

Na prawach rękopisu

INSTYTUT FIZYKI
POLITECHNIKI WROCŁAWSKIEJ

Raport serii PRE nr

BADANIE WŁASNOŚCI OGNISKUJĄCYCH
ELEMENTÓW HOLOGRAFICZNYCH
W ZASTOSOWANIU DO ODWZOROWAŃ OPTYCZNYCH
I TRANSFORMACJI FOURIERA .

Alexandre TALATINIAN

/ Praca doktorska /

Promotor : Prof. dr hab. Eugeniusz JAGOSZEWSKI

Słowa kluczowe ;
element holograficzny,
aberracje odwzorowania,
transformacja Fouriera,
optymalizacja hologramów.

WROCŁAW 1991

Mojemu promotorowi P. Prof. Dr Hab. Eugeniuszowi Jagoszowskiemu za cierpliwość, wyrozumiałość i trud włożony w prowadzenie przewodu doktorskiego, za szereg cennych rad, wskazówek i krytycznych uwag, a nade wszystko za zaufanie, którym mnie obdarzył i które było zachętą w mojej pracy składam serdeczne podziękowanie.

Koledze Dr Mieczysławowi Plucie dziękuje za owocną dyskusję i cenne rady w czasie obliczeń numerycznych i opracowaniu programów komputerowych, a Koledze Dr Leonowi Magierze za cenną dyskusję w zakresie zjawisk optyki współczesnej.

Równocześnie dziękuje całej mojej Rodzinie za poparcie i pomoc, dzięki czemu mogłem przystąpić do studiów doktoranckich. Dziękuje również swojej narzeczonej Beacie, która nieustraszenie¹ towarzyszyła mi podczas studiów doktoranckich.

SPIS TRESCI

1. WSTĘP

1.1. Wprowadzenie do optyki holograficznej	5
1.2. Charakterystyka źródeł światła i ośrodka rejestrującego .	10
1.3. Zdolność rozdzielcza elementu holograficznego	15

2. PŁYTKA STREFOWA FRESNELA I JEJ ROLA W HOLOGRAFII

2.1. Charakterystyka własności ogniskujących płytki strefowej	20
2.2. Tworzenie obrazów	22
2.3. Aberracje trzeciego rzędu	26
2.4. Rola płytki strefowej w holografii	30

3. HOLOGRAFICZNE ELEMENTY OPTYCZNE

3.1. Hologram jako element optyczny modulujący falę świetlną .	34
3.2. Aberracje trzeciego rzędu elementu holograficznego płaskiego i zakrzywionego	37
3.3. Aberracje odwzorowania punktu pozaosiowego	46
3.4. Przykłady holograficznych elementów optycznych i analiza ich aberracji	52

4. ODWZOROWANIE HOLOGRAFICZNE PUNKTU POZAOSIOWEGO

4.1. Równania biegu promieni świetlnych	61
4.2. Spot diagram	64
4.3. Aberracje aperturowe soczewki holograficznej wykonanej na podłożu sferycznym	67
4.4. Aberracje soczewki holograficznej z wysuniętą źrenicą wejściową	71
4.5. Przykłady rozwiązań numerycznych	74

5. SOCZEWKI HOLOGRAFICZNE REALIZUJĄCE TRANSFORMACJĘ FOURIERA	
5.1. Holograficzna realizacja przekształcenia Fouriera	94
5.2. Element holograficzny jako soczewka Fouriera	97
5.3. Tworzenie elementów holograficznych na powierzchni zakrzywionej	102
5.4. Konfiguracja układu rejestrującego	104
5.5. Warunek sinusów promieni głównych	111
5.6. Analiza rozwiązań soczewek kolimujących i fourierowskich	115
6. KONSTRUKCJA HOLOGRAFICZNEJ SOCZEWKI FOURIERA NA PODŁOŻU SFERYCZNYM	
6.1. Charakterystyka optymalizacji funkcji przenoszenia fazy	146
6.2. Procedura optymalizacyjna elementu holograficznego	152
6.3. Rozwiązanie optymalnej soczewki Fouriera	157
6.4. Analiza aberracji	163
6.5. Ilustracja aberracji rozwiązań optymalnych	169
7. PODSUMOWANIE WYNIKÓW I WNIOSKI	191
8. LITERATURA	195

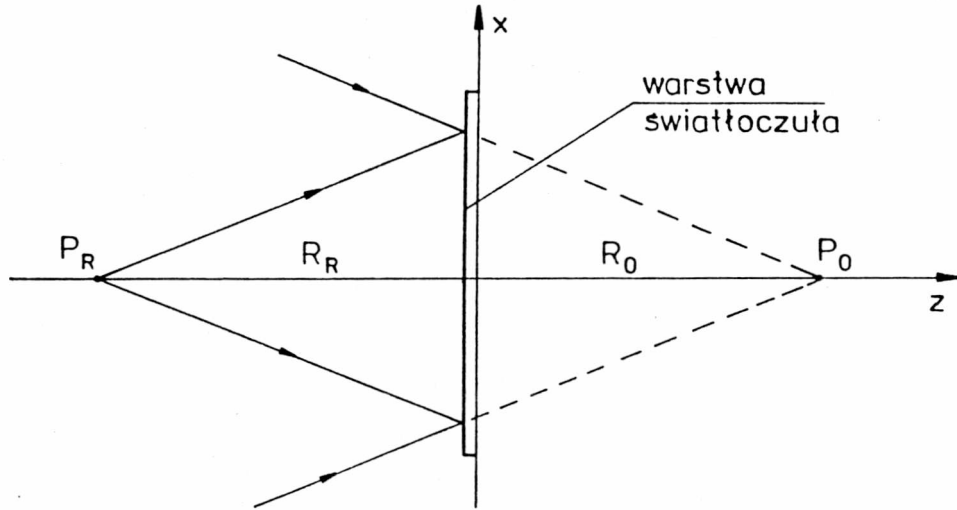
1. W S T Ę P

1.1. Wprowadzenie do optyki holograficznej

Dzięki charakterystycznym własnościom hologramów, których tworzenie polega na rejestracji amplitudy i fazy odpowiednio rozproszonego i zmodulowanego pola świetlnego, obserwuje się coraz szersze zastosowanie holografii w różnych dziedzinach nauki i techniki. Powszechnie wiadomo, że światłoczułe ośrodki rejestrujące zapisują tylko natężenie światła nań padającego, dlatego też wszelkie informacje fazowe są przetransformowane na odpowiednie zmiany natężenia. Realizuje się to za pomocą światła koherentnego dodając do płaskiej fali odniesienia falę rozproszoną (na badanym obiekcie), które interferują ze sobą w ośrodku rejestracji [10, 21, 27, 29, 33, 43, 47, 79, 80]. Na powierzchni rejestrującej np. płyty fotograficznej obserwuje się wtedy prążki interferencyjne charakteryzujące fale, które ze sobą interferowały. Natężenie prążków interferencyjnych w każdym punkcie zależy od fazy i amplitudy oryginalnej fali przedmiotowej, ponieważ utworzony w ten sposób hologram zawiera pełne informacje amplitudowo-fazowe fali badanego przedmiotu. W ogólności, najczęściej stosowane konwencjonalne układy optyczne spełniają niezbędne wymagania odnośnie jakości odwzorowania w konkretnym przypadku. Pomimo tego jednak coraz częściej zauważyć można próby wykorzystania nowych elementów w odwzorowaniu lub przekształcaniu pola optycznego, takich jak np. soczewki z powierzchniami asferycznymi lub gradientowym współczynnikiem załamania, elementy dyfrakcyjne, a w szczególności holograficzne elementy optyczne, które

w sposób zadawalający wypełniają luki szerokich potrzeb w zakresie pojawiających się problemów współczesnej optyki [1, 9, 12, 13, 16, 19, 20, 22, 25, 46, 56, 75, 76]. Holograficzne elementy optyczne lub układy elementów holograficznych mogą zastąpić konwencjonalne układy optyczne, bądź też mogą być wykorzystane do korekcji aberracji soczewek wykonanych ze szkła optycznego. W porównaniu z konwencjonalnymi układami wyróżniają się one przede wszystkim zwartą i prostą konstrukcją, małym ciężarem oraz stosunkowo taną produkcją. Do ich wad należy zaliczyć głównie małą wydajność świetlną (zdolność dyfrakcyjną) i aberracje chromatyczne [13]. Zasadnicza różnica między optyką holograficzną a konwencjonalną polega na tym, że kierunek promienia obrazowego w pierwszym przypadku zależy od struktury prążków interferencyjnych hologramu, w drugim natomiast - od współczynnika załamania szkła soczewki i od kształtu jej powierzchni. Wobec tego prawo Snelliusa określające kierunki biegu promieni świetlnych w przestrzeni obrazowej jest w optyce holograficznej zastąpione równaniem siatki dyfrakcyjnej. Obok wydajności dyfrakcyjnej, charakteryzującej siatki dyfrakcyjne wszelkiego typu (więc również hologramy), istotną rolę odgrywają tu własności odwzorowujące holograficznych elementów optycznych, które są określone strukturą prążków interferencyjnych i ich gęstością rozkładu.

Szczególną rolę w przekształcaniu frontów falowych wiązek świetlnych, przeznaczonych do tworzenia widma fourierowskiego lub obrazów badanych obiektów, odgrywa osiowy hologram źródła punktowego, utworzony w wyniku interferencji dwóch fal sferycznych. Notabene, fala płaska jest również traktowana jako fala sferyczna z promieniem krzywizny o wartości liczbowej zmierzającej do nieskończoności. Rys.1 ilustruje schemat tworzenia holograficznego elementu optycznego za pomocą dwóch współosiowych fal sferycznych : fali



Rys. 1. Tworzenie holograficznego elementu optycznego za pomocą interferencji dwóch fal sferycznych .

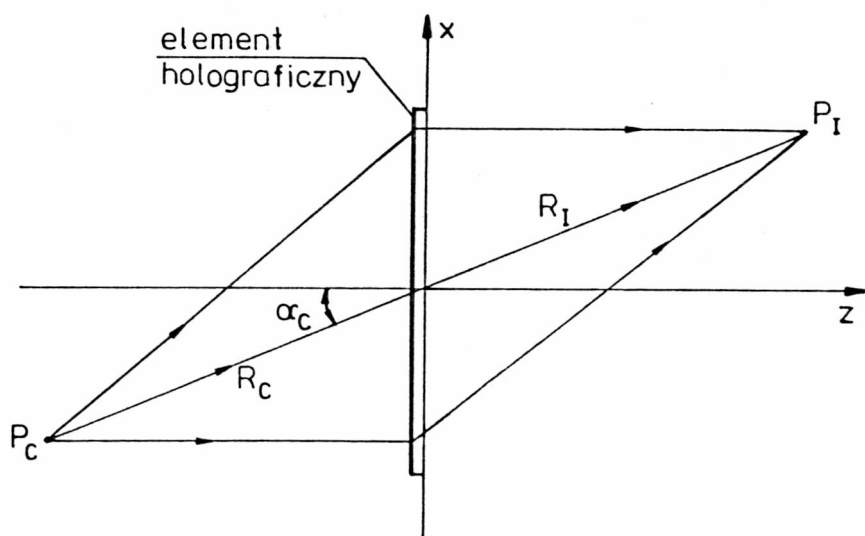
rozbieżnej emitowanej z punktu odniesienia P_R i fali zbieżnej do punktu przedmiotowego P_O . Jeżeli amplitudy zespolone tych fal w płaszczyźnie ośrodka rejestrującego oznaczyć odpowiednio przez U_R i U_O , to ekspozycja hologramu proporcjonalnie do kwadratu amplitudy wypadkowej [20] przyjmuje postać

$$(U_R + U_O)(U_R + U_O)^* \approx 2 [1 + \cos (\phi_O - \phi_R)] , \quad (1.1)$$

gdzie ϕ_R i ϕ_O jest fazą fali odpowiednio odniesienia i przedmiotowej, określoną względem środka hologramu. Równanie (1.1) opisuje rozkład prążków interferencyjnych tworzących holograficzny element optyczny. W ogólności więc transmitancję amplitudową hologramu zapisać można wzorem

$$T = \sum_{m=-\infty}^{+\infty} T_m \exp [i m (\phi_O - \phi_R)] , \quad (1.2)$$

gdzie m jest rzędem ugięcia. W ten sposób utworzony element holograficzny może być wykorzystany do odwzorowania np. punktu pozaosiowego P_C , przedstawionego na rys. 2.



Rys. 2. Odwzorowanie punktu P_C w punkt P_I za pomocą holograficznego elementu optycznego

Otóż fala sferyczna emitowana z punktu P_C ugina się na hologramie i generuje fale obrazowe zależnie od struktury dyfrakcyjnej elementu holograficznego, przy czym natężenie tych fal

$$I_m = T_m \exp(i \phi_m), \quad (1.3)$$

gdzie

$$\phi_m = \phi_C + m (\phi_O - \phi_R),$$

podczas gdy ϕ_C jest fazą fali padającej na holograficzny element optyczny. Stąd mamy fazę fali obrazowej pierwszego rzędu ugięcia odgrywającego podstawową rolę w odwzorowaniu holograficznym :

$$\phi_I = \phi_C + (\phi_O - \phi_R) . \quad (1.4)$$

Z drugiej strony, jeżeli α_C jest kątem padania wiązki rekonstruu-
jącej na element holograficzny, a α_I - kątem ugięcia tej wiązki, to
zgodnie z równaniem siatki dyfrakcyjnej dla pierwszego rzędu ugię-
cia mamy

$$d (\sin \alpha_I - \sin \alpha_C) = \lambda_C , \quad (1.5)$$

gdzie λ_C jest długością fali światła rekonstruuującego, a d - stałą
siatki zależną od struktury prążków interferencyjnych elementu ho-
lograficznego, zdefiniowaną za pomocą kątów α_O i α_R , jakie tworzą
z osią odpowiednio wiązki przedmiotowa i odniesienia. Tak więc dla
światła rejestrującego o długości fali λ_O stała siatki elementu
holograficznego wyraża się wzorem

$$d = \frac{\lambda_O}{\sin \alpha_O - \sin \alpha_R} . \quad (1.6)$$

Wstawiając powyższe wyrażenie do równania (1.5) otrzymamy równanie

$$\sin \alpha_I = \sin \alpha_C + \frac{\lambda_C}{\lambda_O} (\sin \alpha_O - \sin \alpha_R) , \quad (1.7)$$

które często jest wykorzystywane do opisu biegu promieni świetlnych
w układzie holograficznym i do obliczania błędów odwzorowań w tych
układach [66, 68, 83, 87, 92]. Wyrażając fazy fal ϕ_O , ϕ_R , ϕ_C , ϕ_I w
równaniu (1.4) w zależności od współrzędnych (x, y) i rozwijając je
w szeregi potęgowe, otrzymamy zależności określające odległości
ogniska merydialnego i sagitalnego względem środka hologramu

$$\frac{1}{R_I^{(1)}} = \frac{1}{f \cos^2 \alpha_C} - \frac{1}{R_C} , \quad (1.8)$$

$$\frac{1}{R_I^{(s)}} = \frac{1}{f} - \frac{1}{R_c},$$

gdzie kąt α_c jest kątem nachylenia promienia głównego wiązki światła emitowanego z punktu odwzorowywanego (p. rys.2), a odległość ogniskowa elementu holograficznego jest zdefiniowana wzorem

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{R_o} - \frac{1}{R_R}. \quad (1.9)$$

Wielkości R_o i R_R określają położenie źródeł światła, a więc punktów przedmiotowego i odniesienia względem środka hologramu w czasie jego tworzenia, natomiast R_c określa położenie źródła punktowego, które jest odwzorowane przez holograficzny element optyczny.

1.2. Charakterystyka źródeł światła i osrodka rejestrującego

Podstawą tworzenia holograficznych elementów optycznych jest proces interferometryczny, wymagający promieniowania koherentnego. Z wielu różnego rodzaju laserów reprezentujących źródła światła koherentnego stosowanych w holografii, na wyróżnienie zasługują przede wszystkim lasery gazowe, z których podstawową rolę odgrywa laser helowo-neonowy (He-Ne), emitujący światło o długości fali $\lambda = 632,8 \text{ nm}$, oraz jonowy laser argonowy (Ar), pracujący głównie na długościach fal $\lambda_1 = 488,0 \text{ nm}$, $\lambda_2 = 514,5 \text{ nm}$ i $\lambda_3 = 476,5 \text{ nm}$. Lasery He-Ne z krótkimi rurami wyładowczymi ($\sim 10 \text{ cm}$) wzbudzają jeden rodzaj drgań, ponieważ odstęp częstotściowy między sąsiednimi modami podłużnymi jest stosunkowo duży, a moc promieniowania jest mała, rzędu kilku dziesiątych miliwata. Lasery helowo-neonowe z rezonatorami o długości powyżej metra mają większą moc promieniowania rzędu kilkudziesięciu miliwatów, przy niewielkiej długości koherencji. W celu zwiększenia czasu koherencji opracowano wiele różnych

sposobów selekcji modów podłużnych, polegających na osłabieniu niepożądanych drgań. Analizę koherencji promieniowania laserowego przeprowadza się w oparciu o badanie kontrastu prążków interferencyjnych, utworzonych w wyniku interferencji fal świetlnych przebywających różne drogi, np. w interferometrze Michelsona. Posługując się przyrządem spektralnym o dużej zdolności rozdzielczej, dokonuje się pomiaru koherencji czasowej przez wyznaczenie szerokości linii widmowej. Natomiast koherencję przestrzenną promieniowania określa się za pomocą interferencji wiązek świetlnych, emitowanych przez źródło w różnych kierunkach i pomiaru kontrastu utworzonych w ten sposób prążków interferencyjnych. Okazuje się, że kontrast struktury prążków interferencyjnych jest proporcjonalny do stopnia koherencji przestrzenno-czasowej [102-103].

Podstawowym zagadnieniem tworzenia holograficznych elementów optycznych wysokiej jakości jest problem wymogu odnośnie koherencji przestrzennej i czasowej stosowanego światła laserowego. Chodzi tu bowiem o rejestrację określonych informacji badanych obiektów bez straty ich amplitudy i fazy. Holograficzne elementy optyczne mogą być również utworzone za pomocą światła o niekoherencji przestrzennej, a więc charakteryzującego się tylko koherencją czasową. W tego rodzaju hologramach istnieje możliwość uzyskania odpowiedniego rozkładu natężenia oświetlenia zgodnie ze strukturą powierzchniową badanego obiektu przy całkowitej utracie informacji fazowych. Podstawą holografii niekoherentnej przestrzennie jest nagromadzenie kolejno po sobie prążków interferencyjnych pochodzących od różnych elementów przedmiotowych w czasie kolejnych, po sobie następujących ekspozycji. Ta charakterystyczna właściwość hologramu umożliwia traktowanie przedmiotu niekoherentnego jako wielkiej liczby elementów, z których każdy jest zdolny do tworzenia własnego obrazu

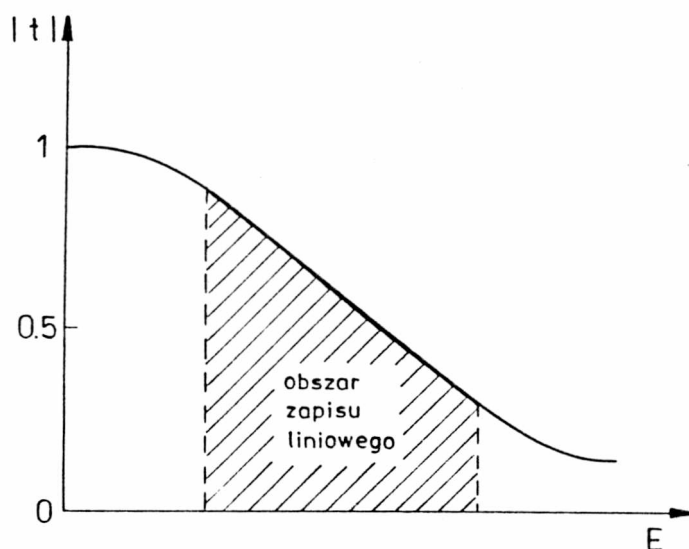
interferencyjnego. Traktowanie więc przedmiotu jako układ elementów niekoherentnych przestrzennie i nagromadzenie odpowiednich intensywności w ośrodku światłoczułym nie wymaga koherencji przestrzennej światła. Pomimo tego jednak na każdym elemencie przedmiotu światło rozproszone ulega rozdzieleniu na fale koherentne przestrzennie, które tworzą odpowiednio kontrastowy układ prążków interferencyjnych. Jedynym warunkiem dobrego kontrastu obrazu interferencyjnego jest wtedy wyłącznie wysoka monochromatyczność promieniowania. Promieniowanie o małej koherencji czasowej charakteryzuje się na ogół małą intensywnością i nie znajduje w holografii szerszego zastosowania. Jest to promieniowanie z wąskimi liniami widmowymi, np. promieniowanie emitowane przez niskociśnieniową lampę rtęciową z filtrem wydzielającym jedną z linii widmowych o długości koherencji kilku milimetrów. W przypadku natomiast wysokociśnieniowych lamp rtęciowych intensywność promieniowania jest bardzo duża, ale długość koherencji nie przekracza dziesiątej części milimetra. Stąd też tworzenie hologramów za ich pomocą wymaga bardzo precyzyjnego ustawienia i wyjustowania urządzenia. Pomimo tych trudności osiągnięcia w zakresie holografii nielaserowej są tak wyraźne, że w niektórych przypadkach jakość uzyskanych obrazów nie ustępuje jakości obrazów rekonstruowanych z konwencjonalnych hologramów.

Tworzenie hologramu dokonuje się w wyniku interferencji fali przedmiotowej z falą odniesienia w ośrodku światłoczułym, który zostaje naświetlony w zależności od odpowiedniego rozkładu intensywności prążków interferencyjnych. W ten sposób następuje zmiana własności fizycznych warstwy, dzięki reakcji materiału światłoczułego na modulowane ekspozycje, wywołane zmianami prążków interferencyjnych. Amplituda zespolona transmitancji takiego materiału może być przedstawiona w postaci funkcji

$$t(a, n) = \exp(-a h) \exp\left[-i \left(2\pi n \frac{h}{\lambda}\right)\right] =$$

$$= |t| \exp(-i \phi), \quad (1.10)$$

gdzie a jest stałą absorpcji, n - współczynnikiem załamania warstwy o grubości h . Jeżeli stała a zmienia się ze zmianą ekspozycji, to mamy do czynienia z hologramami amplitudowymi. W przypadku natomiast hologramów fazowych $a = 0$ i współczynnik załamania n lub grubość h warstwy zmienia się ze zmianą ekspozycji. Reakcja materiału światłoczułego może być wtedy opisana graficznie za pomocą transmitancji amplitudowej, jako funkcji ekspozycji: $|t| = f(E)$ lub za pomocą przesunięcia fazowego w zależności od ekspozycji: $\Delta\phi = f(E)$, p. rys. 3 i 4.



Rys. 3. Krzywa zależności transmitancji amplitudowej od ekspozycji

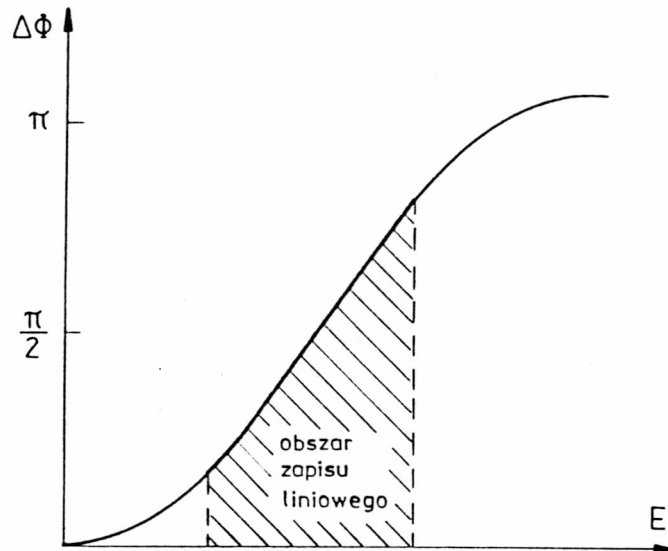
Jeżeli fazę fali przedmiotowej i fali odniesienia w danym punkcie ośrodka rejestrującego oznaczyć odpowiednio przez ϕ_0 i ϕ_R , to intensywność prążków interferencyjnych w tym punkcie określona jest wzorem

$$I = \langle I \rangle [1 + V \cos (\phi_o - \phi_R)] , \quad (1.11)$$

gdzie $\langle I \rangle$ jest uśrednionym natężeniem promieniowania, V - widzialnością (kontrastem) prążków interferencyjnych określona wzorem

$$V = \frac{I_{\max} - I_{\min}}{I_{\max} + I_{\min}} , \quad (1.12)$$

przy czym $I_{\max}$ i $I_{\min}$ opisuje odpowiednio maksymalną i minimalną wartość intensywności światła w danym punkcie ośrodka rejestrującego.



Rys. 4. Krzywa zależności przesunięcia fazowego ośrodka rejestrującego od ekspozycji

Podstawowym warunkiem tworzenia wysokiej jakości hologramu, a więc optymalnej rejestracji prążków interferencyjnych jest właściwy dobór czasu ekspozycji, odpowiedni stosunek luminancji przedmiotu do luminancji źródła odniesienia, oraz właściwy dobór emulsji i jej odpowiednia obróbka. Realizacja tego warunku może mieć miejsce tylko podczas liniowej rejestracji prążków interferencyjnych, tj., gdy ekspozycja emulsji światłoczułej odpowiada prostoliniowej charakte-

rystyce $|t| = f(E)$, p. rys.3 . Jeżeli natomiast wartość ekspozycji w maksimach i minimach interferencyjnych struktury holograficznej wykracza poza przedział liniowej charakterystyki transmitancji amplitudowej, to nieliniowy zapis hologramu powoduje powstanie błędów amplitudy wiązek pierwszego rzędu oraz tworzenie wiązek dyfrakcyjnych wyższych rzędów. Wpływ nieliniowej rejestracji prążków interferencyjnych na jakość rekonstruowanych obrazów pierwszego rzędu jest oczywisty. W wielu przypadkach rekonstrukcji frontu falowego z hologramów nieliniowych pojawiają się (oprócz obrazów pierwszego rzędu) wiązki świetlne tworzące obrazy wyższych rzędów. W tej sytuacji faza obrazu m -tego rzędu różni się m razy od fazy obrazu pierwszego rzędu, wobec czego rozkład luminacji obrazów jest silnie zniekształcony.

1.3. Zdolność rozdzielcza elementu holograficznego

Obok nieliniowego charakteru rejestracji materiału światłoczułego objawiającego się tym, że rozkład transmitancji na holograficznym elemencie optycznym różni się zasadniczo od rozkładu intensywności światła podczas jego tworzenia, występują dodatkowe zniekształcenia zależne od własności struktury ośrodka rejestrującego. W wyniku tych zniekształceń obserwuje się wyraźne rozmycie obrazów poszczególnych punktów, zakodowanych w postaci hologramu. Wielkością charakteryzującą błąd odwzorowania podczas rekonstrukcji frontu falowego jest zdolność rozdzielcza holograficznego elementu optycznego, którą określamy graniczną wartością kąta lub graniczną odległością między rozdzielanymi punktami obrazowymi. Źródłem małej zdolności rozdzielczej są aberracje elementu odwzorowującego, natomiast w przypadku idealnego elementu ograniczenie zdolności rozdzielczej jest spowodowane wyłącznie dyfrakcją światła na diafrag-

mie aperturowej. Graniczna wartość zdolności rozdzielczej kątowej i liniowej hologramu [43] jest określona wzorem odpowiednio

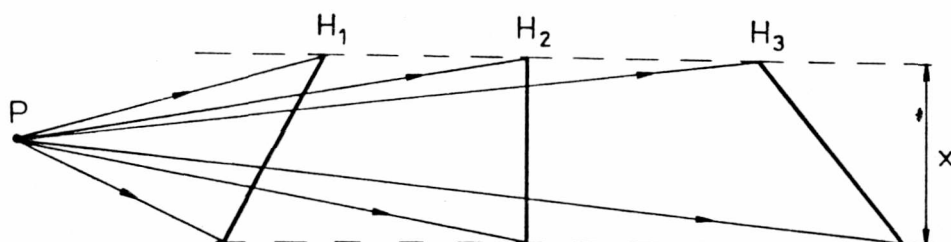
$$\varepsilon = \frac{\lambda}{x},$$

oraz

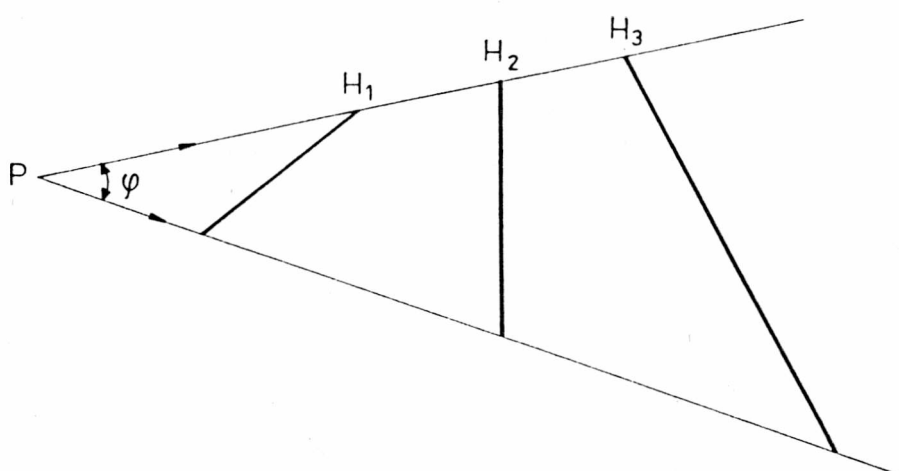
$$\delta = \frac{\lambda}{\varphi},$$

(1.13)

gdzie x jest szerokością rzutu hologramu na płaszczyznę prostopadłą do kierunku obserwacji, φ natomiast jest kątową szerokością hologramu. Ze wzorów tych wynika, że kątowa zdolność rozdzielcza hologramu zależy tylko od jego liniowych rozmiarów, a liniowa zdolność rozdzielcza - od kątowych rozmiarów hologramu. Rys.5 ilustruje położenie trzech różnych hologramów o jednakowej wartości kątowej zdolności rozdzielczej przy różnych wartościach liniowej zdolności rozdzielczej, natomiast rys. 6 ilustruje położenie trzech różnych hologramów o jednakowej wartości liniowej zdolności rozdzielczej przy różnych wartościach kątowej zdolności rozdzielczej. Wzory (1.13) stosuje się do hologramów utworzonych przy dowolnej konfiguracji geometrycznej układu. W przypadku zwiększenia rozmiarów hologramu następuje wzrost maksymalnej częstości przestrzennej tworzących się prążków interferencyjnych. Wreszcie dochodzi do takiej



Rys. 5. Trzy hologramy H_1 , H_2 , H_3 przedmiotu punktowego P o jednakowej wartości kątowej zdolności rozdzielczej.



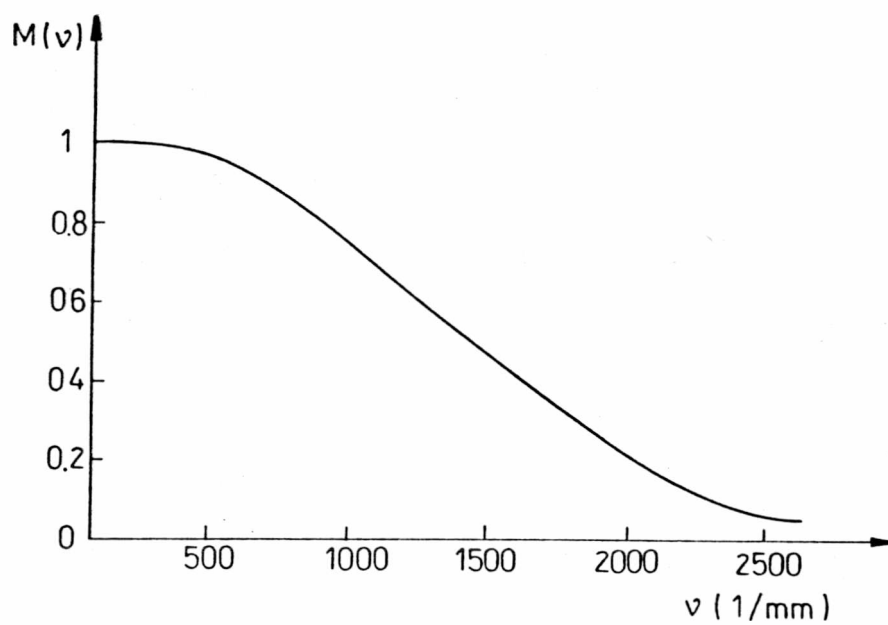
Rys. 6. Trzy hologramy H_1 , H_2 , H_3 przedmiotu punktowego P o jednakowej wartości liniowej zdolności rozdzielczej.

wartości częstości przestrzennej struktury hologramu, która odpowiada częstości granicznej zdolności rozdzielczej emulsji fotograficznej. Oznacza to, że dalsze zwiększanie hologramu jest bezużyteczne, ponieważ ośrodek światłoczuły nie jest wtedy w stanie rozdzielić struktury tworzących się prążków interferencyjnych hologramu. Jeżeli chodzi o rzeczywiste ośrodki rejestrujące hologramy, to decydujący wpływ na zdolność rozdzielczą i luminancję rekonstruowanych obrazów posiada modulacyjna funkcja przenoszenia [14, 61], określona stosunkiem kontrastu (1.12) obrazu na wyjściu do kontrastu obrazu na wejściu układu

$$M(\nu) = \frac{V'(\nu)}{V(\nu)}, \quad (1.14)$$

gdzie ν jest częstością przestrzenną odwzorowanej struktury. Częstość przestrzenna prążków interferencyjnych natomiast zmienia się na ogół w obszarze całego hologramu, wobec czego odpowiednio do zmian modulacyjnej funkcji przenoszenia obserwuje się zmianę zdolności dyfrakcyjnej hologramu w całej jego aperturze. Wszystkie tego rodzaju zauważalne zmiany muszą być uwzględnione podczas

badania i oceny własności odwzorowujących holograficznych elementów optycznych. Wyjątek stanowią tu hologramy obrazowe oraz fourierowskie, w których obserwuje się stałą wartość częstości przestrzennej w obszarze całego hologramu. Modulacyjna funkcja przenoszenia ośrodka rejestrującego wpływa tylko na luminancję obrazu, którego zdolność rozdzielcza jest w tym przypadku określona aperturą hologramu. Kontrast obrazu interferencyjnego zależy od częstości przestrzennej prążków hologramu i jest tym mniejszy, im większa jest jego częstość przestrzenna. Kontrast prążków jest opisany modulacyjną funkcją przenoszenia, zwaną też funkcją przenoszenia kontrastu, która charakteryzuje przekształcenie kontrastu rozkładu sinusoidalnego natężenia światła w przedmiocie, w kontrast obrazu badanego przedmiotu. W przypadku określenia funkcji przenoszenia kontrastu ośrodka rejestrującego (np. emulsji fotograficznej) zastępujemy transmitancję intensywności światła w (1.12) odpowiadającym im wartościom ekspozycji za pośrednictwem krzywej Hurtera i Driffielta [10, 21, 31, 33, 102]. Ze względu na liniową rejestrację prążków hologramu, w zagadnieniach holograficznych posługujemy się raczej funkcją przenoszenia kontrastu (1.14), zdefiniowaną za pomocą intensywności (1.12), ponieważ pozwala ona jednocześnie na określenie zdolności dyfrakcyjnej hologramu. Rys. 7 przedstawia funkcję przenoszenia kontrastu dla materiału fotograficznego Kodak 649F, z której widać zmianę kontrastu w szerokich przedziałach wartości zdolności rozdzielczej emulsji światłoczułej. Granica zdolności rozdzielczej emulsji określa jednocześnie dopuszczalną, maksymalną wartość częstości przestrzennej, przy której rozróżnić można jeszcze strukturę obrazu.



Rys. 7. Funkcja przenoszenia kontrastu emulsji fotograficznej Kodak 649F.

2. PŁYTKA STREFOWA FRESNELA I JEJ ROLA W HOLOGRAFII

2.1. Charakterystyka własności ogniskujących płytki strefowej.

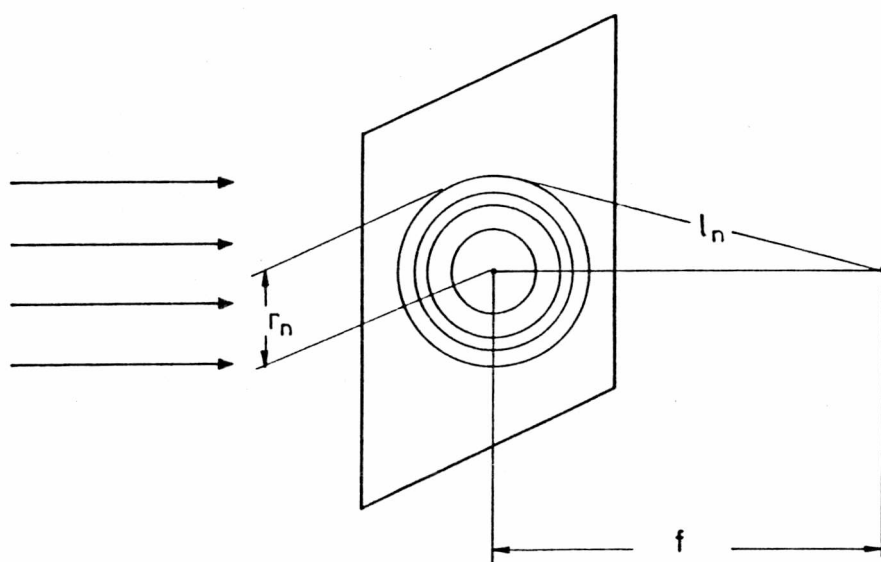
Płytką strefową Fresnela o określonej strukturze dyfrakcyjnej działa podobnie jak soczewka stosowana do przekształcania wiązek świetlnych np. rozbieżnych w zbieżne, które obserwuje się w przypadku tworzenia rzeczywistych obrazów optycznych. W odróżnieniu od konwencjonalnej soczewki wykorzystującej zjawisko załamania światła na granicy dwóch różnych ośrodków, własności ogniskujące płytki strefowej uzależnione są od jej struktury dyfrakcyjnej, a więc od zjawiska dyfrakcji światła na nią padającego. Klasyczna płytka strefowa składa się z układu współśrodkowych pierścieni naprzemian przezroczystych i nieprzezroczystych, na granicach których następuje dyfrakcja światła, i charakteryzuje się wieloma ogniskami reprezentującymi poszczególne rzędy ugięcia. Promień krzywizny r_n pierścienia n -tej strefy przyjmuje taką wartość, aby różnica dróg optycznych między skrajnym a osiowym promieniem świetlnym (rys. 8) spełniała warunek

$$l_n - f = \frac{n \lambda}{2} , \quad (2.1)$$

gdzie $n = 0, 1, 2, \dots$, a λ jest długością fali światła stosowanego.

