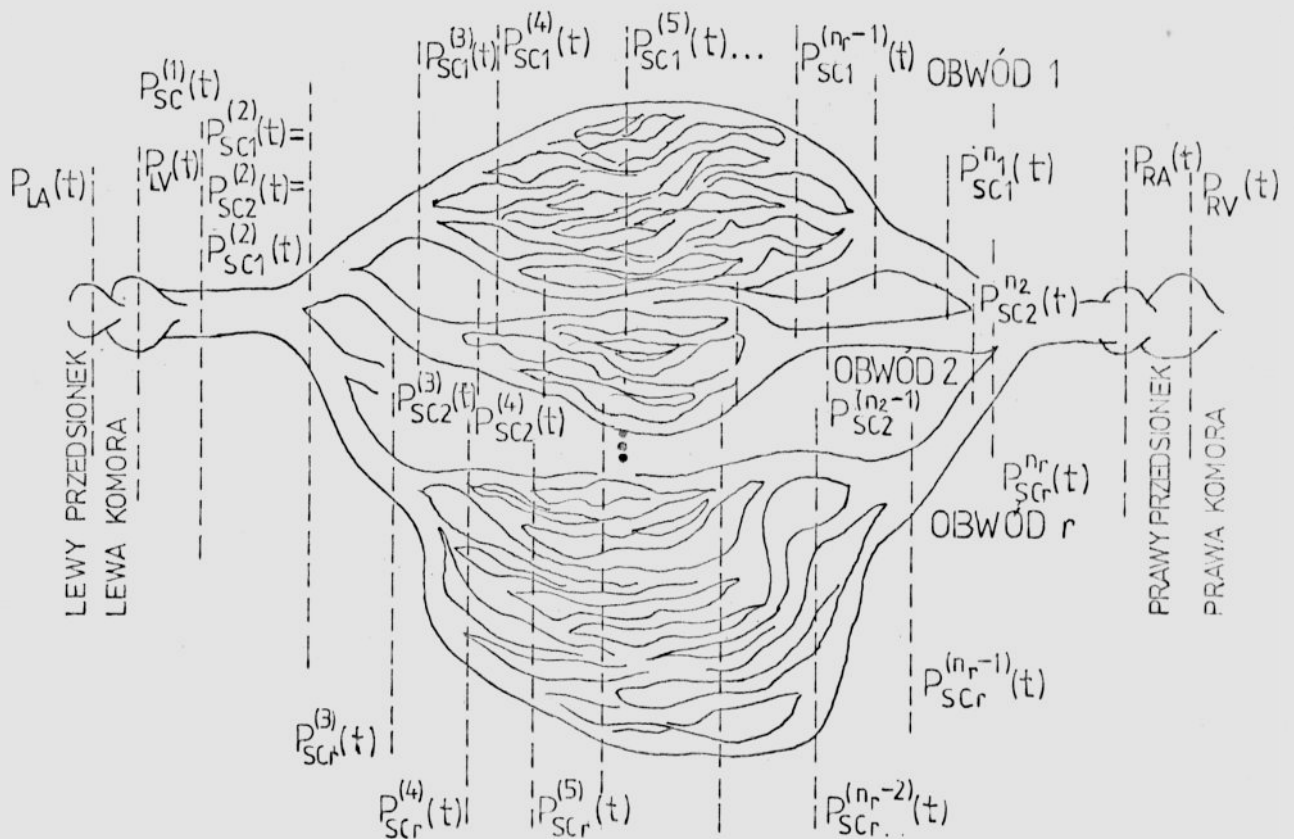
Przyjęcie warunków $\tilde{p}_{RV}(t_0) = p_{RV0}$ i $\dot{\tilde{p}}_{RV}(t_0) = 0$ oznacza, że pod koniec cyklu pracy serca ciśnienie $p_{RV}(t)$ jest ustalone i równe ciśnieniu końcowo-rozkurczowemu. Obserwując dane eksperymentalne

stwierdzamy, że prędkość zmian ciśnienia w tym przedziale czasu (pod koniec rozkurczu) jest mała w stosunku do prędkości zmian w innych przedziałach czasowych. Fakt ten pozwala na przyjęcie zaproponowanych warunków.

Układ równań (2.3.1)-(2.3.5) jest propozycją modelu hemodynamiki krążenia płucnego, dla którego wejściami są: $\tilde{\alpha}(t)$ - aktywność mięśnia sercowego oraz ciśnienie w lewej komorze $\tilde{p}_{LV}(t)$, które jest jednocześnie jednym z wyjść podsystemu krążenia wielkiego, a wyjściami ciśnienie krwi w prawej komorze $\tilde{p}_{RV}(t)$, ciśnienie w lewym przedsionku $\tilde{p}_{LA}(t)$ oraz wektor rozkładu ciśnień w obwodzie płucnym $\tilde{\vec{p}}_{PC}(t)$. Jest to układ nieliniowy równań różniczkowych o stałych współczynnikach. Pozostaje problem wyznaczenia parametrów tego modelu. Propozycje rozwiązania tego problemu przedstawiono w rozdziale 3.1.

2.3. Model hemodynamiki krążenia wielkiego

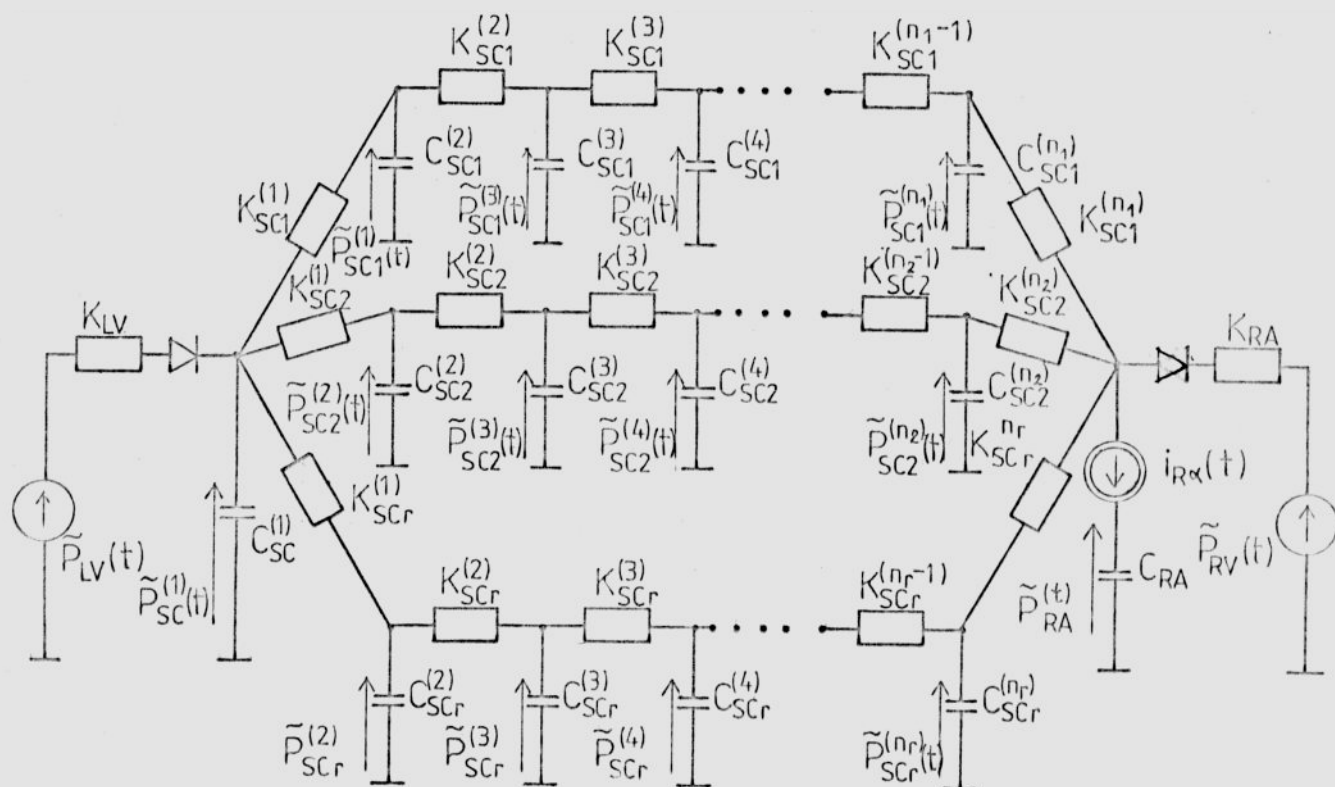
Analiza procesów hemodynamicznych w podsystemie krążenia wielkiego wskazuje, że dynamika krwi w tym układzie jest podobna do procesów opisanych w modelu podsystemu krążenia płucnego. Cechą, w istotny sposób różniącą wymienione podsystemy jest ich złożoność. W modelu podsystemu krążenia wielkiego wyodrębniono kilka podsystemów o strukturze podobnej do struktury modelu podsystemu krążenia płucnego (rozdział 2.1). Podobnie, jak dla modelu podsystemu krążenia płucnego (rozdział 2.2) dla opisu obwodu krążenia wielkiego zastosowano równanie opisujące jednowymiarowy proces dyfuzji w postaci dyskretniej. Wspomniany proces dyfuzji wyznaczany jest przez ciśnienie generowane przez lewą komorę na jednym brzegu oraz ciśnienie generowane przez prawy przedsionek i prawą komorę na drugim brzegu systemu krążenia wielkiego.



Rys.2.3.1. Poglądowy obraz podziału podsystemu krążenia wielkiego na segmenty.

Każdy z obwodów podsystemu krążenia wielkiego podzielono na segmenty, kierując się podobnymi zasadami, jak dla obwodu krążenia płucnego. I tak dla j -tego obwodu i -ta linia podziału łączy punkty o stałym ciśnieniu w tym obwodzie wynoszącym $p_{SCj}^{(i)}(t)$, gdzie $i = 1, 2, \dots, n_j$, a $j = 1, 2, \dots, r$ (w j -tym obwodzie wyodrębniono $(n_j - 1)$ segmentów).

Korzystając z analogii elektrycznych opisanych w rozdziale 2.2 podsystem krążenia wielkiego możemy przedstawić w postaci następującego schematu.



Rys.2.3.2. Schemat wstępny dla obwodu krążenia wielkiego.

Na rysunku 2.3.2 oraz w równaniach (2.3.1)-(2.3.5) przyjęto następujące oznaczenia:

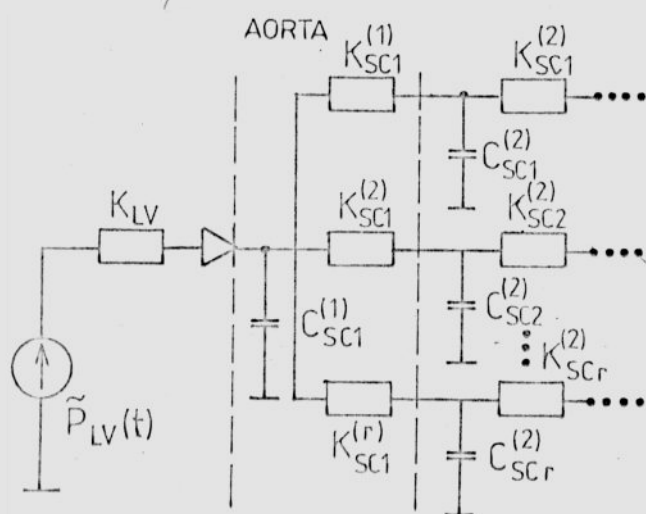
K_{LV} - wielkość opisująca odwrotność oporu przepływu krwi początkowego odcinka obwodu krążenia wielkiego, tzn. odwrotność oporu pomiędzy lewą komorą a pierwszym punktem wybranym do podziału na obwodzie (jeżeli wybrany punkt obwodu położony jest blisko lewej komory, wówczas parametr ten może być interpretowany jako odwrotność oporu przepływu przez otwartą zastawkę komorowo-aortalną),

$K_{SCj}^{(i)}$ - wielkość opisująca odwrotność oporu przepływu krwi pomiędzy i -tym a $(i+1)$ -szym punktem j -tej gałęzi obwodu krążenia wielkiego $i=1,2,\dots,n_j$, $j=1,2,\dots,r$.

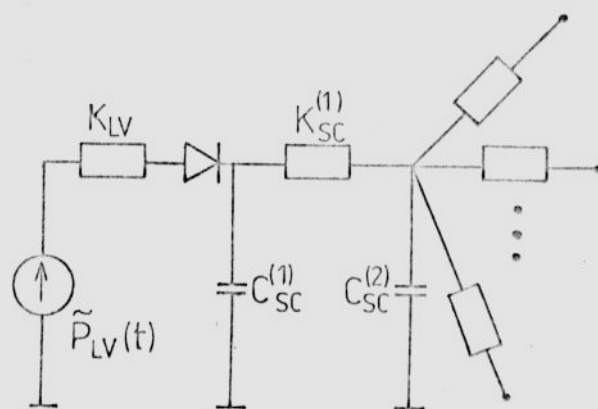
- $C_{Scj}^{(i)}$ - średnia wartość wielkości opisującej elastyczność naczynia krwionośnego pomiędzy i -tym a $(i+1)$ -szym punktem j -tej gałęzi obwodu krążenia wielkiego $i=1,2,\dots,n_j$; $j=1,2,\dots,r$.
- K_{RA} - wielkość opisująca odwrotność przepływu krwi końcowego odcinka obwodu krążenia wielkiego tzn. konduktancja pomiędzy ostatnim wybranym punktem obwodu, a prawą komorą (jeżeli wybrany punkt jest usytuowany blisko prawego przedsionka, wówczas parametr ten może być traktowany jako odwrotność oporu przepływu krwi przez otwartą zastawkę przedsionkowo-komorową i przedsionek łącznie).
- C_{RA} - wielkość opisująca elastyczność prawego przedsionka.
- μ_{RA} - współczynnik opisujący wpływ pracy serca na ciśnienie w przedsionku.
- $\tilde{i}_{RA}(t)$ - strumień krwi napływającej do prawego przedsionka, spowodowany pracą mięśnia sercowego.
- t_0 - chwila początkowa, początek skurczu.
- p_{SC0j} - początkowa wartość ciśnienia krwi w i -tym punkcie j -tej gałęzi obwodu krążenia wielkiego w chwili t_0 $i = 1,2,\dots,n_j$, $j=1,2,\dots,r$. Za wartość tą przyjmowana jest wartość ciśnienia końcowo-rozkurczowego w tym punkcie.

Kolejne odcinki schematu odpowiadają podziałowi przedstawionemu na rysunku 2.3.1. Zauważmy, że istnieje pewna różnica pomiędzy schematem na rysunku 2.3.2 a poglądowym obrazem podziału. Np. w pierwszym odcinku na rysunku 2.3.1 pomiędzy liniami $p_{SC}^{(1)}(t)$ a $p_{SC}^{(2)}(t)$ nie ma żadnych rozgałęzień, a na schemacie 2.3.2 odcinek ten jest przedstawiony przez elementy C_{SC1} , $K_{SC1}^{(1)}$, $K_{SC2}^{(1)}$, $\dots$, $K_{SCr}^{(1)}$, $C_{SC1}^{(2)}$, $C_{SC2}^{(2)}$, $\dots$, $C_{SCr}^{(2)}$. Tak wczesne uwzględnienie rozgałęzień pozwala na ogólny opis systemu naczyń krwionośnych bez konieczności nazywania, które obiegi opisują poszczególne obwody. Dopiero po ustaleniu, które obiegi krążenia wielkiego modeluje każdy z obwodów (np.: obieg mózgowy

odpowiada obwodowi 1, obieg trzewny odpowiada obwodowi 2, a pozostałe części są zamodelowane łącznie przez obwód 3), kierując się przesłankami anatomicznymi można dokładnie ustalić schemat zastępczy tego obwodu. Schemat dla konkretnego podziału będzie na ogół różny od schematu ogólnego. Nie prowadzi to jednak do żadnych nieścisłości matematycznych, gdyż schemat dla każdego szczególnego przypadku można otrzymać ze schematu ogólnego zastępując części schematu łącznymi zastępczymi układami. I tak np.: początkowy odcinek, który odpowiada modelowi aorty na schemacie układem jak na rysunku 2.3.4, w miejsce fragmentu układu z rysunku 2.3.3.



Rys. 2.3.3.



Rys. 2.3.4.

$$\text{gdzie } K_{SC}^{(1)} = \sum_{j=1}^r K_{SCj}^{(1)}, \quad C_{SC}^{(2)} = \sum_{j=1}^r C_{SCj}^{(2)}$$

W podobny sposób można potraktować każde inne rozgałęzienie obwodu. Tak więc dla opisu podsystemu krążenia zaproponowano następujący układ równań.

$$\begin{aligned}
- C_{SC}^{(1)} \dot{\tilde{p}}_{SC}^{(1)}(t) &= \sum_{j=1}^r K_{SCj}^{(1)} (\tilde{p}_{SCj}^{(2)}(t) - \tilde{p}_{SC}^{(1)}(t)) - \\
&- K_{LV} (\tilde{p}_{SC}^{(1)}(t) - \tilde{p}_{LV}(t)) H(\tilde{p}_{LV}(t) - \tilde{p}_{SC}^{(1)}(t))
\end{aligned} \quad (2.3.1)$$

$$- C_{SCj}^{(i)} \dot{\tilde{p}}_{SCj}^{(i)}(t) = K_{SCj}^{(i)} (\tilde{p}_{SCj}^{(i+1)}(t) - \tilde{p}_{SCj}^{(i)}(t)) - K_{SCj}^{(i-1)} (\tilde{p}_{SCj}^{(i)}(t) - \tilde{p}_{SCj}^{(i-1)}(t)) \quad (2.3.2)$$

$$i = 2, 3, \dots, n_j, \quad j = 1, 2, \dots, r$$

$$\tilde{p}_{SCj}^{(n_j+1)}(t) \triangleq \tilde{p}_{RA}(t); \quad j = 1, 2, \dots, r$$

$$\tilde{p}_{SC}^{(1)}(t) \triangleq \tilde{p}_{SCj}^{(1)}; \quad j = 1, 2, \dots, r$$

$$- C_{RA} \dot{\tilde{p}}_{RA}(t) = K_{RA} (\tilde{p}_{RV}(t) - \tilde{p}_{RA}(t)) H(\tilde{p}_{RA}(t) - \tilde{p}_{RV}(t)) -$$

$$- \sum_{j=1}^r K_{SCj}^{(n_j)} (\tilde{p}_{RA}(t) - \tilde{p}_{SCj}^{(n_j)}(t)) - i_{Ra}(t) \quad (2.3.3)$$

z warunkami początkowymi

$$\tilde{p}_{SC}^{(1)}(t_0) = p_{SC0}, \quad \tilde{p}_{SCj}^{(i)}(t_0) = p_{SC0j}^{(i)},$$

$$i = 2, 3, \dots, n_j, \quad j = 1, 2, \dots, r.$$

Funkcja $H(z)$ określona podobnie jak w rozdziale 2.2.

W modelu podsystemu krążenia wielkiego (podobnie jak dla krążenia płucnego) efekt napływu krwi do przedsionka podczas skurczu mięśnia sercowego opisano zależnością:

$$\tilde{i}_{Ra}(t) = \mu_{RA} \cdot \tilde{\alpha}(t) \quad (2.3.4)$$

gdzie μ_{RA} współczynnik proporcjonalności.

Dla pełnego opisu podsystemu krążenia wielkiego należy podać model pracy lewej komory, który przedstawia zależność pomiędzy aktywnością mięśnia sercowego $\tilde{\alpha}(t)$ a ciśnieniem w lewej komorze $\tilde{p}_{LV}(t)$. Podobnie jak dla modelu pracy prawej komory przyjęto model w postaci liniowego równania różniczkowego drugiego stopnia.

$$\lambda_{LV}^{(2)} \ddot{\tilde{p}}_{LV}(t) + \lambda_{LV}^{(1)} \dot{\tilde{p}}_{LV}(t) + \lambda_{LV}^{(0)} \tilde{p}_{LV}(t) = \alpha(t) \quad (2.3.5)$$

$$\tilde{p}_{LV}(t_0) = p_{LV0}, \quad \dot{\tilde{p}}_{LV}(t_0) = 0,$$

gdzie $\bar{\lambda}_{LV} \triangleq [\lambda_{LV}^{(0)}, \lambda_{LV}^{(1)}, \lambda_{LV}^{(2)}]^T$ - parametry równania różniczkowego

t_0 - chwila początkowa, początek skurczu

p_{LV0} - wartość ciśnienia w lewej komorze w chwili początkowej (za wartość tą można przyjąć wartość ciśnienia końcowo-rozkurczowego w lewej komorze z poprzedniego cyklu pracy serca).

Układ równań (2.3.1)-(2.3.5) jest propozycją modelu podsystemu krążenia wielkiego, którego wejściami są: aktywność mięśnia sercowego $\tilde{\alpha}(t)$ oraz ciśnienie w prawej komorze $\tilde{p}_{RV}(t)$, które jest jednocześnie jednym z wyjść podsystemu krążenia płucnego, a wyjściami są ciśnienia w lewej komorze $\tilde{p}_{LV}(t)$ i lewym przedsionku oraz ciśnienia w wybranych punktach obwodu krążenia wielkiego $\tilde{p}_{SCj}^{(i)}(t)$ $i=1,2,\dots,n_j$, $j=1,2,\dots,r$. Proponowany model jest układem równań różniczkowych o stałych współczynnikach. Problem wyznaczania parametrów modelu przedstawiono w rozdziale 3.2.

Uwzględniając oddziaływanie opisane w rozdziale 2.1 pomiędzy podsystemami krążenia płucnego i podsystemem krążenia wielkiego otrzymamy model parametryczny procesów hemodynamicznych w układzie krążenia w postaci układu równań różniczkowych (2.2.1)-(2.2.5) oraz

(2.3.1)-(2.3.5), dla którego wielkością wejściową jest aktywność mięśnia sercowego $\tilde{\alpha}(t)$ a wielkościami wyjściowymi tzn.: ciśnieniami krwi w sercu $\tilde{p}_{RV}(t)$, $\tilde{p}_{LV}(t)$, $\tilde{p}_{RA}(t)$, $\tilde{p}_{RV}(t)$ oraz w obwodzie krążenia płucnego $\tilde{\bar{p}}_{PO}(t)$ i krążenia wielkiego $\tilde{\bar{p}}_{SC}(t)$.

ROZDZIAŁ 3. ZADANIA I ALGORYTMY IDENTYFIKACJI PROCESÓW HEMODYNAMICZNYCH W UKŁADZIE KRĄŻENIA

W rozdziale tym opisano zadanie identyfikacji modelu procesów hemodynamicznych w układzie krążenia. Opisano algorytmy wyznaczania parametrów modelu na podstawie danych pomiarowych. Przedstawiono zadania i algorytmy identyfikacji hemodynamiki krążenia płucnego i wielkiego oraz pracy komór serca. Opisano metody, z których korzystano przy opracowywaniu procedur numerycznych. W końcu rozdziału zamieszczono opis danych pomiarowych oraz wyniki obliczeń.

Aby ustalić model matematyczny dla konkretnego układu krążenia należy wyznaczyć parametry, które wystąpiły w równaniach modelu (2.2.1)-(2.2.5) oraz (2.3.1)-(2.3.5) dla każdego z podsystemów. Dla wyznaczania nieznanych parametrów modelu układu krążenia zastosowano technikę identyfikacji systemów. W rozdziale tym przedstawiono szereg zadań identyfikacji związanych z układem krążenia oraz sposób ich rozwiązania. Są to zadania identyfikacji hemodynamiki w prawej i lewej komorze serca oraz hemodynamiki krążenia płucnego i wielkiego. Rozwiązaniem opisanych zadań są algorytmy wyznaczania parametrów modelu hemodynamiki krążenia.

3.1. Identyfikacja prawej i lewej komory serca

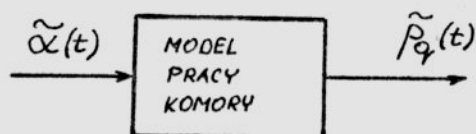
3.1.1. O p i s z a d a n i a i d e n t y f i k a c j i k o - m ó r s e r c a

Praca prawej i lewej komory opisana jest równaniami (2.2.5) i (2.3.5) przedstawionymi w poprzednim rozdziale. Są to liniowe równania różniczkowe o stałych parametrach. Przepiszmy wspomniane równania w następującej postaci:

$$\lambda_q^{(2)} \ddot{\tilde{p}}_q(t) + \lambda_q^{(1)} \dot{\tilde{p}}_q(t) + \lambda_q^{(0)} \tilde{p}_q(t) = \tilde{\alpha}(t) \quad (3.1.1.1)$$

gdzie $q = \begin{cases} \text{RV dla modelu prawej komory} \\ \text{LV dla modelu lewej komory.} \end{cases}$

Z systemowego punktu widzenia równanie (3.1.1.1) jest modelem obiektu dynamicznego, dla którego wejście jest sygnał $\tilde{\alpha}(t)$ a wyjściem $\tilde{p}_q(t)$.



Rys.3.1.1.1. Schemat blokowy modelu obiektu identyfikacji.

Zadanie identyfikacji polega na optymalnym wyznaczeniu wektora $\bar{\lambda}_q = [\lambda_q^{(0)}, \lambda_q^{(1)}, \lambda_q^{(2)}]^T$ nieznanych parametrów modelu komór na podstawie pomiaru sygnału $\alpha(t)$ oraz $p_q(t)$ (patrz uwaga na końcu rozdziału 1.3) dla $t \in [\tau_0, \tau_0 + T]$ gdzie τ_0 - chwila początkowa obserwacji, T - czas obserwacji. Wektor $\bar{\lambda}_q$ nieznanych parametrów wyznaczamy minimalizując następujące kryterium jakości identyfikacji:

$$Q_q(\bar{\lambda}_q) \triangleq \int_{\tau_0}^{\tau_0+T} (\lambda_q^{(2)} \ddot{p}_q(t) + \lambda_q^{(1)} \dot{p}_q(t) + \lambda_q^{(0)} p_q(t) - \alpha(t))^2 dt \quad (3.1.1.2)$$

Optymalny algorytm wyznaczania wektora nieznanych parametrów $\bar{\lambda}_q^*$, otrzymamy rozwiązując następujące zadanie optymalizacji:

$$\text{znaleźć takie } \bar{\lambda}_q^*, \text{ że } Q_q(\bar{\lambda}_q^*) = \min_{\bar{\lambda}_q} Q(\bar{\lambda}_q). \quad (3.1.1.3)$$

Rozwiązując zadanie optymalizacji (3.1.1.3) otrzymamy:

$$\bar{\lambda}_q^* = \psi_q^*(\alpha(t), p_q(t))$$

gdzie: ψ_q^* - optymalny algorytm identyfikacji

$\bar{\lambda}_q^*$ - optymalny wektor parametrów (rozwiązania zadania identyfikacji).

Otrzymany w ten sposób wektor parametrów $\bar{\lambda}_q^*$ jest optymalny dla przyjętego kryterium jakości identyfikacji (3.1.1.2) oraz dla danych pomiarów sygnałów $\alpha(t)$, $p_q(t)$ w czasie $t \in [\tau_0, \tau_0 + T]$. Problem wyznaczania algorytmu identyfikacji tego modelu opisano w rozdziale 3.1.2.

3.1.2. A l g o r y t m w y z n a c z a n i a p a r a m e t r ó w m o d e l u k o m ó r

Dokonując prostych przekształceń algebraicznych w wyrażeniu (3.1.1.2), kryterium jakości identyfikacji $Q_q(\bar{\lambda}_q)$ przyjmuje postać:

$$\begin{aligned} Q_q(\bar{\lambda}_q) = & (\lambda_q^{(2)})^2 \langle \ddot{p}_q(t), \ddot{p}_q(t) \rangle + (\lambda_q^{(1)})^2 \langle \dot{p}_q(t), \dot{p}_q(t) \rangle + \\ & + (\lambda_q^{(0)})^2 \langle p_q(t), p_q(t) \rangle + \langle \alpha(t), \alpha(t) \rangle + 2\lambda_q^{(2)}\lambda_q^{(1)} \langle \ddot{p}_q(t), \dot{p}_q(t) \rangle + \\ & + 2\lambda_q^{(2)}\lambda_q^{(0)} \langle \ddot{p}_q(t), p_q(t) \rangle - 2\lambda_q^{(2)} \langle \ddot{p}_q(t), \alpha(t) \rangle + 2\lambda_q^{(1)}\lambda_q^{(0)} \langle \dot{p}_q(t), p_q(t) \rangle + \\ & + 2\lambda_q^{(1)} \langle p_q(t), \alpha(t) \rangle - 2\lambda_q^{(0)} \langle p_q(t), \alpha(t) \rangle, \end{aligned} \quad (3.1.2.1)$$

gdzie dla uproszczenia zapisu przyjęto:

$$\langle p_a(t), p_b(t) \rangle \triangleq \int_{\tau_0}^{\tau_0+T} p_a(t) \cdot p_b(t) dt,$$

$p_a(t), p_b(t)$ - funkcje występujące we wzorze (3.1.1.2).

Wyrażenie (3.1.2.1) możemy zapisać w następującej postaci:

$$Q_q(\lambda_q) = [\lambda_q^{(0)} \lambda_q^{(1)} \lambda_q^{(2)}] \cdot \begin{bmatrix} a_q^{(11)} & a_q^{(12)} & a_q^{(13)} \\ a_q^{(21)} & a_q^{(22)} & a_q^{(23)} \\ a_q^{(31)} & a_q^{(32)} & a_q^{(33)} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \lambda_q^{(0)} \\ \lambda_q^{(1)} \\ \lambda_q^{(2)} \end{bmatrix} - 2 [\lambda_q^{(0)} \lambda_q^{(1)} \lambda_q^{(2)}] \begin{bmatrix} b_q^{(1)} \\ b_q^{(2)} \\ b_q^{(3)} \end{bmatrix} + c_q \quad (3.1.2.2)$$

gdzie:

$$\begin{aligned} a_q^{(11)} &\triangleq \langle p_q(t), p_q(t) \rangle \\ a_q^{(21)} &= a_q^{(12)} \triangleq \langle p_q(t), \dot{p}_q(t) \rangle \\ a_q^{(31)} &= a_q^{(13)} \triangleq \langle p_q(t), \ddot{p}_q(t) \rangle \\ a_q^{(22)} &\triangleq \langle \dot{p}_q(t), \dot{p}_q(t) \rangle \\ a_q^{(23)} &= a_q^{(32)} \triangleq \langle \dot{p}_q(t), \ddot{p}_q(t) \rangle \\ a_q^{(33)} &\triangleq \langle \ddot{p}_q(t), \ddot{p}_q(t) \rangle \\ b_q^{(1)} &\triangleq \langle p_q(t), \alpha(t) \rangle \\ b_q^{(2)} &\triangleq \langle \dot{p}_q(t), \alpha(t) \rangle \\ b_q^{(3)} &\triangleq \langle \ddot{p}_q(t), \alpha(t) \rangle \\ c_q &\triangleq \langle \alpha(t), \alpha(t) \rangle \end{aligned}$$

Przyjmując oznaczenia:

$$A_q \triangleq \begin{bmatrix} a_q^{ij} \\ j=1,2,3 \end{bmatrix} \begin{matrix} i=1,2,3 \end{matrix}, \quad \bar{b}_q \triangleq [b_q^{(1)}, b_q^{(2)}, b_q^{(3)}]^T, \quad \bar{\lambda}_q \triangleq [\lambda_q^{(0)}, \lambda_q^{(1)}, \lambda_q^{(2)}]^T$$

wyrażenie (3.1.2.2) przyjmie postać:

$$Q_q(\bar{\lambda}_q) = \bar{\lambda}_q^T A_q \bar{\lambda}_q - 2\bar{\lambda}_q^T \bar{b}_q + c_q. \quad (3.1.2.3)$$

Wówczas zadanie optymalizacji (3.1.1.3) przyjmie postać:

$$\text{znaleźć takie } \bar{\lambda}_q^*, \text{ że } Q_q(\bar{\lambda}_q^*) = \min_{\bar{\lambda}_q} \bar{\lambda}_q^T A_q \bar{\lambda}_q - 2\bar{\lambda}_q^T \bar{b}_q + c_q. \quad (3.1.2.4)$$

Jak łatwo pokazać, zdefiniowana uprzednio macierz A_q jest dodatnio określona dla niezerowych sygnałów $p_q(t)$, $\dot{\tilde{p}}_q(t)$ oraz $\ddot{\tilde{p}}_q(t)$. Warunek ten nałożony na sygnał jest zawsze spełniony w warunkach opisywanego zadania identyfikacji, jeżeli czas obserwacji "T" jest równy co najmniej czasowi trwania jednego cyklu pracy serca. Tak więc opisane zadanie optymalizacji (3.1.2.4) ma jednoznaczne rozwiązanie.

Rozwiązanie to spełnia następujący układ równań:

$$\frac{\text{grad } Q(\bar{\lambda}_q^*)}{\bar{\lambda}_q} = (A_q + A_q^T)\bar{\lambda}_q^* - 2\bar{b}_q = \bar{0}. \quad (3.1.2.5)$$

Rozwiązując równanie (3.1.2.5) otrzymujemy algorytm identyfikacji parametrów równania (3.1.1.1) postaci:

$$\bar{\lambda}_q^* = 2 (A_q + A_q^T)^{-1} \bar{b}_q. \quad (3.1.2.6)$$

Ponieważ macierz A_q jest symetryczna (tzn.: $A_q = A_q^T$), algorytm identyfikacji (3.1.2.6) przyjmie postać:

$$\bar{\lambda}_q^* = A_q^{-1} \bar{b}_q. \quad (3.1.2.7)$$

Otrzymany rezultat jest poszukiwanym algorytmem identyfikacji.

Rozpisując go dla poszczególnych składowych wektora $\bar{\lambda}_q^*$ mamy:

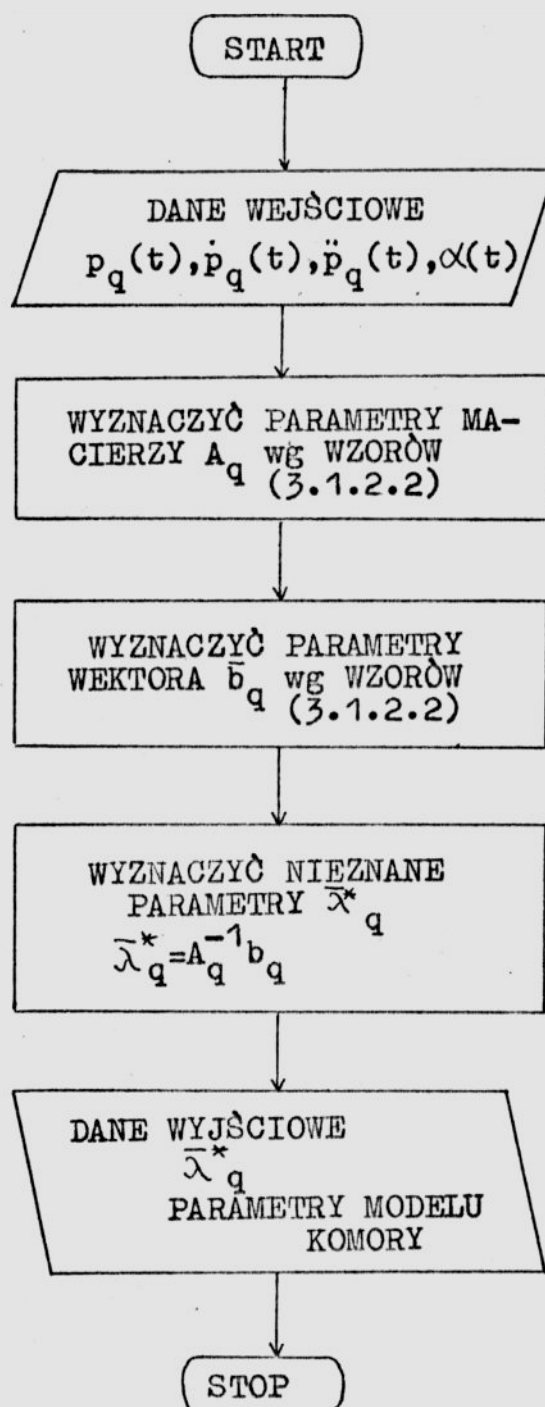
$$\alpha_q^{(0)*} = \frac{\det \begin{bmatrix} b_q^{(1)} & a_q^{(12)} & a_q^{(13)} \\ b_q^{(2)} & a_q^{(22)} & a_q^{(23)} \\ b_q^{(3)} & a_q^{(32)} & a_q^{(33)} \end{bmatrix}}{\det A_q}$$

$$\alpha_q^{(1)*} = \frac{\det \begin{bmatrix} a_q^{(11)} & b_q^{(1)} & a_q^{(13)} \\ a_q^{(21)} & b_q^{(2)} & a_q^{(23)} \\ a_q^{(31)} & b_q^{(3)} & a_q^{(33)} \end{bmatrix}}{\det A_q}$$

$$\alpha_q^{(2)*} = \frac{\det \begin{bmatrix} a_q^{(11)} & a_q^{(12)} & b_q^{(1)} \\ a_q^{(21)} & a_q^{(22)} & b_q^{(2)} \\ a_q^{(31)} & a_q^{(32)} & b_q^{(3)} \end{bmatrix}}{\det A_q} \quad (3.1.2.8)$$

U w a g a: We wzorach (3.1.2.2) określających elementy macierzy A_q oraz wektorze $\bar{b}_q$ oprócz sygnałów $p_q(t)$ i $\alpha(t)$ występują pochodne sygnału $p_q(t)$. W zadaniu naszym zakładamy, że mierzymy tylko sygnały $p_q(t)$ i $\alpha(t)$. Dla wyznaczania pochodnych sygnału $p_q(t)$ oraz obliczenia całek występujących we wzorach (3.1.2.2) w obliczeniach numerycznych zastosowano funkcje splajnowe. Opis zastosowanej metody przedstawiono w rozdziale 3.4.

Dla opisanego algorytmu przygotowano program o nazwie JSØ1 w języku FORTRAN. Tabulogram oraz opis programu zamieszczono w pracy [71], która stanowi dokumentację programową opracowanych algorytmów identyfikacji.



Rys.3.1.2.1. Schemat blokowy algorytmu wyznaczania parametrów modelu komór

3.2. Identyfikacja hemodynamiki krążenia płucnego

W rozdziale 2.2 przedstawiono klasę modeli podsystemu krążenia płucnego w postaci układu równań (2.2.1)-(2.2.4). W równaniach tych wystąpiły nieznane parametry K_{RV} , $K_{PC}^{(i)}$, $C_{PC}^{(i)}$, $i=1,2,\dots,n_j$, K_{LA} , C_{LA} , μ_{LA} charakteryzujące ten układ. W celu wyznaczenia wymienionych parametrów modelu dokonano pomiaru ciśnień $p_{RV}(t)$, $p_{LV}(t)$, $p_{LA}(t)$ oraz $\bar{p}_{PC}(t)$ i aktywności mięśnia sercowego $\alpha(t)$ dla $t \in [\tau_0, \tau_0 + T]$. Zanim postawimy zadanie wyznaczania parametrów modelu hemodynamiki krążenia płucnego zauważmy, że nieznane parametry występują jednocześnie po prawej i lewej stronie każdego równania w iloczynie z mierzonymi wielkościami. Zatem na podstawie poziomu wymienionych ciśnień i aktywności mięśnia sercowego nie potrafimy jednoznacznie wyznaczyć nieznanymi parametrów. Aby zadanie identyfikacji hemodynamiki miało jednoznaczne rozwiązanie należy dokonać pomiaru strumienia krwi wypływającej z prawej komory - $i_{RV}(t)$ oraz strumienia krwi wpływającej do lewej komory serca - $i_{RA}(t)$. Wielkości $i_{RV}(t)$ oraz $i_{LA}(t)$ możemy zamodelować przy pomocy następujących równań:

$$\tilde{i}_{RV}(t) = -K_{RV}(\tilde{p}_{PC}^{(i)}(t) - \tilde{p}_{RV}(t)) H(\tilde{p}_{RV}(t) - \tilde{p}_{PC}^{(i)}(t)) \quad (3.2.1)$$

$$\tilde{i}_{LA}(t) = -K_{LA}(\tilde{p}_{LV}(t) - \tilde{p}_{LA}(t)) H(\tilde{p}_{LA}(t) - \tilde{p}_{LV}(t)) \quad (3.2.2)$$

Oznaczenia w równaniach (3.2.1), (3.2.2) takie jak w rozdziale 2.2. Na podstawie takiego zestawu mierzonych wielkości, parametry, które występują w równaniach (2.2.1)-(2.2.4) oraz w (3.2.1) i (3.2.2) mogą być wyznaczone jednoznacznie.

3.2.1. Opis zadania identyfikacji hemodynamiki krążenia płucnego

Przepiszmy równania modelu podsystemu krążenia płucnego opisane w rozdziale 2.2 z uwzględnieniem równań (3.2.1) i (3.2.2). Otrzymamy następujący układ równań różniczkowych:

$$-K_{RV}(\dot{\tilde{p}}_{PC}^{(1)}(t) - \tilde{p}_{RV}(t)) H(\tilde{p}_{RV}(t) - \tilde{p}_{PC}^{(1)}(t)) = \tilde{i}_{RV}(t) \quad (3.2.1.1)$$

$$-C_{PC}^{(1)} \dot{\tilde{p}}_{PC}^{(1)}(t) = K_{PC}^{(1)}(\tilde{p}_{PC}^{(2)}(t) - \tilde{p}_{PC}^{(1)}(t)) - \tilde{i}_{RV}(t) \quad (3.2.1.2)$$

$$-C_{PC}^{(i)} \dot{\tilde{p}}_{PC}^{(i)}(t) = K_{PC}^{(i)}(\tilde{p}_{PC}^{(i+1)}(t) - \tilde{p}_{PC}^{(i)}(t)) - K_{PC}^{(i-1)}(\tilde{p}_{PC}^{(i)}(t) - \tilde{p}_{PC}^{(i-1)}(t)) \quad (3.2.1.3)$$

$$i = 2, 3, \dots, n$$

$$\tilde{p}_{PC}^{(i+1)}(t) \triangleq \tilde{p}_{LA}(t)$$

$$-C_{LA} \dot{\tilde{p}}_{LA}(t) = \tilde{i}_{LA}(t) - K_{PC}^{(n)}(\tilde{p}_{LA}(t) - \tilde{p}_{PL}^{(n)}(t)) - \mu_{LA} \tilde{\alpha}(t) \quad (3.2.1.4)$$

$$-K_{LA}(\tilde{p}_{LV}(t) - \tilde{p}_{LA}(t)) H(\tilde{p}_{LA}(t) - \tilde{p}_{LV}(t)) = \tilde{i}_{LA}(t). \quad (3.2.1.5)$$

Z systemowego punktu widzenia układ równań (3.2.1.1)–(3.2.1.5) modeluje wielowymiarowy obiekt dynamiczny, w którym wielkościami wejściowymi są sygnały: $\tilde{i}_{RV}(t)$, $\tilde{i}_{LV}(t)$, $\tilde{p}_{RV}(t)$, $\tilde{p}_{LV}(t)$ oraz $\tilde{\alpha}(t)$ a wyjściami sygnały $\tilde{p}_{LA}(t)$ i wektor $\tilde{\underline{p}}_{PC}(t)$.

Wprowadźmy oznaczenia:

$\tilde{\underline{x}}_{PC}(t)$ – wektor wielkości wejściowych

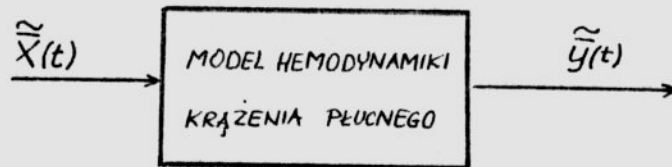
$$\tilde{\underline{x}}_{PC}(t) \triangleq [\tilde{i}_{RV}(t), \tilde{p}_{RV}(t), \tilde{p}_{LV}(t), \tilde{i}_{LA}(t), \alpha(t)]^T$$

$\tilde{\bar{y}}_{PC}(t)$ - wektor wielkości wyjściowych

$$\tilde{\bar{y}}_{PC}(t) = \begin{bmatrix} \tilde{p}_{LA}(t) \\ \tilde{p}_{PC}(t) \end{bmatrix}$$

$\tilde{\bar{\xi}}_{PC}$ - wektor nieznanych parametrów modelu

$$\tilde{\bar{\xi}}_{PC} = [k_{RV}, c_{PC}^{(1)}, k_{PC}^{(1)}, c_{PC}^{(2)}, k_{PC}^{(2)}, \dots, c_{PC}^{(n)}, k_{PC}^{(n)}, c_{LA}, u_{LA}, k_{LA}]^T$$



Rys.3.2.1.1. Schemat blokowy modelu obiektu identyfikacji.

Zadanie identyfikacji polega na optymalnym wyznaczeniu wektora $\tilde{\bar{\xi}}_{PC}$ nieznanych parametrów modelu na podstawie pomiaru wektora wielkości wejściowych $\tilde{\bar{x}}_{PC}(t)$ i wielkości wyjściowych $\tilde{\bar{y}}_{PC}(t)$ obiektu identyfikacji dla $t \in [\tau_0, \tau_0 + T]$, gdzie τ_0 początkowa chwila obserwacji, T - czas obserwacji (patrz uwaga na końcu rozdziału 1.4).

Optymalny wektor $\tilde{\bar{\xi}}_{PC}^*$ nieznanych parametrów wyznaczamy minimalizując następujące kryterium jakości identyfikacji

$$Q_{PC}(\tilde{\bar{\xi}}_{PC}) = \omega_{RV} \int_{\tau_0}^{\tau_0+T} \left[k_{RV}(p_{PC}^{(1)}(t) - p_{RV}(t))H(p_{RV}(t) - p_{PC}^{(1)}(t)) + i_{RV}(t) \right]^2 dt +$$

$$+ \omega_{PC}^{(1)} \int_{\tau_0}^{\tau_0+T} \left[c_{PC}^{(1)} \dot{p}_{PC}^{(1)}(t) + k_{PC}^{(1)}(p_{PC}^{(2)}(t) - p_{PC}^{(1)}(t)) - i_{RV}(t) \right]^2 dt +$$

$$\begin{aligned}
& + \sum_{i=2}^n \omega_{PC}^{(1)} \int_{\tau_0}^{\tau_0+T} \left[c_{PC}^{(i)} \dot{p}_{PC}^{(i)}(t) + K_{PC}^{(i)} (p_{PC}^{(i+1)}(t) - p_{PC}^{(i)}(t)) - \right. \\
& \left. - K_{PC}^{(i-1)} (p_{PC}^{(i)}(t) - p_{PC}^{(i-1)}(t)) \right]^2 dt + \omega_{LA}^{(1)} \int_{\tau_0}^{\tau_0+T} \left[c_{LA} \dot{p}_{LA}(t) - \right. \\
& \left. - K_{PC}^{(n)} (p_{LA}(t) - p_{PC}^{(n)}(t)) - \mu_{LA}(t) \right]^2 dt + \quad (3.2.1.6)
\end{aligned}$$

$$+ \omega_{LA}^{(2)} \int_{\tau_0}^{\tau_0+T} \left[K_{LA} (p_{LV}(t) - p_{LA}(t)) H(p_{LA}(t) - p_{LV}(t)) + i_{LA}(t) \right]^2 dt$$

gdzie: $\bar{\omega}_{PC} \triangleq [\omega_{RV}, \omega_{PC}^{(1)}, \omega_{PC}^{(2)}, \dots, \omega_{PC}^{(n)}, \omega_{LA}^{(1)}, \omega_{LA}^{(2)}]^T$,

$\bar{\omega}_{PC}$ - wektor współczynników wagowych w kryterium jakości identyfikacji.

U w a g a: Dobór współczynników wagowych $\bar{\omega}_{PC}$ jest bardzo ważny dla zadania identyfikacji. Od ich doboru zależy wynik rozwiązania zadania. Przez odpowiedni dobór wektora współczynników $\bar{\omega}_{PC}$ możemy nadać większe lub mniejsze znaczenie wybranym mierzonym sygnałom. Problem ten ma znaczenie wówczas, kiedy ze względu na późniejsze zastosowanie modelu chcemy uwypuklić pewne jego fragmenty. Często w trakcie pomiarów potrafimy ocenić otrzymane wyniki eksperymentu. Pewne z nich ze względu na zakłócenia mogą być mniej dokładne od pozostałych. Na podstawie takiej oceny pomiarów możemy dobrać odpowiednie współczynniki wagowe $\bar{\omega}_{PC}$, które oddają wartość zmierzonego sygnału. Pewnych wskazówek jak dobierać współczynniki wagowe dostarcza analiza wrażliwości modelu.

Zatem optymalny algorytm wyznaczania wektora nieznanych parametrów $\bar{\xi}_{PC}^*$ otrzymamy rozwiązując następujące zadanie optymalizacji:

$$\text{znaleźć takie } \bar{\xi}_{PC}^*, \text{ ze } Q_{PC}(\bar{\xi}_{PC}^*) = \min_{\bar{\xi}_{PC}} Q_{PC}(\bar{\xi}_{PC}). \quad (3.2.1.7)$$

Rozwiązując zadanie (3.2.1.7) otrzymujemy:

$$\bar{\xi}_{PC}^* = \psi_{PC}^*(x_{PC}(t), y_{PC}(t))$$

gdzie ψ_{PC}^* - algorytm identyfikacji
 $\bar{\xi}_{PC}$ - optymalny wektor parametrów.

Otrzymany w ten sposób wektor parametrów $\bar{\xi}_{PC}^*$ jest optymalny w sensie przyjętego kryterium dla danych pomiarów sygnałów $\bar{x}_{PC}(t)$ oraz $\bar{y}_{PC}(t)$ w czasie $t \in [\tau_0, \tau_0 + T]$.

Problem wyznaczania algorytmu identyfikacji hemodynamiki krążenia płucnego przedstawiono w rozdziale 3.2.2.

3.2.2. Algorytm wyznaczania parametrów modelu hemodynamiki krążenia płucnego

Dokonując prostych przekształceń algebraicznych w wyrażeniu (3.2.1.6), kryterium jakości identyfikacji $Q_{PC}(\bar{\xi}_{PC})$ przyjmie postać:

$$\begin{aligned} Q_{PC}(\bar{\xi}_{PC}) = & \omega_{RV} K_{RV}^2 \langle \varphi_{RV}(t), \varphi_{RV}(t) \rangle + 2\omega_{RV} K_{RV} \langle \varphi_{RV}(t), i_{RV}(t) \rangle + \\ & + \langle i_{RV}(t), i_{RV}(t) \rangle + \omega_{PC}^{(1)} (c_{PC}^{(1)})^2 \langle \dot{p}_{PC}^{(1)}(t), \dot{p}_{PC}^{(1)}(t) \rangle + \omega_{PC}^{(1)} (K_{PC}^{(1)})^2. \end{aligned}$$

$$\cdot \langle \dot{\varphi}_{PC}^{(1)}(t), \varphi_{PC}^{(1)}(t) \rangle + \omega_{PC}^{(1)} \langle i_{RV}(t), i_{RV}(t) \rangle + 2\omega_{PC}^{(1)} c_{PC}^{(1)} K_{PC}^{(1)}.$$

$$\cdot \langle \dot{p}_{PC}^{(1)}(t), \varphi_{PC}^{(1)}(t) \rangle - 2\omega_{PC}^{(1)} c_{PC}^{(1)} \langle \dot{p}_{PC}^{(1)}(t), i_{RV}(t) \rangle -$$

$$- 2\omega_{PC}^{(1)} K_{PC}^{(1)} \langle \varphi_{PC}^{(1)}(t), i_{RV}(t) \rangle + \sum_{i=2}^n \omega_{PC}^{(i)} \left[(c_{PC}^{(i)})^2 \langle \dot{p}_{PC}^{(i)}, \dot{p}_{PC}^{(i)} \rangle + \right.$$

$$+ (K_{PC}^{(i)})^2 \langle \varphi_{PC}^{(i)}(t), \varphi_{PC}^{(i)}(t) \rangle + (K_{PC}^{(i-1)})^2 \langle \varphi_{PC}^{(i-1)}, \varphi_{PC}^{(i-1)} \rangle +$$

$$+ 2c_{PC}^{(i)} K_{PC}^{(i)} \langle \dot{p}_{PC}^{(i)}(t), \varphi_{PC}^{(i)}(t) \rangle - 2c_{PC}^{(i)} K_{PC}^{(i-1)} \langle \dot{p}_{PC}^{(i)}(t), \varphi_{PC}^{(i-1)}(t) \rangle -$$

$$- 2K_{PC}^{(i)} K_{PC}^{(i-1)} \langle \varphi_{PC}^{(i)}(t), \varphi_{PC}^{(i-1)}(t) \rangle \left. \right] + \omega_{LA}^{(1)} \left[(c_{LA}^{(n)})^2 \langle \dot{p}_{LA}(t), \dot{p}_{LA}(t) \rangle + \right.$$

$$+ (K_{PC}^{(n)})^2 \langle \varphi_{PC}^{(n)}(t), \varphi_{PC}^{(n)}(t) \rangle + \mu_{LA}^2 \langle \alpha(t), \alpha(t) \rangle + \langle i_{LA}(t), i_{LA}(t) \rangle +$$

$$- 2c_{LA} K_{PC}^{(n)} \langle \dot{p}_{LA}(t), \varphi_{PC}^{(n)}(t) \rangle - 2c_{LA} \mu_{LA} \langle \dot{p}_{LA}(t), \alpha(t) \rangle +$$

$$+ 2c_{LA} \langle \dot{p}_{LA}(t), i_{LA}(t) \rangle - 2K_{PC}^{(n)} \langle i_{LA}(t), \varphi_{PC}^{(n)} \rangle - 2\mu_{LA} \langle i_{LA}(t), \alpha(t) \rangle +$$

$$+ 2K_{PC}^{(n)} \mu_{LA} \langle \varphi_{PC}^{(n)}, \alpha(t) \rangle \left. \right] + \omega_{LA}^{(2)} \left[K_{LA}^2 \langle \varphi_{LA}(t), \varphi_{LA}(t) \rangle + \right.$$

$$+ 2K_{LA} \langle \varphi_{LA}(t), i_{LA}(t) \rangle + \langle i_{LA}(t), i_{LA}(t) \rangle \Big]; \quad (3.2.2.1)$$

gdzie: $\varphi_{RV}(t) \triangleq (p_{PC}^{(1)}(t) - p_{RV}(t)) H(p_{RV}(t) - p_{PC}^{(1)}(t))$

$$\varphi_{PC}^{(j)}(t) \triangleq (p_{PC}^{(i+1)}(t) - p_{PC}^{(i)}(t)) \quad i=1,2,\dots,n$$

$$p_{PC}^{(n+1)}(t) \triangleq p_{LA}(t)$$

$$\varphi_{LA}(t) \triangleq (p_{LV}(t) - p_{LA}(t)) H(p_{LA}(t) - p_{LV}(t))$$

oraz

$$\langle \varphi_a(t), \varphi_b(t) \rangle \triangleq \int_{\tau_0}^{\tau_0+T} \varphi_a(t) \varphi_b(t) dt$$

$\varphi_a(t), \varphi_b(t)$ - funkcje występujące w wyrażeniu (3.2.2.1).

Wyrażenie (3.2.2.1) możemy sprowadzić do postaci:

$$Q_{PC}(\bar{\xi}_{PC}) = \bar{\xi}_{PC}^T A_{PC} \bar{\xi}_{PC} - 2\bar{\xi}_{PC}^T \bar{b}_{PC} + h_{PC} \quad (3.2.2.2)$$

gdzie: A_{PC} - macierz klatkowa o wymiarach $(2n+4) \times (2n+4)$

$\bar{b}_{PC}$ - wektor kolumnowy o wymiarze $(2n+4)$

h_{PC} - wielkość określona wzorem (3.2.2.5)

Macierz A_{PC} ma postać:

$$A_{PC} \triangleq \begin{bmatrix} A'_{PC} & 0 \\ 0 & a_{PC}^{n+2} \end{bmatrix}$$

gdzie: A'_{PC} macierz klatkowa

$$A'_{PC} \triangleq \begin{bmatrix} a_{PC}^{(1)} & e_{PC}^{(1)} & q_{PC}^{(1)} & & & \\ e_{PC}^{(1)} & d_{PC}^{(1)} & f_{PC}^{(1)} & & & \\ g_{PC}^{(1)} & f_{PC}^{(1)} & a_{PC}^{(2)} & e_{PC}^{(2)} & g_{PC}^{(2)} & \\ & & e_{PC}^{(2)} & d_{PC}^{(2)} & f_{PC}^{(2)} & \\ & & g_{PC}^{(2)} & f_{PC}^{(2)} & p_{VPC}^{(3)} & \\ & & & & \dots & \\ & & & & & a_{PC}^{(n+1)} & c_{PC}^{(n+1)} & g_{PC}^{(n+1)} \\ & & & & & c_{PC}^{(n+1)} & d_{PC}^{(n+1)} & f_{PC}^{(n+1)} \\ & & & & & g_{PC}^{(n+1)} & f_{PC}^{(n+1)} & a_{PC}^{(n+2)} \end{bmatrix}$$

Elementy macierzy A_{PC} opisane są wzorami:

$$a_{PC}^{(1)} \triangleq \omega_{RV} \langle \varphi_{RV}(t), \varphi_{RV}(t) \rangle$$

$$a_{PC}^{(i)} \triangleq (\omega_{PC}^{(i)} + \omega_{PC}^{(i-1)}) \langle \varphi_{PC}^{(i-1)}, \varphi_{PC}^{(i-1)} \rangle \quad i = 2, 3, \dots, n+1$$

$$\text{gdzie: } \omega_{PC}^{(n+1)} \triangleq \omega_{LA}^{(1)} \quad (3.2.2.3)$$

$$a_{PC}^{(n+2)} \triangleq \omega_{LA}^{(2)} \langle \alpha(t), \alpha(t) \rangle$$

$$d_{PC}^{(i)} \triangleq \omega_{PC}^{(i)} \langle \dot{p}_{PC}^{(i)}(t), \dot{p}_{PC}^{(i)}(t) \rangle \quad i = 1, 2, \dots, n$$

$$d_{PC}^{n+1} \triangleq \omega_{LA}^{(1)} \langle \dot{p}_{LA}(t), \dot{p}_{LA}(t) \rangle$$

$$d_{PC}^{n+2} \triangleq \omega_{LA}^{(2)} \langle \varphi_{LA}, \varphi_{LA} \rangle$$

$$e_{PC}^{(1)} \triangleq 0$$

$$e_{PC}^{(i)} \triangleq -\omega_{PC}^{(i)} \langle \dot{p}_{PC}^{(i)}(t), \varphi_{PC}^{(i-1)}(t) \rangle \quad i = 2, 3, \dots, n$$

$$e_{PC}^{(n+1)} \triangleq -\omega_{LA}^{(1)} \langle \dot{p}_{LA}(t), \varphi_{PC}^{(n)}(t) \rangle$$

$$f_{PC}^{(i)} \triangleq +\omega_{PC}^{(i)} \langle \dot{p}_{PC}^{(i)}(t), \varphi_{PC}^{(i)}(t) \rangle \quad i = 1, 2, \dots, n$$

$$f_{PC}^{(n+1)} \triangleq -\omega_{LA}^{(1)} \langle \dot{p}_{LA}(t), \alpha(t) \rangle$$

$$g_{PC}^{(1)} \triangleq 0$$

$$g_{PC}^{(i)} \triangleq -\omega_{PC}^{(i)} \langle \varphi_{PC}^{(i)}(t), \varphi_{PC}^{(i-1)}(t) \rangle \quad i = 2, 3, \dots, n$$

$$g_{PC}^{(n+1)} \triangleq \omega_{LA}^{(1)} \langle \varphi_{PC}^{(n)}(t), \alpha(t) \rangle$$

Pozostałe elementy macierzy A_{PC} są równe zeru.

Składowe wektora $\bar{b}_{PC} \triangleq [b_{PC}^{(1)} \ b_{PC}^{(1)} \ b_{PK}^{(2)} \ b_{PK}^{(2)} \ \dots \ b_{PK}^{(n+1)} \ b_{PC}^{(n+1)} \ b_{PK}^{(n+2)} \ b_{PK}^{(n+2)}]^T$ opisane są równaniami:

$$b_{PK}^{(1)} \triangleq -\omega_{RV} \langle \varphi_{RV}(t), i_{RV}(t) \rangle$$

$$b_{PC}^{(1)} \triangleq +\omega_{PC}^{(1)} \langle \dot{p}_{PC}^{(1)}(t), i_{RV}(t) \rangle$$

$$b_{PK}^{(2)} \triangleq \omega_{PC}^{(1)} \langle \varphi_{PC}^{(1)}(t), i_{RV}(t) \rangle$$

$$b_{PK}^{(i)} \triangleq 0, \quad i = 3, 4, \dots, n$$

$$b_{PC}^{(i)} \triangleq 0, \quad i = 2, 3, \dots, n$$

(3.2.2.4)

$$b_{PK}^{(n+1)} \triangleq \omega_{LA}^{(1)} \langle \varphi_{PC}^{(n)}(t), i_{LA}(t) \rangle$$

$$b_{PC}^{(n+1)} \triangleq -\omega_{LA}^{(1)} \langle \dot{p}_{LA}(t), i_{LA}(t) \rangle$$

$$b_{PK}^{(n+2)} \triangleq +\omega_{LA}^{(1)} \langle \alpha(t), i_{LA}(t) \rangle$$

$$b_{PK} = \triangleq \omega_{LA}^{(2)} \langle \varphi_{LA}(t), i_{LA}(t) \rangle.$$

Wartość h_{PC} wyznaczamy wg wzoru:

$$h_{PC} \triangleq (\omega_{RV} + \omega_{PC}^{(1)}) \langle i_{RV}(t), i_{RV}(t) \rangle + (\omega_{LA}^{(1)} + \omega_{LA}^{(2)}) \langle i_{LA}(t), i_{LA}(t) \rangle. \quad (3.2.2.5)$$

Dla przyjętych powyżej oznaczeń zadanie optymalizacji (3.2.1.7) przyjmie postać:

$$\text{Znaleźć takie } \bar{\xi}_{PC}^*, \text{ że } Q_{PC}(\bar{\xi}_{PC}^*) = \min_{\bar{\xi}_{PC}} \bar{\xi}_{PC}^T A_{PC} \bar{\xi}_{PC} - 2 \bar{\xi}_{PC}^T \bar{b}_{PC} + h_{PC} \quad (3.2.2.6)$$

Można pokazać, że macierz A_{PC} jest dodatnio określona dla niezerowych wyrazów na przekątnej. Wyrazy te są niezerowe wówczas gdy funkcje $\varphi_{LV}(t), \varphi_{RA}(t), \dot{p}_{PC}(t), \varphi_{PC}^{(i)}(t), i = 1, 2, \dots, n, \dot{p}_{RA}(t), \alpha(t)$ nie są stale równe zeru. Dla opisanego zadania identyfikacji warunek ten jest równoważny stwierdzeniu, że kolejne mierzone ciśnienia w obwodzie krążenia płucnego nie mogą być sobie równe na całym przedziale obserwacji

$$\exists [t_1, t_2] \subset [\tau_0, \tau_0 + T] \text{ dla } t \in [t_1, t_2] \quad p_{PC}^{(i)}(t) \neq p_{PC}^{(i+1)}(t) \quad i=1, 2, \dots, n,$$

$$p_{PC}^{(1)}(t) \neq p_{RV}(t), \quad p_{LV}(t) \neq p_{LA}(t),$$

oraz funkcje $p_{PC}^{(i)}(t), p_{RA}(t)$ nie są stałe na całym odcinku obserwacji $t \in [\tau_0, \tau_0 + T]$. W warunkach opisanego zadania wymagania powyższe są spełnione wówczas gdy czas obserwacji T obejmuje co najmniej jeden cykl pracy serca.

Zatem zadanie optymalizacji (3.2.2.6) ma jednoznaczne rozwiązanie. Spełnia ono następujący układ równań:

$$\underset{\xi_{PC}}{\text{grad}} Q_{PC}(\bar{\xi}_{PC}^*) = (A_{PC} + A_{PC}^T) \bar{\xi}_{PC}^* - 2\bar{b}_{PC} = \bar{0}. \quad (3.2.2.7)$$

Rozwiązując układ równań (3.2.2.7) otrzymamy algorytm wyznaczania parametrów układu równań różniczkowych (3.2.1.1)-(3.2.1.5) modelujących hemodynamikę krążenia płucnego. Algorytm ten ma postać:

$$\bar{\xi}_{PC}^* = 2(A_{PC} + A_{PC}^T)^{-1} \bar{b}_{PC}. \quad (3.2.2.8)$$

Ponieważ macierz A_{PC} jest symetryczna (tzn. $A_{PC} = A_{PC}^T$) algorytm (3.2.2.8) przyjmie postać:

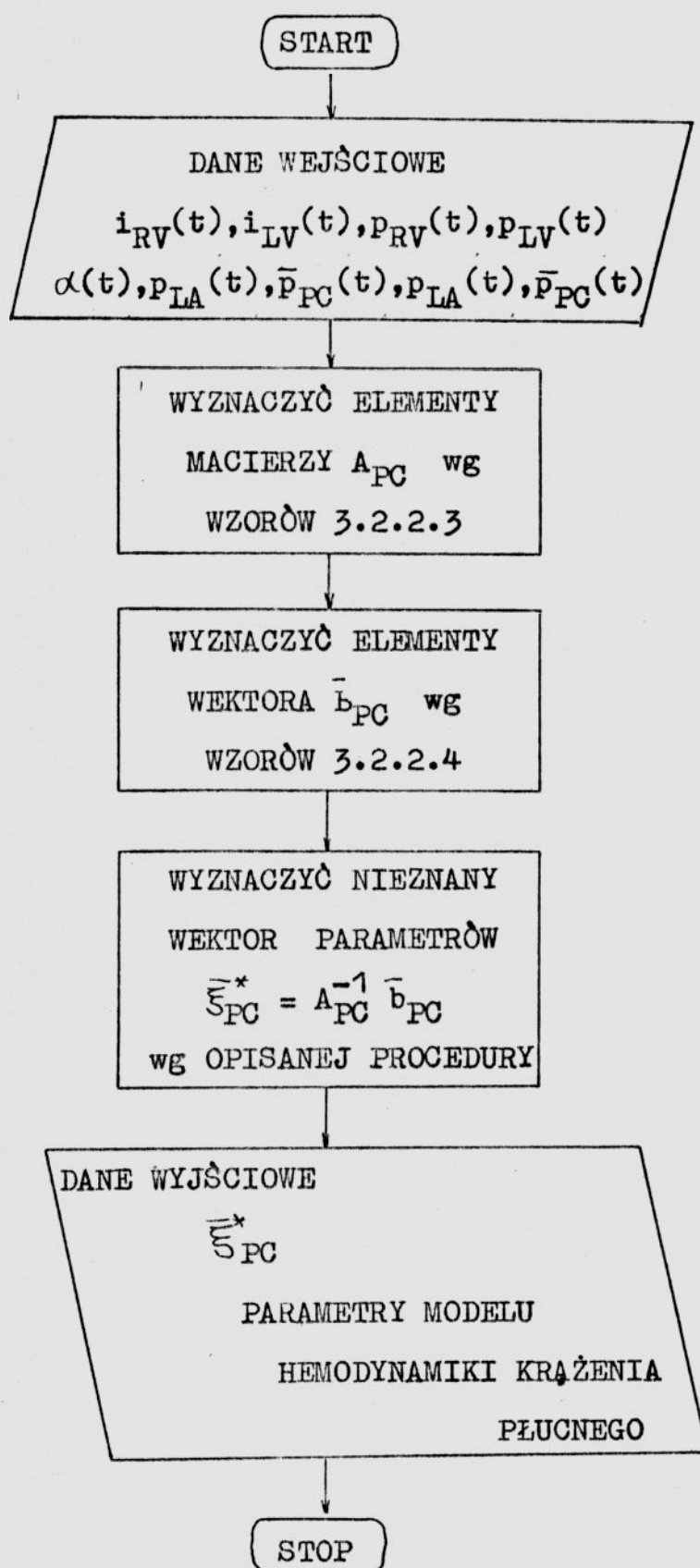
$$\bar{\xi}_{PC}^* = A_{PC}^{-1} \bar{b}_{PC}. \quad (3.2.2.7)$$

Jest to poszukiwany algorytm identyfikacji.

Schemat blokowy algorytmu identyfikacji przedstawiono na rysunku 3.2.2.1.

W obliczeniach numerycznych dla wyznaczenia rozwiązania równania (3.2.2.7) zastosowano metodę eliminacji Gaussa. Algorytm tej metody w zastosowaniu do powyższego algorytmu przedstawiono w rozdziale 3.5.1.

Zauważmy, że ostatnią składową możemy wyznaczyć bezpośrednio ze wzoru:



Rys.3.2.2.1. Schemat blokowy algorytmu identyfikacji parametrów modelu hemodynamiki krążenia płucnego.

$$K_{LA} = \xi_{PC}^{(2n+4)} = \frac{b_{PK}}{d_{PC}^{(n+2)}}$$

Natomiast dla poprzednich $(2n+3)$ składowych stosujemy wspomniany algorytm.

We wzorach określających elementy macierzy A_{PC} oraz wektora $\bar{b}_{PC}$ oprócz sygnałów $\bar{x}_{PC}(t), \bar{y}_{PC}(t)$ występują pochodne sygnałów $\bar{y}_{PC}(t)$. Dla wyznaczenia pochodnych wektora sygnałów $\bar{y}_{PC}(t)$ oraz obliczenia całek występujących we wzorach na elementy macierzy A_{PC} i wektora $\bar{b}_{PC}$ zastosowano funkcje splajnowe. Opis zastosowanej metody przedstawiono w rozdziale (3.4). Dla opisanego algorytmu identyfikacji przygotowano program o nazwie JSØ2 na m.c. w języku FORTRAN. Tabulogram programu oraz jego opis zamieszczono w pracy [71], która stanowi dokumentację programową opracowanych algorytmów identyfikacji.

3.3. Identyfikacja hemodynamiki krążenia wielkiego

Rozdział 2.3 zawiera opis modelu hemodynamiki krążenia wielkiego w postaci układu równań różniczkowych (2.3.1)–(2.3.4). W równaniach tych występują nieznane parametry $K_{LV}, K_{SCj}^{(i)}, c_{SCj}^{(i)}$, $i = 1, 2, \dots, n_j$, $j = 1, 2, \dots, r$, K_{RA}, c_{RA}, μ_{RA} , które charakteryzują podsystem krążenia wielkiego. W celu wyznaczenia wymienionych parametrów należy dokonać pomiaru wielkości ciśnień występujących w modelu tego obwodu tzn.: $P_{RV}(t)$, $P_{LV}(t)$, $P_{RA}(t)$, $\bar{P}_{SC}(t)$ i aktywności mięśnia sercowego dla $t \in [\tau_0, \tau_0 + T]$.

Podobnie, jak w przypadku wyznaczania parametrów krążenia płucnego aby postawione zadanie identyfikacji posiadało jednoznaczne rozwiązanie należy wykonać dodatkowe pomiary.

W pracy tej rozpatrzono następujące możliwości:

- 1^o dokonano pomiaru strumienia krwi wypływającej z lewej komory $i_{LV}(t)$ oraz strumieni krwi wpływającej do wyodrębnionych gałęzi obwodu krążenia wielkiego $i_{LSCj}(t)$, $j = 1, 2, \dots, r$ jak również strumień krwi wypływającej z gałęzi obwodu krążenia wielkiego $i_{RSCj}(t)$, $j = 1, 2, \dots, r$ oraz strumień krwi wypływającej z prawego przedsionka do prawej komory serca - $i_{RA}(t)$.
- 2^o dokonano pomiaru strumieni krwi wypływającej z lewej komory $i_{RV}(t)$ oraz strumienia krwi wypływającej z prawego przedsionka do prawej komory serca $i_{RA}(t)$.

Aby uwzględnić wszystkie nieznane wielkości strumieni model opisany w rozdziale 2.3 należy uzupełnić następującymi równaniami:
dla pierwszej z wyżej opisanych sytuacji pomiarowej

$$-\tilde{i}_{LV}(t) = K_{LV}(\tilde{p}_{SC}^{(1)}(t) - \tilde{p}_{LV}(t)) H(\tilde{p}_{RV}(t) - \tilde{p}_{SC}^{(1)}(t)) \quad (3.3.1)$$

$$-c_{SC}^{(1)} \tilde{p}_{SC}^{(1)}(t) = \sum_{j=1}^r \tilde{i}_{LSCj}(t) - \tilde{i}_{LV}(t) \quad (3.3.2)$$

$$-\tilde{i}_{LSCj}(t) = K_{SCj}^{(1)}(\tilde{p}_{SCj}^{(2)}(t) - \tilde{p}_{SC}^{(1)}(t)) \quad j = 1, 2, \dots, r \quad (3.3.3)$$

$$-\tilde{i}_{RSCj}(t) = K_{SCj}^{(n_j)}(\tilde{p}_{RA}(t) - \tilde{p}_{SCj}^{(n_j)}(t)) \quad j = 1, 2, \dots, r \quad (3.3.4)$$

$$-c_{RA} \tilde{p}_{RA}(t) = \tilde{i}_{RA}(t) - \sum_{j=1}^r \tilde{i}_{RSCj}(t) - \mu_{RA} \tilde{\alpha}(t) \quad (3.3.5)$$

$$-\tilde{i}_{RA}(t) = K_{RA}(\tilde{p}_{RV}(t) - \tilde{p}_{RA}(t)) H(\tilde{p}_{RA}(t) - \tilde{p}_{RV}(t)), \tilde{p}_{SC}^{(1)}(t) = \tilde{p}_{SCj}^{(1)}(t),$$

$$j = 1, 2, \dots, r \quad (3.3.6)$$

$\tilde{i}_{LV}(t)$ - strumień krwi z lewej komory do aorty

$\tilde{i}_{LSCj}(t)$ - strumień krwi z aorty do j-tej gałęzi obwodu

$\tilde{i}_{RSCj}(t)$ - strumień krwi z j-tej gałęzi obwodu do prawego przedsionka

$\tilde{i}_{RA}(t)$ - strumień krwi z prawego przedsionka do komory,

a dla drugiej sytuacji pomiarowej mamy:

$$-\tilde{i}_{LV}(t) = K_{LV}(\tilde{p}_{SC}^{(1)}(t) - \tilde{p}_{LV}(t)) H(\tilde{p}_{RV}(t) - \tilde{p}_{SC}^{(1)}(t)) \quad (3.3.7)$$

$$-\dot{c}_{SC}^{(1)} \tilde{p}_{SC}^{(1)}(t) = \sum_{j=1}^r K_{SCj}^{(1)}(\tilde{p}_{SCj}^{(2)}(t) - \tilde{p}_{SCj}^{(1)}(t)) - \tilde{i}_{LV}(t) \quad (3.3.8)$$

$$-\dot{c}_{RA} \tilde{p}_{RA}(t) = \tilde{i}_{RA}(t) - \sum_{j=1}^r K_{SCj}^{(n_j)}(\tilde{p}_{RA}(t) - \tilde{p}_{SCj}^{(n_j)}(t)) - \mu_{RA} \tilde{A}(t) \quad (3.3.9)$$

$$-\tilde{i}_{RA}(t) = K_{RA}(\tilde{p}_{RV}(t) - \tilde{p}_{RA}(t)) H(\tilde{p}_{RA}(t) - \tilde{p}_{RV}(t)),$$

$$\tilde{p}_{SC}^{(1)}(t) = \tilde{p}_{SCj}^{(1)}(t), \quad j = 1, 2, \dots, r \quad (3.3.10)$$

Oznaczenia w równaniach (3.3.1)-(3.3.10) jak w równaniach opisanych w rozdziale 2.3.

Opisane powyżej możliwości dokonania pomiarów prowadzą do dwóch różnych zadań identyfikacji: zadania te opisano w następnych rozdziałach.

3.3.1. Opis I zadania identyfikacji hemodynamiki krążenia wielkiego

Przepiszmy równania modelu hemodynamiki krążenia wielkiego opisane w rozdziale 2.3.2 z uwzględnieniem pierwszej sytuacji pomiarowej (z równaniami (3.3.1)-(3.3.6)). Otrzymamy następujący układ równań różniczkowych

$$-\tilde{i}_{LV}(t) = K_{LV}(\tilde{p}_{SC}^{(1)}(t) - \tilde{p}_{LV}(t)) H(\tilde{p}_{LV}(t) - \tilde{p}_{SC}^{(1)}(t)) \quad (3.3.1.1)$$

$$-c_{SC}^{(1)} \tilde{p}_{SC}^{(1)}(t) = \sum_{j=1}^r \tilde{i}_{LSCj}(t) - \tilde{i}_{LV}(t) \quad (3.3.1.2)$$

$$-\tilde{i}_{LSCj}(t) = K_{SCj}^{(1)}(\tilde{p}_{SCj}^{(2)}(t) - \tilde{p}_{SC}^{(1)}(t)) \quad (3.3.1.3)$$

$$\left. \begin{aligned} -c_{SCj}^{(i)} \tilde{p}_{SCj}^{(i)}(t) &= K_{SCj}^{(i)}(\tilde{p}_{SCj}^{(i+1)}(t) - \tilde{p}_{SCj}^{(i)}(t)) - \\ &\quad - K_{SCj}^{(i-1)}(\tilde{p}_{SCj}^{(i)}(t) - \tilde{p}_{SCj}^{(i-1)}(t)) \end{aligned} \right\} j=1, 2, \dots, r \quad (3.3.1.4)$$

$$-\tilde{i}_{RSCj} = K_{SCj}^{(n_j)}(\tilde{p}_{RA}(t) - \tilde{p}_{SCj}^{(n_j)}(t)) \quad (3.3.1.5)$$

$$-c_{RA} \tilde{p}_{RA}(t) = \tilde{i}_{RA}(t) - \sum_{j=1}^r \tilde{i}_{RSCj}(t) - \mu_{RA} \tilde{\alpha}(t) \quad (3.3.1.6)$$

$$-\tilde{i}_{RA}(t) = K_{RA}(\tilde{p}_{RV}(t) - \tilde{p}_{RA}(t)) H(\tilde{p}_{RA}(t) - \tilde{p}_{RV}(t)) \quad (3.3.1.7)$$

$$\tilde{p}_{SC}^{(1)} \triangleq \tilde{p}_{SCj}^{(1)}, j = 1, 2, \dots, r$$

Z systemowego punktu widzenia układ równań (3.3.1.1)–(3.3.1.7) modeluje wielowymiarowy obiekt dynamiczny, w którym wejściami są $\tilde{i}_{LV}(t)$, $\tilde{i}_{RV}(t)$, $\tilde{p}_{RV}(t)$, $\tilde{p}_{LV}(t)$ oraz $\tilde{\alpha}(t)$, a wyjściami sygnały: $\tilde{p}_{RA}$ i $\tilde{p}_{SCj}$, $j = 1, 2, \dots, r$. Sygnały $\tilde{i}_{ISCj}(t)$ oraz $\tilde{i}_{RSCj}(t)$ $j = 1, 2, \dots, r$ są pomiarami wewnątrz systemu.

Wprowadźmy oznaczenia:

$$\tilde{x}_{SC}(t) \triangleq [\tilde{i}_{LV}(t), \tilde{i}_{RV}(t), \tilde{p}_{RV}(t), \tilde{p}_{LV}(t), \tilde{\alpha}(t)]^T$$

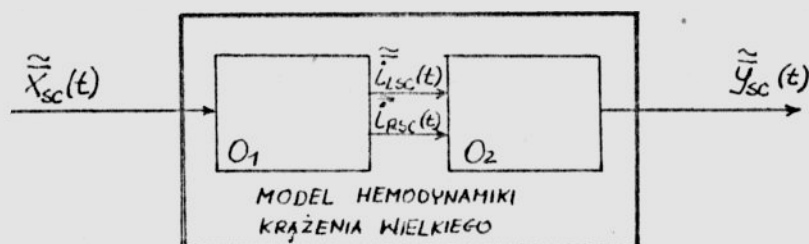
$$\tilde{i}_{ISC}(t) \triangleq [\tilde{i}_{ISC1}(t), \tilde{i}_{ISC2}(t), \dots, \tilde{i}_{ISCr}(t)]^T$$

$$\tilde{i}_{RSC}(t) \triangleq [\tilde{i}_{RSC1}(t), \tilde{i}_{RSC2}(t), \dots, \tilde{i}_{RSCr}(t)]^T$$

$$\tilde{y}_{SC} \triangleq \begin{bmatrix} \tilde{p}_{RA}(t) \\ \tilde{p}_{SC1}(t) \\ \tilde{p}_{SC2}(t) \\ \vdots \\ \tilde{p}_{SCr}(t) \end{bmatrix}$$

$$\tilde{S}_{SC} \triangleq [K_{LV}, c_{SC}^{(1)}, \tilde{\xi}_{SC1}^T, \tilde{\xi}_{SC2}^T, \dots, \tilde{\xi}_{SCr}^T, c_{RA}, u_{RA}, K_{RA}]^T$$

gdzie: $\tilde{S}_{SCj} \triangleq [K_{SCj}^{(1)}, c_{SCj}^{(2)}, K_{SCj}^{(2)}, c_{SCj}^{(3)}, K_{SCj}^{(3)}, \dots, c_{SCj}^{(n_j)}, K_{SCj}^{(n_j)}]^T$
 $j = 1, 2, \dots, r$



Rys.3.3.1.1. Schemat blokowy modelu obiektu identyfikacji.

Zadanie identyfikacji, ze względu na pomiar sygnałów wewnątrz systemu $\bar{i}_{LSC}(t), \bar{i}_{RSC}(t)$, można rozbić na zadania lokalne. Na rysunku 3.3.1.1 przedstawiono schematycznie takie rozbicie. Dokładniej omówione jest ono w rozdziale 3.3.2. Zauważmy tylko, że w skład fragmentu modelu oznaczonego przez O_2 wchodzi poszczególne gałęzie obwodu krążenia wielkiego, dla których sygnałami wejściowymi są strumienie krwi wchodzącej i wychodzącej z każdej gałęzi a wyjściami wektory ciśnień w każdej z gałęzi. Pozostałą część modelu opisał przez O_1 . Zadanie identyfikacji polega na optymalnym wyznaczaniu wektora $\bar{\xi}_{SC}$ nieznanych parametrów modelu na podstawie pomiarów $\bar{x}_{SC}(t)$, $\bar{y}_{SC}(t)$ oraz $\bar{i}_{LSC}(t)$, $\bar{i}_{RSC}(t)$ (patrz uwaga w rozdziale 1.4) dla $t \in [\tau_0, \tau_0 + T]$, gdzie τ_0 - początkowa chwila obserwacji, T - czas obserwacji. Wektor $\bar{\xi}_{SC}$ nieznanych parametrów modelu hemodynamiki krążenia wielkiego wyznaczmy minimalizując następujące kryterium jakości identyfikacji:

$$Q_{SC}(\bar{\xi}_{SC}) \triangleq Q_{KLV}(K_{LV}) + Q_{CSC}(c_{SC}^{(1)}) + \sum_{j=1}^r Q_{SCj}(\bar{\xi}_{SCj}) + \\ + Q_{CRA}(c_{RA}, \mu_{RA}) + Q_{KRA}(K_{RA}), \quad (3.3.1.8)$$

gdzie:

$$Q_{KLV}(K_{LV}) \triangleq w_{KLV} \int_{\tau_0}^{\tau_0+T} \left[i_{LV}(t) + K_{LV}(p_{SC}^{(1)}(t) - p_{LV}(t)) H(p_{RV}(t) - p_{SC}^{(1)}(t)) \right]^2 dt \quad (3.3.1.9)$$

$$Q_{CSC}(c_{SC}^{(1)}) \triangleq w_{CSC} \int_{\tau_0}^{\tau_0+T} \left[c_{SC}^{(1)} \cdot p_{SC}^{(1)}(t) + \sum_{j=1}^r i_{LSCj}(t) - i_{LV}(t) \right]^2 dt \quad (3.3.1.10)$$

$$\begin{aligned}
Q_{SCj}(\bar{\xi}_{SCj}) \triangleq & \omega_{SCj}^{(1)} \int_{\tau_0}^{\tau_0+T} \left[i_{LSCj}(t) + K_{SCj}^{(1)}(p_{SCj}^{(2)}(t) - p_{SCj}^{(1)}(t)) \right]^2 dt + \\
& + \omega_{SCj}^{(i)} \sum_{i=1}^{n_j} \int_{\tau_0}^{\tau_0+T} \left[c_{SCj}^{(i)} \dot{p}_{SCj}^{(i)}(t) + K_{SCj}^{(i)}(p_{SCj}^{(i+1)}(t) - p_{SCj}^{(i)}(t)) - \right. \\
& \left. - K_{SCj}^{(i-1)}(p_{SCj}^{(i)} - p_{SCj}^{(i-1)}(t)) \right]^2 dt + \\
& + \omega_{SCj}^{n_j+1} \int_{\tau_0}^{\tau_0+T} \left[i_{RSCj}(t) + K_{SCj}^{(n_j)}(p_{RA}(t) - p_{SCj}^{(n_j)}(t)) \right]^2 dt
\end{aligned}$$

$$j = 1, 2, \dots, r$$

(3.3.1.11)

$$\begin{aligned}
Q_{CRA}(c_{RA}, u_{RA}) \triangleq & \omega_{CRA} \int_{\tau_0}^{\tau_0+T} \left[c_{RA} \dot{p}_{RA}(t) + i_{RA}(t) - \sum_{j=1}^r i_{RSCj}(t) - \right. \\
& \left. - u_{RA} \alpha(t) \right]^2 dt
\end{aligned}$$

(3.3.1.12)

$$\begin{aligned}
Q_{KRA}(K_{RA}) \triangleq & \omega_{KRA} \int_{\tau_0}^{\tau_0+T} \left[K_{RA}(p_{RV}(t) - p_{RA}(t)) H(p_{RA}(t) - p_{RV}(t)) + \right. \\
& \left. + i_{RA}(t) \right]^2 dt
\end{aligned}$$

(3.3.1.13)

gdzie $\bar{w}_{SC}$ - wektor współczynników wagowych

$$\bar{w}_{SC} \triangleq [\omega_{KLV}, \omega_{CSC}, \bar{w}_{SC1}^T, \bar{w}_{SC2}^T, \dots, \bar{w}_{SCr}^T, \omega_{CRA}, \omega_{KRA}]^T$$

$$\bar{w}_{SCj} = [w_{SCj}^{(1)}, w_{SCj}^{(2)}, \dots, w_{SCj}^{(n_j+1)}]^T \quad j = 1, 2, \dots, r.$$

(patrz uwaga w rozdziale 3.2.1 dotyczące współczynników $\bar{w}_{PC}$).

Kryteria (3.3.1.9)-(3.3.1.13) oceniają lokalne fragmenty modelu hemodynamiki krążenia wielkiego, natomiast kryterium (3.3.1.8) ocenia globalnie jakość modelu.

Optymalny algorytm wyznaczania parametrów modelu hemodynamiki krążenia wielkiego $\bar{\xi}_{SC}$ otrzymamy rozwiązując następujące zadanie optymalizacji:

znaleźć takie $\bar{\xi}_{SC}^*$, że $Q_{SC}(\bar{\xi}_{SC}^*) = \min_{\bar{\xi}_{SC}} Q_{SC}(\bar{\xi}_{SC})$.

Rozwiązując zadanie (3.3.1.14) otrzymujemy:

$$\bar{\xi}_{SC}^* = \psi_{SC}^*(\bar{x}_{SC}(t), \bar{y}_{SC}(t), \bar{i}_{LSC}(t), \bar{i}_{RSC}(t)) \quad (3.3.1.15)$$

gdzie ψ_{SC}^* - optymalny algorytm identyfikacji

$\bar{\xi}_{SC}^*$ - optymalny wektor parametrów modelu hemodynamiki krążenia wielkiego.

Otrzymany wektor $\bar{\xi}_{SC}^*$ jest optymalny w sensie przyjętego kryterium (3.1.1.8) oraz dla danych pomiarów $\bar{x}_{SC}(t)$, $\bar{y}_{SC}(t)$, $\bar{i}_{LSC}(t)$, $\bar{i}_{RSC}(t)$ w czasie $t \in [\tau_0, \tau_0 + T]$.

Problem wyznaczania algorytmu identyfikacji dla tego zadania omówiono w rozdziale 3.3.2.

3.3.2. Algorytm I wyznaczania parametrów modelu hemodynamiki krążenia

Globalne kryterium jakości identyfikacji modelu hemodynamiki krążenia wielkiego opisane w rozdziale 3.3.1^{OKREŚLONE} przez równość (3.3.1.8) jest sumą lokalnych kryteriów określonych zależnościami (3.3.1.9) - (3.3.1.14). Parametry występujące w każdym z kryteriów lokalnych są rozdzielane. Dlatego też zadanie optymalizacji (3.3.1.14) sprowadza się do minimalizacji każdego ze składników sumy w kryterium (3.3.1.8) z osobna.

$$\min_{\bar{\xi}_{SC}} Q(\bar{\xi}_{SC}) = \min_{K_{LV}} Q_{KLV}(K_{LV}) + \min_{c_{SC}^{(1)}} Q(c_{SC}^{(1)}) + \sum_{j=1}^r \min_{SCj} Q_{SCj}(\bar{\xi}_{SCj}) + \\ + \min_{c_{RA}, u_{RA}} Q_{CRA}(c_{RA}, u_{RA}) + \min_{K_{RA}} Q_{KRA}(K_{RA}).$$

Rozwiązanie globalnego zadania identyfikacji sprowadza się do rozwiązania szeregu lokalnych zadań identyfikacji.

Dokonując prostych przekształceń algebraicznych dla kryterium opisanego równością (3.3.1.9) otrzymujemy:

$$Q_{KLV}(K_{LV}) = \omega_{KLV} \left[K_{LV}^2 \langle \varphi_{LV}(t), \varphi_{LV}(t) \rangle + 2K_{LV} \langle \varphi_{LV}(t), i_{LV}(t) \rangle + \right. \\ \left. + \langle i_{LV}(t), i_{LV}(t) \rangle \right] \quad (3.3.2.1)$$

$$\text{gdzie: } \varphi_{LV}(t) \triangleq (p_{SC}^{(1)}(t) - p_{LV}(t)) H(p_{RV}(t) - p_{SC}^{(1)}(t)).$$

Rozwiązanie zadania optymalizacji;

$$\text{znaleźć takie } K_{LV}^* \text{ ze } Q_{KLV}(K_{LV}^*) = \min_{K_{LV}} Q_{KLV}(K_{LV}), \text{ ma postać:} \quad (3.3.2.1)$$

$$K_{LV}^* = - \frac{\langle \varphi_{LV}(t), i_{LV}(t) \rangle}{\langle \varphi_{LV}(t), \varphi_{LV}(t) \rangle} . \quad (3.3.2.3)$$

Dla kryterium (3.3.1.10) otrzymujemy:

$$Q_{CSC}(c_{SC}^{(1)}) = w_{CSC} \left[(c_{SC}^{(1)})^2 \langle \dot{p}_{SC}^{(1)}(t), \dot{p}_{SC}^{(1)}(t) \rangle + 2c_{SC}^{(1)} \langle \varphi_L(t), \dot{p}_{SC}^{(1)}(t) \rangle + \right. \\ \left. + \langle \varphi_L(t), \varphi_L(t) \rangle \right] \quad (3.3.2.4)$$

$$\text{gdzie: } \varphi_L(t) \triangleq i_{LV}(t) - \sum_{j=1}^r i_{LSCj}(t)$$

Rozwiązaniem zadania optymalizacji:

$$\text{znaleźć } c_{SC}^{(1)*} \text{ takie, że } Q_{CSC}(c_{SC}^{(1)*}) = \min_{c_{SC}^{(1)}} Q(c_{SC}^{(1)}), \text{ jest} \quad (3.3.2.5)$$

$$c_{SC}^{(1)*} = - \frac{\langle \varphi_L(t), \dot{p}_{SC}(t) \rangle}{\langle \varphi_L(t), \varphi_L(t) \rangle} \quad (3.3.2.6)$$

Dla kryterium (3.3.1.12) otrzymujemy:

$$Q(c_{RA}, \mu_{RA}) = w_{CRA} \left[c_{RA}^2 \langle \dot{p}_{RA}(t), \dot{p}_{RA}(t) \rangle + \mu_{RA}^2 \langle \alpha(t), \alpha(t) \rangle + \right. \\ \left. + \langle \varphi_R(t), \varphi_R(t) \rangle - 2c_{RA}\mu_{RA} \langle \dot{p}_{RA}(t), \alpha(t) \rangle + 2c_{RA} \langle \dot{p}_{RA}(t), \varphi_R(t) \rangle + \right. \\ \left. + 2\mu_{RA} \langle \alpha(t), \varphi_R(t) \rangle \right] \quad (3.3.2.7)$$

$$\text{gdzie: } \varphi_R(t) \triangleq \sum_{j=1}^r i_{RSCj}(t) - i_{RA}(t).$$

Rozwiązanie zadania optymalizacji:

$$\text{znaleźć takie } c_{RA}^*, \mu_{RA}^*, \text{ że } Q_{CRA}(c_{RA}^*, \mu_{RA}^*) = \min_{c_{RA}, \mu_{RA}} Q(c_{RA}, \mu_{RA}), \quad (3.3.2.8)$$

spełnia następujący układ równań:

$$c_{RA}^* \langle \dot{p}_{RA}(t), \dot{p}_{RA}(t) \rangle - \mu_{RA}^* \langle \dot{p}_{RA}(t), \alpha(t) \rangle = - \langle \dot{p}_{RA}(t), \varphi_R(t) \rangle \quad (3.3.2.9)$$

$$-c_{RA}^* \langle \alpha(t), \dot{p}_{RA}(t) \rangle + \mu_{RA}^* \langle \alpha(t), \alpha(t) \rangle = - \langle \alpha(t), \varphi_R(t) \rangle .$$

zatem:

$$c_{RA}^* = \frac{- \langle \dot{p}_{RA}(t), \varphi_R(t) \rangle \langle \alpha(t), \alpha(t) \rangle - \langle \alpha(t), \varphi_R(t) \rangle \langle \dot{p}_{RA}(t), \alpha(t) \rangle}{\langle \dot{p}_{RA}(t), \dot{p}_{RA}(t) \rangle \langle \alpha(t), \alpha(t) \rangle - (\langle \alpha(t), \dot{p}_{RA}(t) \rangle)^2} \quad (3.3.2.10)$$

$$\mu_{RA}^* = \frac{- \langle \dot{p}_{RA}(t), \dot{p}_{RA}(t) \rangle \langle \alpha(t), \varphi_R(t) \rangle - \langle \alpha(t), \dot{p}_{RA}(t) \rangle \langle \dot{p}_{RA}(t), \varphi_R(t) \rangle}{\langle \dot{p}_{RA}(t), \dot{p}_{RA}(t) \rangle \langle \alpha(t), \alpha(t) \rangle - (\langle \alpha(t), \dot{p}_{RA}(t) \rangle)^2} \quad (3.3.2.11)$$

Dla kryterium (3.3.1.13) otrzymujemy:

$$Q_{KRA}(K_{RA}) = w_{KRA} \left[K_{RA}^2 \langle \varphi_{RA}(t), \varphi_{RA}(t) \rangle + 2K_{RA} \langle \varphi_{RA}(t), i_{RA}(t) \rangle + \right. \\ \left. + \langle i_{RA}(t), i_{RA}(t) \rangle \right] \quad (3.3.2.12)$$

gdzie: $\varphi_{RA} \triangleq (p_{RV}(t) - p_{RA}(t)) H(p_{RA}(t) - p_{RV}(t))$

Rozwiązaniem zadania optymalizacji:

$$\text{znaleźć takie } K_{RA}^*, \text{ że } Q_{KRA}(K_{RA}^*) = \min_{K_{RA}} Q_{KRA}(K_{RA}), \text{ jest} \quad (3.3.2.13)$$

$$K_{RA}^* = - \frac{\langle \varphi_{RA}(t), i_{RA}(t) \rangle}{\langle \varphi_{RA}(t), \varphi_{RA}(t) \rangle}$$

Dokonując prostych przekształceń w kryterium opisanym równaniem (3.3.1.11) otrzymujemy:

$$\begin{aligned}
Q_{SCj}(\bar{\xi}_{SCj}) = & \omega_{SCj}^{(1)} \left[(K_{SCj}^{(1)})^2 \langle \varphi_{SCj}^{(1)}(t), \varphi_{SCj}^{(1)}(t) \rangle + 2K_{SCj}^{(1)} \langle \varphi_{SCj}^{(1)}(t), i_{LSCj}(t) \rangle + \right. \\
& + \langle i_{LSCj}(t), i_{LSCj}(t) \rangle \left. \right] + \sum_{i=2}^{n_j} \omega_{SCj}^{(i)} \left[(c_{SCj}^{(i)})^2 \langle \dot{p}_{SCj}^{(i)}(t), \dot{p}_{SCj}^{(i)}(t) \rangle + \right. \\
& + (K_{SCj}^{(i)})^2 \langle \varphi_{SCj}^{(i)}(t), \varphi_{SCj}^{(i)}(t) \rangle + (K_{SCj}^{(i-1)})^2 \langle \varphi_{SCj}^{(i-1)}(t), \varphi_{SCj}^{(i-1)}(t) \rangle + \\
& + 2c_{SCj}^{(i)} K_{SCj}^{(i)} \langle \dot{p}_{SCj}^{(i)}(t), \varphi_{SCj}^{(i)}(t) \rangle + 2c_{SCj}^{(i)} K_{SCj}^{(i-1)} \langle \dot{p}_{SCj}^{(i)}(t), \varphi_{SCj}^{(i-1)}(t) \rangle - \\
& - 2K_{SCj}^{(i)} K_{SCj}^{(i-1)} \langle \varphi_{SCj}^{(i)}(t), \varphi_{SCj}^{(i-1)}(t) \rangle \left. \right] + \omega_{SCj}^{(n_j-1)} \left[(K_{SCj}^{(n_j)})^2 \langle \varphi_{SCj}^{(n_j)}(t), \varphi_{SCj}^{(n_j)}(t) \rangle + \right. \\
& + 2K_{SCj}^{(n_j)} \langle \varphi_{SCj}^{(n_j)}(t), i_{RSCj}(t) \rangle + \langle i_{RSCj}(t), i_{RSCj}(t) \rangle \left. \right], \quad (3.3.2.14)
\end{aligned}$$

gdzie: $\varphi_{SCj}^{(i)}(t) \triangleq p_{SCj}^{(i+1)}(t) - p_{SCj}^{(i)}(t)$, $i = 1, 2, \dots, n_j$

$$p_{SCj}^{(n_j+1)}(t) = p_{RA}(t)$$

dla $j = 1, 2, \dots, r$.

Wyrażenie (3.3.2.14) możemy zapisać w następującej postaci:

$$Q_{SCj}(\bar{\xi}_{SCj}) = \bar{\xi}_{SCj}^T A_{SCj} \bar{\xi}_{SCj} - 2\bar{\xi}_{SCj}^T \bar{b}_{SCj} + h_{SCj}$$

gdzie A_{SCj} - macierz klatkowa o wymiarze $(2n_j-1) \times (2n_j-1)$

$\bar{b}_{SCj}$ - wektor kolumnowy o wymiarze $(2n_j-1)$

h_{SCj} - wartość wyznaczona wg wzoru (3.3.2.17)

$j = 1, 2, \dots, r$.

Macierz A_{SCj} ma postać:

$$A_{SCj} \cong \begin{bmatrix} a_{SCj}^{(1)} & e_{SCj}^{(1)} & q_{SCj}^{(1)} & & & \\ e_{SCj}^{(1)} & d_{SCj}^{(1)} & f_{SCj}^{(1)} & & & \\ g_{SCj}^{(1)} & f_{SCj}^{(1)} & a_{SCj}^{(2)} & e_{SCj}^{(2)} & g_{SCj}^{(2)} & \\ & & e_{SCj}^{(2)} & d_{SCj}^{(2)} & f_{SCj}^{(2)} & \\ & & g_{SCj}^{(2)} & f_{SCj}^{(2)} & a_{SCj}^{(3)} & \\ & & & & \ddots & \\ & & & & & a_{SCj}^{(n_j-1)} & e_{SCj}^{(n_j-1)} & g_{SCj}^{(n_j-1)} \\ & & & & & e_{SCj}^{(n_j-1)} & d_{SCj}^{(n_j-1)} & f_{SCj}^{(n_j-1)} \\ & & & & & g_{SCj}^{(n_j-1)} & f_{SCj}^{(n_j-1)} & a_{SCj}^{(n_j)} \end{bmatrix}$$

Elementy macierzy A_{SCj} określone są wzorami:

$$a_{SCj}^{(i)} \triangleq (w_{SCj}^{(i)} + w_{SCj}^{(i+1)}) \langle \varphi_{SCj}^{(i)}(t), \varphi_{SCj}^{(i)}(t) \rangle \quad i=1,2,\dots,n_j \quad (3.3.2.15)$$

$$d_{SCj}^{(i)} \triangleq w_{SCj}^{(i+1)} \langle \dot{p}_{SCj}^{(i+1)}(t), \dot{p}_{SCj}^{(i+1)}(t) \rangle \quad i=1,2,\dots,n_j-1$$

$$e_{SCj}^{(i)} \triangleq -w_{SCj}^{(i+1)} \langle \dot{p}_{SCj}^{(i+1)}(t), \varphi_{SCj}^{(i)}(t) \rangle \quad i=1,2,\dots,n_j-1$$

$$f_{SCj}^{(i)} \triangleq +w_{SCj}^{(i+1)} \langle \dot{p}_{SCj}^{(i+1)}(t), \varphi_{SCj}^{(i+1)}(t) \rangle \quad i=1,2,\dots,n_j-1$$

$$g_{SCj}^{(i)} \triangleq -w_{SCj}^{(i+1)} \langle \varphi_{SCj}^{(i+1)}(t), \varphi_{SCj}^{(i)}(t) \rangle \quad i=1,2,\dots,n_j-1$$

Pozostałe elementy macierzy A_{SCj} są równe zeru.

Składowe wektora $\bar{b}_{SCj} \triangleq [b_{SKj}^{(1)}, b_{SCj}^{(1)}, b_{SKj}^{(2)}, b_{SCj}^{(2)}, \dots, b_{SCj}^{(n_j-1)}, b_{SK}^{(n)}]^T$

określone są wzorami:

$$b_{SKj}^{(1)} \triangleq -w_{SCj}^{(1)} \langle \varphi_{SCj}^{(1)}(t), i_{LSCj}(t) \rangle$$

$$b_{SCj}^{(1)} \triangleq 0 \quad i = 1, 2, \dots, n_j - 1$$

$$b_{SKj}^{(i)} \triangleq 0 \quad i = 2, 3, \dots, n_j - 1$$

$$b_{SKj}^{n_j} \triangleq -w_{SCj}^{(n_j+1)} \langle \varphi_{SCj}^{n_j}(t), i_{RSCj}(t) \rangle$$

Wartość h_{SCj} wyznaczamy wg wzoru:

$$h_{SCj} \triangleq w_{SCj}^{(1)} \langle i_{LSCj}(t), i_{LSCj}(t) \rangle + w_{SCj}^{(n_j)} \langle i_{RSCj}(t), i_{RSCj}(t) \rangle \quad (3.3.2.17)$$

Dla przyjętych oznaczeń zadanie minimalizacji kryterium jakości identyfikacji (3.3.1.11) względem wektora parametrów $\bar{\xi}_{SCj}$, przejmie postać:

$$\text{znaleźć także } \bar{\xi}_{SCj}^*, \text{ że } Q_{SCj}(\bar{\xi}_{SCj}^*) = \min_{\bar{\xi}_{SCj}} (\bar{\xi}_{SCj}^T A_{SCj} \bar{\xi}_{SCj} - 2 \bar{\xi}_{SCj}^T \bar{b}_{SCj} + h_{SCj})$$

$$j = 1, 2, \dots, r. \quad (3.2.2.18)$$

Można pokazać, że w warunkach opisanego zadania identyfikacji macierze A_{SCj} są dodatnio określone (patrz uwaga przy rozwiązaniu zadania optymalizacji (3.2.2.6) i (3.3.4.6)).

Zatem zadanie optymalizacji (3.3.2.18) ma jednoznaczne rozwiązanie.

Rozwiązania te spełniają następujące układy równań:

$$\text{grad}_{\bar{\xi}_{SCj}} Q_{SCj}(\bar{\xi}_{SCj}^*) = (A_{SCj} + A_{SCj}^T) \bar{\xi}_{SCj}^* - 2 \bar{b}_{SCj} = \bar{0}$$

$$j = 1, 2, \dots, r \quad (3.3.2.19)$$

Rozwiązując kolejno układ równań (3.3.2.19) dla $j = 1, 2, \dots, r$ otrzymujemy algorytm wyznaczania parametrów gałęzi obwodu krążenia wielkiego. Algorytm ten ma postać:

$$\bar{\xi}_{SCj}^* = 2(A_{SCj} + A_{SCj}^T)^{-1} \bar{b}_{SCj}, \quad j = 1, 2, \dots, r \quad (3.3.2.20)$$

Ponieważ macierz A_{SCj} jest symetryczna (tzn. $A_{SCj} = A_{SCj}^T$), algorytm identyfikacji (3.3.2.20) przyjmuje postać:

$$\bar{\xi}_{SCj}^* = A_{SCj}^{-1} \bar{b}_{SCj}. \quad (3.3.2.21)$$

Otrzymany wynik jest poszukiwanym algorytmem identyfikacji.

W obliczeniach numerycznych dla wyznaczenia rozwiązania równania (3.3.2.19) zastosowano metodę eliminacji Gaussa. Rozwiązanie $\bar{\xi}_{SCj}$ otrzymujemy dokonując przekształceń elementów macierzy A_{SCj} i wektora $\bar{b}_{SCj}$ wg algorytmu opisanego w rozdziale 3.5.1, podstawiając A_{SCj} w miejsce macierzy A i $\bar{b}_{SCj}$ w miejsce wektora $\bar{b}$.

Zestawiając wymienione rozwiązania lokalnych zadań otrzymujemy rozwiązanie globalnego zadania identyfikacji. I tak algorytm wyznaczania parametrów modelu hemodynamiki krążenia wielkiego opisany jest równaniami: (3.3.2.3), (3.3.2.6), (3.3.2.10), (3.3.2.19) oraz (3.3.2.20). Rozwiązanie zadania minimalizacji kryterium globalnego (3.3.2.8) można zapisać w następującej postaci:

$$\bar{\xi}_{SC}^* = A_{SC}^{-1} \bar{b}_{SC} \quad (3.3.2.22)$$

gdzie: A_{SC} - macierz klatkowa zdefiniowana równością (3.3.2.23)

o wymiarach $s \times s$

$\bar{b}_{SC}$ - wektor kolumnowy o wymiarze s zdefiniowany równością

$$(3.3.2.24)$$

$$s = \sum_{i=1}^r (2n_j - 1) + 5.$$

$$A_{sc} \triangleq \begin{bmatrix} -\langle \varphi_{LV}(t), \varphi_{LV}(t) \rangle & & & & & & \\ & \langle \varphi_L(t), \varphi_L(t) \rangle & & & & & \\ & & A_{sc1} & & & & \\ & & & A_{sc2} & & & \\ & & & & \ddots & & \\ & & & & & A_{scr} & \\ & 0 & & & & & \\ & & & & & & \langle \dot{p}_{RA}(t), \dot{p}_{RA}(t) \rangle & \langle \dot{p}_{RA}(t), \alpha(t) \rangle \\ & & & & & & -\langle \dot{p}_{RA}(t), \alpha(t) \rangle & \langle \alpha(t), \alpha(t) \rangle \\ & & & & & & & \langle \varphi_{RA}(t), \varphi_{RA}(t) \rangle \end{bmatrix}$$

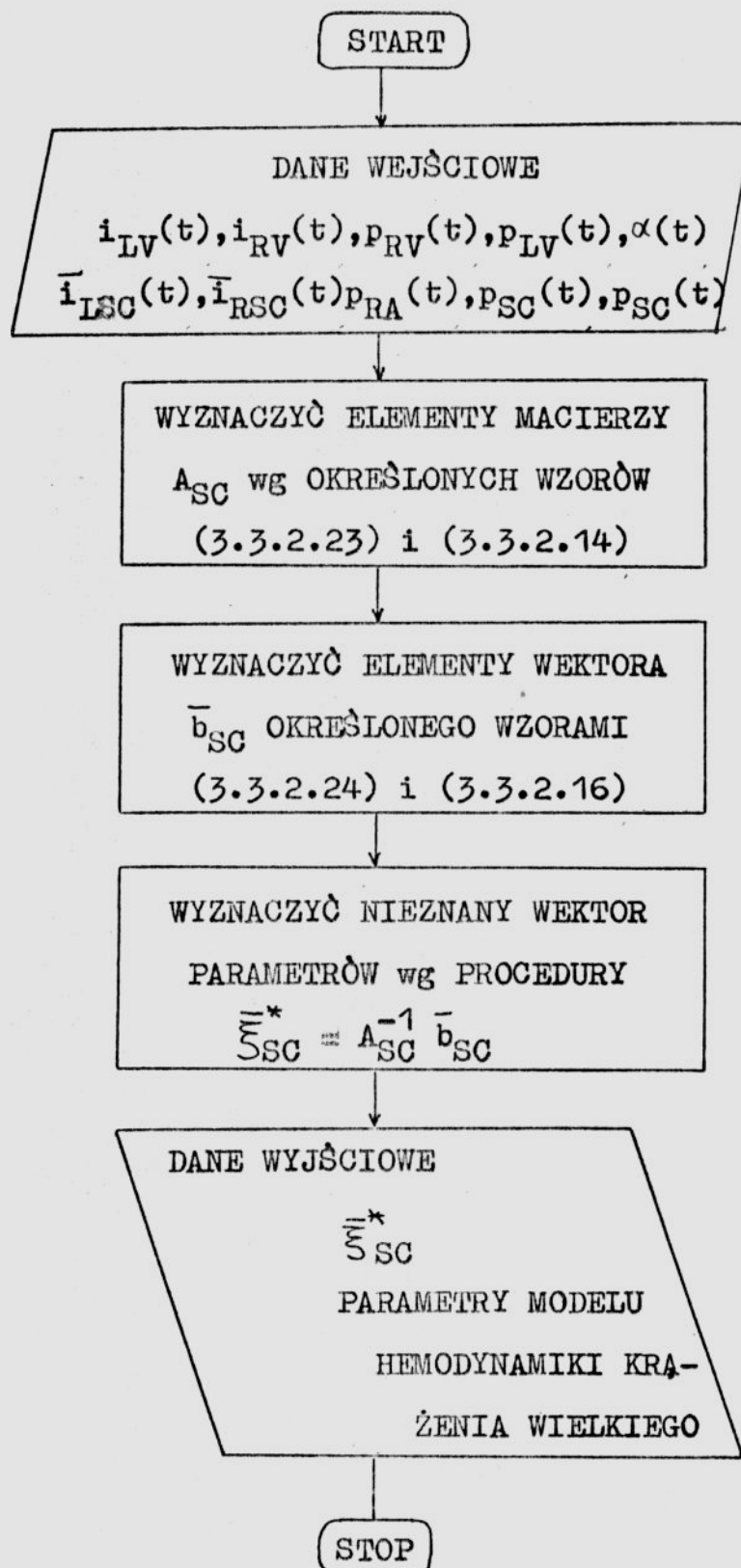
(3.3.2.23)

Macierze A_{SCj} , $j = 1, 2, \dots, r$ opisano wzorem (3.3.2.14).

$$\bar{b}_{SC} \triangleq \begin{bmatrix} -\langle \varphi_{LV}(t), i_{LV}(t) \rangle \\ -\langle \varphi_L(t), p_{SC}^{(1)}(t) \rangle \\ \bar{b}_{SC1} \\ \bar{b}_{SC2} \\ \vdots \\ \bar{b}_{scr} \\ -\langle p_{RA}(t), \varphi_R(t) \rangle \\ -\langle \alpha(t), \varphi_R(t) \rangle \\ -\langle \varphi_{RA}(t), i_{RA}(t) \rangle \end{bmatrix}$$

(3.3.2.24)

Parametry wektorów $\bar{b}_{SCj}$, $j = 1, 2, \dots, r$ określone są wzorami (3.3.2.16).



Rys.3.3.2.1. Schemat blokowy algorytmu identyfikacji parametrów modelu podsystemu krążenia wielkiego.

Dla opisanego algorytmu przygotowano program na maszynę cyfrową o nazwie JSØ3 w języku FORTRAN. Tabulogram oraz jego opis zamieszczono w pracy [71], która stanowi dokumentację programową opracowanych algorytmów identyfikacji.

U w a g a: We wzorach określających elementy macierzy A_{SC} oraz wektora $\bar{b}_{SC}$ występują oprócz $\bar{x}_{SC}(t), \bar{y}_{SC}(t)$ pochodne sygnału $\bar{y}_{SC}(t)$. Dla ich wyznaczenia oraz obliczenia całek występujących we wspomnianych wzorach zastosowano funkcje splajnowe. Opis metody przedstawiono w rozdziale 3.4.

3.3.3. Opis II zadania identyfikacji hemodynamiki krążenia wielkiego

Przepiszmy równania modelu hemodynamiki krążenia wielkiego z uwzględnieniem drugiej z możliwych sytuacji pomiarowych przedstawionych w rozdziale 3.3 (z uwzględnieniem równań (3.3.6)–(3.3.10)), otrzymujemy następujący układ równań:

$$\tilde{i}_{LV}(t) = -K_{LV}(\tilde{p}_{SC}^{(1)}(t) - \tilde{p}_{LV}(t))H(\tilde{p}_{RV}(t) - \tilde{p}_{SC}^{(1)}(t)) \quad (3.3.3.1)$$

$$-c_{SC}^{(1)}\tilde{p}_{SC}^{(1)}(t) = \sum_{j=1}^r K_{SCj}^{(1)}(\tilde{p}_{SCj}^{(2)}(t) - \tilde{p}_{SCj}^{(1)}(t)) - \tilde{i}_{LV}(t) \quad (3.3.3.2)$$

$$-c_{SCj}^{(i)}\tilde{p}_{SCj}^{(i)}(t) = K_{SCj}^{(i)}(\tilde{p}_{SCj}^{(i+1)}(t) - \tilde{p}_{SCj}^{(i)}(t)) - K_{SCj}^{(i-1)}(\tilde{p}_{SCj}^{(i)}(t) - \tilde{p}_{SCj}^{(i-1)}(t)) \quad (3.3.3.3)$$

$$i=2,3,\dots,n_j, \quad j=1,2,\dots,r, \quad \tilde{p}_{SCj}^{(n_j+1)}(t) \triangleq \tilde{p}_{RA}(t)$$

$$-c_{RA}\tilde{p}_{RA}(t) = \tilde{i}_{RA}(t) - \sum_{j=1}^r K_{SCj}^{(n)}(\tilde{p}_{RA}(t) - \tilde{p}_{SCj}^{(n)}(t)) - \mu_{RA}\tilde{\alpha}(t) \quad (3.3.3.4)$$

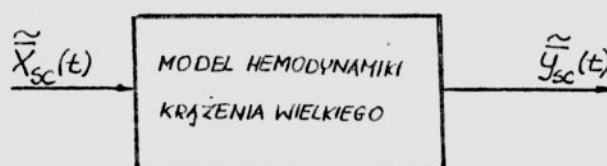
$$\tilde{i}_{RA}(t) = -K_{RA}(\tilde{p}_{RV}(t) - \tilde{p}_{RA}(t))H(\tilde{p}_{RA}(t) - \tilde{p}_{RV}(t)) \quad (3.3.3.5)$$

Układ równań (3.3.3.1)-(3.3.3.5) modeluje wielowymiarowy obiekt dynamiczny, którego sygnałami wejściowymi są: $\tilde{i}_{LV}(t)$, $\tilde{i}_{RV}(t)$, $\tilde{p}_{RV}(t)$, $\tilde{p}_{LV}(t)$, $\tilde{z}(t)$, a wyjściowymi $\tilde{p}_{RA}(t)$ i $\tilde{p}_{SC}(t)$.

Niech:

$\tilde{x}_{SC}(t)$, $\tilde{y}_{SC}(t)$, $\tilde{\xi}_{SC}$ określone jak w rozdziale 3.3.1.

Brak jest teraz pomiarów $\tilde{i}_{LSC}(t)$ oraz $\tilde{i}_{RSC}(t)$. Uniemożliwia to rozwiązanie zadania identyfikacji w podobny sposób jak poprzednio.



Rys.3.3.3.1. Schemat blokowy obiektu identyfikacji.

Zadanie identyfikacji polega na wyznaczeniu nieznanego wektora parametrów $\tilde{\xi}_{SC}$ na podstawie pomiarów sygnałów $\tilde{x}_{SC}(t)$, $\tilde{y}_{SC}(t)$ (patrz uwaga na końcu rozdziału 1.3), dla $t \in [\tau_0, \tau_0 + T]$ gdzie: τ_0 - początkowa chwila, T - czas obserwacji.

Obecna sytuacja pomiarowa umożliwia tylko ocenę globalną modelu.

Wektor nieznanych parametrów wyznaczamy minimalizując następujące kryterium jakości identyfikacji:

$$Q_{GSC}(\tilde{\xi}_{SC}) \triangleq \mu_{KLV} \int_{\tau_0}^{\tau_0+T} \left[K_{LV}(p_{SC}^{(1)}(t) - p_{LV}(t))H(p_{LV}(t) - p_{SC}^{(1)}(t)) + \right. \\ \left. + i_{LV}(t) \right]^2 dt + \mu_{CSC} \int_{\tau_0}^{\tau_0+T} \left[c_{SC}^{(1)} \tilde{p}_{SC}^{(1)}(t) + \sum_{j=1}^r K_{SCj}^{(1)}(p_{SCj}^{(2)}(t) - p_{SCj}^{(1)}(t)) - \right.$$

$$\begin{aligned}
& - i_{LV}(t) \Big]^2 dt + \sum_{j=1}^r \sum_{i=1}^{n_j} w_{SCj}^{(i)} \int_{\tau_0}^{\tau_0+T} \left[(c_{SCj}^{(i)} \dot{p}_{SCj}^{(i)}(t) + K_{SCj}^{(i)} (p_{SCj}^{(i+1)}(t) - \right. \\
& \left. - p_{SCj}^{(i)}(t)) - K_{SCj}^{(i-1)} (p_{SCj}^{(i)}(t) - p_{SCj}^{(i-1)}(t))) \right]^2 dt + w_{CRA} \int_{\tau_0}^{\tau_0+T} \left[c_{RA} \dot{p}_{RA}(t) + \right. \\
& \left. + i_{RA}(t) - \sum_{j=1}^r K_{SCj}^{(n)} (p_{RA}(t) - p_{SCj}^{(n)}(t)) - \mu_{RA} \alpha(t) \right]^2 dt + \\
& + K_{RA} \int_{\tau_0}^{\tau_0+T} \left[i_{RA} + K_{RA} (p_{RV}(t) - p_{RA}(t)) H(p_{RA}(t) - p_{RV}(t)) \right]^2 dt \quad (3.3.3.6)
\end{aligned}$$

gdzie $\bar{w}_{GSC} = [\bar{w}_{KLV}, \bar{w}_{GSC}, \bar{w}_{GSC1}^T, \bar{w}_{GSC2}^T, \dots, \bar{w}_{GSCr}^T, \bar{w}_{CRA}, \bar{w}_{KRA}]^T$,

$$\bar{w}_{GSCj}^T = [w_{SCj}^{(2)}, w_{SCj}^{(3)}, \dots, w_{SCj}^{(n)}], \quad j = 1, 2, \dots, r$$

$\bar{w}_{GSC}$ - wektor współczynników wagowych

(patrz uwaga w rozdziale 3.2.1 odnośnie współczynników wagowych $\bar{w}_{PC}$).

Optymalny algorytm wyznaczania wektora nieznanych parametrów modelu hemodynamiki krążenia wielkiego otrzymamy rozwiązując następujące zadanie optymalizacji:

znaleźć taki wektor $\bar{\xi}_{GSC}^*$, że $Q_{GSC}(\bar{\xi}_{GSC}^*) = \min_{\bar{\xi}_{GSC}} Q_{GSC}(\bar{\xi}_{GSC})$

Rozwiązując zadanie (3.3.3.7) otrzymujemy:

$$\bar{\xi}_{GSC}^* = \psi_{GSC}^*(\bar{x}_{SC}(t), \bar{y}_{SC}(t)) \quad (3.3.3.7)$$

gdzie ψ_{GSC}^* - algorytm identyfikacji

$\bar{\xi}_{GSC}^*$ - optymalny wektor parametrów - rozwiązanie zadania identyfikacji.

Wektor $\bar{\xi}_{GSC}^*$ otrzymany wg algorytmu (3.3.3.7) jest optymalny w sensie przyjętego kryterium (3.3.3.6), dla danych pomiarów wejścia i wyjścia $\bar{x}_{SC}(t), \bar{y}_{SC}(t)$ w czasie $t \in [\tau_0, \tau_0 + T]$.