Korzystając z zależności $r_n^2 = l_n^2 - f^2$ (p. rys. 8), otrzymamy

$$r_n = \sqrt{\frac{n^2 \lambda^2}{4} + n f \lambda} . \quad (2.2)$$



Rys. 8. Zjawisko ogniskowania płytki strefowej Fresnela.

Na ogół $f \gg \frac{n\lambda}{2}$, wtedy

$$r_n = \sqrt{n f \lambda} . \quad (2.3)$$

W ten sposób koncentryczny układ pierścieni na płytce posiada właściwość ogniskowania płaskiej fali monochromatycznej z dużą intensywnością. Odległość ogniskowa takiej płytki jest bowiem zgodnie ze wzorem (2.3) określona formułą

$$f = \frac{r_n^2}{n \lambda} . \quad (2.4)$$

Ze wzoru (2.4) wynika, że ogniskowa ustalonej struktury dyfrakcyjnej (płytki strefowej) zmienia się w zależności od długości fali stosowanego światła. Iloczyn ogniskowej płytki strefowej i długości fali promieniowania jest w tym przypadku wielkością stałą $f \lambda = \text{const}$ i określa rozmiary elementu ogniskującego. Jeżeli transmitancja płytki strefowej Fresnela zmienia się sinusoidalnie, to mamy do czynienia z soczewką strefową Fresnela.

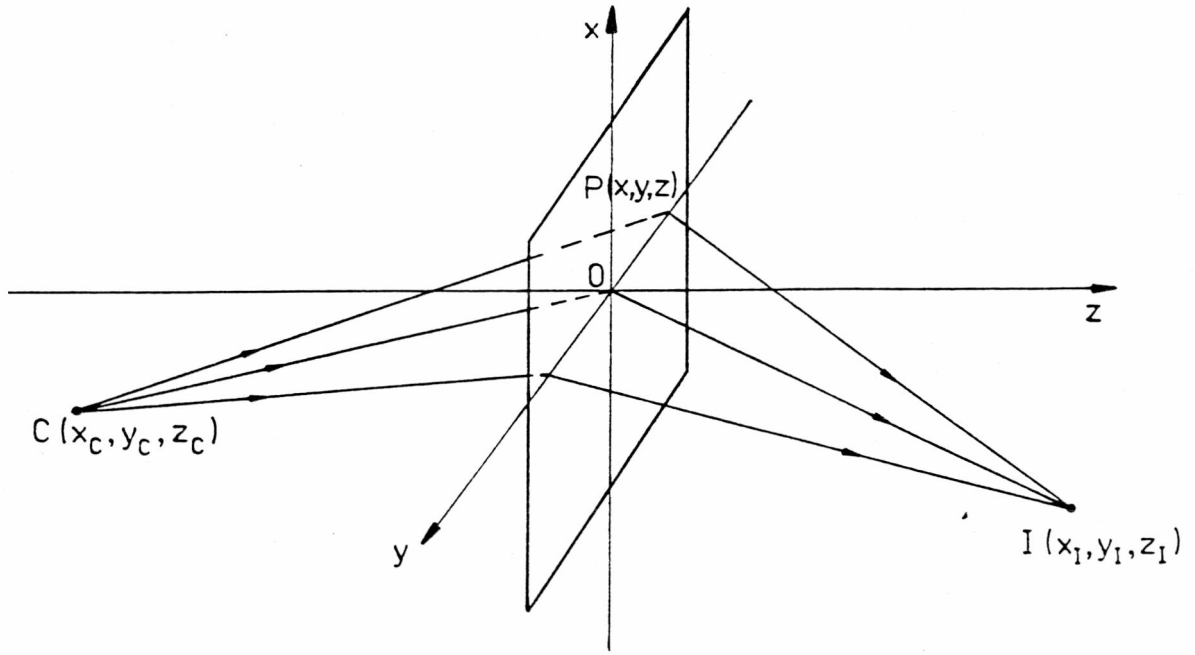
2.2. Tworzenie obrazów.

Analogicznie do soczewki konwencjonalnej, płytka strefowa tworzy obrazy również przedmiotów rozciągniętych, ale obrazy te są słabej jakości. Przyczyną tego jest bowiem fakt, że obok obrazów powstałych wskutek ugięcia światła pierwszego rzędu, tworzą się odpowiednie obrazy pozorne oraz słabej intensywności obrazy odpowiednio do ugięcia wyższych rzędów. Korzyść elementów optycznych charakteryzujących się pojedynczym ogniskowaniem jest wyraźna, ponieważ rozmycie obrazów tworzonych za pomocą płytek strefowych jest w tym przypadku eliminowane [22]. Konwencjonalna płytka strefowa ze zmieniającymi się na przemian przezroczystymi i nieprzezroczystymi strefami charakteryzuje się transmitancją amplitudową o kształcie kwadratowym. Gdyby zbudować płytkę strefową o transmitancji amplitudowej, zmieniającej się sinusoidalnie, wtedy charakteryzowałaby się ona pojedynczym dodatnim i pojedynczym ujemnym (ogniskowaniem) ogniskiem. Notabene, płytki strefowe transmitują też światła zerowego rzędu, które wpływa na redukcję kontrastu obrazu.

Położenie obrazu $I(x_I, y_I, z_I)$ utworzonego za pomocą wiązki świetlnej emitowanej ze źródła (przedmiotu) $C(x_C, y_C, z_C)$ i ugiętej na płytce strefowej (rys. 9), wyznaczyć można w oparciu o zasadę Fermata [24, 51], według której droga optyczna

$$F = \overline{CP} + \overline{PI} + \frac{x^2 + y^2}{2r_1^2} m \lambda \quad , \quad (2.5)$$

przyjmuje wartość minimalną, gdzie r_1 jest promieniem krzywizny pierwszej strefy płytki odwzorującej, m - jest rzędem ugięcia, a λ - długością fali światła.



Rys. 9. Tworzenie obrazu I przedmiotu C za pomocą płytki strefowej.

Oznacza to, że idealny obraz przedmiotu $C(x_C, y_C, z_C)$ otrzymamy w punkcie $I(x_I, y_I, z_I)$ w przypadku, gdy pochodne cząstkowe funkcji $F(x, y)$ określające drogę optyczną [51] przyjmują wartość zero :

$$\frac{\partial F(x, y)}{\partial x} = 0, \quad \frac{\partial F(x, y)}{\partial y} = 0, \quad (2.6)$$

gdzie

$$\begin{aligned} \frac{\partial F(x, y)}{\partial x} = & - \left[\frac{x_C}{z_C} \left(1 + \frac{x_C^2 + y_C^2}{z_C^2} \right)^{-1/2} + \frac{x_I}{z_I} \left(1 + \frac{x_I^2 + y_I^2}{z_I^2} \right)^{-1/2} \right] + \\ & + x \left[\frac{1}{z_C} \left(1 + \frac{x_C^2 + y_C^2}{z_C^2} \right)^{-1/2} + \frac{1}{z_I} \left(1 + \frac{x_I^2 + y_I^2}{z_I^2} \right)^{-1/2} + \right. \\ & \left. + \frac{m \lambda}{r_1^2} \right] - \left[\frac{x_C (x_C x + y_C y)}{z_C^3} + \frac{x_I (x_I x + y_I y)}{z_I^3} \right] + \\ & + x y \left[\frac{y_C}{z_C^3} + \frac{y_I}{z_I^3} \right] + \frac{1}{2} y^2 \left[\frac{x_C}{z_C^3} + \frac{x_I}{z_I^3} \right] + \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + \frac{3}{2} x^2 \left[\frac{x_c}{z_c^3} + \frac{x_i}{z_i^3} \right] - \frac{1}{2} x (x^2 + y^2) \left[\frac{1}{z_c^3} + \frac{1}{z_i^3} \right] + \\
& + O \left(\frac{\varepsilon^5}{z_c^5} \right)
\end{aligned} \tag{2.7}$$

$$\begin{aligned}
\frac{\partial F(x, y)}{\partial y} = & - \left[\frac{y_c}{z_c} \left(1 + \frac{x_c^2 + y_c^2}{z_c^2} \right)^{-1/2} + \frac{y_i}{z_i} \left(1 + \frac{x_i^2 + y_i^2}{z_i^2} \right)^{-1/2} \right] + \\
& + y \left[\frac{1}{z_c} \left(1 + \frac{x_c^2 + y_c^2}{z_c^2} \right)^{-1/2} + \frac{1}{z_i} \left(1 + \frac{x_i^2 + y_i^2}{z_i^2} \right)^{-1/2} + \frac{m \lambda}{r_i^2} \right] - \\
& - \left[\frac{y_c (x_c x + y_c y)}{z_c^3} + \frac{y_i (x_i x + y_i y)}{z_i^3} \right] + \frac{3}{2} y^2 \left[\frac{y_c}{z_c^3} + \frac{y_i}{z_i^3} \right] + \\
& + \frac{1}{2} x^2 \left[\frac{y_c}{z_c^3} + \frac{y_i}{z_i^3} \right] + x y \left[\frac{x_c}{z_c^3} + \frac{x_i}{z_i^3} \right] + \\
& - \frac{1}{2} y (x^2 + y^2) \left[\frac{1}{z_c^3} + \frac{1}{z_i^3} \right] + O \left(\frac{\varepsilon^5}{z_c^5} \right) ,
\end{aligned}$$

przy czym $O \left(\varepsilon^5 / z_c^5 \right)$ zawiera wyrażenia wyższych rzędów. Jeżeli zmniejszyć aperturę elementu odwzorowującego, to aberracje ulegają redukcji w ten sposób, że dla apertury obejmującej wyłącznie przyosiową wiązkę przechodzącą przez centralną część płytki strefowej utworzony zostanie idealny obraz gaussowski. Korzystając z warunków (2.6) przy założeniu $x = y = 0$, równania (2.7) przyjmują postać

$$\frac{x_c}{z_c} \left(1 + \frac{x_c^2 + y_c^2}{z_c^2} \right)^{-1/2} + \frac{x_i}{z_i} \left(1 + \frac{x_i^2 + y_i^2}{z_i^2} \right)^{-1/2} = 0 ,$$

oraz

(2.8)

$$\frac{y_c}{z_c} \left(1 + \frac{x_c^2 + y_c^2}{z_c^2} \right)^{-1/2} + \frac{y_i}{z_i} \left(1 + \frac{x_i^2 + y_i^2}{z_i^2} \right)^{-1/2} = 0 ,$$

gdzie (x_i, y_i, z_i) są współrzędnymi punktu obrazu gaussowskiego.

Rozwiązanie tych równań prowadzi do zależności :

$$\frac{x_c}{z_c} = - \frac{x_i}{z_i} , \quad \frac{y_c}{z_c} = - \frac{y_i}{z_i} . \quad (2.9)$$

Znak wielkości z_i jest dodatni w przypadku, gdy obraz i przedmiot (źródło) znajdują się po przeciwnych stronach płytki strefowej. Z wyrażen (2.9) wynika, że droga promienia głównego przechodzącego przez środek płytki strefowej jest linią prostą. Zakładając, że

$$x_I = x_i + \Delta x_I , \quad y_I = y_i + \Delta y_I$$

i rozwijając w szereg pierwsze nawiasy równań (2.7) otrzymamy

$$\begin{aligned} \frac{\Delta x_I}{z_i} &= x \left[\frac{1}{z_c} + \frac{1}{z_i} + \frac{m \lambda}{r_1^2} \right] + O \left(\frac{\varepsilon^3}{z_c^3} \right) , \\ \frac{\Delta y_I}{z_i} &= y \left[\frac{1}{z_c} + \frac{1}{z_i} + \frac{m \lambda}{r_1^2} \right] + O \left(\frac{\varepsilon^3}{z_c^3} \right) , \end{aligned} \quad (2.10)$$

gdzie Δx_I i Δy_I reprezentują aberracje w kierunkach odpowiednio x i y . Zminimalizowanie aberracji można osiągnąć przez wprowadzenie warunku

$$\frac{1}{z_c} + \frac{1}{z_i} + \frac{m \lambda}{r_1^2} = 0 , \quad (2.11)$$

a więc przez znikanie wyrażenia pierwszego rzędu w równaniach (2.10). Równanie (2.11) potwierdza własności ogniskujące płytki strefowej, ponieważ dla wiązki promieni równoległych $x_c = \infty$ otrzymamy wyrażenie

$$\frac{1}{z_i} = \frac{m \lambda}{r_1^2}$$

określające znane wyrażenie (2.4) na ogniskową płytki strefowej.

Mamy bowiem $z_i = f = r_1^2 / m \lambda$.

2.3. Aberracje trzeciego rzędu.

Obok idealnych obrazów tworzonych w gaussowskiej płaszczyźnie obrazu spełniających równanie (2.11), powstają pewne zaburzenia reprezentowane za pomocą członu $O(\varepsilon^3 / z_c^3)$. W przypadku symetrycznego układu optycznego ogólny charakter ujęcia problemu zostanie również zachowany dla $x_c = x_i = 0$. Współrzędne cylindryczne zastosowane w płaszczyźnie apertury płytki strefowej są związane ze współrzędnymi kartezjańskimi równaniami

$$x = r \sin \theta, \quad y = r \cos \theta.$$

Stosując równania (2.8), (2.9) i (2.11) oraz rozwijając w szereg równania (2.7), przy zaniedbaniu wyrazów wyższych rzędów otrzymamy

$$\begin{aligned} \frac{\Delta x_I}{z_i} = & -\frac{1}{2} r \left[\frac{y_c^2}{z_c^3} + \frac{y_i^2}{z_i^3} \right] \sin \theta + r^2 \left[\frac{y_c}{z_c^3} + \frac{y_i}{z_i^3} \right] \sin \theta \cos \theta + \\ & -\frac{1}{2} r^3 \left[\frac{1}{z_c^3} + \frac{1}{z_i^3} \right] \sin \theta + O\left(\frac{\varepsilon^5}{z_c^5} \right), \end{aligned} \quad (2.12)$$

$$\frac{\Delta y_I}{z_i} = -\frac{3}{2} r \left[\frac{y_c^2}{z_c^3} + \frac{y_i^2}{z_i^3} \right] \cos \theta + \frac{1}{2} r^2 (1 + 2 \cos^2 \theta) \cdot$$

$$\cdot \left[\frac{y_c}{z_c^3} + \frac{y_i}{z_i^3} \right] - \frac{1}{2} r^3 \left[\frac{1}{z_c^3} + \frac{1}{z_i^3} \right] \cos \theta + O\left(\frac{\varepsilon^5}{z_c^5} \right),$$

gdzie Δx_I i Δy_I określają odpowiednio składowe x i y aberracji w gaussowskiej płaszczyźnie obrazu.

Rozpatrzmy przypadki :

1) Człon proporcjonalny do r^3 (przypadek $y_c = y_i = 0$) ;

Równania (2.12) przyjmują tu postać :

$$\frac{\Delta x_I}{z_i} = -\frac{1}{2} r^3 \left[\frac{1}{z_c^3} + \frac{1}{z_i^3} \right] \sin \Theta ,$$

$$\frac{\Delta y_I}{z_i} = -\frac{1}{2} r^3 \left[\frac{1}{z_c^3} + \frac{1}{z_i^3} \right] \cos \Theta ,$$

które po odpowiednim przekształceniu i wyeliminowaniu kąta Θ prowadzą do równania

$$(\Delta x_I)^2 + (\Delta y_I)^2 = (\Delta r)^2 = \left[\frac{1}{2} z_i r^3 \left[\frac{1}{z_c^3} + \frac{1}{z_i^3} \right] \right]^2 . \quad (2.13)$$

Z równania powyższego wynika, że wiązka światła emitowana z punktu przedmiotowego C, przechodząca przez powierzchnię strefy płytki o promieniu r powoduje rozmycie obrazu w płaszczyźnie Gaussa, którego kształt ma postać plamki o promieniu Δr . W tej sytuacji mówimy o aberracji sferycznej poprzecznej, która określona jest wzorem :

$$\Delta r = \frac{1}{2} z_i r^3 \left[\frac{1}{z_c^3} + \frac{1}{z_i^3} \right] , \quad (2.14)$$

natomiast aberracja sferyczna podłużna - wzorem :

$$\Delta S = \frac{f \Delta r}{r + \Delta r} = \frac{r^2 f}{r^2 + 2f^2} \approx \frac{r^2}{2f} . \quad (2.15)$$

W ogólności aberracja sferyczna powoduje ograniczanie efektywnego pola czynnego płytki strefowej, którą wykorzystuje się

dla światła prostopadle nań padającego. Jakość tworzonego obrazu określamy najczęściej za pomocą warunku Rayleigh'a

$$\int_0^{r_{\text{opt}}} \frac{\partial F}{\partial r} dr \leq \frac{\lambda}{4}, \quad (2.16)$$

który po wykorzystaniu równania (2.14) przyjmuje postać

$$\frac{1}{8} r_{\text{opt}}^4 \left(\frac{1}{z_c^3} + \frac{1}{z_i^3} \right) = \frac{\lambda}{4}. \quad (2.17)$$

Stąd optymalny promień krzywizny określający graniczną strefę płytki strefowej wyraża się wzorem

$$r_{\text{opt}} = \left[\frac{2 \cdot \lambda}{\left(\frac{1}{z_c^3} + \frac{1}{z_i^3} \right)} \right]^{1/4}. \quad (2.18)$$

Dla $z_c = \infty$, $z_i = f$ oraz

$$r_{\text{opt}} = \sqrt[4]{2 \lambda f^3}. \quad (2.19)$$

W tej sytuacji po wykorzystaniu równań (2.3) i (2.4) optymalne wartości promienia krzywizny i numeru kołowej strefy płytki wyrażają się odpowiednio wzorami

$$r_{\text{opt}} = r_1 \left[\sqrt{2} \left(r_1 / \lambda \right) \right]^{1/2} = r_1 \sqrt{n_{\text{opt}}}, \quad (2.20)$$

$$n_{\text{opt}} = \sqrt{2} \left(r_1 / \lambda \right). \quad (2.21)$$

2) Człon proporcjonalny do $r^2 y_c$:

Jeżeli punkt przedmiotowy znajduje się w nieznaczącej odległości poza osią optyczną, to członów zawierające wyrazy proporcjonalne do

y_c^2 mogą być zaniedbane. W związku z tym równania (2.12) przyjmują postać

$$\frac{\Delta x_I}{z_i} = r^2 \left(\frac{y_c}{z_c^3} + \frac{y_i}{z_i^3} \right) \sin \Theta \cos \Theta,$$

$$\frac{\Delta y_I}{z_i} = \frac{1}{2} r^2 \left(\frac{y_c}{z_c^3} + \frac{y_i}{z_i^3} \right) (1 + 2 \cos^2 \Theta).$$

Po wyeliminowaniu kąta Θ , otrzymamy

$$\left[\frac{\Delta x_I}{z_i} \right]^2 + \left[\frac{\Delta y_I}{z_i} - r^2 \left(\frac{y_c}{z_c^3} + \frac{y_i}{z_i^3} \right) \right]^2 = \left[\frac{r^2}{2} \left(\frac{y_c}{z_c^3} + \frac{y_i}{z_i^3} \right) \right]^2. \quad (2.22)$$

Równanie powyższe opisuje grupę okręgów odpowiednio przesuniętych do postaci trójkąta, w wierzchołku którego znajduje się obraz gaussowski badanego punktu przedmiotowego. Aberracja która tu występuje jest komą.

3) Człon proporcjonalny do $r y_c^2$:

W tej sytuacji równania (2.12) określają aberrację wyrażoną w postaci :

$$\frac{\Delta x_I}{z_i} = - \frac{1}{2} r \left(\frac{y_c^2}{z_c^3} + \frac{y_i^2}{z_i^3} \right) \sin \Theta,$$

$$\frac{\Delta y_I}{z_i} = - \frac{3}{2} r \left(\frac{y_c^2}{z_c^3} + \frac{y_i^2}{z_i^3} \right) \cos \Theta.$$

Eliminując kąt Θ , otrzymamy równanie :

$$\left[\frac{\Delta x_I}{\frac{1}{2} r z_i \left(\frac{y_c^2}{z_c^3} + \frac{y_i^2}{z_i^3} \right)} \right]^2 + \left[\frac{\Delta y_I}{\frac{3}{2} r z_i \left(\frac{y_c^2}{z_c^3} + \frac{y_i^2}{z_i^3} \right)} \right]^2 = 1, \quad (2.23)$$

opisujące elipsy dookoła punktowego obrazu gaussowskiego, przy czym stosunek osi dużej do małej ma się tak, jak 3:1. Mamy tu do czynienia z astygmatyzmem, który tworzy dwie prostopadłe względem siebie powierzchnie ogniskowe - sagitalną i merydionalną. W pierwszym przybliżeniu powierzchnie ogniskowe są sferyczne, a ich krzywizny określamy z równań :

$$\frac{\Delta x_I}{r} = \frac{y_i^2}{2 z_i R_s} ,$$

$$\frac{\Delta y_I}{r} = \frac{y_i^2}{2 z_i R_t} ,$$

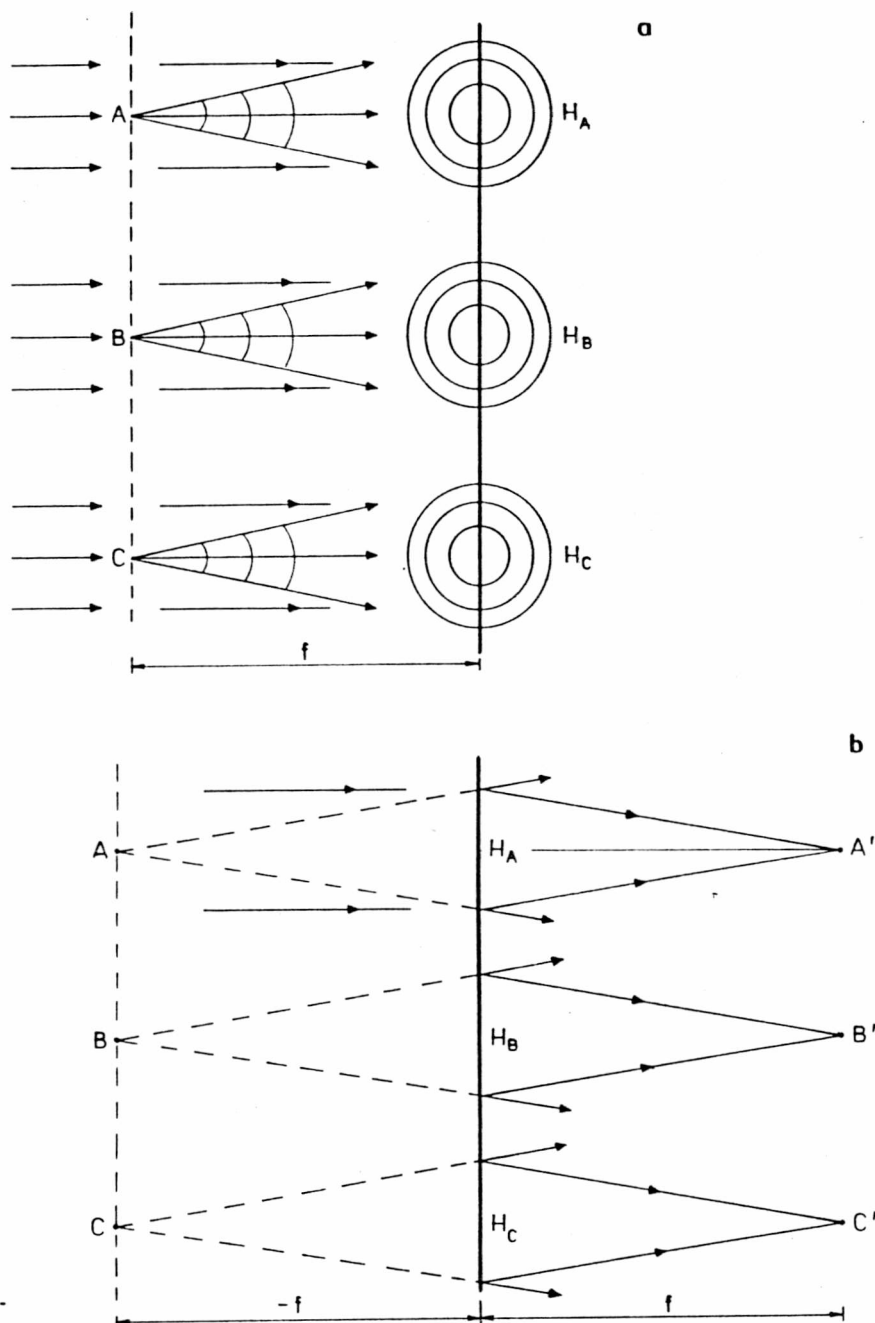
gdzie R_s i R_t są promieniami krzywizny powierzchni odpowiednio sagitalnej i merydionalnej, przy czym [10]

$$R_s = z_i , \quad R_t = z_i / 3 .$$

Jeżeli chodzi o dystorsję, to nie pojawia się ona w obrazie tworzonym za pomocą płytki strefowej Fresnela, ponieważ człony proporcjonalne do y_c^3 charakteryzujące tę aberrację znikają z równań (2.7) ze względu na zależności (2.9).

2.4. Rola płytki strefowej w holografii.

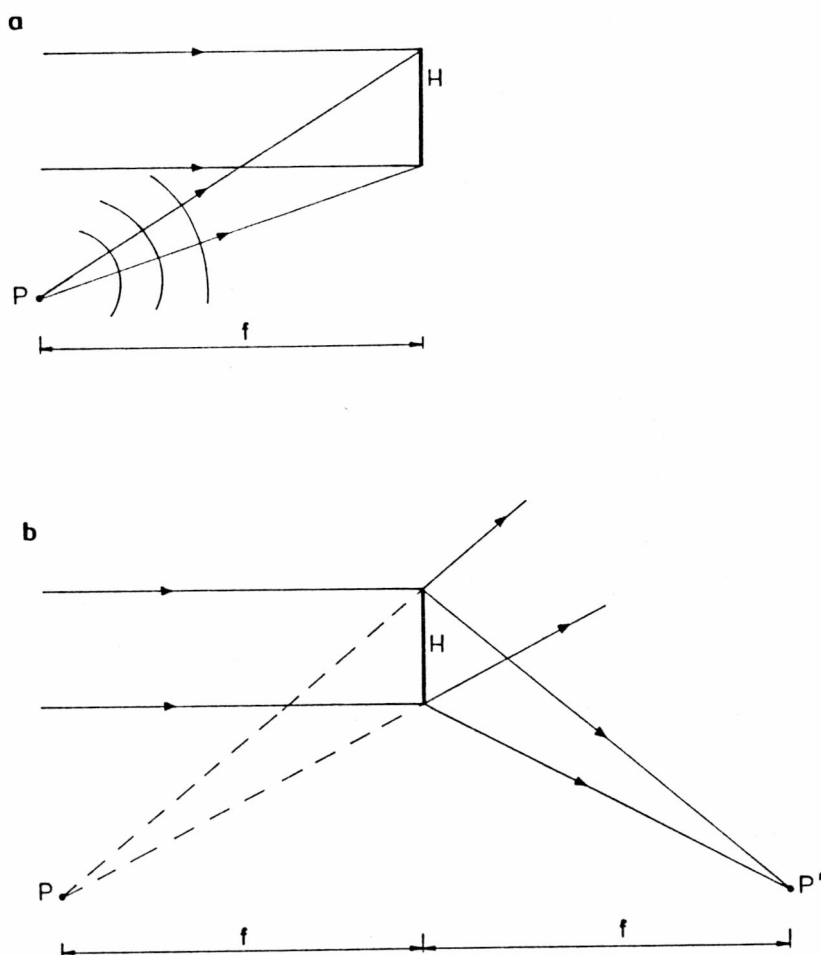
Rys. 10a ilustruje trzy przedmiotowe źródła punktowe A, B i C, które emitują fale sferyczne interferujące z płaską falą odniesienia w płaszczyźnie ośrodka rejestrującego, tworząc hologram osiowy trzech płytek strefowych : H_A , H_B i H_C . Rekonstrukcja tych płytek strefowych falą płaską powoduje tworzenie trzech obrazów rzeczywistych A', B' i C' oraz trzech obrazów pozornych A, B i C, jak pokazano na rys. 10b. Każda z wymienionych płytek strefowych



Rys. 10. (a) Trzy płytki strefowe tworzące hologram osiowy trzech różnych źródeł punktowych, (b) Rekonstrukcja rzeczywistych i pozornych obrazów.

charakteryzuje się tą samą odległością ogniskową. Taka interpretacja własności rekonstrukcji jest pewnym uproszczeniem, ponieważ w praktyce każdy przedmiot składa się z nieskończonej liczby punktów rozpraszających a zatem i odpowiedniej liczby płytek strefowych, które nakładają się na siebie. Rozkłady amplitudy każdej płytki

strefowej muszą być odpowiednio dodane do siebie przy uwzględnieniu odpowiadających im faz. Sumaryczny wynik jest tu reprezentowany przez funkcję zespoloną zawierającą szeregi członów w postaci $2A_R A_O \cos(\pi x^2 / \lambda f)$, gdzie A_R i A_O oznaczają amplitudę odpowiednio fali odniesienia i fali przedmiotowej. Każdy z tych członów reprezentuje sinusoidalną płytkę strefową, którą odzyskuje się przez demodulację zakodowanych informacji (szeregów) za pomocą padającej na uogólnioną płytkę strefową (hologram) płaskiej fali rekonstruującej. Na podkreślenie zasługuje tu fakt, że obecność obrazu pozornego degraduje jakość obrazu rzeczywistego, a to ze względu na osiowy charakter rekonstrukcji. Zgodnie z powyższymi rozważaniami, hologram jest uogólnioną płytką strefową, a więc zbiorem płytek strefowych realizowanych za pomocą padającej nań fali rekonstruującej [38, 39, 101]. Rys. 11a ilustruje tworzenie płytki strefowej pozaosiowego hologramu punktowego, a rys. 11b rekonstrukcję płytki tego hologramu. Tego rodzaju płytki strefowe nie pokrywają się wzajemnie i prowadzą do pozaosiowych rekonstrukcji, jak to zauważyć można na rys. 11. Każda strefa produkuje bowiem fale ugięte pierwszego rzędu, które jako fale zrekonstruowane tworzą obrazy odpowiednio pozorny P i rzeczywisty P' (jako obraz wtórny). W przypadku pozaosiowej rekonstrukcji nie obserwuje się degradacji obrazu, ponieważ fale tworzące obraz pozorny nie spotykają się z falami tworzącymi obraz rzeczywisty i nie interferują ze sobą. Jeżeli chodzi o przyczynki wywołane dyfrakcją drugiego rzędu, to ze względu na lokalizację ich efektów nie mają one również wpływu na jakość tworzonych obrazów pierwszego rzędu. Holografia trójwymiarowa charakteryzuje się tym, że poszczególne punkty przedmiotowe rozpraszające światło znajdują się na ogół w różnych odległościach



Rys. 11. (a) Tworzenie płytki strefowej hologramu, oraz
(b) jej rekonstrukcja.

od tworzącego się hologramu. W związku z tym płytki strefowe takiego hologramu posiadają różniące się między sobą wartości odległości ogniskowej. Każda z tych płytek strefowych rekonstruuje stosownie do swej wartości ogniskowej, tworząc w ten sposób trójwymiarowe obrazy : rzeczywisty i pozorny. Ze względu na pozaosiową strukturę rekonstrukcji, każdy z tych obrazów nie będzie wpływał na obniżenie jakości drugiego. Intensywność rozproszonego promieniowania na przedmiocie jest w czasie rejestracji hologramu różna dla poszczególnych punktów przedmiotowych. Prowadzi to do utworzenia funkcji zespolonej reprezentującej hologram w ten sposób, że fala rekonstruująca demoduluje tę funkcję i odtwarza poprawną intensywność obrazów : rzeczywistego i pozornego.

3. HOLOGRAFICZNE ELEMENTY OPTYCZNE (HOEs)

3.1. Hologram jako element optyczny modulujący falę świetlną.

Hologram jest zapisem prążków interferencyjnych utworzonych w wyniku interferencji światła koherentnych fal: odniesienia i przedmiotowej [33, 54, 82, 92]. W ogólności fala przedmiotowa jest falą zmodulowaną, zawierającą odpowiednio informacje struktury powierzchniowej lub przestrzennej badanego obiektu. W zależności od tego, czy informacje zostały zarejestrowane w postaci zmian absorpcyjnych czy zmian fazowych, rozróżniamy hologramy absorpcyjne lub fazowe. Hologramy absorpcyjne charakteryzują się tym, że światło nań padające jest absorbowane odpowiednio do ekspozycji podczas rejestracji hologramu, natomiast hologramy fazowe - tym, że faza światła padającego zmienia się stosownie do ekspozycji, która w czasie rejestracji wywołała odpowiednie zmiany współczynnika załamania lub zmiany grubości ośrodka rejestrującego. Jeżeli hologram oświetlić falą o amplitudzie zespolonej, którą w jednym wymiarze przedstawiamy w postaci

$$U_c(x) = A_c(x) \exp [i \phi_c(x)] ,$$

to po odpowiedniej modulacji fala ta po przejściu przez hologram przyjmuje postać

$$U_t(x) = A_t(x) \exp [i \phi_t(x)] .$$

Stąd transmitancja amplitudowa hologramu [43] określona jest wzorem

$$T(x) = \frac{A_t(x)}{A_c(x)} \exp \left\{ i \left[\phi_t(x) - \phi_c(x) \right] \right\}. \quad (3.1)$$

Na ogół jednak $U_c = \text{const}$, dlatego też

$$T(x) = A_t(x) \exp \left[i \phi_t(x) \right], \quad (3.2)$$

Jeżeli $\phi_t(x) = \text{const}$ oraz $A_t(x) \neq \text{const}$, to mamy do czynienia z hologramem amplitudowym, ponieważ amplituda fali transmitowanej ulega modulacji. Mamy wtedy

$$A_t(x) = A_c \exp \left\{ \left[-\alpha(x) \right] h \right\}, \quad (3.3)$$

gdzie $\alpha(x)$ jest współczynnikiem absorpcji, a h - grubością ośrodka rejestrującego. Jeżeli założyć liniową zależność gęstości optycznej od logarytmu ekspozycji w czasie tworzenia hologramu, to transmisja amplitudowa (3.2) przyjmie postać

$$T(x) = T_0(E_0) + T_m \cos \left[\omega x - \phi_0(x) \right], \quad (3.4)$$

gdzie E_0 jest średnią wartością ekspozycji, ω - częstością przestrzenną fali nośnej (odniesienia), $\phi_0(x)$ - fazą fali przedmiotowej. Podstawową wielkością charakteryzującą efektywność odwzorowania holograficznego jest wydajność dyfrakcyjna hologramu, określająca stosunek natężenia światła ugiętego na hologramie w pierwszym rzędzie dyfrakcji do natężenia światła na wejściu hologramu

$$\eta = \frac{|U_I|^2}{|U_c|^2}. \quad (3.5)$$

U_I jest więc amplitudą zespoloną fali w pierwszym rzędzie ugięcia, tworzącą obraz pierwotny (lub wtórny). Wydajność dyfrakcyjna hologramu jest funkcją określonych parametrów struktury interferencyjnej, dlatego w celu uzyskania możliwie największej wydajności hologramu,

transmitancja amplitudowa powinna się zmieniać w zakresie od wartości zero do jeden. Wyrażenie (3.4) przyjmuje więc postać

$$T(x) = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cos [\omega x - \phi_0(x)] ,$$

lub

$$T(x) = \frac{1}{2} + \frac{1}{4} \left\{ \exp[i(\omega x - \phi_0)] + \exp[-i(\omega x - \phi_0)] \right\} . \quad (3.6)$$

Wynika stąd, że w szczególnym przypadku amplituda fali obrazowej światła ugiętego na hologramie stanowi 1/4 amplitudy fali światła na wejściu, co prowadzi do maksymalnej wartości zdolności dyfrakcyjnej $\eta_{\max} = (1/4)^2 \cdot 100\% = 6.25\%$.