3.3.4. Algorytm II wyznaczania parametrów modelu hemodynamiki krążenia wielkiego

Po dokonaniu prostych przekształceń algebraicznych w wyrażeniu (3.3.3.6), kryterium jakości identyfikacji przyjmie postać:

$$\begin{aligned}
 Q_{GSC}(\bar{\xi}_{SC}) = & w_{KLV} K_{LV}^2 \langle \varphi_{LV}(t), \varphi_{LV}(t) \rangle + 2w_{KLA} K_{LV} \langle \varphi_{LV}(t), i_{LV}(t) \rangle + \\
 & + w_{KLA} \langle i_{LV}(t), i_{LV}(t) \rangle + w_{CSC} (c_{SC}^{(1)})^2 \langle \dot{p}_{SC}^{(1)}(t), \dot{p}_{SC}^{(1)}(t) \rangle + \\
 & + \sum_{j=1}^r w_{SC} (K_{SCj}^{(1)})^2 \langle \varphi_{SCj}^{(1)}(t), \varphi_{SCj}^{(1)}(t) \rangle + w_{CSC} \langle i_{LV}(t), i_{LV}(t) \rangle + \\
 & + 2w_{CSC} \sum_{j=1}^r K_{SCj}^{(1)} c_{SC}^{(1)} \langle \dot{p}_{SC}^{(1)}(t), \varphi_{SCj}^{(1)}(t) \rangle - 2w_{CSC} c_{SC}^{(1)} \langle \dot{p}_{SC}^{(1)}(t), i_{LV}(t) \rangle - \\
 & - 2w_{CSC} \sum_{j=1}^r K_{SCj}^{(1)} \langle \varphi_{SCj}^{(1)}(t), i_{LV}(t) \rangle + \sum_{j=1}^r \sum_{i=2}^{n_j} w_{SCj}^{(i)} \left[(c_{SCj}^{(i)})^2 \cdot \right. \\
 & \left. \langle \dot{p}_{SCj}^{(i)}(t), \dot{p}_{SCj}^{(i)}(t) \rangle + (K_{SCj}^{(i)})^2 \langle \varphi_{SCj}^{(i)}(t), \varphi_{SCj}^{(i)}(t) \rangle + \right.
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + (K_{SCj}^{(i-1)})^2 \langle \varphi_{SCj}^{(i-1)}(t), \varphi_{SCj}^{(i-1)}(t) \rangle + 2c_{SCj}^{(i)} K_{SCj}^{(i)} \langle \dot{\varphi}_{SCj}^{(i)}(t), \varphi_{SCj}^{(i)}(t) \rangle - \\
& - 2c_{SCj}^{(i)} K_{SCj}^{(i-1)} \langle \dot{\varphi}_{SCj}^{(i)}(t), \varphi_{SCj}^{(i-1)}(t) \rangle - 2K_{SCj}^{(i)} K_{SCj}^{(i-1)} \langle \varphi_{SCj}^{(i)}(t), \varphi_{SCj}^{(i-1)}(t) \rangle + \\
& + 2c_{SCj}^{(i)} K_{SCj}^{(i)} \langle \dot{\varphi}_{SCj}^{(i)}(t), \varphi_{SCj}^{(i)}(t) \rangle - 2c_{SCj}^{(i)} K_{SCj}^{(i-1)} \langle \dot{\varphi}_{SCj}^{(i)}(t), \varphi_{SCj}^{(i-1)}(t) \rangle - \\
& - 2K_{SCj}^{(i)} K_{SCj}^{(i-1)} \langle \varphi_{SCj}^{(i)}(t), \varphi_{SCj}^{(i-1)}(t) \rangle \Big] + \omega_{CRA} c_{RA}^2 \langle \dot{\varphi}_{RA}(t), \dot{\varphi}_{RA}(t) \rangle + \\
& + \omega_{CRA} \langle \dot{\varphi}_{RA}(t), \dot{\varphi}_{RA}(t) \rangle + \omega_{CRA} \sum_{j=1}^r (K_{SCj}^{(n_j)})^2 \langle \varphi_{SCj}^{(n_j)}(t), \varphi_{SCj}^{(n_j)}(t) \rangle + \\
& + \omega_{CRA} \mu_{RA}^2 \langle \alpha(t), \alpha(t) \rangle + 2\omega_{CRA} c_{RA} \langle \dot{\varphi}_{RA}(t), i_{RA}(t) \rangle - \\
& - 2\omega_{CRA} \sum_{j=1}^r K_{SCj}^{(n_j)} c_{RA} \langle \varphi_{SCj}^{(n_j)}(t), \dot{\varphi}_{RA}(t) \rangle + 2\omega_{CRA} c_{RA} \mu_{RA} \langle \dot{\varphi}_{RA}(t), \alpha(t) \rangle - \\
& - 2\omega_{CRA} \sum_{j=1}^r K_{SCj}^{(n_j)} \langle \varphi_{SCj}^{(n_j)}(t), i_{RA}(t) \rangle - 2\mu_{RA} \omega_{CRA} \langle i_{RA}(t), \alpha(t) \rangle + \\
& + 2\omega_{CRA} \sum_{j=1}^r K_{SCj}^{(n_j)} \mu_{RA} \langle \varphi_{SCj}^{(n_j)}(t), \alpha(t) \rangle + \omega_{KRA} K_{RA}^2 \langle \varphi_{RA}(t), \varphi_{RA}(t) \rangle + \\
& + \omega_{KRA} \langle i_{RA}(t), i_{RA}(t) \rangle + 2\omega_{KRA} K_{RA} \langle \varphi_{RA}(t), i_{RA}(t) \rangle, \quad (3.3.4.1)
\end{aligned}$$

gdzie: $\varphi_{LV}(t) \triangleq (p_{SC}^{(1)}(t) - p_{LV}(t)) H(p_{LV}(t) - p_{SC}^{(1)}(t))$

$$\varphi_{SCj}^{(i)} \triangleq (p_{SCj}^{(i+1)}(t) - p_{SCj}^{(i)}(t)) \quad i=1,2,\dots,n_j, \quad j=1,2,\dots,r$$

$$p_{SCj}^{(n_j+1)} \triangleq p_{RA}(t)$$

$$\varphi_{RA}(t) \triangleq (p_{RV}(t) - p_{RA}(t)) H(p_{RA}(t) - p_{RV}(t))$$

Wyrażenie (3.3.4.1) możemy sprowadzić do postaci:

$$Q_{GSC}(\bar{\xi}_{SC}) \triangleq \bar{\xi}_{SC}^T A_{GSC} \bar{\xi}_{SC} - 2 \bar{\xi}_{SC}^T \bar{b}_{GSC} + h_{GSC} \quad (3.3.4.2)$$

gdzie:

A_{GSC} - macierz klatkowa o wymiarach $s \times s$, zdefiniowana równością (3.3.4.3)

$\bar{b}_{GSC}$ - wektor kolumnowy o wymiarze s ; zdefiniowany równością (3.3.4.4)

h_{GSC} - wielkość określona równością (3.3.4.5)

$$s = \sum_{j=1}^r (2n_j - 1) + 5$$

Macierz A_{GSC} ma postać:

$$A_{GSCj} \triangleq \begin{bmatrix} a_{GSCj}^{(1)} & e_{GSCj}^{(1)} & s_{GSCj}^{(1)} & & & \\ e_{GSCj}^{(1)} & d_{GSCj}^{(1)} & f_{GSCj}^{(1)} & & & \\ s_{GSCj}^{(1)} & f_{GSCj}^{(1)} & a_{GSCj}^{(2)} & e_{GSCj}^{(2)} & s_{GSCj}^{(2)} & \\ & & e_{GSCj}^{(2)} & d_{GSCj}^{(2)} & f_{GSCj}^{(2)} & \\ & & s_{GSCj}^{(2)} & f_{GSCj}^{(2)} & a_{GSCj}^{(3)} & \\ & & & & \ddots & \\ & & & & & a_{GSCj}^{(m)} & e_{GSCj}^{(n)} & s_{GSCj}^{(n)} \\ & & & & & e_{GSCj}^{(n)} & d_{GSCj}^{(n)} & f_{GSCj}^{(n)} \\ & & & & & s_{GSCj}^{(n)} & f_{GSCj}^{(n)} & a_{GSCj}^{(n+1)} \end{bmatrix}$$

$$j = 1, 2, \dots, r$$

(3.3.3.4a)

gdzie:

$$a \triangleq \omega_{KLV} \langle \varphi_{LV}(t), \varphi_{LV}(t) \rangle$$

$$d \triangleq \omega_{KRA} \langle \varphi_{RA}(t), \varphi_{RA}(t) \rangle$$

$$s \triangleq \omega_{CSC} \langle \dot{p}_{SC}^{(1)}(t), \dot{p}_{SC}^{(1)}(t) \rangle$$

$$a_{GSCj}^{(i)} \triangleq (\omega_{SCj}^{(i)} + \omega_{SCj}^{(i+1)}) \langle \varphi_{SCj}^{(i)}(t), \varphi_{SCj}^{(i)}(t) \rangle$$

$$i = 1, 2, \dots, n_j, \quad j = 1, 2, \dots, r$$

$$\omega_{SCj}^{(1)} \triangleq \omega_{CRA} \quad j = 1, 2, \dots, r$$

$$\omega_{SCj}^{(n+1)} \triangleq \omega_{CRA} \quad j = 1, 2, \dots, r$$

$$d_{GSCj}^{(i)} \triangleq \omega_{SCj}^{(i+1)} \langle \dot{p}_{SCj}^{(i+1)}(t), \dot{p}_{SCj}^{(i+1)}(t) \rangle \quad i = 1, 2, \dots, n_j - 1, \quad j = 1, 2, \dots, r$$

$$e_{GSCj}^{(i)} \triangleq -\omega_{SCj}^{(i+1)} \langle \dot{p}_{SCj}^{(i+1)}(t), \varphi_{SCj}^{(i)}(t) \rangle \quad i=1,2,\dots,n_j-1, \quad j=1,2,\dots,r$$

$$f_{GSCj}^{(i)} \triangleq +\omega_{SCj}^{(i+1)} \langle \dot{p}_{SCj}^{(i+1)}(t), \varphi_{SCj}^{(i+1)}(t) \rangle \quad i=1,2,\dots,n_j-1, \quad j=1,2,\dots,r$$

$$g_{SCj}^{(i)} \triangleq -\omega_{SCj}^{(i+1)} \langle \varphi_{SCj}^{(i+1)}(t), \varphi_{SCj}^{(i)}(t) \rangle \quad i=1,2,\dots,n_j-1, \quad j=1,2,\dots,r$$

$$m_j \triangleq +\omega_{CSC} \langle \dot{p}_{SC}^{(1)}(t), \varphi_{SCj}^{(1)}(t) \rangle \quad j=1,2,\dots,r$$

$$q_j \triangleq -\omega_{CRA} \langle \dot{p}_{RA}(t), \varphi_{SCj}^{(n_j)}(t) \rangle \quad j=1,2,\dots,r$$

$$u_j \triangleq \omega_{CRA} \langle \varphi_{SCj}^{(n_j)}(t), \alpha(t) \rangle \quad j=1,2,\dots,r$$

$$q_{r+1} \triangleq \omega_{CRA} \langle \dot{p}_{RA}(t), \dot{p}_{RA}(t) \rangle$$

$$q_{r+2} \triangleq \omega_{CRA} \langle \dot{\alpha}(t), \alpha(t) \rangle$$

$$u_{r+1} \triangleq -\omega_{CRA} \langle \dot{p}_{RA}(t), \alpha(t) \rangle$$

Pozostałe elementy macierzy A_{GSC} są równe zeru.

Wektor $\bar{b}_{GSC}$ określony jest w następujący sposób:

$$\bar{b}_{GSC} \triangleq [b_{KLV}, b_{CS}, \bar{b}_{SC1}^T, \bar{b}_{SC2}^T, \dots, \bar{b}_{SCr}^T, b_{CRA}, b_{\mu RA}, b_{KRA}]^T \quad (3.3.4.4)$$

$$\text{gdzie: } \bar{b}_{SCj}^T \triangleq [b_{Kj}^{(1)}, b_{Cj}^{(1)}, b_{Cj}^{(2)}, b_{Kj}^{(2)}, \dots, b_{Cj}^{(n_j-1)}, b_{Kj}^{(n_j)}] \quad j=1,2,\dots,r.$$

Elementy wektora $\bar{b}_{GSC}$ określają następujące wzory:

$$b_{KLV} \triangleq -\omega_{KLV} \langle \varphi_{LV}(t), i_{LV}(t) \rangle$$

$$b_{CS} \triangleq -\omega_{CRA} \langle \dot{p}_{RA}(t), i_{RA}(t) \rangle$$

$$b_{CRA} \triangleq -\omega_{CRA} \langle \dot{p}_{RA}(t), i_{RA}(t) \rangle$$

$$b_{\mu RA} \triangleq \omega_{CRA} \langle i_{RA}(t), \alpha(t) \rangle$$

$$b_{KRA} \triangleq -\omega_{KRA} \langle i_{RA}(t), \varphi_{RA}(t) \rangle$$

$$\left. \begin{aligned} b_{Kj}^{(1)} &\triangleq \omega_{CSC} \langle \varphi_{SCj}^{(1)}, i_{LV}(t) \rangle \\ b_{Kj}^{(i)} &\triangleq 0 \quad i=2,3,\dots,n_j-1 \\ b_{Cj}^{(i)} &\triangleq 0 \quad i=1,2,\dots,n_j-1 \\ b_{Kj}^{(n_j)} &\triangleq -\omega_{CRA} \langle \varphi_{SCj}^{(n_j)}(t), i_{RA}(t) \rangle \end{aligned} \right\} j=1,2,\dots,r.$$

Wielkość h_{GSC} określona jest wzorem

$$\begin{aligned} h_{GSC} = & \omega_{KLV} \langle i_{LV}(t), i_{LV}(t) \rangle + \omega_{CSC} \langle i_{LV}(t), i_{LV}(t) \rangle + \\ & + \omega_{CRA} \langle i_{RA}(t), i_{RA}(t) \rangle + \omega_{KRA} \langle i_{RA}(t), i_{RA}(t) \rangle \end{aligned} \quad (3.3.4.5)$$

Dla tak przyjętych oznaczeń zadanie optymalizacji przyjmie postać:

$$\text{znaleźć takie: } \bar{\xi}_{GSC}^*, \text{ że } Q_{GSC}(\bar{\xi}_{GSC}^*) = \min_{\bar{\xi}_{SC}} (\bar{\xi}_{SC}^T A_{GSC} \bar{\xi}_{SC} - 2 \bar{\xi}_{SC}^T \bar{b}_{SC} + h_{GSC}). \quad (3.3.4.6)$$

Można pokazać, że macierz A_{GSC} jest dodatnio określona jeżeli funkcje $\varphi_{LV}(t), \varphi_{RA}(t), \dot{p}_{SC}(t), \varphi_{SC}^{(1)}(t), \bar{p}_{SC}(t), p_{RA}(t), \alpha(t)$ nie są stale równe zeru. Dla opisanego zadania warunek ten jest równoważny stwierdzeniu, że kolejne mierzone ciśnienie w obrębie j -tej gałęzi nie są sobie równe na całym odcinku czasu pomiaru, tzn.

$$\exists [t_1, t_2] \subset [\tau_0, \tau_0 + T] \quad \text{dla } t \in [t_1, t_2]$$

$$p_{SCj}^{(i)} \neq p_{SCj}^{(i+1)}, p_{SC}^{(1)}(t) \neq p_{LV}(t), p_{RV}(t) \neq p_{RA}(t),$$

oraz funkcje $p_{SCj}^{(1)}(t)$ $i = 1, 2, \dots, n_j$, $j = 1, 2, \dots, r$ nie są stałe na całym odcinku czasu obserwacji $t \in [\tau_0, \tau_0 + T]$. W opisanym zadaniu warunki te są spełnione jeżeli czas obserwacji obejmuje co najmniej czas trwania jednego cyklu pracy serca.

Zatem zadanie optymalizacji (3.3.4.6) ma jednoznaczne rozwiązanie. Spełnia ono układ równań:

$$\text{grad } Q_{\text{GSC}}(\bar{\xi}_{\text{GSC}}^*) = (A_{\text{GSC}}^T + A_{\text{GSC}}) \bar{\xi}_{\text{GSC}}^* - 2\bar{b}_{\text{GSC}} = \bar{0} \quad (3.3.4.7)$$

Rozwiązując układ równań (3.2.2.7) otrzymujemy algorytm wyznaczania nieznanymi parametrów układu równań (3.2.3.1)-(3.3.3.5) modelujących hemodynamikę systemu krążenia wielkiego.

Algorytm ten ma postać:

$$\bar{\xi}_{\text{GSC}}^* = 2(A_{\text{GSC}} + A_{\text{GSC}}^T)^{-1} \bar{b}_{\text{GSC}} \quad (3.3.4.8)$$

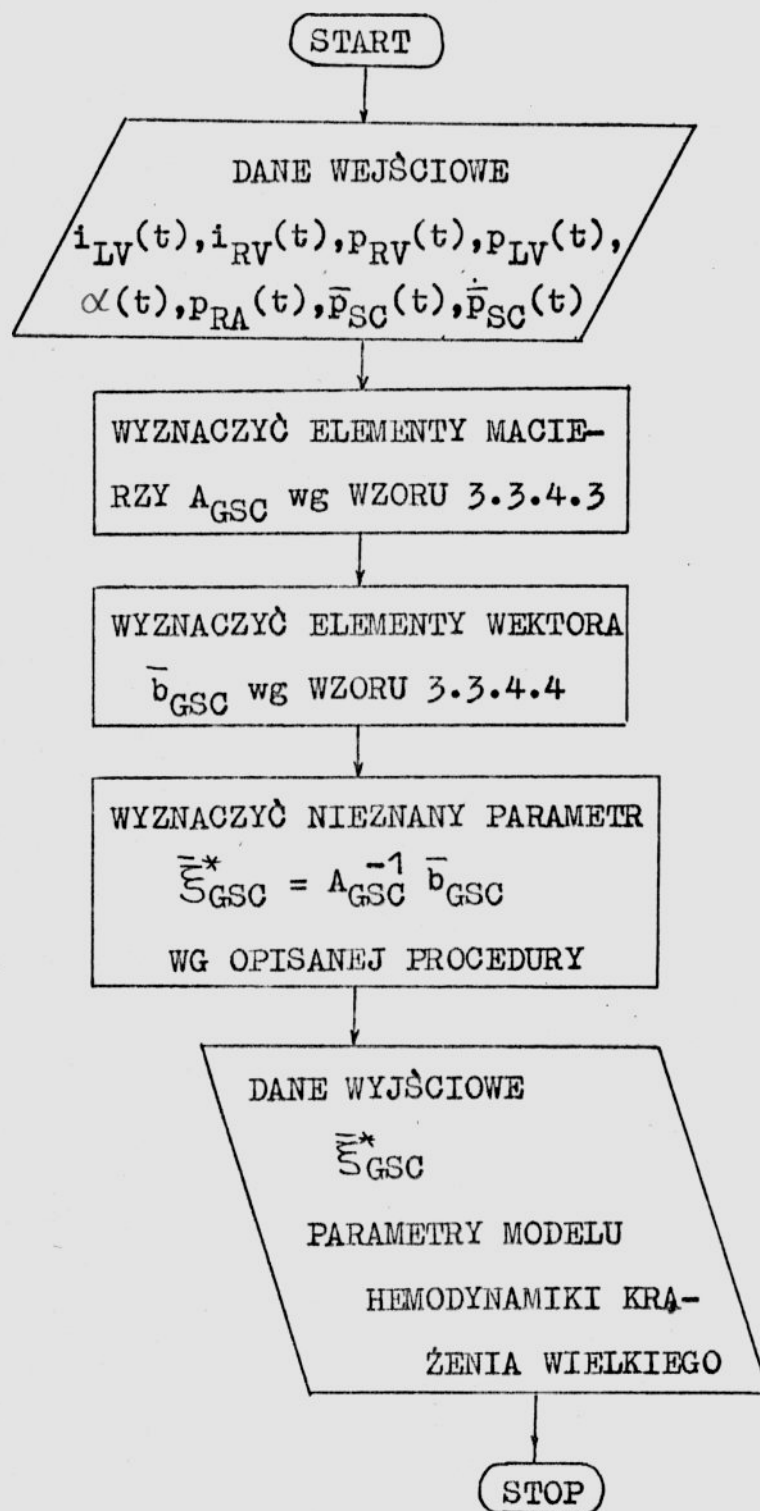
Ponieważ macierz A_{GSC} jest symetryczna (tzn. $A_{\text{GSC}} = A_{\text{GSC}}^T$) algorytm identyfikacji opisany równaniem (3.3.4.8) przyjmie postać:

$$\bar{\xi}_{\text{GSC}}^* = A_{\text{GSC}}^{-1} \bar{b}_{\text{GSC}}. \quad (3.3.4.9)$$

W obliczeniach numerycznych dla wyznaczenia rozwiązania zadania (3.3.4.7) zastosowano metodę eliminacji Gaussa. Algorytm ten opisano w rozdziale (3.5.2).

Dla opisanego algorytmu przygotowano program o nazwie JSØ4 na maszynę cyfrową w języku FORTRAN. Tabulogram programu oraz jego opis zamieszczono w pracy [71], która stanowi dokumentację programową opracowanych algorytmów identyfikacji.

Dla wyznaczania elementów macierzy A_{GSC} oraz wektora $\bar{b}_{\text{GSC}}$ wg wzorów (3.3.4.3), (3.3.4.4) zastosowano funkcje specjalne. Opis zastosowanej metody przedstawiono w rozdziale 3.4.



Rys.3.3.4.1. Schemat blokowy algorytmu II wyznaczania parametrów modelu hemodynamiki krążenia wielkiego.

3.4. Interpolacja splajnami

W opisanych w poprzednich rozdziałach algorytmach identyfikacji występują macierze A_q , A_{PC} , A_{SC} , A_{GSC} oraz wektory $\bar{b}_q, \bar{b}_{PC}, \bar{b}_{SC}, \bar{b}_{GSC}$. Wśród wzorów określających elementy macierzy A_q (3.1.2.2), A_{PC} (3.2.2.3), A_{SC} (3.3.2.23), (3.3.2.15), A_{GSC} (3.3.4.3) oraz elementy wektorów $\bar{b}_q$ (3.1.2.2), $\bar{b}_{PC}$ (3.2.2.4), $\bar{b}_{SC}$ (3.3.2.4), (3.3.2.14) i $\bar{b}_{GSC}$ (3.3.4.4) można wyróżnić wzory o charakterystycznej postaci. Są to:

$$a_1 \triangleq w_1 \langle x(t), y(t) \rangle \triangleq w_1 \int_{t_0}^{t_0+T} x(t) \cdot y(t) dt \quad (3.4.1)$$

$$a_2 \triangleq w_2 \langle \dot{x}(t), y(t) \rangle \triangleq w_2 \int_{t_0}^{t_0+T} \dot{x}(t) \cdot y(t) dt \quad (3.4.2)$$

$$a_3 \triangleq w_3 \langle \ddot{x}(t), y(t) \rangle \triangleq w_3 \int_{t_0}^{t_0+T} \ddot{x}(t) \cdot y(t) dt \quad (3.4.3)$$

$$a_4 \triangleq w_4 \langle \dot{x}(t), \dot{y}(t) \rangle \triangleq w_4 \int_{t_0}^{t_0+T} \dot{x}(t) \dot{y}(t) dt \quad (3.4.4)$$

$$a_5 \triangleq w_5 \langle \ddot{x}(t), \dot{y}(t) \rangle \triangleq w_5 \int_{t_0}^{t_0+T} \ddot{x}(t) \dot{y}(t) dt \quad (3.4.5)$$

$$a_6 \triangleq w_6 \langle \ddot{x}(t), \ddot{y}(t) \rangle \triangleq w_6 \int_{t_0}^{t_0+T} \ddot{x}(t) \ddot{y}(t) dt \quad (3.4.6)$$

gdzie: a_i - element macierzy lub wektora $i=1,2,\dots,6$

w_i - współczynnik $i = 1,2,\dots,6$

$x(t), y(t)$ - mierzone sygnały w czasie $t \in [t_0, t_0+T]$

$\dot{x}(t), \ddot{x}(t), \dot{y}(t), \ddot{y}(t)$ - pierwsze i drugie pochodne mierzonych sygnałów $x(t)$ i $y(t)$.

Dla wyznaczania wspomnianych parametrów na podstawie danych pomiarowych wg wzorów opisanych w poprzednich rozdziałach zastosowano metodę interpolacji funkcjami - s, zwanymi funkcjami splajnowymi lub krótko splajnami. Ponieważ we wzorach (3.4.1)-(3.4.6) występują co najwyżej drugie pochodne mierzonych sygnałów, dlatego w niniejszej pracy zastosowano splajny wielomianowe 3-go stopnia. Splajny takie w literaturze [2], [65] znane są pod nazwą splajnów sześciennych lub splajnów kubicznych.

3.4.1. Splajny wielomianowe 3-go stopnia

Niech funkcja $x(t) \in C^2[t_0, t_0+T]$ znana jest w punktach:

$$t_0 < t_1 < t_2 < \dots < t_{n-1} < t_n = t_0+T, \quad n \geq 2.$$

Oznaczmy wartości funkcji $x(t_i) = x_i$, $i = 0, 1, 2, \dots, n$.

Funkcje $V(t)$ nazywamy splajnem wielomianowym 3-ciego stopnia (kubicznym) jeżeli:

- (1) $V(t)$ jest wielomianem 3-go stopnia dla $t \in [t_i, t_{i+1}]$ $i = 0, 1, \dots, n-1$, czyli $V(t)$ ma postać:

$$V(t) = a_i(t-t_i) + b_i(t-t_i)^2 + c_i(t-t_i)^3 + x_i \quad \text{dla } t \in [t_i, t_{i+1}]$$

gdzie a_i, b_i, c_i - parametry splajnu, $i = 0, 1, 2, \dots, n-1$.

- (2) $V(t) \in C^2[t_0, t_0+T]$
 (3) $V(t_i) = x_i \quad i=0, 1, \dots, n; \quad n \geq 2$.

Dla jednoznacznego określenia splajnu kubicznego należy ustalić warunki brzegowe. Zależnie od wymagań warunki te mogą być nałożone na pierwszą lub drugą pochodną wyrażenia splajnowego

w punktach t_0 i t_0+T . W opracowaniu tym warunki brzegowe mają postać:

$$(4) \quad \left. \frac{dV(t)}{dt} \right|_{t=t_0} = x'_0$$

$$(5) \quad \left. \frac{dV(t)}{dt} \right|_{t=t_0+T} = x'_n.$$

Korzystając z powyższych warunków (1)-(5) dla każdego przedziału $[t_i, t_{i+1}]$ wyznaczamy parametry wielomianu interpolacyjnego a_i, b_i, c_i , $i = 0, 1, \dots, n-1$.

Parametry te określone są wzorami:

$$a_i = \frac{x_{i+1} - x_i}{\zeta_i} - \frac{\zeta_i}{6} (2M_i + M_{i+1}) \quad i=0, 1, 2, \dots, n-2 \quad (3.4.1.1)$$

$$a_{n-1} = x'_n - \frac{M_n + M_{n-1}}{2} \zeta_{n-1} \quad (3.4.1.2)$$

$$b_i = \frac{M_i}{2} \quad i = 0, 1, 2, \dots, n-1 \quad (3.4.1.3)$$

$$c_i = \frac{M_{i+1} - M_i}{6\zeta_i} \quad i = 0, 1, 2, \dots, n-1$$

gdzie: ζ_i - długość i -tego przedziału

$\zeta_i \triangleq t_{i+1} - t_i \quad i = 0, 1, 2, \dots, n-1$, a współczynniki M_i spełniają następujący układ równań:

$$2M_0 + M_1 = \frac{6}{\zeta_0} \left(\frac{x_1 - x_0}{\zeta_0} - x'_0 \right)$$

$$\eta_i^{M_{i-1} + 2M_i + \lambda_i M_{i+1}} = \gamma_i \quad i=1, 2, \dots, n-1 \quad (3.4.1.5)$$

$$M_{n-1} + 2M_n = \frac{6}{\zeta_{n-1}} \left(x'_n - \frac{x_n - x_{n-1}}{\zeta_n} \right)$$

gdzie:

$$\eta_i = \frac{\bar{\sigma}_{i-1}}{\bar{\sigma}_{i-1} + \bar{\sigma}_i}$$

$$\lambda_i = \frac{\bar{\sigma}_i}{\bar{\sigma}_{i-1} + \bar{\sigma}_i}$$

$$\gamma_i = \frac{1}{\bar{\sigma}_i} \left(\frac{x_{i+1}}{\bar{\sigma}_i} - x_i \left(\frac{1}{\bar{\sigma}_{i-1}} + \frac{1}{\bar{\sigma}_i} \right) + \frac{x_{i-1}}{\bar{\sigma}_{i-1}} \right)$$

$$i = 1, 2, \dots, n-1.$$

Powyższy układ równań otrzymano korzystając z warunków (1)-(5), które spełnia splajn kubiczny

Dla wyznaczenia współczynników M_i $i = 1, 2, \dots, n-1$, z układu równań (3.4.1.5) zastosowano następującą procedurę.

I KROK

Obliczamy współczynniki " α_i " wg wzorów:

$$\alpha_0 = 6 \left(\frac{x_1 - x_0}{\bar{\sigma}_0} - x_0 \right)$$

$$\alpha_i = 6 \left(\frac{x_{i+1}}{\bar{\sigma}_i} - x_i \left(\frac{1}{\bar{\sigma}_{i-1}} + \frac{1}{\bar{\sigma}_i} \right) + \frac{x_{i-1}}{\bar{\sigma}_{i-1}} \right)$$

$$i = 1, 2, \dots, n-1$$

$$\alpha_n = 6 \left(x_n - \frac{x_n - x_{n-1}}{\bar{\sigma}_{n-1}} \right)$$

II KROK

Obliczamy współczynniki " r_i " wg wzorów:

$$r_0 = 2\bar{\zeta}_0$$

$$r_i = 2(\bar{\zeta}_i + \bar{\zeta}_{i-1}) - \frac{(\bar{\zeta}_{i-1})^2}{r_{i-1}} \quad i=1,2,\dots,n-1$$

$$r_n = 2\bar{\zeta}_{n-1} - \frac{\bar{\zeta}_{n-1}^2}{r_{n-1}}$$

III KROK

Obliczamy współczynniki β_i wg wzorów:

$$\beta_0 = \alpha_0$$

$$\beta_i = \alpha_i - \frac{\bar{\zeta}_{i-1}}{r_{i-1}} \beta_{i-1} \quad i=1,2,\dots,n$$

IV KROK

Obliczamy współczynniki " M_i " wg wzorów:

$$M_n = \frac{\beta_n}{r_n}$$

$$M_i = \frac{\beta_i}{r_i} - \frac{\bar{\zeta}_i}{r_i} M_{i+1}, \quad i=n-1, n-2, \dots, 2, 1, 0.$$

Dla opisanej procedury wyznaczanie parametrów splajnów kubicznych dla zadanej funkcji przygotowano podprogram w języku FORTRAN o nazwie PARA. Tabulogram oraz opis podprogramu PARA zamieszczono w dodatku.[71]

3.4.2. Zastosowanie splajnów kubicznych do algorytmów identyfikacji

Sygnały $x(t)$ i $y(t)$ dla $t \in [t_0, t_0+T]$ mierzymy w punktach

$$t_0 < t_1 < t_2 < \dots < t_{n-1} < t_n = t_0+T \quad n \geq 2$$

Otrzymujemy $x(t_i) = x_i$, $y(t_i) = y_i$.

Dla sygnałów $x(t)$ oraz $y(t)$ tworzymy wielomiany interpolacyjne o postaci:

$$v_x(t) = a_{xi}(t-t_i) + b_{xi}(t-t_i)^2 + c_{xi}(t-t_i)^3 + x_i$$

$$v_y(t) = a_{yi}(t-t_i) + b_{yi}(t-t_i)^2 + c_{yi}(t-t_i)^3 + y_i$$

$$\text{dla } t \in [t_i, t_{i+1}] \quad i = 0, 1, 2, \dots, n-1.$$

Sposób wyznaczania parametrów $a_{xi}, b_{xi}, c_{xi}, a_{yi}, b_{yi}, c_{yi}$ $i = 0, 1, \dots, n-1$ omówiono w poprzednim rozdziale (3.4.1).

Dla tak przyjętych oznaczeń mamy:

$$\dot{v}_x(t) = \frac{d}{dt} v_x(t) = a_{xi} + 2b_{xi}(t-t_i) + 3c_{xi}(t-t_i)^2$$

$$\dot{v}_y(t) = \frac{d}{dt} v_y(t) = a_{yi} + 2b_{yi}(t-t_i) + 3c_{yi}(t-t_i)^2$$

$$\ddot{v}_x(t) = \frac{d^2}{dt^2} v_x(t) = 2b_{xi} + 6c_{xi}(t-t_i)$$

$$\ddot{v}_y(t) = \frac{d^2}{dt^2} v_y(t) = 2b_{yi} + 6c_{yi}(t-t_i)$$

$$\text{dla } t \in [t_i, t_{i+1}], \quad i = 0, 1, \dots, n-1.$$

Tak więc dla wzoru (3.4.1) otrzymamy:

$$\begin{aligned}
 a_1 &= \int_{t_0}^{t_0+T} x(t)y(t)dt \approx \int_{t_0}^{t_0+T} V_x(t)V_y(t)dt = \\
 &= \sum_{i=0}^{n-1} \int_{t_i}^{t_{i+1}} \left[(a_{xi}(t-t_i) + b_{xi}(t-t_i)^2 + c_{xi}(t-t_i)^3 + x_i) \cdot \right. \\
 &\quad \left. \cdot (a_{yi}(t-t_i) + b_{yi}(t-t_i)^2 + c_{yi}(t-t_i)^3 + y_i) \right] dt
 \end{aligned}$$

dokonując prostych przekształceń algebraicznych oraz zamiany zmiennych całkowania $s = t - t_i$ otrzymujemy:

$$\begin{aligned}
 a_1 &= \sum_{i=0}^{n-1} (x_i y_i \int_0^{\tilde{t}_i} ds + a_{xi} y_i \int_0^{\tilde{t}_i} s ds + b_{xi} y_i \int_0^{\tilde{t}_i} s^2 ds + c_{xi} y_i \int_0^{\tilde{t}_i} s^3 ds + \\
 &+ x_i a_{yi} \int_0^{\tilde{t}_i} s dt + a_{xi} a_{yi} \int_0^{\tilde{t}_i} s^2 ds + b_{xi} a_{yi} \int_0^{\tilde{t}_i} s^3 ds + c_{xi} a_{yi} \int_0^{\tilde{t}_i} s^4 ds + \\
 &+ x_i b_{yi} \int_0^{\tilde{t}_i} s^2 ds + a_{xi} b_{yi} \int_0^{\tilde{t}_i} s^3 ds + b_{xi} b_{yi} \int_0^{\tilde{t}_i} s^4 ds + c_{xi} b_{yi} \int_0^{\tilde{t}_i} s^5 ds + \\
 &+ x_i c_{yi} \int_0^{\tilde{t}_i} s^3 ds + a_{xi} c_{yi} \int_0^{\tilde{t}_i} s^4 ds + b_{xi} c_{yi} \int_0^{\tilde{t}_i} s^5 ds + c_{xi} c_{yi} \int_0^{\tilde{t}_i} s^6 ds)
 \end{aligned}$$

gdzie: $\tilde{t}_i = t_{i+1} - t_i \quad i = 0, 1, \dots, n-1$.

Zatem:

$$\begin{aligned}
a_1 = \sum_{i=0}^{n-1} & (x_i y_i \bar{\epsilon}_i + \frac{1}{2} a_{xi} y_{xi} \bar{\epsilon}_i^2 + \frac{1}{3} b_{xi} y_{xi} \bar{\epsilon}_i^3 + \frac{1}{4} c_{xi} y_{xi} \bar{\epsilon}_i^4 + \frac{1}{2} x_i a_{yi} \bar{\epsilon}_i^2 + \\
& + \frac{1}{3} a_{xi} a_{yi} \bar{\epsilon}_i^3 + \frac{1}{4} b_{xi} a_{yi} \bar{\epsilon}_i^4 + \frac{1}{5} c_{xi} a_{yi} \bar{\epsilon}_i^5 + \frac{1}{3} x_i b_{yi} \bar{\epsilon}_i^3 + \frac{1}{4} a_{xi} b_{yi} \bar{\epsilon}_i^4 + \\
& + \frac{1}{5} b_{xi} b_{yi} \bar{\epsilon}_i^5 + \frac{1}{6} c_{xi} b_{yi} \bar{\epsilon}_i^6 + \frac{1}{4} x_i c_{yi} \bar{\epsilon}_i^4 + \frac{1}{5} a_{xi} c_{yi} \bar{\epsilon}_i^5 + \frac{1}{6} b_{xi} a_{yi} \bar{\epsilon}_i^6 + \\
& + \frac{1}{7} c_{xi} c_{yi} \bar{\epsilon}_i^7).
\end{aligned} \tag{3.4.2.1}$$

Dla wzoru (3.4.2) otrzymujemy

$$\begin{aligned}
a_2 &= \int_{t_0}^{t_0+T} \dot{x}(t)y(t)dt \approx \int_{t_0}^{t_0+T} \dot{v}_x(t) v_y(t)dt = \\
&= \sum_{i=0}^{n-1} \int_{t_i}^{t_{i+1}} \left[a_{xi} + 2b_{xi}(t-t_i) + 3c_{xi}(t-t_i)^2 \right] \cdot \left[y_i + a_{yi}(t-t_i) + b_{yi}(t-t_i)^2 + \right. \\
&\quad \left. + c_{yi}(t-t_i)^3 \right] dt
\end{aligned}$$

dokonując prostych przekształceń algebraicznych oraz zamiany zmiennych całkowania $s=t-t_i$ i przyjmując $t_{i+1}-t_i=\bar{\epsilon}_i$ otrzymujemy:

$$\begin{aligned}
a_2 &= \sum_{i=0}^{n-1} \left(\int_0^{\bar{\epsilon}_i} a_{xi} y_i ds + a_{xi} a_{yi} \int_0^{\bar{\epsilon}_i} s ds + a_{xi} b_{yi} \int_0^{\bar{\epsilon}_i} s^2 ds + a_{xi} c_{yi} \int_0^{\bar{\epsilon}_i} s^3 ds + \right. \\
&\quad \left. + 2y_i b_{xi} \int_0^{\bar{\epsilon}_i} s ds + 2b_{xi} a_{yi} \int_0^{\bar{\epsilon}_i} s^2 ds + 2b_{xi} b_{yi} \int_0^{\bar{\epsilon}_i} s^3 ds + 2b_{xi} c_{yi} \int_0^{\bar{\epsilon}_i} s^4 ds + \right.
\end{aligned}$$

$$+ 3c_{xi}y_i \int_0^{\bar{t}_i} s^2 ds + 3c_{xi}a_{yi} \int_0^{\bar{t}_i} s^3 ds + 3c_{xi}b_{yi} \int_0^{\bar{t}_i} s^4 ds + 3c_{xi}c_{yi} \int_0^{\bar{t}_i} s^5 ds)$$

zatem:

$$\begin{aligned} a_2 = \sum_{i=0}^{n-1} & (a_{xi}y_i \bar{t}_i + \frac{1}{2} a_{xi}a_{yi} \bar{t}_i^2 + \frac{1}{3} a_{xi}b_{yi} \bar{t}_i^3 + \frac{1}{4} a_{xi}c_{yi} \bar{t}_i^4 + \\ & + y_i b_{xi} \bar{t}_i^2 + \frac{2}{3} b_{xi}a_{yi} \bar{t}_i^3 + \frac{1}{2} b_{xi}b_{yi} \bar{t}_i^4 + \frac{2}{5} b_{xi}c_{yi} \bar{t}_i^5 + c_{xi}y_i \bar{t}_i^3 + \\ & + \frac{3}{4} c_{xi}a_{yi} \bar{t}_i^4 + \frac{3}{5} c_{xi}b_{yi} \bar{t}_i^5 + \frac{1}{2} c_{xi}c_{yi} \bar{t}_i^6). \end{aligned} \quad (3.4.2.2)$$

Dla wzoru (3.4.3) otrzymujemy:

$$\begin{aligned} a_3 &= \int_{t_0}^{t_0+T} \ddot{x}(t)y(t)dt \approx \int_{t_0}^{t_0+T} \ddot{V}_x(t)V_y(t)dt = \\ &= \sum_{i=0}^{n-1} \int_{t_i}^{t_{i+1}} [2b_{xi} + 6c_{xi}(t-t_i)] \cdot [y_i + a_{yi}(t-t_i) + b_{yi}(t-t_i)^2 + c_{yi}(t-t_i)^3] dt, \end{aligned}$$

dokonując prostych przekształceń algebraicznych oraz zamiany zmiennych całkowania $s=t-t_i$ i przyjmując $\bar{t}_i=t_{i+1}-t_i$ otrzymamy:

$$\begin{aligned} a_3 &= \sum_{i=0}^{n-1} (2b_{xi}y_i \int_0^{\bar{t}_i} ds + 2b_{xi}a_{yi} \int_0^{\bar{t}_i} s ds + 2b_{xi}b_{yi} \int_0^{\bar{t}_i} s^2 ds + 2b_{xi}c_{yi} \int_0^{\bar{t}_i} s^3 ds + \\ &+ 6c_{xi}y_i \int_0^{\bar{t}_i} s ds + 6c_{xi}a_{yi} \int_0^{\bar{t}_i} s^2 ds + 6c_{xi}b_{yi} \int_0^{\bar{t}_i} s^3 ds + 6c_{xi}c_{yi} \int_0^{\bar{t}_i} s^4 ds, \end{aligned}$$

zatem:

$$a_3 = \sum_{i=0}^{n-1} (2b_{xi}y_i\bar{\epsilon}_i + b_{xi}a_{yi}\bar{\epsilon}_i^2 + \frac{2}{3}b_{xi}b_{yi}\bar{\epsilon}_i^3 + \frac{1}{2}b_{xi}c_{yi}\bar{\epsilon}_i^4 + 3c_{xi}y_{xi}\bar{\epsilon}_i^2 +$$

$$+ 2c_{xi}a_{yi}\bar{\epsilon}_i^3 + \frac{3}{2}c_{xi}b_{yi}\bar{\epsilon}_i^4 + \frac{6}{5}c_{xi}c_{yi}\bar{\epsilon}_i^5).$$
(3.4.2.3)

Dla wzoru (3.4.4) otrzymujemy:

$$a_4 = \int_{t_0}^{t_0+T} \dot{x}(t)\dot{y}(t)dt \approx \int_{t_0}^{t_0+T} \dot{v}_x(t)\dot{v}_y(t)dt =$$

$$= \sum_{i=0}^{n-1} \int_{t_i}^{t_{i+1}} [a_{xi} + 2b_{xi}(t-t_i) + 3c_{xi}(t-t_i)^2] [a_{yi} + 2b_{yi}(t-t_i) + 3c_{yi}(t-t_i)^2] dt,$$

dokonując prostych przekształceń algebraicznych oraz zamiany zmiennych całkowania $s=t-t_i$ i przyjmując $\bar{\epsilon}_i = t_{i+1}-t_i$ otrzymujemy:

$$a_4 = \sum_{i=0}^{n-1} (a_{xi}a_{yi} \int_0^{\bar{\epsilon}_i} ds + 2a_{xi}b_{yi} \int_0^{\bar{\epsilon}_i} s ds + 3a_{xi}c_{yi} \int_0^{\bar{\epsilon}_i} s^2 ds + 2b_{xi}a_{yi} \int_0^{\bar{\epsilon}_i} s ds +$$

$$+ 4b_{xi}b_{yi} \int_0^{\bar{\epsilon}_i} s^2 ds + 6b_{xi}c_{yi} \int_0^{\bar{\epsilon}_i} s^3 ds + 3c_{xi}a_{yi} \int_0^{\bar{\epsilon}_i} s^2 ds + 6c_{xi}b_{yi} \int_0^{\bar{\epsilon}_i} s^3 ds +$$

$$+ 9c_{xi}c_{yi} \int_0^{\bar{\epsilon}_i} s^4 ds),$$

Zatem:

$$a_4 = \sum_{i=0}^{n-1} (a_{xi}a_{yi}\bar{\epsilon}_i + a_{xi}b_{yi}\bar{\epsilon}_i^2 + a_{xi}c_{yi}\bar{\epsilon}_i^3 + b_{xi}a_{yi}\bar{\epsilon}_i^2 + \frac{4}{3}b_{xi}b_{yi}\bar{\epsilon}_i^3 +$$

$$+ \frac{3}{2}b_{xi}c_{yi}\bar{\epsilon}_i^4 + c_{xi}a_{yi}\bar{\epsilon}_i^3 + \frac{3}{2}c_{xi}b_{yi}\bar{\epsilon}_i^4 + \frac{9}{5}c_{xi}c_{yi}\bar{\epsilon}_i^5).$$
(3.4.2.4)

Dla wzoru (3.4.5) otrzymujemy:

$$a_5 = \int_{t_0}^{t_0+T} \ddot{x}(t)\dot{y}(t)dt \approx \int_{t_0}^{t_0+T} \ddot{V}_x(t)\dot{V}_y(t)dt =$$

$$= \sum_{i=0}^{n-1} \int_{t_i}^{t_{i+1}} [2b_{xi} + 6c_{xi}(t-t_i)] \cdot [a_{yi} + 2b_{yi}(t-t_i) + 3c_{yi}(t-t_i)^2] dt,$$

dokonując prostych przekształceń algebraicznych oraz zamiany zmiennych całkowania $s=t-t_i$ i przyjmując $\bar{\sigma}_i = t_{i+1} - t_i$ otrzymujemy:

$$a_5 = \sum_{i=0}^{n-1} (2b_{xi}a_{yi} \int_0^{\bar{\sigma}_i} ds + 4b_{xi}b_{yi} \int_0^{\bar{\sigma}_i} s ds + 6b_{xi}c_{yi} \int_0^{\bar{\sigma}_i} s^2 ds + 6c_{xi}a_{yi} \int_0^{\bar{\sigma}_i} s ds +$$

$$+ 12c_{xi}b_{yi} \int_0^{\bar{\sigma}_i} s^2 ds + 18c_{xi}c_{yi} \int_0^{\bar{\sigma}_i} s^3 ds),$$

zatem:

$$a_5 = \sum_{i=0}^{n-1} (2b_{xi}a_{yi}\bar{\sigma}_i + 2b_{xi}b_{yi}\bar{\sigma}_i^2 + 2b_{xi}c_{yi}\bar{\sigma}_i^3 + 3c_{xi}a_{yi}\bar{\sigma}_i^2 + 4c_{xi}b_{yi}\bar{\sigma}_i^3 +$$

$$+ \frac{9}{2}c_{xi}c_{yi}\bar{\sigma}_i^4).$$
(3.4.2.5)

Dla wzoru (3.4.6) otrzymujemy:

$$a_6 = \int_{t_0}^{t_0+T} \ddot{x}(t)\ddot{y}(t)dt \approx \int_{t_0}^{t_0+T} \ddot{V}_x(t)\ddot{V}_y(t)dt =$$

$$= \sum_{i=0}^{n-1} \int_{t_i}^{t_{i+1}} (2b_{xi} + 6c_{xi}(t-t_i))(2b_{yi} + 6c_{yi}(t-t_i))dt$$

dokonując prostych przekształceń algebraicznych oraz zamiany zmiennych

nej całkowania $s=t-t_i$ i przyjmując $\bar{\sigma}_i=t_{i+1}-t_i$ otrzymujemy:

$$a_6 = \sum_{i=0}^{n-1} (4b_{xi}b_{yi} \int_0^{\bar{\sigma}_i} ds + 12b_{xi}c_{yi} \int_0^{\bar{\sigma}_i} sds + 12b_{yi}c_{xi} \int_0^{\bar{\sigma}_i} sds + 36c_{xi}c_{yi} \int_0^{\bar{\sigma}_i} s^2 ds)$$

zatem:

$$a_6 = \sum_{i=0}^{n-1} (4b_{xi}b_{yi}\bar{\sigma}_i + 6b_{xi}c_{yi}\bar{\sigma}_i^2 + 6c_{xi}b_{yi}\bar{\sigma}_i^2 + 12c_{xi}c_{yi}\bar{\sigma}_i^3). \quad (3.4.2.6)$$

Dla wyznaczenia wielkości $a_1, a_2, \dots, a_6$ opisanych wzorami (3.4.2.1)-(3.4.2.6) przygotowano podprogram w języku FORTRAN o nazwie XXYY. Tabulogram oraz opis podprogramu XXYY zamieszczono w dodatku.[71]

3.5. Procedury numeryczne przekształcania macierzy dla wyznaczania algorytmu identyfikacji

3.5.1. O p i s I p r o c e d u r y e l i m i n a c j i G a u s s a

W opisach algorytmów wyznaczania parametrów modeli hemodynamiki krążenia wielkiego i płucnego występują macierze o specyficznej strukturze. I tak macierz A'_{PC} i macierze A_{SCj} , $j = 1, 2, \dots, r$ mają postać jak macierz A zdefiniowana poniżej:

$$A \triangleq \begin{bmatrix} a^{(1)} & e^{(1)} & g^{(1)} & & & \\ e^{(1)} & d^{(1)} & f^{(1)} & & & \\ g^{(1)} & f^{(1)} & a^{(2)} & e^{(2)} & g^{(2)} & \\ & & e^{(2)} & d^{(2)} & f^{(2)} & \\ & & g^{(2)} & f^{(2)} & a^{(3)} & \\ & & & & \ddots & \\ & & & & & a^{(m-1)} & e^{(m-1)} & g^{(m-1)} \\ & & & & & e^{(m-1)} & d^{(m-1)} & f^{(m-1)} \\ & & & & & g^{(m-1)} & f^{(m-1)} & a^{(m)} \end{bmatrix} \quad (3.5.1.1)$$

We wspomnianych algorytmach identyfikacji istnieje konieczność dokonania operacji obliczeniowej opisanej wzorami (3.5.12)

$$\bar{\xi}^* = A^{-1} \bar{b} \quad (3.5.1.2)$$

gdzie: $\bar{\xi}^*, \bar{b}$ - wektory o wymiarze $(2m-1)$

$$\bar{\xi}^* \triangleq [\xi_k^{(1)}, \xi_c^{(1)}, \xi_k^{(2)}, \xi_c^{(2)}, \dots, \xi_c^{(m-1)}, \xi_k^{(m)}]^T$$

$$\bar{b} \triangleq [b_k^{(1)}, b_c^{(1)}, b_k^{(2)}, b_c^{(2)}, \dots, b_c^{(m-1)}, b_k^{(m)}]^T$$

Dla dokonania operacji obliczeniowej opisanej wzorem (3.8.1.2) w obliczeniach numerycznych zastosowano algorytm eliminacji Gaussa.

Ze względu na charakterystyczną postać macierzy A algorytm ten jest bardzo uproszczony.

Elementy wektora $\bar{\xi}^*$ wyznaczamy przekształcając macierz A i wektor $\bar{b}$ wg następującego algorytmu:

1 KROK

$$\left. \begin{aligned} d^{(i)} &= d^{(i)} - \frac{e^{(i)} e^{(i)}}{a^{(i)}} \\ f^{(i)} &= f^{(i)} - \frac{g^{(i)} e^{(i)}}{a^{(i)}} \\ b_c^{(i)} &= b_c^{(i)} - b_c^{(i)} \frac{e^{(i)}}{a^{(i)}} \\ a^{(i+1)} &= a^{(i+1)} \frac{f^{(i)} f^{(i)}}{d^{(i)}} \\ b_k^{(i+1)} &= b_k^{(i+1)} - b_c^{(i)} \frac{f^{(i)}}{d^{(i)}} \end{aligned} \right\} i=1, 2, \dots, m-1$$

2 KROK

$$\left. \begin{aligned} \bar{\xi}_k^{(m)} &= \frac{b_k^{(m)}}{a^{(m)}} \\ \bar{\xi}_c^{(i)} &= \frac{b_c^{(i)} - f^{(i)} \bar{\xi}_k^{(i+1)}}{d^{(i)}} \\ \bar{\xi}_k^{(i)} &= \frac{b_k^{(i)} - g^{(i)} \bar{\xi}_k^{(i+1)} - e^{(i)} \bar{\xi}_c^{(i+1)}}{a^{(i)}} \end{aligned} \right\} i=m-1, m-2, \dots, 1$$

3.5.2. Opis II procedury eliminacji Gaussa

Wyznaczając nieznaną wektor parametrów $\bar{\xi}_{GSC}^*$ należy dokonać operacji opisanej wzorem (3.3.4.9). W obliczeniach numerycznych

zastosowano algorytm eliminacji gaussa. Ze względu na charakterystyczny kształt macierzy A_{GSC} algorytm ten przyjmuje prostą postać:

$$\bar{\xi}_{GSC}^* = A_{GSC}^{-1} \bar{b}_{GSC} \quad (3.5.2.1)$$

gdzie:

$$\bar{\xi}_{GSC}^* = [K_{GLV}, c_{GSC}, \bar{\xi}_{GSC1}^T, \bar{\xi}_{GSC2}^T, \dots, \bar{\xi}_{GSCr}^T, c_{GRA}, \mu_{GRA}, K_{GRA}]^T$$

$$\bar{\xi}_{GSCj}^T = [\bar{\xi}_{Kj}^{(1)}, \bar{\xi}_{Cj}^{(1)}, \bar{\xi}_{Kj}^{(2)}, \bar{\xi}_{Cj}^{(2)}, \dots, \bar{\xi}_{Kj}^{(n-1)}, \bar{\xi}_{Cj}^{(n-1)}, \bar{\xi}_{Kj}^{(n)}]^T$$

$$\bar{\xi}_{Kj}^{(i)} = K_{GSCj}^{(i)} \quad i = 1, 2, \dots, n_j$$

$$\bar{\xi}_{Cj}^{(i)} = c_{GSCj}^{(i+1)} \quad i = 1, 2, \dots, n_j - 1$$

Macierz A_{GSC} i wektor $\bar{b}_{GSC}$ określone są w rozdziale (3.3.4) wzorami (3.3.4.3) i (3.3.4.4). Elementy wektora $\bar{\xi}_{GSC}^*$ wyznaczamy przekształcając macierz A_{GSC} i wektor $\bar{b}_{GSC}$ wg następującego schematu:

$$K_{GLV} = \frac{b_{KLV}}{a}$$

$$K_{GRA} = \frac{b_{KRA}}{d}$$

$$a_{GSC1}^{(1)} = a_{GSC1}^{(1)} - \frac{m_1 \cdot m_1}{s}$$

$$b_K^{(1)} = b_K^{(1)} - m_1 \frac{b_{SC}}{s}$$

$$\left. \begin{aligned}
 d_{GSCj}^{(i)} &= d_{GSCj}^{(i)} - \frac{e_{GSCj}^{(i)} e_{GSCj}^{(i)}}{a_{GSCj}^{(i)}} \\
 f_{GSCj}^{(i)} &= f_{GSCj}^{(i)} - \frac{g_{GSCj}^{(i)} - e_{GSCj}^{(i)}}{a_{GSCj}^{(i)}} \\
 b_{Cj}^{(i)} &= b_{Cj}^{(i)} - b_{Kj}^{(i)} \frac{e_{GSCj}^{(i)}}{a_{GSCj}^{(i)}} \\
 a_{GSCj}^{(i+1)} &= a_{GSCj}^{(i+1)} - f_{GSCj}^{(i)} \times \frac{f_{GSCj}^{(i)}}{d_{GSCj}^{(i)}} \\
 b_{Kj}^{(i+1)} &= b_{Kj}^{(i+1)} - b_{Cj}^{(i)} \times \frac{f_{GSCj}^{(i)}}{d_{GSCj}^{(i)}}
 \end{aligned} \right\} \begin{array}{l} i=1,2,\dots,n_j-1 \\ j=1,2,\dots,r \end{array}$$

$$q_{r+1} = q_{r+1} - q_r \frac{q_r}{a_{GSCr}^{(n)}}$$

$$n_{r+1} = n_{r+1} - n_r \frac{q_r}{a_{GSCr}^{(n)}}$$

$$b_{CRA} = b_{CRA} - b_{Kr}^{(n)} \frac{q_r}{a_{GSCr}^{(n)}}$$

$$q_{r+2} = q_{r+2} - u_{r+1} \frac{u_{r+1}}{q_{r+1}}$$

$$b_{\mu RA} = b_{\mu RA} - b_{CRA} \frac{u_{r+1}}{q_{r+1}}$$

$$\mu_{RA} = \frac{b_{\mu RA}}{q_{r+2}}$$

$$c_{RA} = \frac{b_{\mu RA} - u_{r+1} \mu_{RA}}{q_{r+1}}$$

$$\xi_{Kj}^{(n_j)} = (b_{Kj}^{(n_j)} - q_j c_{RA} - u_j \mu_{RA}) / a_{GSCj}^{(n_j)}$$

$$\left. \begin{aligned} \xi_{Cj}^{(i)} &= (b_{Cj}^{(i)} - f_{GCSj}^{(i)} \xi_{Kj}^{(i+1)}) / d_{GSCj}^{(i)} \\ \xi_{Kj}^{(i)} &= (b_{Kj}^{(i)} - e_{GSCj}^{(i)} \xi_{Cj}^{(i)} - g_{GSCj}^{(i)} \xi_{Kj}^{(i+1)}) / a_{GSCj}^{(i)} \end{aligned} \right\} \begin{matrix} i=n_j-1, n_j-2, \dots \\ \dots, 2, 1 \end{matrix} \left\{ \begin{matrix} j=r, \\ r-1, \dots \\ \dots, 2, 1 \end{matrix} \right.$$

$$c_{SC} = (b_{SC} - \sum_{j=1}^r m_j \xi_{Kj}^{(1)}) / s$$

3.6. Opis danych pomiarowych i wyników obliczeń

Złożoność modelu, ilość wyodrębnionych segmentów obwodu krążenia, a co za tym idzie liczba parametrów modelu obwodu płucnego i wielkiego zależna jest od możliwości pomiarowych. W opisanym przypadku obwód wielki podzielono na 2 gałęzie (tzn. obwód mózgowy oraz pozostała część krążenia wielkiego), natomiast obwód płucny oraz wyodrębnione gałęzie krążenia wielkiego podzielono na trzy segmenty każdy. Pierwszy segment modeluje początkowy odcinek obwodu, drugi przepływ przez tętniczki, kapilary i żyłki a ostatni segment modeluje końcowy odcinek obwodu. Tak więc należy wyznaczyć następujące parametry:

1. Parametry komór:

$$- \text{prawej } \bar{\lambda}_{RV} = [\lambda_{RV}^{(0)}, \lambda_{RV}^{(1)}, \lambda_{RV}^{(2)}]^T$$

$$- \text{lewej } \bar{\lambda}_{LV} = [\lambda_{LV}^{(0)}, \lambda_{LV}^{(1)}, \lambda_{LV}^{(2)}]^T$$

2. Parametry obwodu krążenia płucnego

$$\bar{\xi}_{PC} = [K_{RV}, c_{PC}^{(1)}, K_{PC}^{(1)}, c_{PC}^{(2)}, K_{PC}^{(2)}, c_{PC}^{(3)}, K_{PC}^{(3)}, c_{LA}, \mu_{LA}, K_{LA}]^T$$

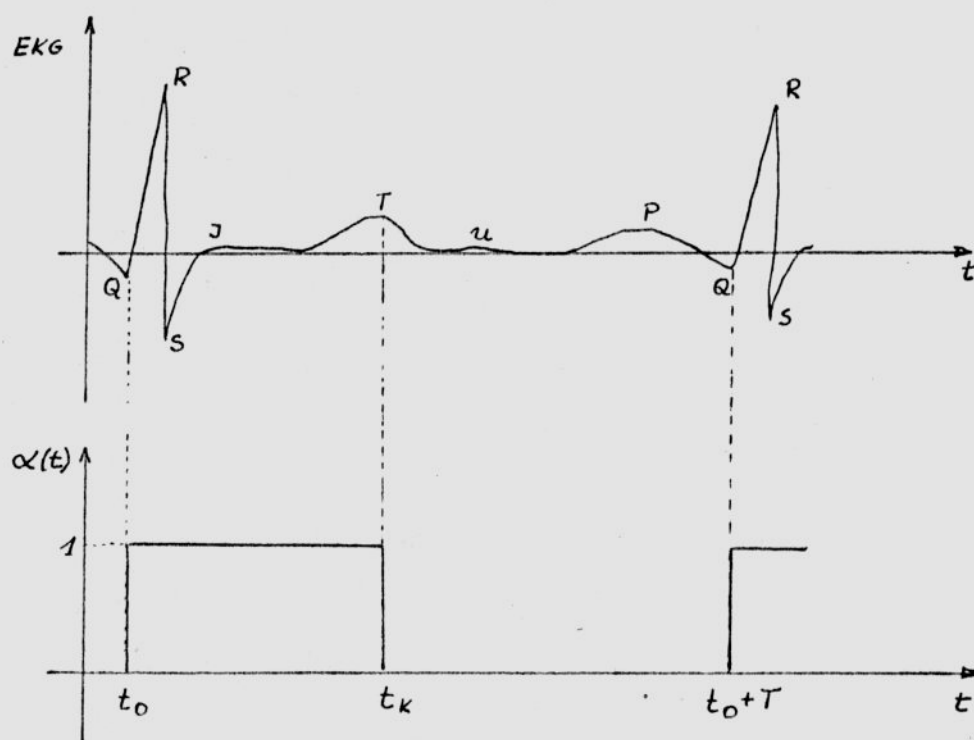
3. Parametry obwodu krążenia wielkiego

$$\bar{\xi}_{SC} = [K_{LV}, c_{SC}, \bar{\xi}_{SC1}^T, \bar{\xi}_{SC2}^T, c_{RA}, \mu_{RA}, K_{RA}]^T$$

$$\bar{\xi}_{SC1}^T = [K_{SC1}^{(1)}, c_{SC1}^{(2)}, K_{SC1}^{(2)}, c_{SC1}^{(3)}, K_{SC1}^{(3)}]$$

$$\bar{\xi}_{SC2}^T = [K_{SC2}^{(1)}, c_{SC2}^{(2)}, K_{SC2}^{(2)}, c_{SC2}^{(3)}, K_{SC2}^{(3)}]$$

W celu wyznaczenia powyższych parametrów dla konkretnego układu krążenia skorzystano z dostępnych danych pomiarowych, a konkretnie z pomiaru ciśnień w układzie krążenia uzyskanych podczas cewnikowania serca. Wyniki tych badań uzyskano z kliniki kardiologii Akademii Medycznej we Wrocławiu.