Jeżeli we wzorze (3.2) faza $\phi_1(x)$ jest wielkością zmienną, a amplituda $A_1(x) = \text{const}$, to faza fali transmitowanej jest modulowana i hologram nazywamy fazowym [21, 43]. Modulacja fazy jest tu uwarunkowana zmianą grubości h emulsji lub zmianą współczynnika załamania n ośrodka rejestrującego :

$$\Delta \phi_1(x) = \frac{2\pi}{\lambda_c} [h \Delta n + (n - 1) \Delta h] . \quad (3.7)$$

W przypadku gdy faza fali przechodzącej przez taki hologram jest proporcjonalna do ekspozycji w czasie jego tworzenia, wtedy zgodnie z (3.2) transmitancja amplitudowa hologramu fazowego ma postać

$$T(x) = A_1 \exp[i b E(x)] ,$$

lub

, (3.8)

$$T(x) = A_1 \exp[i b (A_0^2 + A_R^2)] \exp[i 2 b A_0 A_R \cos(\omega x - \phi_0)] ,$$

gdzie A_0 i A_R są amplitudami fal odpowiednio przedmiotowej i odniesienia w czasie tworzenia hologramu. Korzystając z rozwinięcia funkcji Bessela [43], otrzymamy transmitancję amplitudową

odpowiedzialną za rekonstrukcję frontów falowych w pierwszym rzędzie ugięcia, w następującej postaci

$$\begin{aligned}
 T(x) = & A_1 \exp \left\{ i \left[b (A_0^2 + A_R^2) + \frac{\pi}{2} \right] \right\} J_1 (2b A_0 A_R) \cdot \\
 & \cdot \exp [i (\omega x - \phi_0)] + \\
 & + A_1 \exp \left\{ i \left[b (A_0^2 + A_R^2) + \frac{\pi}{2} \right] \right\} J_1 (2b A_0 A_R) \cdot \\
 & \cdot \exp [-i (\omega x - \phi_0)] ,
 \end{aligned} \tag{3.9}$$

gdzie $J_1(2b A_0 A_R)$ jest funkcją Bessela pierwszego rodzaju i pierwszego rzędu. Jeżeli hologram jest czysto fazowy, to amplituda fali ugiętej pierwszego rzędu jest określona właśnie funkcją Bessela $J_1(2b A_0 A_R)$, ponieważ $A_1 = 1.0$. W tym przypadku wydajność dyfrakcyjna jest więc równa kwadratowi funkcji Bessela: $[J_1(2b A_0 A_R)]^2$, którego maksymalna wartość wynosi $\eta_{\max} = 0.339 \cdot 100 \% = 33.9 \%$.

3.2. Aberracje trzeciego rzędu elementu holograficznego płaskiego i zakrzywionego.

Odwzorowanie holograficzne polega na odtworzeniu przedmiotowego frontu falowego zarejestrowanego w postaci odpowiedniego układu prążków interferencyjnych w ośrodku rejestrującym. W ogólności jednak fala rekonstruuująca nie jest kopią fali odniesienia stosowanej w czasie tworzenia hologramu. Stąd też fala zrekonstruowana jest zdeformowana i obarczona jest określonymi aberracjami. [55, 63, 66, 67, 68, 85, 86, 92]. Oprócz aberracji występujących w konwencjonalnych układach optycznych, w holograficznych elementach optycznych obserwuje się dodatkowe błędy odwzorowania, zwłaszcza w przypadku, gdy długość fali światła rekonstruującego różni się od długości

fali światła rejestrującego [57, 59, 60]. Miara aberracji elementu holograficznego jest również aberracja falowa, określająca odstępstwo rekonstruowanego frontu falowego w źrenicy wyjściowej od gausowskiej sfery odniesienia, której środek jest idealnym obrazem przedmiotu punktowego. Aberracja falowa jest więc różnicą faz między sferą odniesienia, a aktualną zrekonstruowaną powierzchnią fazową [66, 67]. W przypadku aberracji trzeciego rzędu dla współrzędnych biegunowych (σ, Θ) mamy

$$\begin{aligned} \Delta\phi(\sigma, \Theta) = \frac{2\pi}{\lambda_c} \left\{ -\frac{1}{8} \sigma^4 S + \frac{1}{2} \sigma^3 (C_x \cos \Theta + C_y \sin \Theta) - \right. \\ \left. - \frac{1}{2} \sigma^2 (A_x \cos^2 \Theta + A_y \sin^2 \Theta + 2 A_{xy} \sin \Theta \cos \Theta) - \right. \\ \left. - \frac{1}{4} \sigma^2 F + \frac{1}{2} \sigma (D_x \cos \Theta + D_y \sin \Theta) \right\}, \quad (3.10) \end{aligned}$$

gdzie S , C , A , F , D są współczynnikami trzeciego rzędu odpowiednio aberracji sferycznej, komy, astygmatyzmu, krzywizny pola i dystorsji. W odróżnieniu od konwencjonalnego odwzorowania optycznego, odwzorowaniu holograficznemu towarzyszy powstanie dwóch obrazów: pozornego i rzeczywistego. Przytoczone tu wyrażenia na współczynniki aberracji odnoszą się do obrazów rzeczywistych. Dla obrazów pozornych należy zmienić znaki parametrów z_o i z_R na przeciwne. Zgodnie z wynikami pracy Meiera [65] współczynnik aberracji sferycznej jest określony wzorem

$$\begin{aligned} S = \frac{1}{z_c^3} - \frac{1}{z_I^3} + \frac{\mu}{m^4} \left[\frac{1}{z_o^3} - \frac{1}{z_R^3} \right] = \\ = \frac{\mu}{m^4} \left[\left(\frac{\mu^2}{m^2} - 1 \right) \left[\frac{1}{z_R^3} - \frac{1}{z_o^3} \right] - \frac{3\mu}{z_c} \left[\frac{1}{z_o^2} + \frac{1}{z_R^2} \right] \right], \quad (3.11) \end{aligned}$$

$$- 3 \left[\frac{m^2}{z_C^2} - \frac{\mu^2}{m^2} \frac{1}{z_O z_R} \right] \left[\frac{1}{z_O} - \frac{1}{z_R} \right] + \frac{6\mu}{z_O z_R z_C} \Bigg] ,$$

gdzie m jest współczynnikiem skalowania hologramu, $\mu = \lambda_C / \lambda_O$ - jest stosunkiem długości fali rekonstruującej do długości fali rejestrującej, natomiast z_O , z_R , z_C , z_I są odległościami odpowiednio przedmiotu, źródła odniesienia, źródła rekonstruującego i obrazu od hologramu wzdłuż osi z (osi optycznej). Z analizy wyrażenia (3.11) wynika, że współczynnik aberracji sferycznej trzeciego rzędu znika dla $m = \mu = 1$ oraz $z_C = z_R$. Jeżeli zastosować płaską falę odniesienia i płaską falę rekonstruującą, to $z_R = z_C = \infty$ i wzór (3.11) przyjmie postać

$$S = \frac{\mu}{m^4 z_O^3} \left[\frac{\mu^2}{m^2} - 1 \right] , \quad (3.12)$$

który również prowadzi do $S = 0$ dla $m = \mu$. W ogólności, w przypadku odwzorowania stygmatycznego realizowanego w obszarze paraksjalnym, współrzędne obrazu gaussowskiego tworzonego podczas rekonstrukcji hologramu pokrywającego się z płaszczyzną xOy kartezjańskiego układu współrzędnych określone są wzorami

$$\begin{aligned} x_I &= \frac{m^2 x_C z_O z_R + \mu m x_O z_R z_C - \mu m x_R z_O z_C}{m^2 z_O z_R + \mu z_R z_C - \mu z_O z_C} , \\ y_I &= \frac{m^2 y_C z_O z_R + \mu m y_O z_R z_C - \mu m y_R z_O z_C}{m^2 z_O z_R + \mu z_R z_C - \mu z_O z_C} , \quad (3.13) \\ z_I &= \frac{m^2 z_O z_R z_C}{m^2 z_O z_R + \mu z_R z_C - \mu z_O z_C} . \end{aligned}$$

Z drugiej strony zależność między osiowymi odległościami obrazu, przedmiotu oraz źródła odniesienia i źródła rekonstruującego wzglę-

dem hologramu określona jest wzorem

$$\frac{1}{z_I} = \frac{1}{z_C} + \frac{\mu}{m^2} \left(\frac{1}{z_O} - \frac{1}{z_R} \right), \quad (3.14)$$

Podczas odtwarzania frontów falowych tworzących obraz rzeczywisty, komę trzeciego rzędu zgodnie z [65] określają współczynniki

$$C_x = \frac{x_C}{z_C^3} - \frac{x_I}{z_I^3} + \frac{\mu}{m^3} \left(\frac{x_O}{z_O^3} - \frac{x_R}{z_R^3} \right), \quad (3.15)$$

$$C_y = \frac{y_C}{z_C^3} - \frac{y_I}{z_I^3} + \frac{\mu}{m^3} \left(\frac{y_O}{z_O^3} - \frac{y_R}{z_R^3} \right),$$

przy czym komę merydionalną po wykorzystaniu zależności (3.13) otrzymamy w postaci

$$\begin{aligned} C_x = & \frac{x_C}{z_C} \left[\frac{1}{z_C^2} - \left(\frac{1}{z_C} + \frac{\mu}{m^2} \frac{1}{z_O} - \frac{\mu}{m^2} \frac{1}{z_R} \right)^2 \right] + \\ & + \frac{\mu}{m} \frac{x_O}{z_O} \left[\frac{1}{m^2 z_O^2} - \left(\frac{1}{z_C} + \frac{\mu}{m^2} \frac{1}{z_O} - \frac{\mu}{m^2} \frac{1}{z_R} \right)^2 \right] + \\ & + \frac{\mu}{m} \frac{x_R}{z_R} \left[\frac{1}{m^2 z_R^2} - \left(\frac{1}{z_C} + \frac{\mu}{m^2} \frac{1}{z_O} - \frac{\mu}{m^2} \frac{1}{z_R} \right)^2 \right], \end{aligned} \quad (3.16)$$

Podobną postać do (3.16) otrzymamy dla współczynnika C_y . W szczególnym przypadku $C_x = C_y = 0$, gdy $m = \mu$, $z_C = m z_R$, $y_C = m y_R$ oraz $x_C = m x_R$. Jeżeli fale: odniesienia i rekonstruująca są falami płaskimi, to pomimo że $z_R = z_C = \infty$, ilorazy x_R/z_R i x_C/z_C są określone i równają się tangensowi kąta nachylenia wiązki odpowiednio odniesienia i rekonstruującej względem normalnej do hologramu. W tej sytuacji mamy

$$C_x = \frac{\mu}{m^2 z_o^2} \left[\frac{\mu}{m} \frac{x_c}{z_c} + \frac{x_o}{z_o} \left(\frac{\mu^2}{m^2} - 1 \right) - \frac{\mu^2}{m^2} \frac{x_R}{z_R} \right]. \quad (3.17)$$

Astygmatyzm i krzywiznę pola [65] charakteryzują następujące współczynniki

$$A_x = \frac{x_c^2}{z_c^3} - \frac{x_I^2}{z_I^3} + \frac{\mu}{m^2} \left(\frac{x_o^2}{z_o^3} - \frac{x_R^2}{z_R^3} \right),$$

$$A_y = \frac{y_c^2}{z_c^3} - \frac{y_I^2}{z_I^3} + \frac{\mu}{m^2} \left(\frac{y_o^2}{z_o^3} - \frac{y_R^2}{z_R^3} \right), \quad (3.18a)$$

$$A_{xy} = \frac{x_c y_c}{z_c^3} - \frac{x_I y_I}{z_I^3} + \frac{\mu}{m^2} \left(\frac{x_o y_o}{z_o^3} - \frac{x_R y_R}{z_R^3} \right),$$

oraz

$$F = \frac{x_c^2 + y_c^2}{z_c^3} - \frac{x_I^2 + y_I^2}{z_I^3} + \frac{\mu}{m^2} \left(\frac{x_o^2 + y_o^2}{z_o^3} - \frac{x_R^2 + y_R^2}{z_R^3} \right). \quad (3.18b)$$

Ze wzorów powyższych wynika, że krzywizna pola (podobnie jak w układach konwencjonalnych) jest ściśle związana z astygmatyzmem. Mamy bowiem $F = A_x + A_y$. Jak należało oczekiwać, astygmatyzm znika w przypadku, gdy $m = \mu = 1$ oraz $x_c = x_R$, $y_c = y_R$, $z_c = z_R$. Podobnie jak dla komy, astygmatyzm znika również dla płaskich fal odniesienia i odtwarzania ($z_R = z_c = \infty$) przy spełnieniu warunków: $m = \mu$, $x_c/z_c = -\mu x_R/m z_R$. W tym przypadku współczynnik astygmatyzmu przyjmuje bowiem postać

$$A_x = \frac{\mu}{m^2 z_o^2} \left[\frac{x_o^2}{z_o^2} \left(\frac{\mu^2}{m^2} - 1 \right) + \frac{2\mu}{m} \frac{x_o}{z_o} \left(\frac{x_c}{z_c} - \frac{\mu}{m} \frac{x_R}{z_R} \right) + \left(\frac{x_c}{z_c} - \frac{\mu}{m} \frac{x_R}{z_R} \right)^2 \right].$$

Z rozważań wynika, że obraz rzeczywisty pozbawiony astygmatyzmu posiada powiększenie poprzeczne μ^2/m i zwykle jest rekonstruowany falą zbieżną oświetlającą hologram.

Wreszcie współczynniki dystorsji określone są wzorami

$$D_x = \frac{x_C^3 + x_C y_C^2}{z_C^3} - \frac{x_I^3 + x_I y_I^2}{z_I^3} + \frac{\mu}{m} \left[\frac{x_O^3 + x_O y_O^2}{z_O^3} - \frac{x_R^3 + x_R y_R^2}{z_R^3} \right], \quad (3.19)$$

$$D_y = \frac{y_C^3 + y_C x_C^2}{z_C^3} - \frac{y_I^3 + y_I x_I^2}{z_I^3} + \frac{\mu}{m} \left[\frac{y_O^3 + y_O x_O^2}{z_O^3} - \frac{y_R^3 + y_R x_R^2}{z_R^3} \right],$$

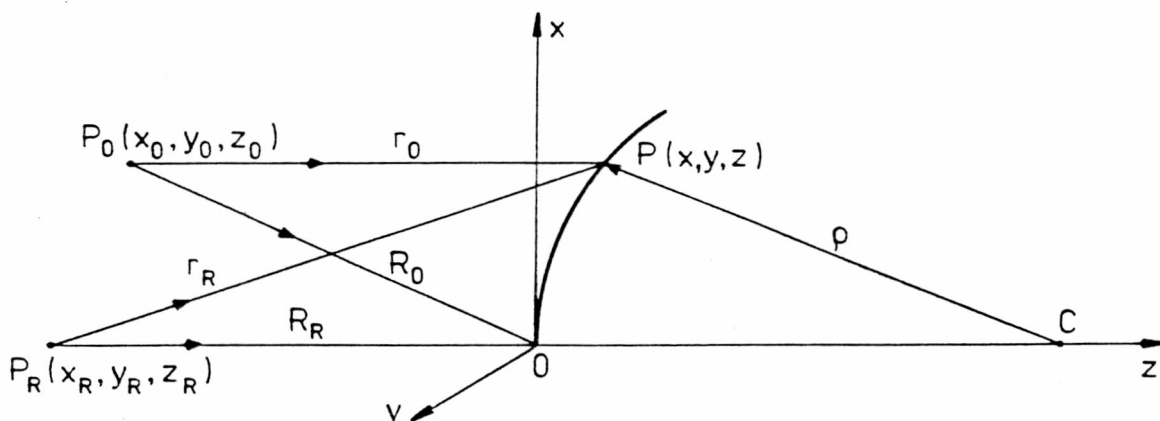
z których wynikają następujące warunki znikania dystorsji :

$$1^\circ \quad m = \mu = 1, \quad z_C = -z_R, \quad y_C = y_R, \quad x_C = x_R.$$

$$2^\circ \quad m = \mu \neq 1, \quad \frac{x_C}{z_C} = -\frac{x_R}{z_R}, \quad \frac{y_C}{z_C} = -\frac{y_R}{z_R}, \quad (3.20)$$

$$3^\circ \quad m = \mu, \quad z_C = z_R = \infty, \quad \frac{x_C}{z_C} = -\frac{x_R}{z_R}, \quad \frac{y_C}{z_C} = -\frac{y_R}{z_R}.$$

Obok holograficznych elementów optycznych płaskich, których aberracje zostały wyżej opisane, w badaniach jakości odwzorowania wykorzystuje się również elementy holograficzne wykonane na podłożu zakrzywionym [28, 91], w szczególności na podłożu sferycznym. Tego rodzaju elementy optyczne stosuje się głównie tam, gdzie wymagane jest odwzorowanie spełniające warunek aplanatyzmu [93], a więc w przypadku eliminacji aberracji sferycznej i komy. Załóżmy, że ρ



Rys. 12. Rejestracja hologramu na powierzchni sferycznej o promieniu krzywizny ρ za pomocą interferencji dwóch rozbieżnych fal sferycznych.

jest promieniem krzywizny powierzchni sferycznej podłoża elementu holograficznego, którego wierzchołek znajduje się w początku kartezjańskiego układu współrzędnych (p. rys. 12). Punkt $P_H(x, y, z)$ jest punktem elementu holograficznego, a punkt $C(0, 0, \rho)$ jest środkiem krzywizny powierzchni sferycznej. Jeżeli hologram utworzony na powierzchni sferycznej oświetlić falą rekonstruującą emitowaną ze źródła punktowego $P_C(x_C, y_C, z_C)$, to równania paraksjalnego odwzorowania [44] mają postać równań paraksjalnego odwzorowania dla hologramu płaskiego :

$$\begin{aligned} \frac{1}{z_I} &= \frac{1}{z_C} + \mu \left(\frac{1}{z_O} - \frac{1}{z_R} \right), \\ \frac{x_I}{z_I} &= \frac{x_C}{z_C} + \mu \left(\frac{x_O}{z_O} - \frac{x_R}{z_R} \right), \\ \frac{y_I}{z_I} &= \frac{y_C}{z_C} + \mu \left(\frac{y_O}{z_O} - \frac{y_R}{z_R} \right), \end{aligned} \quad (3.21)$$

przy założeniu, że $m = 1$, natomiast współczynniki aberracji

trzeciego rzędu dla takiego hologramu utworzonego na podłożu sferycznym o promieniu krzywizny ρ przyjmują następującą postać :

$$\begin{aligned}
 S &= \frac{1}{z_C^3} - \frac{1}{z_I^3} + \mu \left(\frac{1}{z_O^3} - \frac{1}{z_R^3} \right) - \frac{2}{\rho} \left[\frac{1}{z_C^2} - \frac{1}{z_I^2} + \mu \left(\frac{1}{z_O^2} - \frac{1}{z_R^2} \right) \right], \\
 C_x &= \frac{x_C}{z_C^3} - \frac{x_I}{z_I^3} + \mu \left(\frac{x_O}{z_O^3} - \frac{x_R}{z_R^3} \right) - \frac{1}{\rho} \left[\frac{x_C}{z_C^2} - \frac{x_I}{z_I^2} + \mu \left(\frac{x_O}{z_O^2} - \frac{x_R}{z_R^2} \right) \right], \\
 C_y &= \frac{y_C}{z_C^3} - \frac{y_I}{z_I^3} + \mu \left(\frac{y_O}{z_O^3} - \frac{y_R}{z_R^3} \right) - \frac{1}{\rho} \left[\frac{y_C}{z_C^2} - \frac{y_I}{z_I^2} + \mu \left(\frac{y_O}{z_O^2} - \frac{y_R}{z_R^2} \right) \right], \\
 A_x &= \frac{x_C^2}{z_C^3} - \frac{x_I^2}{z_I^3} + \mu \left(\frac{x_O^2}{z_O^3} - \frac{x_R^2}{z_R^3} \right), \\
 A_y &= \frac{y_C^2}{z_C^3} - \frac{y_I^2}{z_I^3} + \mu \left(\frac{y_O^2}{z_O^3} - \frac{y_R^2}{z_R^3} \right), \\
 A_{xy} &= \frac{x_C y_C}{z_C^3} - \frac{x_I y_I}{z_I^3} + \mu \left(\frac{x_O y_O}{z_O^3} - \frac{x_R y_R}{z_R^3} \right), \\
 F &= \frac{x_C^2 + y_C^2}{z_C^3} - \frac{x_I^2 + y_I^2}{z_I^3} + \mu \left(\frac{x_O^2 + y_O^2}{z_O^3} - \frac{x_R^2 + y_R^2}{z_R^3} \right) - \\
 &\quad - \frac{1}{\rho} \left[\frac{x_C^2 + y_C^2}{z_C^2} - \frac{x_I^2 + y_I^2}{z_I^2} + \mu \left(\frac{x_O^2 + y_O^2}{z_O^2} - \frac{x_R^2 + y_R^2}{z_R^2} \right) \right], \\
 D_x &= \frac{(x_C^2 + y_C^2) x_C}{z_C^3} - \frac{(x_I^2 + y_I^2) x_I}{z_I^3} + \\
 &\quad + \mu \left[\frac{(x_O^2 + y_O^2) x_O}{z_O^3} - \frac{(x_R^2 + y_R^2) x_R}{z_R^3} \right],
 \end{aligned} \tag{3.22}$$

$$D_y = \frac{(x_C^2 + y_C^2) y_C}{z_C^3} - \frac{(x_I^2 + y_I^2) y_I}{z_I^3} + \\ + \mu \left[\frac{(x_O^2 + y_O^2) y_O}{z_O^3} - \frac{(x_R^2 + y_R^2) y_R}{z_R^3} \right].$$

Ze wzorów powyższych wynika, że tylko aberracja sferyczna, koma i krzywizna pola zależą od krzywizny powierzchni sferycznej hologramu, natomiast krzywizna ta nie ma wpływu na astygmatyzm i dystorsję. Jeżeli element holograficzny został zarejestrowany na płaskiej powierzchni, to $\rho = \infty$ i współczynniki aberracji S , C_x , C_y , F w równaniach (3.22) przyjmują postać aberracji opisanych odpowiednio wzorami (3.11), (3.15) i (3.18b). Widzimy więc, że promień krzywizny powierzchni sferycznej podłoża hologramu może być wykorzystany do korekcji holograficznego elementu odwzorowującego. W szczególnym przypadku, gdy aberracja sferyczna trzeciego rzędu znika ($S = 0$), wtedy z pierwszego równania układu (3.22) mamy

$$\rho = \frac{2 \left[\frac{1}{z_C^2} - \frac{1}{z_I^2} + \mu \left(\frac{1}{z_O^2} - \frac{1}{z_R^2} \right) \right]}{\frac{1}{z_C^3} - \frac{1}{z_I^3} + \mu \left(\frac{1}{z_O^3} - \frac{1}{z_R^3} \right)}. \quad (3.23)$$

Z badań nad zakrzywionymi hologramami wynika, że za pomocą promienia krzywizny - obok aberracji sferycznej koryguje się również aberrację komatyczną w ten sposób, że doprowadzić można do konfiguracji spełniającej warunek aplanatyzmu.

3.3. Aberracje odwzorowania punktu pozaosiowego.

Holograficzny element optyczny stanowiący złożoną siatkę dyfrakcyjną przekształca fazę fali nań padającej w odpowiednią fazę fali zależną od jego struktury interferencyjnej [82]. W ogólności faza fali na wyjściu opisana równaniem (1.4) ma postać

$$\phi_I = \phi_C \pm (\phi_O - \phi_R) ,$$

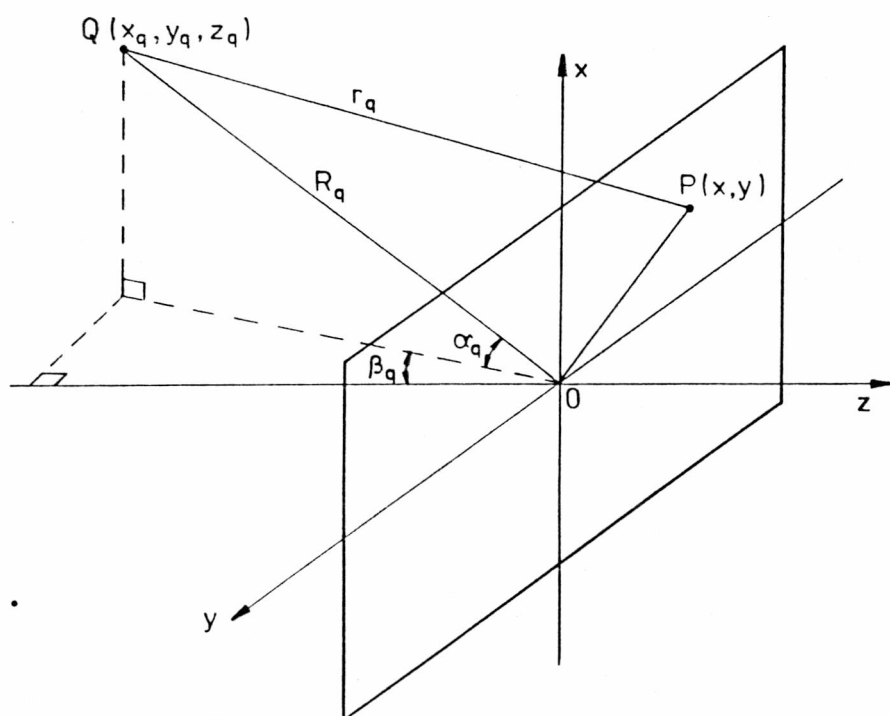
gdzie indeksy R, O, C, I odnoszą się odpowiednio do fal : odniesienia, przedmiotowej, rekonstruującej i obrazowej. Znak "+" odnosi się do obrazów pozornych, natomiast znak "-" do obrazów rzeczywistych. Jeżeli geometria układu rekonstruującego jest kopią geometrii układu w czasie tworzenia elementu holograficznego, to aberracje nie występują. Najczęściej jednak kształt fali rekonstruującej różni się od kształtu frontu fali odniesienia i dlatego rekonstruowany front falowy obarczony jest aberracjami. Korzystając z ujęcia aberracji hologramu przez Champagne'a [16, 17] i posługując się rozważaniami Latta [56], otrzymamy następujące równania (p. rys. 13) odwzorowania paraksjalnego :

$$\sin \alpha_I = \sin \alpha_C \pm \mu (\sin \alpha_O - \sin \alpha_R) , \quad (3.24)$$

$$\begin{aligned} \cos \alpha_I \sin \beta_I &= \cos \alpha_C \sin \beta_C \pm \\ &\pm \mu [\cos \alpha_O \sin \beta_O - \cos \alpha_R \sin \beta_R] , \quad (3.25) \end{aligned}$$

$$\frac{1}{R_I} = \frac{1}{R_C} \pm \mu \left[\frac{1}{R_O} - \frac{1}{R_R} \right] . \quad (3.26)$$

Na rys. 13 indeks "q" odnosi się do fal przedmiotowej, odniesienia i rekonstruującej, tzn. $q = O, R, C$. Zgodnie z dotychczasowym oznaczeniem $\mu = \lambda_C / \lambda_O$.



Rys. 13. Konfiguracja układu holograficznego dla źródeł punktowych

Aberrację falową względem fali gaussowskiej w ujęciu Champagne'a określa wyrażenie

$$\Delta = \Delta_S + \Delta_C + \Delta_A , \quad (3.27)$$

gdzie

$$\Delta_S = - \frac{1}{8} (x^2 + y^2)^2 S ,$$

$$\Delta_C = \frac{1}{2} [x (x^2 + y^2) C_x + y (x^2 + y^2) C_y] , \quad (3.28)$$

$$\Delta_A = - \frac{1}{2} [x^2 A_x + y^2 A_y + 2 x y A_{xy}] ,$$

określają odpowiednio aberracje sferyczną, komę i astygmatyzm. Wiadzimy więc, że w sformułowaniu Champagne'a występują tylko trzy aberracje monochromatyczne, przy czym odpowiednie współczynniki aberracji trzeciego rzędu przyjmują postać

$$S = \frac{1}{R_C^3} - \frac{1}{R_I^3} \pm \mu \left[\frac{1}{R_O^3} - \frac{1}{R_R^3} \right], \quad (3.29)$$

$$C_x = \frac{\sin \alpha_C}{R_C^2} - \frac{\sin \alpha_I}{R_I^2} \pm \mu \left[\frac{\sin \alpha_O}{R_O^2} - \frac{\sin \alpha_R}{R_R^2} \right],$$

$$C_y = \frac{\cos \alpha_C \sin \beta_C}{R_C^2} - \frac{\cos \alpha_I \sin \beta_I}{R_I^2} \pm \mu \left[\frac{\cos \alpha_O \sin \beta_O}{R_O^2} - \frac{\cos \alpha_R \sin \beta_R}{R_R^2} \right], \quad (3.30)$$

$$A_x = \frac{\sin^2 \alpha_C}{R_C} - \frac{\sin^2 \alpha_I}{R_I} \pm \mu \left[\frac{\sin^2 \alpha_O}{R_O} - \frac{\sin^2 \alpha_R}{R_R} \right],$$

$$A_y = \frac{\cos^2 \alpha_C \sin^2 \beta_C}{R_C} - \frac{\cos^2 \alpha_I \sin^2 \beta_I}{R_I} \pm \mu \left[\frac{\cos^2 \alpha_O \sin^2 \beta_O}{R_O} - \frac{\cos^2 \alpha_R \sin^2 \beta_R}{R_R} \right], \quad (3.31)$$

$$A_{xy} = \frac{\sin \alpha_C \cos \alpha_C \sin \beta_C}{R_C} - \frac{\sin \alpha_I \cos \alpha_I \sin \beta_I}{R_I} \pm \mu \left[\frac{\sin \alpha_O \cos \alpha_O \sin \beta_O}{R_O} - \frac{\sin \alpha_R \cos \alpha_R \sin \beta_R}{R_R} \right].$$

W powyższych wzorach nie występuje krzywizna pola i dystorsja, ponieważ aberracje te nie decydują o ostrości obrazu, lecz tylko o jego położeniu. W rozważaniach opartych na sformułowaniu Champagne'a mamy do czynienia z odwzorowaniem punktu w punkt, a nie płaszczyzny w płaszczyznę - jak w optyce konwencjonalnej. Jeżeli badany przedmiot jest rozciągnięty, zlokalizowany w określonej płaszczyźnie,

to w takim przypadku odwzorowanie przebiega w odpowiedniej płaszczyźnie obrazu, którego jakość uzależniona jest również od krzywizny pola i dystorsji. Jedną z metod eliminacji aberracji jest metoda skalowania hologramu, a więc metoda polegająca na powiększaniu lub pomniejszaniu prążków interferencyjnych hologramu ($m \neq 1$). Z drugiej jednak strony proces modyfikacji prążków interferencyjnych poprzez zmianę ich częstości przestrzennej może wprowadzić dodatkowe, niepożądane błędy znacznie bardziej kłopotliwe od aberracji, które zamierzamy usunąć.

Własności ogniskujące holograficznego elementu optycznego opisane równaniem (1.9) są w ogólności definiowane wzorem

$$\frac{1}{f} = \frac{\mu}{m^2} \left(\frac{1}{R_o} - \frac{1}{R_R} \right). \quad (3.32)$$

W najczęściej spotykanych rozważaniach nie zachodzi potrzeba analizy oceny obrazu lub analizy wpływu poszczególnych aberracji na jakość tworzonego obrazu. Wielkość dopuszczalnej aberracji określonego elementu holograficznego jest w wielu przypadkach uwarunkowana konkretnym jego zastosowaniem. Na przykład, w niektórych zastosowaniach zamiast astygmatyzmu istotną rolę odgrywa aberracja sferyczna. W ogólności bowiem trudno jest ustalić, który z dwóch hologramów charakteryzujących się różnymi wartościami poszczególnych aberracji jest lepszy lub korzystniejszy, jeżeli jeden i drugi wykazuje podobne deformacje wypadkowego frontu falowego. W związku z tym wykorzystuje się różne techniki oceny jakości obrazu i określa się wpływ konkretnej aberracji np. na liczbę Strehla, na funkcję przenoszenia kontrastu lub na kontrast obrazu itp. Problem oceny jakości obrazu w holografii jest bardziej złożony, aniżeli określenie wpływu aberracji lub kombinacji kilku aberracji na obraz holograficzny. Wynika to głównie stąd, że wyznaczenie aberracji opiera się

na określeniu fazy w płaszczyźnie źrenicy wyjściowej hologramu bez uwzględnienia amplitudy fali. W większości bowiem układów optycznych zakłada się wolno zmieniającą się amplitudę lub stałą jej wartość w obszarze całej źrenicy wyjściowej układu. Tego rodzaju założenie nie znajduje uzasadnienia szczególnie w grubych emulsjach światłoczułych, dlatego też pełna analiza obrazu holograficznego wymaga znajomości nie tylko parametrów wiązki odniesienia i wiązki rekonstruującej, ale również i efektów ośrodka rejestrującego w czasie rekonstrukcji.

Obok płaskiego elementu holograficznego, wykorzystuje się również elementy holograficzne wykonane na podłożu sferycznym [45, 69, 77, 78] szczególnie w przypadkach, w których realizuje się warunek sinusów Abbego [94]. Podobnie jak w przypadku hologramów płaskich, dla elementów sferycznych otrzymamy w pierwszym przybliżeniu równania paraksjalne, realizujące odwzorowanie gaussowskie [91]

$$\frac{1}{R_I} \left[1 - \frac{z_I}{\rho} \right] = \frac{1}{R_C} \left[1 - \frac{z_C}{\rho} \right] \pm \mu \left[\frac{1}{R_O} \left[1 - \frac{z_O}{\rho} \right] - \frac{1}{R_R} \left[1 - \frac{z_R}{\rho} \right] \right] = A, \quad (3.33)$$

$$\frac{x_I}{R_I} = \frac{x_C}{R_C} \pm \mu \left[\frac{x_O}{R_O} - \frac{x_R}{R_R} \right] = B, \quad (3.34)$$

$$\frac{y_I}{R_I} = \frac{y_C}{R_C} \pm \mu \left[\frac{y_O}{R_O} - \frac{y_R}{R_R} \right] = C, \quad (3.35)$$

Korzystając z powyższych równań (3.33)-(3.35), wyznaczmy odwrotność odległości obrazu Gaussa od wierzchołka sferycznego elementu holograficznego za pomocą równania

$$\frac{1}{R_I} = A \pm \frac{1}{\rho} (1 - B^2 - C^2)^{1/2}, \quad (3.36)$$

gdzie znak plus (+) odnosi się do transmisyjnych elementów holograficznych, a znak minus (-) - do elementów odbiciowych. Korzystając ponownie z równań (3.33) - (3.35), określimy położenie obrazu Gaussa za pomocą współrzędnych kartezjańskich (x_I, y_I, z_I) . Z rozważań wynika, że odległość obrazu gaussowskiego od wierzchołka hologramu, określona wzorem (3.36) jest w ogólności funkcją promienia krzywizny powierzchni hologramu, a więc $R_I = R_I(\rho)$. W szczególnym jednak przypadku jak np. dla hologramu utworzonego za pomocą fal współosiowych, zależność ta nie występuje. Korzystając podobnie jak poprzednio z równań (3.27) i (3.28) aberracji trzeciego rzędu w ujęciu Champagne'a, w których występuje aberracja sferyczna, koma i astygmatyzm, określimy błędy odwzorowania holograficznego elementu optycznego wykonanego na podłożu sferycznym. W tym przypadku współczynniki aberracji [45] przyjmują postać

$$S = \frac{1}{R_C^3} - \frac{1}{R_I^3} \pm \mu \left[\frac{1}{R_O^3} - \frac{1}{R_R^3} \right] - \quad (3.37)$$

$$- \frac{2}{\rho} \left[\frac{\cos \alpha_C}{R_C^2} - \frac{\cos \alpha_I}{R_I^2} \pm \mu \left(\frac{\cos \alpha_O}{R_O^2} - \frac{\cos \alpha_R}{R_R^2} \right) \right] -$$

$$- \frac{1}{\rho^2} \left[\frac{\cos^2 \alpha_C}{R_C} - \frac{\cos^2 \alpha_I}{R_I} \pm \mu \left(\frac{\cos^2 \alpha_O}{R_O} - \frac{\cos^2 \alpha_R}{R_R} \right) \right],$$

$$C_x = \frac{\sin \alpha_C}{R_C^2} - \frac{\sin \alpha_I}{R_I^2} \pm \mu \left(\frac{\sin \alpha_O}{R_O^2} - \frac{\sin \alpha_R}{R_R^2} \right) \pm$$

$$- \frac{1}{\rho} \left[\frac{\sin \alpha_C \cos \alpha_C}{R_C} - \frac{\sin \alpha_I \cos \alpha_I}{R_I} \pm \right. \quad (3.38)$$

$$\left. \pm \mu \left(\frac{\sin \alpha_O \cos \alpha_O}{R_O} - \frac{\sin \alpha_R \cos \alpha_R}{R_R} \right) \right],$$

$$C_y = \frac{\cos \alpha_c \sin \beta_c}{R_c^2} - \frac{\cos \alpha_I \sin \beta_I}{R_I^2} \pm$$

$$\pm \mu \left[\frac{\cos \alpha_o \sin \beta_o}{R_o^2} - \frac{\cos \alpha_R \sin \beta_R}{R_R^2} \right] -$$

$$- \frac{1}{\rho} \left[\frac{\cos^2 \alpha_c \sin \beta_c}{R_c} - \frac{\cos^2 \alpha_I \sin \beta_I}{R_I} \pm$$

$$\pm \mu \left[\frac{\cos^2 \alpha_o \sin \beta_o}{R_o} - \frac{\cos^2 \alpha_R \sin \beta_R}{R_R} \right] \right]$$

$$A_x = \frac{x_c^2}{R_c^3} - \frac{x_I^2}{R_I^3} \pm \mu \left[\frac{x_o^2}{R_o^3} - \frac{x_R^2}{R_R^3} \right],$$

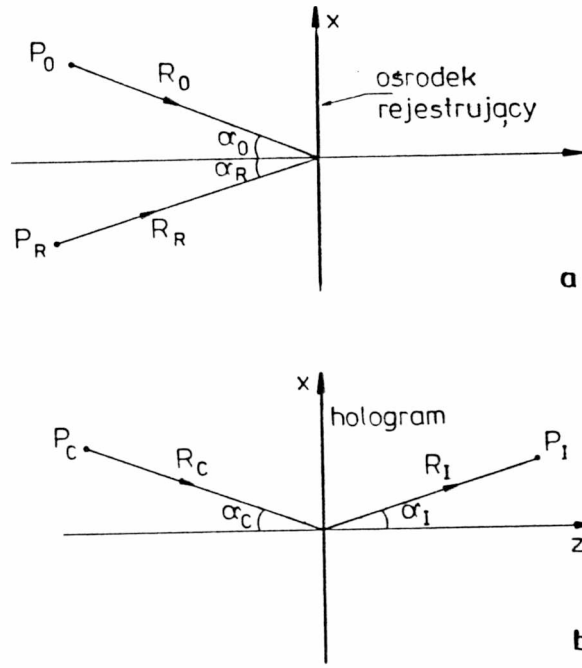
$$A_y = \frac{y_c^2}{R_c^3} - \frac{y_I^2}{R_I^3} \pm \mu \left[\frac{y_o^2}{R_o^3} - \frac{y_R^2}{R_R^3} \right], \quad (3.39)$$

$$A_{xy} = \frac{x_c y_c}{R_c^3} - \frac{x_I y_I}{R_I^3} \pm \mu \left[\frac{x_o y_o}{R_o^3} - \frac{x_R y_R}{R_R^3} \right],$$

Podobnie jak dla holograficznego elementu płaskiego w teorii Champagne'a - nie występuje tu również krzywizna pola i dystorsja. Widzimy tu także wyraźne podobieństwo do współczynników aberracji w ujęciu Meiera (3.22) oraz wpływ krzywizny hologramu na aberrację sferyczną i komę.