Rys.3.6.1.

Dla wyznaczenia parametrów każdego z podsystemów korzystano z następującej postaci funkcji $\alpha(t)$

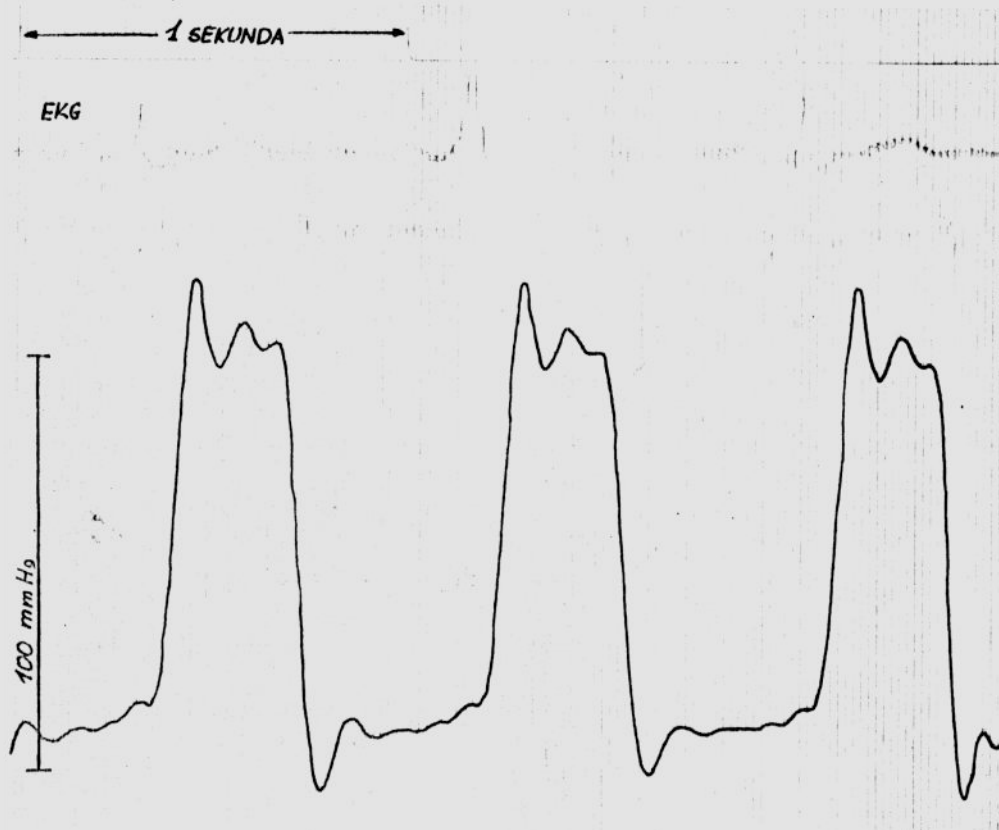
$$\alpha(t) = \begin{cases} 1 & \text{gdy } t \in [t_p, t_k] \\ 0 & \text{gdy } t \notin [t_p, t_k] \end{cases}$$

Wielkości t_0 oraz t_k - tzn. chwile początkową i końcową aktywności mięśnia sercowego ustalono na podstawie sygnału EKG tzn. t_0 odpowiada chwili pojawienia się załamka "Q" na krzywek EKG, a t_k odpowiada chwili pojawienia się załamka "T". W przedziale $t \in [t_0, t_k]$, $\alpha(t)$ przyjmuje wartość 1. Zauważmy, że przyjęcie dowolnej innej wartości powoduje, że parametry równań (3.1.1.1) $\bar{\lambda}_{LV}$ i $\bar{\lambda}_{RV}$ zmieniają się proporcjonalnie do tej wartości. Tak opisany sygnał $\alpha(t)$ użyto we wszystkich opisanych poniżej obliczeniach numerycznych jako pomiar $\alpha(t)$ - aktywności mięśnia sercowego.

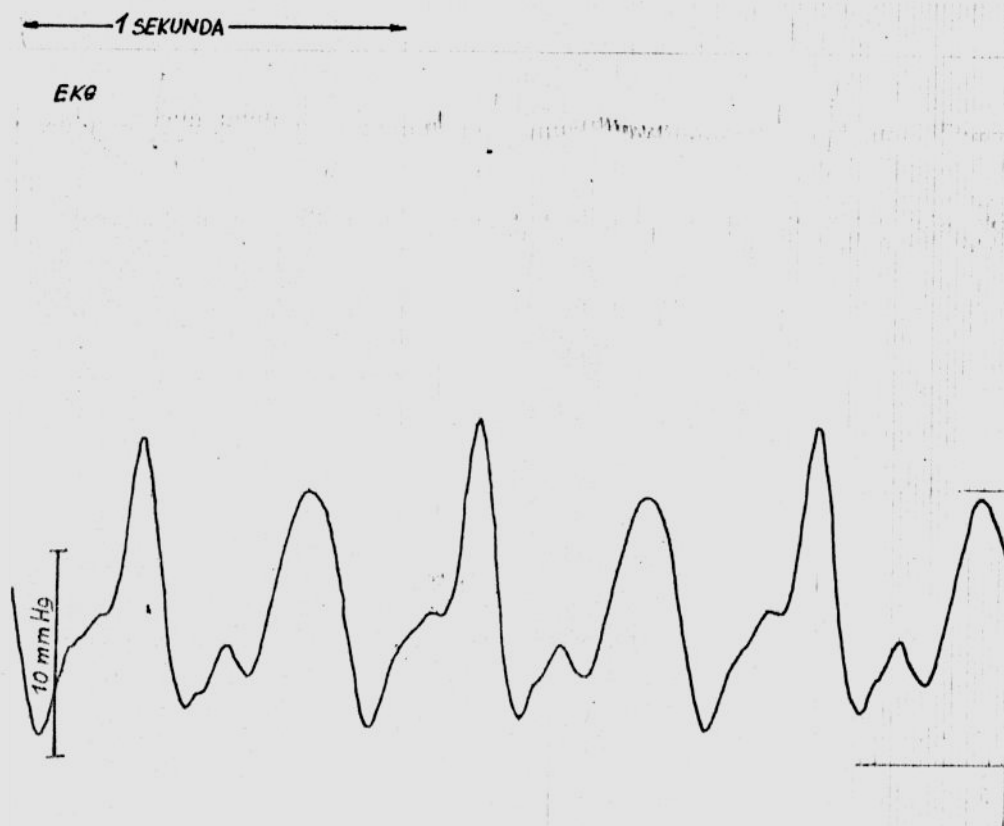
Rysunki (3.6.2)-(3.6.8) przedstawiają, zarejestrowane podczas cewnikowania serca, wielkości ciśnień w układzie krążenia. Dla zarejestrowanych sygnałów odczytano ich wartości w kolejnych chwilach $t_0, t_1, t_2, \dots, t_0+T$ ($t_0 < t_1 < \dots < t_0+T$). Wartości te przedstawiono w tabelach (3.6.1)-(3.6.4).

U w a g a: Wielkości strumieni krwi w układzie krążenia $i_{LV}(t)$, $i_{RV}(t)$, $i_{LA}(t)$, $i_{RA}(t)$, $i_{ISC1}(t)$, $i_{ISC2}(t)$, $i_{RSC1}(t)$, $i_{RSC2}(t)$ oraz ciśnienia $p_{PC}^{(3)}(t)$, $p_{SC1}^{(2)}(t)$, $p_{SC1}^{(3)}(t)$, $p_{SC2}^{(2)}(t)$, $p_{SC2}^{(3)}(t)$ ustalano na podstawie danych literaturowych [9].

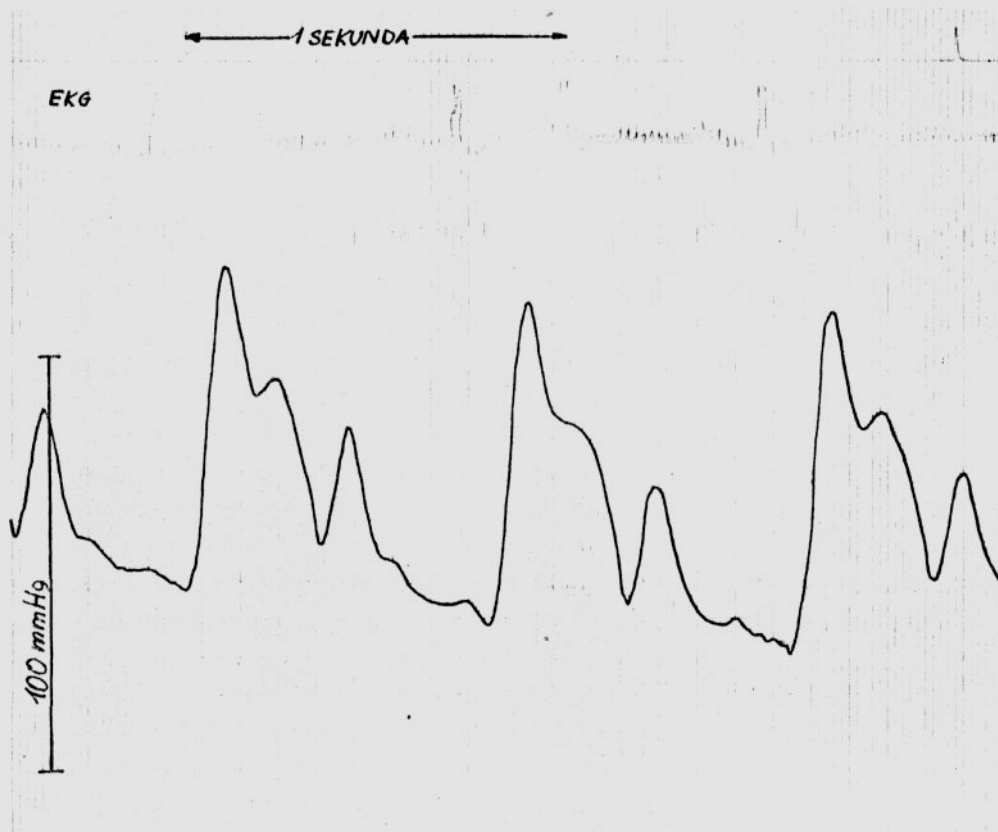
Ich przebiegi przedstawiono na rysunkach (3.6.9)-(3.6.14) a odpowiadające im wartości zamieszczono w tabelach (3.6.2)-(3.6.4).



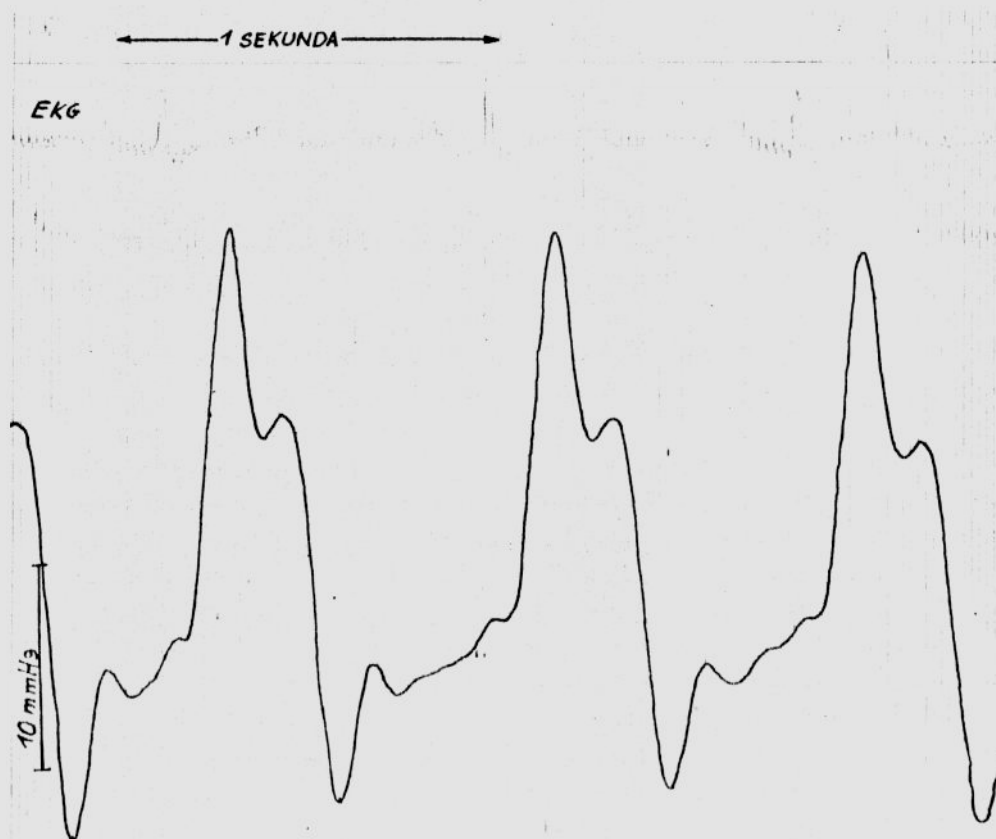
Rys.3.6.2. Ciśnienie w lewej komorze serca ($p_{LV}(t)$).



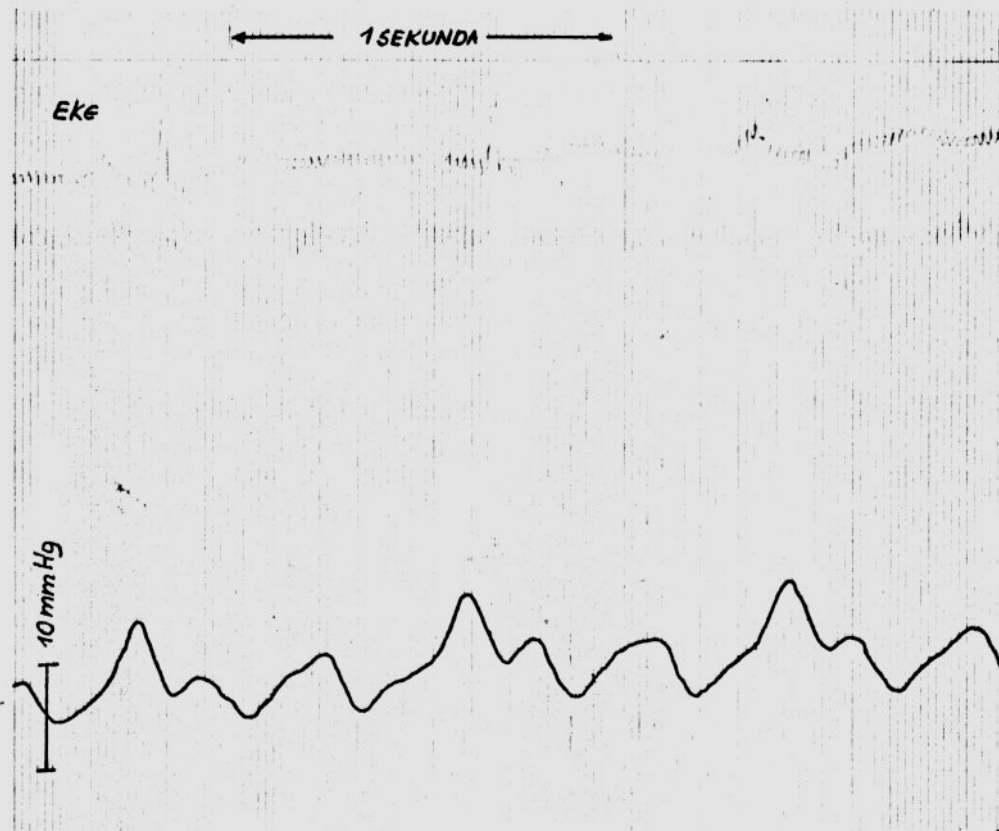
Rys.3.6.3. Ciśnienie w lewym przedsionku ($p_{LA}(t)$).



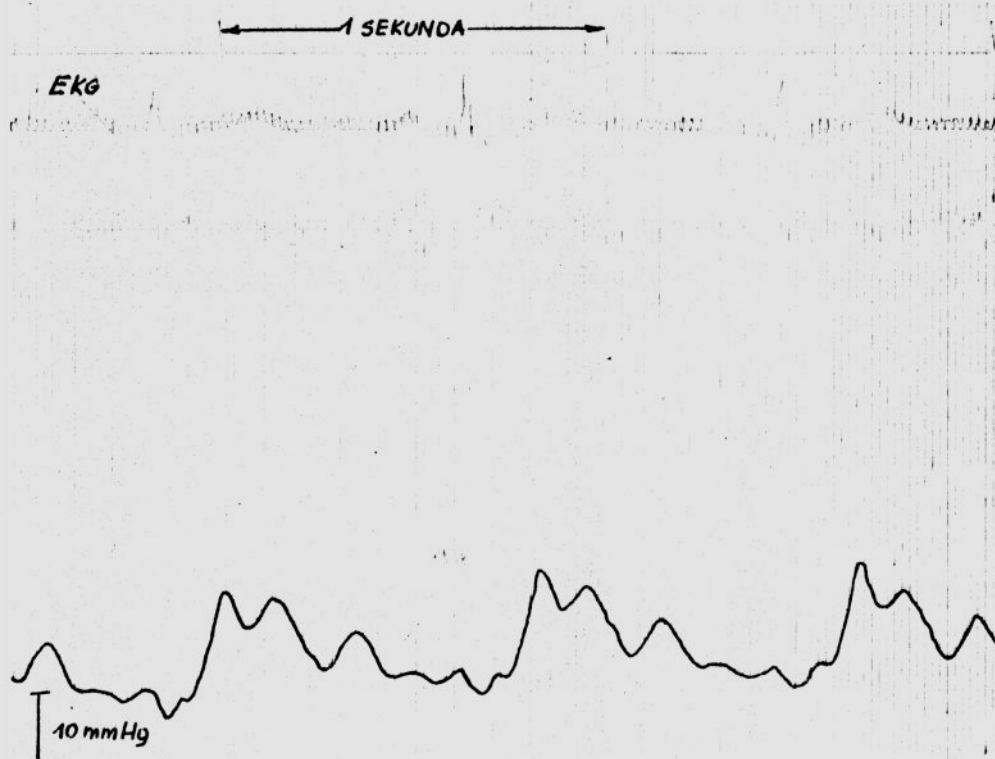
Rys.3.6.4. Ciśnienie w aorcie ($p_{SC1}^{(1)}(t) = p_{SC2}^{(1)}(t)$).



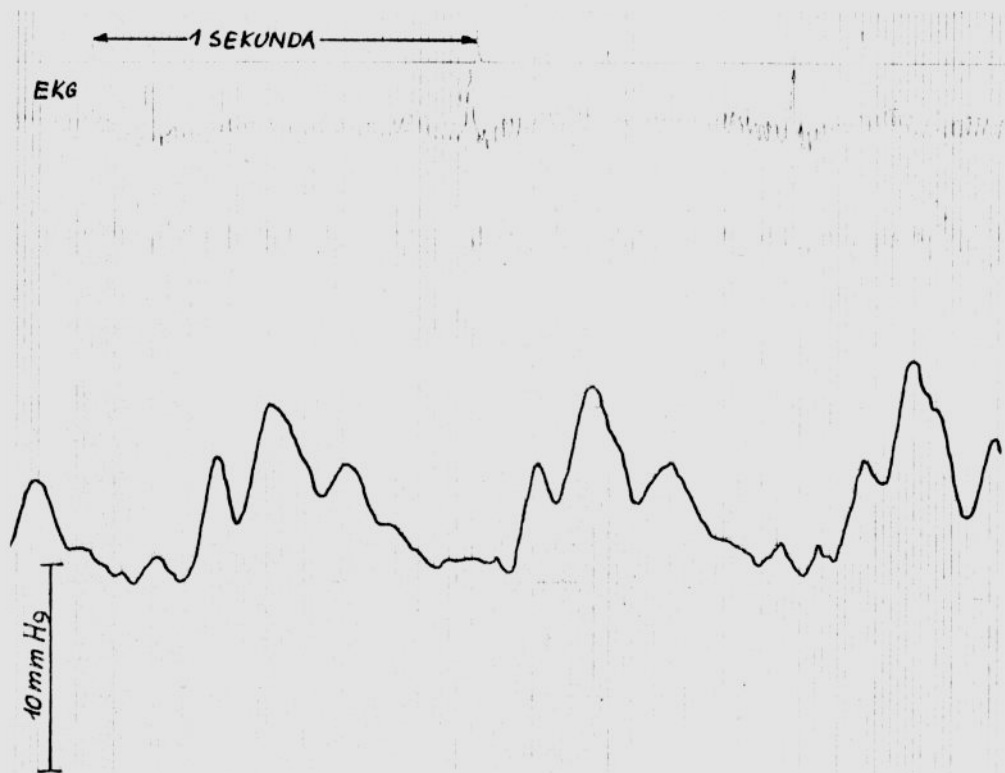
Rys.3.6.5. Ciśnienie w prawej komorze serca ($p_{RV}(t)$).



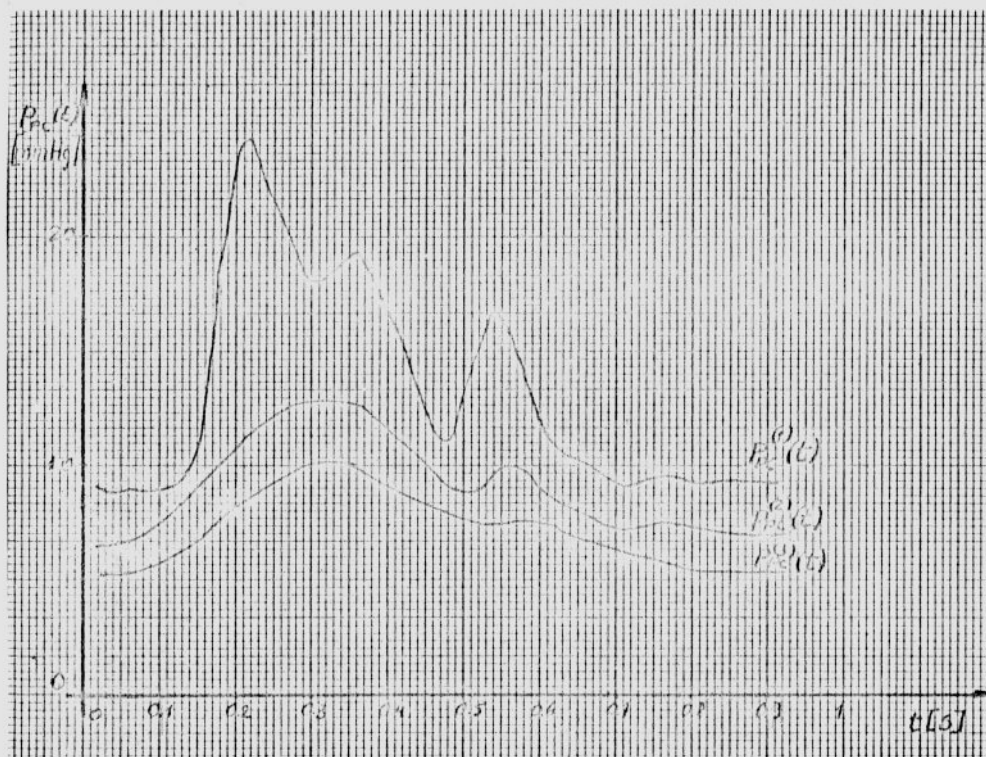
Rys.3.6.6. Ciśnienie w prawym przedsionku ($p_{RA}(t)$).



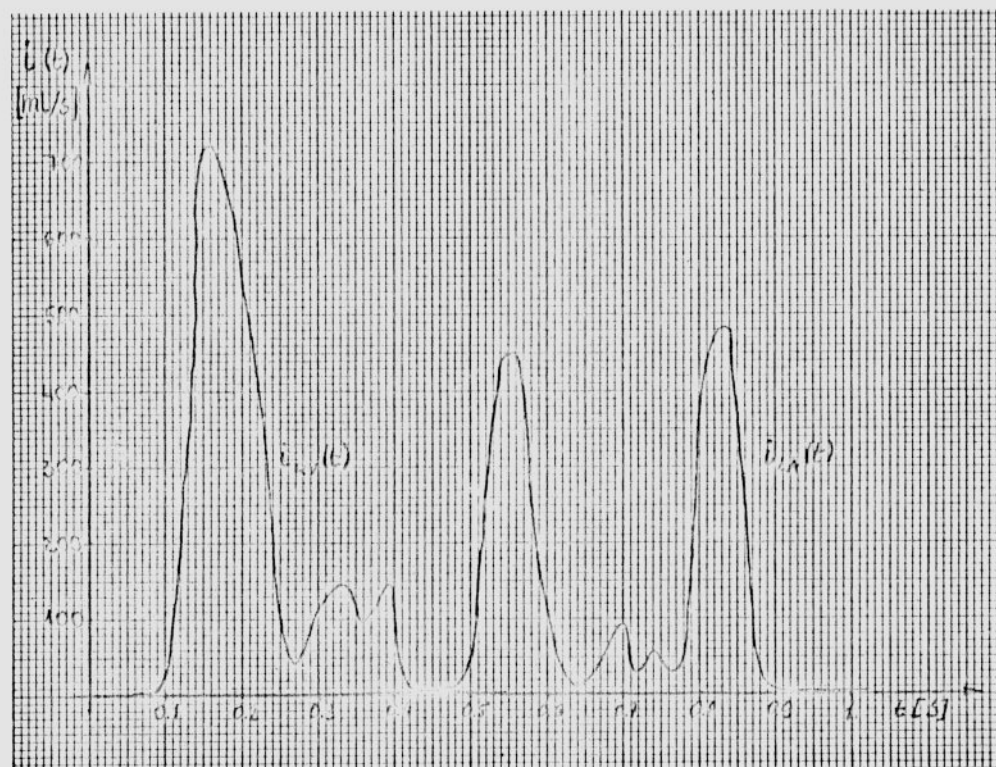
Rys.3.6.7. Ciśnienie w głównym pniu tętnicy płucnej ($p_{PC}(t)$).



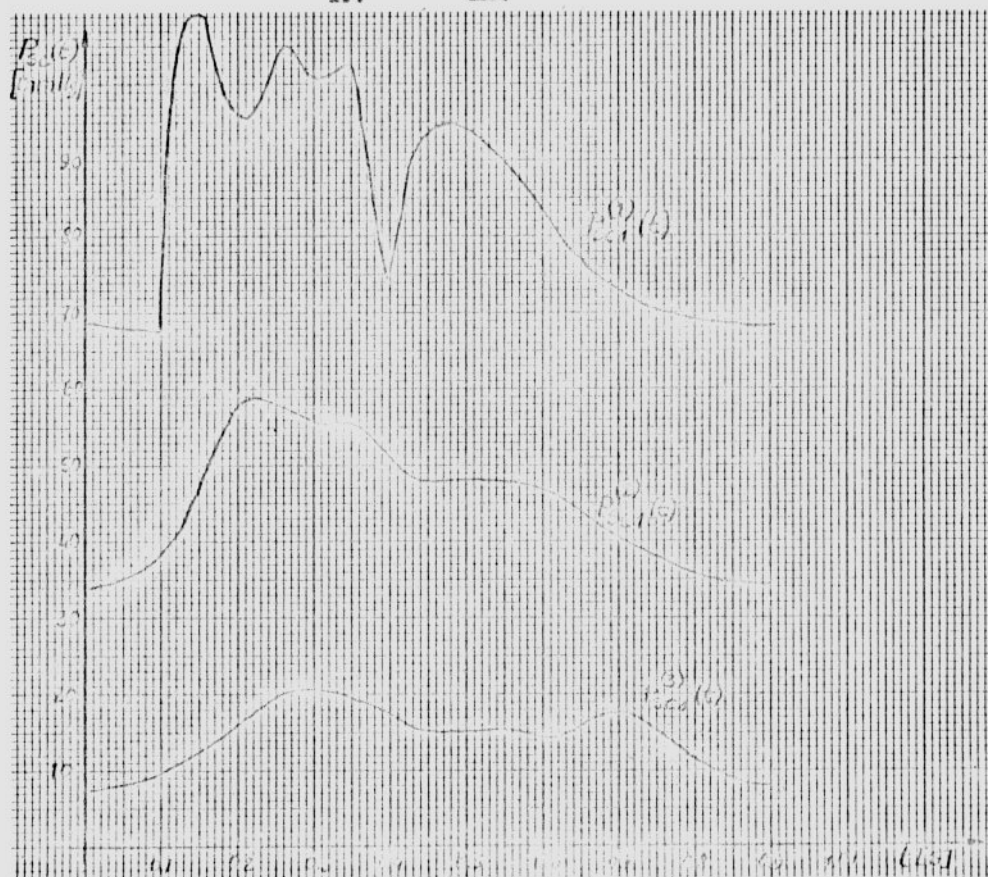
Rys.3.6.8. Ciśnienie w lewej gałęzi tętnicy płucnej ($p_{PC}^{(2)}(t)$).



Rys.3.6.9. Ciśnienia w obwodzie płucnym ($p_{PC}^{(1)}(t), p_{PC}^{(2)}(t), p_{PC}^{(3)}(t)$).



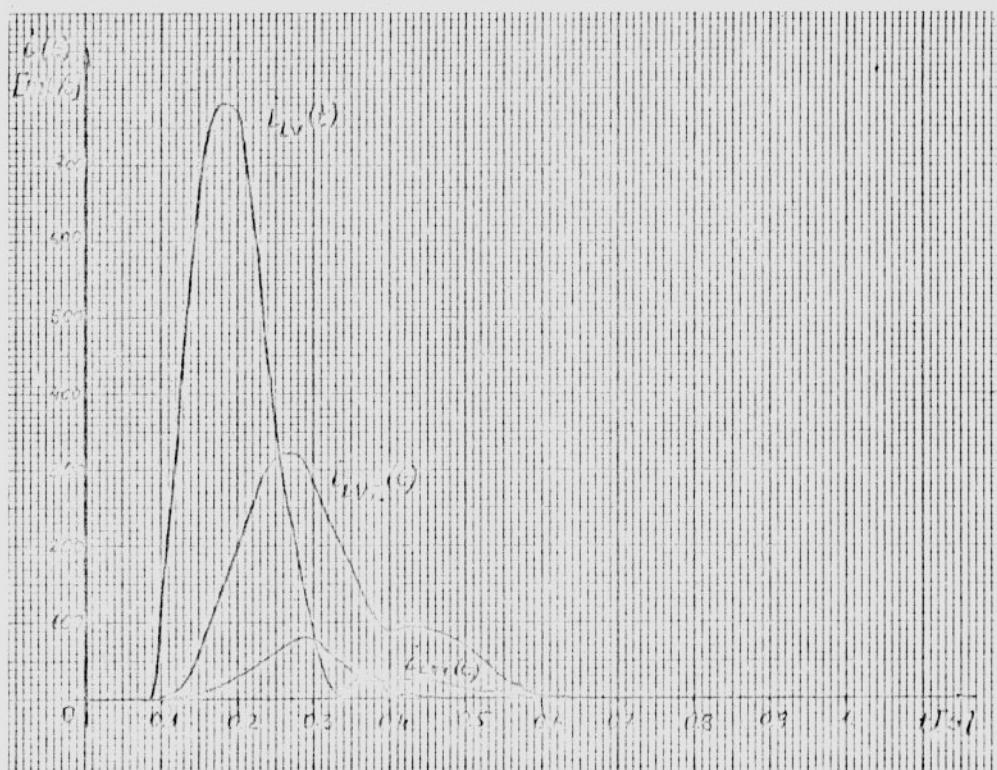
Rys.3.6.10. Strumienie krwi w obwodzie płucnym ($i_{RV}(t), i_{LA}(t)$).



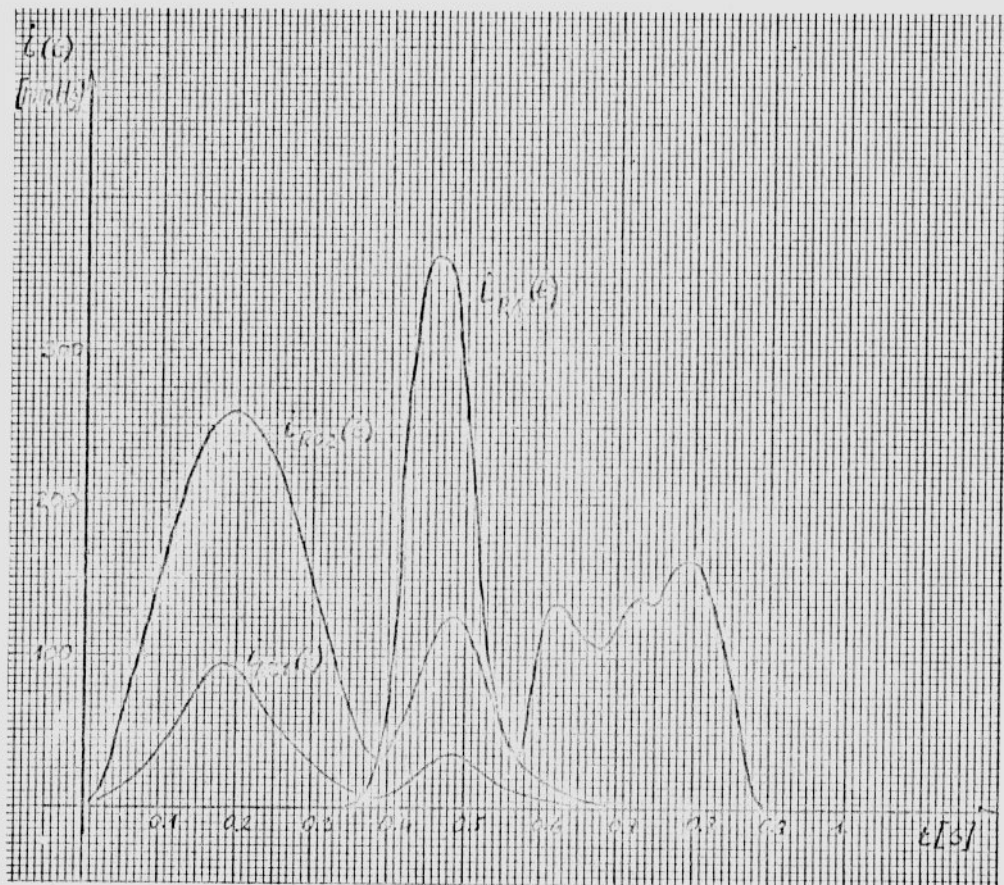
Rys.3.6.11. Ciśnienia w gałęzi I krążenia wielkiego (w obwodzie mózgowym).



Rys.3.6.12. Ciśnienia w gałęzi II krążenia wielkiego (pozostała część obwodu) ($p_{SC2}^{(1)}(t)$, $p_{SC}^{(2)}(t)$, $p_{SC}^{(3)}(t)$).



Rys.3.6.13. Strumienie krwi wpływającej do obwodu krążenia wielkiego oraz do jego gałęzi ($i_{LV}(t)$, $i_{LV2}(t)$, $i_{LV3}(t)$).



Rys.3.6.14. Strumienie krwi wypływającej z obwodu krążenia wielkiego oraz z jego gałęzi ($i_{RA}(t)$, $i_{RSC1}(t)$, $i_{RSC2}(t)$).

TABELA 3.6.1

I_p	t [s]	$p_{LV}(t)$ [mm Hg]	$p_{RV}(t)$ [mm Hg]	$p_{LA}(t)$ [mm Hg]	$p_{RA}(t)$ [mm Hg]	$\alpha(t)$
1	2	3	4	5	6	7
1	0.00	14.81	7.78	11.11	8.15	1
2	0.02	14.81	8.89	11.11	9.26	1
3	0.04	14.81	8.89	5.19	10.00	1
4	0.06	24.07	8.89	2.96	10.00	1
5	0.08		8.89	2.22	10.00	1
6	0.10	74.07	11.11	2.59	9.63	1
7	0.12	101.85	16.30	3.33	9.26	1
8	0.14	118.52	21.85	3.70	9.26	1
9	0.16	118.52	26.67	4.44	8.89	1
10	0.18	105.56	29.26	5.19	8.52	1
11	0.20	98.15	29.26	5.19	8.52	1
12	0.22	100.00	25.56	4.44	8.52	1
13	0.24	103.78	21.85	4.07	8.89	1
14	0.26	109.26	20.00	4.44	9.26	1
15	0.28	107.41	19.63	5.19	9.63	1
16	0.30	103.70	20.00	7.04	10.00	1
17	0.32	101.85	20.74	8.52	10.37	0
18	0.34	103.70	20.37	9.57	10.74	0
19	0.36	105.56	19.63	9.17	10.93	0
20	0.38	92.59	17.78	9.17	11.11	0
21	0.40	79.63	13.33	10.37	11.48	0
22	0.42	46.30	9.63	10.37	11.11	0
23	0.44	22.22	5.93	9.26	10.74	0
24	0.46	18.52	3.33	9.17	10.00	0

1	2	3	4	5	6	7
25	0.48	6.67	1.85	7.80	9.26	0
26	0.50	2.22	2.96	6.67	8.89	0
27	0.52	0.00	4.81	4.44	8.89	0
28	0.54	-2.22	7.04	2.59	9.26	0
29	0.56	-3.70	8.52	1.48	9.63	0
30	0.58	0.00	8.15	1.83	10.00	0
31	0.60	1.85	7.78	2.96	10.19	0
32	0.62	4.44	7.04	4.44	10.37	0
33	0.64	7.04	7.04	4.44	10.56	0
34	0.66	7.04	7.41	4.44	10.74	0
35	0.68	5.93	7.78	4.44	11.11	0
36	0.70	5.93	8.15	5.19	11.48	0
37	0.72	5.93	8.15	5.19	11.85	0
38	0.74	5.93	8.15	5.19	12.59	0
39	0.76	5.93	8.52	5.19	13.70	0
40	0.78	5.93	8.52	5.19	14.44	0
41	0.80	7.04	8.15	6.67	13.70	0
42	0.82	7.78	8.15	7.41	12.96	0
43	0.84	8.52	7.78	10.00	12.22	0
44	0.86	9.26	7.78	12.96	11.11	0
45	0.88	10.74	7.78	11.11	9.63	0
46	0.90	19.52	8.15	11.11	8.52	0

TABELA 3.6.2

I_p	t [s]	$P_{PC}^{(1)}(t)$ [mm Hg]	$P_{PC}^{(2)}(t)$ [mm Hg]	$P_{PC}^{(3)}(t)$ [mm Hg]	$i_{RV}(t)$ [ml/s]	$i_{LA}(t)$ [ml/s]
1	2	3	4	5	6	7
1	0.00	9.63	6.67	5.20	0.00	0.00
2	0.02	9.63	6.00	5.20	0.00	0.00
3	0.04	9.26	6.67	5.20	0.00	0.00
4	0.06	9.26	7.50	5.20	0.00	0.00
5	0.08	8.89	7.50	6.00	0.00	0.00
6	0.10	8.89	8.33	6.00	180.00	0.00
7	0.12	9.63	9.17	6.67	540.00	0.00
8	0.14	12.96	9.17	6.67	720.00	0.00
9	0.16	18.52	10.00	8.33	660.00	0.00
10	0.18	22.22	10.83	8.33	570.00	0.00
11	0.20	24.44	11.67	9.17	370.00	0.00
12	0.22	22.96	11.67	9.17	210.00	0.00
13	0.24	21.11	12.50	9.17	60.00	0.00
14	0.26	19.26	12.50	10.00	60.00	0.00
15	0.28	18.15	12.50	10.00	120.00	0.00
16	0.30	18.52	12.50	10.00	120.00	0.00
17	0.32	18.89	12.50	10.00	150.00	0.00
18	0.34	19.26	12.50	10.00	90.00	0.00
19	0.36	18.15	11.67	9.50	120.00	0.00
20	0.38	16.67	11.67	9.17	90.00	0.00
21	0.40	15.56	10.83	9.17	0.00	0.00
22	0.42	13.70	10.83	9.17	0.00	0.00
23	0.44	11.48	10.00	8.33	0.00	0.00
24	0.46	11.11	9.17	8.33	0.00	0.00
25	0.48	12.96	9.17	8.33	0.00	180.00

1	2	3	4	5	6	7
26	0.50	14.81	9.17	7.50	0.00	210.00
27	0.52	16.67	10.00	7.50	0.00	300.00
28	0.54	15.93	10.00	7.50	0.00	450.00
29	0.56	14.07	10.00	8.33	0.00	240.00
30	0.58	12.22	9.17	8.33	0.00	180.00
31	0.60	10.74	8.33	7.50	0.00	60.00
32	0.62	10.34	8.33	6.67	0.00	-90.00
33	0.64	10.37	8.33	6.67	0.00	-60.00
34	0.66	9.63	7.50	6.67	0.00	60.00
35	0.68	9.26	7.50	6.67	0.00	90.00
36	0.70	8.89	7.50	6.67	0.00	90.00
37	0.72	9.26	8.33	6.00	0.00	30.00
38	0.74	9.63	8.33	6.00	0.00	60.00
39	0.76	9.63	7.50	6.00	0.00	30.00
40	0.78	9.26	7.50	5.20	0.00	180.00
41	0.80	9.26	7.50	5.20	0.00	360.00
42	0.82	9.26	7.50	5.20	0.00	390.00
43	0.84	9.26	7.50	5.20	0.00	480.00
44	0.86	9.63	6.67	5.20	0.00	590.00
45	0.88	9.26	6.67	5.20	0.00	240.00
46	0.90	9.26	6.67	5.20	0.00	240.00

TABELA 3.6.3

I_p	t [s]	$p_{SC1}^{(2)}(t) = p_{SC2}^{(1)}(t)$ [mm Hg]	$p_{SC1}^{(2)}(t)$ [mm Hg]	$p_{SC1}^{(3)}(t)$ [mm Hg]	$p_{SC2}^{(2)}(t)$ [mm Hg]	$p_{SC2}^{(3)}(t)$ [mm Hg]
1	2	3	4	5	6	7
1	0.00	68.52	33.33	7.41	33.33	7.41
2	0.02	67.59	33.33	7.41	33.33	7.41
3	0.04	66.67	35.19	7.41	35.18	7.41
4	0.06	66.67	37.04	8.33	37.04	8.33
5	0.08	66.67	38.89	9.26	38.89	9.26
6	0.10	66.67	40.74	10.19	40.74	10.19
7	0.12	100.00	42.59	11.11	44.44	11.11
8	0.14	114.82	46.30	12.04	48.15	12.04
9	0.16	113.89	51.85	12.96	53.70	12.96
10	0.18	99.07	55.56	13.89	57.40	13.89
11	0.20	90.74	59.26	14.82	61.11	14.82
12	0.22	92.15	59.26	15.74	61.11	14.82
13	0.24	105.56	57.41	16.67	59.26	15.74
14	0.26	103.70	57.41	18.52	59.26	16.67
15	0.28	101.85	57.41	20.37	59.26	18.52
16	0.30	101.22	56.48	20.37	57.41	18.52
17	0.32	102.78	55.56	20.37	55.56	18.52
18	0.34	94.44	56.48	20.37	53.70	18.52
19	0.36	83.33	57.41	19.44	50.00	17.59
20	0.38	74.07	51.85	19.44	48.18	17.59
21	0.40	83.33	46.30	18.52	48.18	16.67
22	0.42	92.59	48.15	17.59	46.30	16.67
23	0.44	94.44	48.15	16.67	46.30	15.74

1	2	3	4	5	6	7
24	0.46	95.37	48.15	15.74	46.30	14.82
25	0.48	94.44	50.00	15.74	48.15	14.82
26	0.50	92.59	48.15	14.82	46.30	13.89
27	0.52	90.74	48.15	14.82	48.30	13.89
28	0.54	88.89	47.22	14.82	48.30	13.89
29	0.56	87.04	47.22	14.82	46.30	13.89
30	0.58	83.33	46.30	14.82	44.44	13.89
31	0.60	81.48	45.37	14.82	42.59	13.89
32	0.62	77.78	44.44	14.82	42.59	13.89
33	0.64	75.93	43.52	15.74	40.74	14.82
34	0.66	74.07	42.59	15.74	40.74	14.82
35	0.68	73.15	40.74	16.67	38.89	15.74
36	0.70	72.22	39.82	16.67	37.04	15.74
37	0.72	71.30	38.89	17.59	37.04	16.67
38	0.74	70.37	38.89	14.82	37.04	14.82
39	0.76	70.37	37.96	12.96	35.19	12.96
40	0.78	70.37	37.04	12.04	35.19	11.11
41	0.80	68.58	36.11	11.11	35.19	11.11
42	0.82	68.52	35.19	9.26	35.19	9.26
43	0.84	68.52	35.26	8.33	33.33	8.33
44	0.86	68.52	33.33	7.04	33.33	8.33
45	0.88	68.52	32.41	7.04	33.33	7.41
46	0.90	67.60	33.33	7.04	33.33	7.41

TABELA 3.6.4

Lp	t [s]	$i_{LV}(t)$ [ml/s]	$i_{LSC1}(t)$ [ml/s]	$i_{LSC2}(t)$ [ml/s]	$i_{RA}(t)$ [ml/s]	$i_{RSC1}(t)$ [ml/s]	$i_{RSC2}(t)$ [ml/s]
1	2	3	4	5	6	7	8
1	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
2	0.02	0.00	0.00	0.00	0.00	3.50	20.00
3	0.04	0.00	0.00	0.00	0.00	16.50	60.00
4	0.06	0.00	0.00	0.00	0.00	16.50	100.00
5	0.08	0.00	0.00	0.00	0.00	19.80	120.00
6	0.10	0.00	0.00	0.00	0.00	26.40	160.00
7	0.12	150.00	4.00	24.00	0.00	29.70	180.00
8	0.14	320.00	8.00	32.00	0.00	33.00	200.00
9	0.16	500.00	15.00	90.00	0.00	36.30	220.00
10	0.18	700.00	25.00	150.00	0.00	39.60	240.00
11	0.20	780.00	32.00	192.00	0.00	43.00	260.00
12	0.22	760.00	40.00	240.00	0.00	39.60	240.00
13	0.24	610.00	45.00	270.00	0.00	38.00	230.00
14	0.26	450.00	49.00	306.00	0.00	36.30	220.00
15	0.28	310.00	51.00	312.00	0.00	33.00	200.00
16	0.30	200.00	52.00	294.00	0.00	23.00	140.00
17	0.32	100.00	49.00	252.00	0.00	13.20	133.00
18	0.34	50.00	42.00	210.00	0.00	10.00	76.00
19	0.36	10.00	35.00	150.00	0.00	6.60	52.00
20	0.38	-50.00	30.00	100.00	60.00	6.60	38.00
21	0.40	-60.00	20.00	95.00	225.00	10.00	38.00
22	0.42	-60.00	19.00	90.00	315.00	13.20	57.00
23	0.44	-20.00	18.00	90.00	360.00	19.80	76.00
24	0.46	0.00	18.00	85.00	180.00	23.00	114.00
25	0.48	0.00	17.00	80.00	180.00	19.80	133.00

1	2	3	4	5	6	7	8
26	0.50	0.00	16.00	75.00	75.00	16.50	114.00
27	0.52	0.00	15.00	50.00	15.00	10.00	67.00
28	0.54	0.00	10.00	20.00	45.00	6.60	38.00
29	0.56	0.00	4.00	5.00	75.00	6.60	38.00
30	0.58	0.00	1.00	0.00	120.00	5.00	19.00
31	0.60	0.00	0.00	0.00	127.00	3.30	19.00
32	0.62	0.00	0.00	0.00	120.00	3.30	19.00
33	0.64	0.00	0.00	0.00	112.00	3.30	9.50
34	0.66	0.00	0.00	0.00	105.00	1.60	0.00
35	0.68	0.00	0.00	0.00	120.00	0.00	0.00
36	0.70	0.00	0.00	0.00	135.00	0.00	0.00
37	0.72	0.00	0.00	0.00	135.00	0.00	0.00
38	0.74	0.00	0.00	0.00	135.00	0.00	0.00
39	0.76	0.00	0.00	0.00	195.00	0.00	0.00
40	0.78	0.00	0.00	0.00	225.00	0.00	0.00
41	0.80	0.00	0.00	0.00	195.00	0.00	0.00
42	0.82	0.00	0.00	0.00	165.00	0.00	0.00
43	0.84	0.00	0.00	0.00	135.00	0.00	0.00
44	0.86	0.00	0.00	0.00	105.00	0.00	0.00
45	0.88	0.00	0.00	0.00	90.00	0.00	0.00
46	0.90	0.00	0.00	0.00	90.00	0.00	0.00

3.6.1. Parametry modelu komór serca

Dla wyznaczenia parametrów modelu komór serca skorzystano z pomiaru ciśnienia w komorach $p_{LV}(t), p_{RV}(t)$ uzyskanych podczas cewnikowania serca. Dla przedstawionych w tabeli 3.6.1 danych wyznaczono parametry modeli komór.

Dla modelu prawej komory otrzymano:

$$\lambda_{RV}^{(0)} = 0.22977$$

$$\lambda_{RV}^{(1)} = 0.92446 \cdot 10^{-5}$$

$$\lambda_{RV}^{(2)} = 0.71959 \cdot 10^{-7}$$

Dla modelu lewej komory otrzymano:

$$\lambda_{LV}^{(0)} = 0.24748 \cdot 10^{-1}$$

$$\lambda_{LV}^{(1)} = 0.11849 \cdot 10^{-4}$$

$$\lambda_{LV}^{(2)} = 0.79677 \cdot 10^{-7}$$

3.6.2. Parametry modelu hemodynamiki krążenia płucnego

Dla wyznaczania parametrów modelu hemodynamiki krążenia płucnego skorzystano z pomiarów ciśnień $p_{LV}(t), p_{RV}(t), p_{PC}^{(1)}, p_{PC}^{(2)}, p_{PC}^{(3)}$ oraz $p_{LA}(t)$.

$p_{PC}^{(1)}(t)$ odpowiada ciśnieniu w głównym pniu tętnicy płucnej

$p_{PC}^{(2)}(t)$ odpowiada ciśnieniu w tętnicach płucnych

$p_{PC}^{(3)}(t)$ odpowiada ciśnieniu w żyłach płucnych

Ponadto skorzystano z wielkości przepływu $i_{RV}(t)$ oraz $i_{LA}(t)$.

Dla danych pomiarowych przedstawionych w tabelach 3.6.1, 3.6.2, 3.6.4 wyznaczono następujące parametry modelu hemodynamiki krążenia płucnego

TABELA 3.6.2.1

PARAMETR	WARTOŚĆ	JEDNOSTKI
K_{RV}	$0.80834 \cdot 10^2$	$\text{ml s}^{-1} \text{ mm Hg}$
$c_{PC}^{(1)}$	$0.15861 \cdot 10^1$	ml mm Hg^{-1}
$K_{PC}^{(1)}$	0.83619	$\text{ml s}^{-1} \text{ mm Hg}$
$c_{PC}^{(2)}$	$0.35897 \cdot 10^1$	ml mm Hg^{-1}
$K_{PC}^{(2)}$	$0.77510 \cdot 10^{-2}$	$\text{ml s}^{-1} \text{ mm Hg}^{-1}$
$c_{PC}^{(3)}$	$0.19396 \cdot 10^{-2}$	ml mm Hg^{-1}
$K_{PC}^{(3)}$	$0.93792 \cdot 10^{-2}$	$\text{ml s}^{-1} \text{ mm Hg}^{-1}$
c_{IA}	0.14078	ml mm Hg^{-1}
u_{IA}	$0.29560 \cdot 10^1$	-
K_{IA}	$0.77543 \cdot 10^2$	$\text{ml s}^{-1} \text{ mm Hg}^{-1}$

3.6.3. Parametry modelu hemodynamiki krążenia wielkiego

Dla wyznaczania parametrów modelu hemodynamiki krążenia wielkiego skorzystano z pomiarów ciśnień $p_{LV}(t)$, $p_{LV}(t)$, $p_{RA}(t)$, $p_{SC1}^{(1)} = p_{SC2}^{(1)}$ - ciśnienie w aortcie, $p_{SC1}^{(2)}(t)$, $p_{SC1}^{(3)}(t)$ - kolejne pomiary ciśnień w obwodzie krążenia mózgowego oraz $p_{SC2}^{(2)}(t)$, $p_{SC2}^{(3)}(t)$ - ciśnienie w pozostałej części obwodu krążenia wielkiego. Ponadto skorzystano z wielkości przepływu $i_{RA}(t)$, $i_{LV}(t)$, $i_{LSC1}(t)$, $i_{LSC2}(t)$, $i_{RSC1}(t)$, $i_{RSC2}(t)$ gdzie indeks "1" odpowiada strumieniowi krwi w obwodzie mózgowym a "2" w pozostałej części.

Dla danych pomiarowych w tabelach 3.6.1, 3.6.2, 3.6.4 wyznaczono parametry modelu hemodynamiki krążenia wielkiego. Wyniki identyfikacji przedstawia poniższa tabela.

TABELA 3.6.3.1

PARAMETR	ALGORYTM I (wartość)	ALGORYTM II (wartość)	JEDNOSTKI
K_{LV}	$0.47903 \cdot 10^2$	$0.47903 \cdot 10^2$	$\text{ml s}^{-1} \text{ mmHg}^{-1}$
c_{SC}	$0.44145 \cdot 10^{-1}$	$0.33379 \cdot 10^{-1}$	ml mmHg^{-1}
$c_{SC1}^{(2)}$	$0.59067 \cdot 10^{-1}$	$0.90455 \cdot 10^{-1}$	ml mmHg^{-1}
$c_{SC1}^{(3)}$	$0.25072 \cdot 10^{-1}$	$0.89242 \cdot 10^{-1}$	ml mmHg^{-1}
$K_{SC1}^{(1)}$	$0.59591 \cdot 10^{-1}$	$0.70690 \cdot 10^{-1}$	$\text{ml s}^{-1} \text{ mmHg}^{-1}$
$K_{SC1}^{(2)}$	$0.64124 \cdot 10^{-1}$	$0.53449 \cdot 10^{-1}$	$\text{ml s}^{-1} \text{ mmHg}^{-1}$
$K_{SC1}^{(3)}$	$0.11808 \cdot 10^1$	$0.43460 \cdot 10^1$	$\text{ml s}^{-1} \text{ mmHg}^{-1}$
$c_{SC2}^{(2)}$	$0.13486 \cdot 10^{-1}$	$0.27378 \cdot 10^{-1}$	ml mmHg^{-1}
$c_{SC2}^{(3)}$	0.19732	0.10166	ml mmHg^{-1}
$K_{SC2}^{(1)}$	0.38826	0.50686	$\text{ml s}^{-1} \text{ mmHg}^{-1}$
$K_{SC2}^{(2)}$	0.48243	0.30468	$\text{ml s}^{-1} \text{ mmHg}^{-1}$
$K_{SC2}^{(3)}$	$0.90040 \cdot 10^1$	$0.72640 \cdot 10^1$	$\text{ml s}^{-1} \text{ mmHg}^{-1}$
c_{RA}	0.91113	0.82671	ml mmHg^{-1}
μ_{RA}	$0.20058 \cdot 10^2$	$0.16271 \cdot 10^1$	-
K_{RA}	$0.36679 \cdot 10^2$	$0.34625 \cdot 10^2$	$\text{ml s}^{-1} \text{ mmHg}^{-1}$

Otrzymane parametry modelu procesów hemodynamicznych w układzie krążenia są zbliżone do odpowiednich parametrów znanych w literaturze. Są one najlepsze dla przedstawionych danych pomiarowych oraz przyjętego kryterium jakości identyfikacji.

ROZDZIAŁ 4. ANALIZA WŁASNOŚCI MODELU MATEMATYCZNEGO PROCESÓW HEMODYNAMICZNYCH W UKŁADZIE KRĄŻENIA

W rozdziale tym przedstawiono sposób rozwiązania równań modelu oraz opisano analizę wrażliwości uzyskanego modelu procesów hemodynamicznych w układzie krążenia na zmianę jego parametrów. Omówiono wyniki symulacji modelowanych procesów; otrzymane wyniki porównano z danymi eksperymentalnymi. Opisano również wyniki analizy wrażliwości modeli.

W poprzednim rozdziale zaproponowano metodę wyznaczania parametrów modelu procesów hemodynamicznych układu krążenia. Otrzymany model opisuje zależności pomiędzy aktywnością mięśnia sercowego $\tilde{\alpha}(t)$, a ciśnieniami w komorach $\tilde{p}_{RV}(t), \tilde{p}_{LV}(t)$ i przedsionkach $\tilde{p}_{RA}(t), \tilde{p}_{RV}(t)$ oraz ciśnieniami w wybranych punktach obwodu krążenia płucnego $\tilde{p}_{PC}(t)$ i obwodu krążenia wielkiego $\tilde{p}_{SCj}(t)$, $j = 1, 2, \dots, r$. Parametrami tego modelu są wektory parametrów $\bar{\lambda}_{LV}, \bar{\lambda}_{RV}, \bar{\xi}_{PC}, \bar{\xi}_{SC}$. Ich znaczenie opisano w rozdziale 2. Rozwiązania równań modelu zależne są od wspomnianych parametrów. Aby ocenić przydatność i dokładność opracowanego modelu należy rozwiązać jego równania korzystając z wyznaczonych parametrów oraz porównać je z danymi eksperymentalnymi. Dla tak skonstruowanego modelu, interesujące jest postawić pytanie: Jak zmieni się rozwiązanie równań modelu w zależności od zmian jego parametrów?

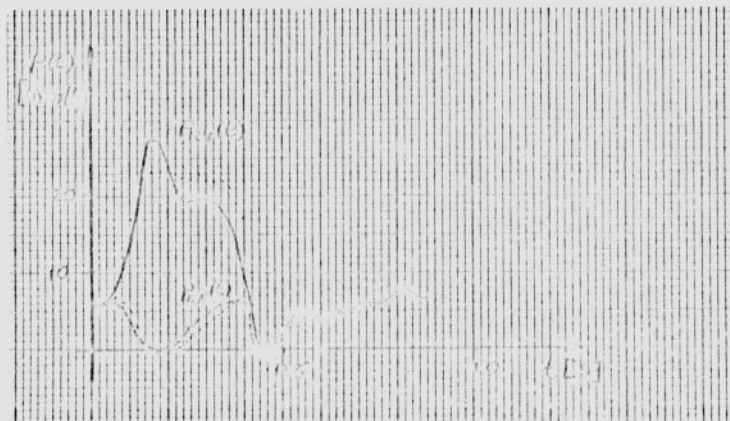
Problemowi wyznaczania rozwiązań równań modelu oraz analizy wrażliwości modelu na zmiany jego parametrów, poświęcony jest rozdział 4.

4.1. Rozwiązanie równań modelu matematycznego procesów hemodynamicznych w układzie krążenia

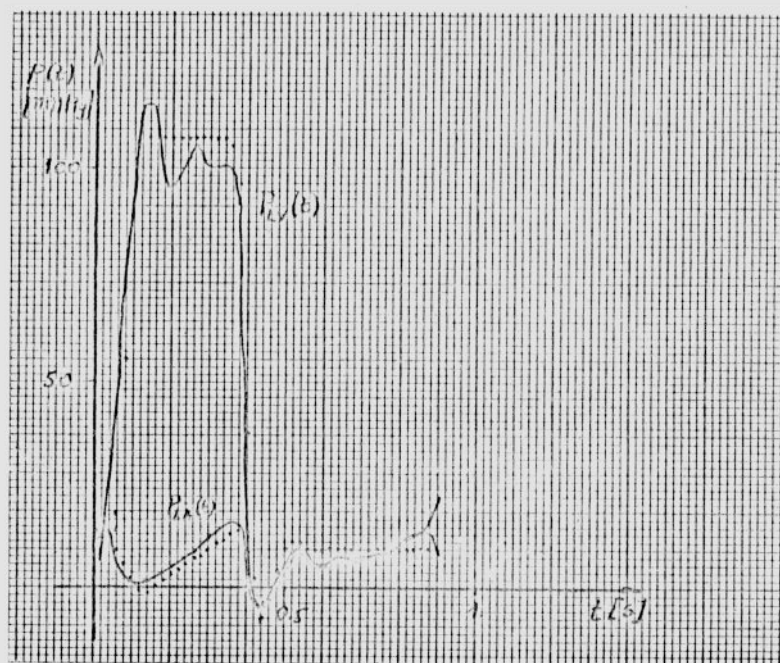
Zauważmy, że równania (2.2.1), (2.2.3), (2.3.1), (2.3.3), które wchodzi w skład równań modelu hemodynamiki krążenia, są nieliniowe. Analityczne rozwiązanie takiego układu równań następuje z pewnych trudności. Aby wyznaczyć rozwiązanie tego układu skorzystano z metod numerycznych rozwiązywania równań różniczkowych. Przygotowano program rozwiązywania równań modelu na m.c. o nazwie JSØ5 w języku FORTRAN. (Opis programu oraz tabulogram kompilacji zamieszczono w pracy [71]). W ten sposób otrzymano model symulacyjny procesów hemodynamicznych w układzie krążenia.

Dla parametrów uzyskanych w procesie identyfikacji wyznaczono rozwiązanie równań modelu i porównano je z danymi eksperymentalnymi. Poniżej omówiono wyniki symulacji. Na rysunkach 4.1.1-4.1.5 przedstawiono wyniki symulacji, a odpowiadające im wartości zebrano w tabelach 4.1.1-4.1.4. Dla porównania na tych samych rysunkach obok wyników symulacji zamieszczono przebiegi uzyskane z pomiarów. Z porównania danych pomiarowych z wynikami symulacji wynika, iż wyniki symulacji są zbliżone do danych pomiarowych.

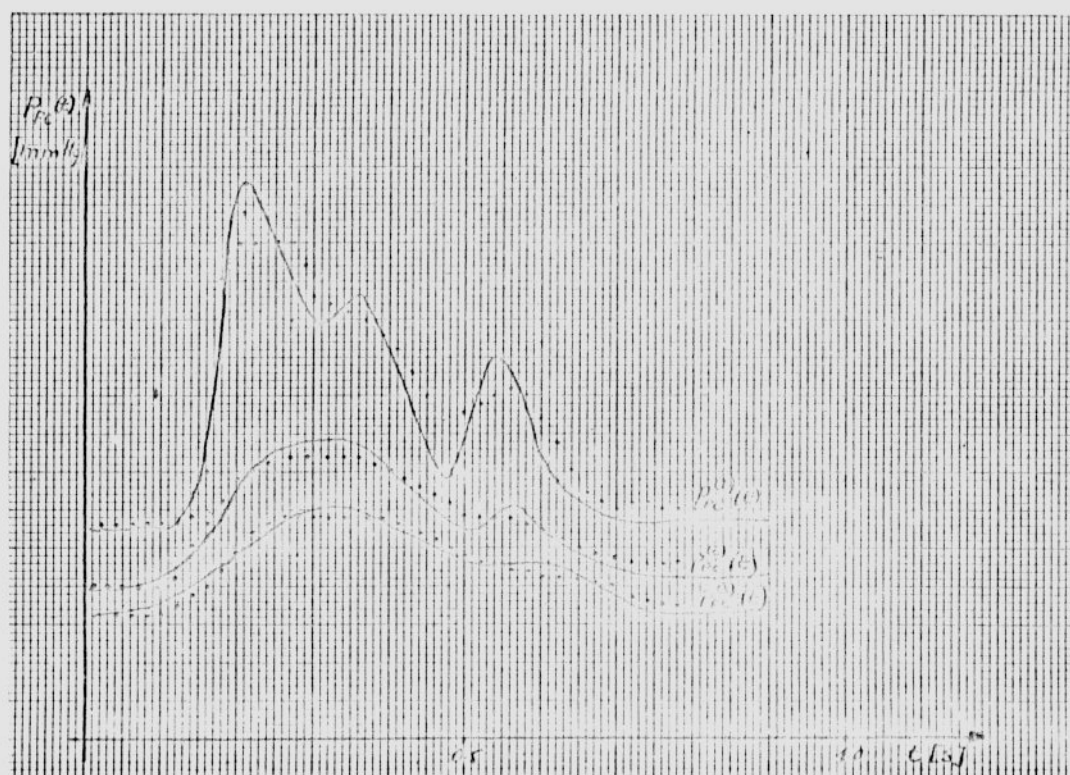
(Na rysunkach 4.1.1.-4.1.5. kropkami zaznaczono wartości otrzymane w wyniku rozwiązania równań modelu.)



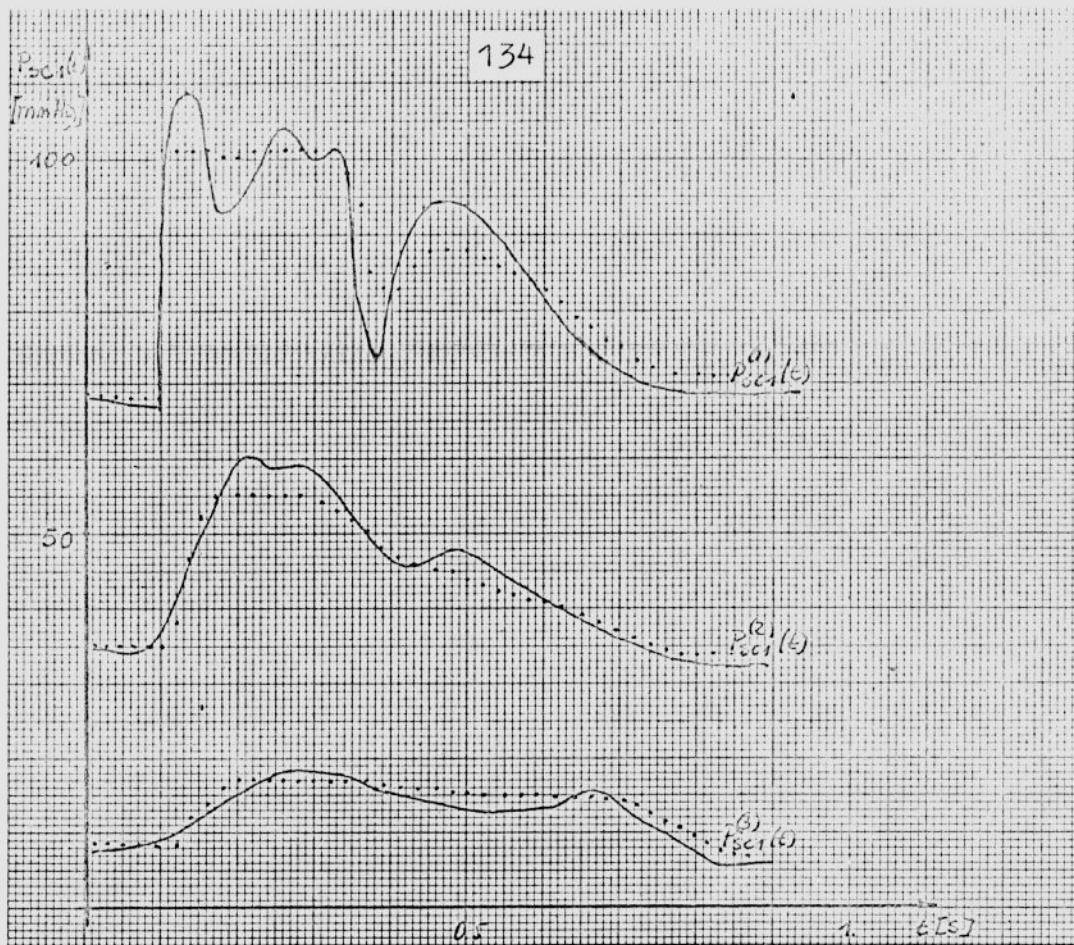
Rys.4.1.1. Ciśnienie krwi w prawej komorze
i prawym przedsionku



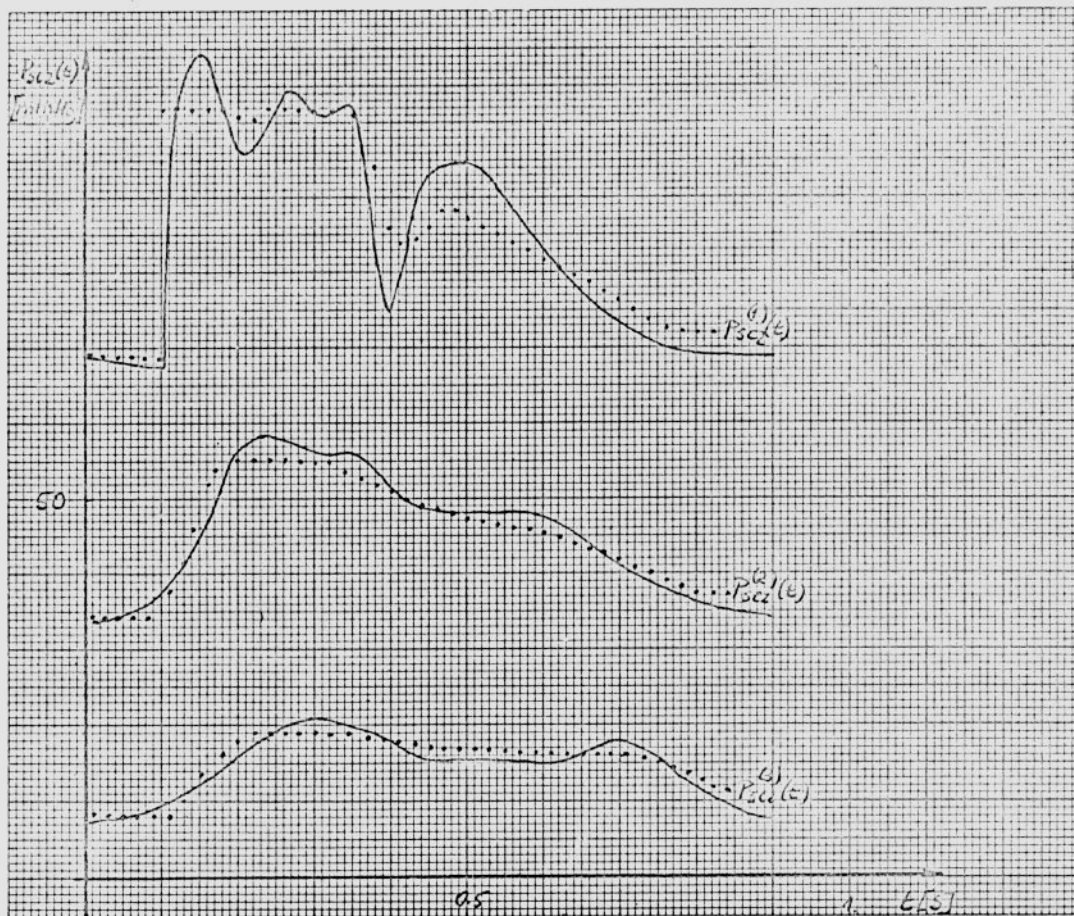
Rys.4.1.2. Ciśnienia krwi w lewej komorze
i lewym przedsionku



Rys.4.1.3. Ciśnienia krwi w obwodzie krążenia
płucnego



Rys.4.1.4. Ciśnienia krwi w gałęzi I obwodu krążenia wielkiego



Rys.4.1.5. Ciśnienia krwi w gałęzi II obwodu krążenia wielkiego

CISHIENA W SERCU/

NR	PLV	PLA	PRV	PRA
	[MMHG]	[MMHG]	[MMHG]	[MMHG]
1	14.80	8.15	7.67	12.31
2	14.92	8.60	7.67	12.31
3	14.91	9.20	7.65	6.29
4	14.81	9.30	7.92	3.96
5	14.81	8.21	8.90	3.33
6	14.81	7.32	11.32	3.69
7	105.13	7.00	17.20	4.12
8	105.35	6.90	23.20	4.60
9	104.85	7.00	22.80	5.54
10	104.56	6.80	23.22	6.09
11	104.81	6.60	22.81	6.20
12	104.00	6.40	23.17	5.54
13	103.92	6.40	22.19	5.06
14	103.80	6.30	21.00	5.90
15	103.74	7.40	20.21	6.40
16	102.70	7.30	20.17	6.80
17	103.20	6.20	20.20	7.30
18	103.50	6.60	20.23	7.80
19	104.00	9.00	18.62	8.20
20	100.92	9.20	26.14	8.70
21	96.48	9.40	14.66	9.20
22	73.90	9.60	10.10	9.40
23	21.40	4.32	4.29	9.80
24	12.10	1.95	1.85	10.00
25	6.91	-1.00	-1.60	6.30
26	6.22	-3.25	-2.27	6.10
27	4.93	1.00	2.20	4.36
28	2.74	4.81	4.71	3.00
29	1.92	5.00	7.23	1.91
30	2.10	5.40	8.35	1.32
31	3.26	5.80	7.31	3.00
32	4.00	6.47	7.77	6.00
33	7.69	6.92	7.70	7.00
34	7.06	7.46	7.60	7.00
35	7.06	8.15	7.42	7.00
36	7.06	8.15	7.41	7.00
37	7.00	6.15	6.21	6.00
38	6.99	6.15	8.32	7.00
39	7.00	6.60	6.34	7.00
40	7.09	8.21	7.30	7.00
41	7.00	6.15	7.40	8.00
42	7.00	6.27	7.41	9.00
43	7.00	6.15	7.41	10.00
44	7.00	6.15	7.41	11.00
45	7.00	6.15	7.41	11.00
46	7.00	6.15	7.41	11.00

CISNIENIA KRWI W OBLODZIE KRAZENIA PLUCNEGO

NR	PPC1	PPC2	PPC3
	[mmHg]	[mmHg]	[mmHg]
1	9.63	6.67	5.40
2	9.63	6.67	5.40
3	9.63	6.72	5.40
4	9.63	6.74	5.70
5	9.63	6.90	6.00
6	10.00	7.90	6.40
7	12.96	6.74	6.30
8	15.08	10.30	7.20
9	13.27	10.73	7.30
10	20.32	11.62	8.40
11	20.71	11.71	9.30
12	21.09	12.00	9.35
13	21.09	12.40	9.40
14	21.12	12.00	9.44
15	19.21	12.00	9.45
16	19.66	12.00	9.47
17	13.93	12.00	9.48
18	17.21	12.00	9.49
19	17.22	12.00	9.35
20	16.70	12.00	9.29
21	15.72	11.90	9.05
22	14.20	10.33	9.31
23	14.00	10.23	8.75
24	13.42	10.00	8.30
25	13.16	9.71	8.45
26	13.05	9.20	8.30
27	14.01	6.90	6.10
28	14.27	6.60	3.00
29	14.51	6.50	3.00
30	13.31	6.40	3.00
31	12.82	6.20	7.91
32	11.91	3.20	7.75
33	10.41	6.10	7.60
34	10.02	7.90	7.45
35	9.99	7.70	7.30
36	9.73	7.70	7.15
37	10.27	7.70	6.00
38	10.32	7.70	6.85
39	10.34	7.90	5.70
40	10.39	7.70	5.50
41	10.42	7.70	5.40
42	10.37	7.70	5.40
43	10.35	7.70	5.40
44	10.28	7.70	5.40
45	10.15	7.70	5.40
46	10.17	7.70	5.40

CISNIENIA KRWI W GALEZI I OBUODU KRAZENIA WIELKIEGO

NR	PSC11	PSC21	PSC31
	[mmHg]	[mmHg]	[mmHg]
1	68.40	34.74	8.80
2	68.43	34.74	8.90
3	68.43	34.74	8.10
4	68.43	34.83	8.10
5	68.43	34.92	8.10
6	68.43	33.10	8.90
7	100.24	42.10	8.90
8	104.34	46.12	8.90
9	104.85	52.21	10.90
10	104.85	53.13	13.80
11	104.85	56.41	15.80
12	104.85	55.14	17.80
13	104.85	55.15	18.35
14	103.85	55.16	18.83
15	103.85	55.18	18.92
16	103.75	55.13	18.96
17	103.75	55.13	18.10
18	103.75	54.81	18.10
19	96.44	53.17	18.10
20	85.33	52.71	17.10
21	83.46	52.16	17.21
22	83.48	51.63	17.21
23	86.48	50.15	17.21
24	83.43	49.14	17.21
25	83.50	43.13	17.01
26	83.46	43.13	17.01
27	87.48	47.31	17.99
28	86.47	47.31	17.80
29	85.40	46.38	16.70
30	84.46	46.38	16.90
31	83.45	45.83	16.90
32	82.44	45.83	16.10
33	81.43	41.14	16.10
34	79.42	41.14	16.10
35	78.40	43.15	16.10
36	76.39	42.61	16.10
37	75.33	41.76	16.21
38	75.33	44.64	16.21
39	72.37	39.12	15.13
40	71.37	36.11	14.21
41	71.36	37.10	13.12
42	71.35	36.42	12.13
43	71.34	34.83	11.14
44	71.33	34.74	10.13
45	7.32	34.40	9.12
46	71.33	34.40	8.12

NR	PSC12	PSC22	PSC32
	[mmHg]	[mmHg]	[mmHg]
1	68.40	35.70	7.68
2	68.43	35.74	7.67
3	68.43	35.74	7.66
4	68.43	35.83	7.66
5	68.43	35.92	7.66
6	68.43	5.10	7.66
7	100.24	38.11	7.66
8	104.84	47.12	12.10
9	104.85	52.12	14.11
10	104.85	55.13	16.21
11	104.85	55.14	16.99
12	104.85	55.15	16.99
13	104.85	55.16	16.92
14	103.85	55.18	16.95
15	103.85	55.20	16.10
16	103.75	54.20	16.10
17	103.75	53.20	16.10
18	103.75	52.19	16.10
19	96.44	51.13	16.10
20	85.33	50.17	16.94
21	83.46	48.19	16.83
22	83.48	47.17	16.74
23	86.48	46.13	16.80
24	88.43	46.13	15.92
25	88.50	45.25	15.94
26	88.46	45.24	15.85
27	87.48	45.24	15.94
28	86.47	45.14	15.92
29	85.40	45.44	15.90
30	84.46	42.74	14.88
31	83.45	42.74	14.87
32	82.44	41.27	14.83
33	81.43	41.27	14.81
34	79.42	40.15	14.77
35	78.40	40.16	14.75
36	76.39	39.42	13.74
37	75.33	38.37	13.73
38	75.36	38.30	12.72
39	72.37	37.12	12.71
40	71.37	36.81	10.70
41	71.36	36.11	10.70
42	71.35	35.92	9.73
43	71.34	35.83	9.63
44	71.33	35.74	8.86
45	7.32	35.74	7.85
46	71.33	35.74	7.65

4.2. Analiza wrażliwości modelu matematycznego procesów hemodynamicznych w układzie krążenia

Dla zastosowań opisanego modelu szczególnie ważne jest odpowiedzieć na pytanie: Jak zmieniają się sygnały wyjściowe modelu przy zmianie parametrów modelu? W szczególności:

- 1° Jak zmienia się ciśnienie w komorach przy zmianie parametrów komór?
- 2° Jak zmienia się ciśnienie w wybranych punktach obwodu krążenia płucnego i wielkiego przy zmianie parametrów komór?
- 3° Jak zmienia się ciśnienie w wybranych punktach obwodu krążenia płucnego i wielkiego przy zmianie parametrów tych układów?

Odpowiedzi na powyższe pytania dostarczy analiza wrażliwości modelu [78].

Przez analizę wrażliwości modelu rozumiemy oszacowanie przyrostów zmiennych opisujących model spowodowanych zmianami takiego modelu. Ponieważ zmianę rozpatrywanego modelu można opisać przez zmianę jego parametrów, zatem problem analizy wrażliwości sprowadza się do oszacowania przyrostów zmiennych, opisujących model (wyjście modelu), wynikających ze zmian parametrów modelu.

Przyjmijmy oznaczenia:

$\tilde{p}(t, \xi)$ - rozwiązanie równania modelu, wyjście modelu

ξ - parametr modelu

$\Delta \xi$ - przyrost parametru modelu

$\Delta \tilde{p}(t, \xi, \Delta \xi)$ - zmiana wyjścia modelu odpowiadająca przyrostowi ,

$$\Delta \tilde{p}(t, \xi, \Delta \xi) = \tilde{p}(t, \xi + \Delta \xi) - \tilde{p}(t, \xi).$$

Należy zbadać zależność pomiędzy przyrostami $\Delta \tilde{p}(t, \xi, \Delta \xi)$ i $\Delta \xi$.

Pewną miarą tej zależności jest stosunek:

$$\frac{\Delta \tilde{p}(t, \xi, \Delta \xi)}{\Delta \xi} = \frac{\tilde{p}(t, \xi + \Delta \xi) - \tilde{p}(t, \xi)}{\Delta \xi}$$

Dla $\Delta \xi \rightarrow 0$ mamy:

$$\frac{\Delta \tilde{p}(t, \xi, \Delta \xi)}{\Delta \xi} \rightarrow \frac{\partial}{\partial \xi} \tilde{p}(t, \xi) \triangleq Z(t, \xi)$$

Funkcja $Z(t, \xi)$ jest miarą wrażliwości sygnału $p(t, \xi)$ na zmianę parametru ξ . W literaturze można spotkać określenie "funkcja wrażliwości". Funkcja ta jest pochodną cząstkową badanego sygnału po parametrze ξ .

Możemy napisać dla małych $\Delta \xi$

$$p(t, \xi + \Delta \xi) \approx p(t, \xi) + \Delta \xi Z(t, \xi)$$

Badanie wrażliwości opisanego modelu sprowadza się do badania funkcji wrażliwości dla wyjść modelu przy zmianie jego parametrów.

W dalszej części pracy przedstawiono sposób wyznaczania funkcji wrażliwości wyjść modelu hemodynamiki krążenia względem parametrów tego modelu.

4.2.1. W r a ż l i w o ś ć m o d e l u k o m ó r

Praca lewej i prawej komory opisana jest równaniami (2.2.5)-(2.3.5) przedstawionymi w rozdziale 2.2 i 2.3. Ponieważ równania te różnią się jedynie parametrami możemy je wspólnie zapisać w następującej postaci:

$$\lambda_S^{(2)} \ddot{\tilde{p}}_S(t) + \lambda_S^{(1)} \dot{\tilde{p}}_S(t) + \lambda_S^{(0)} \tilde{p}_S(t) = \alpha(t) \quad (4.2.1.1)$$

z warunkami początkowymi $\tilde{p}_S(t_0) = p_{S0}$, $\dot{\tilde{p}}_S(t_0) = 0$,
gdzie: t_0 - chwila początkowa, początek skurczu

$$s = \begin{cases} RV & \text{dla modelu prawej komory} \\ LV & \text{dla modelu lewej komory.} \end{cases}$$

Rozwiązując równanie (4.2.1.1) otrzymujemy funkcję $\tilde{p}_S(t)$. Funkcja ta jest zależna od parametrów $\bar{\lambda}_S = [\lambda_S^{(0)}, \lambda_S^{(1)}, \lambda_S^{(2)}]^T$. Różniczkując rozwiązane równania (4.2.1.1), $\tilde{p}_S(t)$ kolejno po parametrach $\lambda_S^{(i)}$ $i = 0, 1, 2$ otrzymamy szukaną funkcję wrażliwości. Funkcję tą można wyznaczyć z układu równań (4.1.1.2).

Niech: $Z_{sq_S}(t)$ - funkcja wrażliwości $\tilde{p}_S(t)$ parametru $q_S \in S_S = \{\lambda_S^{(0)}, \lambda_S^{(1)}, \lambda_S^{(2)}\}$

$$Z_{sq_S}(t) \triangleq \frac{\partial \tilde{p}_S(t)}{\partial q_S}.$$

Różniczkując równanie 4.2.1.1 kolejno po parametrach $q_S \in S_S$ otrzymujemy (4.2.1.2)

$$\begin{aligned} \lambda_S^{(2)} \ddot{Z}_{sq_S}(t) + \lambda_S^{(1)} \dot{Z}_{sq_S}(t) + \lambda_S^{(0)} Z_{sq_S}(t) = -\tilde{p}_S(t) \delta(\lambda_S^{(0)}, q_S) - \\ - \dot{\tilde{p}}_S(t) \delta(\lambda_S^{(1)}, q_S) - \ddot{\tilde{p}}_S(t) \delta(\lambda_S^{(2)}, q_S) \end{aligned} \quad (4.2.1.2)$$

z warunkami początkowymi:

$$Z_{sq_S}(t_0) = \dot{Z}_{sq_S}(t_0) = 0, \text{ gdzie: } \delta(\lambda_S^{(i)}, q_S) \triangleq \begin{cases} 1 & \lambda_S^{(i)} = q_S \quad i=0,1,2 \\ 0 & \lambda_S^{(i)} \neq q_S \quad i=0,1,2 \end{cases}$$

dla $q_S \in S_S$, $s \in \{LV, RV\}$.

Z równania (4.2.1.1) otrzymamy $\tilde{p}_S(t)$, $\dot{\tilde{p}}_S(t)$ oraz $\ddot{\tilde{p}}_S(t)$, a z układu równań (4.2.1.2) funkcje wrażliwości $Z_{sq_S}(t)$, $q_S \in S_S$, $s \in \{LV, RV\}$. Dla wyznaczenia funkcji wrażliwości $Z_{sq_S}(t)$, $q_S \in S_S$, $s \in \{LV, RV\}$ wg opisanej powyżej metody przygotowano program na m.c. w języku FORTRAN. Opis i tabulogram programu zamieszczono w dodatku.[74].

4.2.2. Wrażliwość modelu matematycznego hemodynamiki krążenia płucnego

Dla procesów hemodynamicznych w podsystemie krążenia płucnego zaproponowano model w postaci układu równań (2.2.1)-(2.2.5), który jest opisany w rozdziale 2.2. Zachowanie się modelu zależne jest od szeregu parametrów. W rozdziale tym opisano sposób wyznaczania funkcji wrażliwości wyjść modelu hemodynamiki krążenia płucnego dla kolejnych parametrów tego układu.

4.2.2.1. Wrażliwość modelu matematycznego hemodynamiki krążenia płucnego na zmianę parametrów komór

Różniczkując układ równań (2.2.1)-(2.2.5) po parametrach $\lambda_{RV}^{(1)}$ i $\lambda_{LV}^{(1)}$, $l = 0, 1, 2$ otrzymujemy

$$\begin{aligned}
 -c_{PC}^{(1)} \dot{z}_{PCq}^{(1)}(t) &= K_{PC}^{(1)} (z_{PCq}^{(2)}(t) - z_{PCq}^{(1)}(t)) - K_{RV} (z_{PCq}^{(1)}(t) - \\
 &- \mathcal{E}(\lambda_{RV,q} z_{RVq}(t)) * [\tilde{H}(\tilde{p}_{RV}(t) - \tilde{p}_{PC}^{(1)}(t)) + (\tilde{p}_{PC}^{(1)}(t) - \tilde{p}_{RV}(t)) * \\
 &* \tilde{H}(\tilde{p}_{RV}(t) - \tilde{p}_{PC}^{(1)}(t))] \quad (4.2.2.1.1)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 -c_{PC}^{(i)} \dot{z}_{PCq}^{(i)}(t) &= K_{PC}^{(i)} (z_{PCq}^{(i+1)}(t) - z_{PCq}^{(i)}(t)) - K_{PC}^{(i-1)} (z_{PCq}^{(i)}(t) - z_{PCq}^{(i-1)}(t)), \\
 i &= 2, 3, \dots, n \quad (4.2.2.1.2)
 \end{aligned}$$

$$z_{PCq}^{(n+1)}(t) = z_{LAq}(t) \quad (4.2.2.1.3)$$

$$\begin{aligned} -c_{LA} \dot{z}_{LAq}^{(i)} &= K_{LA} (\delta(\lambda_{LV,q}) z_{LVq}(t) - z_{LAq}(t)) [\tilde{H}(\tilde{p}_{LA}(t) - \tilde{p}_{LV}(t)) - \\ &- (\tilde{p}_{LV}(t) - \tilde{p}_{LA}) \tilde{H}(\tilde{p}_{LA}(t) - \tilde{p}_{LV}(t))] - K_{PC}^{(n)} (z_{LAq}(t) - z_{PCq}^{(n)}(t)) \end{aligned} \quad (4.2.2.1.3)$$

z warunkami początkowymi:

$$z_{PCq}^{(i)}(t_0) \triangleq 0, \quad i = 1, 2, \dots, n, \quad z_{LAq}(t_0) = 0,$$

gdzie:

$$z_{PCq}^{(i)}(t) \triangleq \frac{\partial}{\partial q} \tilde{p}_{PC}^{(i)}(t), \quad i = 1, 2, \dots, n$$

$$z_{LAq}(t) \triangleq \frac{\partial}{\partial q} \tilde{p}_{LA}(t)$$

$$z_{RVq}(t) \triangleq \frac{\partial}{\partial q} \tilde{p}_{RV}(t)$$

$$z_{LVq}(t) = \frac{\partial}{\partial q} \tilde{p}_{LV}(t)$$

$$\text{dla } q \in \{\lambda_{LV}^{(0)}, \lambda_{LV}^{(1)}, \lambda_{LV}^{(2)}, \lambda_{RV}^{(0)}, \lambda_{RV}^{(1)}, \lambda_{RV}^{(2)}\} \triangleq S_\lambda$$

$$\delta(\lambda_{LV,q}) = \begin{cases} 1 & \text{dla } q \in \{\lambda_{LV}^{(0)}, \lambda_{LV}^{(1)}, \lambda_{LV}^{(2)}\} \triangleq S_{\lambda LV} \\ 0 & \text{dla } q \in \{\lambda_{RV}^{(0)}, \lambda_{RV}^{(1)}, \lambda_{RV}^{(2)}\} \triangleq S_{\lambda RV} \end{cases}$$

$$\delta(\lambda_{RV,q}) = \begin{cases} 1 & \text{dla } q \in \{\lambda_{RV}^{(0)}, \lambda_{RV}^{(1)}, \lambda_{RV}^{(2)}\} \triangleq S_{\lambda RV} \\ 0 & \text{dla } q \in \{\lambda_{LV}^{(0)}, \lambda_{LV}^{(1)}, \lambda_{LV}^{(2)}\} \triangleq S_{\lambda LV} \end{cases}$$

Pozostałe oznaczenia jak w równaniach (2.2.1)-(2.2.3).

Rozwiązując równanie (4.2.1.1) oraz układ równań (4.2.1.2) dla prawej i lewej komory otrzymamy $z_{RVq}(t), z_{LVq}(t)$ oraz $\tilde{p}_{RV}(t), \tilde{p}_{LV}(t)$ dla $q \in S_\lambda$. Z rozwiązania równań modelu otrzymamy $\tilde{p}_{PC}^{(1)}(t)$, oraz $\tilde{p}_{LA}(t)$. Powyższe rozwiązania wstawimy do układu równań (4.2.2.1.1)-(4.2.2.1.3). Rozwiązując ten układ równań różniczkowych otrzymamy szukane funkcje wrażliwości

$$z_{PCq}^{(i)}(t), i=1,2,\dots,n \text{ oraz } z_{LAq}(t) \quad q \in S_\lambda$$

opisujące wpływ zmian parametrów komór na ciśnienia w podsystemie krążenia płucnego.

4.2.2.2. W r a ż l i w o ś ć m o d e l u m a t e m a t y c z - n e g o h e m o d y n a m i k i k r ą ż e n i a p ł u c n e g o n a z m i a n ę p a r a m e t r ó w m o d e l u

Różniczkując układ równań (2.2.1)-(2.2.3) kolejno po parametrach $c_{PC}^{(1)}$ $l=1,2,\dots,n$, c_{LA} opisujących elastyczność naczyń krwionośnych otrzymujemy:

$$\begin{aligned} -\delta(c_{PC}^{(1)}, q) \dot{\tilde{p}}_{PC}^{(1)}(t) - c_{PC}^{(1)} \dot{z}_{PCq}^{(1)}(t) &= K_{PC}^{(1)} (z_{PCq}^{(2)}(t) - z_{PCq}^{(1)}(t)) + \\ -K_{RV} z_{PCq}^{(1)}(t) &\left[\tilde{H}(\tilde{p}_{RV}(t) - \tilde{p}_{PL}^{(1)}(t) - (\tilde{p}_{PL}^{(1)}(t) - \tilde{p}_{RV}(t)) \tilde{H}'(\tilde{p}_{RV}(t) - \tilde{p}_{PC}^{(1)}(t)) \right] \end{aligned} \quad (4.2.2.2.1)$$

$$-\delta(c_{PC}^{(i)}, q) \dot{\tilde{p}}_{PC}^{(i)}(t) - c_{PC}^{(i)} \dot{z}_{PCq}^{(1)}(t) = K_{PC}^{(1)} (z_{PCq}^{(i+1)}(t) - z_{PCq}^{(i)}(t)) -$$

$$-K_{PC}^{(i-1)}(z_{PCq}^{(i)}(t) - z_{PCq}^{(i-1)}(t)) \quad (4.2.2.2.2)$$

$$i = 2, 3, \dots, n$$

$$z_{PCq}^{(n+1)}(t) \triangleq z_{LAq}(t)$$

$$\begin{aligned} -\delta(c_{LA}, q) \dot{\tilde{p}}_{LA}(t) - c_{LA} z_{LAq}(t) &= -K_{PC}^{(n)}(z_{LAq}(t) - z_{PCq}^{(n)}(t)) + \\ + K_{LA}(z_{LAq}(t) \cdot [\tilde{H}(\tilde{p}_{LA}(t) - \tilde{p}_{LV}(t)) - (\tilde{p}_{LV}(t) - \tilde{p}_{LA}(t)) \tilde{H}'(\tilde{p}_{LA}(t) - \tilde{p}_{LV}(t))]) & \end{aligned} \quad (4.2.2.2.3)$$

z warunkami początkowymi:

$$z_{PCq}^{(i)}(t_0) = 0 \quad i=1, 2, \dots, n, \quad z_{LAq}(t_0) = 0,$$

gdzie:

$$z_{PCq}^{(i)}(t) \triangleq \frac{\partial}{\partial q} \tilde{p}_{PC}^{(i)}(t)$$

$$z_{LAq}(t) \triangleq \frac{\partial}{\partial q} \tilde{p}_{LA}(t)$$

$$\text{dla } q \in S_C \triangleq \{c_{LA}, c_{PC}^{(1)}, c_{PC}^{(2)}, \dots, c_{PC}^{(n)}\}$$

$$\delta(c, q) = \begin{cases} 0 & c \neq q, c \in S_C, q \in S_C \\ 1 & c = q, c \in S_C, q \in S_C \end{cases}$$

Pozostałe oznaczenia jak w równaniach (2.2.1)-(2.2.3).

Z równania (4.2.1.1) otrzymamy ciśnienie $\tilde{p}_{LV}(t)$ oraz $\tilde{p}_{RV}(t)$, a z układu (2.2.1)-(2.2.3) ciśnienia $\tilde{p}_{PC}^{(1)}(t), \tilde{p}_{PC}^{(2)}(t), \dots, \tilde{p}_{PC}^{(m)}(t)$ i $\tilde{p}_{LA}(t)$.

Powyższe rozwiązania wstawiamy do układu równań (4.2.2.2.1)-

-(4.2.2.2.3). Rozwiązując ten układ równań otrzymamy szukane funkcje wrażliwości $z_{PCq}^{(i)}(t)$ $i=1,2,\dots,n$ oraz $z_{LAq}(t)$, $q \in S_C$ opisujące wpływ zmian parametrów opisujących elastyczność naczyń krwionośnych na ciśnienie w podsystemie krążenia płucnego.

Dla parametrów opisujących oporność układu krążenia $K_{PC}^{(1)}$ $l=1,\dots,n$, K_{LA} , K_{RV} oraz współczynnika μ_{LA} otrzymujemy następujący układ równań:

$$-c_{PC}^{(1)} \dot{z}_{PCq}^{(1)}(t) = K_{PC}^{(1)}(z_{PCq}^{(2)}(t) - z_{PCq}^{(1)}(t)) + \delta(K_{PC}^{(1)}, q) \tilde{\varphi}_{PC}^{(1)}(t) - \delta(K_{RV}, q) \tilde{\varphi}_{RV}(t) +$$

$$-K_{RV} z_{PCq}^{(1)}(t) [H(\tilde{p}_{RV}(t) - \tilde{p}_{PC}^{(1)}(t)) - \tilde{H}(\tilde{p}_{RV}(t) - \tilde{p}_{PC}^{(1)}(t)) \cdot (\tilde{p}_{PC}^{(1)}(t) - \tilde{p}_{RV}(t))] \quad (4.2.2.2.4)$$

$$-c_{PC}^{(i)} \dot{z}_{PCq}^{(i)}(t) = K_{PC}^{(i)}(z_{PCq}^{(i+1)}(t) - z_{PCq}^{(i)}(t)) + \delta(K_{PC}^{(i)}, q) \tilde{\varphi}_{PC}^{(i)}(t) +$$

$$-K_{PC}^{(i-1)}(z_{PCq}^{(i)}(t) - z_{PCq}^{(i-1)}(t)) - \delta(K_{PC}^{(i-1)}, q) \tilde{\varphi}_{PC}^{(i-1)}(t) \quad (4.2.2.2.5)$$

$$i = 1, 2, \dots, n$$

$$z_{PCq}^{(n+1)}(t) \triangleq z_{LAq}(t)$$

$$-c_{LA} \dot{z}_{LA}(t) = K_{LA}(z_{LAq}(t) [\tilde{H}(\tilde{p}_{LA}(t) - \tilde{p}_{LV}(t)) - (\tilde{p}_{LV}(t) - \tilde{p}_{LA}(t)) \tilde{H}(\tilde{p}_{LA}(t) - \tilde{p}_{LV}(t))] + \delta(K_{LA}, q) \tilde{\varphi}_{LA}(t) - K_{PC}^{(n)}(z_{LAq}(t) - z_{PCq}^{(n)}(t)) - \delta(K_{PC}^{(n)}, q) \tilde{\varphi}_{PC}^{(n)}(t) +$$

$$-\delta(\mu_{LA}, q) \tilde{\alpha}(t) \quad (4.2.2.2.6)$$

z warunkami początkowymi:

$$z_{PCq}^{(i)}(t_0) = 0 \quad i=1,2,\dots,n, \quad z_{LAq}(t_0) = 0,$$

gdzie:

$$z_{PCq}^{(i)}(t) = \frac{\partial}{\partial q} \tilde{p}_{PC}^{(i)}(t) \quad i=1,2,\dots,n$$

$$z_{LAq}(t) = \frac{\partial}{\partial q} \tilde{p}_{LA}(t)$$

$$\text{dla } q \in S_K \triangleq \{K_{LA}, K_{RV}, K_{PC}^{(1)}, K_{PC}^{(2)}, \dots, K_{PC}^{(n)}, \mu_{LA}\}$$

$$\delta(K, q) \triangleq \begin{cases} 1 & \text{gdy } K = q \quad k, q \in S_K \\ 0 & \text{gdy } K \neq q \quad k, q \in S_K \end{cases}$$

$$\tilde{\varphi}_{PC}^{(i)}(t) \triangleq \tilde{p}_{PC}^{(i+1)}(t) - \tilde{p}_{PC}^{(i)}(t) \quad i = 1, 2, \dots, n$$

$$\tilde{p}_{PC}^{(n+1)}(t) \triangleq \tilde{p}_{LA}(t)$$

$$\tilde{\varphi}_{LA}(t) = (\tilde{p}_{LV}(t) - \tilde{p}_{LA}(t)) \tilde{H}(\tilde{p}_{LA}(t) - \tilde{p}_{LV}(t))$$

$$\tilde{\varphi}_{RV}(t) = (\tilde{p}_{PC}^{(1)}(t) - \tilde{p}_{RV}(t)) \tilde{H}(\tilde{p}_{RV}(t) - \tilde{p}_{PC}^{(1)}(t))$$

Pozostałe oznaczenia jak w równaniach (2.2.1)-(2.2.3).

Podobnie, jak poprzednie z równania (4.2.1.1) wyznaczamy $\tilde{p}_{RV}(t)$ i $\tilde{p}_{LV}(t)$ a z układu równań (2.2.1)-(2.2.3) $\tilde{p}_{LA}(t)$ oraz $\tilde{p}_{PC}^{(i)}(t)$, $i=1,2,\dots,n$. Funkcje te są podstawą do wyznaczenia funkcji $\tilde{\varphi}_{PC}^{(i)}(t)$, $i=1,2,\dots,n$, $\tilde{\varphi}_{RV}(t)$ i $\tilde{\varphi}_{LA}(t)$ występujących w równaniach (4.2.2.2.4)-(4.2.2.2.6). Rozwiązując ten układ równań otrzymamy poszukiwane funkcje możliwości $z_{PCq}^{(i)}(t)$ $i=1,2,\dots,n$ oraz $z_{LAq}(t)$ dla $q \in S_K$ opisujące wpływ zmian parametrów oporności naczyń krwionośnych oraz współczynnika μ_{LA} na ciśnienie krążenia płucnego.

U w a g a: Układy równań (4.2.2.1.1)-(4.2.2.1.3), (4.2.2.2.1)-
 -(4.2.2.2.6) można zapisać w bardziej zwartej postaci
 podobnie jak to uczyniono dla układu równań (4.2.3.1)-
 -(4.2.3.3) modelu podsystemu krążenia wielkiego. W roz-
 dziale tym celowo zrezygnowano z tej skondensowanej pos-
 taci dla zwiększenia czytelności zapisu.

4.2.3. W r a ż l i w o ś ć m o d e l u h e m o d y n a m i k i k r ą ż e n i a w i e l k i e g o n a z m i a n ę p a r a m e t r ó w t e g o m o d e l u

Dla hemodynamiki krążenia wielkiego zaproponowano model w pos-
 taci układu równań (2.3.1)-(2.3.3) opisanego w rozdziale 2.3. Zacho-
 wanie się tego układu zależne jest od szeregu parametrów. Dla wyzna-
 czenia wrażliwości modelu na zmianę jego parametrów wprowadzimy ro-
 zumowanie podobne jak dla modelu podsystemu płucnego. Różniczkując
 układ równań (2.3.1)-(2.3.3) po kolejnych parametrach $\lambda_{LV}^{(1)}, \lambda_{RV}^{(1)}$,
 $l=0,1,2$, $c_{SCj}^{(i)}$, $K_{SCj}^{(i)}$, $i=1,2,\dots,n_j$, $j=1,2,\dots,r$, K_{LV} , K_{RA} , c_{RA} oraz
 μ_{RA} otrzymujemy następujący układ równań:

$$\begin{aligned}
 -\delta(c_{SC}^{(1)}, q) \dot{\tilde{p}}_{SC}^{(1)}(t) - c_{SC}^{(1)} \dot{z}_{SCq}^{(1)}(t) &= \sum_{j=1}^r K_{SCj}^{(1)} (z_{SCj}^{(1)}(t) - z_{SCq}^{(1)}(t)) + \\
 -K_{LV} (z_{SCq}^{(1)}(t) - \delta(\lambda_{LV}, q) z_{LVq}^{(1)}(t)) &[\tilde{H}(\tilde{p}_{LV}(t) - \tilde{p}_{SC}^{(1)}(t)) + \\
 + (\tilde{p}_{SC}^{(1)}(t) - \tilde{p}_{LV}(t)) \tilde{H}'(\tilde{p}_{LV}(t) - \tilde{p}_{SC}^{(1)}(t))] &+ \sum_{j=1}^r \delta(K_{SCj}^{(1)}, q) \tilde{\varphi}_{SCj}^{(1)}(t) - \\
 -\delta(K_{LV}, q) \tilde{\varphi}_{LV}(t) &
 \end{aligned}
 \tag{4.2.3.1}$$

$$\begin{aligned}
& -\delta(c_{SCj,q})\dot{\tilde{p}}_{SCj}^{(i)}(t) - c_{SCj}\dot{z}_{SCjq}^{(i)}(t) = K_{SCj}^{(i)}(z_{SCj}^{(i+1)}(t) - z_{SCj}^{(i)}(t)) + \\
& + \delta(K_{SCj}^{(i)}(t), q)\tilde{\varphi}_{SCj}^{(i)} - K_{SCj}^{(i+1)}(z_{SCj}^{(i)}(t) - z_{SCj}^{(i-1)}(t)) - \delta(K_{SCj}^{(i-1)}(t), q)\tilde{\varphi}_{SCj}^{(i-1)}(t)
\end{aligned}$$

$$i=2,3,\dots,n_j, \quad j=1,2,\dots,r \quad (4.2.3.2)$$

$$z_{SCjq}^{(n+1)}(t) \triangleq z_{RAq}(t)$$

$$-\delta(c_{RA,q})\dot{\tilde{p}}_{RA}(t) - c_{RA}\dot{z}_{RA}(t) = - \sum_{j=1}^r \delta(K_{SCj}^{(n_j)}(t), q)\tilde{\varphi}_{SCj}^{(n_j)}(t) - \sum_{j=1}^r K_{SCj}^{(n)} \neq$$

$$\begin{aligned}
& \neq (z_{RAq}(t) - z_{SCjq}^{(n_j)}(t)) + K_{RA}(\delta(\lambda_{RV,q})z_{RVq}(t) - z_{RAq}(t)) [\tilde{H}(\tilde{p}_{RA}(t) - \\
& - \tilde{p}_{RV}(t)) + \tilde{H}(\tilde{p}_{RA}(t) - \tilde{p}_{RV}(t))(\tilde{p}_{RV}(t) - \tilde{p}_{RA}(t))] + \delta(K_{RA,q})\tilde{\varphi}_{RA}(t) -
\end{aligned}$$

$$-\delta(\mu_{RA,q})\alpha(t) \quad (4.2.3.3)$$

gdzie:

$$z_{SCjq}^{(i)}(t) \triangleq \frac{\partial}{\partial q} \tilde{p}_{SCj}^{(i)}(t) \quad i=1,2,\dots,n_j, \quad j=1,2,\dots,r$$

$$z_{RAq}(t) \triangleq \frac{\partial}{\partial q} \tilde{p}_{RA}(t)$$

$$q \in S \triangleq \{\lambda_{RV}^{(0)}, \lambda_{RV}^{(1)}, \lambda_{RV}^{(2)}, \lambda_{LV}^{(0)}, \lambda_{LV}^{(1)}, \lambda_{LV}^{(2)}, c_{SCj}^{(i)}, K_{SCj}^{(i)},$$

$$i=1,2,\dots,n_j, \quad j=1,2,\dots,r,$$

$$\left. K_{RA}, K_{LV}, \mu_{RA}, c_{RA} \right\}$$

$$z_{LVq}(t) \triangleq \frac{\partial}{\partial q} \tilde{p}_{LV}(t), \quad q \in S_{\lambda_{LV}} = \{\lambda_{LV}^{(0)}, \lambda_{LV}^{(1)}, \lambda_{LV}^{(2)}\}$$

$$z_{RVq}(t) \triangleq \frac{\partial}{\partial q} \tilde{p}_{RV}(t), \quad q \in S_{\lambda_{RV}} = \{\lambda_{RV}^{(0)}, \lambda_{RV}^{(1)}, \lambda_{RV}^{(2)}\}$$

$$\delta(s, q) \triangleq \begin{cases} 1 & \text{gdy } s = q \quad s, q \in S \\ 0 & \text{gdy } s \neq q \quad s, q \in S \end{cases}$$

$$\delta(\lambda_{LV}, q) \triangleq \begin{cases} 1 & \text{gdy } q \in S_{\lambda_{LV}} \\ 0 & \text{gdy } q \notin S_{\lambda_{LV}} \end{cases}$$

$$\delta(\lambda_{RV}, q) \triangleq \begin{cases} 1 & \text{gdy } q \in S_{\lambda_{RV}} \\ 0 & \text{gdy } q \notin S_{\lambda_{RV}} \end{cases}$$

$$\tilde{\varphi}_{SCj}^{(i)}(t) \triangleq \tilde{p}_{SCj}^{(i+1)}(t) - \tilde{p}_{SCj}^{(i)}(t) \quad i=1, 2, \dots, n_j, \quad j=1, 2, \dots, r$$

$$\tilde{p}_{SCj}^{(n_j+1)} \triangleq \tilde{p}_{RA}(t)$$

$$\tilde{\varphi}_{LV}(t) = (\tilde{p}_{SC}^{(1)}(t) - \tilde{p}_{LV}(t)) \tilde{H}(\tilde{p}_{LV}(t) - \tilde{p}_{SC}^{(1)}(t))$$

$$\tilde{\varphi}_{RA}(t) = (\tilde{p}_{RV}(t) - \tilde{p}_{RA}(t)) \tilde{H}(\tilde{p}_{RA}(t) - \tilde{p}_{RV}(t))$$

Pozostałe oznaczenia jak we wzorach (2.3.1)-(2.3.3).

Z układu równań (4.2.1.1), (4.2.1.2) wyznaczymy funkcje $\tilde{p}_{LV}(t)$, $\tilde{p}_{RV}(t)$ oraz $z_{LVq}(t)$, $z_{RVq}(t)$, dla $q \in S$, a z układu równań (2.3.1)-(2.3.3) funkcje $\tilde{p}_{SCj}^{(i)}(t)$ $i=1, 2, \dots, n_j$, $j=1, 2, \dots, r$ oraz $\tilde{p}_{RA}(t)$.

Znając te funkcje możemy przystąpić do rozwiązania układu równań

(4.2.3.1)-(4.2.3.3). W wyniku otrzymamy poszukiwane funkcje $z_{SCjq}^{(i)}(t)$ $i=1,2,\dots,n_j$, $j=1,2,\dots,r$ oraz $z_{RAq}(t)$ $q \in S$, które opisują wrażliwość modelu hemodynamiki krążenia wielkiego na zmianę parametrów tego układu.

Dla opisanych w rozdziale 4 schematów postępowania przy wyznaczaniu funkcji wrażliwości przygotowano programy na m.c. w języku FORTRAN. Opis programów oraz tabulogram zamieszczono w dodatku [71]. Poniżej opisano przykład zastosowania opisanej metody dla zbadania wybranego wyjścia modelu na zmianę jednego z parametrów.

Zbadano wpływ zmian parametrów modelu lewej komory na ciśnienie w lewej komorze. Wyniki obliczeń zamieszczono w tabelach 4.2.3.1. - 4.2.3.3.. Analizując przebiegi otrzymanych funkcji wrażliwości można zauważyć, że rozwiązanie równania modelu lewej komory jest najbardziej wrażliwe na zmiany parametrów modelu w czasie kiedy mięsień sercowy jest aktywny. W tym przedziale czasu funkcje wrażliwości osiągają znacznie większą wartość bezwzględną niż w pozostałych przedziałach. Dla parametrów $\lambda_{LV}^{(1)}$ i $\lambda_{LV}^{(2)}$ różnica wartości funkcji sięga kilku rzędów. Należy również zauważyć, że parametr $\lambda_{LV}^{(0)}$ ma największy wpływ na wartość średnią ciśnienia krwi w lewej komorze. Zmiana tego parametru powoduje zmianę wartości funkcji o pewną wartość. Parametry $\lambda_{LV}^{(1)}$ i $\lambda_{LV}^{(2)}$ mają istotny wpływ na charakter i kształt przebiegu.

TABELA 4.2.3.1.

WRAZLIWOSC MODELU LEDEJ KODORY NA ZMIANE 1-GO PARAMETRU ROWNANIA

K	ZLV(K)
1	0.00000000000E 00
2	0.00000000000E 00
3	-0.79313150102E 03
4	-0.81659546724E 03
5	-0.48231286480E 04
6	-0.40157552245E 04
7	-0.36822280624E 04
8	-0.38090896680E 04
9	-0.38167650668E 04
10	-0.38060467126E 04
11	-0.38073293018E 04
12	-0.38078174701E 04
13	-0.38076557928E 04
14	-0.38076417877E 04
15	-0.38076531610E 04
16	-0.38076499932E 04
17	-0.38076496834E 04
18	-0.38076501611E 04
19	-0.38076501651E 04
20	0.23923535719E 03
21	-0.56626328761E 03
22	-0.90180856866E 03
23	-0.77508955797E 03
24	-0.76731432974E 03
25	-0.77302509657E 03
26	-0.77674537881E 03
27	-0.77625781351E 03
28	-0.77643925555E 03
29	-0.77643322437E 03
30	-0.77642186220E 03
31	-0.77642503226E 03
32	-0.77642514130E 03
33	-0.77642436368E 03
34	-0.77642491966E 03
35	-0.77642492010E 03
36	-0.77642492250E 03
37	-0.77642492320E 03
38	-0.77642492363E 03
39	-0.77642492350E 03
40	-0.77642492351E 03
41	-0.77642492352E 03
42	-0.77642492352E 03
43	-0.77642492352E 03
44	-0.77642492352E 03
45	-0.77642492352E 03
46	-0.77642492352E 03

TABELA 4.2.3.2.

WRAZLIWOSC MODELU LEWIEJ KOWORY NA ZMIANE 2-GO PARAMETRU POWNANIA

K	ZLV(K)
1	0.00000000000E 00
2	0.00000000000E 00
3	0.00000000000E 00
4	-0.12587220539E 06
5	-0.10645561971E 06
6	0.71650243872E 05
7	-0.94930822773E 04
8	-0.26722516883E 04
9	0.73546868563E 03
10	0.13615084380E 03
11	-0.11590174568E 03
12	0.38953609054E 01
13	0.52366717203E 02
14	-0.16677350141E 05
15	0.69212409125E 03
16	-0.25831930815E 04
17	0.96410798734E 04
18	-0.35951151615E 05
19	0.13428349334E 06
20	0.10587970293E 06
21	-0.71594282632E 05
22	0.93411316680E 04
23	0.29057784047E 04
24	-0.79011944807E 03
25	-0.16573350321E 03
26	0.11679610033E 03
27	-0.17059336732E 02
28	-0.26402652267E 01
29	0.13937687011E 01
30	0.14193646617E-01
31	-0.13572763415E-00
32	0.40610349069E-01
33	-0.13304782921E-02
34	-0.22215974279E-02
35	0.41229296222E-03
36	0.13378567456E-03
37	-0.74251650733E-04
38	0.97202296400E-05
39	0.26517356945E-05
40	-0.99546379590E-06
41	-0.34307964589E-06
42	0.10472000599E-07
43	0.11477422740E-07
44	-0.31544521122E-03
45	0.11522045614E-09
46	-0.42223736999E-10

TABELA 4.2.3.3.

URAZLIWOSC MODELU LEWIEJ KONTURY NA ZMIANE 3-GO PARAMETRU ROWNANIA

K	ZLV(K)
1	0.00000000000E 00
2	0.00000000000E 00
3	0.12537220539E 03
4	-0.24833248443E 03
5	0.26188548830E 03
6	-0.83875613201E 07
7	0.28505618932E 06
8	0.37927538314E 06
9	-0.15077408460E 05
10	-0.45005670608E 05
11	0.15077333183E 05
12	-0.32381130901E 04
13	0.81255385543E 04
14	-0.32034132019E 05
15	-0.11993005866E 06
16	-0.44746773376E 06
17	0.16693959210E 07
18	-0.62321181713E 07
19	0.23258582668E 08
20	-0.26092961705E 03
21	0.83515631437E 07
22	-0.25802071365E 06
23	-0.38551561269E 06
24	0.15925327399E 05
25	0.44552767114E 05
26	-0.14338306797E 05
27	0.25426312703E 05
28	0.43764400951E 05
29	-0.92740636786E 02
30	-0.36716650496E 02
31	0.21626719757E 02
32	-0.33630896059E 01
33	-0.34520722467E 00
34	0.26150663795E 00
35	0.174678413323E-02
36	-0.29596079746E-01
37	0.67454337857E-02
38	-0.25975384367E-03
39	-0.42681976233E-03
40	0.99342343013E-04
41	0.36676908555E-06
42	0.18950359898E-05
43	-0.18406532363E-05
44	0.36053379368E-06
45	-0.31622317395E-07
46	0.16926259912E-07

4.3. Możliwość wykorzystania wyników identyfikacji oraz wyników analizy własności modelu

W wyniku rozwiązania postawionego zadania identyfikacji otrzymano model procesów hemodynamicznych w układzie krążenia. Na podstawie pomiarów dokonanych na konkretnym układzie krążenia możemy wyznaczyć jego parametry. Wyznaczone parametry mogą posłużyć do dalszych badań nad tym układem. Parametry te są pewnym odzwierciedleniem aktualnego stanu badanego układu krążenia. Są one pewnym obrazem tego układu i mogą służyć celom diagnostycznym. Otrzymane parametry mogą być podstawą do budowy modelu symulacyjnego. Rozwiązując układ równań (2.2.1)-(2.2.3) oraz (2.3.1)-(2.3.5) dla wyznaczonych parametrów otrzymamy przebiegi symulacyjne ciśnień krwi w badanym układzie. Taki model może posłużyć do badań klinicznych nad układem krążenia (np.: do obserwacji zmian zachowania się układu pod wpływem zmian parametrów modelu). Dokonanie takich obserwacji może pozwolić na planowanie przebiegu operacji chirurgicznych, w których istnieje konieczność uszkodzenia naczyń krwionośnych. Analiza wrażliwości modelu może być ważnym etapem modelowania stanów patologicznych przy pomocy takiego modelu.

ZAKOŃCZENIE

W pracy przedstawiono metodę tworzenia modelu matematycznego procesów hemodynamicznych w układzie krążenia oraz zaproponowano metodę analizy otrzymanego modelu. Opisano i rozwiązano szereg zadań identyfikacji podsystemów układu krążenia. W wyniku rozwiązania opisanych zadań identyfikacji otrzymano algorytmy wyznaczania parametrów poszukiwanego modelu. Dla otrzymanych algorytmów przygotowano ich realizację komputerową w postaci programów na maszynę cyfrową w języku FORTRAN 1900. Dla dostępnych danych pomiarowych, przy użyciu opracowanych algorytmów, wyznaczono parametry modelu konkretnego układu krążenia. W wyniku otrzymano model matematyczny procesów hemodynamicznych w układzie krążenia, który opisuje zależność pomiędzy ciśnieniem krwi w wybranych punktach układu krążenia a aktywnością mięśnia sercowego. Korzystając z zaproponowanej metody identyfikacji można tak wyznaczyć parametry modelu aby rozwiązania jego równań były zbliżone do danych pomiarowych uzyskanych z konkretnego układu krążenia. Dzięki temu proponowany model staje się bliższy rzeczywistości a przez to bardziej od wcześniej proponowanych modeli użyteczny.

W celu rozwiązania równań modelu opracowano program na maszynę cyfrową w języku FORTRAN 1900. W wyniku otrzymano model symulacyjny tego układu. Dla otrzymanych, w wyniku procesu identyfikacji, parametrów rozwiązano równania modelu. Otrzymany wynik porównano z danymi eksperymentalnymi. W pracy opisano również metodę analizy wrażliwości modelu na zmianę jego parametrów. Opracowano algorytmy dla tej metody oraz ich realizację komputerową w postaci programów na maszynę cyfrową w języku FORTRAN 1900. Korzystając z tych algorytmów zbadano wpływ zmian wybranych parametrów na rozwiązania równań modelu. Analiza ta dostarcza dwójakiego rodzaju informacji. Z medycznego punktu widzenia otrzymujemy odpowiedź na pytanie, jaki jest

wpływ zmian parametrów badanego układu krążenia na jego wielkości wyjściowe. Dla zadania identyfikacji analiza ta ma nieco inne znaczenie. Wspomniana analiza wrażliwości daje odpowiedź na pytanie, zmiana których parametrów modelu w istotny sposób zmienia rozwiązanie równań modelu. Pozwala to ustalić, które parametry lub grupy parametrów należy wyznaczać dokładnie, a które można wyznaczyć z mniejszą dokładnością. Informacja taka może mieć istotne znaczenie przy doborze współczynników wagowych w kryterium jakości identyfikacji.

Otrzymany model posiada pewne niedomagania. Nie uwzględniono w nim oddziaływania wyjścia obiektu na zmiany parametrów układu krążenia. Przykładem takiego sprzężenia zwrotnego jest zmiana oporności układu krążenia w celu utrzymania określonego stanu ciśnień i przepływów w tym układzie. Innym przykładem wspomnianego sprzężenia jest zmiana aktywności mięśnia sercowego w zależności od stanu ciśnienia panującego w układzie krążenia. Uwzględnienie wspomnianych sprzężeń jest jedną z wielu możliwości dalszych badań nad konstrukcją tego modelu.

Proponowany w pracy model opisuje dynamikę przepływu krwi spowodowaną pracą mięśnia sercowego. Nie uwzględnia oddziaływań innych czynników na pracę tego układu. Jednoczesne uwzględnienie wszystkich czynników jest niecelowe, a próba ich uwzględnienia prowadzi do skomplikowanego, praktycznie nieprzydatnego modelu. Proponowany model skonstruowany jest w ten sposób, że może być podstawą do opracowania wielu modeli problemowo-zorientowanych opisujących oddziaływanie wybranych czynników na dynamikę krwi w układzie krążenia. Jedną z możliwych propozycji uwzględnienia takiego oddziaływania jest ustalenie odpowiedzi na pytanie: Jak zmieniają się parametry modelu pod wpływem zmian określonego czynnika? Takie postawienie problemu prowadzi do wieloetapowego zadania identyfikacji.

Pierwszy etap polega na ustaleniu modelu układu krążenia. Drugi etap polega na ustaleniu zależności zmian parametrów modelu układu krążenia od zmian określonego czynnika. Opracowanie metody budowy modeli problemowo-zorientowanych na bazie proponowanego modelu jest następną propozycją badań nad modelem układu krążenia.

Przykładem modelu problemowo-zorientowanego jest model oddziaływania określonego leku na hemodynamikę układu krążenia. Model taki można uzyskać opisując zmianę parametrów modelu przedstawionego w pracy w funkcji określonych dawek badanego leku. Tak otrzymany model może posłużyć do opracowania metod badania i dawkowania leku.

Przedstawione kierunki rozbudowy modelu mają na celu zbliżyć proponowany model do rzeczywistości na tyle, aby mógł on się stać pożytecznym narzędziem i aby analiza tak skonstruowanego modelu mogła mieć konkretne zastosowanie w badaniach medycznych.