3.4. Przykłady holograficznych elementów optycznych i analiza ich aberracji.

Rozpatrzmy holograficzne elementy optyczne rejestrowane według czterech różnych konfiguracji w układzie przedstawionym na rys. 14. W tej sytuacji zamiast trzech mamy do czynienia z dwoma równaniami



Rys.14. Geometria rejestracji (a) i rekonstrukcji (b) holograficznej

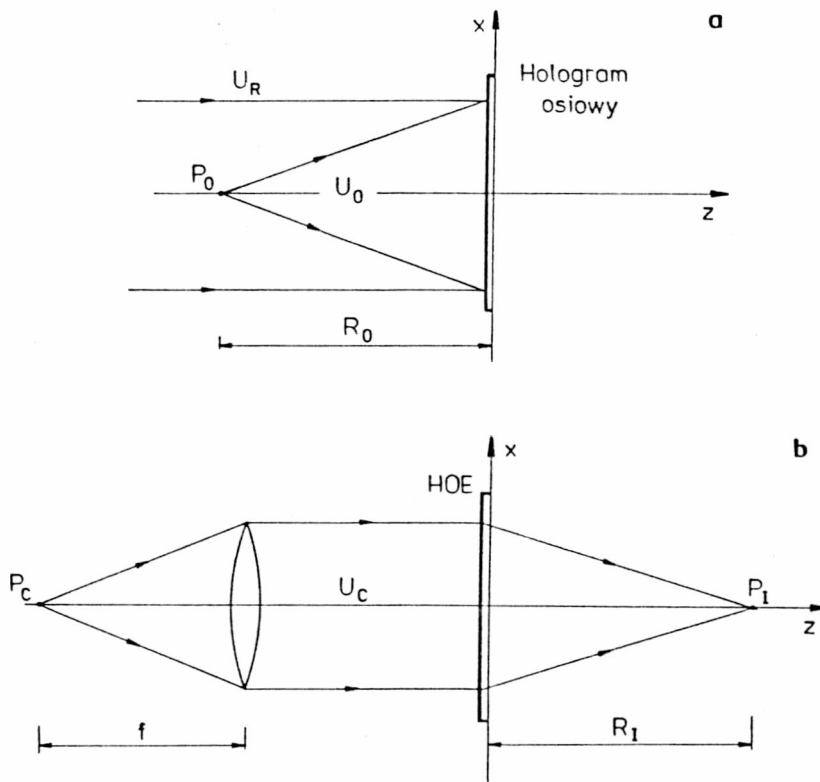
paraksjanalnymi (3.24) i (3.26), ponieważ punkty : przedmiotowy (\$P_0\$), odniesienia (\$P_R\$) i rekonstruuujący (\$P_C\$) leżą w płaszczyźnie (x-z). Rekonstrukcję realizujemy tylko dla obrazów rzeczywistych, a więc przy zachowaniu znaku "-" zamiast "+" w równaniach paraksjanalnych i współczynników aberracji trzeciego rzędu. Jeżeli (x,y) są współrzędnymi punktu hologramu, to współczynniki aberracji sferycznej, komy i astygmatyzmu przyjmują zgodnie z (3.29), (3.30) i (3.31) następującą postać :

$$S = \frac{1}{R_C^3} - \left[\frac{1}{R_O^3} - \frac{1}{R_R^3} \right] - \frac{1}{R_I^3} , \quad (3.40)$$

$$C_x = \frac{\sin \alpha_C}{R_C^2} - \left[\frac{\sin \alpha_O}{R_O^2} - \frac{\sin \alpha_R}{R_R^2} \right] - \frac{\sin \alpha_I}{R_I^2} , \quad (3.41)$$

$$A_x = \frac{\sin^2 \alpha_C}{R_C} - \left[\frac{\sin^2 \alpha_O}{R_O} - \frac{\sin^2 \alpha_R}{R_R} \right] - \frac{\sin^2 \alpha_I}{R_I} . \quad (3.42)$$

1° Soczewka holograficzna Gabora



Rys. 15. Rejestracja (a) i rekonstrukcja (b) soczewki holograficznej Gabora.

Parametry soczewki Gabora spełniają następujące warunki : $R_o \neq 0$, $\alpha_o = \alpha_R = 0$, $R_R \rightarrow \infty$. Jeżeli $R_c \rightarrow \infty$ to $R_I = -R_o$, oraz $\alpha_c = \Delta \alpha_c$. W tej sytuacji współczynniki aberracji wyrażają się, jak następuje:

$$S = 0 ,$$

$$C_x = \frac{-\sin \Delta \alpha_c}{R_o^2} ,$$

$$A_x = \frac{\sin^2 \Delta \alpha_c}{R_o} .$$

Wobec tego aberrację falową soczewki holograficznej Gabora opisuje równanie

$$\Delta = - \frac{x^2}{2 R_o} \left[\frac{x}{R_o} + \sin \Delta \alpha_c \right] \sin \Delta \alpha_c . \quad (3.43)$$

2° Soczewka holograficzna Leitha-Upatnieksa.

Senthil Kumar i Vasu [84] zaprezentowali soczewkę holograficzną Leitha-Upatnieksa w konfiguracji zilustrowanej na rys. 16, przy założeniu następujących warunków na parametry układu :

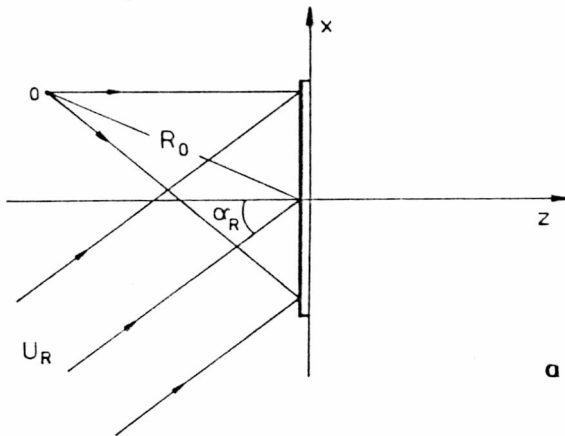
$$R_R \rightarrow \infty, \quad \alpha_R = -\alpha_0, \quad R_0 \neq 0 \quad \text{oraz} \quad R_C = 2R_0, \quad \alpha_C = \Delta\alpha_C.$$

W tej sytuacji $R_I = -2R_0$, a współczynniki aberracji zgodnie ze wzorami (3.29), (3.30) i (3.31) przyjmują postać

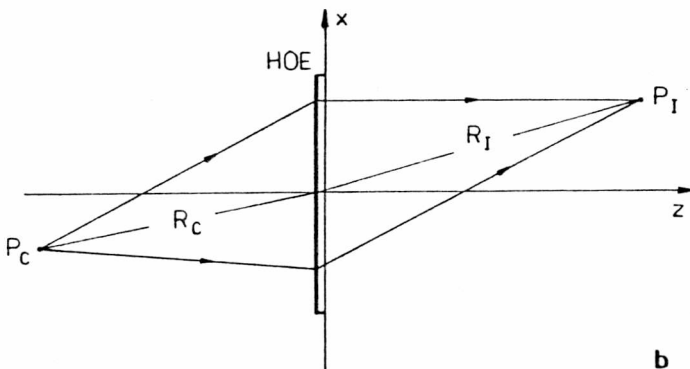
$$S = -\frac{3}{4R_0^3}, \quad (3.44)$$

$$C_x = -\frac{\sin \alpha_0}{2R_0^2}, \quad (3.45)$$

$$A_x = \frac{(\sin \Delta\alpha_C - \sin \alpha_0)^2}{R_0}, \quad (3.46)$$



a



b

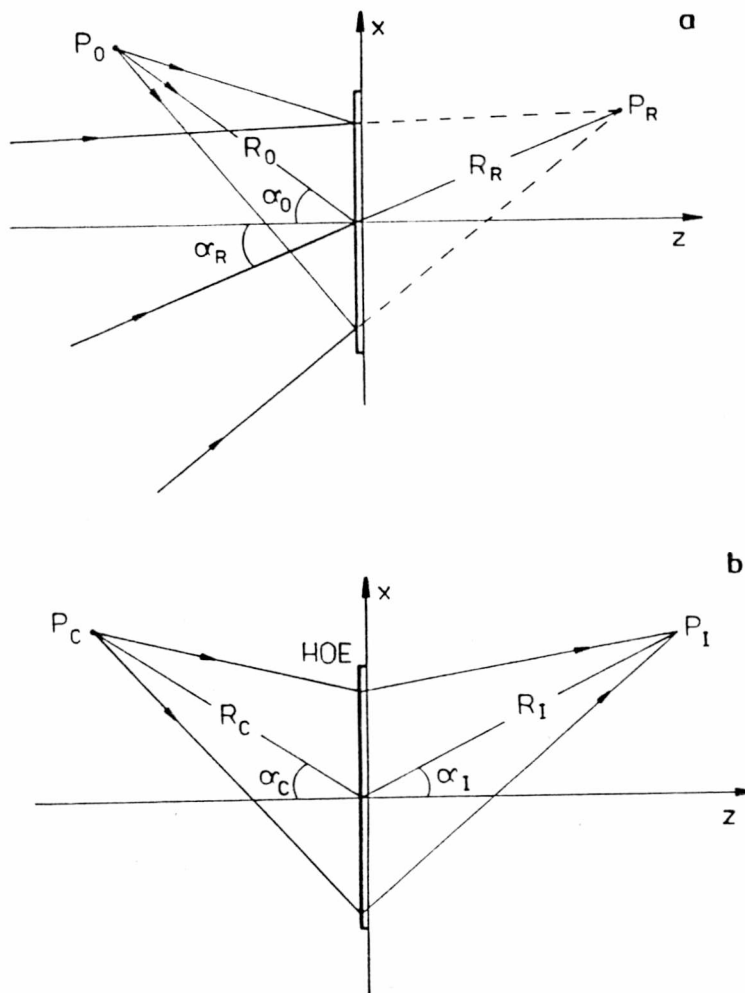
Rys. 16. a) Rejestracja soczewki holograficznej Leitha-Upatnieksa

b) odwzorowanie punktu P_C za pomocą tej soczewki.

a całkowita aberracja falowa opisana jest wtedy wzorem

$$\Delta = \frac{x^2}{8 R_0} \left[\left(\frac{3}{4 R_0^2} \right) x^2 - \left(\frac{2 \sin \alpha_0}{R_0} \right) x - 4 (\sin \Delta \alpha_c - \sin \alpha_0)^2 \right]. \quad (3.47)$$

3° Soczewka holograficzna Brandta



Rys. 17. Tworzenie (a) soczewki Brandta i odwzorowanie (b) za pomocą soczewki holograficznej Brandta.

W konfiguracji rejestracji soczewki holograficznej Brandta [11] wykorzystuje się zbieżną falę odniesienia, a parametry układu spełniają następujące warunki :

$$R_R = -R_O, \quad \alpha_R = -\alpha_O, \quad \text{oraz} \quad R_C = R_O, \quad \alpha_C = \alpha_O + \Delta \alpha_C.$$

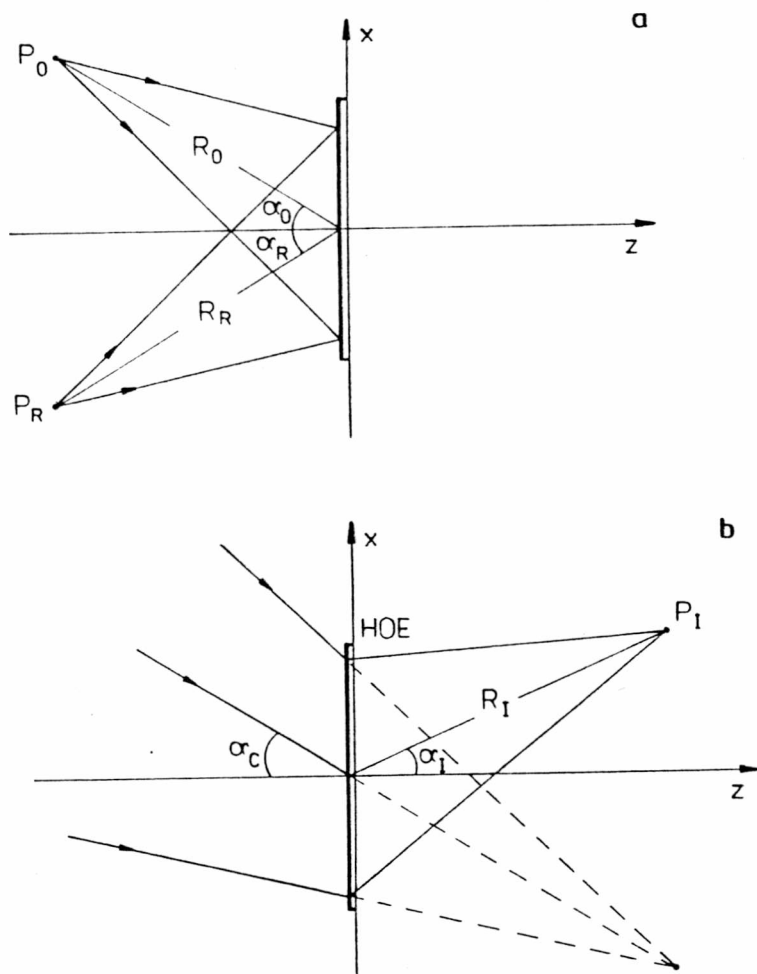
W tej sytuacji $R_I = -R_O$, a współczynniki aberracji sferycznej i komy zerują się. Mamy więc $S = C_x = 0$, natomiast współczynnik astygmatyzmu

$$A_x = \frac{2}{R_O} (\sin \alpha_C - \sin \alpha_O)^2. \quad (3.48)$$

Stąd aberracja falowa

$$\Delta = -\frac{x^2}{R_O} (\sin \alpha_C - \sin \alpha_O)^2. \quad (3.49)$$

4° Soczewka holograficzna Stroke'a



Rys. 18. Tworzenie (a) soczewki holograficznej Stroke'a i odzworowanie (b) za pomocą soczewki Stroke'a.

Holograficzna soczewka Stroke'a [18, 32, 64] jest realizowana w konfiguracji tworzenia bezsoczewkowego hologramu Fouriera, jak pokazano na rys. 18. W tym przypadku parametry układu spełniają warunki :

$$R_R = R_0, \quad \alpha_R = -\alpha_0, \text{ oraz } R_C = -R_0, \quad \alpha_C = \alpha_0 + \Delta\alpha_C.$$

Z równania paraksjalnego (3.26) mamy $R_I = -R_0$. Widzimy również, że obrazy rekonstruowane są albo rzeczywiste albo obydwie pozorne, w zależności od znaku (minus lub plus), jaki występuje w członie rekonstruującym. W celu uzyskania obrazów rzeczywistych stosuje się wiązki zbieżne do rekonstrukcji, jak to pokazano na rys. 18. Oczywiście, obiektyw służący do przekształcenia wiązki rekonstruującej w wiązkę zbieżną musi być wysokiej jakości. W tej sytuacji współczynniki aberracji sferycznej i komy są również zero, a aberracja falowa uwarunkowana jest wyłącznie astygmatyzmem.

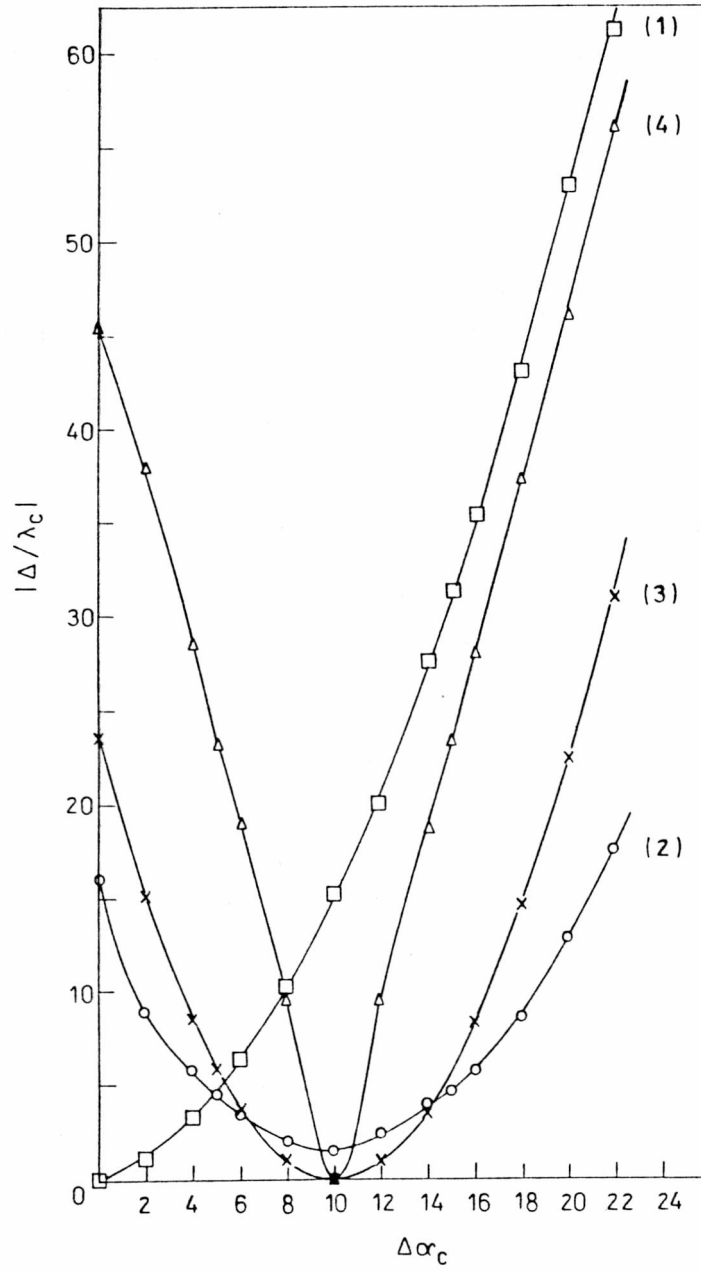
$$\Delta = -\frac{2x^2}{R_0} (\sin \alpha_0 - \sin \alpha_C) \sin \alpha_0. \quad (3.50)$$

Rys. 19. ilustruje zależność aberracji falowej wyrażonej w długościach fali (Δ/λ_C) w zależności od dewiacji kąta ($\Delta\alpha_C$) wiązki rekonstruującej dla rozważanych czterech soczewek holograficznych, przy założeniu następujących wartości parametrów rejestrujących : $\alpha_0 = 10^\circ$, $\alpha_R = -10^\circ$, $R_0 = 200.0$ mm oraz maksymalnej apertury hologramu $2x_{\max} = 20.0$ mm ; oczywiście, w przypadku hologramu Gabora $\alpha_0 = \alpha_R = 0^\circ$. Z wykresów i załączonej tabeli I wynika, że pomimo określonych wartości poszczególnych aberracji, soczewka Leitha-Upatnieksa jest najkorzystniejsza. Tymczasem soczewki Brandta i Stroke'a są pozbawione zarówno aberracji sferycznej jak i

Tabela I. Wartości współczynników aberracji trzeciego rzędu dla punktu osiowego oraz czterech punktów pozaosiowych w przypadku czterech różnych soczewek holograficznych: Gabora (1), Leitha-Upatnieksa (2), Brandta (3), Stroke'a (4).

Soczewka	α_c	S	C	A
1	0°	0	0	0
	5°	0	$- 2.18 \times 10^{-6}$	0.38×10^{-4}
	10°	0	$- 4.34 \times 10^{-6}$	1.51×10^{-4}
	15°	0	$- 6.47 \times 10^{-6}$	3.35×10^{-4}
	20°	0	$- 8.55 \times 10^{-6}$	5.85×10^{-4}
2	0°	$- 9.38 \times 10^{-8}$	$- 2.17 \times 10^{-6}$	1.51×10^{-4}
	5°	$- 9.38 \times 10^{-8}$	$- 2.17 \times 10^{-6}$	3.74×10^{-5}
	10°	$- 9.38 \times 10^{-8}$	$- 2.17 \times 10^{-6}$	0
	15°	$- 9.38 \times 10^{-8}$	$- 2.17 \times 10^{-6}$	3.63×10^{-5}
	20°	$- 9.38 \times 10^{-8}$	$- 2.17 \times 10^{-6}$	1.42×10^{-4}
3	0°	0	0	3.02×10^{-4}
	5°	0	0	7.48×10^{-5}
	10°	0	0	0
	15°	0	0	7.25×10^{-5}
	20°	0	0	2.83×10^{-4}
4	0°	0	0	6.03×10^{-4}
	5°	0	0	3×10^{-4}
	10°	0	0	0
	15°	0	0	$- 2.96 \times 10^{-4}$
	20°	0	0	$- 5.85 \times 10^{-4}$

komy, przy wyraźnej obecności astygmatyzmu. Jednocześnie wykresy ilustrują pewną przewagę soczewki Brandta nad soczewką Stroke'a, której aberracja falowa gwałtownie wzrasta w otoczeniu punktu $\Delta\alpha_c = 10^\circ$. Zauważyć również można, że soczewka Brandta jest najkorzystniejsza w małym otoczeniu punktu $\Delta\alpha_c = 10^\circ$ w porównaniu z pozostałymi trzema soczewkami.



Rys. 19. Wykresy aberracji falowej wyrażonej w długościach fali w zależności od kąta $\Delta\alpha$ dla soczewki : (1) Gabora, (2) Leitha-Upatnieksa, (3) Brandta, (4) Stroke'a .

4. ODWZOROWANIE HOLOGRAFICZNE PUNKTU POZAOSIOWEGO

4.1. Równania biegu promieni świetlnych.

Analizę tworzenia obrazów holograficznych i szacowanie błędów odwzorowania przeprowadzić można za pomocą biegu promieni świetlnych analogicznie jak w konwencjonalnym odwzorowaniu optycznym. Położenia obrazów rekonstruowanych z hologramu mogą tu również być określone przy pomocy równań opisujących bieg promieni świetlnych w obszarze paraksjalnym. W rozważaniach prezentowanych w niniejszej rozprawie wykorzystano przede wszystkim wyniki badań Meiera [66,67], Champagne'a [17], Offnera [73], Helstroma [37], Latty [56-58], Abramowitza [1] i Arsenaulta [6].

Zgodnie z prawami optyki geometrycznej, każdą falę emitowaną ze źródła punktowego można przedstawić za pomocą rozbieżnej wiązki świetlnej reprezentowanej przez jej promień główny przechodzący przez środek diafragmy aperturowej, lub przez środek hologramu (gdy płaszczyzna źrenicy wejściowej pokrywa się z płaszczyzną hologramu). Jeżeli więc hologram jest utworzony przez dwie fale sferyczne emitowane z dwóch źródeł punktowych, przedmiotowego $P_o(x_o, y_o, z_o)$ i odniesienia $P_R(x_R, y_R, z_R)$, to każda z nich jest reprezentowana przez swój promień główny : odpowiednio wiązki przedmiotowej i wiązki odniesienia [43]. Na rys. 20 płaszczyzna tworzącego się hologramu pokrywa się z płaszczyzną xoy kartezjańskiego układu współrzędnych w ten sposób, że początek układu znajduje się w ośrodku hologramu, gdzie amplituda zespolona interferujących ze sobą fal : przedmiotowej i odniesienia wyraża się odpowiednio

$$U_o(x,y) = A_o \exp [i \vec{k}_o (\vec{r}_o - \vec{r})] , \quad (4.1)$$

$$U_R(x,y) = A_R \exp [i \vec{k}_R (\vec{r}_R - \vec{r})] , \quad (4.2)$$

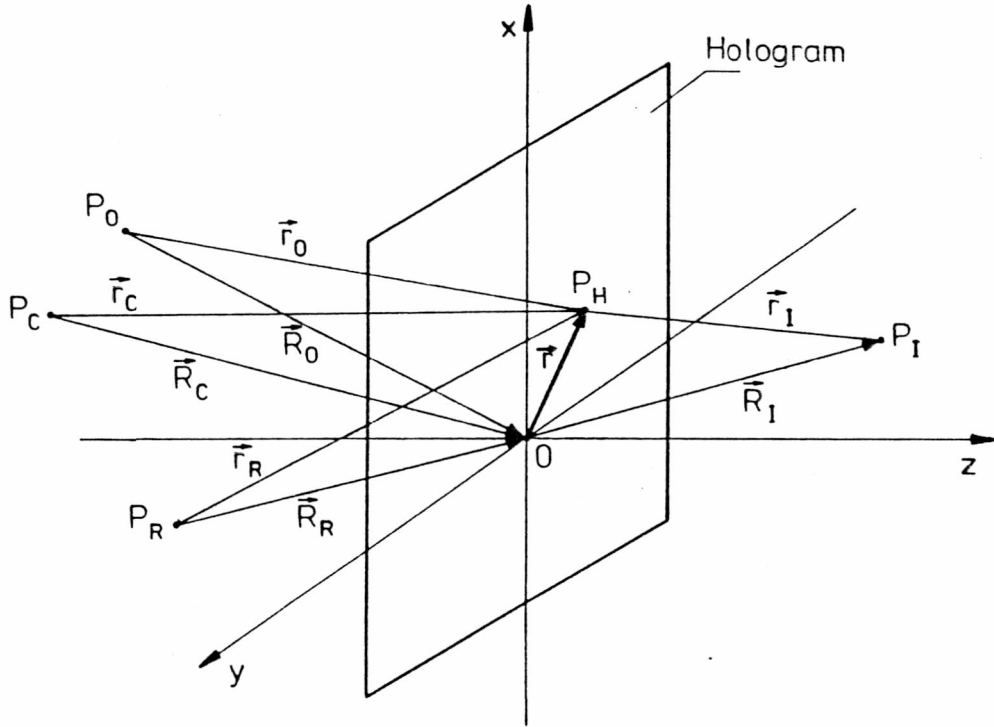
przy czym

$$|\vec{k}_o| = |\vec{k}_R| = \frac{2\pi}{\lambda_o} , \text{ oraz}$$

$$\vec{k}_o = \vec{r}_o - \vec{r} ,$$

$$\vec{k}_R = \vec{r}_R - \vec{r} .$$

(4.3)



Rys. 20. Tworzenie hologramu i jego rekonstrukcje. Wektory $\vec{k}_o$, $\vec{k}_R$, $\vec{k}_c$ i $\vec{k}_I$ określają położenie punktów odpowiednio przedmiotowego, odniesienia, rekonstruujuącego i obrazowego względem środka hologramu.

Korzystając z wyrażeń (4.1) i (4.2) wyznaczmy natężenie oświetlenia hologramu

$$I(x,y) = |A_o|^2 + |A_R|^2 + A_o A_R^* \exp \left\{ i [\vec{k}_o \vec{r}_o - \vec{k}_R \vec{r}_R + (\vec{k}_o - \vec{k}_R) \vec{r}] \right\} + A_o^* A_R \exp \left\{ -i [\vec{k}_o \vec{r}_o - \vec{k}_R \vec{r}_R + (\vec{k}_o - \vec{k}_R) \vec{r}] \right\} . \quad (4.4)$$

Po oświetleniu hologramu wiązką rozbieżną o długości fali λ_c , emitowaną z punkтового źródła rekonstruującego $P_c(x_c, y_c, z_c)$, otrzymamy dla środka hologramu

$$U_c(x, y) = A_c \exp [i \vec{k}_c (\vec{r}_c - \vec{r})] , \quad (4.2)$$

gdzie $|\vec{k}_c| = \frac{2\pi}{\lambda_c}$, natomiast amplituda zespolona fali ugiętej tuż po przejściu przez hologram przyjmuje postać

$$\begin{aligned} U_I(x, y) = & (|A_o|^2 + |A_R|^2) \cdot A_c \exp [i \vec{k}_c (\vec{r}_c - \vec{r})] + \\ & + A_o A_R^* A_c \exp \left\{ i [\vec{k}_c \vec{r}_c + \vec{k}_o \vec{r}_o - \vec{k}_R \vec{r}_R + (\vec{k}_c - \vec{k}_o + \vec{k}_R) \vec{r}] \right\} + \\ & + A_o^* A_R A_c \exp \left\{ i [\vec{k}_c \vec{r}_c - \vec{k}_o \vec{r}_o + \vec{k}_R \vec{r}_R - (\vec{k}_c + \vec{k}_o - \vec{k}_R) \vec{r}] \right\} . \end{aligned} \quad (4.6)$$

gdzie dwa ostatnie człony reprezentują fale ugięte zawierające informacje zakodowane w hologramie. Jeżeli przez $\vec{k}_{I1}$ i $\vec{k}_{I2}$ oznaczyć wektory falowe wiązek ugiętych, to z wyrażenia (4.6) otrzymamy

$$\vec{k}_{I1} \vec{r} = (\vec{k}_c - \vec{k}_o + \vec{k}_R) \vec{r} , \quad (4.7)$$

$$\vec{k}_{I2} \vec{r} = (\vec{k}_c + \vec{k}_o - \vec{k}_R) \vec{r} ,$$

gdzie $|\vec{k}_{I1}| = |\vec{k}_{I2}| = \frac{2\pi}{\lambda_c}$. Powyższe równania wektorowe przedstawić można w postaci skalarnej następująco :

$$\frac{2\pi}{\lambda_c} r \cos \alpha_{I1} = \frac{2\pi}{\lambda_c} r \cos \alpha_c - \left(\frac{2\pi}{\lambda_o} r \cos \alpha_o - \frac{2\pi}{\lambda_o} r \cos \alpha_R \right) ,$$

$$\frac{2\pi}{\lambda_c} r \cos \alpha_{I2} = \frac{2\pi}{\lambda_c} r \cos \alpha_c + \left(\frac{2\pi}{\lambda_o} r \cos \alpha_o - \frac{2\pi}{\lambda_o} r \cos \alpha_R \right) ,$$

lub po uproszczeniu

$$\cos \alpha_{I1} = \cos \alpha_c - \mu (\cos \alpha_o - \cos \alpha_R) , \quad (4.8)$$

$$\cos \alpha_{12} = \cos \alpha_c + \mu (\cos \alpha_o - \cos \alpha_r) , \quad (4.9)$$

gdzie $\mu = \frac{\lambda_c}{\lambda_o}$. Kąty α_{11} , α_{12} określają kierunki fal ugiętych względem płaszczyzny hologramu, podobnie jak kąty α_o , α_r , α_c - kąty kierunku fali odpowiednio przedmiotowej, odniesienia i oświetlającej względem płaszczyzny ośrodka rejestrującego (hologramu). Z równań powyższych wynika, że kierunki tworzenia obrazu pozornego (4.8) i obrazu rzeczywistego (4.9) zależą od położenia przedmiotu P_o , źródła odniesienia P_r i źródła rekonstruującego P_c względem płaszczyzny hologramu. Amplituda zespolona (4.6) fali za hologramem wskazuje na to, że każda z dwóch fal ugiętych powodujących tworzenie obrazów jest związana z fazą fali tworzącej obraz pozorny

$$\phi_{11} = \vec{k}_c \vec{r}_c - (\vec{k}_o \vec{r}_o - \vec{k}_r \vec{r}_r) , \quad (4.10)$$

oraz fali tworzącej obraz rzeczywisty

$$\phi_{12} = \vec{k}_c \vec{r}_c + (\vec{k}_o \vec{r}_o - \vec{k}_r \vec{r}_r) . \quad (4.11)$$

Rzeczywiście, fazy te zależą od podstawowych parametrów układu holograficznego, a więc układu rejestrującego i układu rekonstruującego.

4.2. Spot diagram.

Promienie świetlne emitowane z badanego punktu przedmiotowego, uginają się na elemencie holograficznym i po dojściu do płaszczyzny obrazu przecinają ją, tworząc charakterystyczny rozkład punktów zwany spot diagramem. Oczywiście, spot diagram reprezentuje obraz badanego punktu przedmiotowego i zawiera informacje o rozkładzie intensywności w płaszczyźnie obrazu oraz o aberracjach układu holograficznego. Metoda badań za pomocą spot diagramu polega na tym, że źrenicę wejściową soczewki dzielimy na dużą liczbę N równych,

małych pól w ten sposób, aby promienie świetlne emitowane z punktu przedmiotowego przechodziły przez środek każdego z tych pól. Każdy promień świetlny reprezentuje tę samą część energii emitowanej z przedmiotu, podczas gdy gęstość punktów spot diagramu jest proporcjonalna do rozkładu intensywności, która w postaci znormalizowanej wyraża się wzorem [26]

$$I = \frac{1}{N^2} \left\{ \left[\sum_{i=1}^N \cos \left(\frac{2\pi}{\lambda_c} \Delta_i \right) \right]^2 + \left[\sum_{i=1}^N \sin \left(\frac{2\pi}{\lambda_c} \Delta_i \right) \right]^2 \right\}, \quad (4.12)$$

gdzie Δ_i jest różnicą dróg optycznych między i -tym promieniem a promieniem paraksjalnym tworzącym obraz gaussowski.

Oznaczmy współrzędne punktu przebicia i -tego promienia świetlnego z gaussowską płaszczyzną obrazu przez (x_i, y_i) , a kosinusy kierunkowe tego promienia w przestrzeni obrazowej względem osi x , y , z odpowiednio przez K_{x_i} , K_{y_i} , K_{z_i} . W tej sytuacji współrzędne przebicia tego samego promienia świetlnego z płaszczyzną najlepszego obrazu przesuniętą wzdłuż osi optycznej o t_0 względem gaussowskiej płaszczyzny obrazu wyrażają się następująco

$$\begin{aligned} \bar{x}_i &= x_i + \frac{K_{x_i}}{K_{z_i}} t_0, \\ \bar{y}_i &= y_i + \frac{K_{y_i}}{K_{z_i}} t_0. \end{aligned} \quad (4.13)$$

Oczywiście, każdy spot diagram reprezentuje obraz badanego punktu przedmiotowego, dlatego też wprowadza się pojęcie tzw. "środka ciężkości spot diagramu", którego współrzędne definiuje się następująco

$$\bar{x} = \frac{1}{N} \left[\sum_{i=1}^N x_i + t_0 \sum_{i=1}^N \frac{K_{x_i}}{K_{z_i}} \right], \quad (4.14)$$

$$\bar{y} = \frac{1}{N} \left[\sum_{i=1}^N y_i + t_0 \sum_{i=1}^N \frac{K y_i}{K z_i} \right],$$

gdzie N jest całkowitą liczbą promieni świetlnych emitowanych z danego punktu przedmiotowego (oznacza to liczbę punktów w spot diagramie). Wobec tego promień krzywizny plamki rozmycia określonej przez i -ty punkt spot diagramu wyraża się wzorem

$$r_i = \sqrt{(\Delta x_i)^2 + (\Delta y_i)^2}, \quad (4.15)$$

gdzie $\Delta x_i = \bar{x}_i - \bar{x}$, $\Delta y_i = \bar{y}_i - \bar{y}$, natomiast warunek

$$\frac{d}{dt_0} \left[\sum_i r_i^2 \right] = 0, \quad (4.16)$$

określa położenie płaszczyzny najlepszego odwzorowania. Oznacza to, że $\sum_i r_i^2$ przyjmuje minimum dla odległości t_0 płaszczyzny najlepszego odwzorowania względem gaussowskiej płaszczyzny obrazu. Rozmiary poszczególnych plamek rozmycia (określonych przez odpowiednie spot diagramy) zależą od kątów nachylenia promieni świetlnych emitowanych z badanych, odpowiednich punktów przedmiotowych.