Np.: Analiza wrażliwości modelu dostarcza informacji jak zmienia się wyjście modelu przy zmianie jego parametrów. Jakie może to mieć znaczenie w praktycznych zastosowaniach medycznych? Otóż informacja taka jest bardzo cenna dla chirurga, który dokonuje operacji na układzie krążenia. W trakcie takiej operacji przez przecięcie naczyń krwionośnych zmienia się oporność i elastyczność obwodu. W modelu odpowiada to zmianie jego parametrów. Dane uzyskane z analizy wrażliwości pozwalają chirurgowi przewidzieć, jakie zajdą zmiany w zachowaniu się układu krążenia, na którym wykonana ma być operacja. Informacja uzyskana z analizy modelu może posłużyć do opracowania planu operacji chirurgicznej. Plan ten zawierałby dwa zasadnicze elementy:

- 1^o Ustalenie najodpowiedniejszych miejsc dla dokonania operacji tak, aby nie doprowadzić do niedopuszczalnych zaburzeń w pracy układu.

2^o Dla wybranych punktów, na podstawie analizy wrażliwości modelu możemy przewidzieć zmiany w pracy tego układu.

Pozwoli to na odpowiednio wczesne zaproponowanie środków zaradczych dla utrzymania operowanego układu w określonym, dopuszczalnym dla organizmu stanie. Aby model ten mógł spełnić naszkicowane powyżej zadanie należy:

1^o Odpowiednio rozbudować model miejsca operacji.

2^o Uwzględnić w modelu przewidywane (istotne dla przebiegu operacji) oddziaływania innych czynników na parametry układu krążenia.

Dalsze badanie modelu w proponowanych kierunkach wymaga ścisłej współpracy pomiędzy medycyną a cybernetyką.

mgr inż. Jerzy Świątek

Raport złożono w redakcji I-6
25.06.1979

Autor pragnie wyrazić serdeczne podziękowanie Promotorowi pracy profesorowi Zdzisławowi Bubnickiemu za opiekę nad pracą oraz szereg cennych wskazówek naukowych. Jednocześnie autor pragnie podziękować profesorowi Józefowi Jagielskiemu oraz docentowi Bronisławowi Olejakowi za dyskusje oraz krytyczne i życzliwe uwagi merytoryczne pod adresem pracy, a także za udostępnienie danych pomiarowych. Autor pragnie wyrazić podziękowanie również kolegom z Zespołu Systemy Sterowania ICT za szereg uwag i dyskusji na temat przedstawiony w pracy

Autor

WYKAZ OZNACZEŃ

- $\triangleq$ - równość definicyjna
- SC - indeksy dotyczą hemodynamiki krążenia wielkiego (SYSTEMIC CIRCULATION)
- PC - indeksy dotyczą hemodynamiki krążenia płucnego (PULMONARY CIRCULATION)
- LV - indeksy dotyczą lewej komory (LEFT VENTRICLE)
- RV - indeksy dotyczą prawej komory (RIGHT VENTRICLE)
- LA - indeksy dotyczą lewego przedsionka (LEFT ATRIUM)
- RA - indeksy dotyczą prawego przedsionka (RIGHT ATRIUM)
- funkcje oznaczone znakiem " " na górze dotyczą modelu sygnału, natomiast bez tego znaku dotyczą pomiaru odpowiedniego sygnału
- $\tilde{p}_{LV}(t)$ - ciśnienie w lewej komorze - model
- $p_{LV}(t)$ - ciśnienie w lewej komorze - pomiar
- $\tilde{p}_{LA}(t)$ - ciśnienie w lewym przedsionku - model
- $p_{LA}(t)$ - ciśnienie w lewym przedsionku - pomiar
- $\tilde{p}_{RV}(t)$ - ciśnienie w prawej komorze - model
- $p_{RV}(t)$ - ciśnienie w prawej komorze - pomiar
- $\tilde{p}_{RA}(t)$ - ciśnienie w prawym przedsionku - model
- $p_{RA}(t)$ - ciśnienie w prawym przedsionku - pomiar
- p_{RVO} - ciśnienie w prawej komorze w początkowej chwili skurczu
- p_{LVO} - ciśnienie w lewej komorze w początkowej chwili skurczu
- $\tilde{\vec{p}}_{PC}(t)$ - wektor rozkładu ciśnień wzdłuż obwodu krążenia płucnego -
- model
- $\tilde{\vec{p}}_{PC}(t) \triangleq [\tilde{p}_{PC}^{(1)}(t), \tilde{p}_{PC}^{(2)}(t), \dots, \tilde{p}_{PC}^{(n)}(t)]^T$
- $\tilde{p}_{PC}^{(i)}(t)$ - ciśnienie w i-tym punkcie obwodu krążenia płucnego $i =$
 $= 1, 2, \dots, n$ - model
- n - liczba wybranych punktów na obwodzie krążenia płucnego

$\bar{p}_{PC}(t)$ - wektor pomiaru ciśnień wzdłuż obwodu krążenia płucnego

$$\bar{p}_{PC}(t) \triangleq [p_{PC}^{(1)}(t), p_{PC}^{(2)}(t), \dots, p_{PC}^{(n)}(t)]^T$$

$p_{PC}^{(i)}(t)$ - pomiar ciśnienia w i-tym punkcie obwodu krążenia płucnego
 $i = 1, 2, \dots, n$

$\tilde{p}_{SC}(t)$ - wektor rozkładu ciśnień w obwodzie krążenia wielkiego -
 - model

$$\tilde{p}_{SC}(t) \triangleq [\tilde{p}_{SC1}^T(t), \tilde{p}_{SC2}^T(t), \dots, \tilde{p}_{SCr}^T(t)]^T$$

$\tilde{p}_{SCj}(t)$ - wektor rozkładu ciśnień w j-tej gałęzi obwodu krążenia
 wielkiego $j = 1, 2, \dots, r$ - model

r - liczba wyodrębnionych gałęzi

$$\tilde{p}_{SCj}(t) \triangleq [\tilde{p}_{SCj}^{(1)}(t), \tilde{p}_{SCj}^{(2)}(t), \dots, \tilde{p}_{SCj}^{(n_j)}(t)]^T$$

$\tilde{p}_{SCj}^{(i)}$ - ciśnienie w i-tym punkcie j-tej gałęzi obwodu krążenia wiel-
 kiego $i = 1, 2, \dots, n_j$

n_j - liczba wybranych punktów na j-tej gałęzi obwodu krążenia wiel-
 kiego

$$\tilde{p}_{SC}^{(1)}(t) \triangleq \tilde{p}_{SCj}^{(1)} \quad j = 1, 2, \dots, r$$

$\bar{p}_{SC}(t)$ - wektor pomiarów ciśnień w obwodzie krążenia wielkiego

$$\bar{p}_{SC}(t) \triangleq [p_{SC1}^T(t), p_{SC2}^T(t), \dots, p_{SCr}^T(t)]^T$$

p_{SCj} - wektor pomiarów ciśnień na j-tej gałęzi obwodu krążenia
 wielkiego

$$\bar{p}_{SCj} \triangleq [p_{SCj}^{(1)}(t), p_{SCj}^{(2)}(t), \dots, p_{SCj}^{(n_j)}(t)]^T$$

$p_{SCj}^{(i)}$ - pomiar ciśnienia w i-tym punkcie j-tej gałęzi obwodu krąże-
 nia wielkiego

$$p_{SC}^{(1)}(t) \triangleq p_{SCj}^{(1)} \quad j = 1, 2, \dots, r$$

$\tilde{\alpha}(t)$ - funkcja aktywności mięśnia sercowego - model

$\alpha(t)$ - funkcja aktywności mięśnia sercowego - pomiar

$\tilde{i}_{RV}(t)$ - strumień krwi z prawej komory do głównego pnia tętnicy płucnej - model

$i_{RV}(t)$ - strumień krwi z prawej komory do głównego pnia tętnicy płucnej - pomiar

$\tilde{i}_{LV}(t)$ - strumień krwi z lewej komory do aorty - model

$i_{LV}(t)$ - strumień krwi z lewej komory do aorty - pomiar

$\tilde{i}_{LA}(t)$ - strumień krwi z lewego przedsionka do lewej komory - model

$i_{LA}(t)$ - strumień krwi z lewego przedsionka do lewej komory - pomiar

$\tilde{i}_{RA}(t)$ - strumień krwi z prawego przedsionka do prawej komory - model

$i_{RA}(t)$ - strumień krwi z prawego przedsionka do prawej komory - pomiar

$\tilde{i}_{ISC}(t)$ - wektor strumieni krwi z aorty do gałęzi obwodu krążenia wielkiego - model

$\tilde{i}_{ISC}(t) \triangleq [\tilde{i}_{ISC1}(t), \tilde{i}_{ISC2}(t), \dots, \tilde{i}_{ISCr}(t)]^T$

$\tilde{i}_{ISCj}(t)$ - strumień krwi z aorty do j-tej gałęzi obwodu krążenia wielkiego $j = 1, 2, \dots, r$ - model

$\bar{i}_{ISC}(t)$ - wektor pomiaru strumieni krwi z aorty do gałęzi obwodu wielkiego

$\bar{i}_{ISC}(t) \triangleq [i_{ISC1}(t), i_{ISC2}(t), \dots, i_{ISCr}(t)]^T$

$i_{ISCj}(t)$ - pomiar strumienia krwi z aorty do j-tej gałęzi obwodu krążenia wielkiego $j = 1, 2, \dots, r$

$\tilde{i}_{RSC}(t)$ - wektor strumieni krwi z obwodu krążenia wielkiego do żyły głównej - model

$\tilde{i}_{RSC}(t) \triangleq [\tilde{i}_{RSC1}(t), \tilde{i}_{RSC2}(t), \dots, \tilde{i}_{RSCr}(t)]^T$

$\tilde{i}_{RSCj}(t)$ - strumień krwi z j-tej gałęzi obwodu krążenia wielkiego do żyły głównej - model $j = 1, 2, \dots, r$

$\bar{i}_{RSC}(t)$ - wektor pomiaru strumieni krwi z obwodu krążenia wielkiego do żyły głównej

$$\bar{i}_{RSC}(t) \triangleq [i_{RSC1}(t), i_{RSC2}(t), \dots, i_{RSCr}(t)]^T$$

$i_{RSCj}(t)$ - pomiar strumienia krwi z j-tej gałęzi obwodu krążenia wielkiego do żyły głównej

$$\tilde{\varphi}_{PC}^{(i)}(t) \triangleq \tilde{p}_{PC}^{(i+1)}(t) - \tilde{p}_{PC}^{(i)}(t), \quad i = 1, 2, \dots, n$$

$$\varphi_{PC}^{(i)}(t) \triangleq p_{PC}^{(i+1)}(t) - p_{PC}^{(i)}(t), \quad i = 1, 2, \dots, n$$

$$\tilde{\varphi}_{SCj}^{(i)}(t) \triangleq \tilde{p}_{SCj}^{(i+1)}(t) - \tilde{p}_{SCj}^{(i)}(t), \quad i = 1, 2, \dots, n_j, \quad j = 1, 2, \dots, r$$

$$\varphi_{SCj}^{(i)}(t) \triangleq p_{SCj}^{(i+1)}(t) - p_{SCj}^{(i)}(t), \quad i = 1, 2, \dots, n_j, \quad j = 1, 2, \dots, r$$

$$\tilde{\varphi}_{RV}(t) \triangleq (\tilde{p}_{PC}^{(1)}(t) - \tilde{p}_{RV}(t)) H(\tilde{p}_{RV}(t) - \tilde{p}_{PC}^{(1)}(t))$$

$$\varphi_{RV}(t) \triangleq (p_{PC}^{(1)}(t) - p_{RV}(t)) H(p_{RV}(t) - p_{PC}^{(1)}(t))$$

$$\tilde{\varphi}_{LV}(t) \triangleq (\tilde{p}_{SC}^{(1)}(t) - \tilde{p}_{LV}(t)) H(\tilde{p}_{LV}(t) - \tilde{p}_{SC}^{(1)}(t))$$

$$\varphi_{LV}(t) \triangleq (p_{SC}^{(1)}(t) - p_{LV}(t)) H(p_{LV}(t) - p_{SC}^{(1)}(t))$$

$$\tilde{\varphi}_{RA}(t) \triangleq (\tilde{p}_{RV}(t) - \tilde{p}_{RA}(t)) H(\tilde{p}_{RA}(t) - \tilde{p}_{RV}(t))$$

$$\varphi_{RA}(t) \triangleq (p_{RV}(t) - p_{RA}(t)) H(p_{RA}(t) - p_{RV}(t))$$

$$\tilde{\varphi}_{LA}(t) \triangleq (\tilde{p}_{LV}(t) - \tilde{p}_{LA}(t)) H(\tilde{p}_{LA}(t) - \tilde{p}_{LV}(t))$$

$$\varphi_{LA}(t) \triangleq (p_{LV}(t) - p_{LA}(t)) H(p_{LA}(t) - p_{LV}(t))$$

$H(z), \tilde{H}(z)$ - funkcje opisujące pracę zastawek

$H'(z), \tilde{H}'(z)$ - pochodne funkcji $H(z)$ i $\tilde{H}(z)$

$$\tilde{\bar{x}}_{PC} \triangleq [\tilde{i}_{RV}(t), \tilde{p}_{RV}(t), \tilde{p}_{LV}(t), \tilde{i}_{LA}(t)]^T$$

$$\bar{x}_{PC} \triangleq [i_{RV}(t), p_{RV}(t), p_{LV}(t), i_{LA}(t)]^T$$

$$\tilde{\bar{y}}_{PC} \triangleq [\tilde{p}_{LA}(t), \tilde{\bar{p}}_{PC}^T]^T$$

$$\bar{y}_{PC} \triangleq [p_{LA}(t), \bar{p}_{PC}^T]^T$$

t - czas

t_0 - chwila początkowa, początek skurczu

τ_0 - chwila początku obserwacji

T - czas obserwacji

$$\langle f_a(t), f_b(t) \rangle \triangleq \int_{\tau_0}^{\tau_0+T} f_a(t) \cdot f_b(t) dt, \quad f_a(t), f_b(t) \text{ dowolne z opisanych powyżej funkcji}$$

$\bar{\lambda}_q$ - wektor parametrów modelu komór $q \in \{RV, LV\}$

$$\bar{\lambda}_q \triangleq [\lambda_q^{(0)}, \lambda_q^{(1)}, \lambda_q^{(2)}]^T$$

$Q_q(\bar{\lambda}_q)$ - kryterium jakości identyfikacji modelu komór $q \in \{RV, LV\}$

ψ_q^* - optymalny algorytm wyznaczania parametrów modelu komór $q \in \{RV, LV\}$

A_q - macierz występująca w algorytmie identyfikacji komór (3.1.2.2)

$\bar{b}_q$ - wektor występujący w algorytmie identyfikacji komór (3.1.2.2)

λ_q - optymalny wektor parametrów komór $q \in \{RV, LV\}$

$\bar{\xi}_{PC}$ - wektor parametrów modelu hemodynamiki krążenia płucnego

$$\bar{\xi}_{PC} \triangleq [K_{RV}, c_{PC}^{(1)}, K_{PC}^{(1)}, c_{PC}^{(2)}, K_{PC}^{(2)}, \dots, c_{PC}^{(n)}, K_{PC}^{(n)}, c_{LA}, \mu_{LA}, K_{LA}]^T$$

(dokładny opis parametrów w rozdziale 2.2)

$Q_{PC}(\bar{\xi}_{PC})$ - kryterium jakości identyfikacji modelu hemodynamiki krążenia płucnego

$\bar{w}_{PC}$ - wektor współczynników wagowych w kryterium $Q_{PC}(\bar{\xi}_{PC})$

$$\bar{w}_{PC} \triangleq [w_{RV}, w_{PC}^{(1)}, w_{PC}^{(2)}, \dots, w_{PC}^{(1)}, w_{LA}^{(1)}, w_{LA}^{(2)}]^T$$

$\bar{\xi}_{SC}$ - wektor parametrów modelu hemodynamiki krążenia wielkiego

$$\bar{\xi}_{SC} \triangleq [K_{RV}, c_{SC}^{(1)}, \bar{\xi}_{SC1}^T, \bar{\xi}_{SC2}^T, \dots, \bar{\xi}_{SCr}^T, c_{RA}, \mu_{RA}, K_{RA}]^T$$

$\bar{\xi}_{SCj}$ - wektor parametrów modelu j -tej gałęzi obwodu krążenia wielkiego $j = 1, 2, \dots, r$

$$\bar{\xi}_{SCj} \triangleq [K_{SCj}^{(1)}, c_{SCj}^{(2)}, K_{SCj}^{(2)}, c_{SCj}^{(3)}, \dots, c_{SCj}^{(n_j)}, K_{SCj}^{(n_j)}]^T \quad j = 1, 2, \dots, r$$

(dokładny opis parametrów w rozdziale 2.3)

$Q(\bar{\xi}_{SC})$ - kryterium jakości identyfikacji modelu hemodynamiki krążenia wielkiego dla I -szej sytuacji pomiarowej (rozdz. 3.3.1)

$$Q_{KLV}(K_{LV}), Q_{CSC}(C_{SC}^{(1)}), Q_{SCj}(\bar{\xi}_{SCj}), j=1,2,\dots,r, Q_{CRA}(C_{RA}, \mu_{RA}),$$

$Q_{KRA}(K_{RA})$ - lokalne kryteria jakości identyfikacji modelu hemodynamiki krążenia wielkiego

$\bar{w}_{SC}$ - wektor współczynników wagowych w kryterium $Q_{SC}(\bar{\xi}_{SC})$

$$\bar{w}_{SC} \triangleq [\bar{w}_{KLV}, \bar{w}_{CSC}, \bar{w}_{SC1}^T, \bar{w}_{SC2}^T, \dots, \bar{w}_{SCr}^T, \bar{w}_{CRA}, \bar{w}_{KRA}]^T$$

$$\bar{w}_{SCj} \triangleq [\bar{w}_{SCj}^{(1)}, \bar{w}_{SCj}^{(2)}, \dots, \bar{w}_{SCj}^{(n_j+1)}]^T \quad j = 1, 2, \dots, r$$

ψ_{SC}^* - algorytm wyznaczania parametrów modelu hemodynamiki krążenia wielkiego dla I-szej sytuacji pomiarowej

A_{SC} - macierz występująca w algorytmie identyfikacji ψ_{SC}^* (3.3.2.13)

$\bar{b}_{SC}$ - wektor występujący w algorytmie identyfikacji ψ_{SC}^* (3.3.2.24)

$\bar{\xi}_{SC}^*$ - optymalny wektor parametrów modelu hemodynamiki krążenia wielkiego dla I-szej sytuacji pomiarowej

$Q_{GSC}(\bar{\xi}_{SC})$ - kryterium jakości identyfikacji modelu hemodynamiki krążenia wielkiego dla II-giej sytuacji pomiarowej (3.3.4)

$\bar{w}_{GSC}$ - wektor współczynników wagowych w kryterium $Q_{GSC}(\bar{\xi}_{SC})$

$$\bar{w}_{GSC} \triangleq [\bar{w}_{KLV}, \bar{w}_{CSC}, \bar{w}_{GSC1}^T, \bar{w}_{GSC2}^T, \dots, \bar{w}_{GSCr}^T, \bar{w}_{CRA}, \bar{w}_{KRA}]^T$$

$$\bar{w}_{GSCj}^T \triangleq [\bar{w}_{SCj}^{(2)}, \bar{w}_{SCj}^{(3)}, \dots, \bar{w}_{SCj}^{(n_j)}]^T, \quad j = 1, 2, \dots, r$$

ψ_{GSC}^* - optymalny algorytm wyznaczania parametrów modelu hemodynamiki krążenia wielkiego dla II-giej sytuacji pomiarowej

A_{GSC} - macierz występująca w algorytmie ψ_{GSC}^* (3.3.4.3)

$\bar{b}_{GSC}$ - wektor występujący w algorytmie ψ_{GSC}^* (3.3.4.4)

$\bar{\xi}_{GSC}^*$ - optymalny wektor parametrów modelu hemodynamiki krążenia wielkiego dla drugiej sytuacji pomiarowej

$z_{RVq}(t)$ - funkcja wrażliwości modelu ciśnienia krwi w prawej komorze na zmianę parametru $q \in S_{\lambda RV}$

$$z_{RVq}(t) \triangleq \frac{\partial P_{RV}(t)}{\partial q}, \quad q \in S_{\lambda RV}$$

$$S_{\lambda RV} \triangleq \{\lambda_{RV}^{(0)}, \lambda_{RV}^{(1)}, \lambda_{RV}^{(2)}\}$$

$z_{LVq}(t)$ - funkcja wrażliwości modelu ciśnienia krwi w lewej komorze na zmianę parametru $q \in S_{\lambda LV}$

$$z_{LVq}(t) \triangleq \frac{\partial \tilde{p}_{LV}(t)}{\partial q}, q \in S_{\lambda LV}$$

$$S_{\lambda LV} \triangleq \{\lambda_{LV}^{(0)}, \lambda_{LV}^{(1)}, \lambda_{LV}^{(2)}\}$$

$z_{PCq}^{(i)}(t)$ - funkcja wrażliwości modelu (i-tego) ciśnienia w obwodzie krążenia płucnego na zmianę parametrów $q \in \{S_{\lambda} \cup S_C \cup S_K\}$,
 $i = 1, 2, \dots, n$

$$z_{PCq}^{(i)}(t) \triangleq \frac{\partial \tilde{p}_{PC}^{(i)}(t)}{\partial q}, q \in \{S_{\lambda} \cup S_C \cup S_K\}, i = 1, 2, \dots, n$$

$z_{LAq}(t)$ - funkcja wrażliwości modelu ciśnienia w lewym przedsionku na zmianę parametrów obwodu krążenia płucnego $q \in S_{\lambda} \cup S_C \cup S_K$

$$z_{LAq}(t) \triangleq \frac{\partial \tilde{p}_{LA}(t)}{\partial q}$$

$$S \triangleq \{S_{\lambda LV} \cup S_{\lambda RV}\}$$

$$S_C \triangleq \{c_{LA}, c_{PC}^{(1)}, c_{PC}^{(2)}, \dots, c_{PC}^{(n)}\}$$

$$S_K \triangleq \{K_{LA}, K_{RV}, K_{PC}^{(1)}, K_{PC}^{(2)}, \dots, K_{PC}^{(n)}, K_{LA}\}$$

$z_{SCjq}^{(i)}$ - funkcja wrażliwości modelu ciśnienia w i-tym punkcie, j-tej gałęzi obwodu krążenia wielkiego na zmiany parametrów modelu hemodynamiki krążenia wielkiego $q \in S$, $i = 1, 2, \dots, n_j$,
 $j = 1, 2, \dots, r$

$$z_{SCjq}^{(i)} \triangleq \frac{\partial \tilde{p}_{SCj}^{(i)}(t)}{\partial q}, q \in S$$

$$S \triangleq \{\lambda_{LV}^{(0)}, \lambda_{LV}^{(1)}, \lambda_{LV}^{(2)}, \lambda_{RV}^{(0)}, \lambda_{RV}^{(1)}, \lambda_{RV}^{(2)}, c_{SCj}^{(1)}, K_{SCj}^{(1)}, i = 1, 2, \dots, n_j, j = 1, 2, \dots, r, c_{RA}, K_{RA}, K_{LV}, u_{LA}\}$$

LITERATURA

- [1] Aaslid R., Estimation of cardiovascular parameters. In Identification and System Parameter Estimation, Proc. 3rd IFAC Symp. P. Eykhaff ed., North-Holland (American Elsevier, Amsterdam 1973.
- [2] Ahlberg J.H., Nilson E.N., Walsh J.L., The Theory of Splines and Their Applications Ac. Press. NY 1967.
- [3] Anderson C.M. and Clark J.W., Analog simulation of left ventricular bypass model control, IEEE Transactions ON Biomedical Engineering, Vol. BME-22, No 5, 1975, pp 384-392.
- [4] Axen K., Haas F., Lupo F.J., Bergofsky E.M., Servo control of atrial and/or arterial blood pressures in experimental animals, IEE Transactions on Biomedical Engineering, Vol BME-24, No 6, 1977, pp 533-536.
- [5] Balla K., Leipzig, GDR, Model consideration on the cardiovascular systems ramp-function work load, Proc. of IFAC Symposium on Control Mechanisms in Bio- and ECOSystems Leipzig, 1977.
- [6] Barnard A.C.L., Hunt W.A., Timlake W.P., Číslennye gidrodinamičeskie rasčety wetwiaščegosia pulsiruiuščewo potoka w gibkich trubkach, Digest of the Seventh International Conference on Medical and Biological Engineering, Stockholm, 1967, PROCEEDINGS OF THE 8TH INTERNATIONAL Conference ON Medical and Biological Engineering And The 22ND. Annual Conference ON Engineering IN Medicine And Biology, Chicago, 1969.
- [7] Bekey G.A., Beneken J.E., Identification Biological Systems: a Survey, Automatica, 14, 1978, No 1, pp 41-47.
- [8] Beneken J.E.W., deWitt B., Physical Bases of Circulatory Transport: Regulation and Exchange, W.B.SAUNDERS Publ. Philadelphie 1967.

- [9] Best C.H., Taylor V.B., Fizjologiczne Podstawy Postępowania Lekarskiego, Państwowy Zakład Wydawnictw Lekarskich, Warszawa 1971.
- [10] Bergenriald L., Freyschuss U., Melcher A., Sjostranol T., Circulatory and respiratory adaptation in man to acute withdrawal and venifusion of blood, Pflüges Arch. 355, 1975, 307-318.
- [11] Von Blasins W., Ein neues modell zur darstellung der Druck und stromstärkeverkaufe im artericllen kreislauf unter verschiedenem physiologischen bedingungen, Zeitschrift für Kreisloufforschung, Vol 57, No 8, pp 792-799.
- [12] Bleich H.L., Baro E.S., Regulation of the circulation, The New England Journal of Medicine, Vol 16, No 5, 1974.
- [13] Boyers D.C. et al., Simulation of the cardiovascular system: a model with normal responses to change of posture, blood less transfusion and automamic blockade. Simulation, 18 (1972), 197-206.
- [14] Brattström A., Adaption of Controlled range of the carotis-sinus baroreceptions, Proc. of IFAC Symposium on Control Mecanisme in Bio- and Ecosystems, LEIPZIG, 1977.
- [15] Brodan V., Potuček J., Hajek M., Kuhn E., Mathematical model of heavt rate regulation during physical load and recovery and its hybrid computer implementation, Proc. of IFAC Symposium on Control Mechanisms in Bio-and Ecosystems, Leipzig, 1977.
- [16] Bubnicki Z., Identyfikacja obiektów sterowania, PWN, Warszawa 1974.
- [17] Cage P.E., Brittan K.E., Carson E.R., A control system model of renal blood flow regulation, Proc. of IFAC Symposium on Control Mechanisms in Bio- and Ecosystems, Leipzig, 1977.

- [18] Cataloglu A., Gould P.L., Clark R.E., Validation of a simplified mathematical model for the stress analysis of human aortic heart valves, J. Biomechanics, 1975, Vol. 8, pp 347-348. Pergamon Press. Printed in Great Britain.
- [19] Chang P.P., Matson G.L. Kendrick J.E., Rideaut V.C., Parameter estimation in the canine cardiovascular system, IEEE Transactions on Automatic Control. Vol. AC-19, No 6, December 1974.
- [20] Chess G.F., Varey D.W., Henry I.L., Calarescu F.R., A Mathematical model of the sympathetic - heart period system in the cat, Annals of Biomedical Engineering 3, 189-198 (1975).
- [21] Clark J.W. Kane G.R., Bourland H.M., On the feasibility of closed-loop control of intra-aortic balloon pumping, IEEE Transactions on Biomedical Engineering, Vol. BME-20, No 6, November 1973.
- [22] Donders I.I.H., Zuidervaat J.C., Robijn J.P., Benekou I.E.W., Estimation of heartfunction parameters by hybrid optimization techniques, In Identification and System Parameter Estimating Proc. 3 RD IFAC Symp. P. EYKHOFF ED North-Holand, American Elsevier, MASTERDAM 1973.
- [23] Fletcher I.E., Mathematical modeling of the microcirculation, Mathematical Biosciences Vol. 38, 159-207 (1978).
- [24] Foster K.R., Kritikos H.N., Schwan H.P., Effect of Surface cooling and blood flow on the microwave heating of tissue, IEEE Transactions on Biomedical Engineering, Vol. BME-25, No 3, May 1978.
- [25] Francis D.B., Kuang-Chi Hu, An algorithm for the automated determination of cardiac output by the Stewart-Hamilton method, IEEE Transactions on Biomedical Engineering, Vol. BME-24, No 5, September 1977.

- [26] Green J.F., Pressure-flow and volume-flow relationships of the systemic circulation of the dog. American Journal of Physiology, Vol. 229, No 3, September 1975, Printed in USA.
- [27] Fritzsche Ch., Beyer J., Identification der dynamic des blutdruckregelkreises beim hund, Proc. of IFAC Symposium on Control Mechanisms in Bio- and Ecosystems, Leipzig, 1977.
- [28] Fujihara Y., Hildebrandt J.R., Hildebrandt J., Cardiorespiratory transients in exercising man I. Tests of superposition Journal of Applied Physiology, Vol. 35, No I, July 1973.
- [29] Fujihara Y., Hildebrandt J., Hildebrandt J.R., Cardiorespiratory transients in exercising man II Linear models, Journal of Applied Physiology Vol. 35, No 1, July 1973.
- [30] Grewe L.A. et al., Cardiovascular modeling using integrated-circuit op.-as. Simulation, 13 (1969), 103-106.
- [31] Guyton A.G., Circulatory physiology Cardiac Output and its Regulation.
- [32] Guyton A.C., Goleman T.G., Quantitative analysis of the pathophysiology of hypotension, Supplement I to Circulation Research, 24, 1969, No 5, pp I-1 - I-19.
- [33] Hawke J.R., Rowlands D.J, Birch C.R., The Estimation of Cardiac Output By Electrical Impedance Plethysmography, pp. 87-96.
- [34] Helfgott A., Tuck E.O., A simple mathematical model of muscle-induced ejection flow Mathematical Biosciences 13, 335-359 (1972).
- [35] Iberall A.S., Universalnaia, geometrieskaia model artierielnoj sistemy, Dostizhenia Medicinskoj i Biologiceskoj Techniki, Medicina Moskwa - 1971.
- [36] Inbar G.F., Hsia T.C., Baskin R.J., Parameter identification analysis of muscle dynamics, Mathematical Biosciences 7

- [37] Ito H., Yamakoshi K.J., Togawa T., A model study of stroke volume values calculated from impedance and their relation to the waveform of blood flow, IEEE Transactions on Biomedical Engineering, Vol. BME-24, No 5, September 1977.
- [38] Juzwa W., Ilościowe związki między ciśnieniem tętn. /p/ przepływem krwi /F/, czynnym napięciem naczyń AUT oraz oporem przepływu /P/F/ w danym obszarze krążenia, III Krajowe Sympozjum Sekcji Cybernetyki Medycznej Towarzystwa Internistów Polskich, Wrocław 13-14 wrzesień 1974.
- [39] Koiro A.J., Smollen N.F., Barile R.N., An automated drug administration system to control blood pressure in rabbits, Mathematical Biosciences 38, 45-56 (1978).
- [40] Laxminarayan S., Sipkoma P., Westerhof N., Characterization of the arterial system in the time domain, IEEE Transactions on Biomedical Engineering, Vol. BME-25, No 2, March 1978.
- [41] Malindzak G.S., Fourier analysis of cardiovascular events, Mathematical Biosciences 7 (1970), 273-289.
- [42] Maloney J.C., Bekey G.A., Online estimation of cardiac output from respiratory data using a gradient method, Medical and Biological Engineering July 1976, pp. 379-385.
- [43] Morris S.J., Owenst D.R., Payne P.A., Wells D.N.T., Woodcock J.P., Phil M., Transfer function analysis methods used for monitoring arterial disease, pp. 229-246.
- [44] Nałęcz M., Zastosowanie cybernetyki w badaniach biologicznych (referat plenarny) na I Krajowej Konferencji Biocybernetyki i Inżynierii Biomedycznej, Warszawa 1977, PWN.
- [45] Olejak B., Hemodynamika Krążenia Małego w Wadach Serca ze Zwiększonym Przepływem Płucnym. Prace Wrocławskiego Towarzystwa Naukowego.

- [46] Okino H., Kakindi Y., Nishimura A., Nakanishi Y., Zawisimosti meżdu dawleniem i potokom w arterii Ćełoweka, Dostizenia Meditsinskoj i Biologiceskoj Techniki, Medicina Moskwa 1971.
- [47] Peskin Ch.S., Matemactical aspects of heart physiology, New York 1975.
- [47a] Peskin Ch.S. Partial defferential equations in biology, New York University, New York 1974.
- [48] Plant R.E., Crustacean cardiac pacemaker model an analysis of the Singular approximation, Mathematical Biosciences 36, 149-171 (1977).
- [49] Przybyszewski A., Trzebski A., Modelowanie Biomatematyczne Nerwowej Regulacji Układu Krążenia Krwi na Przykładzie Odruchu z Baroreceptorów Tętnicznych, ACTA Physiol. Pol. Supplement Nr 17.
- [50] Pullen H.E., Finkelstein L., A cybernetic model of the human cardiovascular system with application to the effect of drugs. Proc. of IFAC Symposium on Control Mechanisms in Bio- and Ekosystems, Leipzig, 1977.
- [51] Raczyński S., Model Analogowy Funkcji Serca Jako Części Układu Krążenia, Praca Doktorska, Politechnika Gdańska, Gdańsk 1972.
- [52] Ricleout V.C., Katra J.A., Computer simulation study of the pulmonary circulation sumulation, 12 (1968), 239-245.
- [53] Rideout N.C., Cardiorascular system simulation in biomedical engineering education. IEEE Transactions on Biomed. Eng., BME-19 (1972), 101-107.
- [54] Rodkiewicz Cz., Jędruch W., Zajac S., Model matematyczny rozplywu krwi w łuku aorty. Postępy fizyki medycznej, vol.11, No 2, 1976.
- [55] Ross J. et al., Contractile state of the heart charakterized by force-reloity relations in variably afterloaded and iso-

- volumic beats circulation Research, 18 (1966) 149-163.
- [56] Rushmer R.F., Cardiovascular Dynamics W.B. Sanders Company, Philadelphic 1970.
 - [57] Sagana K., Nahayama K., Simulation of heart muscle contraction, Simulation, Vol. 27, No 3, 1976.
 - [58] Sancho N.G.F., Optimal drug administration for the control of certain cholesterol fats in the blood system, Mathematical Biosciences 15, 183-186, (1972).
 - [59] Sato J., Hasegawa Y., Hotta K., System analysics of treart rate control in man, Journal of Applifd Physiology Vol.11, No 5, November 1976.
 - [60] Sheppard L.C., Sayers B., Dynamic analysis of the blood pressure response to hypotensive agents. Studied in postoperative caroliac surgical patients, Computers and Biomedical Research 10, 237-246 (1977).
 - [61] Snyder M.F. et al., Computer modeling of the human systemic arterial tree. I. of Biomechcinices 1 (1968), 341-352.
 - [62] Snyder M.F., Rideont V.C., Computer simulation studies of the renous circulation. IEEE Transactions on Biomed. Eng., BME-16 (1969), 325-334.
 - [63] Sonnenblick E.H., Force-relocity relations in mam/malian heart muscle. Am. I.Physial. 202 (1962), 931-939.
 - [64] Spyker D.A., Simulation in the analysies and control of a cardio-circulatory assist clevice. Simulation, 15 (1970), 196-205.
 - [65] Steckin S.B., Subbotun I.N., Splajny w wycislitielnoj Matie-matiki, Nauka, Moskwa 1976.
 - [66] Sugol H., Sapawa K., Mathematical interrelationship between instantaneous ventricular pressure-volume ratio and cardial force-relacitv relation. Annals of Biomed.Eng., 1

(1972), 160-181.

- [67] Szűcs B., Monos E., Sztirely J., Comparison of identification methods in the cardiovascular system, Proc. of IFAC Symposium on Control Mechanisms in Bio- and Ecosystems, Leipzig 1977.
- [68] Szumakow W.I., Modelirowanie fizjologicznych systemów organizmu, Moskwa 1971.
- [69] Świątek J., Identyfikacja obiektu o strukturze złożonej układu krwionośnego (prezentowana na) II Krajowej Konferencji Biocybernetyki i Inżynierii Biomedycznej, Gliwice, 1978.
- [70] Świątek J., Problemy modelowania układu krążenia (prezentowane na) III Krajowej Konferencji Biocybernetyki i Inżynierii Biomedycznej, Wrocław, 1979.
- [71] Świątek J., Algorytmy identyfikacji i modelowania procesów hemodynamicznych w układzie krążenia - dokumentacja programowa, Raport Inst. Cybern. PWr nr 83, 1979 Wrocław
- [72] Świątek J., Some problems of mathematical models and identification of cardiovascular System, Systems Science, Vol. 5, No 1, 1980. w druku
- [73] Świątek J., Identyfikacja obiektów złożonych na przykładzie układu krwionośnego - opis struktury obiektu identyfikacji. Komunikat ICT P.Wr. nr 605, Wrocław 1978.
- [74] Świątek J., Parametryczna identyfikacja obiektów o strukturze złożonej. Komunikat ICT P.Wr. nr 604, Wrocław 1977.
- [75] Talman I.L., Bommel J.H., The estimation of the state of the heart by means of electrical surface information, Proc. of IFAC Symposium on control Mechanisms in Bio- and Ecosystems, Leipzig 1977.
- [76] Trep P., Nardizzi L., Parameter estimation applied to non-invasive radiocardiographic data for determination of left ventricular ejection and valvular regurgitant fractions,

- Mathematical Biosciences 37, 81-104 (1977).
- [77] Westerhof N., Reduced Models of the Systematic Arteries Proc. of the 8th Int. Conf. on Med. Biol. Engr. and the 22-nd Ann. Conf. on Eng. in Med. Biol., 1969.
 - [78] Wierzbicki A., Modele i wrażliwości układów sterowania, Wydawnictwo naukowo-techniczne, Warszawa 1977.
 - [79] Vito R.P., A Note on the steady flow of blood in distensible tubes, IEEE Transactions on Biomedical Engineering, September 1976.
 - [80] Yao H., Diana J.N., Computer Simulation model for transient transcapillary fluid exchange, IEEE Transactions on Biomedical Engineering, Vol. BME-20, No 6, November 1973.
 - [81] Yoneyama A., Kimura Y., Analiz kolebatelnoj sistemy sierdca - aopta s pomoščju analogowej masiny w ballistokardiografii, Dostizhenija Medicinskoj i Biologiceskoj Techniki, Medicina Moskwa - 1971.
 - [82] Zeeman E.C., Differential Equations for the heart beat and nerve impulse, in Towards a theoretical biology H. ESSAYS C.C.H. WAPDINGTON, EDS, ALDINE PUBLISHING CO CHICAGO, 1972 pp. 8-67.
 - [83] Zieske H.A., Elektronnaja model sokratimosti serdca, Dostizhenija Medicinskoj i Biologiceskoj Techniki, Medicyna Moskwa 1971.
 - [84] Zloaf M., Rosenberg R.M., Abbott J., A computer model for atrio-ventricular blocks, Mathematical Biosciences 18, 87-117 (1973).
 - [85] Zwienev U., Beyer I., Anneudung statistischer parameterschatzverfahren zur modellierung des blutdruckregelkreises des menschen, Proc. of IFAC Symposium on Control Mechanisms in Bio- and Ecosystems, Leipzig, 1977.

Niniejszy raport otrzymują:

1. Biblioteka Międzywydziałowa - OINT 6, 25	1egz.
2. Z-ca Dyrektora I-6 d/s Kształcenia Kadry Naukowej	1egz.
3. Biblioteka Główna Politechniki Wrocławskiej	1egz.
4. Promotor	1egz.
5. Recenzenci	3egz.
6. Seminarium Systemów Sterowania	3egz.
7. Seminarium Automatyki i Modelowania	1egz.
8. Seminarium Analizy Systemowej	1egz.
9. Centrum Kształcenia Podyplomowego WAM prof. E. Waniewski	1egz.
10. Instytut Medycyny Wewnętrznej AM Łódź	1egz.
11. Seminarium Ogólnej Teorii Systemów i Cybernetyki	1egz.
12. Seminarium Systemów Teleinformatycznych	1egz.
13. Instytut Biocybernetyki i Inżynierii Biomedycznej PAN, Warszawa	1egz.
14. Instytut Informatyki i Automatyki AGH, Kraków	1egz.
15. Instytut Fizjologiczno - Farmakologiczny AM, Wrocław	1egz.
16. Ośrodek ETO AM, Wrocław	1egz.
17. Klinika Kardiochirurgii AM, Wrocław	1egz.
18. Instytut Informatyki Uniwersytetu Jagiellońskiego, Biblioteka, Kraków	1egz.
19. Autor	3egz.

Razem 25egz.

Na prawach rękopisu

INSTYTUT CYBERNETYKI TECHNICZNEJ

POLITECHNIKI WROCŁAWSKIEJ

Raport serii PREPRINTY nr 83

ALGORYTMY IDENTYFIKACJI
I MODELOWANIA PROCESÓW
HEMODYNAMICZNYCH W UKŁADZIE KRAŻENIA
DOKUMENTACJA PROGRAMOWA

Jerzy Świątek

Słowa kluczowe:

identyfikacja, biocybernetyka,
modele matematyczne w biologii
i medycynie

Wydawnictwo Politechniki Wrocławskiej

Wrocław 1979

79 10 11 1001

SPIS TREŚCI

ROZDZIAŁ I. PROGRAM /JSØ1/	4
ROZDZIAŁ II. PROGRAM /JSØ2/	11
ROZDZIAŁ III. PROGRAM /JSØ3/	21
ROZDZIAŁ IV. PROGRAM /JSØ4/	33
ROZDZIAŁ V. PROGRAM /JSØ5/	43
LITERATURA	60

Raport zawiera opisy programów w języku FORTRAN wraz z tabulogramami kompilacji. Opisane programy realizują algorytmy identyfikacji i modelowania procesów hemodynamicznych w układzie krążenia.

Niniejszy komunikat stanowi dokumentacyjne uzupełnienie rozprawy doktorskiej p.t.: "Modelowanie i identyfikacja procesów hemodynamicznych w układzie krążenia" (raport ICT P.Wr. nr 84) i zawiera opisy programów numerycznych wraz z tabulogramami kompilacji.

Zamieszczone programy ilustrują przedstawione w pracy podstawowej algorytmy wyznaczania parametrów modelu układu krążenia oraz rozwiązanie równań modelu wraz z analizą wrażliwości na zmiany parametrów.

Uwaga: Oznaczenia użyte w opisach programów odpowiadają oznaczeniom przyjętym w pracy [2].

I. PROGRAM (JSØ1)

1^o Nazwa symboliczna programu:

JSØ1

2^o Nazwa programu

PARAMETRY MODELU KOMORY

3^o Funkcja programu:

Program wyznacza parametry modelu komór wg algorytmu opisanego w rozdziale 3.12 pracy [2].

4^o Dane wejściowe programu:

- (1) n - liczba punktów dyskretyzacji po czasie w przedziale $[\tau_0, \tau_0 + T]$ ($n < 101$)[§]
- (2) $t^{(1)}, t^{(2)}, \dots, t^{(n)}$ - kolejne chwile pomiaru, $t_1 = \tau_0$,
 $t_n = \tau_0 + T$ (τ_0 - chwila początkowa pomiaru, T - czas obserwacji)
- (3) $\alpha^{(1)}, \alpha^{(2)}, \dots, \alpha^{(n)}$ - wartości funkcji aktywności mięśnia sercowego $\alpha(t)$, w chwilach $t^{(1)}, t^{(2)}, \dots, t^{(n)}$ ($\alpha^{(i)} = \alpha(t^{(i)})$)
 $i = 1, 2, \dots, n$)
- (4) α_0, α_n - wartości pochodnej funkcji $\alpha(t)$ na końcach odcinka pomiarowego ($\alpha_0 = \dot{\alpha}(\tau_0)$, $\alpha_n = \dot{\alpha}(\tau_0 + T)$)
- (5) $p_q^{(1)}, p_q^{(2)}, \dots, p_q^{(n)}$ - wartości ciśnień w komorze w chwilach $t^{(1)}, t^{(2)}, \dots, t^{(n)}$; $q = \begin{cases} RV & \text{dla prawej komory} \\ LV & \text{dla lewej komory} \end{cases}$
- (6) p_{q0}, p_{qn} - wartości pochodnej ciśnienia w komorze na końcach odcinka pomiarowego ($p_{q0} = p'_q(\tau_0)$, $p_{qn} = p'_q(\tau_0 + T)$)

[§] Ograniczenie $n < 101$ wynika z konieczności zadeklarowania wielkości tablic w programie. Można je łatwo zmienić zmieniając deklaracje wielkości odpowiednich tablic.

(7) tekst opisujący komorę

$$z \ z \ z \ z = \begin{cases} \text{LEWEJ dla lewej komory} \\ \text{PRAWIEJ dla prawej komory.} \end{cases}$$

Dana określona w punkcie (1) jest naturalna, a dane określone w punktach (2), (3), (4), (5) i (6) są rzeczywiste. Należy je przygotować w formacie swobodnym pisząc je z odstępem co najmniej jednej spacji. Dane dla kolejnych punktów winny się zaczynać od nowej karty.

5° Dane wyjściowe

(1) czas początku obliczeń:

$$a_1/a_2/a_3$$

a_1 - godziny

a_2 - minuty

a_3 - sekundy

(2) Parametry modelu komory:

PARAMETRY MODELU zzzz KOMORY

FL(1) = ...

FL(2) = ...

FL(3) = ...

FL(1) - odpowiada współczynnikowi $\lambda_q^{(0)}$ w równaniu (3.1.1.1)

FL(2) - odpowiada współczynnikowi $\lambda_q^{(1)}$ w równaniu (3.1.1.1)

FL(3) - odpowiada współczynnikowi $\lambda_q^{(2)}$ w równaniu (3.1.1.1)

(3) Czas końca obliczeń:

$$a_1/a_2/a_3$$

a_1, a_2, a_3 - jak poprzednio.

6° Wykorzystanie pamięci i urządzeń zewnętrznych

- wielkość pamięci operacyjnej: PaO JSØ1 - 1Ø,173 Kbit.

- rodzaje i ilość urządzeń zewnętrznych

czytnik kart - 1 (1CR)

drukarka wierszowa - 1 (1LP)

7^o Czas obliczeń:

dla $n = 46$ na m.c. ODRA 1325 około 60 sekund.

FORTRAN COMPILATION BY XEPAN MK 4E

DATE 09/06/79 TIME 08/50/29

```

LIST
PROGRAM(JS01)
INPUT 1=CR0
OUTPUT 2=LP0
TRACE 2
END

```

```

C MASTER DATA
PARAMETRY MODELU KONGORY
REAL T(101),ALF(101),PQ(101),FL(3),BQ(3),AQ(3,3)
REAL S(100),AALF(100),BALF(100),CALF(100),APQ(100),BPQ(100),
*CPQ(100)
CALL TIME(CCCP)
WRITE(2,1111) CCCP
READ(1,101) N
READ(1,102) (T(I),I=1,N)
READ(1,102) (ALF(I),I=1,N)
READ(1,102) ALFO,ALFH
READ(1,102) (PQ(I),I=1,N)
READ(1,102) PQO,PQN
READ(1,105) ZZZZ
DO 1 I=1,N-1
1 S(I)=T(I+1)-T(I)
N=N-1
CALL PARA(N,S,ALF,ALFO,ALFH,N,AALF,BALF,CALF)
CALL PARA(N,S,PQ,PQO,PQN,N,APQ,BPQ,CPQ)
DO 2 I=1,3
DO 2 J=1,3
L=I-1
K=J-1
CALL XXYV(N,N,S,PQ,PQ,APQ,APQ,BPQ,BPQ,CPQ,CPQ,K,L,AQ(J,I))
AQ(I,J)=AQ(J,I)
2 CONTINUE
DO 3 I=1,3
K=I-1
CALL XYYY(N,N,S,PQ,ALF,APQ,AALF,BPQ,BALF,CPQ,CALF,K,0,BQ(I))
3 CONTINUE
DETA=AQ(1,1)*AQ(2,2)*AQ(3,3)+AQ(2,1)*AQ(3,2)*AQ(3,1)+AQ(3,1)*
*AQ(2,1)*AQ(3,2)-AQ(3,1)*AQ(2,2)*AQ(3,1)-AQ(3,2)*AQ(3,2)*AQ(1,1)-
*AQ(3,3)*AQ(2,1)*AQ(2,1)
DET=BQ(1)*AQ(2,2)*AQ(3,3)+BQ(3)*AQ(2,1)*AQ(3,2)+BQ(2)*AQ(3,1)*
*AQ(3,2)-BQ(3)*AQ(2,2)*AQ(3,1)-BQ(1)*AQ(3,2)*AQ(3,2)-BQ(2)*AQ(3,3)*
*AQ(2,1)
FL(1)=DET/DETA
DET=BQ(2)*AQ(1,1)*AQ(3,3)+BQ(1)*AQ(3,2)*AQ(3,1)+BQ(3)*AQ(3,1)*
*AQ(2,1)-BQ(2)*AQ(3,1)*AQ(3,1)-BQ(3)*AQ(3,2)*AQ(1,1)-BQ(1)*AQ(3,3)*
*AQ(2,1)
FL(2)=DET/DETA
DET=BQ(3)*AQ(1,1)*AQ(2,2)+BQ(2)*AQ(2,1)*AQ(3,1)+BQ(1)*AQ(2,1)*
*AQ(3,2)-BQ(1)*AQ(3,1)*AQ(2,2)-BQ(2)*AQ(3,2)*AQ(1,1)-BQ(3)*
*AQ(2,1)*AQ(2,1)
FL(3)=DET/DETA
WRITE(2,103) ZZZZ
WRITE(2,104) (I,FL(I),I=1,3)
CALL TIME(CCCP)
WRITE(2,1111) CCCP
101 FORMAT(I0)
102 FORMAT(100F0.0)
103 FORMAT(1F0.0)
104 FORMAT(1F0.0,1F0.0,1F0.0)

```

```

104  FORMAT(/5X,3HFL(,I1,2H)=,G20.11)
105  FORMAT(A8)
1111 FORMAT(/3X,A8/)
      PAUSE
      END

```

END OF SEGMENT, LENGTH 351, NAME PAKQ

```

      SUBROUTINE PARA(U,S,U0,UH,HH,A,B,C)
      REAL S(UH),U(H),A(UH),B(UH),C(UH)
      REAL AL(101),R(101),BL(101),H(101)
      AL(1)=6*((U(2)-U(1))/S(1)-U0)
      DO 2 I=2,H-1
2     AL(I)=6*(U(I+1)/S(I)-U(I)*(1./S(I-1)+1./S(I))+U(I-1)/S(I-1))
      AL(H)=6*(UH-(U(H)-U(H-1))/S(H-1))
      R(1)=2*S(1)
      DO 3 I=2,H-1
3     R(I)=2*(S(I)+S(I-1))-(S(I-1)*S(I-1))/R(I-1)
      R(H)=2*S(H-1)-S(H-1)*S(H-1)/R(H-1)
      BL(1)=AL(1)
      DO 4 I=2,H
4     BL(I)=AL(I)-S(I-1)*BL(I-1)/R(I-1)
      H(H)=BL(H)/R(H)
      DO 5 I=1,H-1
5     H(H-I)=BL(H-I)/R(H-I)-(S(H-I)/R(H-I))*H(H-I+1)
      DO 6 I=1,H-2
6     A(I)=(U(I+1)-U(I))/S(I)-(S(I)/6)*(2*H(I)+H(I+1))
      A(H-1)=UH-(H(H)+H(H-1))/2)*S(H-1)
      DO 7 I=1,H-1
7     B(I)=H(I)/2
      DO 8 I=1,H-1
8     C(I)=(H(I+1)-H(I))/(6*S(I))
      RETURN
      END

```

END OF SEGMENT, LENGTH 689, NAME PARA

```

      SUBROUTINE XXYY(N,H,SA,X,Y,AX,AY,BX,BY,CX,CY,K,L,XY)
      REAL SA(H),X(H),Y(H),AX(H),AY(H),BX(H),BY(H),CX(H),CY(H)
      XY=0.
      IF(K.EQ.0.AND.L.EQ.0) GO TO 10
      IF(K.EQ.1.AND.L.EQ.0) GO TO 11
      IF(K.EQ.1.AND.L.EQ.1) GO TO 12
      IF(K.EQ.2.AND.L.EQ.0) GO TO 13
      IF(K.EQ.2.AND.L.EQ.1) GO TO 14
      IF(K.EQ.2.AND.L.EQ.2) GO TO 15
      WRITE(2,16)
16  FORMAT(1X,32HBLDNE MYUOLAHIE PROCEDURE XXYY.)
10  CONTINUE
      RETURN
      DO 1 I=1,H-1
1   S=SA(I)
      S2=S*S
      S3=S2*S
      S4=S3*S
      S5=S4*S
      S6=S5*S
      S7=S6*S
      XY=XY+X(I)*Y(I)*S+0.5*AX(I)*Y(I)*S2+BX(I)*Y(I)*S3/3+CX(I)*Y(I)*S4/

```

```

*4+X(I)*AY(I)*S2/2+AX(I)*AY(I)*S3/3+BX(I)*AY(I)*S4/4+CX(I)*AY(I)*S5/5+X(I)*BY(I)*S3/3+AX(I)*BY(I)*S4/4+BX(I)*BY(I)*S5/5+CX(I)*BY(I)*
*S6/6+X(I)*CY(I)*S4/4+AX(I)*CY(I)*S5/5+BX(I)*CY(I)*S6/6+CX(I)*CY(I)
**S7/7
1  CONTINUE
  RETURN
11 CONTINUE
  DO 2 I=1,N-1
    S=SA(I)
    S2=S*S
    S3=S2*S
    S4=S3*S
    S5=S4*S
    S6=S5*S
    SS=AX(I)*Y(I)*S+AX(I)*AY(I)*S2/2+AX(I)*BY(I)*S3/3+AX(I)*CY(I)*S4/4
    ++Y(I)*BX(I)*S2/2+2./3.*BX(I)*AY(I)*S3+BX(I)*BY(I)*S4/2+2*BX(I)*
    *CY(I)*S5/5+CX(I)*Y(I)*S3+3*CX(I)*AY(I)*S4/4+3*CX(I)*BY(I)*S5/5+0.5
    **CX(I)*CY(I)*S6
  2  XY=XY+SS
    RETURN
12 CONTINUE
  DO 3 I=1,N-1
    S=SA(I)
    S2=S*S
    S3=S2*S
    S4=S3*S
    S5=S4*S
    SS=AX(I)*AY(I)*S+AX(I)*BY(I)*S2+AX(I)*CY(I)*S3+BX(I)*AY(I)*S2+4*
    *BX(I)*BY(I)*S3/3+1.5*BX(I)*CY(I)*S4+CX(I)*AY(I)*S3+1.5*CX(I)*BY(I)
    **S4+1.8*CX(I)*CY(I)*S5
  3  XY=XY+SS
    RETURN
13 CONTINUE
  DO 4 I=1,N-1
    S=SA(I)
    S2=S*S
    S3=S2*S
    S4=S3*S
    S5=S4*S
    SS=2*BX(I)*Y(I)*S+BX(I)*AY(I)*S2+2*CX(I)*BY(I)*S3/3+BX(I)*CY(I)*S4
    */2+3*CX(I)*Y(I)*S2+2*CX(I)*AY(I)*S3+1.5*CX(I)*BY(I)*S4+1.2*CX(I)*
    *CY(I)*S5
  4  XY=XY+SS
    RETURN
14 CONTINUE
  DO 5 I=1,N-1
    S=SA(I)
    S2=S*S
    S3=S2*S
    S4=S3*S
    SS=2*BX(I)*AY(I)*S+2*BX(I)*BY(I)*S2+2*BX(I)*CY(I)*S3+3*CX(I)*AY(I)
    **S2+4*CX(I)*BY(I)*S3+4.5*CX(I)*CY(I)*S4
  5  XY=XY+SS
15 CONTINUE
  DO 6 I=1,N-1
    S=SA(I)
    S2=S*S
    S3=S2*S
  6  XY=XY+4*BX(I)*BY(I)*S+6*BX(I)*CY(I)*S2+6*CX(I)*BY(I)*S2+12*CX(I)*
    *CY(I)*S3
    RETURN
  END

```

FINISH

PROGRAM NAME PJS01, CORE 10135, LOWER AREA 675, PROGRAM 6271

END OF COMPILATION - NO ERRORS

II PROGRAM (JSØ2)

1^o Nazwa symboliczna programu:

JSØ2

2^o Nazwa programu:

PAPC

PARAMETRY MODELU KRĄŻENIA PŁUCNEGO

3^o Funkcje programu:

Program wyznacza parametry modelu hemodynamiki krążenia płucnego wg algorytmu opisanego w rozdziale 3.2.2 pracy [2].

4^o Dane wejściowe:

(1) n - liczba punktów dyskretyzacji po czasie w przedziale $[\tau_0, \tau_0 + T]$, ($n \leq 101$), (τ_0 - chwila początkowa pomiaru, T - czas obserwacji)

n_{pc} - liczba odcinków na jakie podzielono obwód krążenia płucnego ($n_{pc} \leq 5$)[§]

(2) $t^{(1)}, t^{(2)}, \dots, t^{(n)}$ - kolejne chwile pomiaru ($t_1 = \tau_0, t_n = \tau_0 + T$)

(3) $p_{LA}^{(1)}, p_{LA}^{(2)}, \dots, p_{LA}^{(n)}$ - wartości ciśnienia w lewym przedsionku w chwilach $t^{(1)}, t^{(2)}, \dots, t^{(n)}$ ($p_{LA}^{(i)} = p_{LA}(t^{(i)})$, $i = 1, 2, \dots, n$)

p_{LA0}, p_{LAN} - wartości pochodnej ciśnienia w lewym przedsionku na końcach odcinka pomiarowego ($p_{LA0} = p_{LA}'(\tau_0)$, $p_{LAN} = p_{LA}'(\tau_0 + T)$)

(4) $p_{RV}^{(1)}, p_{RV}^{(2)}, \dots, p_{RV}^{(n)}$ - wartości ciśnienia w lewym przedsionku w chwilach $t_1, t_2, \dots, t_n$ ($p_{PV}^{(i)} = p_{LA}(t^{(i)})$ $i = 1, 2, \dots, n$)

p_{RV0}, p_{RVN} - wartości pochodnej ciśnienia w prawej komorze na końcach odcinka pomiarowego ($p_{LA0} = p_{LA}'(\tau_0)$, $p_{LAN} = p_{LA}'(\tau_0 + T)$)

[§] Patrz uwaga przy programie JSØ1

- (5) $p_{LV}^{(1)}, p_{LV}^{(2)}, \dots, p_{LV}^{(n)}$ - wartości ciśnienia w lewej komorze w chwilach $t_1, t_2, \dots, t_n$ ($p_{LV}^{(i)} = p_{LV}(t_i)$ $i=1, 2, \dots, n$)
- (6) $\alpha^{(1)}, \alpha^{(2)}, \dots, \alpha^{(n)}$ - wartości funkcji aktywności mięśnia sercowego $\alpha(t)$ w chwilach $t^{(1)}, t^{(2)}, \dots, t^{(n)}$ ($\alpha^{(i)} = \alpha(t^{(i)})$), $i=1, 2, \dots, n$
- α_0, α_n - wartości pochodnej funkcji $\alpha(t)$ na końcach odcinka pomiarowego ($\alpha_0 = \alpha'(\tau_0)$, $\alpha_n = \alpha'(\tau_0 + T)$)
- (7) $i_{RV}^{(1)}, i_{RV}^{(2)}, \dots, i_{RV}^{(n)}$ - wartości strumienia krwi z prawej komory do głównego pnia tętnicy płucnej w chwilach $t_1, t_2, \dots$ ($i_{RV}^{(i)} = i_{RV}(t^{(i)})$, $i = 1, 2, \dots, n$)
- i_{RVO}, i_{RVN} - wartości pochodnej strumienia krwi z prawej komory do głównego pnia tętnicy płucnej na końcach przedziału pomiarowego ($i_{RVO} = i_{RV}'(\tau_0)$, $i_{RVN} = i_{RV}'(\tau_0 + T)$)
- (8) $i_{LA}^{(1)}, i_{LA}^{(2)}, \dots, i_{LA}^{(n)}$ - wartości strumienia krwi z lewego przedsionka do lewej komory w chwilach $t_1, t_2, \dots, t_n$ ($i_{LA}^{(i)} = i_{LA}(t^{(i)})$ $i=1, 2, \dots, n$)
- i_{LAO}, i_{LAN} - wartości pochodnej strumienia krwi z lewego przedsionka do lewej komory na końcu przedziału pomiarowego
- $i_{LAO} = i_{LA}'(\tau_0)$, $i_{LAN} = i_{LA}'(\tau_0 + T)$
- (9) $p_{PC}^{(i)}(1), p_{PC}^{(i)}(2), \dots, p_{PC}^{(i)}(n)$ - wartość ciśnienia krwi w i-tym punkcie obwodu krążenia płucnego w chwilach $t_1, t_2, \dots, \dots, t_n$
- $(p_{PC}^{(i)}(k) = p_{PC}^{(i)}(t^{(k)}))$, $K = 1, n$ $i = 1, 2, \dots, n_{p_c}$
- $p_{PCO}^{(i)}, p_{PCN}^{(i)}$ - wartości pochodnej ciśnienia krwi w i-tym punkcie obwodu krążenia płucnego
- $(p_{PCO}^{(i)} = p_{PC}^{(i)}(\tau_0), p_{PCN}^{(i)} = p_{PC}^{(i)}(\tau_0 + T))$ $i = 1, 2, \dots, n_{p_c}$
- (10) $w_{PC}^{(1)}, w_{PC}^{(2)}, \dots, w_{PC}^{(n)}$, w_{RV}, w_{LA1}, w_{LA2} - współczynniki wagowe w kryterium jakości identyfikacji.