Metoda badań biegu promieni świetlnych przechodzących przez cienkie hologramy lub soczewki holograficzne tworzone na podłożu dowolnego kształtu została opracowana przez Welforda [96], który przedstawił równanie siatki dyfrakcyjnej w postaci wektorowej

$$\vec{e} \times (\vec{K}_I - \vec{K}_C) = \pm m \frac{\lambda_C}{\lambda_0} \vec{e} \times (\vec{K}_O - \vec{K}_R), \quad (4.17)$$

gdzie $\vec{e}$ jest wektorem jednostkowym prostopadłym do powierzchni elementu holograficznego w danym punkcie P_H . Wektory $\vec{K}_R$, $\vec{K}_O$, $\vec{K}_C$, $\vec{K}_I$ są wektorami jednostkowymi wzdłuż odpowiednio promienia odniesienia przedmiotowego, rekonstruującego i obrazowego w punkcie P_H powierzchni hologramu, natomiast rząd ugięcia $m = 1$ w przytoczonych tu

rozważaniach tworzenia obrazów holograficznych. Analogicznie jak w przypadku odwzorowania konwencjonalnego, płaszczyzna najlepszego obrazu znajduje się między skrajnymi ogniskami : paraksjalnym i "brzegowym" utworzonym przez promienie świetlne reprezentujące największe wartości apertury. Znajduje się ona w odległości $\frac{2}{3} \Delta S$ od ogniska paraksjalnego, gdzie ΔS jest aberracją sferyczną podłużną. Średnica plamki rozmycia jest wtedy określona wzorem

$$2(\Delta r) = \frac{1}{2} \Delta S \operatorname{tg} u'_I, \quad (4.18)$$

gdzie u'_I jest maksymalną wartością kąta aperturowego. Efekty dyfrakcyjne natomiast związane ze skończonymi rozmiarami soczewki holograficznej określone są średnicą plamki Airy'ego

$$2(\Delta r)_0 = 1.22 \frac{\lambda_c}{\sin u'_I}. \quad (4.19)$$

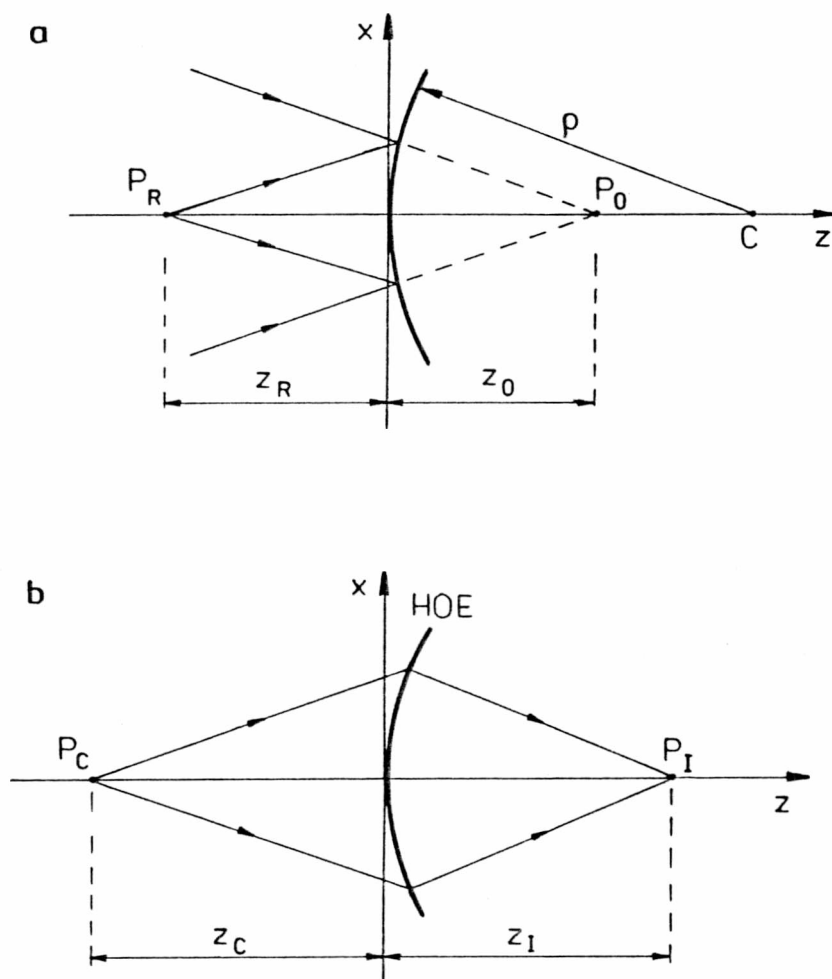
Jeżeli bieg promieni świetlnych przez holograficzny element optyczny zapewnia plamkę rozmycia o rozmiarach mniejszych od $2(\Delta r)_0$, to nominalną plamkę rozmycia określa się wzorem (4.19). W przypadku natomiast, gdy $2(\Delta r) > 2(\Delta r)_0$, to plamka rozmycia jest określona bezpośrednio spot diagramem, którego rozkład uzależniony jest wyłącznie od biegu promieni świetlnych w układzie holograficznym.

4.3. Aberracje aperturowe soczewki holograficznej wykonanej na podłożu sferycznym.

Na rys. 21(a) przedstawiono dwa współosiowe, sferyczne fronty falowe : zbieżny i rozbieżny, które interferują ze sobą w ośrodku światłoczułym na powierzchni sferycznej o promieniu krzywizny ρ . Promienie świetlne wychodzące z punktowego źródła odniesienia P_R rozchodzą się w postaci fali rozbieżnej, natomiast fala przedmiotowa tworzy wiązkę zbieżną do punktu P_0 . Odległość ogniskową soczewki holograficznej w ten sposób utworzonej określa równanie

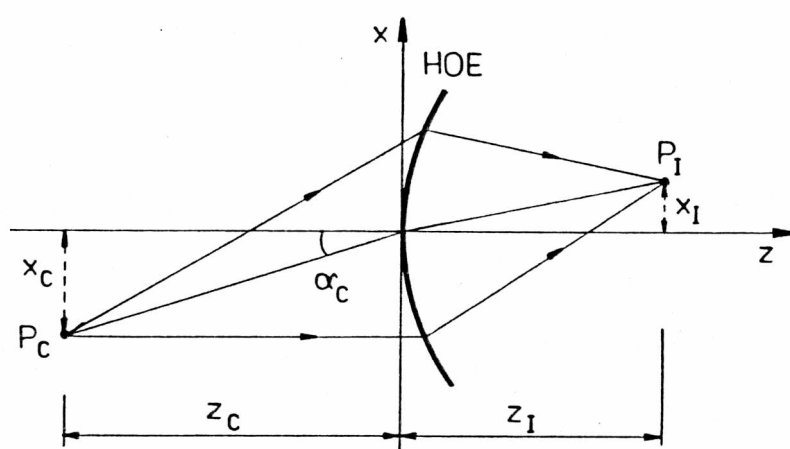
$$\frac{1}{f} = \frac{1}{z_o} - \frac{1}{z_R}, \quad (4.20)$$

gdzie z_o i z_R jest odległością odpowiednio punktu przedmiotowego i źródła odniesienia od wierzchołka powierzchni sferycznej.



Rys. 21. Tworzenie soczewki holograficznej (a) na podłożu sferycznym i jej rekonstrukcja (b).

Na rys. 21 (b) i rys. 22 jest prezentowana konfiguracja odwzorowania, gdzie punkt P_c jest punktowym źródłem rekonstruującym, który jest odwzorowany w punkt obrazowy P_I . Odległości z_c i z_i oznaczają odległości wzdłuż osi optycznej odpowiednio źródła rekonstruującego i paraksjalnego obrazu od wierzchołka soczewki. W prezentowanym układzie źrenica wejściowa pokrywa się z płaszczyzną styczną do wierzchołka soczewki, przy czym α_c jest kątem połowym rozważanej



Rys. 22. Odwzorowanie punktu pozaosiowego P_C za pomocą soczewki holograficznej wykonanej na podłożu sferycznym.

wiązki pozaosiowej (p. rys. 22). Przeprowadzono rozważania przy założeniu $z_C \neq z_R$ najpierw dla soczewki holograficznej wykonanej na podłożu płaskim [7], a później w celu uzyskania poprawy jakości odwzorowania - dla soczewki holograficznej wykonanej na podłożu sferycznym [50]. W ogólności źródła fali odniesienia i rekonstruującej znajdują się w różnych miejscach, dlatego tworzone obrazy tworzone są obarczone aberracjami. Aberracje trzeciego rzędu soczewek holograficznych wykonanych na powierzchniach sferycznych są prezentowane w pracach [44, 45], gdzie pokazano zależność aberracji sferycznej, komy i krzywizny pola od promienia krzywizny podłoża soczewki, natomiast brak tej zależności w przypadku astygmatyzmu i dystorsji. W specjalnym przypadku, gdy aberracja sferyczna znika, to promień krzywizny soczewki holograficznej zakrzywionej [44] jest określony wzorem (3.23). Z rozważań tych wynika, że promień krzywizny powierzchni soczewki holograficznej może być wykorzystany do korekcji aberracji obrazów rekonstruowanych. W przypadku, gdy źródło odniesienia i źródło rekonstruujące znajdują się w nieskończoności, to promień krzywizny przyjmuje postać

$$\rho = \frac{2z_0}{1 + \mu} . \quad (4.21)$$

Badania Welforda [94] doprowadziły do wniosku, że soczewka holograficzna wykonana na podłożu sferycznym może być soczewką aplanatyczną, jeżeli obraz będzie tworzony w środku krzywizny soczewki. Ten warunek aplanatyczny jest wtedy spełniony przez równanie (4.21), ponieważ $\rho = z_0$, a więc $\mu = 1$.

Soczewka holograficzna podobnie jak soczewka konwencjonalna spełnia warunek aplanatyzmu w przypadku, gdy stosunek sinusów kątów aperturowych w przestrzeni przedmiotów i obrazów jest równy powiększeniu gaussowskiemu. Wykorzystując równanie odwzorowania, współczynnik komy trzeciego rzędu (p. wzór (3.22)) dla soczewki holograficznej wykonanej na podłożu sferycznym [44] przyjmuje postać

$$C_x = \frac{x_c}{z_c^3} - \frac{x_I}{z_I^3} + \mu \left[\frac{x_0}{z_0^3} - \frac{x_R}{z_R^3} \right] - \frac{1}{\rho} \left[\frac{x_c}{z_c^2} - \frac{x_I}{z_I^2} + \mu \left(\frac{x_0}{z_0^2} - \frac{x_R}{z_R^2} \right) \right] , \quad (4.22)$$

który dla tzw. holo-soczewki spełniającej warunki $x_0 = x_R = 0$ ma prostą postać [50]

$$C_x = \frac{x_c}{z_c} \frac{1}{f} \left[\frac{1}{\rho} - \frac{1}{z_I} - \frac{1}{z_c} \right] . \quad (4.23)$$

Jeżeli soczewka jest wolna od aberracji sferycznej i komy, to jest ona soczewką aplanatyczną. Z równania (4.23) wynika, że koma znika (a więc $C_x = 0$) gdy warunek aplanatyczny

$$\frac{1}{\rho} = \frac{1}{z_c} + \frac{1}{z_I} , \quad (4.24)$$

jest spełniony. Ze wzoru powyższego wynika również, że w szczególnym przypadku gdy $z_c = -z_I$, warunek aplanatyczny (4.24) będzie spełniony tylko dla soczewki holograficznej wykonanej na podłożu płaskim, bo $\rho = \infty$. Korzystając z ujęcia Meiera, można

pokazać, że współrzędne obrazu Gaussa nie zależą od krzywizny podłoża soczewki holograficznej. Mamy bowiem

$$\frac{1}{z_I} = \frac{1}{z_C} + \frac{1}{f}, \quad (4.25)$$

$$\frac{x_I}{z_I} = \frac{x_C}{z_C}.$$

Z drugiej strony, współczynnik krzywizny pola trzeciego rzędu określony jest wzorem

$$F = \frac{x_C^2 + y_C^2}{z_C^3} - \frac{x_I^2 + y_I^2}{z_I^3} - \frac{1}{\rho} \left[\frac{x_C^2 + y_C^2}{z_C^2} - \frac{x_I^2 + y_I^2}{z_I^2} \right].$$

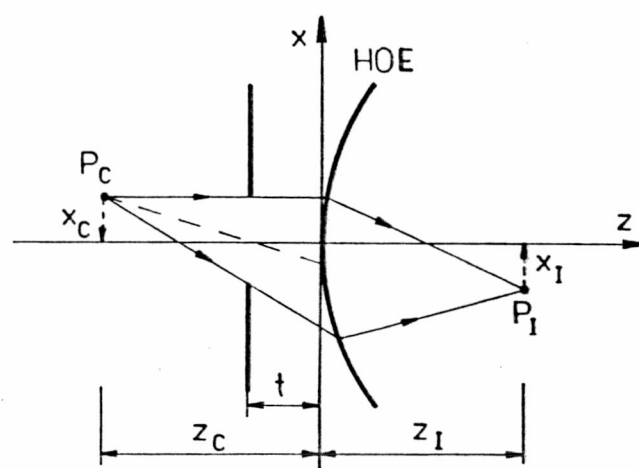
Po wykorzystaniu równań określających współrzędne (x_I, y_I, z_I) obrazu gaussowskiego, powyższy wzór przyjmuje postać

$$F = - \frac{1}{f z_C^2} (x_C^2 + y_C^2) = A_x + A_y, \quad (4.26)$$

z którego wynika, że krzywizna pola w przypadku soczewki holograficznej wykonanej na podłożu sferycznym nie zależy od krzywizny tego podłoża. Widzimy więc, że współczynnik krzywizny pola trzeciego rzędu wyraża się za pomocą współczynników astygmatyzmu i jest zgodny z współczynnikiem krzywizny pola dla płaskiej soczewki holograficznej.

4.4. Aberracje soczewki holograficznej z wysuniętą zrenicą wejściową.

Zagadnienie odwzorowania w układzie holograficznym w wysuniętą zrenicę wejściową zostało rozwiązane przez Mustafina i Sattarowa [70] (rys. 23). Aberracja falowa definiowana jako różnica między aktualnym frontem falowym na wyjściu a gaussowską sferą odniesienia



Rys. 23. Soczewka holograficzna na podłożu sferycznym z wysuniętą źrenicą wejściową.

(p. również wzory (3.27), (3.28)), wyraża się w układzie kartezjańskim wzorem

$$\Delta = -\frac{1}{8} (x^2 + y^2)^2 S + \frac{x}{2} (x^2 + y^2) C - \frac{x^2}{2} A - \frac{1}{4} (x^2 + y^2) F + \frac{x}{2} D, \quad (4.27)$$

gdzie (x, y) są współrzędnymi punktów w źrenicy wyjściowej układu, natomiast S, C, A, F, D - jak już wspomniano w par. 3.2 - oznaczają współczynniki aberracji 3-go rzędu odpowiednio aberracji sferycznej, komy, astygmatyzmu, krzywizny pola i dystorsji. Zgodnie z rozwiązaniem Mustafina i Sattarowa, współczynniki aberracji soczewki holograficznej wykonanej na podłożu sferycznym w przypadku, gdy źrenica wejściowa znajduje się w odległości t od wierzchołka soczewki, mają następującą postać w zmiennych Seidla :

$$S = h^4 (u_{fl} + u_{sph}),$$

$$C = h^4 K (u_{fl} + u_{sph}) + h^2 (v_{fl} + v_{sph}), \quad (4.28)$$

$$A = F = h^4 K^2 (u_{fl} + u_{sph}) + 2 h^2 K (v_{fl} + v_{sph}) + p ,$$

$$D = h^4 K^3 (u_{fl} + u_{sph}) + 3 h^2 K^2 (v_{fl} + v_{sph}) + 3 K p ,$$

gdzie
$$h = \frac{z_c}{t - z_c} , \quad K = \frac{t(t - z_c)}{z_c} ,$$

$$u_{fl} = p^3 + \frac{3p}{z_c^2} + \frac{3p^2}{z_c} - B ,$$

$$u_{sph} = \frac{2}{\rho} \left[C - p^2 - \frac{2p}{z_c} \right] ,$$

$$v_{fl} = - \left[p^2 + \frac{2p}{z_c} \right] ,$$

$$v_{sph} = \frac{p}{\rho} ,$$

$$p = \pm \mu \left[\frac{1}{z_o} - \frac{1}{z_R} \right] ,$$

$$B = \pm \mu \left[\frac{1}{z_o^3} - \frac{1}{z_R^3} \right] ,$$

$$C = \pm \mu \left[\frac{1}{z_o^2} - \frac{1}{z_R^2} \right] .$$

W powyższych oznaczeniach indeks "fl" odnosi się do soczewek płaskich (flat), natomiast wskaźnik "sph" - do soczewek holograficznych rejestrowanych na podłożu sferycznym. Z rozważań tych również wynika, że dla skończonej odległości źrenicy wejściowej od soczewki ($t \neq 0$) astygmatyzm można minimalizować. Okazuje się, że minimalizacja ta ma miejsce przy spełnionych warunkach :

$$t = z_R , \quad \mu = 1 , \quad \frac{1}{z_o} + \frac{1}{z_R} = \frac{2}{\rho} , \quad (4.29)$$

dla dowolnego położenia przedmiotu odwzorowanego (rekonstruowanego). Warunek

$$\frac{1}{z_o} + \frac{1}{z_r} = \frac{2}{\rho}$$

znany jest też jako wzór zwierciadlany, ponieważ w przypadku odbijającego podłoża hologramu, źródło odniesienia znajdujące się w odległości z_r jest zwierciadlanym obrazem przedmiotu znajdującego się w odległości z_o od wierzchołka powierzchni odbijającej i na odwrót.

4.5. Przykłady rozwiązań numerycznych.

Przeprowadzone zostały obliczenia soczewek holograficznych rejestrowanych na podłożu płaskim i sferycznym przy użyciu HeNe światła laserowego o długości fali $\lambda_o = 632.8$ nm. W tabeli II przedstawiono wartości poszczególnych parametrów dla dziewięciu różnych konfiguracji układu holograficznego przy użyciu tej samej długości fali $\lambda_c = 632.8$ nm w czasie rekonstrukcji, jakiej użyto w czasie tworzenia soczewki.

Do oceny jakości odwzorowania optycznego stosowane są zarówno metody geometryczne, jak i dyfrakcyjne. Metody geometryczne bazują na przeliczeniach biegu promieni przez układy optyczne i sporządzeniu spot diagramów. Pełniejsza metoda sprowadza się do dyfrakcyjnego wyznaczenia rozkładu amplitudy zespolonej bądź natężenia światła w dyfrakcyjnym obrazie punktu przedmiotowego [71-72].

W niniejszej pracy przedstawiono wyniki komputerowej symulacji odwzorowania punktu przez hologramy wykonane na powierzchni sferycznej i płaskiej. Zastosowany program komputerowy tworzy reprezentację plamki aberracyjnej zarówno w postaci spot diagramów (metoda geometryczna) jak i rozkładu natężenia światła (metoda

Tabela II. Parametry soczewek holograficznych rejestrowanych na podłożu płaskim i sferycznym przy założeniu odległości źródeł rejestrujących : $z_o = 100.0$ mm, $z_R = -200.0$ mm.

Nr soczewki	z_c (mm)	z_i (mm)	ρ (mm)	t (mm)	u'_i *)
1	- 400.0	80.0	∞	0	0.125
2	- 400.0	80.0	178.0	0	0.125
3	- 400.0	80.0	100.0	0	0.125
4	- 400.0	80.0	178.0	- 88.0	0.16
5	- 400.0	80.0	∞	- 58.0	0.146
6	- 200.0	100.0	200.0	0	0.1
7	- 200.0	100.0	200.0	- 100.0	0.1
8	- 200.0	100.0	∞	- 66.67	0.1
9	- 200.0	100.0	299	- 120.0	0.1

*) obrazowy kąt aperturowy

dyfrakcyjna). Spot diagramy i wykresy rozkładu intensywności światła w płaszczyźnie obrazu gaussowskiego i w płaszczyźnie najlepszego odwzorowania przeprowadzono dla trzech różnych wartości kąta polowego $\alpha_c = 0^\circ, 3^\circ, 5^\circ$ (soczewki Nr 1 - 6), oraz dla źrenicy wejściowej pokrywającej się z płaszczyzną styczną do wierzchołka soczewki i wysuniętą źrenicą wejściową przed soczewkę holograficzną.

Na rysunkach 24 - 29 zilustrowano spot diagramy i krzywe rozkładu intensywności w płaszczyźnie najlepszego odwzorowania, przy czym pierwsza kolumna zawiera spot diagramy w gaussowskiej płaszczyźnie obrazu. Rysunki 24 - 26 prezentują wyniki obliczeń odpowiednio dla soczewki płaskiej i soczewki sferycznej rejestrowanej na dwóch różnych podłożach o promieniu krzywizny $\rho = 178.0$ mm oraz $\rho = 100.0$ mm. Widzimy wyraźnie, że soczewka o promieniu krzywizny

$\rho = 178.0$ mm (rys. 25) jest korygowana na aberrację sferyczną, bo $S = 0$, natomiast soczewka holograficzna o promieniu krzywizny $\rho = 100.0$ mm (rys. 26) jest korygowana na komę, ponieważ $C = 0$. Asymetryczny charakter spot diagramów i rozkładu intensywności światła dla punktów pozaosiowych wskazuje na obecność aberracji polowych tj. komy i astygmatyzmu, podczas gdy symetryczny rozkład (rys. 26) dowodzi nieobecności komy i dystorsji, ponieważ środek ciężkości w rozkładzie intensywności pokrywa się z obrazem Gaussa.

Na rys. 27 i 28 przedstawiono najlepsze rozwiązania płaskiej i zakrzywionej soczewki holograficznej z wysuniętą źrenicą wejściową. Obok aberracji sferycznej, astygmatyzm i krzywizna pola są tu dobrze korygowane, natomiast koma uwidoczniona jest w asymetrii obrazów (rys. 27). W celu skorygowania komy i aberracji sferycznej, zaprojektowano soczewkę aplanatyczną spełniającą warunek aplanatyczny (4.24), przy założeniu wartości parametrów zamieszczonych w tabeli II dla soczewki Nr 6. Odwzorowania za pomocą soczewki aplanatycznej zilustrowano na rys. 29, gdzie widzimy bardzo dobrą korekcję aberracji sferycznej i komy dla niezbyt dużych wartości kątów polowych $\alpha_c = 3^\circ, 5^\circ$.

Rys. 30 (a, b, c) ilustruje przestrzenny rozkład intensywności światła w plamce aberracyjnej dla trzech różnych punktów obrazowych określonych wartością kąta polowego $\alpha_c = 0^\circ, 3^\circ, 5^\circ$ odwzorowanych za pomocą soczewki Nr 4, wykonanej na podłożu sferycznym o promieniu krzywizny $\rho = 178.0$ mm, z kołową źrenicą wejściową znajdującą się w odległości $t = -88.0$ mm od wierzchołka soczewki.

Analogiczne wyniki dla źrenicy wejściowej o kształcie kwadratowym przedstawiono odpowiednio na rys. 31 (a, b, c). Widzimy tu wyraźne pogorszenie jakości odwzorowania w porównaniu ze źrenicą o kształcie kołowym. Obniżenie jakości odwzorowania spowodowane jest

wpływem obszarów narożnych źrenicy kwadratowej, dla których aberracje szybko rosną, a liczba Strehla maleje. W związku z powyższym w dalszej części pracy stosowane były wyłącznie diafragmy o kształcie kołowym.

Interesujące jest porównanie wyników soczewki Nr 6 z soczewką Nr 7. Mamy tu soczewkę holograficzną spełniającą warunek aplanatyzmu ze źrenicą wejściową pokrywającą się z płaszczyzną styczną do jej wierzchołka i soczewkę z wysuniętą źrenicą wejściową. Współczynniki aberracji sferycznej S i komy C dla tej soczewki znikają. Ze wzorów Mustafina i Sattarowa (4.28) wynika jednocześnie, że współczynniki astygmatyzmu A i krzywizna pola F nie zależą w tym przypadku od położenia źrenicy. Spot diagramy i rozkład intensywności światła w plamce aberracyjnej punktów pozaosiowych dla przypadku soczewek Nr 6 i 7 potwierdzają, że kształt plamki aberracyjnej przy tej samej aperturze nie zależy od przesunięcia t . Oznacza to, że dla soczewek aplanatycznych nie ma możliwości korekcji astygmatyzmu i krzywizny pola za pomocą przesuwu źrenicy wejściowej soczewki. Rys. 32 ilustruje przestrzenny rozkład natężenia światła w plamce aberracyjnej uzyskanej za pomocą soczewki aplanatycznej Nr 6 lub Nr 7 dla punktu osiowego i dwóch punktów pozaosiowych (wyniki uzyskane za pomocą soczewki Nr 6 są identyczne z wynikami, jakie uzyskano za pomocą soczewki Nr 7). Z rysunku tego widać, że pod nieobecność komy plamka aberracyjna jest symetryczna. Dla małych kątów polowych mamy bardzo dobrą korekcję aberracji sferycznej i komy, natomiast dla większych kątów polowych rozwiązanie to zawiera wyraźny astygmatyzm i krzywiznę pola. Soczewka aplanatyczna odwzuwuje zgodnie z kryterium Marchela ($I_{\max} \geq 0.8$) tylko dla bardzo małych kątów polowych $\alpha_c \leq 1.5^\circ$.

Rysunki 33 i 34 ilustrują wyniki badań soczewki holograficznej

wykonanej na podłożu płaskim i sferycznym z wysuniętą źrenicą wejściową. Spot diagramy i przestrzenny rozkład intensywności wykonano dla dwóch wartości kąta polowego $\alpha_c = 3^\circ, 5^\circ$ w przypadku soczewki Nr 8, natomiast w przypadku soczewki Nr 9 - dla czterech różnych wartości kąta $\alpha_c = 3^\circ, 5^\circ, 7^\circ, (-5^\circ, -5^\circ)$. Oczywista jest rzecz, że właściwy dobór położenia źrenicy wejściowej odgrywa zasadniczą rolę w poprawie jakości obrazu pozaosiowego, a więc w korekcji aberracji polowych. Prezentowane tu dwie ostatnie soczewki nie posiadają aberracji sferycznej przy małej wartości komy i dobrze skorygowanym astygmatyzmie i krzywiznie pola. Niestety, dystorsja istnieje. Kompensacja dystorsji została pominięta, ponieważ ona nie wpływa na rozmycie obrazu, a jej korekcji można dokonać kosztem astygmatyzmu i krzywizny pola.

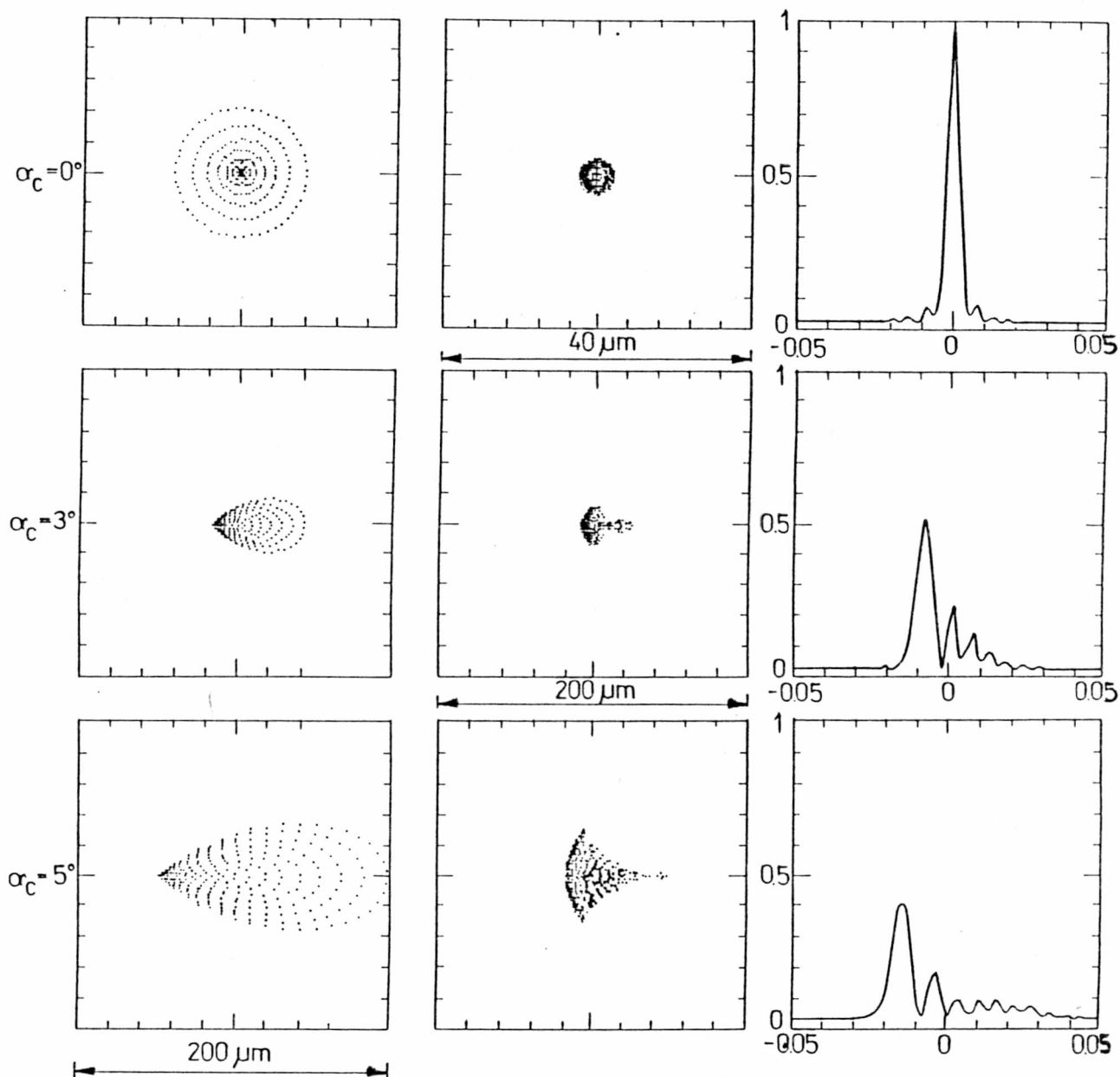
Wreszcie na rys. 35 ilustrującym analizę aberracji według teorii Champagne'a mamy rejestrację płaskiej soczewki holograficznej za pomocą dwóch fal płaskich oraz odwzorowanie pozaosiowego punktu znajdującego się w skończonej odległości za pomocą tej soczewki [8]. Rekonstrukcja za pomocą rozbieżnej wiązki emitowanej ze źródła odległego o $R_c = 300.0$ mm od środka soczewki prowadzi do obrazu pozornego tworzego w odległości $R_i = 300.0$ mm obarczonego aberracjami. Dla parametrów $\alpha_o = -\alpha_r = -\alpha_c = \alpha_i$ i średnicy źrenicy wejściowej $D_H = 15.0$ mm współczynniki aberracji sferycznej i astygmatyzmu 3-go rzędu znikają (p. wzory (3.29) - (3.31)), natomiast koma daje przyczynek do aberracji odwzorowania. W tej sytuacji aberracja falowa wyraża się wzorem

$$\Delta = \frac{x^3 \sin \alpha_c}{R_c^2},$$

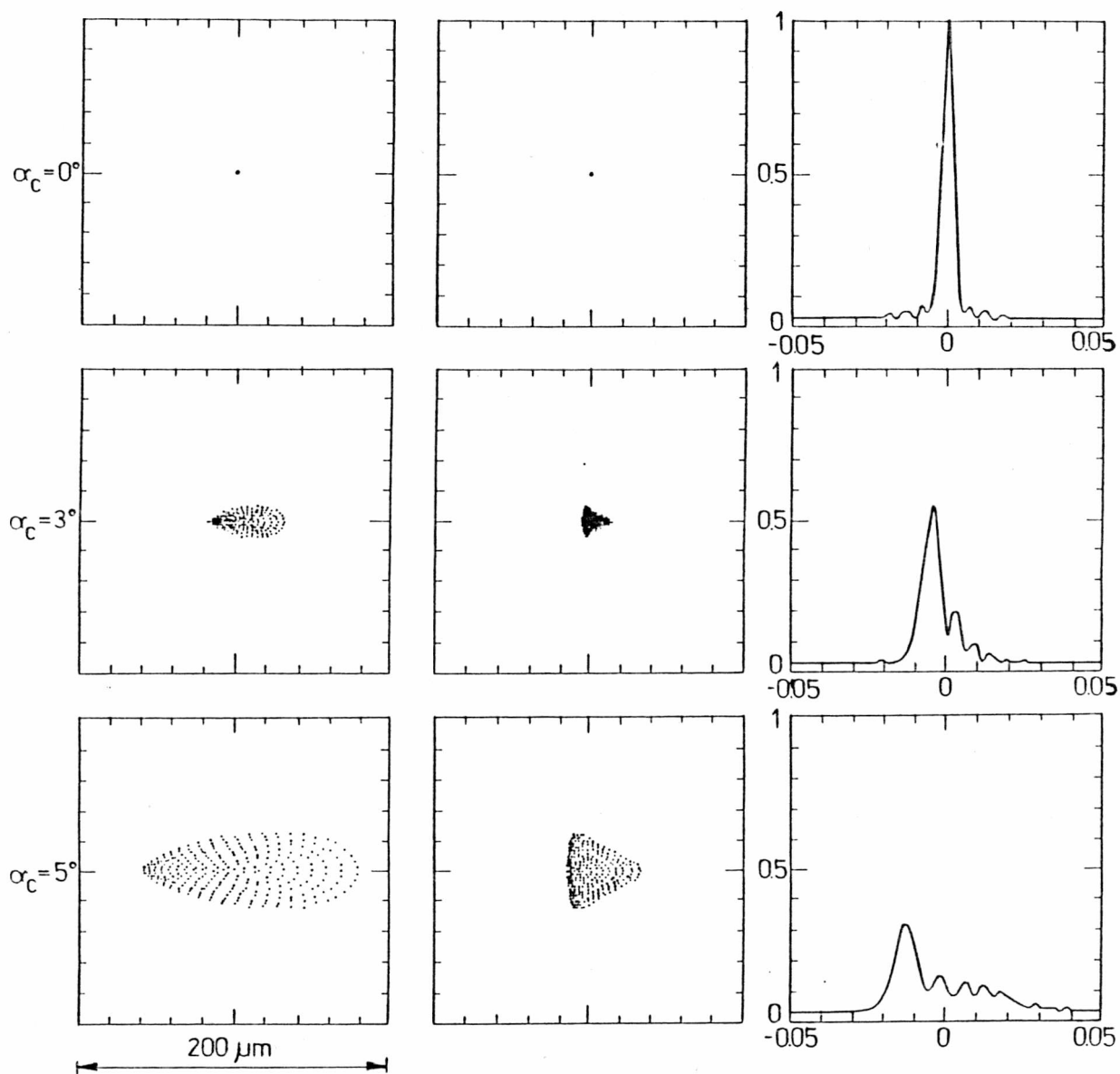
z którego wynika, że dla wartości kąta $\alpha_c = 3^\circ, 4^\circ, 5^\circ$ otrzymamy

aberrację falową wyrażoną w długościach fali odpowiednio: $-0.38 \lambda_c$, $-0.51 \lambda_c$, $-0.64 \lambda_c$. Błędy te w gaussowskiej płaszczyźnie obrazu są ilustrowane za pomocą spot diagramów i rozkładów intensywności, prezentowanych na rys. 36.

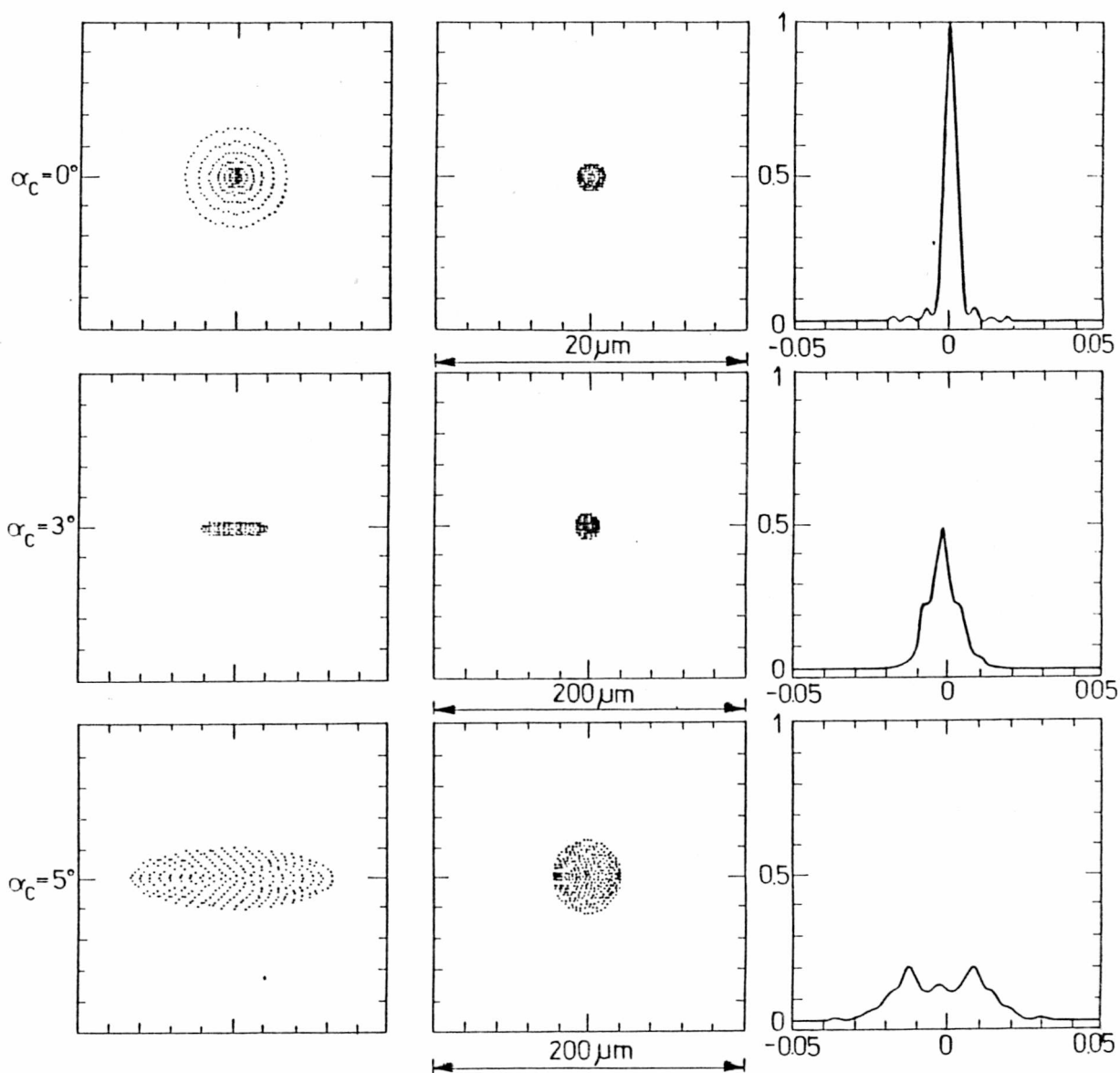
Przedstawione wyniki wykazują zbieżność obu sposobów oceny jakości : geometrycznej i dyfrakcyjnej. Oczywiście tam, gdzie w metodzie geometrycznej uzyskujemy idealny punkt, w holografii odpowiada to sytuacji, gdy warunki rekonstrukcji i rejestracji są identyczne. W metodzie dyfrakcyjnej rozkład intensywności jest skończony i określony tzw. plamką Airy'ego (por. rys. 27 dla $\alpha_c = 0^\circ$ i rys. 30a). Z wykresu widać, że we wszystkich przypadkach występuje zgodność jakościowa, mianowicie rozkłady natężeń światła mają jednakowy charakter. Należy zauważyć, że metodę wyznaczenia intensywności można wykorzystać do określenia miar jakości odwzorowania holograficznego.



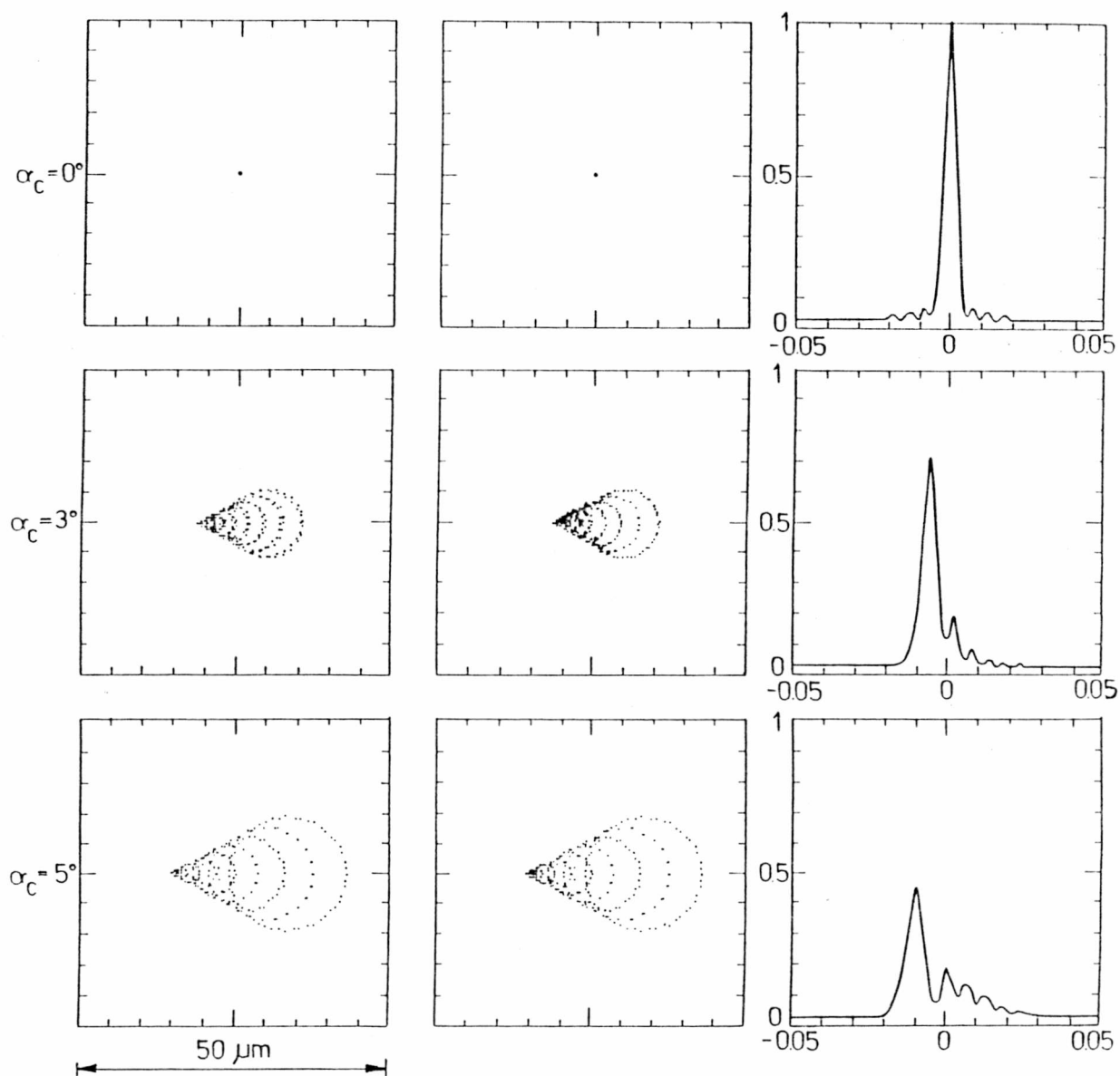
Rys. 24. Spot diagramy i odpowiednio rozkład intensywności światła w obrazie osiowym i w dwóch punktach pozaosiowych obrazów realizowanych za pomocą soczewki płaskiej dla $t = 0$.



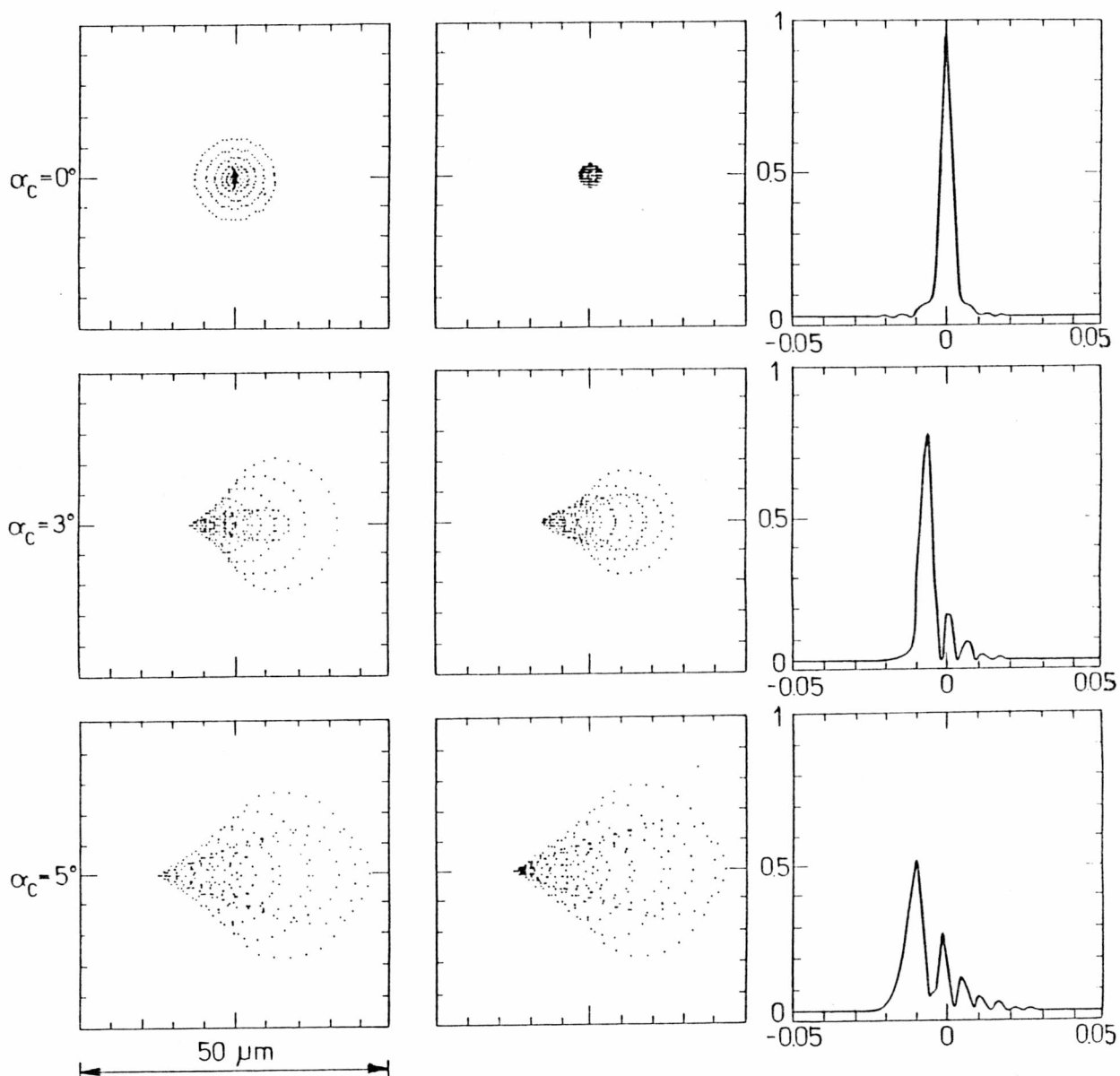
Rys. 25. Spot diagramy i odpowiednio rozkład intensywności światła w obrazie osiowym i w dwóch punktach pozaosiowych obrazów realizowanych za pomocą soczewki o podłożu sferycznym z promieniem krzywizny $\rho = 178.0 \text{ mm}$ dla $t = 0$.



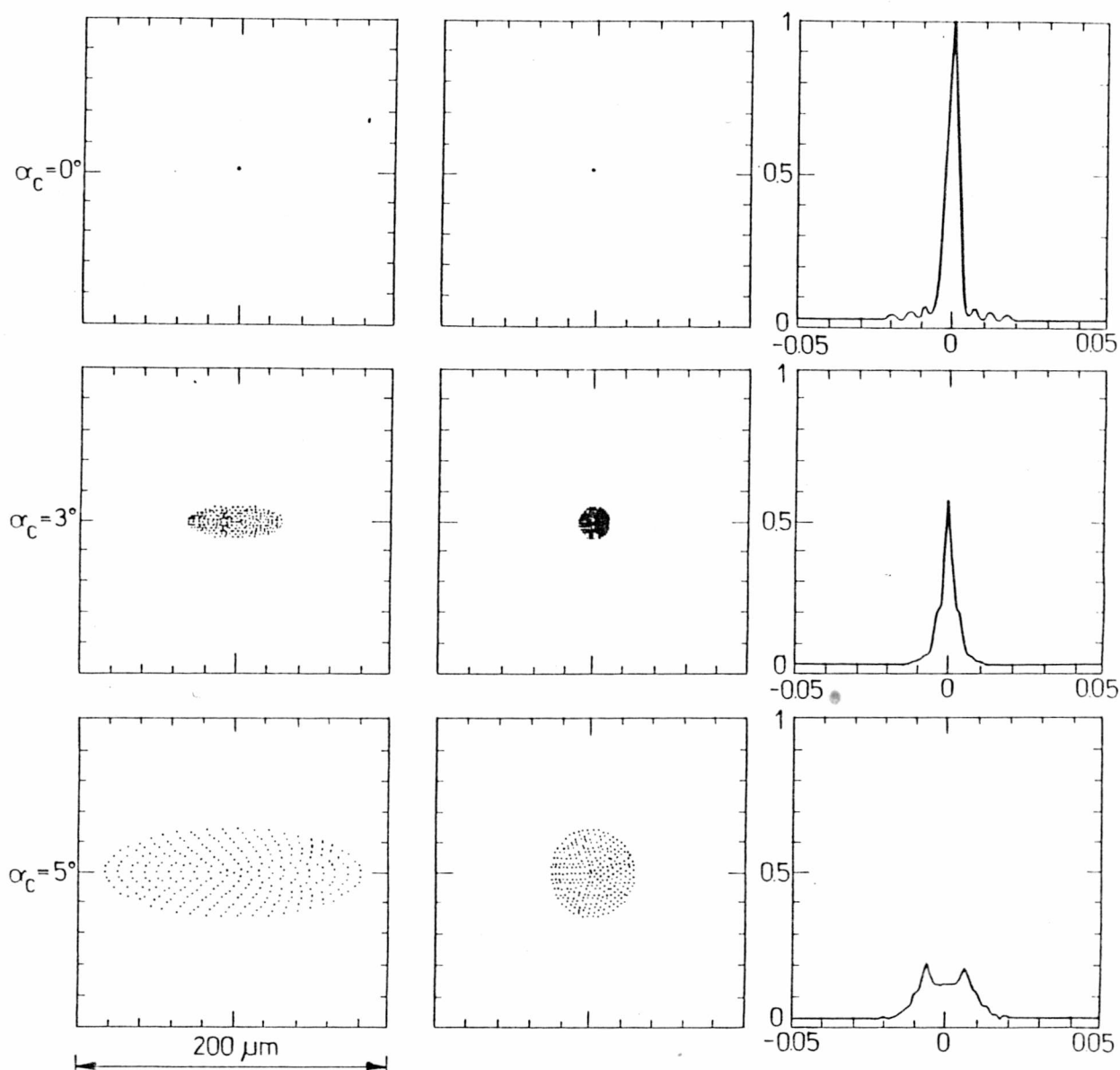
Rys. 26. Jak na rys. 25 dla $\rho = 100.0 \text{ mm}$.



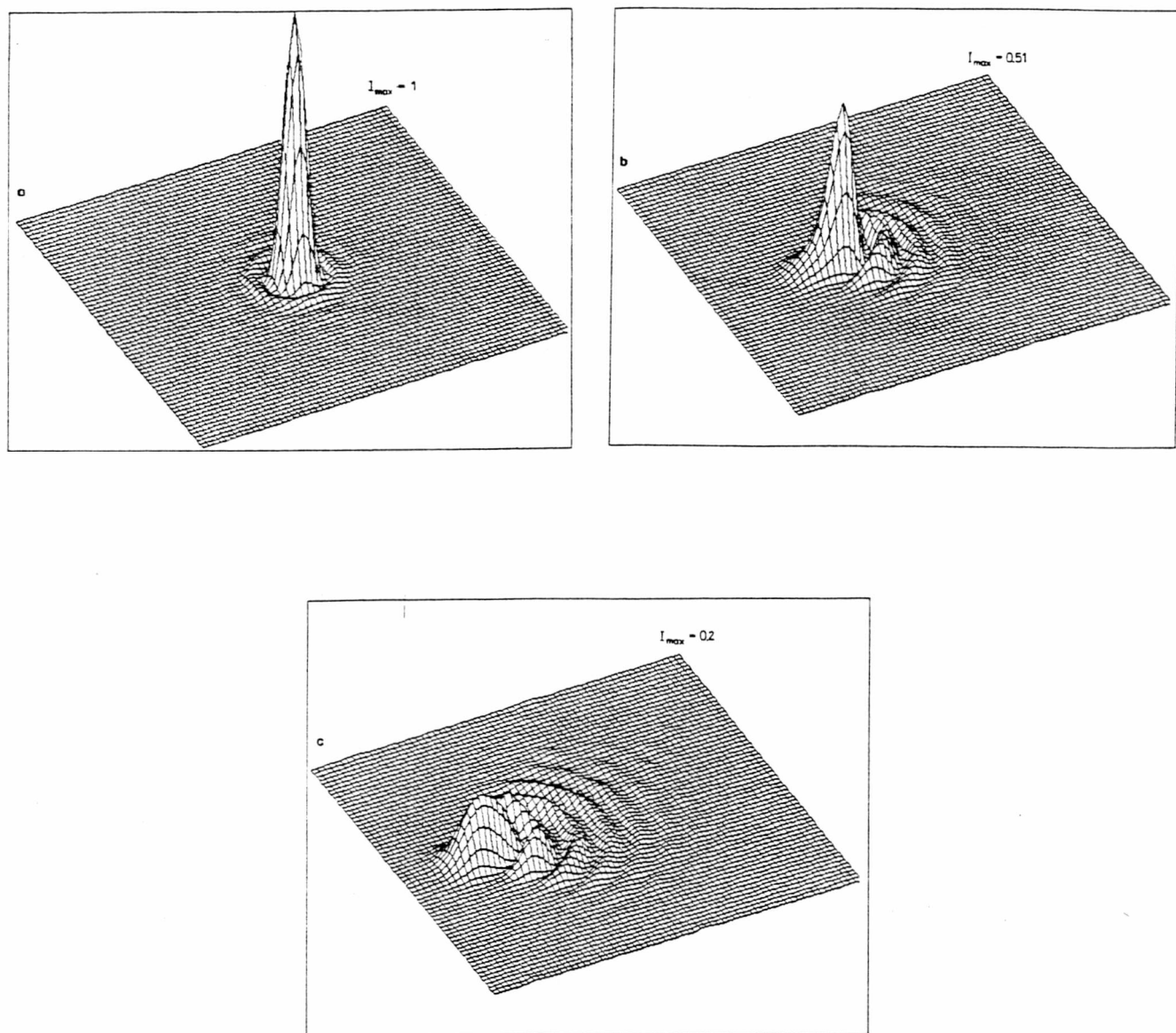
Rys. 27. Jak na rys. 25 dla $t = -88.0$ mm .



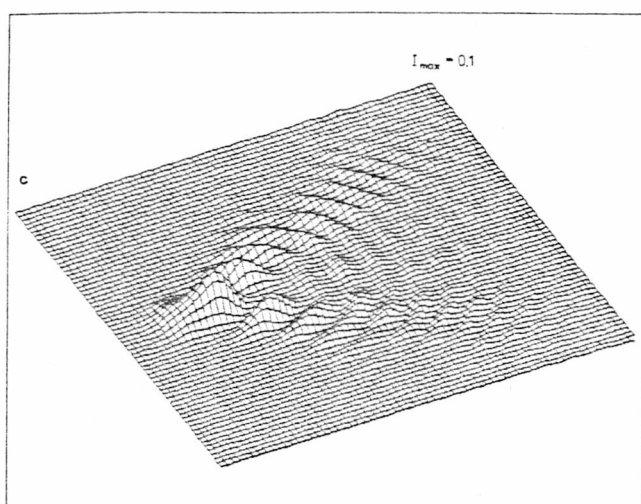
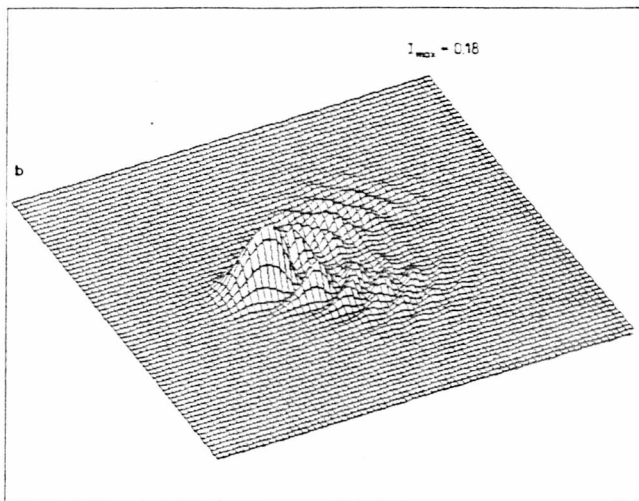
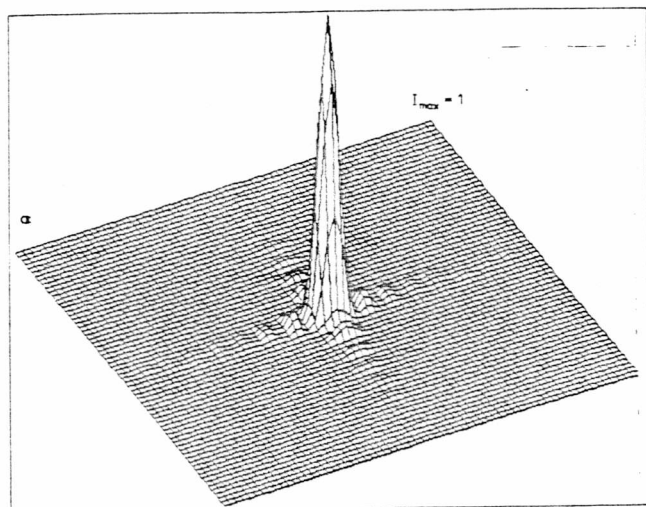
Rys. 28. Jak na rys. 24 dla $t = -58.0 \text{ mm}$.



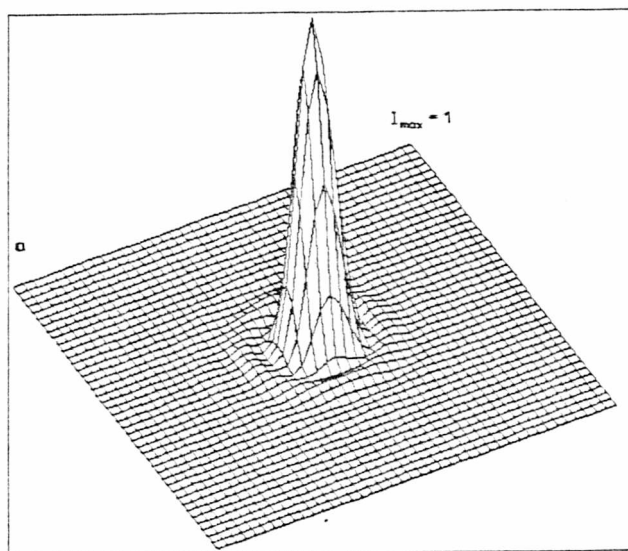
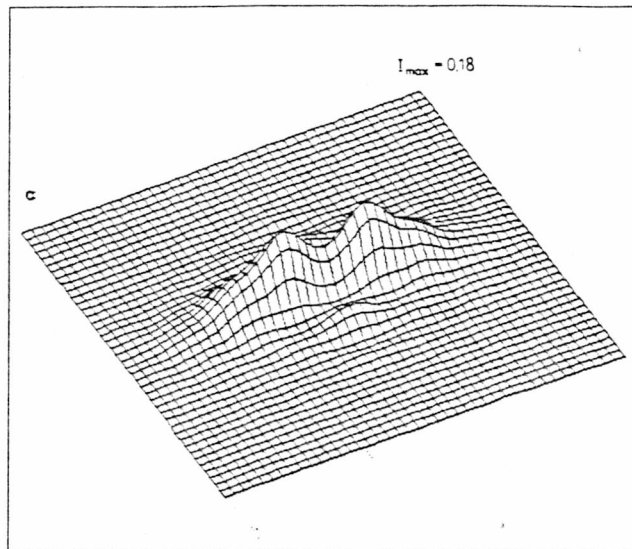
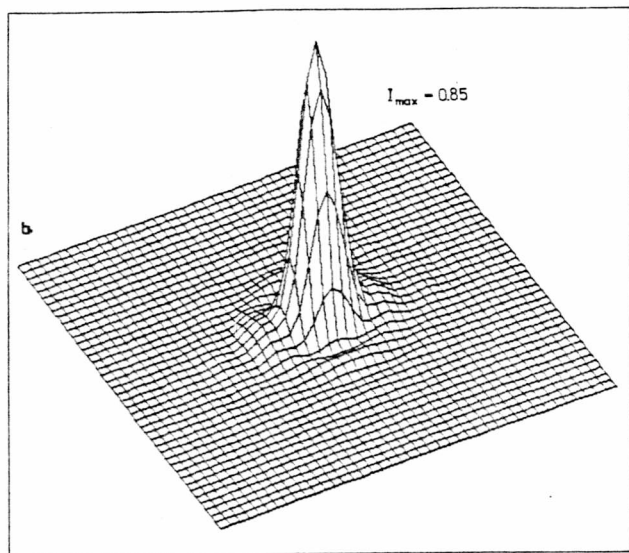
Rys. 29. Spot diagramy i odpowiednio rozkład intensywności światła w obrazie osiowym i w dwóch punktach obrazów pozaosiowych realizowanych za pomocą holograficznej soczewki aplana-tycznej.



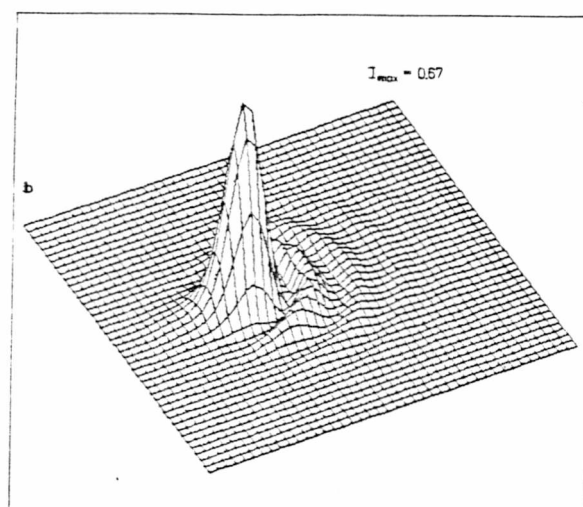
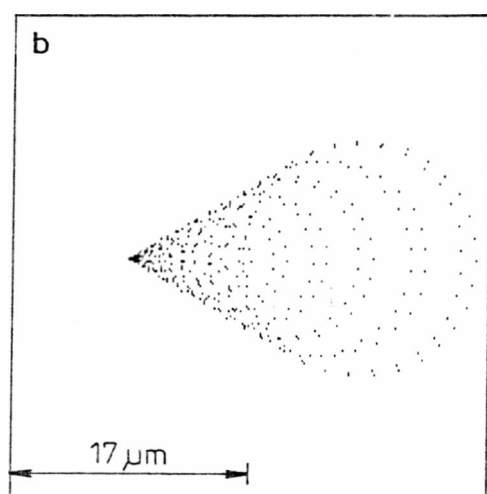
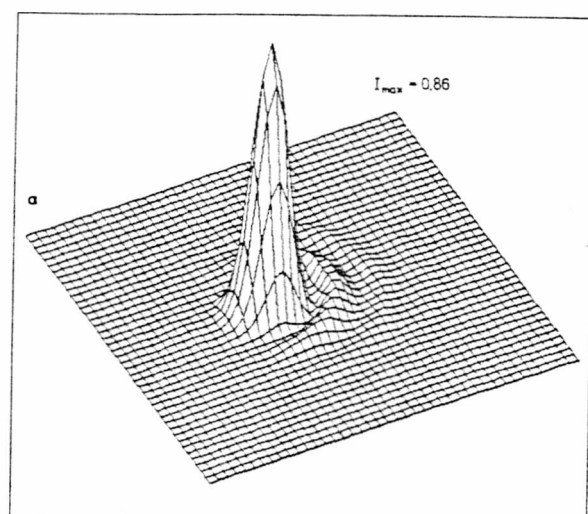
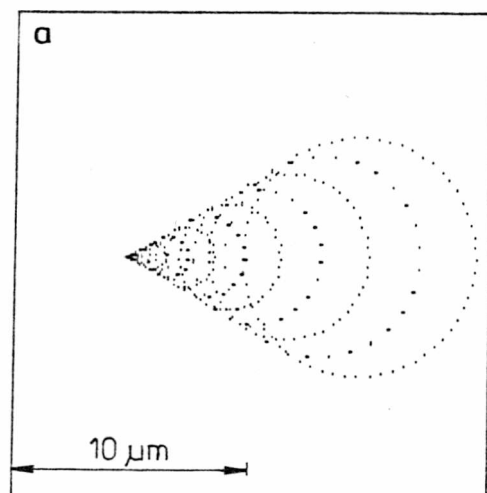
Rys. 30. Rozkład przestrzenny intensywności światła w plamce aberracyjnej dla trzech różnych punktów obrazowych określonych wartością kąta polowego (a) $\alpha_c = 0^\circ$, (b) $\alpha_c = 3^\circ$, (c) $\alpha_c = 5^\circ$ odwzorowanych za pomocą soczewki (Nr 4 w tab. II) wykonanej na podłożu sferycznym o promieniu krzywizny $\rho = 178.0$ mm z kołową zrenicą wejściową, znajdującą się w odległości $t = -88.0$ mm względem wierzchołka soczewki.



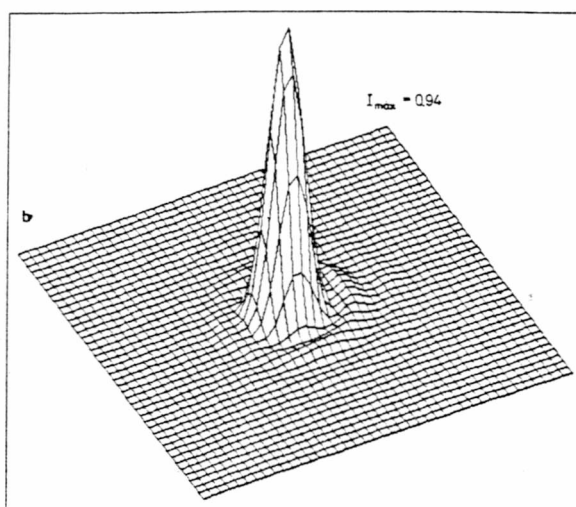
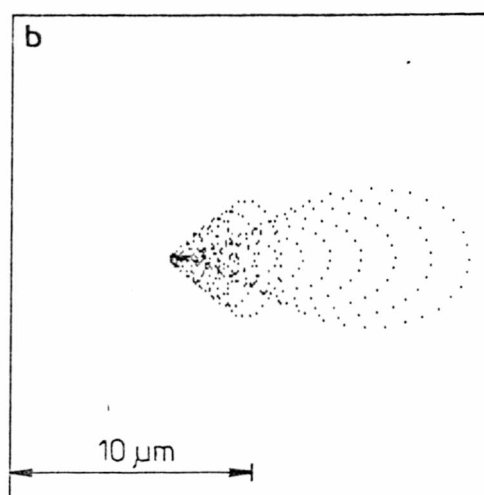
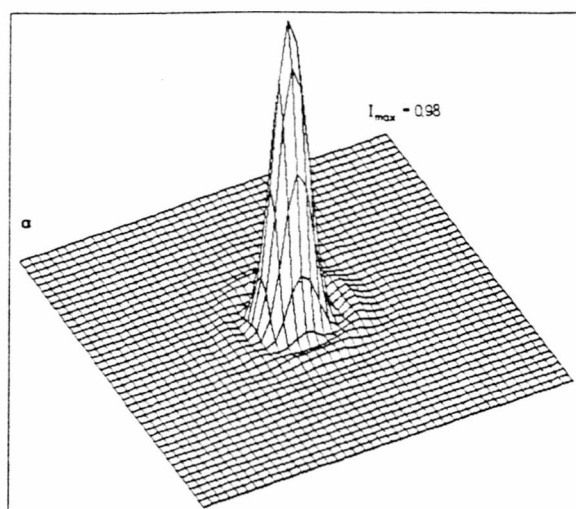
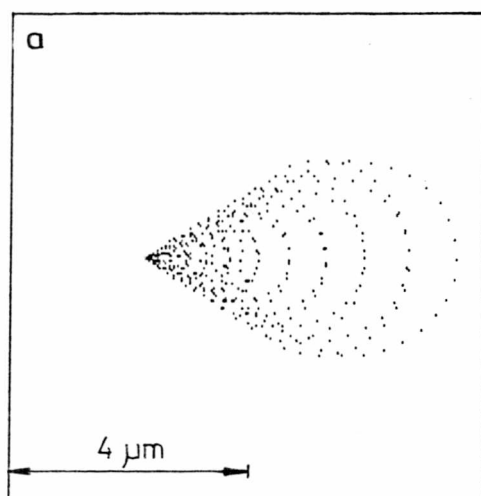
Rys. 31. Jak na rys. 30 , przy czym zrenica wejściowa jest kwadratowa.



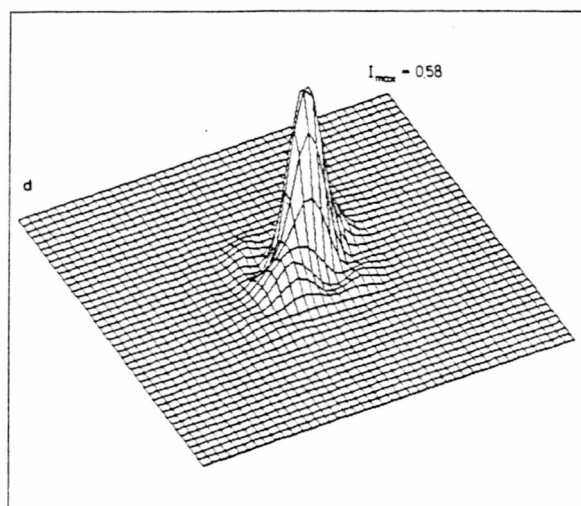
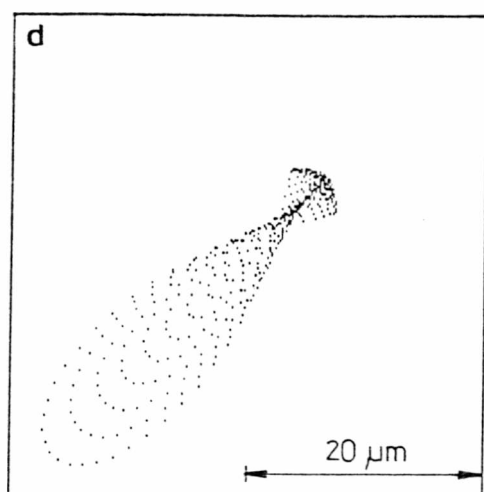
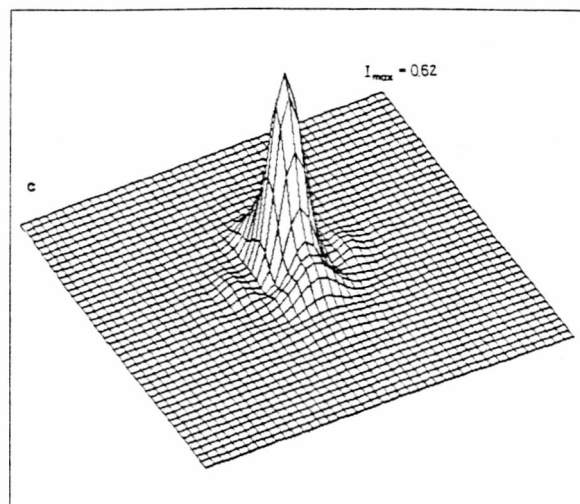
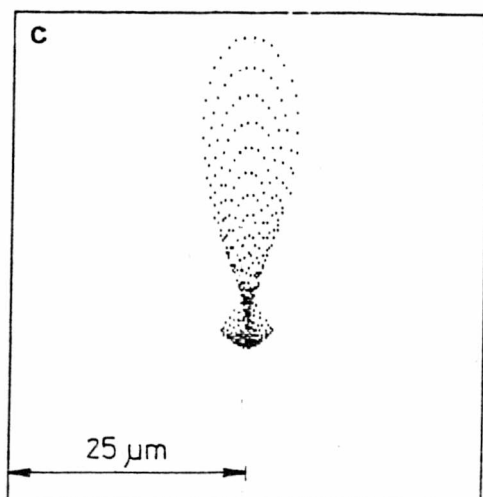
Rys. 32. Rozkład przestrzenny intensywności światła w obrazie osiowym (a) $\alpha_c = 0^\circ$ i w dwóch punktach obrazów pozaosiowych b) $\alpha_c = 1^\circ$, (c) $\alpha_c = 2^\circ$ realizowanych za pomocą soczewek Nr 6 i 7.



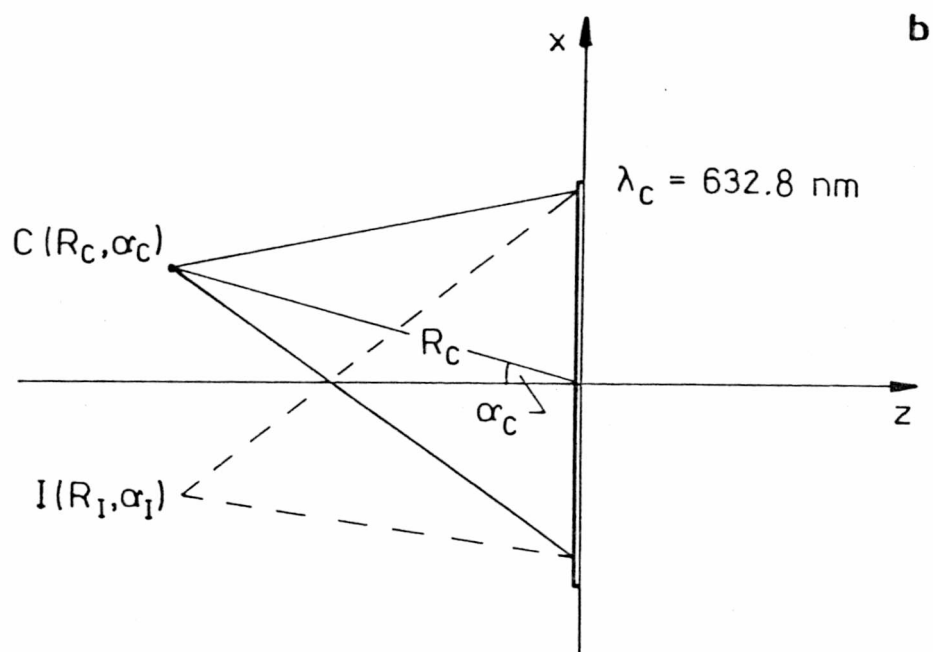
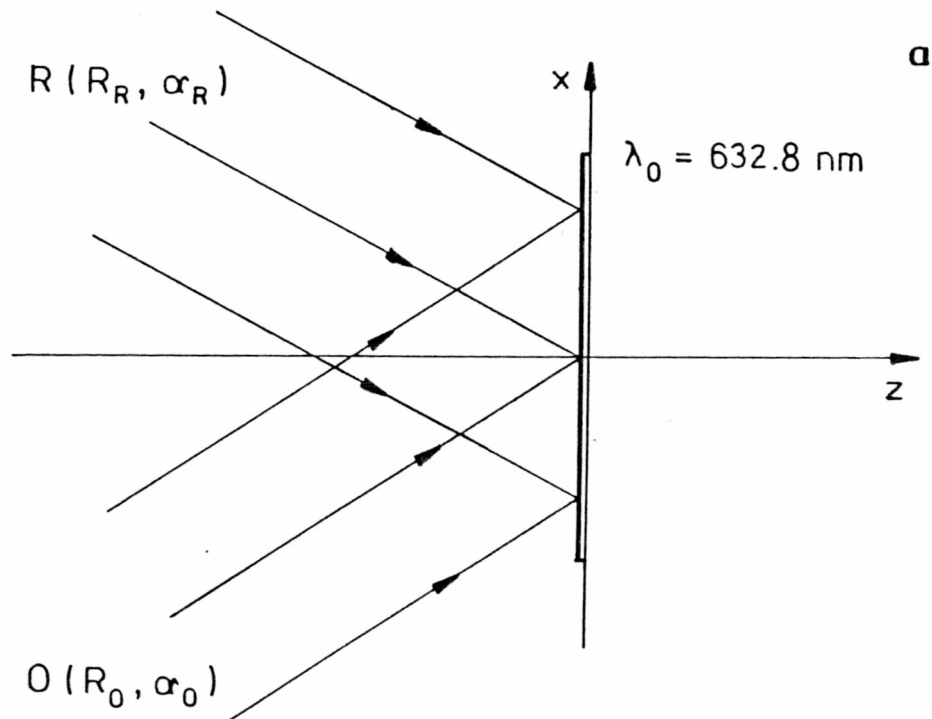
Rys. 33. Spot diagramy i odpowiednio rozkład intensywności światła w plamce aberracyjnej dwóch różnych punktów obrazowych określonych wartością kąta polowego (a) $\alpha_c = 3^\circ$ i (b) $\alpha_c = 5^\circ$ odwzorowanych za pomocą soczewki Nr 8 wykonanej na podłożu płaskim z wysuniętą zrenicą wejściową do $t = -66.67\ \text{mm}$.