Dane określone w punkcie (1) są naturalne, a dane określone w punktach (2)-(16) rzeczywiste. Należy je przygotować w for-

macie swobodnym pisząc je na kartach z odstępem conajmniej jednej spacji. Dane dla kolejnych punktów winny się zaczynać od nowej karty.

5° Dane wyjściowe:

(1) Czas początku obliczeń

$a_1/a_2/a_3$

a_1 - godziny

a_2 - minuty

a_3 - sekundy

(2) informacyjny wydruk danych wejściowych

(3) Parametry modelu hemodynamiki krążenia płucnego

PARAMETRY PODSYSTEMU KRĄŻENIA PŁUCNEGO

KRV = ...

KLA = ...

CLA = ...

MLA = ...

NR	OPOR OBWODU	ELASTYCZNOŚĆ OBWODU
1	...	...
2	...	...
⋮	...	...
n_{pc}	...	...

KRV odpowiada K_{RV}

KLA odpowiada K_{LA}

CLA odpowiada C_{LA}

MLA odpowiada μ_{LA}

i-ty OPÓR OBWODU odpowiada $K_{PC}^{(i)}$

i-ta elastyczność OBWODU odpowiada $c_{PC}^{(i)}$

(4) Czas końca obliczeń

$a_1/a_2/a_3$

a_1, a_2, a_3 - jak poprzednio

- 6° Wykorzystanie pamięci i urządzeń zewnętrznych
- wielkość pamięci operacyjnej: PaO JSØ2 14,363K
 - rodzaje i ilości urządzeń zewnętrznych
 - czytnik kart - 1 (1CR)
 - drukarka wierszowa - 1 (1LP)
- 7° Czas obliczeń
- dla $n = 46$, $n_{pc} = 3$ na m.c. ODRA 1325 około 4 minut.

LIST
PROGRAM(JS02)
INPUT 1=CR0
OUTPUT 2=LPO
TRACE 2
END

MASTER PAGE

C

PARAMETRY MODELU KRAZNIENIA PLUCNEGO

```
FEAL T(101),PRV(101),PPC(101,5),IRV(101),ILA(101),PLV(101),
*PLA(101),ALF(101),PPCO(5),PPCH(5),U(5),S(100),AX(100),BX(100),
*CX(100),AY(100),BY(100),CY(100),XX(101),YY(101),APC(7),DPC(6),
*FPC(6),GPC(6),BPC(6),BPK(7),KPC(7),CPC(6),IRVO,IRVM,
*ILAH
CALL TIME(CCCP)
WRITE(2,1111) CCCP
READ(1,101) BK,HT
READ(1,102) (T(K),K=1,BK)
READ(1,102) (PLA(K),K=1,BK),PLAO,PLAN
READ(1,102) (PRV(K),K=1,BK),PRVO,PRVN
READ(1,102) (PLV(K),K=1,BK),PLVO,PLVN
READ(1,102) (ALF(K),K=1,BK),ALFO,ALFN
READ(1,102) (IRV(K),K=1,BK),IRVO,IRVM
READ(1,102) (ILA(K),K=1,BK),ILAO,ILAN
DO 1 I=1,BI
1 READ(1,102) (PPC(K,I),K=1,BK),PPCO(I),PPCH(I)
READ(1,102) (U(I),I=1,HT),PRV,PLA1,PLA2
WRITE(2,667)
WRITE(2,666) (I,ALF(I),T(I),IRV(I),PRV(I),PPC(I,1),PPC(I,2),
*PPC(I,3),PLA(I),PLV(I),ILA(I),I=1,BK)
H=BK-1
DO 2 K=1,H
2 S(K)=T(K+1)-T(K)
DO 3 K=1,BK
F=PPC(K,1)-PRV(K)
3 XX(K)=F*H(-F)
F=PPCO(1)-PRVO
XO=F*H(-F)
F=PPCH(1)-PRVN
XN=F*H(-F)
CALL PARA(BK,S,XX,XO,XN,H,AX,BX,CX)
CALL XXYY(BK,H,S,XX,XX,AX,AX,BX,BX,CX,CX,0,0,XXXX)
APC(1)=IRV*XXXX
DO 4 I=1,BI-1
DO 10 K=1,BK
10 XX(K)=PPC(K,I+1)-PPC(K,I)
XO=PPCO(I+1)-PPCO(I)
XN=PPCH(I+1)-PPCH(I)
CALL PARA(BK,S,XX,XO,XN,H,AX,BX,CX)
CALL XXYY(BK,H,S,XX,XX,AX,AX,BX,BX,CX,CX,0,0,XXXX)
9 APC(I+1)=(U(I+1)+U(I))*XXXX
DO 11 K=1,BK
11 XX(K)=PLA(K)-PPC(K,BI)
XO=PLAO-PPCO(BI)
XN=PLAN-PPCH(BI)
CALL PARA(BK,S,XX,XO,XN,H,AX,BX,CX)
CALL XXYY(BK,H,S,XX,XX,AX,AX,BX,BX,CX,CX,0,0,XXXX)
```

```

APC(HI+1)=(U(HI)+ULA1)*XXXX
CALL PARA(HK,S,ALF,ALFO,ALFN,H,AX,BX,CX)
CALL XXYY(HK,H,S,ALF,ALF,AX,AX,BX,BX,CX,CX,0,0,XXXX)
APC(HI+2)=ULA1*XXXX
DO 12 I=1,HI
DO 13 K=1,HK
13 XX(K)=PPC(K,I)
XO=PPCO(I)
XH=PPCH(I)
CALL PARA(HK,S,XX,XO,XH,H,AX,BX,CX)
CALL XXYY(HK,H,S,XX,XX,AX,AX,BX,BX,CX,CX,1,1,XXXX)
12 PPC(I)=U(I)*XXXX
CALL PARA(HK,S,PLA,PLAO,PLAN,H,AX,BX,CX)
CALL XXYY(HK,H,S,PLA,PLA,AX,AX,BX,BX,CX,CX,1,1,XXXX)
PPC(HI+1)=ULA1*XXXX
EPC(1)=0
DO 14 I=2,HI
DO 15 K=1,HK
XX(K)=PPC(K,I)
XO=PPCO(I)
XH=PPCH(I)
15 YY(K)=PPC(K,I)-PPC(K,I-1)
YO=PPCO(I)-PPCO(I-1)
YH=PPCH(I)-PPCH(I-1)
CALL PARA(HK,S,XX,XO,XH,H,AX,BX,CX)
CALL PARA(HK,S,YY,YO,YH,H,AY,BY,CY)
CALL XXYY(HK,H,S,XX,YY,AX,AY,BX,BY,CX,CY,1,0,XXXX)
14 EPC(I)=U(I)*XXXX
**(-1)
DO 16 K=1,HK
16 YY(K)=PLA(K)-PPC(K,HI)
YO=PLAO-PPCO(HI)
YH=PLAN-PPCH(HI)
CALL PARA(HK,S,PLA,PLAO,PLAN,H,AX,BX,CX)
CALL PARA(HK,S,YY,YO,YH,H,AY,BY,CY)
CALL XXYY(HK,H,S,PLA,YY,AX,AY,BX,BY,CX,CY,1,0,XXXX)
EPC(HI+1)=ULA1*XXXX
**(-1)
DO 17 I=1,HI-1
DO 18 K=1,HK
XX(K)=PPC(K,I)
18 YY(K)=PPC(K,I+1)-PPC(K,I)
XO=PPCO(I)
XH=PPCH(I)
YO=PPCO(I+1)-PPCO(I)
YH=PPCH(I+1)-PPCH(I)
CALL PARA(HK,S,XX,XO,XH,H,AX,BX,CX)
CALL PARA(HK,S,YY,YO,YH,H,AY,BY,CY)
CALL XXYY(HK,H,S,XX,YY,AX,AY,BX,BY,CX,CY,1,0,XXXX)
17 EPC(I)=-U(I)*XXXX
**(-1)
**(-1)
DO 19 K=1,HK
XX(K)=PPC(K,HI)
19 YY(K)=PLA(K)-PPC(K,HI)
XO=PPCO(HI)
XH=PPCH(HI)
YO=PLAO-PPCO(HI)
YH=PLAN-PPCH(HI)
CALL PARA(HK,S,XX,XO,XH,H,AX,BX,CX)
CALL PARA(HK,S,YY,YO,YH,H,AY,BY,CY)
CALL XXYY(HK,H,S,XX,YY,AX,AY,BX,BY,CX,CY,1,0,XXXX)

```

```

      FPC(HI)=-W(HI)*XXXX
**(-1)
      CALL PARA(HK,S,PLA,PLAO,PLAN,H,AX,BX,CX)
      CALL PARA(HK,S,ALF,ALFO,ALFN,H,AY,BY,CY)
      CALL XXYY(HK,H,S,PLA,ALF,AX,AY,BX,BY,CX,CY,1,0,XXXX)
      FPC(HI+1)=PLA1*XXXX
**(-1)
      GPC(1)=0.
      DO 20 I=2,HI-1
      DO 21 K=1,HK
      XX(K)=PPC(K,I+1)-PPC(K,I)
21  YY(K)=PPC(K,I)-PPC(K,I-1)
      XO=PPCO(I+1)-PPCO(I)
      YH=PPCH(I+1)-PPCH(I)
      YO=PPCO(I)-PPCO(I-1)
      YH=PPCH(I)-PPCH(I-1)
      CALL PARA(HK,S,XX,XO,XH,H,AX,BX,CX)
      CALL PARA(HK,S,YY,YO,YH,H,AY,BY,CY)
      CALL XXYY(HK,H,S,XX,YY,AX,AY,BX,BY,CX,CY,0,0,XXXX)
20  GPC(I)=-H(I)*XXXX
      DO 22 K=1,HK
      XX(K)=PLA(K)-PPC(K,HI)
22  YY(K)=PPC(K,HI)-PPC(K,HI-1)
      XO=PLAO-PPCO(HI)
      XH=PLAH-PPCH(HI)
      YO=PPCO(HI)-PPCO(HI-1)
      YH=PPCH(HI)-PPCH(HI-1)
      CALL PARA(HK,S,XX,XO,XH,H,AX,BX,CX)
      CALL PARA(HK,S,YY,YO,YH,H,AY,BY,CY)
      CALL XXYY(HK,H,S,XX,YY,AX,AY,BX,BY,CX,CY,0,0,XXXX)
      GPC(HI)=-H(HI)*XXXX
      CALL PARA(HK,S,ALF,ALFO,ALFN,H,AY,BY,CY)
      CALL XXYY(HK,H,S,XX,ALF,AX,AY,BX,BY,CX,CY,0,0,XXXX)
      GPC(HI+1)=PLA1*XXXX
      CALL PARA(HK,S,ILA,ILAO,ILAH,H,AY,BY,CY)
      CALL XXYY(HK,H,S,XX,ILA,AX,AY,BX,BY,CX,CY,0,0,XXXX)
      BPK(HI+1)=PLA1*XXXX
      CALL PARA(HK,S,PLA,PLAO,PLAN,H,AX,BX,CX)
      CALL XXYY(HK,H,S,PLA,ILA,AX,AY,BX,BY,CX,CY,1,0,XXXX)
      BPK(HI+1)=PLA1*XXXX
**(-1)
      CALL PARA(HK,S,ALF,ALFO,ALFN,H,AX,BX,CX)
      CALL XXYY(HK,H,S,ALF,ILA,AX,AY,BX,BY,CX,CY,0,0,XXXX)
      BPK(HI+2)=PLA1*XXXX
      DO 25 K=1,HK
      F=PLY(K)-PLA(K)
28  YX(K)=F*H(-F)
      F=PLYO-PLAO
      XO=F*H(-F)
      F=PLVH-PLAN
      XH=F*H(-F)
      CALL PARA(HK,S,XX,XO,XH,H,AX,BX,CX)
      CALL XXYY(HK,H,S,XX,XX,AX,AX,BX,BX,CX,CX,0,0,XXXX)
      BPK2=PLA2*XXXX
      CALL XXYY(HK,H,S,XX,ILA,AX,AY,BX,BY,CX,CY,0,0,XXXX)
      BPK2=PLA2*XXXX
**(-1)
      FKLA=BPK2/BPK
      DO 23 K=1,HK
      F=PPC(K,1)-PPV(K)
23  XX(K)=F*H(-F)
      F=PPCO(1)-PRVH

```

```

XO=F*H(-F)
F=PPCH(1)-PRVH
XH=F*H(-F)
CALL PARA(HK,S,XX,XO,XH,H,AX,BX,CX)
CALL PARA(HK,S,IRV,ILVO,ILVH,H,AY,BY,CY)
CALL XXVY(HK,H,S,XX,IRV,AX,AY,BX,BY,CX,CY,0,0,XXXX)
BPK(1)=IRV*XXXX
**(-1)
DO 24 K=1,HK
24 XX(K)=PPC(K,1)
XO=PPCO(1)
XH=PPCH(1)
CALL PARA(HK,S,XX,XO,XH,H,AX,BX,CX)
CALL XXVY(HK,H,S,XX,IRV,AX,AY,BX,BY,CX,CY,1,0,XXXX)
BPC(1)=-H(1)*XXXX
**(-1)
DO 25 K=1,HK
25 XX(K)=PPC(K,2)-PPC(K,1)
XO=PPCO(2)-PPCO(1)
XH=PPCH(2)-PPCH(1)
CALL PARA(HK,S,XX,XO,XH,H,AX,BX,CX)
CALL XXVY(HK,H,S,XX,IRV,AX,AY,BX,BY,CX,CY,0,0,XXXX)
BPK(2)=H(1)*XXXX
DO 26 I=3,HI
26 BPK(I)=0
DO 27 I=2,HI
27 BPC(I)=0
HA=HI+2
HE=HI+1
CALL GAUS(HA,HB,APC,BPC,EPC,FPC,GPC,BPK,BPC,KPC,CPC)
WRITE(2,103)
WRITE(2,104) KPC(1),FKLA,CPC(HI+1),KPC(HI+2)
WRITE(2,105)
WRITE(2,106) (I,KPC(I+1),CPC(I),I=1,HI)
CALL TIME(CCCP)
WRITE(2,1111) CCCP
101 FORMAT(2I0)
102 FORMAT(103G0.0)
103 FORMAT(/5X,38HPARAMETRY PODSYSTEMU KRAZENIA PLUCHEGO//)
104 FORMAT(7X,4HKRV=,E20.11/5X,4HKLA=,E20.11/5X,4HCLA=,E20.11/5X,
*4HILA=,E20.11/)
105 FORMAT(/5X,2HHR,7X,11HOPOR OBUDU,5X,19HELASTYCZNOSC OBUDU/)
106 FORMAT(/5X,12,2X,E20.11,2X,E20.11)
666 FORMAT(2X,12,10F3.2)
667 FORMAT(/2X,2HHR,5X,3HAE,5X,1HT,6X,3HIRV,5X,3HPRV,5X,4HPPC1,4X,
*4HPPC2,4X,4HPPC3,4X,3HPLA,5X,3HPLV,6X,3HILA/)
1111 FORMAT(/3X,A8/)
STOP
END

```

END OF SEGMENT, LENGTH 2685, NAME PAPC

```

FUNCTION H(Z)
IF(Z.LT.0) GO TO 1
H=1
RETURN
1 H=0
RETURN
END

```

END OF SEGMENT, LENGTH 41, NAME H

```

SUBROUTINE GAUS(MH,MM,A,D,E,F,G,BK,BC,K,C)
REAL A(MH),BK(MH),BC(MH),C(MH),K(MH),D(MM),E(MH),F(MM),G(MM)
DO 1 I=1,MM
D(I)=D(I)-E(I)*E(I)/A(I)
F(I)=F(I)-G(I)*E(I)/A(I)
BC(I)=BC(I)-BK(I)*E(I)/A(I)
A(I+1)=A(I+1)-F(I)*F(I)/D(I)
1 BK(I+1)=BK(I+1)-BC(I)*F(I)/D(I)
K(MH)=BK(MH)/A(MH)
DO 2 I=1,MM
II=MM-I
C(II)=(BC(II)-F(II)*K(II+1))/D(II)
2 K(II)=(BK(II)-C(II)*K(II+1)-E(II)*C(II))/D(II)
RETURN
END

```

END OF SEGMENT, LENGTH 357, NAME GAUS

```

SUBROUTINE PARA(N,S,U,UO,UD,MH,A,B,C)
REAL S(MH),U(MH),A(MH),B(MH),C(MH)
REAL AL(101),R(101),BL(101),H(101)
AL(1)=6*((U(2)-U(1))/S(1)-UO)
DO 2 I=2,M-1
2 AL(I)=6*(U(I+1)/S(I)-U(I)*(1./S(I-1)+1./S(I))+U(I-1)/S(I-1))
AL(M)=6*(UO-(U(M)-U(M-1))/S(M-1))
R(1)=2*S(1)
DO 3 I=2,M-1
3 R(I)=2*(S(I)+S(I-1))-(S(I-1)*S(I-1))/R(I-1)
R(M)=2*S(M-1)+S(M-1)*S(M-1)/R(M-1)
BL(1)=AL(1)
DO 4 I=2,M
4 BL(I)=AL(I)-S(I-1)*BL(I-1)/R(I-1)
H(M)=BL(M)/R(M)
DO 5 I=1,M-1
5 H(M-I)=BL(M-I)/R(M-I)-(S(M-I)/R(M-I))*H(M-I+1)
DO 6 I=1,M-2
6 A(I)=(U(I+1)-U(I))/S(I)-(S(I)/6)*(2*U(I)+H(I+1))
A(M-1)=UO-((U(M)+H(M-1))/2)*S(M-1)
DO 7 I=1,M-1
7 P(I)=H(I)/2
DO 8 I=1,M-1
8 C(I)=(H(I+1)-H(I))/(6*S(I))
RETURN
END

```

END OF SEGMENT, LENGTH 689, NAME PARA

```

SUBROUTINE XYY(N,H,SA,X,Y,AX,AY,BX,BY,CX,CY,K,L,XY)
REAL SA(N),X(N),Y(N),AX(N),AY(N),BX(N),BY(N),CX(N),CY(N)
XY=0.
IF(K.EQ.0.AND.L.EQ.0) GO TO 10
IF(K.EQ.1.AND.L.EQ.0) GO TO 11
IF(K.EQ.1.AND.L.EQ.1) GO TO 12
WRITE(2,16)
16 FORMAT(1X,32HBLADE BYHOLANDS PROCEDURE XYY.)
RETURN

```

```

10  CONTINUE
    DO 1 I=1,N-1
      S=SA(I)
      S2=S*S
      S3=S2*S
      S4=S3*S
      S5=S4*S
      S6=S5*S
      S7=S6*S
      XY=XY+X(I)*Y(I)*S+0.5*AX(I)*Y(I)*S2+BX(I)*Y(I)*S3/3+CX(I)*Y(I)*S4/
      *4+X(I)*AY(I)*S2/2+AX(I)*AY(I)*S3/3+BX(I)*AY(I)*S4/4+CX(I)*AY(I)*S5
      /5+X(I)*BY(I)*S3/3+AX(I)*BY(I)*S4/4+BX(I)*BY(I)*S5/5+CX(I)*BY(I)*
      *S6/6+X(I)*CY(I)*S4/4+AX(I)*CY(I)*S5/5+BX(I)*CY(I)*S6/6+CX(I)*CY(I)
      **S7/7
1    CONTINUE
    RETURN
11  CONTINUE
    DO 2 I=1,N-1
      S=SA(I)
      S2=S*S
      S3=S2*S
      S4=S3*S
      S5=S4*S
      S6=S5*S
      SS=AX(I)*Y(I)*S+AX(I)*AY(I)*S2/2+AX(I)*BY(I)*S3/3+AX(I)*CY(I)*S4/4
      *Y(I)*BX(I)*S2/2+2./3.*BX(I)*AY(I)*S3+BX(I)*BY(I)*S4/2+2*BX(I)*
      *CY(I)*S5/5+CY(I)*Y(I)*S3+3*CX(I)*AY(I)*S4/4+3*CX(I)*BY(I)*S5/5+0.5
      **CX(I)*CY(I)*S6
2    XY=XY+SS
    RETURN
12  CONTINUE
    DO 3 I=1,N-1
      S=SA(I)
      S2=S*S
      S3=S2*S
      S4=S3*S
      S5=S4*S
      SS=AX(I)*AY(I)*S+AX(I)*BY(I)*S2+AX(I)*CY(I)*S3+BX(I)*AY(I)*S2+4*
      *BX(I)*BY(I)*S3/3+1.5*BX(I)*CY(I)*S4+CX(I)*AY(I)*S3+1.5*CX(I)*BY(I)
      **S4+1.3*CX(I)*CY(I)*S5
3    XY=XY+SS
    RETURN
  END

```

END OF SEGMENT, LENGTH 333, NAME XXYX

FINISH

PROGRAM NAME NJ502, CORE 14451, LOWER AREA 810, PROGRAM 8138

END OF COMPILE - NO ERRORS

III PROGRAM (JSØ3)

1^o Nazwa symboliczna programu:

JSØ3

2^o Nazwa programu:

PASC

PARAMETRY LOKALNE MODELU KRĄŻENIA WIELKIEGO

3^o Funkcje programu:

Program wyznacza parametry modelu hemodynamiki krążenia wielkiego wg algorytmu opisanego w rozdziale 3.3.2 pracy 2 .

4^o Dane wejściowe:

(1) n - liczba punktów dyskretyzacji po czasie w przedziale $[\tau_0, \tau_0 + T]$ ($n \leq 101$)[§] (τ_0 - chwila początkowa pomiaru, T - czas obserwacji)

r - liczba gałęzi wyodrębnionych w obwodzie krążenia wielkiego ($r \leq 5$)[§]

(2) $n^{(1)}, n^{(2)}, \dots, n^{(r)}$ - liczba odcinków na jakie podzielono kolejne gałęzie obwodu krążenia wielkiego ($n^{(i)} \leq 5$ $i = 1, 2, \dots, r$)[§]

(3) $t^{(1)}, t^{(2)}, \dots, t^{(n)}$ - kolejne chwile pomiaru ($t^{(1)} = \tau_0$, $t^{(n)} = \tau_0 + T$)

(4) $p_{RA}^{(1)}, p_{RA}^{(2)}, \dots, p_{RA}^{(n)}$ - wartości ciśnienia w prawym przedsionku w chwilach $t^{(1)}, t^{(2)}, \dots, t^{(n)}$ ($p_{RA}^{(i)} = p_{RA}(t^{(i)})$, $i = 1, 2, \dots, n$)

p_{RAO}, p_{RAN} - wartości pochodnej ciśnienia w prawym przedsionku na końcach odcinka pomiarowego ($p_{RAO} = \dot{p}_{RA}(\tau_0)$,

$p_{RAN} = \dot{p}_{RA}(\tau_0 + T)$)

[§] patrz uwaga przy programie JSØ1

- (5) $i_{LV}^{(1)}, i_{LV}^{(2)}, \dots, i_{LV}^{(n)}$ - wartości strumienia krwi z lewej komory do aorty w kolejnych chwilach $t^{(1)}, t^{(2)}, \dots, t^{(n)}$
 $(i_{RV}^{(i)} = i_{RV}(t^{(i)})) \quad i = 1, 2, \dots, n)$

i_{LVO}, i_{LVN} - wartości pochodnej strumienia krwi z lewej komory do aorty na końcach odcinka pomiarowego.

$$(i_{LVO} = i_{LV}^I(\tau_0), \quad i_{LVN} = i_{LV}^I(\tau_0 + T))$$

- (6) $i_{RA}^{(1)}, i_{RA}^{(2)}, \dots, i_{RA}^{(n)}$ - wartości strumienia krwi z obwodu krążenia wielkiego do prawego przedsionka w kolejnych chwilach $t^{(1)}, t^{(2)}, \dots, t^{(n)}$, $(i_{RA}^{(i)} = i_{RA}(t_i^{(i)})) \quad i = 1, 2, \dots, n)$
 i_{RAO}, i_{RAN} - wartości pochodnej strumienia krwi z obwodu

krążenia wielkiego do prawego przedsionka na końcach odcinka pomiarowego $(i_{RAO} = i_{RA}^I(\tau_0), \quad i_{RAN} = i_{RA}^I(\tau_0 + T))$

- (7) $p_{RV}^{(1)}, p_{RV}^{(2)}, \dots, p_{RV}^{(n)}$ - wartość ciśnienia krwi w prawej komorze w kolejnych chwilach pomiarowych $t^{(1)}, t^{(2)}, \dots, t^{(n)}$
 $(p_{RV}^{(i)} = p_{RV}(t^{(i)})) \quad i = 1, 2, \dots, n)$

p_{RVO}, p_{RVN} - wartości pochodnej ciśnienia krwi w prawej komorze na końcach odcinka pomiarowego $(p_{RAO} = p_{RA}^I(\tau_0), \quad p_{RAN} = p_{RA}^I(\tau_0 + T))$

- (8) $p_{LV}^{(1)}, p_{LV}^{(2)}, \dots, p_{LV}^{(n)}$ - wartości ciśnienia krwi w lewej komorze w kolejnych chwilach pomiarowych $t^{(1)}, t^{(2)}, \dots, t^{(n)}$
 $(p_{LV}^{(i)} = p_{LV}(t^{(i)})) \quad i = 1, 2, \dots, n)$

p_{LVO}, p_{LVN} - wartości pochodnej ciśnienia krwi w lewej komorze na końcach odcinka pomiarowego $(p_{LVO} = p_{LV}^I(\tau_0), \quad p_{LVN} = p_{LV}^I(\tau_0 + T))$

- (9) $\alpha^{(1)}, \alpha^{(2)}, \dots, \alpha^{(n)}$ - wartości funkcji aktywności mięśnia sercowego (t) , w kolejnych chwilach $t^{(1)}, t^{(2)}, \dots, t^{(n)}$
 $(\alpha^{(i)} = \alpha(t^{(i)})) \quad i = 1, 2, \dots, n)$

α_0, α_n - wartości pochodnej funkcji $\alpha(t)$ na końcach odcinka pomiarowego $(\alpha_0 = \alpha(\tau_0), \quad \alpha_n = \alpha(\tau_0 + T))$

(10) $p_{SCj}^{(1)}, p_{SCj}^{(2)}, \dots, p_{SCj}^{(n)}$ - wartości ciśnienia krwi w i -tym punkcie j -tej gałęzi w chwilach $t^{(1)}, t^{(2)}, \dots, t^{(n)}$

$$(p_{SCj}^{(k)} = p_{SCj}^{(i)}(t^{(k)})), k = 1, 2, \dots, n)$$

$p_{SCj0}^{(i)}, p_{SCjN}^{(i)}$ - wartości pochodnych ciśnienia krwi w i -tym punkcie j -tej gałęzi na końcach odcinka pomiarowego

$$(p_{SCj0}^{(i)} = \dot{p}_{SCj}^{(i)}(\tau_0), p_{SCjN}^{(i)} = \dot{p}_{SCj}^{(i)}(\tau_0 + T) \quad i=1, 2, \dots, n_j, j = 1, 2, \dots, r)$$

(11) $i_{ISCj}^{(1)}, i_{ISCj}^{(2)}, \dots, i_{ISCj}^{(n)}$ - wartości strumienia krwi z aorty do j -tej gałęzi obwodu wielkiego w kolejnych chwilach $t^{(1)}, t^{(2)}, \dots, t^{(n)}$

$$(i_{ISCj}^{(k)} = i_{ISCj}(t^{(k)})), k = 1, 2, \dots, n)$$

i_{ISCj0}, i_{ISCjN} - wartości pochodnej strumienia krwi z aorty do j -tej gałęzi obwodu wielkiego na końcach odcinka pomiarowego ($i_{ISCj0} = i_{ISCj}'(\tau_0)$, $i_{ISCjN} = i_{ISCj}'(\tau_0 + T)$)

(12) $i_{RSCj}^{(1)}, i_{RSCj}^{(2)}, \dots, i_{RSCj}^{(n)}$ - wartości strumienia krwi z j -tej gałęzi obwodu wielkiego do żyły głównej w kolejnych chwilach $t^{(1)}, t^{(2)}, \dots, t^{(n)}$ ($i_{RSCj}^{(k)} = i_{RSCj}(t^{(k)})$)

i_{RSCj0}, i_{RSCjN} - wartości pochodnej strumienia krwi z j -tej gałęzi obwodu wielkiego do żyły głównej na końcach odcinka pomiarowego ($i_{RSCj0} = i_{RSCj}'(\tau_0)$, $i_{RSCjN} = i_{RSCj}'(\tau_0 + T)$)
 $j=1, 2, \dots, r$

(13) $w(i, j) \quad i=1, 2, \dots, n_j+1, j=1, 2, \dots, r, w_{KLV}, w_{CSC}, w_{CRA}, w_{KRA}$ - współczynniki wagowe w kryterium jakości identyfikacji.

Dane określone w punktach (1), (2) są wielkościami naturalnymi a dane (3)-(13) są wielkościami rzeczywistymi. Należy je przygotować w formacie swobodnym z odstępem conajmniej jednej spacji. Dane dla kolejnych punktów winny się zaczynać od nowej karty.

5° Dane wyjściowe

- (1) Czas początku obliczeń

 $a_1/a_2/a_3$ a_1 - godziny a_2 - minuty a_3 - sekundy

- (2) Informacyjny wydruk danych wejściowych

- (3) Parametry modelu hemodynamiki krążenia wielkiego

PARAMETRY PODSYSTEMU KRĄŻENIA WIELKIEGO

KLV = ...

CSC = ...

CRA = ...

MRA = ...

KRA = ...

PARAMETRY GAŁĘZI NR "J"

NR OPÓR OBWODU

1 ...

2 ...

⋮

 n_j ...

"r" razy

NR ELASTYCZNOŚĆ OBWODU

1 ...

2 ...

⋮

 n_j-1 ...KLV odpowiada K_{LV} CSC odpowiada C_{SC} CRA odpowiada C_{RA} MRA odpowiada μ_{RA} KRA odpowiada K_{RA} i-ty opór j-tej gałęzi odpowiada $K_{SCj}^{(i)}$ i-ta elastyczność j-tej gałęzi odpowiada $c_{SCj}^{(i+1)}$

(4) Czas końca obliczeń

$$a_1/a_2/a_3$$

a_1 - godziny

a_2 - minuty

a_3 - sekundy

- 6° Wykorzystanie pamięci i urządzeń zewnętrznych
- wielkość pamięci operacyjnej: PaO JSØ3 20928
 - rodzaje i ilości urządzeń zewnętrznych
 - czytnik kart -1 (1CR)
 - drukarka wieszowa -1, (1LP)

7° Czas obliczeń:

dla $n = 46$, $r = 2$, $n_1, n_2 = 3$ na m.c. ODRA 1325 około 4 min.

```

LIST
PROGRAM(J503)
INPUT 1=CR0
OUTPUT 2=LPO
TRACE 2
END

```

```

MASTER PASC

```

```

C  PARAMETRY LOKALNE MODELU KRAZENIA WIELKIEGO
   REAL T(101),PRA(101),PSC(101,5,5),ILV(101),ILSC(101,5),IRSC(101,5)
   *,IPA(101),PRV(101),PLV(101),ALF(101),PSCO(5,5),PSCN(5,5),ILSO(5),
   *,ILSN(5),IRSO(5),IRSN(5),ASC(5),ESC(4),FSC(4),GSC(4),DSC(4),BK(5),
   *,BC(4),K(5,5),C(4,5),KS(5),CS(4),XX(101),YY(101),S(100),ILVO,ILVH,
   *,IRAO,IRAH,U(6,5),AX(100),BX(100),CX(100),AY(100),BY(100),CY(100),
   *,RR(101)
   INTEGER NH(5),R
   CALL TIME(CCCP)
   WRITE(2,7777) CCCP
   READ(1,101) R,R
   READ(1,101) (NH(J),J=1,R)
   READ(1,102) (T(I),I=1,N)
   READ(1,102) (PRA(I),I=1,N),PRA0,PRAH
   READ(1,102) (ILV(I),I=1,N),ILVO,ILVH
   READ(1,102) (IRA(I),I=1,N),IRAO,IRAH
   READ(1,102) (PRV(I),I=1,N),PRVO,PRVH
   READ(1,102) (PLV(I),I=1,N),PLVO,PLVH
   READ(1,102) (ALF(I),I=1,N),ALFO,ALFH
   DO 1 J=1,R
   DO 1 II=1,NH(J)
1  READ(1,102) (PSC(I,II,J),I=1,N),PSCO(II,J),PSCN(II,J)
   DO 2 J=1,R
2  READ(1,102) (ILSC(I,J),I=1,N),ILSO(J),ILSN(J)
   DO 3 J=1,R
3  READ(1,102) (IRSC(I,J),I=1,N),IRSO(J),IRSN(J)
   DO 4 J=1,R
4  READ(1,102) (U(II,J),II=1,NH(J)+1)
   READ(1,102) UKLA,UCSC,UCRA,UKRA
   WRITE(2,667)
   WRITE(2,666) (I,ALF(I),T(I),ILV(I),PLV(I),PSC(I,1,1),PSC(I,2,1),
   *,PSC(I,3,1),PSC(I,1,2),PSC(I,2,2),PSC(I,3,2),ILSC(I,1),ILSC(I,2),
   *,IRSC(I,1),IRSC(I,2),PRA(I),PRV(I),IRA(I),I=1,N)
   NH=NH-1
   DO 5 I=1,N-1
5  S(I)=T(I+1)-T(I)
   DO 6 I=1,N
   F=PSC(I,1,1)-PLV(I)
   IF(F.LT.0) GO TO 7
   XX(I)=0
   GO TO 6
7  XX(I)=F
6  CONTINUE
   XO=PSCO(1,1)-PLVO
   IF(XO.LT.0) GO TO 3
   XO=0.
8  CONTINUE
   XH=PSCN(1,1)-PLVH
   IF(XH.LT.0) GO TO 9
   XH=0.
9  CONTINUE
   CALL PARA(H,S,XX,XO,XH,H,AX,BX,CX)

```

```

CALL PARA(H,S,ILV,ILVO,ILVH,M,AY,BY,CY)
CALL XXYY(H,H,S,XX,ILV,AX,AY,BX,BY,CX,CY,0,0,XXXX)
CALL XXYY(H,H,S,XX,XX,AX,AX,BX,BX,CX,CX,0,0,YYYY)
FKLV=XXXX/YYYY
**(-1)
DO 10 I=1,H
  F=0
  DO 11 J=1,R
11  F=F+ILSC(I,J)
10  XX(I)=ILV(I)-F
    F=0.
    DO 12 J=1,R
12  F=F+ILSC(J)
    XO=ILVO-F
    F=0.
    DO 13 J=1,R
13  F=F+ILSH(J)
    XH=ILVH-F
    CALL PARA(H,S,XX,XO,XH,H,AX,BX,CX)
    DO 14 I=1,H
14  YY(I)=PSC(I,1,1)
    CALL PARA(H,S,YY,PSC(1,1),PSC(1,1),D,AY,BY,CY)
    CALL XXYY(H,H,S,YY,XX,AY,AX,BY,BX,CY,CX,1,0,XXXX)
    CALL XXYY(H,H,S,XX,XX,AX,AX,BX,BX,CX,CX,0,0,YYYY)
    FCSC=XXXX/YYYY
**(-1)
DO 15 I=1,H
  F=0.
  DO 16 J=1,R
16  F=F+IRSC(I,J)
15  XX(I)=F-IRA(I)
    F=0.
    DO 17 J=1,R
17  F=F+IRSO(J)
    XO=F-IRAO
    F=0.
    DO 18 J=1,R
18  F=F+IRSH(J)
    XH=F-IRAH
    CALL PARA(H,S,XX,XO,XH,H,AX,BX,CX)
    CALL PARA(H,S,ALF,ALFO,ALFH,H,AY,BY,CY)
    CALL XXYY(H,H,S,XX,ALF,AX,AY,BX,BY,CX,CY,0,0,XXXX)
    CALL PARA(H,S,PRA,PRAO,PRAH,H,AY,BY,CY)
    CALL XXYY(H,H,S,PRA,XX,AY,AX,BY,BX,CY,CX,1,0,YYYY)
    CALL PARA(H,S,ALF,ALFO,ALFH,M,AX,BX,CX)
    CALL XXYY(H,H,S,ALF,ALF,AX,AX,BX,BX,CX,CY,0,0,ZZZZ)
    CALL XXYY(H,H,S,PRA,ALF,AY,AX,BY,BX,CY,CX,1,0,Z1)
    CALL XXYY(H,H,S,PRA,PRA,AY,AY,BY,BY,CY,CY,1,1,Z2)
    DET=ZZZZ*Z2-Z1*Z1
    DETA=-YYYY*ZZZZ-XXXX*Z1
    FCRA=DETA/DET
    DETA=-Z2*XXXX-Z1*YYYY
    FCRA=DETA/DET
    DO 19 I=1,H
    F=PRV(I)-PRA(I)
    IF(F.LT.0) GO TO 20
    XX(I)=0.
    GO TO 19
20  XX(I)=F
19  CONTINUE
    XO=PRVO-PRAO
    IF(XO.LT.0.) GO TO 21
    XO=0

```

```

21  CONTINUE
    XU=PRVU-PRAD
    IF(XU.LT.0) GO TO 22
    XU=0.
22  CONTINUE
    CALL PAPA(H,S,XX,XO,XU,H,AX,BX,CX)
    CALL XXYV(H,H,S,XX,XX,AX,AX,BX,BX,CX,CX,0,0,XXXX)
    CALL XXYV(H,H,S,XX,IRA,AX,AY,BX,BY,CX,CY,0,0,YYYY)
    CALL PAPA(H,S,IRA,IRA0,IRA1,H,AY,BY,CY)
    FKRA=YYYY/XXXX
    **(-1)
    DO 23 J=1,N
    DO 24 II=1,NN(J)-1
    DO 25 I=1,H
        YY(I)=PSC(I,II+1,J)
25  XX(I)=PSC(I,II+1,J)-PSC(I,II,J)
        XO=PSCO(II+1,J)-PSCO(II,J)
        XU=PSCH(II+1,J)-PSCH(II,J)
        CALL PAPA(H,S,XX,XO,XU,H,AX,BX,CX)
        CALL XXYV(H,H,S,XX,XX,AX,AX,BX,BX,CX,CX,0,0,XXXX)
        ASC(II)=XXXX*(U(II,J)+U(II+1,J))
        YO=PSCO(II+1,J)
        YU=PSCH(II+1,J)
        CALL PAPA(H,S,YY,YO,YU,H,AY,BY,CY)
        CALL XXYV(H,H,S,YY,YY,AY,AY,BY,BY,CY,CY,1,1,XXXX)
        DSC(II)=XXXX*U(II+1,J)
        CALL XXYV(H,H,S,YY,XX,AY,AX,BY,BY,CY,CX,1,0,XXXX)
        ESC(II)=XXXX*U(II+1,J)
    **(-1)
26  CONTINUE
    DO 26 I=1,H
26  XX(I)=PRA(I)-PSC(I,NN(J),J)
        XO=PRAO-PSCO(NN(J),J)
        XU=PRAD-PSCH(NN(J),J)
        CALL PAPA(H,S,XX,XO,XU,H,AX,BX,CX)
        CALL XXYV(H,H,S,XX,XX,AX,AX,BX,BX,CX,CX,0,0,XXXX)
        ASC(NN(J))=XXXX*(U(NN(J),J)+U(NN(J)+1,J))
    DO 27 II=1,NN(J)-1
    DO 25 I=1,H
        YY(I)=PSC(I,II+1,J)
28  XX(I)=PSC(I,II+2,J)-PSC(I,II+1,J)
        XO=PSCO(II+2,J)-PSCO(II+1,J)
        XU=PSCH(II+2,J)-PSCH(II+1,J)
        YO=PSCO(II+1,J)
        YU=PSCH(II+1,J)
        CALL PAPA(H,S,XX,XO,XU,H,AX,BX,CX)
        CALL PAPA(H,S,YY,YO,YU,H,AY,BY,CY)
        CALL XXYV(H,H,S,YY,XX,AY,AX,BY,BX,CY,CX,1,0,XXXX)
        ESC(II)=-U(II+1,J)*XXXX
    **(-1)
    DO 29 I=1,H
29  YY(I)=PSC(I,II+1,J)-PSC(I,II,J)
        YO=PSCO(II+1,J)-PSCO(II,J)
        YU=PSCH(II+1,J)-PSCH(II,J)
        CALL PAPA(H,S,YY,YO,YU,H,AY,BY,CY)
        CALL XXYV(H,H,S,XX,YY,AX,AY,BX,BY,CX,CY,0,0,XXXX)
        GSC(II)=-U(II+1,J)*XXXX
27  CONTINUE
    DO 30 I=1,H
        YY(I)=PSC(I,NN(J),J)
30  XX(I)=PRA(I)-PSC(I,NN(J),J)
        XO=PRAO-PSCO(NN(J),J)

```



```

XB=PPAB-PSCB(NH(J),J)
YO=PSCO(NH(J),J)
YB=PSCH(NH(J),J)
CALL PAPA(H,S,XX,XO,XH,H,AX,BX,CX)
CALL PAPA(H,S,YY,YO,YH,H,AY,BY,CY)
CALL XXYY(H,H,S,YY,XX,AY,AX,BY,BX,CY,CX,1,0,XXXX)
ESC(NH(J)-1)=-0(NH(J),J)*XXXX
**(-1)
DO 31 I=1,H
31 YY(I)=PSC(I,NH(J),J)-PSC(I,NH(J)-1,J)
YO=PSCO(NH(J),J)-PSCO(NH(J)-1,J)
YB=PSCH(NH(J),J)-PSCH(NH(J)-1,J)
CALL PAPA(H,S,YY,YO,YH,H,AY,BY,CY)
CALL XXYY(H,H,S,XX,YY,AX,AY,BX,BY,CX,CY,0,0,XXXX)
GSC(NH(J)-1)=-0(NH(J),J)*XXXX
DO 32 I=1,H
XX(I)=PSC(I,2,J)-PSC(I,1,J)
32 YY(I)=ILSC(I,J)
YO=PSCO(2,J)-PSCO(1,J)
XB=PSCH(2,J)-PSCH(1,J)
YB=ILSO(J)
YB=ILSH(J)
CALL PAPA(H,S,XX,XO,XH,H,AX,BX,CX)
CALL PAPA(H,S,YY,YO,YH,H,AY,BY,CY)
CALL XXYY(H,H,S,XX,YY,AX,AY,BX,BY,CX,CY,0,0,XXXX)
BK(1)=XXXX*0(1,J)
**(-1)
DO 33 I=1,H
YY(I)=IRSC(I,J)
33 XX(I)=PPA(I)-PSC(I,NH(J),J)
XB=PRAC-PSCO(NH(J),J)
XB=PRAB-PSCH(NH(J),J)
YO=IRSO(J)
YB=IRSH(J)
CALL PAPA(H,S,XX,XO,XH,H,AX,BX,CX)
CALL PAPA(H,S,YY,YO,YH,H,AY,BY,CY)
CALL XXYY(H,H,S,XX,YY,AX,AY,BX,BY,CX,CY,0,0,XXXX)
BK(NH(J))=0(NH(J)+1,J)
**XXXX*(-1)
BC(1)=0.
DO 34 II=2,NH(J)-1
34 BK(II)=0.
QA=00(J)
HB=00(J)-1
CALL GAUS(HA,HB,ASC,DSC,ESC,FSC,GSC,BK,BC,KS,CS)
DO 35 II=1,NH(J)
35 K(II,J)=KS(II)
DO 36 II=1,NH(J)-1
36 C(II,J)=CS(II)
23 CONTINUE
WRITE(2,103)
WRITE(2,104) BKLY,FGSC,FCRA,FCRA,FKRA
DO 37 J=1,E
WRITE(2,105) J
WRITE(2,107)
WRITE(2,106) (II,K(II,J),II=1,NH(J))
WRITE(2,108)
37 WRITE(2,106) (II,C(II,J),II=1,NH(J)-1)
CALL TIME(CCCP)
WRITE(2,7777) CCCP
101 FORMAT(1010)
102 FORMAT(10000,0)
103 FORMAT(/5X,50HPARAMETRY PODSYSTEMU KRAZENIA WIELKIEGO/)

```

```

104  FORMAT(/5X,4HKLX=,E20.11/5X,4HCCC=,E20.11/5X,4HCRA=,E20.11/5X,
*4HURA=,E20.11/5X,4HKRA=,E20.11)
105  FORMAT(/5X,19HPARAMETRY,GALEZI HR,12/)
106  FORMAT(/5X,12,2X,E20.11)
107  FORMAT(5X,2HKK,4X,11HOPOR,000000//)
108  FORMAT(/5X,2HKK,4X,19HELASTYCZHOCC,000000//)
666  FORMAT(1X,12,1X,E3.1,1X,16F7.2)
667  FORMAT(/1X,2HHR,1X,3HALF,5X,1HT,4X,3HILV,4X,3HPLV,4X,5HPS011,2X,
*5HPS021,2X,5HPS031,2X,5HPS012,2X,5HPS022,2X,5HPS032,3X,3HQL,4X,
*3HIL2,4X,3HIR1,4X,3HIR2,4X,3HPRA,4X,3HPRV,4X,3HIRA/)
7777 FORMAT(/3X,A8/)
      STOP
      END

```

END OF SEGMENT, LENGTH 3036, NAME PASC

```

SUBROUTINE GAUS(M,N,A,D,E,F,G,BK,CC,K,C)
REAL A(M),BK(M),CC(M),C(M),K(M),D(N),E(N),F(N),G(N)
DO 1 I=1,M
  D(I)=D(I)-E(I)*E(I)/A(I)
  F(I)=F(I)-G(I)*E(I)/A(I)
  CC(I)=CC(I)-BK(I)*E(I)/A(I)
  A(I+1)=A(I+1)-F(I)*F(I)/D(I)
1  BK(I+1)=BK(I+1)-CC(I)*F(I)/D(I)
  E(M)=BK(M)/A(M)
  DO 2 I=1,M
    II=M-I
    C(II)=(CC(II)-F(II)*K(II+1))/D(II)
2  K(II)=(BK(II)-G(II)*K(II+1)-E(II)*C(II))/D(II)
  RETURN
  END

```

END OF SEGMENT, LENGTH 357, NAME GAUS

```

SUBROUTINE PARA(N,S,H,DO,HH,HH,A,B,C)
REAL S(H),C(H),A(H),B(H),C(H)
REAL AL(101),R(101),BL(101),H(101)
AL(1)=6*((C(2)-C(1))/S(1)-C(1))
DO 2 I=2,H-1
  AL(I)=6*(C(I+1)/S(I)-C(I)*(1./S(I-1)+1./S(I))+H(I-1)/S(I-1))
  AL(H)=6*(HH-(C(H)-C(H-1))/S(H-1))
  C(1)=2*S(1)
DO 3 I=2,H-1
  C(I)=2*(S(I)+S(I-1))-(S(I-1)*S(I-1))/R(I-1)
  C(H)=2*S(H-1)-S(H-1)*S(H-1)/R(H-1)
  BL(1)=AL(1)
DO 4 I=2,H
  BL(I)=AL(I)-S(I-1)*BL(I-1)/R(I-1)
  C(H)=BL(H)/R(H)
DO 5 I=1,H-1
  H(H-I)=BL(H-I)/R(H-I)-(S(H-I)/R(H-I))*M(H-I+1)
DO 6 I=1,H-2
  A(I)=(H(I+1)-H(I))/S(I)-(S(I)/6)*(2*H(I)+H(I+1))
  A(H-1)=HH-((H(H)+H(H-1))/2)*S(H-1)
DO 7 I=1,H-1
  E(I)=H(I)
DO 8 I=1,H-1
  C(I)=(H(I+1)-H(I))/(6*S(I))

```

RETURN
END

21

END OF SEGMENT, LENGTH 687, NAME PARA

```
SUBROUTINE XXYY(N,H,SA,X,Y,AX,AY,BX,BY,CX,CY,K,L,XY)
REAL SA(N),X(N),Y(N),AX(N),AY(N),BX(N),BY(N),CX(N),CY(N)
XY=0.
IF(K.EQ.0.AND.L.EQ.0) GO TO 10
IF(L.EQ.1.AND.L.EQ.0) GO TO 11
IF(L.EQ.1.AND.L.EQ.1) GO TO 12
WRITE(2,16)
16 FORMAT(1X,32HBLDWE VIOLANIE PROCEDURE XXYY.)
RETURN
10 CONTINUE
DO 1 I=1,N-1
S=SA(I)
S2=S*S
S3=S2*S
S4=S3*S
S5=S4*S
S6=S5*S
S7=S6*S
XY=XY+X(I)*Y(I)*S+0.5*AX(I)*Y(I)*S2+BX(I)*Y(I)*S3/3+CX(I)*Y(I)*S4/
*4+X(I)*AY(I)*S2/2+AX(I)*AY(I)*S3/3+BX(I)*AY(I)*S4/4+CX(I)*AY(I)*S5
*/5+X(I)*BY(I)*S3/3+AX(I)*BY(I)*S4/4+BX(I)*BY(I)*S5/5+CX(I)*BY(I)*
*S6/6+X(I)*CY(I)*S4/4+AX(I)*CY(I)*S5/5+BX(I)*CY(I)*S6/6+CX(I)*CY(I)
**S7/7
1 CONTINUE
RETURN
11 CONTINUE
DO 2 I=1,N-1
S=SA(I)
S2=S*S
S3=S2*S
S4=S3*S
S5=S4*S
S6=S5*S
S5=AX(I)*Y(I)*S+AX(I)*AY(I)*S2/2+AX(I)*BY(I)*S3/3+AX(I)*CY(I)*S4/4
*+Y(I)*BY(I)*S2/2+2./3.*BX(I)*AY(I)*S3+BX(I)*BY(I)*S4/2+2*BX(I)*
*CY(I)*S5/5+CX(I)*Y(I)*S3+3*CX(I)*AY(I)*S4/4+3*CX(I)*BY(I)*S5/5+0.5
**CX(I)*CY(I)*S6
2 XY=XY+S5
RETURN
12 CONTINUE
DO 3 I=1,N-1
S=SA(I)
S2=S*S
S3=S2*S
S4=S3*S
S5=S4*S
S5=AX(I)*AY(I)*S+AX(I)*BY(I)*S2+AX(I)*CY(I)*S3+BX(I)*AY(I)*S2+4*
*BX(I)*BY(I)*S3/3+1.5*BX(I)*CY(I)*S4+CX(I)*AY(I)*S3+1.5*CX(I)*BY(I)
**S4+1.8*CX(I)*CY(I)*S5
3 XY=XY+S5
RETURN
END
```

END OF SEGMENT, LENGTH 685, NAME XXYY

FINISH

PROGRAM NAME MJS03, CORE 21161, LOWER AREA 845, PROGRAM 8481

END OF COMPILE - NO ERRORS

IV PROGRAM JSØ4

1⁰ Nazwa symboliczna programu:

JSØ4

2⁰ Nazwa programu:

PAGS

PARAMETRY LOKALNE MODELU KRĄŻENIA WIELKIEGO

3⁰ Funkcja programu:

Program wyznacza parametry modelu hemodynamiki krążenia wielkiego wg algorytmu opisanego w rozdziale 3.4.2 pracy 2 .

4⁰ Dane wejściowe

(1) n - liczba punktów dyskretyzacji po czasie w przedziale

$[\tau_0, \tau_0 + T]$ ($n \leq 101$)[‡] (τ_0 - chwila początkowa pomiaru, T - czas obserwacji)

r - liczba gałęzi wyodrębnionych w obwodzie krążenia wielkiego ($r \leq 5$)[‡]

(2) $n^{(1)}, n^{(2)}, \dots, n^{(r)}$ - liczba odcinków na jakie podzielono kolejne gałęzie obwodu krążenia wielkiego ($n^{(j)} \leq 5$, $j = 1, 2, \dots, r$)[‡]

(3) $t^{(1)}, t^{(2)}, \dots, t^{(n)}$ - kolejne chwile pomiaru ($t^{(1)} = \tau_0$, $t^{(n)} = \tau_0 + T$)

(4) $p_{RV}^{(1)}, p_{RV}^{(2)}, \dots, p_{RV}^{(n)}$ - wartości ciśnienia w prawej komorze w chwilach $t^{(1)}, t^{(2)}, \dots, t^{(n)}$
 $(p_{RV}^{(i)} = p_{RV}(t^{(i)})), i = 1, 2, \dots, n$

p_{RVO}, p_{RVN} - Wartości pochodnej ciśnienia w prawej komorze na końcach odcinka pomiarowego ($p_{RVO} = p'_{RV}(\tau_0), p_{RVN} = p'_{RV}(\tau_0 + T)$)

[‡] patrz uwaga przy programie JSØ1

- (5) $p_{LV}^{(1)}, p_{LV}^{(2)}, \dots, p_{LV}^{(n)}$ - wartości ciśnienia w lewej komorze w chwilach $t^{(1)}, t^{(2)}, \dots, t^{(n)}$ ($p_{LV}^{(i)} = p_{LV}(t^{(i)}), i=1, 2, \dots, n$)
 p_{LVO}, p_{LVN} - wartości pochodnej ciśnienia w lewej komorze na końcach odcinka pomiarowego ($p_{LVO} = p_{LV}'(\tau_0)$, $p_{LVN} = p_{LV}'(\tau_0 + T)$)

- (6) $p_{RA}^{(1)}, p_{RA}^{(2)}, \dots, p_{RA}^{(n)}$ - wartości ciśnienia w prawym przedsionku w chwilach $t^{(1)}, t^{(2)}, \dots, t^{(n)}$ ($p_{RA}^{(i)} = p_{RA}(t^{(i)}), i = 1, 2, \dots, n$)

p_{RAO}, p_{RAN} - wartości pochodnej ciśnienia w prawym przedsionku na końcach odcinka pomiarowego ($p_{RAO} = p_{RA}'(\tau_0)$,

$$p_{RAN} = p_{RA}'(\tau_0 + T))$$

- (7) $(1), (2), \dots, (n)$ - wartości funkcji aktywności mięśnia sercowego w kolejnych chwilach $t^{(1)}, t^{(2)}, \dots, t^{(n)}$ ($\alpha^{(i)} = \alpha(t^{(i)})$ $i = 1, 2, \dots, n$)

α_0, α_N - wartości pochodnej funkcji aktywności mięśnia sercowego $\alpha(t)$ na końcach odcinka pomiarowego ($\alpha_0 = \alpha'(\tau_0)$, $\alpha_N = \alpha'(\tau_0 + T)$)

- (8) $i_{LV}^{(1)}, i_{LV}^{(2)}, \dots, i_{LV}^{(n)}$ - wartości strumienia krwi z lewej komory do aorty w kolejnych chwilach $t^{(1)}, t^{(2)}, \dots, t^{(n)}$ ($i_{LV}^{(k)} = i_{LV}(t^{(k)}), k = 1, 2, \dots, n$)

i_{LVO}, i_{LVN} - wartości pochodnej strumienia krwi z lewej komory do aorty na końcach odcinka pomiarowego ($i_{LVO} = i_{LV}'(\tau_0)$, $i_{LVN} = i_{LV}'(\tau_0 + T)$)

- (9) $i_{RA}^{(1)}, i_{RA}^{(2)}, \dots, i_{RA}^{(n)}$ - wartości strumienia krwi z prawego przedsionka do prawej komory w kolejnych chwilach $t^{(1)}, t^{(2)}, \dots, t^{(n)}$, ($i_{RA}^{(k)} = i_{RA}(t^{(k)}), k = 1, 2, \dots, n$)

i_{RAO}, i_{RAN} - wartości pochodnej strumienia krwi z prawego przedsionka do prawej komory na końcach odcinka pomiarowego ($i_{RAO} = i_{RA}'(\tau_0)$, $i_{RAN} = i_{RA}'(\tau_0 + T)$)

- (10) $p_{SCj}^{(i)}(1), p_{SCj}^{(i)}(2), \dots, p_{SCj}^{(i)}(n)$ - wartości ciśnienia krwi w i -tym punkcie j -tej gałęzi w chwilach $t^{(1)}, t^{(2)}, \dots, t^{(n)}$
 $(p_{SCj}^{(i)}(k) = p_{SCj}^{(i)}(t^{(k)})), k = 1, 2, \dots, n)$
 $p_{SCj0}^{(i)}, p_{SCjN}^{(i)}$ - wartości pochodnych ciśnienia krwi w i -tym punkcie j -tej gałęzi na końcach odcinka pomiarowego
 $(p_{SCj0}^{(i)} = \dot{p}_{SCj}^{(i)}(\tau_0), p_{SCjN}^{(i)} = \dot{p}_{SCj}^{(i)}(\tau_0 + T))$
 $i = 1, 2, \dots, n_j, j = 1, 2, \dots, r$
- (11) $w_{i,j}$ $i = 1, 2, \dots, n_j - 1, j = 1, 2, \dots, r$ $w_{KLA}, w_{CSC}, w_{GRA}, w_{KRA}$
 - współczynniki wagowe w kryterium jakości identyfikacji

5^o Dane wyjściowe:

- (1) Czas początku obliczeń

$$a_1/a_2/a_3$$

a_1 - godziny

a_2 - minuty

a_3 - sekundy

- (2) Informacyjny wydruk danych wejściowych

- (3) Parametry modelu hemodynamiki krążenia wielkiego

PARAMETRY PODSYSTEMU KRĄŻENIA WIELKIEGO

KLK = ...

CSC = ...

GRA = ...

MRA = ...

KRA = ...

PARAMETRY GAŁĘZI NR J

NR OPÓR OBWODU

1 ...

2 ...

⋮

n_j ...

"r" razy

NR ELASTYCZNOŚĆ OBWODU

"r" razy

1 ...

2 ...

 $\vdots$ n_j-1 ...KLV odpowiada K_{LV} CSC odpowiada C_{SC} MRA odpowiada u_{RA} KRA odpowiada K_{RA} CRA odpowiada C_{RA}

i-ty opór j-tej gałęzi odpowiada $K_{SCj}^{(i)}$ $i=1,2,\dots,n_j$,
 $j=1,2,\dots,r$

i-ta elastyczność j-tej gałęzi odpowiada $C_{SCj}^{(i+1)}$.