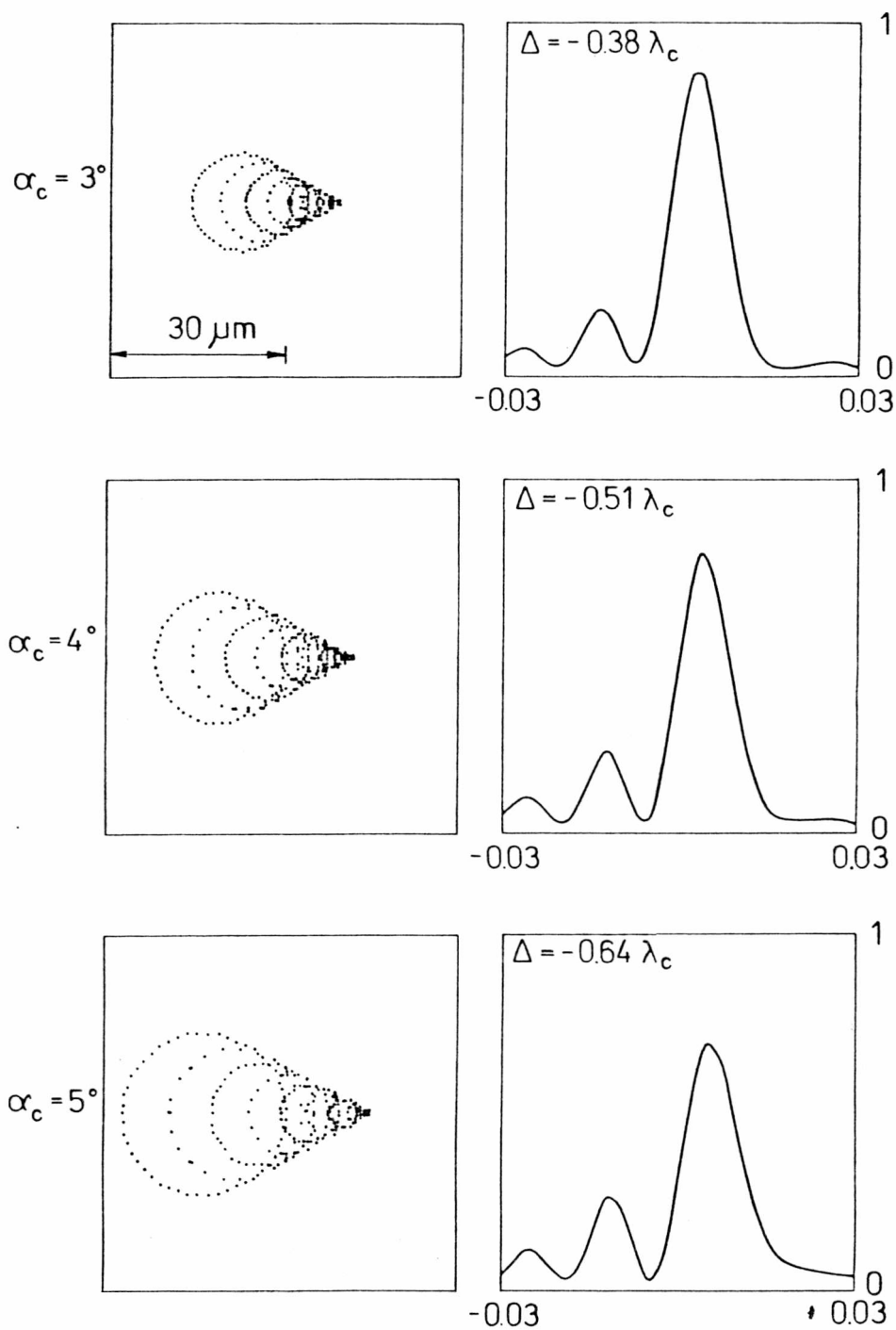
Rys. 34 (1). Spot diagramy i odpowiednio rozkład intensywności światła w plamce aberracyjnej dwóch różnych punktów obrazowych określonych wartością kąta polowego (a) $\alpha = 3^\circ$, (b) $\alpha = 5^\circ$, odwzorowanych za pomocą soczewki Nr 9, wykonanej na podłożu sferycznym o promieniu krzywizny $\rho = 299.0\ \text{mm}$ z wysuniętą zrenicą wejściową do $t = -120.0\ \text{mm}$.



Rys. 34 (2). Spot diagramy i odpowiednio rozkład intensywności światła w plamce aberracyjnej dwóch różnych punktów obrazowych określonych wartością kąta połowego (c) $\alpha_c = 3^\circ$, (d) $\alpha_{cx} = \alpha_{cy} = 5^\circ$, odwzorowanych za pomocą soczewki Nr 9, wykonanej na podłożu sferycznym o promieniu krzywizny $\rho = 299.0$ mm z wysuniętą zrenicą wejściową do $t = -120.0$ mm.



Rys. 35. Geometria układu rejestracji (a) i rekonstrukcji (b) płaskiej soczewki holograficznej.



Rys. 36. Spot diagram i odpowiedni rozkład intensywności światła w płaszczyźnie obrazu gaussowskiego dla trzech różnych punktów obrazowych.

5. SOCZEWKI HOLOGRAFICZNE REALIZUJĄCE TRANSFORMACJĘ FOURIERA

5.1. Holograficzna realizacja przekształcenia Fouriera .

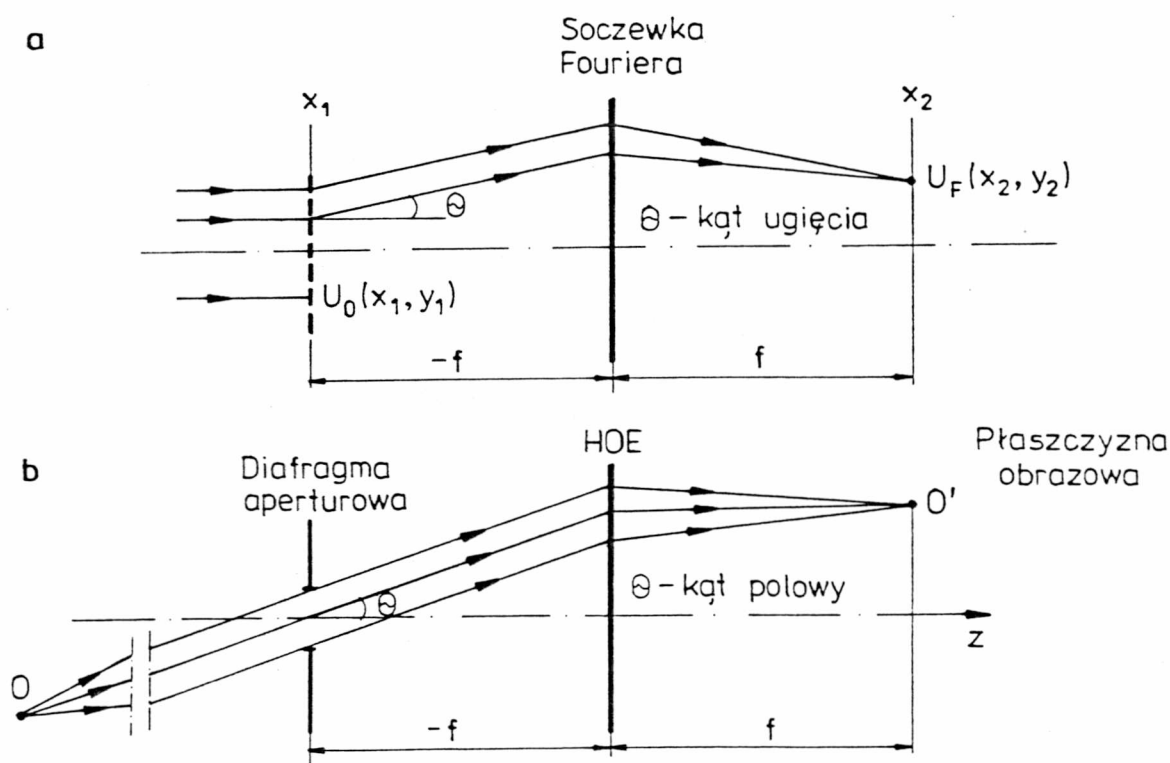
Soczewki holograficzne podobnie jak konwencjonalne mogą być wykorzystane do odwzorowania punktów z przestrzeni przedmiotowej do obrazowej. Zilustrowano to w poprzednich paragrafach niniejszej rozprawy. W szczególnym przypadku, jeżeli transmitancję przedmiotową znajdującą się w przedniej płaszczyźnie ogniskowej soczewki holograficznej oświetlić skolimowaną wiązką światła koherentnego, to rozkład natężenia oświetlenia utworzonego w tylnej płaszczyźnie ogniskowej tej soczewki (rys. 37a) jest transformatą Fouriera amplitudy zespolonej transmitancji na wejściu układu,

$$U_F(x_2, y_2) = \frac{i}{\lambda f} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} U_0(x_1, y_1) \exp \left[-i \frac{k}{f} (x_1 x_2 + y_1 y_2) \right] dx_1 dy_1 , \quad (5.1)$$

gdzie liczba falowa $k = \frac{2\pi}{\lambda}$, a f - ogniskowa soczewki. Prezentowany tu opis zjawiska dyfrakcji za pomocą całki przekształcenia Fouriera (5.1) jest słuszny głównie dla małych kątów ugięcia. Realizacja tego rodzaju operacji przekształcenia Fouriera dla dużych wartości apertury i kątów dyfrakcji jest jednak możliwa w odwzorowaniu dopuszczającym określone wartości dystorsji. Cel ten jest szczególnie łatwo osiągalny w przypadku spełnienia warunku sinusów przez promienie główne w układzie optycznym przekształcającym fale płaskie w fale sferyczne ogniskowane bezaberracyjnie w tylną płaszczyznę ogniskową układu.

Analizując bieg promieni świetlnych w układzie realizującym przekształcenie Fouriera widzimy, że nie jest to zwykły proces od-

wzorowania punktów przedmiotowych w punkty obrazowe. Jeżeli jednak skorzystać z teorii tworzenia obrazu w mikroskopie, sformułowanej przez Abbe'go, to możemy przekształcić taki układ Fouriera w równoważny mu układ konwencjonalny, w którym stosuje się znane prawa tworzenia obrazów (37b). W tej sytuacji diafragma aperturowa



Rys. 37. a) Układ realizujący transformację Fouriera rozkładu $U_0(x_1, y_1)$, b) równoważny układ konwencjonalnego odwzorowania.

znajduje się w przedniej płaszczyźnie ogniskowej układu, a poszczególne punkty przedmiotowe - w minus nieskończoności. Odległość katowa punktów przedmiotowych względem środka diafragmy aperturowej określa kąty dyfrakcji fal płaskich ugiętych na badanej transparen-cji umieszczonej w płaszczyźnie ogniskowej układu fourierowskiego. Promienie świetlne emitowane ze źródeł światła punktów przedmioto-

wych znajdujących się w nieskończoności, przechodzą przez diafragmę aperturową decydującą o zdolności rozdzielczej obrazów tworzonych w tylnej płaszczyźnie ogniskowej. Oznacza to, że każda fala emitowana z pozaosiowego źródła punktu przedmiotowego, zlokalizowanego w nieskończoności odpowiada ugiętej fali płaskiej reprezentującej określoną wartość częstości przestrzennej badanej transmitancji.

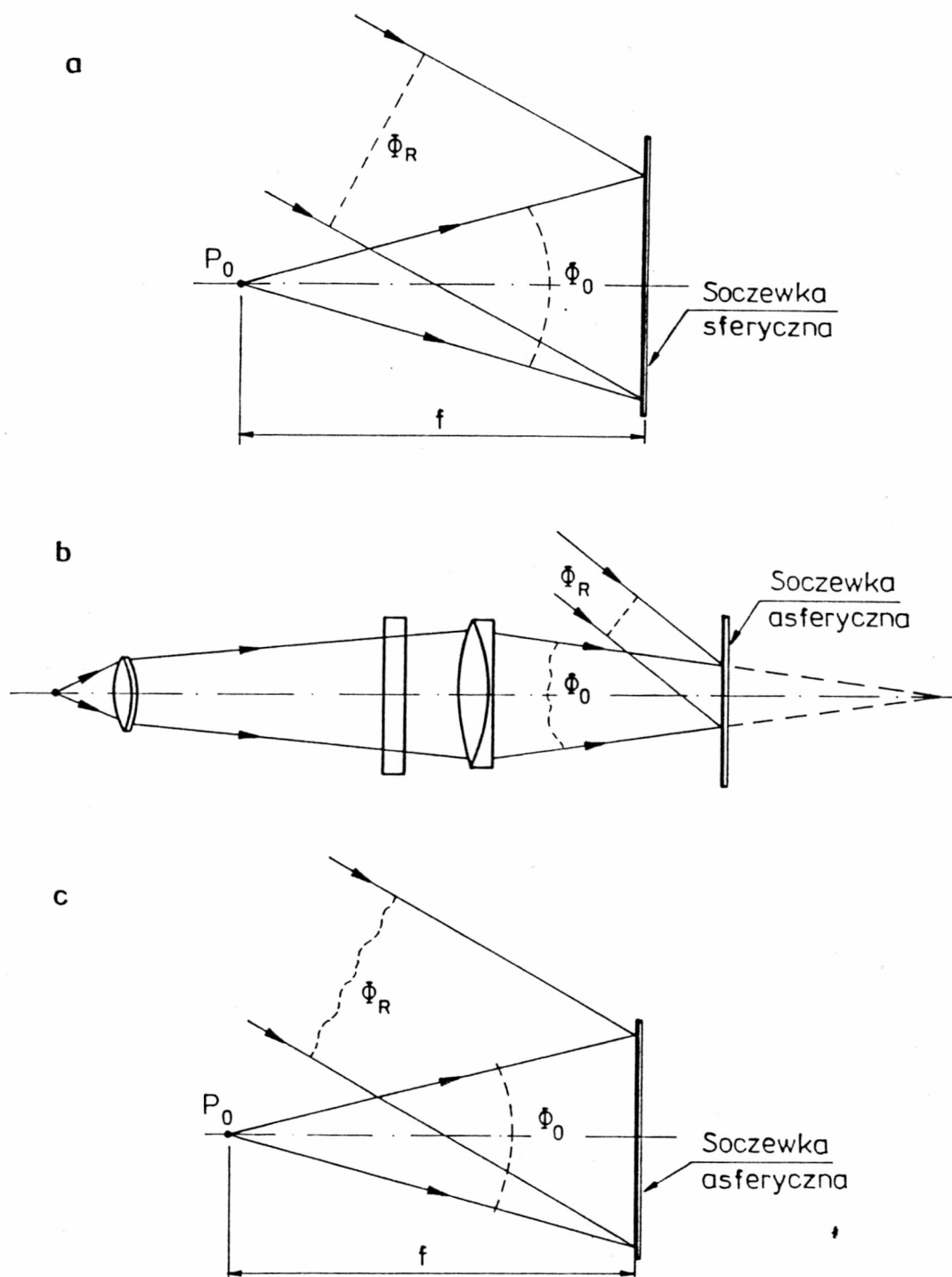
W okresie ostatnich kilkunastu lat ukazało się szereg publikacji poświęconych własnościom odwzorowania holograficznych elementów optycznych [2-5, 15, 23, 25, 30, 34-36, 40, 52, 53, 74, 74, 99, 100], które znalazły zastosowanie między innymi w realizacji transformacji Fouriera. Podstawowe badania w tym zakresie prowadzone były przez dwa zespoły badawcze: 1) zespół skupiony wokół J.R.Fienupa w Environmental Research Institute of Michigan, oraz 2) zespół kierowany przez A.A.Friesema w Weizmann Institute of Science. Badania dotyczyły głównie problemu skonstruowania płaskiej asferycznej soczewki holograficznej, przeznaczonej do realizacji przekształcenia Fouriera. Obliczenia te sprowadzają się do minimalizacji średniego błędu kwadratowego frontów falowych na wyjściu, które odpowiadają poszczególnym częstościom przestrzennym badanego widma. Wyniki badań świadczą o tym, że nie zawsze uzyskuje się małe wartości średniego błędu kwadratowego [23, 100], ale w szczególnym przypadku można osiągnąć małe, dopuszczalne wartości aberracji sferycznej, komy i astygmatyzmu przy zachowaniu dystorsji. Próby tworzenia soczewek holograficznych sprowadzają się w ogólności do rejestracji określonych frontów falowych na podłożu płaskim [49]. I tak np. tworzenie soczewek sferycznych polega na konwencjonalnej rejestracji sferycznych frontów falowych, natomiast soczewek asferycznych - na rejestracji asferycznego frontu falowego określonego analitycznie lub za pomocą dodatkowego układu optycznego odwzorowu-

jącego powierzchnię odpowiednio ukształtowaną. Zagadnienie tworzenia holograficznych soczewek Fouriera polega na rejestracji takiego elementu dyfrakcyjnego, który posiadałby własność przekształcania zbioru fal płaskich na wejściu w odpowiadający mu zbiór fal sferycznych na wyjściu soczewki [48]. Tego rodzaju transformację Fouriera realizowaną za pomocą holograficznego układu optycznego przedstawiono na rys. 37 a.

5.2. Element holograficzny jako soczewka Fouriera.

Początkowo produkowane holograficzne soczewki Fouriera były soczewkami sferycznymi, tworzonymi sposobem konwencjonalnym na płaskim podłożu za pomocą sferycznych frontów falowych. Soczewki takie (rys. 38 a) mogą być stosowane tylko w obszarze bardzo małych kątów ugięcia. Stanowią one często punkt wyjścia do rejestracji holograficznych elementów optycznych stosowanych do badania widma częstości przestrzennych w szerszym przedziale. Zagadnienie określenia fazy fali asferycznej niezbędnej do rejestracji holograficznego elementu optycznego nie jest zbyt proste i opiera się na metodzie iteracji. W tym też celu w dotychczasowych projektach i pracach, które publikowano, stosowano program komputerowy [23] opisujący bieg promieni świetlnych w układzie holograficznym, zwany HOAD (Holographic Optics Analysis and Design). Przy ustalonej amplitudzie fali, zadanie sprowadza się do rejestracji wyłącznie funkcji fazowej frontu falowego na światłoczułej powierzchni płaskiej lub zakrzywionej. Taką funkcję fazową fali rejestrującej definiuje się w postaci szeregu potęgowego

$$\Phi(x, y) = \sum_i \sum_j C_{ij} x^i y^j, \quad (5.2)$$



Rys. 38. Rejestracja soczewek holograficznych : a) sferycznej, b) i c) asferycznej .

lub wielomianu Legendre'a

$$\Phi(x, y) = \sum_i \sum_j C_{ij} L_i(x) L_j(y), \quad (5.3)$$

gdzie współczynniki określonego wielomianu są parametrami optymalizacyjnymi. Jeżeli fala rejestrująca nie zanika, to jej funkcja fazowa spełnia warunek

$$\left[\left(\frac{\partial \Phi}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial \Phi}{\partial y} \right)^2 \right]^{1/2} \leq \frac{2\pi}{\lambda_0}, \quad (5.4)$$

który jest równoważny żądaniu, że suma kwadratów kosinusów kierunkowych względem osi x i y nie jest większa od jedności. Analogicznie, aby uniknąć tłumienia promienia obrazowego, suma kwadratów jego kosinusów kierunkowych musi być mniejsza lub najwyżej równa jedności.

Na rys. 38 b przedstawiono schemat rejestracji asferycznej soczewki holograficznej za pomocą płaskiej fali odniesienia i zniekształconej fali sferycznej emitowanej ze źródła punktowego znajdującego się na osi prostopadłej do powierzchni ośrodka rejestrującego. Rys. 38 c natomiast ilustruje tworzenie soczewki asferycznej za pomocą fali sferycznej i często stosowanej płaskiej fali odniesienia, do której wprowadza się zaburzenie określone funkcją przeniesienia fazy w postaci wielomianu,

$$\begin{aligned} \Phi(x, y) = \frac{2\pi}{\lambda_0} & \left[C_{20}x^2 + C_{40}x^4 + C_{60}x^6 + C_{80}x^8 + \right. \\ & + C_{02}y^2 + C_{04}y^4 + C_{06}y^6 + C_{08}y^8 + \\ & \left. + C_{22}x^2y^2 + C_{44}x^4y^4 \right]. \end{aligned} \quad (5.5)$$

Jedną ze stosowanych i rozpowszechnionych metod wyznaczania asferycznego elementu holograficznego jest rejestracja odpowiednio utworzonego frontu falowego za pomocą hologramu komputerowego CGH (Computer Generated Hologram). Transmitancję amplitudową takiego

hologramu sprowadza się do postaci

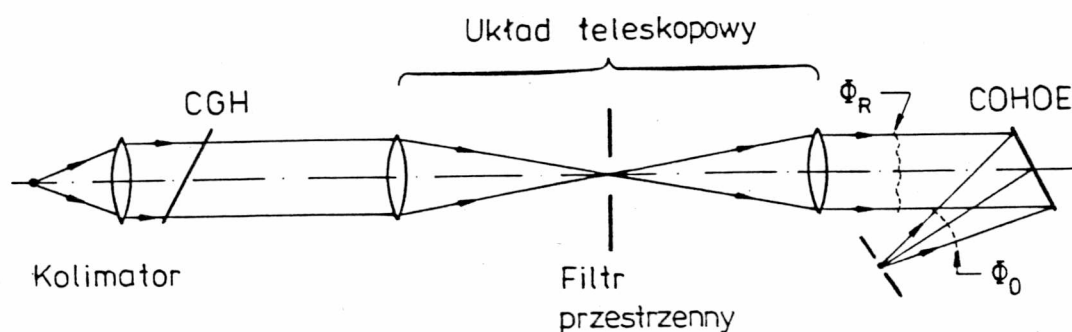
$$t_A(x,y) = B + A(x,y) \cos \left[\omega x + \Phi(x,y) \right], \quad (5.6)$$

gdzie $B = 0.5$ jest średnią wartością transmitancji,

$A(x,y) \leq 0.5$ - amplituda,

ω - kołową częstotliwością nośną fali odniesienia,

$\Phi(x,y)$ - funkcją (5.5) przenoszenia fazy.



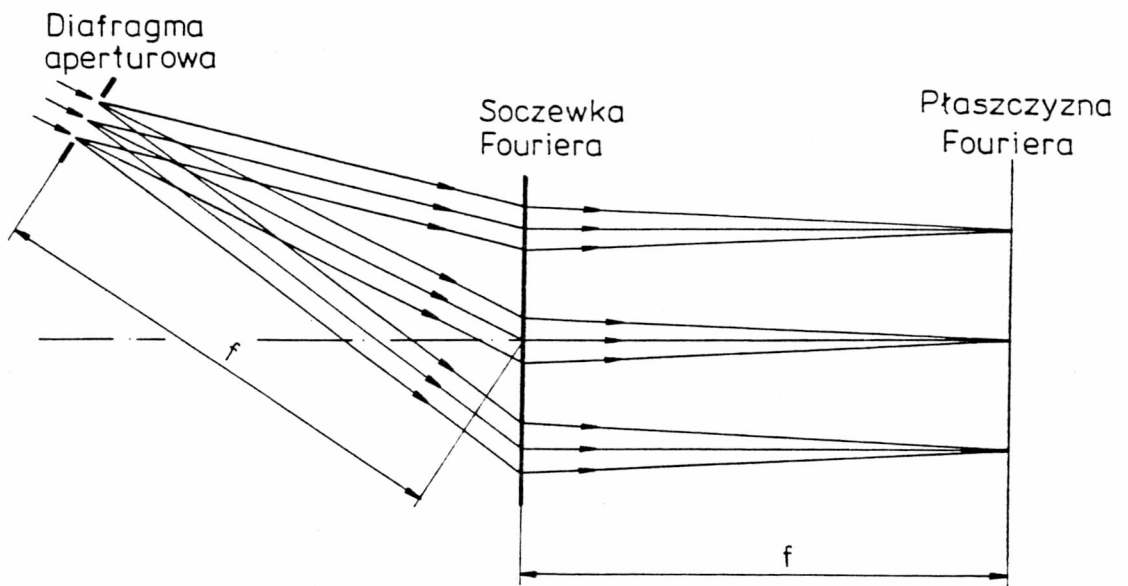
Rys. 39. Układ optyczny do rejestracji asferycznej soczewki Fouriera za pomocą zaburzonej fali płaskiej.

Na rys. 39 przedstawiono układ optyczny do rejestracji tego rodzaju asferycznej soczewki Fouriera, zwanej holograficznym elementem optycznym inicjowanym komputerowo COHOE (Computer Originated Holographic Optical Element). W układzie tym front falowy po przejściu przez hologram komputerowy CGH jest odwzorowany za pomocą układu teleskopowego o jednostkowym powiększeniu w płaszczyznę ośrodka rejestrującego COHOE, zachowując żądane relacje fazowe. Filtr przestrzenny jest umieszczony w płaszczyźnie częstości przestrzennych w ten sposób, aby tylko fala pierwszego rzędu ugięta na hologramie CGH przeszła przez filtr do płaszczyzny ośrodka rejestrującego. Płaszczyzny CGH i COHOE pokrywają się odpowiednio z płaszczyznami sprzężonego odwzorowania, przy czym wynikające stąd nachylenie zapewnia jednocześnie żądane nachylenie fali odniesienia

w czasie rejestracji. W tej sytuacji rejestracja zoptymalizowanego elementu holograficznego Fouriera sprowadza się do interferencji idealnej fali sferycznej o fazie

$$\Phi_0(x,y) = \frac{2\pi}{\lambda_0} \left[(x^2 + y^2 + f^2)^{1/2} \right], \quad (5.7)$$

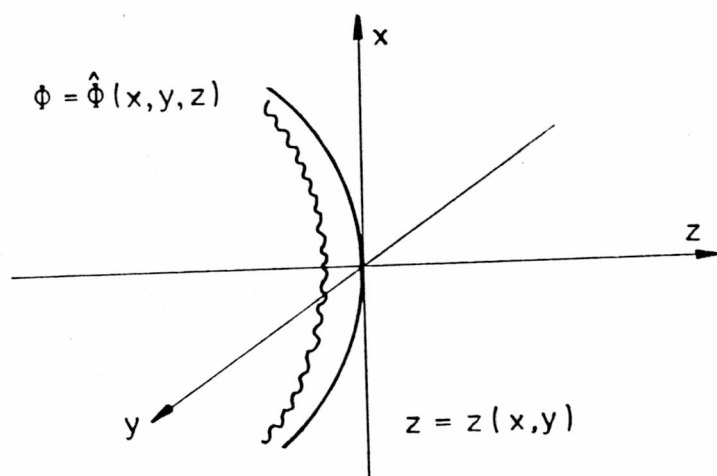
z odpowiednio zaburzoną falą płaską generowaną z hologramu komputerowego CGH. Rys. 40 ilustruje bieg promieni świetlnych przez holograficzną soczewkę Fouriera, która została wykonana za pomocą układu optycznego przedstawionego na rys. 39. Transmitancja przedmiotowa generuje w płaszczyźnie ogniskowej soczewki widmo przestrzenne w postaci fal płaskich które są ogniskowane za pomocą soczewki Fouriera w jej tylną płaszczyznę ogniskową.



Rys. 40. Holograficzna soczewka Fouriera przekształcająca fale płaskie w fale sferyczne.

5.3. Tworzenie elementów holograficznych na powierzchni zakrzywionej.

Rejestracja odpowiednio określonych frontów falowych na podłożu zakrzywionym jest zagadnieniem bardziej złożonym, aniżeli tworzenie holograficznych elementów optycznych (sferycznych lub asferycznych) na podłożu płaskim. W tej sytuacji kosinusy kierunkowe promieni ugiętych na elemencie holograficznym zależą nie tylko od funkcji fazowej zarejestrowanych frontów falowych, ale również i od funkcji określającej kształt zakrzywionej powierzchni podłoża (rys. 41). Ugięciem alternatywnym jest określenie funkcji fazowej



Rys. 41. Rejestracja asferycznej soczewki holograficznej na podłożu zakrzywionym.

na powierzchni płaskiej, oddzielonej od powierzchni zakrzywionej podłoża. Ten jednak przypadek jest podobny do określenia frontu falowego za pomocą układu pomocniczego w ten sposób, aby znaleźć fazę fali i jej kosinusy kierunkowe w określonym punkcie przecięcia promieni z powierzchnią. W tym też celu wykorzystuje się tu metodę iteracji lub interpolacji biegu promieni świetlnych [23]. Procedura obliczenia biegu promieni w tym przypadku upraszcza się głównie dlatego, że bieg promieni odbywa się między dwoma powierzchniami

bez udziału pośredniczących elementów optycznych. Zagadnienie upraszcza się szczególnie dla płaszczyzny stycznej do powierzchni zakrzywionej.

Rozpatrzmy pierwszą z wyżej wspomnianych metod, w której funkcja fazowa jest określona na powierzchni zakrzywionej. Oznaczmy fazę fali poprzez dowolny obszar przez $\Phi(x,y,z)$, natomiast jej wektor falowy opisany jest równaniem

$$\vec{k} = \nabla \Phi(x,y,z) = K_x \hat{x} + K_y \hat{y} + K_z \hat{z}, \quad (5.8)$$

gdzie $\hat{x}$, $\hat{y}$, $\hat{z}$ są wektorami jednostkowymi odpowiednio względem osi x , y , z kartezjańskiego układu współrzędnych. Moduł wektora falowego $k = |\vec{k}| = \frac{2\pi}{\lambda_0}$, natomiast kosinusy kierunkowe dane są przez

$$\begin{aligned} K_x &= \frac{\lambda_0}{2\pi} \frac{\partial \Phi}{\partial x}, \\ K_y &= \frac{\lambda_0}{2\pi} \frac{\partial \Phi}{\partial y}, \\ K_z &= \frac{\lambda_0}{2\pi} \frac{\partial \Phi}{\partial z}. \end{aligned} \quad (5.9)$$

Jeżeli równanie powierzchni podłoża hologramu jest

$$z = z(x,y), \quad (5.10)$$

to faza fali na tej powierzchni określona jest równaniem

$$\Phi(x,y) = \hat{\Phi}[x, y, z(x,y)]. \quad (5.11)$$

Funkcja w ten sposób zdefiniowana nazywa się powierzchniową funkcją fazową. Jeżeli dana jest powierzchniowa funkcja fazowa w postaci analitycznej, to powstaje problem określenia kosinusów kierunkowych, które są proporcjonalne do pochodnych cząstkowych funkcji $\Phi(x,y,z)$. Dzięki regule łańcuchowej pochodnych cząstkowych mamy dwa równania

$$\frac{\partial \Phi}{\partial x} = \frac{\partial \hat{\Phi}}{\partial x} + \frac{\partial \hat{\Phi}}{\partial z} \cdot \frac{\partial z}{\partial x} = \Phi_x, \quad (5.12)$$

$$\frac{\partial \hat{\Phi}}{\partial y} = \frac{\partial \hat{\Phi}}{\partial y} + \frac{\partial \hat{\Phi}}{\partial z} \cdot \frac{\partial z}{\partial y} = \Phi_y. \quad (5.13)$$

Korzystając z równania (5.8) otrzymamy równanie określające wartości liczby falowej

$$|\vec{k}| = \sqrt{\left(\frac{\partial \hat{\Phi}}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial \hat{\Phi}}{\partial y}\right)^2 + \left(\frac{\partial \hat{\Phi}}{\partial z}\right)^2}, \quad (5.14)$$

a po rozwiązaniu trzech równań (5.12), (5.13) i (5.14), otrzymamy

$$\frac{\partial \hat{\Phi}}{\partial z} = \Phi_z = \frac{(\Phi_x z_x + \Phi_y z_y) \pm \sqrt{(\Phi_x z_x + \Phi_y z_y)^2 + (1 + z_x^2 + z_y^2)(k^2 - \Phi_x^2 - \Phi_y^2)}}{1 + z_x^2 + z_y^2}. \quad (5.15)$$

$$\frac{\partial \hat{\Phi}}{\partial y} = \Phi_y - \Phi_z z_y, \quad (5.16)$$

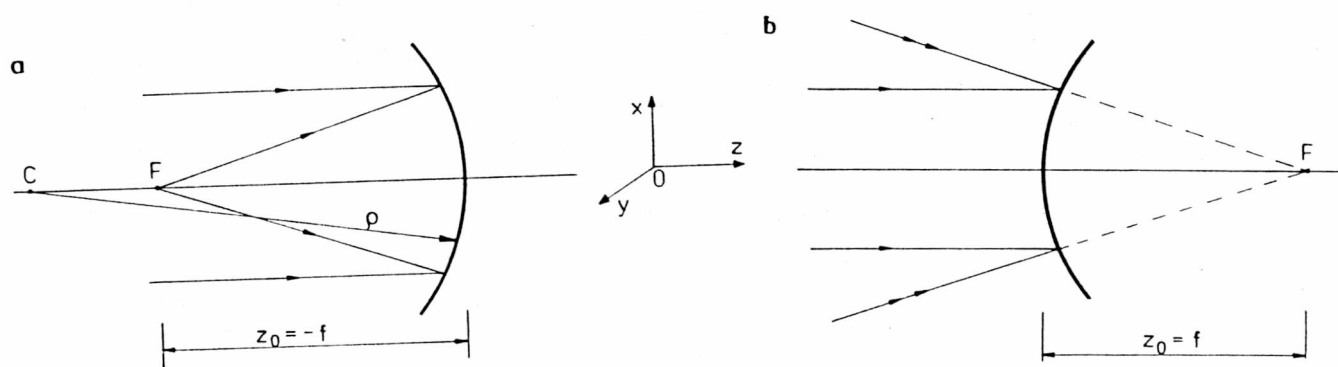
$$\frac{\partial \hat{\Phi}}{\partial x} = \Phi_x - \Phi_z z_x, \quad (5.17)$$

gdzie $z_x = \frac{\partial z}{\partial x}$, $z_y = \frac{\partial z}{\partial y}$. Korzystając z powierzchniowej funkcji fazowej przy użyciu równań (5.15), (5.16) i (5.17), możemy bezpośrednio określić fazę i kosinusy kierunkowe rozchodzącej się fali świetlnej.

5.4. Konfiguracja układu rejestrującego.

Jednym ze skutecznie wpływających układów na redukcję dystryksji jest układ telecentryczny, w którym diafragma aperturowa umieszczona w płaszczyźnie ogniskowej soczewki, jest odwzorowywana w źrenicę wyjściową znajdującą się w nieskończoności. Toteż w rozważaniach niniejszej rozprawy wyeksponowane zostały układy, których rejestracja zapewnia podczas rekonstrukcji telecentrycznej bieg promieni świetlnych po stronie obrazowej. W układzie takim promie-

nie główne przechodzące przez środek źrenicy wejściowej, w przestrzeni obrazowej są równoległe do osi optycznej układu. Oznacza to, że są one prostopadłe do płaszczyzny obrazowej, której przesunięcie wzdłuż osi nie ma wpływu na wzajemną lokalizację punktów obrazowych reprezentujących częstości przestrzenne badanej transmitancji. Najprostszym przykładem takiej soczewki realizującej telecentryczny bieg promieni jest płytka strefowa Fresnela, lub równoważny jej hologram punktu osiowego utworzony w wyniku interferencji fali sferycznej z falą płaską, jak pokazano na rys. 42a, który ilustruje rejestrację soczewki na podłożu sferycznym. Tymczasem rys. 45 b



Rys. 42. Rejestracja soczewki holograficznej na podłożu sferycznym wklęsłym (a) oraz wypukłym (b).

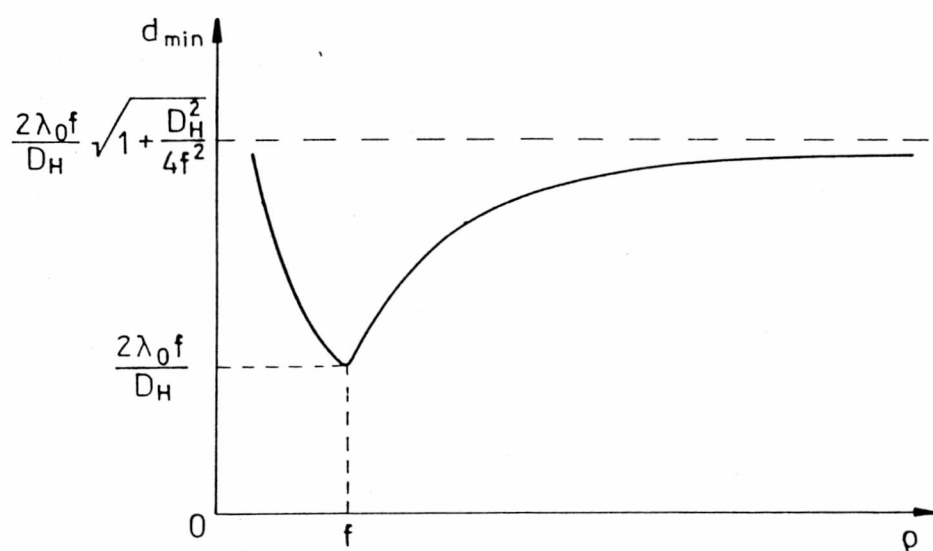
prezentuje realizację biegu promieni świetlnych w takiej soczewce holograficznej. Oczywiście, układ prążków interferencyjnych utworzonych na powierzchni sferycznej podłoża zależy od kąta padania fal interferujących. Odległość między sąsiadującymi ze sobą prążkami, zwana okresem lub stałą siatki określona jest wzorem (1.6), gdzie α_R i α_O jest kątem padania fali odpowiednio odniesienia i przedmiotowej na powierzchnię ośrodka rejestrującego. Korzystając z relacji geometrycznych w układzie rejestrującym [41, 42], otrzymamy wyrażenie określające częstość przestrzenną prążków interferencyjnych, zarejestrowanych na podłożu sferycznym o promieniu krzywizny ρ :

$$\frac{1}{d} = \left\{ \frac{\rho - f + \left[f^2 + 2(\rho - f) \left(\rho - \sqrt{\rho^2 - x^2 - y^2} \right) \right]^{1/2}}{\lambda_0 \rho \left[f^2 + 2(\rho - f) \left(\rho - \sqrt{\rho^2 - x^2 - y^2} \right) \right]^{1/2}} \right\} (x^2 + y^2)^{1/2}. \quad (5.18)$$

Maksymalną wartość częstości przestrzennej prążków interferencyjnych otrzymamy na brzegu soczewki, gdzie zarejestrowano prążki o minimalnej wartości stałej siatki

$$d_{\min} = \frac{2 \rho \lambda_0 \left[f^2 + (\rho - f) \left(\rho - \sqrt{4 \rho^2 - D_H^2} \right) \right]^{1/2}}{D_H \left\{ \rho - f + \left[f^2 + (\rho - f) \left(2\rho - \sqrt{4 \rho^2 - D_H^2} \right) \right]^{1/2} \right\}}, \quad (5.19)$$

przy czym przez D_H oznaczono średnicę soczewki holograficznej.