(4) Czas końca obliczeń

 $a_1/a_2/a_3$ a_1, a_2, a_3 - jak poprzednio (1)

6° Wykorzystanie pamięci i urządzeń zewnętrznych

- wielkość pamięci operacyjnej: PaO JS04 18890

- rodzaje i ilości urządzeń zewnętrznych

czytnik kart - 1 (1CR)

drukarka wierszowa 1 (1LP)

7° Czas obliczeń

dla $n = 46$, $r=2$, $n_1 = n_2 = 3$ na m.c. ODRA 1325 około 4 min.


```

LIST
PROGRAM(JS04)
INPUT 1=CR0
OUTPUT 2=LPO
TRACE 2
END

```

```

MASTER PAGES

```

```

C  PARAMETRY GLOBALNE MODELU KRAZENIA WIELKIEGO
    REAL T(101),PRV(101),PLV(101),PRA(101),PSC(101,5,5),PSCO(5,5),
    *PSCN(5,5),ILV(101),IPA(101),ALF(101),U(4,5),S(100),XX(101),
    *YY(101),AX(100),BX(100),CX(100),AY(100),BY(100),CY(100),A(5,5),
    *B(4,5),C(4,5),F(4,5),G(4,5),H(5),Q(5),U(5),KK(5,5),C(4,5),BC(4,5),
    *BK(5,5),IRA0,IRAN,ILVO,ILVN
    INTEGER NH(5),R
    CALL TIME(CCCP)
    WRITE(2,7777) CCCP
    READ(1,101) NH,R
    READ(1,101) (NH(J),J=1,R)
    READ(1,102) (T(K),K=1,NK)
    READ(1,102) (PRV(K),K=1,NK),PRVO,PRVN
    READ(1,102) (PLV(K),K=1,NK),PLVO,PLVN
    READ(1,102) (PRA(K),K=1,NK),PRA0,PRAN
    READ(1,102) (ALF(K),K=1,NK),ALFO,ALFN
    READ(1,102) (ILV(K),K=1,NK),ILVO,ILVN
    READ(1,102) (IRA(K),K=1,NK),IRA0,IRAN
    DO 1 J=1,R
    DO 1 I=1,NH(J)
1  READ(1,102) (PSC(K,I,J),K=1,NK),PSCO(I,J),PSCN(I,J)
    DO 2 J=1,R
2  READ(1,102) (U(I,J),I=1,NH(J)-1)
    READ(1,102) UKLV,WCSC,WCRA,WKRA
    WRITE(2,667)
    WRITE(2,666) (I,ALF(I),T(I),ILV(I),PLV(I),PSC(I,1,1),PSC(I,2,1),
    *PSC(I,3,1),PSC(I,1,2),PSC(I,2,2),PSC(I,3,2),PRA(I),PRV(I),IRA(I),
    *I=1,NK)
    NH=NH-1
    DO 3 K=1,NH
3  S(K)=T(K+1)-T(K)
    DO 4 K=1,NH
    FF=PSC(K,1,1)-PLV(K)
4  XX(K)=FF*B(-FF)
    FF=PSCO(1,1)-PLVO
    XO=FF*B(-FF)
    FF=PSCN(1,1)-PLVN
    XN=FF*B(-FF)
    CALL PARA(NK,S,XX,XO,XN,NH,AX,BX,CX)
    CALL XXYY(NK,NH,S,XX,XX,AX,AX,BX,BX,CX,CX,0,0,XXXX)
    AA=UKLV*XXXX
    CALL PARA(NK,S,ILV,ILVO,ILVN,NH,AY,BY,CY)
    CALL XXYY(NK,NH,S,XX,ILV,AX,AY,BX,BY,CX,CY,0,0,XXXX)
    BKLV=UKLV*XXXX
    **(-1)
    DO 5 K=1,NK
5  XX(K)=PSC(K,1,1)
    XO=PSCO(1,1)
    XN=PSCN(1,1)
    CALL PARA(NK,S,XX,XO,XN,NH,AX,BX,CX)

```

```

CALL XXYY(HK,HH,S,XX,ILV,AX,AY,BX,BY,CX,CY,1,0,XXXX)
BSC=-UCSC*XXXX
**(-1)
CALL XXYY(HK,HH,S,XX,XX,AX,AX,BX,BX,CX,CX,1,1,XXXX)
SS=UCSC*XXXX
DO 7 K=1,HK
FF=PRV(K)-PRA(K)
7 XX(K)=FF*H(-FF)
FF=PRV0-PRA0
X0=FF*H(-FF)
FF=PRVH-PRAH
XH=FF*H(-FF)
CALL PARA(HK,S,XX,X0,XH,HH,AX,BX,CX)
CALL XXYY(HK,HH,S,XX,XX,AX,AX,BX,BX,CX,CX,0,0,XXXX)
DD=HKRA*XXXX
CALL PARA(HK,S,IRA,IPAO,IPAH,HH,AY,BY,CY)
CALL XXYY(HK,HH,S,XX,IRA,AX,AY,BX,BY,CX,CY,0,0,XXXX)
BKRA=HKRA*XXXX
**(-1)
CALL PARA(HK,S,ALF,ALFO,ALFH,HH,AX,BX,CX)
CALL XXYY(HK,HH,S,ALF,IRA,AX,AY,BX,BY,CX,CY,0,0,XXXX)
BCRA=UCRA*XXXX
CALL PARA(HK,S,PRA,PRAO,PRAH,HH,AX,BX,CX)
CALL XXYY(HK,HH,S,PRA,IRA,AX,AY,BX,BY,CX,CY,1,0,XXXX)
BCRA=UCRA*XXXX
**(-1)
CALL XXYY(HK,HH,S,PRA,PRA,AX,AX,BX,BX,CX,CX,1,1,XXXX)
Q1=UCRA*XXXX
CALL PARA(HK,S,ALF,ALFO,AL FH,HH,AY,BY,CY)
CALL XXYY(HK,HH,S,PRA,ALF,AX,AY,BX,BY,CX,CY,1,0,XXXX)
U1=UCRA*XXXX
**(-1)
CALL XXYY(HK,HH,S,ALF,ALF,AY,AY,BY,BY,CY,CY,0,0,XXXX)
Q2=UCRA*XXXX
DO 8 J=1,R
DO 9 K=1,HK
9 XX(K)=PSC(K,2,J)-PSC(K,1,1)
X0=PSC0(2,J)-PSC0(1,1)
XH=PSCH(2,J)-PSCH(1,1)
CALL PARA(HK,S,XX,X0,XH,HH,AX,BX,CX)
CALL XXYY(HK,HH,S,XX,XX,AX,AX,BX,BX,CX,CX,0,0,XXXX)
A(1,J)=(UCSC+U(1,J))*XXXX
DO 10 K=1,HK
10 YY(K)=PSC(K,1,1)
Y0=PSC0(1,1)
YH=PSCH(1,1)
CALL PARA(HK,S,YY,Y0,YH,HH,AY,BY,CY)
CALL XXYY(HK,HH,S,YY,XX,AY,AX,BY,BX,CY,CX,1,0,XXXX)
U(J)=-UCSC*XXXX
**(-1)
CALL PARA(HK,S,ILV,ILV0,ILVH,HH,AY,BY,CY)
CALL XXYY(HK,HH,S,XX,ILV,AX,AY,BX,BY,CX,CY,0,0,XXXX)
BK(1,J)=UCSC*XXXX
DO 11 J=2,HH(J)-1
11 BK(I,J)=0
DO 12 I=1,HH(J)-1
12 BC(I,J)=0
DO 13 K=1,HK
13 XX(K)=PRA(K)-PSC(K,HH(J),J)
X0=PRA0-PSC0(HH(J),J)
XH=PRAH-PSCH(HH(J),J)

```

```

CALL PARA(HK,S,XX,XO,XH,HH,AX,BX,CX)
CALL XXYY(HK,HH,S,XX,XX,AX,AX,BX,BX,CX,CX,0,0,XXXX)
A(HH(J),J)=(UCRA+U(HH(J)-1,J))*XXXX
CALL PAPA(HK,S,PRA,PRAO,PRAH,HH,AY,BY,CY)
CALL XXYY(HK,HH,S,PRA,XX,AY,AX,BY,BX,CY,CX,1,0,XXXX)
O(J)=UCRA*XXXX
**(-1)
CALL PARA(HK,S,ALF,ALFO,ALFH,HH,AY,BY,CY)
CALL XXYY(HK,HH,S,XX,ALF,AX,AY,BX,BY,CX,CY,0,0,XXXX)
U(J)=UCPA*XXXX
DO 14 K=1,HK
14 YY(K)=PSC(K,HH(J),J)-PSC(K,HH(J)-1,J)
YO=PSCO(HH(J),J)-PSCO(HH(J)-1,J)
YH=PSCH(HH(J),J)-PSCH(HH(J)-1,J)
CALL PAPA(HK,S,YY,YO,YH,HH,AY,BY,CY)
CALL XXYY(HK,HH,S,XX,YY,AX,AY,BX,BY,CX,CY,0,0,XXXX)
G(HH(J)-1,J)=-U(HH(J)-1,J)*XXXX
DO 15 K=1,HK
15 YY(K)=PSC(K,HH(J),J)
YO=PSCO(HH(J),J)
YH=PSCH(HH(J),J)
CALL PAPA(HK,S,YY,YO,YH,HH,AY,BY,CY)
CALL XXYY(HK,HH,S,YY,XX,AY,AX,BY,BX,CY,CX,1,0,XXXX)
F(HH(J)-1,J)=-U(HH(J)-1,J)*XXXX
**(-1)
CALL PARA(HK,S,IRA,IRAO,IRAH,HH,AY,BY,CY)
CALL XXYY(HK,HH,S,XX,IRA,AX,AY,BX,BY,CX,CY,0,0,XXXX)
BK(HH(J),J)=UCRA*XXXX
**(-1)
DO 16 I=2,HH(J)-1
DO 17 K=1,HK
17 XX(K)=PSC(K,I+1,J)-PSC(K,I,J)
YO=PSCO(I+1,J)-PSCO(I,J)
YH=PSCH(I+1,J)-PSCH(I,J)
CALL PARA(HK,S,XX,XO,XH,HH,AX,BX,CX)
CALL XXYY(HK,HH,S,XX,XX,AX,AX,BX,BX,CX,CX,0,0,XXXX)
16 A(I,J)=(U(I-1,J)+U(I,J))*XXXX
DO 18 I=1,HH(J)-1
DO 19 K=1,HK
XX(K)=PSC(K,I+1,J)
19 YY(K)=PSC(K,I+1,J)-PSC(K,I,J)
XO=PSCO(I+1,J)
XH=PSCH(I+1,J)
YO=PSCO(I+1,J)-PSCO(I,J)
YH=PSCH(I+1,J)-PSCH(I,J)
CALL PAPA(HK,S,XX,XO,XH,HH,AX,BX,CX)
CALL PAPA(HK,S,YY,YO,YH,HH,AY,BY,CY)
CALL XXYY(HK,HH,S,XX,XX,AX,AX,BX,BX,CX,CX,1,1,XXXX)
D(I,J)=U(I,J)*XXXX
CALL XXYY(HK,HH,S,XX,YY,AX,AY,BX,BY,CX,CY,1,0,XXXX)
18 E(I,J)=U(I,J)*XXXX
**(-1)
DO 20 I=1,HH(J)-2
DO 21 K=1,HK
YY(K)=PSC(K,I+2,J)-PSC(K,I+1,J)
21 XX(K)=PSC(K,I+1,J)-PSC(K,I,J)
YO=PSCO(I+2,J)-PSCO(I+1,J)
YH=PSCH(I+2,J)-PSCH(I+1,J)
XO=PSCO(I+1,J)-PSCO(I,J)
XH=PSCH(I+1,J)-PSCH(I,J)

```

```

CALL PAPA(HK,S,XX,XO,XH,HH,AX,BX,CX)
CALL PAPA(HK,S,YY,YO,YH,HH,AY,BY,CY)
CALL XXYX(HK,HH,S,XX,YY,AX,AY,BX,BY,CX,CY,0,0,XXXX)
G(I,J)=-U(I,J)*XXXX
DO 22 K=1, HK
22 XX(K)=PSC(K,I+1,J)
XO=PSCC(I+1,J)
XH=PSCH(I+1,J)
CALL PAPA(HK,S,XX,XO,XH,HH,AX,BX,CX)
CALL PAPA(HK,S,YY,YO,YH,HH,AY,BY,CY)
CALL XXYX(HK,HH,S,XX,YY,AX,AY,BX,BY,CX,CY,0,0,XXXX)
29 F(I,J)=-U(I,J)*XXXX
**(-1)
8 CONTINUE
FKLV=BKLV/AA
FKRA=BKRA/DD
A(1,1)=A(1,1)-H(1)*H(1)/SS
BK(1,1)=BK(1,1)-H(1)*BGS/SS
DO 23 J=1,R
DO 23 I=1,HH(J)-1
D(I,J)=D(I,J)-E(I,J)*E(I,J)/A(I,J)
F(I,J)=F(I,J)-G(I,J)*E(I,J)/A(I,J)
BC(I,J)=BC(I,J)-BK(I,J)*E(I,J)/A(I,J)
A(I+1,J)=A(I+1,J)-F(I,J)*F(I,J)/D(I,J)
23 BK(I+1,J)=BK(I+1,J)-BC(I,J)*F(I,J)/D(I,J)
Q1=Q1-Q(P)*Q(R)/A(HH(R),R)
H1=H1-U(R)*Q(R)/A(HH(R),R)
BCRA=BCRA-BK(HH(R),R)*Q(R)/A(HH(R),R)
Q2=Q2-H1*U1/Q1
BHRA=BHRA-BCRA*U1/Q1
FHRA=BHFA/Q2
CRA=(BHRA-U1*FHRA)/Q1
DO 25 JJ=1,R
J=J+1-JJ
KK(HH(J),J)=(BK(HH(J),J)-Q(J)*CRA-U(J)*FHRA)/A(HH(J),J)
DO 25 II=1,HH(J)-1
I=HH(J)-II
C(I,J)=(BC(I,J)-E(I,J)*KK(I+1,J))/D(I,J)
25 KK(I,J)=(BK(I,J)-E(I,J)*C(I,J)-G(I,J)*KK(I+1,J))/A(I,J)
CC=0
DO 26 J=1,R
26 CC=CC+U(J)*KK(1,J)
CSC=(BSC-CC)/SS
WRITE(2,103)
WRITE(2,104) FKLV,CSC,CRA,FHRA,FKRA
DO 27 J=1,R
WRITE(2,105) J
WRITE(2,107)
WRITE(2,106) (I,KK(I,J),I=1,HH(J))
WRITE(2,108)
27 WRITE(2,106) (I,C(I,J),I=1,HH(J)-1)
CALL TIME(CCCP)
WRITE(2,7777) CCCP
101 FORMAT(10I0)
102 FORMAT(10360,0)
103 FORMAT(/5X,4HGLOBALNE PARAMETRY PODSYSTEMU KRAZENIA WIELKIEGO//)
104 FORMAT(/5X,4HKLV=,E20.11/5X,4HCSC=,E20.11/5X,4HCRA=,E20.11/5X,
*4HHPA=,E20.11/5X,4HKRA=,E20.11/)
105 FORMAT(/5X,10HPARAMETRY GALEZI NR,12//)
106 FORMAT(/5X,12,2X,E20.11)
107 FORMAT(/5X,20HR,4X,11HOPOR OBMODU//)

```

```

108  FORMAT(/,5X,2HHR,4X,19HELASTYCZUOSC OBUODU/)
666  FORMAT(2X,I2,2X,13F8.3)
667  FORMAT(/2X,2HHR,5X,3HALF,6X,1HT,6X,3HILV,5X,3HPLV,5X,5HPSC11,3X,
*5HPSC21,3X,5HPSC31,3X,5HPSC21,3X,5HPSC22,3X,5HPSC23,3X,3HPPA,5X,
*3HPRV,5X,3HIRA/)
7777 FORMAT(/3X,A8/)
      PAUSE
      END

```

END OF SEGMENT, LENGTH 3271, NAME PAGES

```

FUNCTION H(Z)
  IF(Z.LT.0) H=0
  IF(Z.GE.0) H=1
  RETURN
END

```

END OF SEGMENT, LENGTH 46, NAME H

```

SUBROUTINE PARA(U,S,U,HO,HO,HO,A,B,C)
  REAL S(HO),U(HO),A(HO),B(HO),C(HO)
  REAL AL(101),R(101),BL(101),H(101)
  AL(1)=6*((U(2)-U(1))/S(1)-U(1))
  DO 2 I=2,H-1
2  AL(I)=6*(U(I+1)/S(I)-U(I)*(1./S(I-1)+1./S(I))+U(I-1)/S(I-1))
  AL(H)=6*(UH-(U(H)-U(H-1))/S(H-1))
  R(1)=2*S(1)
  DO 3 I=2,H-1
3  R(I)=2*(S(I)+S(I-1))-(S(I-1)*S(I-1))/R(I-1)
  R(H)=2*S(H-1)-S(H-1)*S(H-1)/R(H-1)
  BL(1)=AL(1)
  DO 4 I=2,H
4  BL(I)=AL(I)-S(I-1)*BL(I-1)/R(I-1)
  H(H)=BL(H)/R(H)
  DO 5 I=1,H-1
5  H(H-I)=BL(H-I)/R(H-I)-(S(H-I)/R(H-I))*H(H-I+1)
  DO 6 I=1,H-2
6  A(I)=(U(I+1)-U(I))/S(I)-(S(I)/6)*(2*H(I)+H(I+1))
  A(H-1)=UH-((U(H)+H(H-1))/2)*S(H-1)
  DO 7 I=1,H-1
7  C(I)=H(I)/2
  DO 8 I=1,H-1
8  C(I)=(U(I+1)-U(I))/(6*S(I))
  RETURN
END

```

END OF SEGMENT, LENGTH 689, NAME PARA

```

SUBROUTINE XXYY(H,H,SA,X,Y,AX,AY,BX,BY,CX,CY,K,L,XY)
  REAL SA(H),X(H),Y(H),AX(H),AY(H),BX(H),BY(H),CX(H),CY(H)
  XY=0.
  IF(K.EQ.0.AND.L.EQ.0) GO TO 10
  IF(K.EQ.1.AND.L.EQ.0) GO TO 11
  IF(K.EQ.1.AND.L.EQ.1) GO TO 12
  WRITE(2,16)
16  FORMAT(1X,32HBLENDRE HYDROLABIE PROCEDURY XXYY.)
  RETURN

```

```

10  CONTINUE.
    DO 1 I=1,N-1
      S=SA(I)
      S2=S*S
      S3=S2*S
      S4=S3*S
      S5=S4*S
      S6=S5*S
      S7=S6*S
      XY=XY+X(I)*Y(I)*S+0.5*AX(I)*Y(I)*S2+BX(I)*Y(I)*S3/3+CX(I)*Y(I)*S4/
      *4+X(I)*AY(I)*S2/2+AX(I)*AY(I)*S3/3+BX(I)*AY(I)*S4/4+CX(I)*AY(I)*S5
      */5+X(I)*BY(I)*S3/3+AX(I)*BY(I)*S4/4+BX(I)*BY(I)*S5/5+CX(I)*BY(I)*
      *S6/6+X(I)*CY(I)*S4/4+AX(I)*CY(I)*S5/5+BX(I)*CY(I)*S6/6+CX(I)*CY(I)
      **S7/7
1    CONTINUE
    RETURN
11  CONTINUE
    DO 2 I=1,N-1
      S=SA(I)
      S2=S*S
      S3=S2*S
      S4=S3*S
      S5=S4*S
      S6=S5*S
      SS=AX(I)*Y(I)*S+AX(I)*AY(I)*S2/2+AX(I)*BY(I)*S3/3+AX(I)*CY(I)*S4/4
      *Y(I)*BX(I)*S2/2+2./3.*BX(I)*AY(I)*S3+BY(I)*BY(I)*S4/2+2*BX(I)*
      *CY(I)*S5/5+CX(I)*Y(I)*S3+3*CX(I)*AY(I)*S4/4+3*CX(I)*BY(I)*S5/5+0.5
      **CX(I)*CY(I)*S6
2    XY=XY+SS
    RETURN
12  CONTINUE
    DO 3 I=1,N-1
      S=SA(I)
      S2=S*S
      S3=S2*S
      S4=S3*S
      S5=S4*S
      SS=AX(I)*AY(I)*S+AX(I)*BY(I)*S2+AX(I)*CY(I)*S3+BX(I)*AY(I)*S2+4*
      *BX(I)*BY(I)*S3/3+1.5*BX(I)*CY(I)*S4+CX(I)*AY(I)*S3+1.5*CX(I)*BY(I)
      **S4+1.2*CX(I)*CY(I)*S5
3    XY=XY+SS
    RETURN
  END

```

END OF SEGMENT, LENGTH 883, NAME XXYY

FINISH

PROGRAM NAME RJIS04, CORE 19224, LOWER AREA 804, PROGRAM 8393

END OF COMPILE - NO ERRORS

V PROGRAM JSØ5

1^o Nazwa symboliczna programu

JSØ5

2^o Nazwa programu

SERC

3^o Funkcja programu:

Program rozwiązuje równania modelu, przedstawione w rozdziale 2 pracy [2], dla zadanych parametrów oraz wyznacza funkcje wrażliwości modelu na zmiany wybranych parametrów wg algorytmów opisanych w rozdziale 4 pracy podstawowej:

4^o Dane wejściowe

(1) ja - liczba różnych funkcji wrażliwości jakie należy wyznaczyć

(2) $a^{(i)}, b^{(i)}, c^{(i)}, d^{(i)}, e^{(i)}$ - parametry programu określające którą z możliwych funkcji wrażliwości należy wyznaczyć
 $i = 1, 2, \dots, ja$

powyższe parametry należy ustalić w następujący sposób:

$$a = \begin{cases} 0 & \text{jeżeli należy wyznaczyć tylko rozwiązanie równań modelu} \\ 1 & \text{jeżeli należy wyznaczyć rozwiązanie równań modelu i wrażliwość na zmiany określonego parametru} \end{cases}$$

jeżeli $a = 0$ b, c, d, e - mogą być dowolne

jeżeli $a = 1$ to

$$b = \begin{cases} 1 & \text{dla badania wrażliwości modelu prawej komory} \\ 2 & \text{dla badania wrażliwości modelu lewej komory} \\ 3 & \text{dla badania wrażliwości modelu krążenia płucnego} \\ 4 & \text{dla badania wrażliwości modelu krążenia wielkiego} \end{cases}$$

jeżeli:

$$b = 1, c = \begin{cases} 1 \text{ wrażliwość na zmianę } \lambda_{RV}^{(1)} \\ 2 \text{ wrażliwość na zmianę } \lambda_{RV}^{(2)} \\ 3 \text{ wrażliwość na zmianę } \lambda_{RV}^{(3)} \end{cases}$$

d oraz e - dowolne

jeżeli:

$$b = 2, c = \begin{cases} 1 \text{ wrażliwość na zmianę } \lambda_{LV}^{(0)} \\ 2 \text{ wrażliwość na zmianę } \lambda_{LV}^{(1)} \\ 3 \text{ wrażliwość na zmianę } \lambda_{LV}^{(2)} \end{cases}$$

d oraz e - dowolne

jeżeli:

$$b = 3, c = \begin{cases} 1 - \text{wrażliwość na zmianę } K_{RV}, (d, e - \text{dowolne}) \\ 2 - \text{wrażliwość na zmianę } \mu_{LA}, (d, e - \text{dowolne}) \\ 3 - \text{wrażliwość na zmianę } K_{LA}, (d, e - \text{dowolne}) \\ 4 - \text{wrażliwość na zmianę } c_{LA}, (d, e - \text{dowolne}) \\ 5 - \text{wrażliwość na zmianę } K_{PC}^{(i)}, d - \text{określa} \\ \text{numer oporu } (d = i) (e - \text{dowolne}) \\ 6 - \text{wrażliwość na zmianę } c_{PC}^{(i)}, d - \text{określa nu-} \\ \text{mer elastyczności } (d = i) (e - \text{dowolne}) \\ 7 - \text{wrażliwość na zmianę } \lambda_{RV}^{(i)}, d - \text{określa nu-} \\ \text{mer parametru } \lambda_{RV}^{(i)} (i = d-1) (e - \text{dowolne}) \\ 8 - \text{wrażliwość na zmianę } \lambda_{LV}^{(i)}, d - \text{określa nu-} \\ \text{mer parametru } \lambda_{LV}^{(i)} (i = d-1) (e - \text{dowolne}) \end{cases}$$

jeżeli

$$b = 4, c = \begin{cases} 1 - \text{wrażliwość na zmianę } c_{SC}, (e, d - \text{dowolne}) \\ 2 - \text{wrażliwość na zmianę } K_{LV}, (d, e - \text{dowolne}) \\ 3 - \text{wrażliwość na zmianę } \mu_{RA}, (d, e - \text{dowolne}) \\ 4 - \text{wrażliwość na zmianę } K_{RA}, (d, e - \text{dowolne}) \\ 5 - \text{wrażliwość na zmianę } c_{RA}, (d, e - \text{dowolne}) \end{cases}$$

- $b = 4, c =$ {
- 6 - wrażliwość na zmianę $\lambda_{RV}^{(i)}$, d określa numer parametru $\lambda_{RV}^{(i)}$ ($i = d-1$), (e - dowolne)
 - 7 - wrażliwość na zmianę $\lambda_{LV}^{(i)}$, d - określa numer parametru $\lambda_{LV}^{(i)}$ ($i = d-1$), e - dowolne
 - 8 - wrażliwość na zmianę $K_{SCj}^{(i)}$ $i = d, j = e, \circ, \circ$
d - określa numer oporu, j - określa numer gałęzi
 - 9 - wrażliwość na zmianę $c_{SCj}^{(i)}$ $i = d, j = e$,
d - określa numer elastyczności, j - określa numer gałęzi

np. zestaw parametrów:

$$a = 1, b = 1, c = 1, d = 0, e = 0$$

znaczy, że należy wyznaczyć rozwiązanie równań modelu oraz znaleźć wrażliwość modelu prawej komory na zmianę parametru $\lambda_{RV}^{(1)}$.

- (3) n - liczba punktów dyskretyzacji po czasie
 n_{pc} - liczba punktów wybranych na obwodzie krążenia płucnego
 r - liczba wyodrębnionych gałęzi w obwodzie krążenia wielkiego
- (4) $n_j, j = 1, 2, \dots, r$ - liczba punktów wybranych na j -tej gałęzi obwodu krążenia wielkiego
- (5) h - krok dyskretyzacji po czasie ($t_h = t^{(2)} - t^{(1)}$)
 t_0 - chwila początkowa
- (6) - parametr funkcji opisującej pracę zastawek
- (7) $\alpha^{(1)}, \alpha^{(2)}, \dots, \alpha^{(n)}$ wartości funkcji w kolejnych chwilach
 $t^{(1)}, t^{(2)}, \dots, t^{(n)}, t^{(1)} = t_0, t^{(n)} = t_0 + h, \dots, t^{(n)} = t_0 + (n-1) \cdot h$ ($\alpha^{(i)} = \alpha(t^{(i)})$), $i = 1, 2, \dots, n$
- (8) $P_{RV0}, P_{LV0}, P_{RA0}, P_{CA0}$ - wartości początkowe ciśnień w sercu w chwili t_0
 $(P_{RV0} = P_{RV}(t_0), P_{LV0} = P_{LV}(t_0), P_{RA0} = P_{RA}(t_0), P_{LA0} = P_{LA}(t_0))$
- (9) $P_{PC0}^{(1)}, P_{PC0}^{(2)}, \dots, P_{PC0}^{(n_{pc})}$ - wartości początkowe ciśnień w obwodzie krążenia płucnego w chwili t_0

- $(p_{PC\emptyset}^{(i)} = p_{PC}^{(i)}(t_0) \quad i = 1, 2, \dots, n_{p_c})$
 (10) $p_{SCj\emptyset}^{(1)}, p_{SCj\emptyset}^{(2)}, \dots, p_{SCj\emptyset}^{(n_j)}$ - wartości początkowe ciśnień w j-tej gałęzi obwodu krążenia wielkiego w chwili t_0
 $(p_{SCj\emptyset}^{(i)} = p_{SCj}^{(i)}(t_0) \quad i = 1, 2, \dots, n_j, \quad j = 1, 2, \dots, r)$
 (11) $\lambda_{RV}^{(0)}, \lambda_{RV}^{(1)}, \lambda_{RV}^{(2)}$ - parametry modelu prawej komory
 (12) $\lambda_{LV}^{(0)}, \lambda_{LV}^{(1)}, \lambda_{LV}^{(2)}$ - parametry modelu lewej komory
 (13) parametry: $K_{RV}, \mu_{LA}, K_{LA}, c_{LA}, K_{LV}, c_{SC}, \mu_{RA}, K_{RA}, c_{RA}$
 (14) parametry obwodu krążenia płucnego
 $c_{PC}^{(i)} \quad i = 1, 2, \dots, n_{p_c}$
 $K_{PC}^{(i)} \quad i = 1, 2, \dots, n_{p_c}$
 (15) parametry obwodu krążenia wielkiego
 $c_{SCj}^{(i+1)} \quad i = 1, 2, \dots, n_j - 1, \quad j = 1, 2, \dots, r$
 $K_{SCj}^{(i)} \quad i = 1, 2, \dots, n_j, \quad j = 1, 2, \dots, r$

5° Dane wyjściowe:

- (1) Czas początku obliczeń

$$a_1/a_2/a_3$$

a_1 - godziny

a_2 - minuty

a_3 - sekundy

- (2) Wyniki rozwiązywania równań modelu

ROZWIĄZANIE RÓWNAŃ MODELU CIŚNIENIA W SERCU

NR	ALF	PLV	PRV	PLA	PRA
1	...	...	...	...	...
2	...	...	...	...	...
n	...	...	...	...	...

CIŚNIENIA W OBWODZIE PEŁNYM

NR	ALF	PPC1	PPC2	PPC3	PPC4	PPC5
1	...	...	...	...	...	...
2	...	...	...	...	...	...
⋮						
n	...	...	...	...	...	...

CIŚNIENIA W OBWODZIE WIELKIM

CIŚNIENIA W GAŁĘZI J

NR	ALF	PSC1J	PSC2J	PSC3J	PSC4J	PSC5J
1	...	...	...	...	...	...
2	...	...	...	...	...	...
⋮						
n	...	...	...	...		...

"r" razy

(3) Wybrane funkcje wrażliwości modeli

WRAŻLIWOŚĆ MODELU

NA ZMIANE

NR	z
1	...
2	...
⋮	
n	...

z - wybrana funkcja wrażliwości

NR - kolejna chwila

(4) Czas końca obliczeń

$$a_1/a_2/a_3$$

 a_1, a_2, a_3 - jak poprzednio (1)6⁰ Wykorzystanie pamięci i urządzeń zewnętrznych

- wielkość pamięci operacyjnej: PaO JSØ5

- rodzaje i ilość urządzeń zewnętrznych: 26480

czytnik kart - 1 (1CR)

drukarka wierszowa - 1 (1LP)

7° Czas obliczeń:

dla $n = 46$, $n_{pc} = 3$, $r = 2$, $n_1 = n_2 = 3$ na m.c. ODRA 1325

około: 3 min. dla $ja=2$

U w a g a: W programie wykorzystano procedurę rozwiązywania równań różniczkowych metodą Runge-Kuty o nazwie F4 RUNK z biblioteki FSCE.

FORTRAN COMPI LATION BY AXFAM MK 4E DATE 22/06/79 TIME 13/58/11

```
LIST(LP)
PROGRAM(JS05)
INPUT 1=CR0
OUTPUT 2=LPO
TRACE 2
END
```

```
C MASTER SERC
ROZMIARZANIE ROWNAN MODELU, ANALIZA WRAZLIWOSCI
REAL Y(23),DY(23),P(23),O(23)
REAL PRV(50),PLV(50),PRA(50),PLA(50),PPC(50,5),PSC(50,5,5),
*PP(50,5),PS(50,5,5),ZRV(50),ZLV(50),ZRA(50),ZLA(50),ZPC(50,5),
*ZSC(50,5,5),ALF(50),PR1(50),PR2(50),PL1(50),PL2(50),PRA1(50),
*PLA1(50),VKPC(5),VCP(5),VKSC(5,5),VCS(5,5),VFL(3),VFR(3),KPC(5),
*GPC(5),KSC(5,5),CSC(5,5),FL(3),FR(3),KRV,MLA,KLA,CLA,KLV,CS,MRA,
*KRA,CRA,PPC0(5),PSC0(5,5)
REALU(50),AX(50),BX(50),CX(50),S(50)
INTEGER NH(5),R,NI
INTEGER AAA(50),BBB(50),CCC(50),DDD(50),EEE(50)
EXTERNAL F4DERY,H1,H2
COMMON/ELHA/EP5
COMMON/PPPP/PRV,PLV,PRA,PLA,PPC,PSC,ZRV,ZLV,ZRA,ZLA,ZPC,ZSC,ALF
*,PP,PS,PR1,PR2,PL1,PL2,PRA1,PLA1
COMMON /RRRR/KPC,GPC,KSC,CSC,FL,FR,KRV,MLA,KLA,CLA,KLV,CS,MRA,KRA,
*CEA
COMMON /HHHH/HH,R,NI,K,NK
COMMON /IIII/IA,IB,IC,ID,IE
CALL TIME(CCCP)
WRITE(2,1111) CCCP
READ(1,500) JA
DO 170 KA=1,JA
170 READ(1,500) AAA(KA),BBB(KA),CCC(KA),DDD(KA),EEE(KA)
READ(1,500) NK,HI,R
READ (1,500) (NH(J),J=1,R)
READ (1,501) H,T0
READ(1,501)EP5
READ (1,501) (ALF(K),K=1,NK)
READ (1,501) PRV0,PLV0,PRA0,PLA0
READ (1,501) (PPC0(I),I=1,NI)
DO 175 J=1,R
175 READ (1,501) (PSC0(I,J),I=1,NH(J))
READ (1,501) (FL(I),I=1,3)
READ (1,501) (FR(I),I=1,3)
READ(1,501)KRV,MLA,KLA,CLA,KLV,CS,MRA,KRA,CRA
READ (1,501) (GPC(I),I=1,NI)
READ(1,501) (KPC(I),I=1,NI)
DO 171 J=1,R
READ(1,501) (CSC(I+1,J),I=1,NH(J)-1)
171 READ(1,501) (KSC(I,J),I=1,NH(J))
NH=NH-1
DO 185 K=1,NK-1
185 S(K)=0
DO 1 K=1,NK
1 U(K)=ALF(K)
CALL ROZR(NK,FR,U,T0,PRV0,H,PRV)
```

```

CALL PARA(NK,S,PRV,0.,0.,HH,AX,BX,CX)
DO 181 F=1,NK-1
181 PR1(K)=AX(K)
PR1(NK)=3*CX(NK-1)*H*H+2*BX(NK-1)*H+AX(NK-1)
DO 182 F=1,NK-1
182 PR2(K)=2*BX(K)
PR2(NK)=6*CX(NK-1)*H+2*BX(NK-1)
DO 2 K=1,NK
2 U(K)=ALF(K)
CALL ROZR(NK,FL,U,TO,PLV0,H,PLV)
CALL PARA(NK,S,PLV,0.,0.,HH,AX,BX,CX)
DO 13 F=1,NK-1
PL1(K)=AX(K)
183 PL2(V)=2*BX(K)
PL1(NK)=3*CX(NK-1)*H*H+2*BX(NK-1)*H+AX(NK-1)
PL2(NK)=6*CX(NK-1)*H+2*BX(NK-1)
IB=3
DO 201 I=1,23
201 P(I),Q(I),Y(I),DY(I)=0.
INIT=0
Y(1)=T0
DO 3 I=1,NI
3 Y(I+1)=PPC0(I)
Y(NI+2)=PLA0
N=NI+2
K=1
CALL F4PUHK(M,INIT,H,Y,DY,P,Q)
DO 4 I=1,NI
PP(1,I)=DY(I+1)
4 PPC(1,I)=Y(I+1)
PLA(1)=Y(NI+2)
PLA1(1)=DY(NI+2)
INIT=1
DO 5 K=2,NK
CALL F4PUHK(H,INIT,H,Y,DY,P,Q)
DO 6 I=1,NI
PP(K,I)=DY(I+1)
6 PPC(K,I)=Y(I+1)
PLA1(K)=DY(NI+2)
5 PLA(K)=Y(NI+2)
IB=4
DO 202 I=1,23
202 P(I),Q(I),Y(I),DY(I)=0.
INIT=0
Y(1)=T0
Y(2)=PSC0(1,1)
II=2
DO 7 J=1,R
DO 8 I=1,HH(J)-1
8 Y(I+1)=PSC0(I+1,J)
7 II=II+HH(J)-1
Y(JI+1)=PRA0
K=1
N=II+1
CALL F4PUHK(M,INIT,H,Y,DY,P,Q)
DO 9 J=1,R
PS(1,1,J)=DY(2)
9 PSC(1,1,J)=Y(2)
II=2
DO 10 J=1,R
DO 11 I=1,HH(J)-1

```

```

      PS(1,I+1,J)=DY(II+I)
11  PSC(1,I+1,J)=Y(II+I)
10  II=II+NN(J)-1
      PRA(1)=V(II+1)
      PRA1(1)=DY(II+1)
      INIT=1
      DO 12 K=2,NK
      CALL F4RUNK(H,INIT,H,Y,DY,P,Q)
      DO 13 J=1,R
      PS(K,1,J)=DY(2)
13  PSC(K,1,J)=Y(2)
      II=2
      DO 14 J=1,R
      DO 15 I=1,NN(J)-1
      PS(K,I+1,J)=DY(II+I)
15  PSC(K,I+1,J)=Y(II+I)
14  II=II+NN(J)-1
      PRA1(K)=DY(II+1)
12  PRA(K)=V(II+1)
      WRITE(2,502)
      WRITE(2,503)
      DO 130 K=1,NK
130  WRITE(2,504) K,ALF(K),PLV(K),PRV(K),PLA(K),PRA(K)
      WRITE(2,505)
      WRITE(2,506)
      DO 131 F=1,NK
131  WRITE(2,507) K,ALF(K),(PPC(K,I),I=1,NI)
      WRITE(2,508)
      DO 132 J=1,R
      WRITE(2,509) J
      WRITE(2,510) J,J,J,J,J
      DO 132 F=1,NK
132  WRITE(2,507) K,ALF(K),(PSC(K,I,J),I=1,NN(J))
      DO 1000 KA=1,JA
      CALL TIME(CCCP)
      WRITE(2,1111) CCCP
      IAA=AAA(KA)
      IGB=BBB(KA)
      ICC=CCC(KA)
      IDD=DDD(KA)
      IEE=EEE(KA)
      IA=IAA
      IB=IBB

      IC=ICC
      ID=IDD
      IE=IEE
      IF(IA.EQ.0) GO TO 1000
      GO TO (101,102,103,104) IB
101  VFR(1),VFR(2),VFR(3)=0
      VFR(IC)=1
      DO 105 F=1,NK
105  U(K)=-VFR(1)*PRV(K)-VFR(2)*PR1(K)-VFR(3)*PR2(K)
      CALL ROZR(HK,FR,U,TO,0.,H,ZRV)
      WRITE(2,511) IC
      DO 172 F=1,NK
172  WRITE(2,512) K,ZRV(K)
      GO TO 1000
102  VEL(1),VEL(2),VEL(3)=0
      VEL(IC)=1
      DO 106 F=1,NK
106  U(K)=-VEL(1)*PRV(K)-VEL(2)*PR1(K)-VEL(3)*PR2(K)

```

```

CALL ROZR(HK,FL,U,TO,0.,H,ZLV)
WRITE(2,513) IC
DO 134 K=1,NK
134 WRITE(2,512) K,ZLV(K)
GO TO 1000
103 CONTINUE
WRITE(2,514)
IF(IC,HE.7.AND.IC,HE.8) GO TO 107
IBB=IB
ICC=IC
IF (IC,EO.8) GO TO 108
WRITE(2,515) ID
535 FORMAT(2X,90NA ZMIANE,I2,34H-GO PARAMETRU MODELU PRAWEJ KONORY/)
VER(1),VER(2),VER(3)=0
VER(ID)=1
DO 109 K=1,NK
109 U(K)=-VER(1)*PRV(K)-VER(2)*PR1(K)-VER(3)*PR2(K)
CALL ROZR(HK,FR,U,TO,0.,H,ZRV)
GO TO 107
108 VFL(1),VFL(2),VFL(3)=0
WRITE(2,515) ID
VFL(ID)=1
DO 110 K=1,NK
110 U(K)=-VFL(1)*PLV(K)-VFL(2)*PL1(K)-VFL(3)*PL2(K)
CALL ROZR(HK,FL,U,TO,0.,H,ZLV)
107 INIT=0
GO TO(141,142,143,144,145,146,147,147),IC
141 WRITE(2,516)
GO TO 147
142 WRITE(2,517)
GO TO 147
143 WRITE(2,518)
GO TO 147
144 WRITE(2,519)
GO TO 147
145 WRITE(2,520) ID
GO TO 147
146 WRITE(2,521) ID
147 CONTINUE
DO 203 I=1,23
203 D(I),Q(I),Y(I),DY(I)=0.
Y(1)=T0
DO 111 I=1,NI
111 Y(I+1)=0
Y(NI+2)=0
N=NI+2
K=1
CALL F4PUNK(H,INIT,H,Y,DY,P,Q)
DO 112 I=1,NI
112 ZPC(1,I)=Y(I+1)
ZLA(1)=Y(NI+2)
INIT=1
DO 113 K=2,NK
CALL F4PUNK(H,INIT,H,Y,DY,P,Q)
DO 114 I=1,NI
114 ZPC(K,I)=Y(I+1)
113 ZLA(K)=Y(NI+2)
WRITE(2,522)
DO 133 K=1,NK
133 WRITE(2,523) K,ZLA(K),(ZPC(K,I),I=1,NI)
GO TO 1000
104 CONTINUE
WRITE(2,524)

```



```

      GO TO (151,152,153,154,155,156,157,158,159),IC
151  WRITE(2,525)
      GO TO 160
152  WRITE(2,526)
      GO TO 160
153  WRITE(2,527)
      GO TO 160
154  WRITE(2,528)
      GO TO 160
155  WRITE (2,529)
      GO TO 160
156  WRITE(2,530) ID
      GO TO 160
157  WRITE(2,531) ID
      GO TO 160
158  WRITE(2,532) ID,IE,ID,IE
      GO TO 160
159  WRITE(2,533) ID,IE,ID,IE
160  CONTINUE
      IF (IC.EE.6.AND.IC.EE.7) GO TO 115
      IF(IC.EE.7) GO TO 116
      VFR(1),VFR(2),VFR(3)=0
      VFR(ID)=1
      DO 117 K=1,NK
117  U(K)=-VFR(1)*PRV(K)-VFR(2)*PR1(K)-VFR(3)*PR2(K)
      CALL ROZR(HK,FR,U,T0,0. ,H,ZRV)
      GO TO 115
116  VFL(1),VFL(2),VFL(3)=0
      VFL(ID)=1
      DO 118 K=1,NK
118  U(K)=-VFL(1)*PLV(K)-VFL(2)*PL1(K)-VFL(3)*PL2(K)
      CALL ROZR(HK,FL,U,T0,0. ,H,ZLV)
115  INIT=0
      DO 204 I=1,23
204  P(I),Q(I),Y(I),DY(I)=0.
      Y(1)=T0
      Y(2)=0
      K=1
      II=2
      DO 119 J=1,R
      DO 120 I=1,NN(J)-1
120  Y(II+I)=0
119  II=II+NN(J)-1
      Y(II+1)=0
      II=II+1
      CALL F4BUNK(H,INIT,H,Y,DY,P,Q)
      DO 121 J=1,R
121  ZSC(1,1,J)=Y(2)
      II=2
      DO 122 J=1,R
      DO 123 I=1,NN(J)-1
123  ZSC(1,I+1,J)=Y(II+I)
122  II=II+NN(J)-1
      ZRA(1)=Y(II+1)
      INIT=1
      DO 124 K=1,NK
      CALL F4BUNK(H,INIT,H,Y,DY,P,Q)
      DO 125 J=1,R
125  ZSC(K,1,J)=Y(2)
      II=2

```

```

DO 127 J=1,R
DO 126 I=1,HN(J)-1
126 ZSC(K,I+1,J)=Y(I+1)
127 II=II+HN(J)-1
124 ZPA(K)=Y(II+1)
DO 161 J=1,R
WRITE(2,534) J,J,J,J,J
DO 161 I=1,HE
161 WRITE(2,523) K,ZPA(K),(ZSC(K,I,J),I=1,HN(J))
1000 CONTINUE
CALL TIME(CCCP)
WRITE(2,1111) CCCP
500 FORMAT(10I0)
501 FORMAT(100G0,0)
502 FORMAT(/2X,25HROZWIĄZANIE RÓWNAŃ MODELU//2X,17HCISNIENIA W SERCU//
*)
503 FORMAT(/2X,20HP,6X,3HALF,6X,3HPLV,6X,3HPRV,6X,3HPLA,6X,3HPRA//)
504 FORMAT(7X,12,2X,5F9.3)
505 FORMAT(/2X,28HCISNIENIA W OBNODZIE PŁUCHYCH//)
506 FORMAT(/2X,20HR,6X,3HALF,5X,4HPPC1,5X,4HPPC2,5X,4HPPC3,5X,4HPPC4,
*5X,4HPPC5//)
507 FORMAT(2X,12,6F9.3)
508 FORMAT(/2X,28HCISNIENIA W OBNODZIE WIELKICH//)
509 FORMAT(/2X,18HCISNIENIA W GALEZI,11//)
510 FORMAT(/2X,20HR,6X,3HALF,4X,4HPSC1,11,4X,4HPSC2,11,4X,4HPSC3,11,
*4X,4HPSC4,11,4X,4HPSC5,11//)
511 FORMAT(/2X,41HURAZLIWOSC MODELU PRAWEJ KOMORY NA ZMIANE,12,
*22H-60 PARAMETRU RÓWNAŃ//2X,1HK,6X,6HZRV(K)//)
512 FORMAT(2X,12,2X,E20.11)
513 FORMAT(/2X,40HURAZLIWOSC MODELU LEWEJ KOMORY NA ZMIANE,12,
*22H-60 PARAMETRU RÓWNAŃ//2X,1HK,6X,6HZLV(K)//)
514 FORMAT(/2X,46HURAZLIWOSC MODELU PODSYSTEMU KRAŻENIA PŁUCZEGO)
515 FORMAT(2X,20HA ZMIANE,12,33H-60 PARAMETRU MODELU LEWEJ KOMORY//)
516 FORMAT(2X,23HHA ZMIANE PARAMETRU KRV//)
517 FORMAT(2X,23HHA ZMIANE PARAMETRU HLA//)
518 FORMAT(2X,23HHA ZMIANE PARAMETRU KLA//)
519 FORMAT(2X,23HHA ZMIANE PARAMETRU CLA//)
520 FORMAT(2X,24HHA ZMIANE PARAMETRU KPC(,11,1H)//)
521 FORMAT(2X,24HHA ZMIANE PARAMETRU CPC(,11,1H)//)
522 FORMAT(3X,1HK,6X,6HZLA(K),13X,7HZPC1(K),12X,7HZPC2(K),12X,
*7HZPC3(K),12X,7HZPC4(K),12X,7HZPC5(K)//)
523 FORMAT(2X,12,6E19.10)
524 FORMAT(/2X,47HURAZLIWOSC MODELU PODSYSTEMU KRAŻENIA WIELKIEGO)
525 FORMAT(2X,24HHA ZMIANE PARAMETRU CS//)
526 FORMAT(2X,23HHA ZMIANE PARAMETRU KLV//)
527 FORMAT(2X,23HHA ZMIANE PARAMETRU HRA//)
528 FORMAT(2X,23HHA ZMIANE PARAMETRU KRA//)
529 FORMAT(2X,23HHA ZMIANE PARAMETRU CRA//)
530 FORMAT(2X,9HHA ZMIANE,12,34H-60 PARAMETRU MODELU PRAWEJ KOMORY//)
531 FORMAT(2X,9HHA ZMIANE,12,33H-60 PARAMETRU MODELU LEWEJ KOMORY//)
532 FORMAT(2X,24HHA ZMIANE,12,21H-60 OPORU W GALEZI PR,12,5H(KSC(,
*I1,1H,,11,2H))//)
533 FORMAT(2X,26HHA ZMIANE ELASTYCZNOŚCI HR,12,1X,11HU GALEZI HR,
*I2,5H(CSC(,11,1H,,11,2H))//)
534 FORMAT(3X,1HK,6X,6HZRA(K),13X,4HZSC1,11,3H(K),11X,4HZSC2,11,3H(K),
*11X,4HZSC3,11,3H(K),11X,4HZSC4,11,3H(K),11X,4HZSC5,11,3H(K)//)
1111 FORMAT(/3X,A6/)
PAUSE
END

```

```

SUBROUTINE ROZR(HK,F,U,T0,P0,H,P)
REAL U(HK),R(50),P(HK),F(3)
A=0.5*F(2)/F(3)
B=SQRT(F(1)/F(3)-A*A)
GAH=2./SQRT(4*F(1)*F(3)-F(2)*F(2))
T=T0
DO 1 K=1,HK
  TT=T-T0
  P(K)=EXP(-A*TT)*SIN(B*TT)*GAH
  **(-1)
1  T=T+H
  P(1)=P0
  DO 2 K=2,HK
    P(K)=P0
    DO 2 I=1,K-1
2  P(K)=P(K)+R(K-I)*U(I)*H
  RETURN
END

```

END OF SEGMENT, LENGTH 233, NAME ROZR

```

SUBROUTINE F4DERV(H,Y,DY)
REAL Y(C),DY(H)
REAL PRV(50),PLV(50),PRA(50),PLA(50),PPC(50,5),PSC(50,5,5),
*PP(50,5),PS(50,5,5),ZRV(50),ZLV(50),ZRA(50),ZLA(50),ZPC(50,5),
*ZSC(50,5,5),ALF(50),PR1(50),PR2(50),PL1(50),PL2(50),PRA1(50),
*PLA1(50),VKPC(5),VCPC(5),VKSC(5,5),VCSC(5,5),VFL(3),VFR(3),KPC(5),
*CPC(5),KSC(5,5),CSC(5,5),FL(3),FR(3),KRV,MLA,KLA,CLA,KLV,CS,HRA,
*KRA,CRA
INTEGER HH(5),P,HI
COMMON/FLHA/EPS
COMMON/PPPP/PRV,PLV,PRA,PLA,PPC,PSC,ZRV,ZLV,ZRA,ZLA,ZPC,ZSC,ALF
*,PP,PS,PR1,PR2,PL1,PL2,PRA1,PLA1
COMMON /RRRR/KPC,CPC,KSC,CSC,FL,FR,KRV,MLA,KLA,CLA,KLV,CS,HRA,KRA,
*CRA
COMMON /HHHH/HH,R,HI,K,HK
COMMON /IIII/IA,IB,IC,ID,IE
IF(IA.EQ.1) GO TO 100
GO TO(1,2,3,4),IB
1  DY(2)=Y(3)
  DY(3)=-FR(2)/FR(3)*Y(3)-FR(1)/FR(3)*Y(2)+ALF(K)/FR(3)
  RETURN
2  DY(2)=Y(3)
  DY(3)=-FL(2)/FL(3)*Y(3)-FL(1)/FL(3)*Y(2)+ALF(K)/FL(3)
  RETURN
3  DY(2)=(KPC(1)*(Y(5)-Y(2))-KRV*(Y(2)-PRV(K))*H1(PRV(K)-Y(2)))/
  *CPC(1)
  **(-1)
  DO 5 I=3,HI+1
5  DY(I)=(KPC(I-1)*(Y(I+1)-Y(I))-KPC(I-2)*(Y(I)-Y(I-1)))/CPC(I-1)
  **(-1)
  DY(HI+2)=(KLA*(PLV(K)-Y(HI+2))*H1(Y(HI+2)-PLV(K))-KPC(HI)*(Y(HI+2)
  *-Y(HI+1))-MLA*ALF(K))/CLA
  **(-1)
  RETURN
4  F=0
  II=3
  DO 6 J=1,R
  F=F+KSC(1,J)*(Y(II)-Y(2))

```

```

6  II=II+HH(J)-1
   DY(2)=(F-KLV*(Y(2)-PLV(K))*H1(PLV(K)-Y(2)))/CS
   **(-1)
   II=2
   DO 7 J=1,R
   DO 8 I=2,HH(J)
   III=II+I-1
8  DY(III)=(KSC(I,J)*(Y(III+4)-Y(III))-KSC(I-1,J)*(Y(III)-
   *Y(III-4)))/CSC(I,J)
   **(-1)
7  II=II+HH(J)-1
   F=0
   JJ=2
   DO 10 J=1,R
   JJ=JJ+HH(J)-1
10  F=F+KSC(HH(J),J)*(Y(II+1)-Y(JJ))
   DY(II+1)=(KRA*(PRV(K)-Y(II+1))*H1(Y(II+1)-PRV(K))-F-KRA*ALF(K))/
   *CRA
   **(-1)
   RETURN
100 VKRV,VHLA,VKLA,VCLA,VKLV,VCS,VORA,VKPA,VCRA=0.
   DO 101 II=1,5
   VKPC(II),VCPC(II)=0.
   DO 102 JJ=1,5
102 VKSC(II,JJ),VCSC(II,JJ)=0.
101 VKSC(II,5)=0.
   DO 103 II=1,3
103 VFL(II),VER(II)=0.
   GO TO(201,202,203,204),IB
201 VER(10)=1
   DY(2)=Y(3)
   DY(3)=(-FR(2)*Y(3)-FR(1)*Y(2)-VFR(1)*PRV(K)-VFR(2)*PR1(K)-VFR(3)*
   *PR2(K))/FR(5)
   RETURN
202 VFL(10)=1.
   DY(2)=Y(3)
   DY(3)=(-FL(2)*Y(3)-FL(1)*Y(2)-VFL(1)*PLV(K)-VFL(2)*PL1(K)-VFL(3)*
   *PL2(K))/FR(5)
   RETURN
203 CONTINUE
   GO TO(231,232,233,234,235,236,237,238),IC
231 VKRV=1
   GO TO 239
232 VHLA=1
   GO TO 239
233 VKLA=1
   GO TO 239
234 VCLA=1
   GO TO 239
235 VKPC(10)=1
   GO TO 239
236 VCPC(10)=1
   GO TO 239
237 VER(1),VER(2),VER(3)=1
   GO TO 239
238 VFL(1),VFL(2),VFL(3)=1
239 DY(2)=(KPC(1)*(Y(3)-Y(2))-KLV*(Y(2)-VFR(1)*ZRV(K))*(H1(PRV(K)-
   *PPC(K,1))+(PPC(K,1)-PRV(K))*H2(PRV(K)-PPC(K,1)))+VCPC(1)*PP(K,1)-
   *VKPC(1)*(PPC(K,2)-PPC(K,1))-VKRV*(PPC(K,1)-PRV(K))*H1(PRV(K)-
   *PPC(K,1)))/CPC(1)
   **(-1)

```

```

DO 240 I=5,HI
240  DY(I)=(KPC(I-1)*(Y(I+1)-Y(I))-KPC(I-2)*(Y(I)-Y(I-1))+VKPC(I-1)*
*(PPC(K,I)-PPC(K,I-1))-VKPC(I-2)*(PPC(K,I-1)-PPC(K,I-2))+VCPC(I-1)*
*PP(K,I-1))/CPC(I-1)
**(-1)
  DY(HI+1)=(KPC(HI)*(Y(HI+2)-Y(HI+1))-KPC(HI-1)*(Y(HI+1)-Y(HI))+
*VKPC(HI)*(PLA(K)-PPC(K,HI))-VKPC(HI-1)*(PPC(K,HI)-PPC(K,HI-1))+
*VCPC(HI)*PP(K,HI))/CPC(HI)
**(-1)
  DY(HI+2)=(KLA*(VFL(1)*ZLV(K)-Y(HI+1))*(H1(PLA(K)-PLV(K))+(PLV(K)-
*PLA(K))*
*H2(PLA(K)-PLV(K)))+VKLA*(PLV(K)-PLA(K))*H1(PLA(K)-PLV(K))-KPC(HI)*
*(Y(HI+2)-Y(HI+1))-VKPC(HI)*(PPC(K,HI)-PLA(K))-VCLA*ALF(K)+VCLA*
*PLA(K))/CRA
**(-1)
  RETURN
204  CONTINUE
GO TO (241,242,243,244,245,246,247,248,249),IC
241  VCS=1
GO TO 250
242  VKLV=1
GO TO 250
243  VVRA=1
GO TO 250
244  VKRA=1
GO TO 250
245  VCRA=1
GO TO 250
246  VFR(1),VFR(2),VFR(3)=1
GO TO 250
247  VFL(1),VFL(2),VFL(3)=1
GO TO 250
248  VKSC(ID,IE)=1
GO TO 250
249  VCSC(ID+1,IE)=1
250  F=0
  II=7
DO 251 J=1,R
  F=F+KSC(1,J)*(Y(II)-Y(2))
251  II=II+HH(J)-1
  FF=0
DO 252 J=1,R
  FF=FF+VVCSC(1,J)*(PSC(K,2,J)-PSC(K,1,J))
  FFF=PSC(K,1,1)-PLV(K)
  DY(2)=(F+FF-KLV*(Y(2)-VFL(1)*ZLV(K))+(H1(-FFF)+FFF*H2(-FFF))-VKLV*
*FFF+H1(-FFF)+VSC*PS(K,1,1))/CS
**(-1)
  II=2
DO 253 J=1,R
DO 254 I=2,HH(J)-1
  III=II+I-1
254  DY(III)=(KSC(I,J)*(Y(III+1)-Y(III))+VKSC(I,J)*(PSC(K,I+1,J)-
*PSC(K,I,J))-VKSC(I-1,J)*(Y(III)-Y(III-1))-VKSC(I-1,J)*(PSC(K,I,J)-
*PSC(K,I-1,J))+VCSC(I,J)*PS(K,I,J))/CSC(I,J)
**(-1)
  III=II+HH(J)-1
  DY(III)=(KSC(HH(J),J)*(Y(III+1)-Y(III))+VKSC(HH(J),J)*(PRA(K)-
*PSC(K,HH(J),J))-VKSC(HH(J)-1,J)*(Y(III)-Y(III-1))-VKSC(HH(J)-1,J)
**
*(PSC(K,HH(J),J)-PSC(K,HH(J)-1,J))+VCSC(I,J)*PS(K,HH(J),J))/
*CSC(HH(J),J)
**(-1)

```

```

253  II=II+HH(J)-1
      F,FF,FFF=0.
      JJ=2
      DO 255 J=1,R
      JJ=JJ+HH(J)-1
255  F=F+KSC(HH(J),J)*(Y(II+1)-Y(JJ))
      DO 256 J=1,R
256  FF=FF+VKSC(HH(J),J)*(PRA(K)-PSC(K,HH(J),J))
      FFF=PRA(K)-PRV(K)
      DY(II+1)=(KRA*(VFR(1)*ZRV(K)-Y(II+1))*(H1(-FFF)+H2(-FFF)*FFF)*
      *VFRV*FFF*H1(-FFF)-FF-F-VHRA*ALF(K)+VCRA*PRA1(K))/CRA
      **(-1)
      RETURN
      END

```

END OF SEGMENT, LENGTH 2680, NAME F4DERV

```

FUNCTION H1(Z)
COMMON/ELQA/EPS
E=EPS/2.
P=27/7.
IF(Z.LT.-E)H1=0
IF(Z.GE.-E.AND.Z.LE.E)H1=0.5*(1.+SIN(P*Z/EPS))
IF(Z.GT.E)H1=1
RETURN
END

```

END OF SEGMENT, LENGTH 92, NAME H1

```

FUNCTION H2(Z)
COMMON/ELQA/EPS
P=27/7.
E=EPS/2.
IF(Z.LT.-E.OR.Z.GT.E) GO TO 1
H2=0.5*P/EPS*COS(P*Z/EPS)
RETURN
1 H2=0
RETURN
END

```

END OF SEGMENT, LENGTH 75, NAME H2

```

SUBROUTINE PARA(H,S,U,UO,OH,HH,A,B,C)
REAL S(OH),U(OH),A(OH),B(OH),C(OH)
REAL AL(101),R(101),BL(101),N(101)
AL(1)=6*((U(2)-U(1))/S(1)-UO)
DO 2 I=2,OH-1
2 AL(I)=6*(U(I+1)/S(I)-U(I)*(1./S(I-1)+1./S(I))+U(I-1)/S(I-1))
  AL(OH)=6*(OH-(U(OH)-U(OH-1))/S(OH-1))
  R(1)=2*S(1)
  DO 3 I=2,OH-1
3 R(I)=2*(S(I)+S(I-1))-(S(I-1)*S(I-1))/R(I-1)
  R(OH)=2*S(OH-1)-S(OH-1)*S(OH-1)/R(OH-1)
  BL(1)=AL(1)
  DO 4 I=2,OH
4

```

```

4  BL(I)=AL(I)-S(I-1)*BL(I-1)/R(I-1)
   n(N)=BL(N)/R(N)
   DO 5 I=1,N-1
5  n(N-I)=BL(N-I)/R(N-I)-(S(N-I)/R(N-I))*n(N-I+1)
   DO 6 I=1,N-2
6  A(I)=(n(I+1)-n(I))/S(I)-(S(I)/6)*(2*n(I)+n(I+1))
   A(N-1)=nn-(n(N)+n(N-1))/2)*S(N-1)
   DO 7 I=1,N-1
7  B(I)=n(I)/2
   DO 8 I=1,N-1
8  C(I)=(n(I+1)-n(I))/(6*S(I))
   RETURN
   END

```

END OF SEGMENT, LENGTH 689, NAME PARA

```

LIBRARY
READ FROM(PT,=.FSCE)
FINISH

```

PROGRAM NAME PJS05, CORE 26480, LOWER AREA 1113, PROGRAM 11830

END OF COMPILATION - NO ERRORS

LITERATURA

- [1] Stańko J., Język FORTRAN do maszyn serii Odra 1300, Wrocław 1974
- [2] Świątek J., Model matematyczny i identyfikacja procesów hemodynamicznych w układzie krążenia, Raport Inst. Cybern. PWr nr 84.

mgr inż. Jerzy Świątek

Raport wpłynął do redakcji I-6
25.06.1979

Niniejszy raport otrzymują:

1. Biblioteka Międzywydziałowa - OINT6, 25	1egz.
2. Z-ca Dyrektora I-6 d/s Kształcenia Kadry Naukowej	1egz.
3. Biblioteka Główna Politechniki Wrocławskiej	1egz.
4. Promotor	1egz.
5. Recenzenci	3egz.
6. Seminarium Systemów Sterowania	3egz.
7. Seminarium Automatyki i Modelowania	1egz.
8. Seminarium Analizy Systemowej	1egz.
9. Centrum Kształcenia Podyplomowego WAM prof. E. Waniewski	1egz.
10. Instytut Medycyny Wewnętrznej AM Łódź	1egz.
11. Seminarium Ogólnej Teorii Systemów i Cybernetyki	1egz.
12. Seminarium Systemów Teleinformatycznych	1egz.
13. Instytut Biocybernetyki i Inżynierii Biomedycznej PAN, Warszawa	1egz.
14. Instytut Informatyki i Automatyki AGH, Kraków	1egz.
15. Instytut Fizjologiczno - Farmakologiczny AM, Wrocław	1egz.
16. Ośrodek ETO AM, Wrocław	1egz.
17. Klinika Kardiologii AM, Wrocław	1egz.
18. Instytut Informatyki Uniwersytetu Jagiellońskiego - Biblioteka, Kraków	1egz.
19. Autor	3egz.
Razem	25egz.