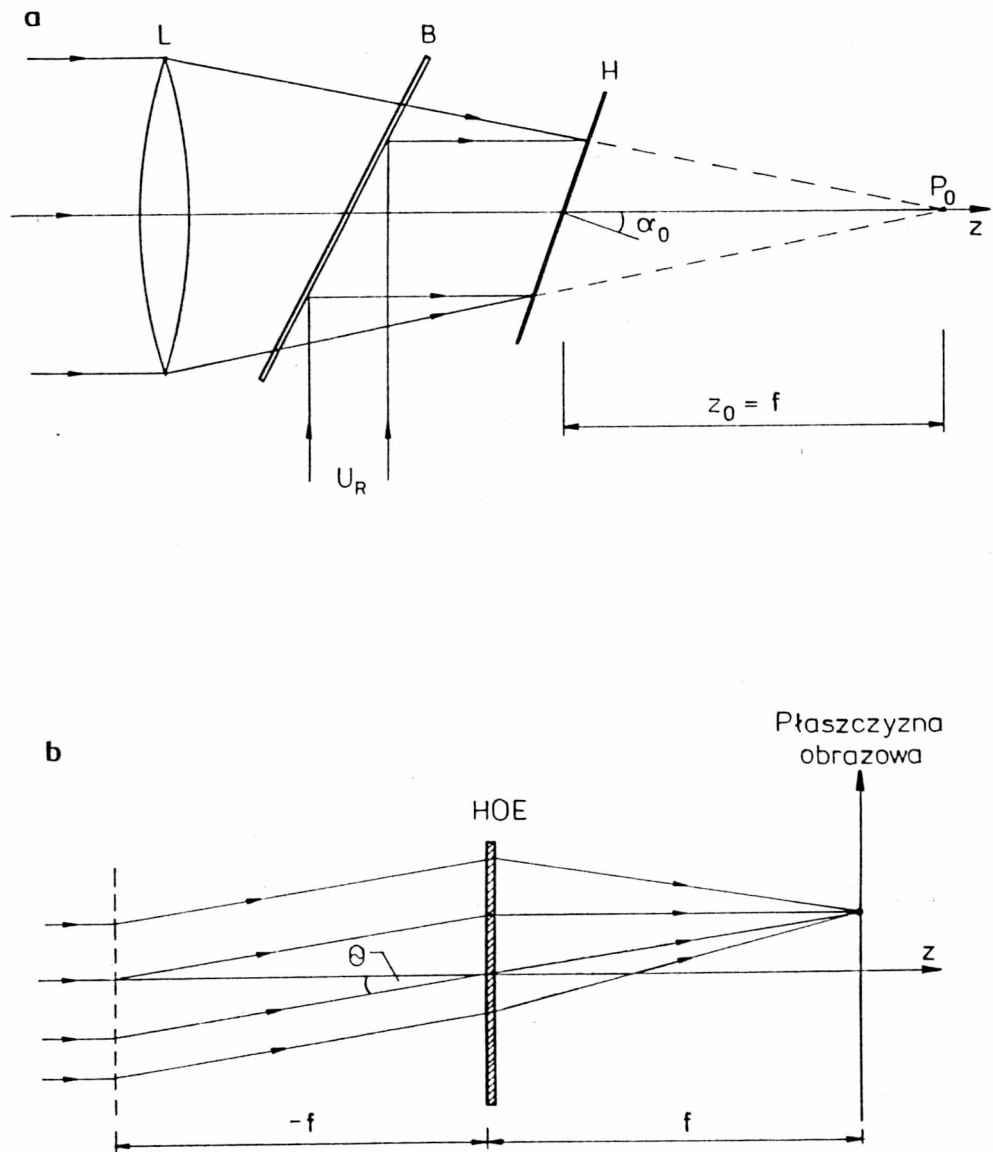


Rys. 43. Wykres stałej siatki dyfrakcyjnej (minimum) w zależności od promienia krzywizny podłoża soczewki holograficznej.

Rys. 43 ilustruje minimalną wartość stałej siatki dyfrakcyjnej elementu holograficznego wykonanego na podłożu sferycznym w zależności od promienia krzywizny podłoża.

Na rysunkach 44, 45 i 46 pokazano układ optyczny do rejestracji holograficznej soczewki Fouriera odpowiednio na podłożu płaskim, sferycznym wklęsłym i sferycznym wypukłym. Na rys. (a)

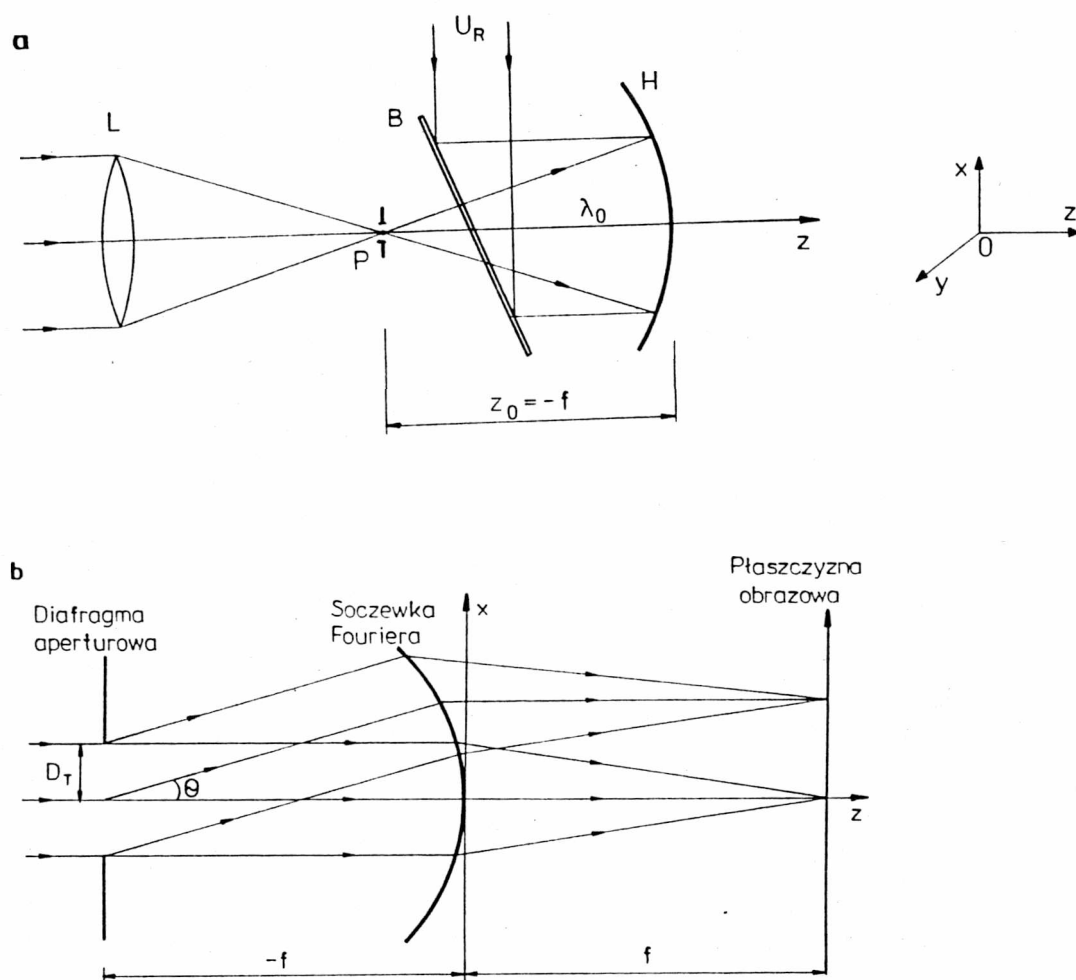
uwidoczniono tworzenie holograficznej soczewki Fouriera za pomocą dwóch współosiowych fal : sferycznej jako fali przedmiotowej i płaskiej fali odniesienia, natomiast rys. (b) ilustruje bieg promieni świetlnych w tych soczewkach w czasie ich rekonstrukcji.



Rys. 44. a) Rejestracja holograficznego elementu optycznego na podłożu płaskim, b) wykorzystanie tego elementu w układzie realizacji transformacji Fouriera.

L oznacza soczewkę kolimującą, B - płytkę półprzepuszczalną, H - powierzchnię światłoczułą ośrodka rejestrującego, P - pinhol, natomiast HOE oznacza holograficzny element optyczny. Jeżeli transmitancja amplitudowa badanego przedmiotu jest umieszczona symetry-

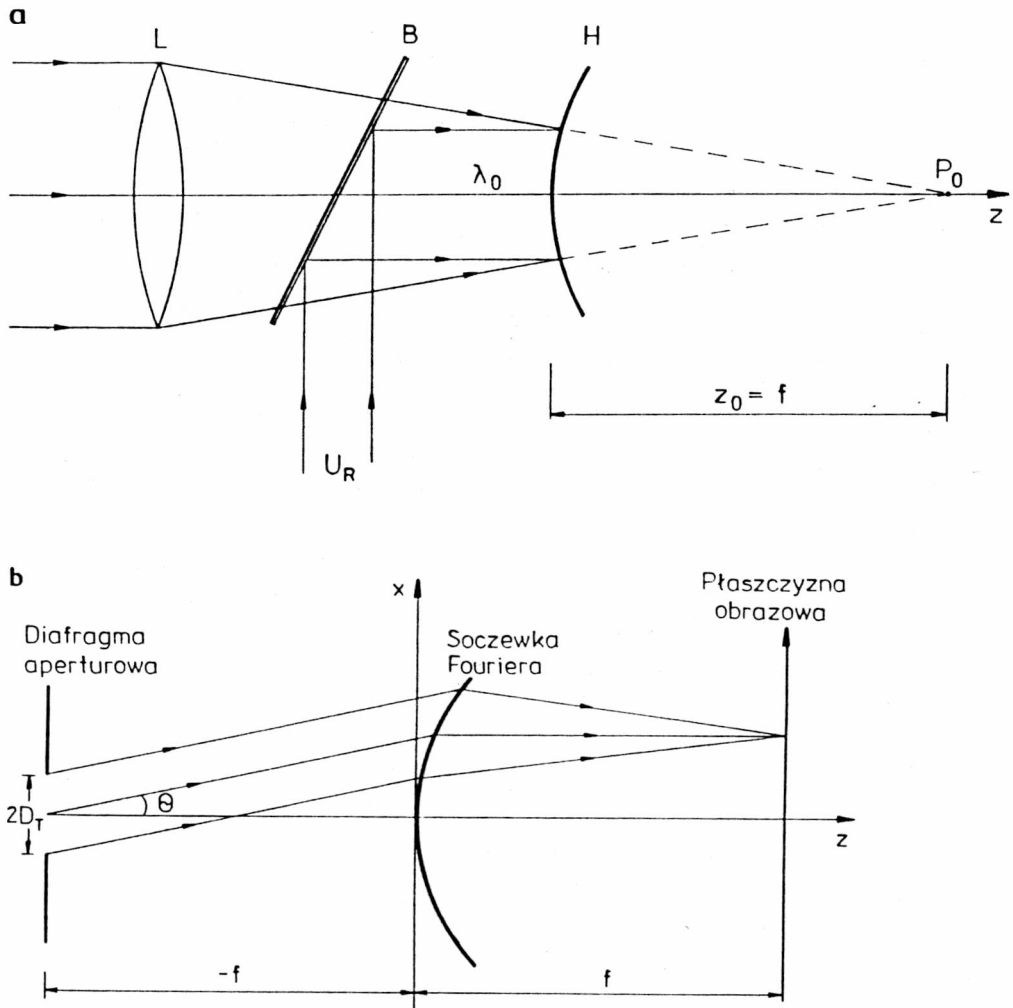
cznie względem osi optycznej w przedniej płaszczyźnie ogniskowej soczewki holograficznej, utworzonej jak pokazano na rys. 44-46, to po oświetleniu przedmiotu falą płaską, ulegającą nań dyfrakcji, promienie główne poszczególnych fal ugiętych spełniają warunek biegu telecentrycznego i po ugięciu na soczewce są równoległe do osi optycznej układu. Rys. 47a natomiast ilustruje rejestrację soczewki



Rys. 45. a) Rejestracja holograficznego elementu optycznego na wklęsłym podłożu sferycznym, b) wykorzystanie tego elementu w układzie realizacji transformacji Fouriera.

holograficznej za pomocą frontów falowych : płaskiego i sferycznego, które nie są względem siebie współosiowe, dlatego też przeprowadzenie telecentrycznego biegu promieni świetlnych w tym układzie

jest trudno zrealizować.



Rys. 46. a) Rejestracja holograficznego elementu optycznego na wypukłym podłożu sferycznym, b) wykorzystanie tego elementu w układzie realizacji transformacji Fouriera.

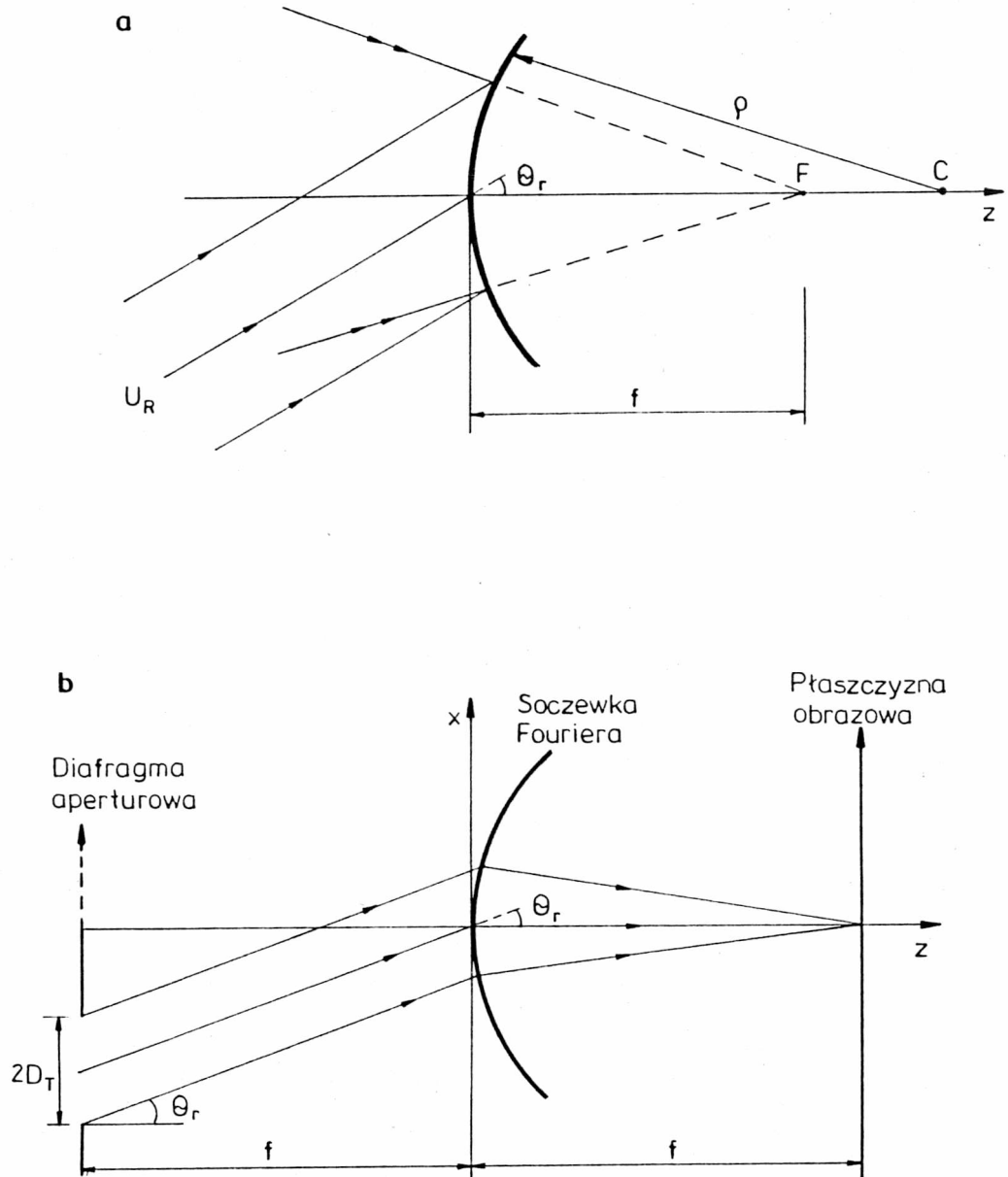
Funkcja przenoszenia fazy takiego elementu holograficznego jest wtedy określona wzorem [89]

$$\Phi_H(x, y) = - \frac{2\pi}{\lambda_0} \left\{ \sqrt{f^2 + 2(\rho - f)(\rho - \sqrt{\rho^2 - x^2 - y^2})} + \right. \\ \left. + \alpha_r x + \sqrt{1 - \alpha_r^2} [\rho - \sqrt{\rho^2 - x^2 - y^2}] \right\}, \quad (5.20)$$

gdzie $\alpha_r = \sin \theta_r$. Z powyższego wyrażenia widać, że funkcję fazową dla płaskiej soczewki holograficznej otrzymamy, gdy $\rho \rightarrow \infty$, stąd mamy

$$\lim_{\rho \rightarrow \infty} \Phi_H(x, y) = - \frac{2\pi}{\lambda_0} \left\{ \sqrt{x^2 + y^2 + f^2} + \alpha_r x \right\}. \quad (5.21)$$

Widzimy tu wyraźnie, że płaska fala odniesienia jest w czasie rejestracji nachylona względem osi pod kątem θ_r . Rys. 47b ilustruje bieg promieni świetlnych w układzie fourierowskim z soczewką holograficzną utworzoną za pomocą fal, które nie były współosiowe (rys. 47).



Rys. 47. a) Rejestracja sferycznego frontu falowego za pomocą skośnej fali płaskiej na wypukłym podłożu sferycznym, oraz b) wykorzystanie tak utworzonej soczewki w układzie realizacji transformacji Fouriera.

Diafragma aperturowa w tej sytuacji znajduje się w przedniej płaszczyźnie ogniskowej ale poza osią, a jej położenie względem wierzchołka soczewki jest określone za pomocą kąta Θ_r . Wreszcie asferyczne soczewki holograficzne są wyraźnie skorygowane na określone aberracje w zakresie ustalonego widma częstości przestrzennych i mogą być tworzone na podłożu płaskim lub sferycznym. Jeden z najczęściej stosowanych układów optycznych do rejestracji tego typu soczewek holograficznych jest przedstawiony na rys. 39.

5.5. Warunek sinusów promieni głównych.

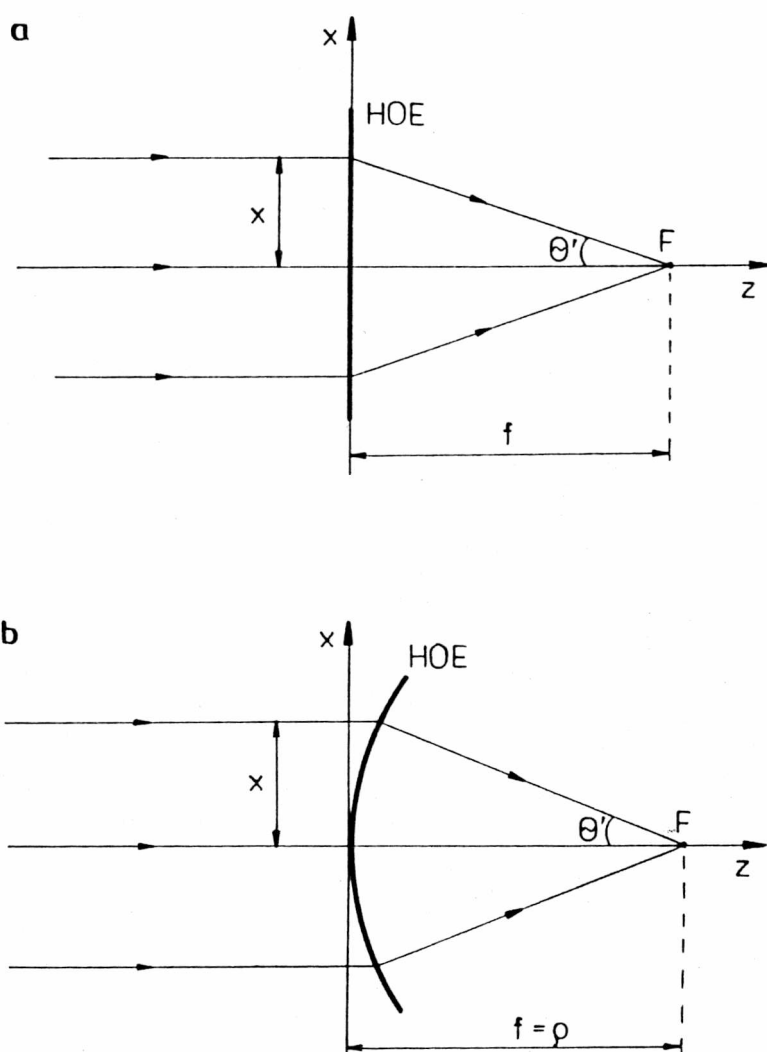
Konfigurację telecentrycznego biegu promieni wykorzystuje się na ogół do pomiaru wzajemnej lokalizacji punktów obrazowych z dużą dokładnością, dlatego też układ telecentryczny realizujący przekształcenie Fouriera może prowadzić do redukcji błędu położenia punktów obrazowych reprezentujących częstości przestrzenne określonego widma. Ale pamiętać należy, że częstości przestrzenne tworzonego w płaszczyźnie fourierowskiej widma, są wprost proporcjonalne do sinusa kąta polowego (kąta ugięcia na badanej transparencji), dlatego też położenie obrazów wysokiej jakości musi spełniać warunek liniowej zależności od sinusa tego kąta. Oznacza to, że dla małych wartości kąta polowego promienie główne spełniają warunek sinusów Abbe'go. W przypadku natomiast dużych wartości kąta polowego wysokość przebiegu promienia głównego z płaszczyzną Fouriera powinna spełniać warunek $x_\alpha = f \sin \Theta$ w ten sposób, aby doprowadzić do eliminacji dystorsji. Analiza biegu promieni świetlnych w holograficznym elemencie optycznym wykonanym na podłożu płaskim wskazuje, że odległość punktu obrazowego od osi optycznej reprezentującego daną częstość przestrzenną określona jest wzorem

$$x_\Theta = f \operatorname{tg} \Theta ,$$

gdzie θ jest kątem polowym (kątem ugięcia) danego promienia głównego. Rys. 48a ilustruje odwrotny bieg promienia świetlnego w tej samej konfiguracji, przy czym kąt θ' jest tu obrazowym kątem aperturowym. Dla holograficznej soczewki Fouriera spełniającej warunek sinusów Abbe'go mamy

$$x_{\theta'} = f \sin \theta' , \quad (5.22)$$

który nie może być zrealizowany za pomocą elementu holograficznego o płaskim podłożu (jak to widać wyraźnie na rys. 48b), gdzie $x_{\theta'} = f \tan \theta'$. Welford wykazał [93 - 95], że dla dowolnej konfiguracji

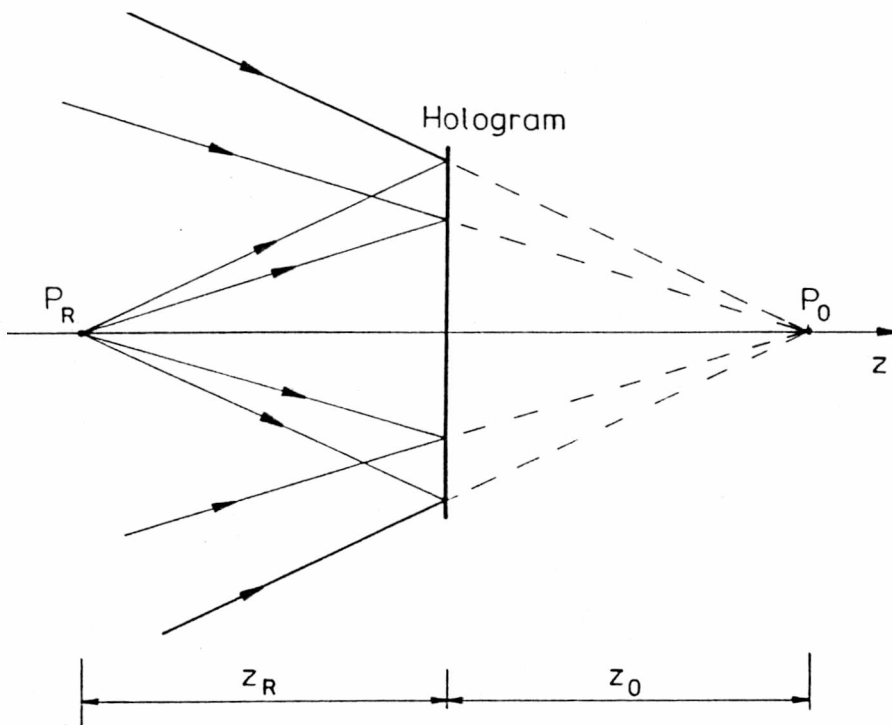


Rys. 48. Ogniskowanie osiowej fali płaskiej za pomocą holograficznej soczewki wykonanej na podłożu a) płaskim i b) sferycznym.

frontów falowych emitowanych ze źródła przedmiotowego i źródła odniesienia, koma może być skorygowana za pomocą elementu holograficznego zarejestrowanego na podłożu zakrzywionym o promieniu krzywizny ρ spełniającym równanie

$$\frac{1}{\rho} = \frac{1}{z_o} + \frac{1}{z_R}, \quad (5.23)$$

gdzie z_o , z_R jest odległością źródła odpowiednio przedmiotowego i odniesienia od wierzchołka soczewki. Dla płaskiego elementu holograficznego równanie (5.23) może być spełnione tylko w przypadku, gdy $z_o = -z_R$. Oznacza to, że warunek $\rho = \infty$ prowadzi do takiej konfiguracji układu rejestrującego, w której źródło odniesienia jest zwierciadlanym obrazem źródła przedmiotowego i na odwrót (rys. 49).



Rys. 49. Tworzenie płaskiego elementu holograficznego spełniającego warunek (5.23).

W tej sytuacji warunek sinusów nie może być spełniony dla przedmiotu w nieskończoności i koma jest znaczącą aberracją wśród pozosta-

łych błędów odwzorowania. Wyrażna minimalizacja komy może być przeprowadzona za pomocą urzeczywistnienia warunku sinusów Abbe'go, który dla soczewek konwencjonalnych sformułowany jest w oparciu o powiększenie liniowe

$$M = \frac{n \sin u}{n' \sin u'} , \quad (5.24)$$

gdzie n i n' są współczynnikami załamania, a u i u' - kątami aperturowymi odpowiednio w przestrzeni przedmiotowej i obrazowej. Jeżeli przedmiot jest w nieskończoności, to warunek sinusów jest równoważny warunkowi (5.22) i przyjmuje postać : $x = f \sin u' = f \sin \theta'$, gdzie x jest wysokością padania promienia na holograficzny element odwzorowujący. W przypadku nie spełnienia warunku sinusów Abbe'go, mówimy o odstępstwie od warunku sinusów, które określamy wzorem :

$$\Delta_{\sin} = f \frac{\sin u'}{x} - 1 . \quad (5.25)$$

Wspomniane wyżej warunki stygmatycznego odwzorowania są wystarczające do rejestracji holograficznej soczewki Fouriera bez ograniczenia pola i apertury [97, 98]. Rozważmy sferyczną soczewkę holograficzną, rejestrowaną na podłożu sferycznym, którego środek pokrywa się z ogniskiem soczewki (p. rys. 48b). Jeżeli promień krzywizny takiej soczewki jest równy jej odległości ogniskowej, to warunek sinusów jest spełniony i koma jest skorygowana. Rys. 48 ilustruje osiowy bieg promieni świetlnych z nieskończoności i przechodzących przez płaską soczewkę holograficzną i soczewkę zakrzywioną. Widzimy tu, że tylko w przypadku soczewki zakrzywionej może być spełniony warunek sinusów (5.22). Wynika stąd, że odstępstwo od warunku sinusów określone wzorem (5.25) znika. W przeciwieństwie do płaskiej soczewki holograficznej, koma jest tu bardzo dobrze skorygowana. Soczewka holograficzna rejestrowana na podłożu sferycznym, jak

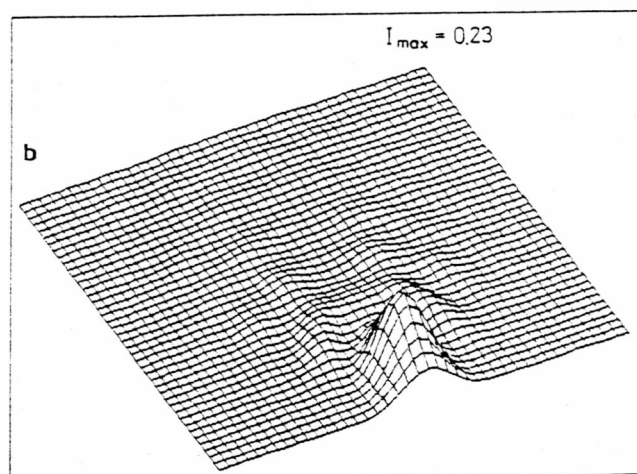
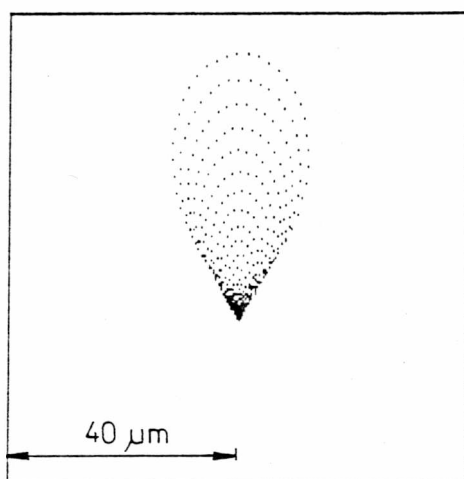
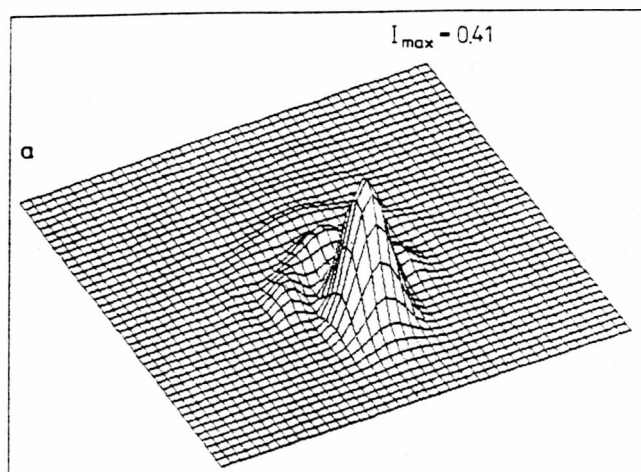
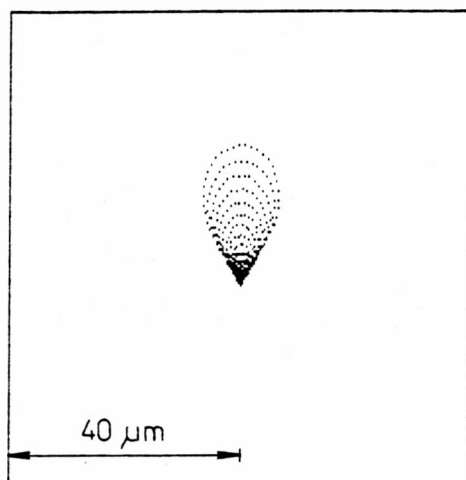
pokazano na rys. 42b, posiada również koncentryczny układ prążków interferencyjnych i jest skorygowana na pewne aberracje. W czasie odwzorowania ilustrowanego na rys. 46b widzimy, że diafragma aperturowa jest zlokalizowana w przedniej płaszczyźnie ogniskowej soczewki, dlatego też promienie główne przechodzą przez ognisko po ugięciu na soczewce rozchodzą się równolegle do jej osi optycznej. Tego rodzaju konfiguracja jest bardzo pożyteczna w pomiarze częstości przestrzennych widma kąowego fal płaskich ugiętych na badanej transmitancji przedmiotowej. Porównując wyrażenia x_{Θ} z x_{α} sformułowane na początku tego paragrafu i opisujące wysokość przebiecia promienia głównego z płaszczyzną częstości przestrzennych, jakość soczewki Fouriera może być określona za pomocą różnicy $x_{\Theta} - x_{\alpha}$, która nie powinna przekraczać rozmiarów dyfrakcyjnej plamki rozmycia.

$$x_{\Theta} - x_{\alpha} \leq 1.22 \frac{\lambda_c f}{D_T} \quad (5.26)$$

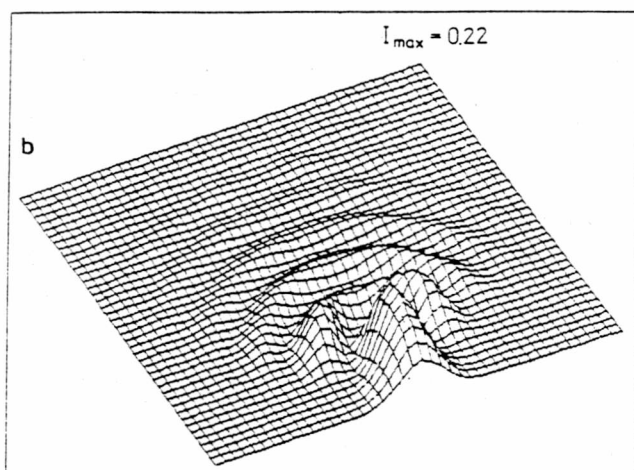
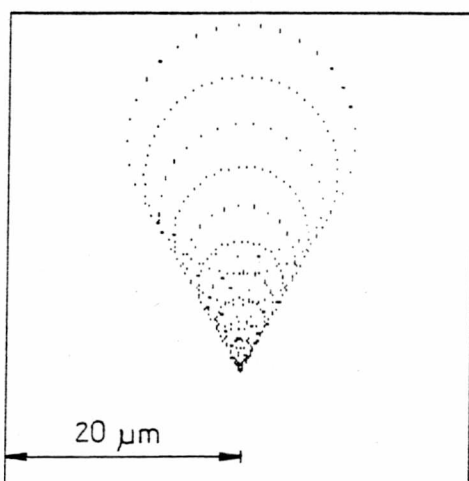
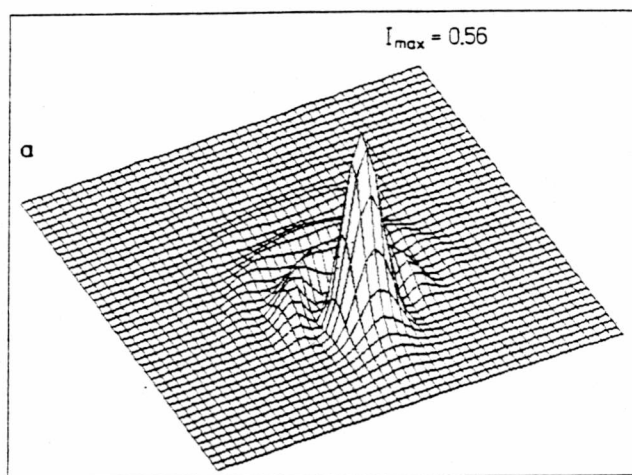
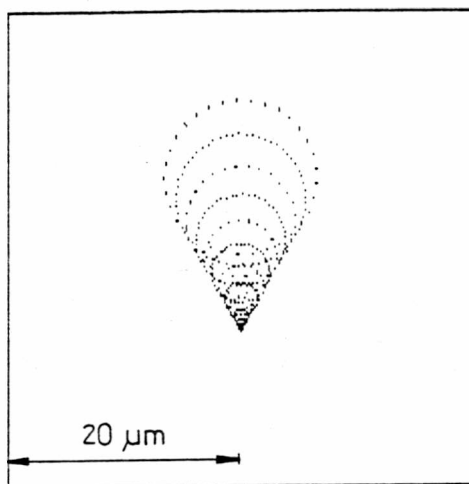
Na uwagę zasługuje tu również fakt, że dla ustalonego promienia krzywizny ρ soczewki holograficznej, równanie (5.23) jest równoważne równaniu (4.24) w przypadku, gdy $z_C = z_R$. Wtedy bowiem mamy idealne odwzorowanie, bo $z_I = z_O$.

5.6. Analiza rozwiązań soczewek kolimujących i fourierowskich

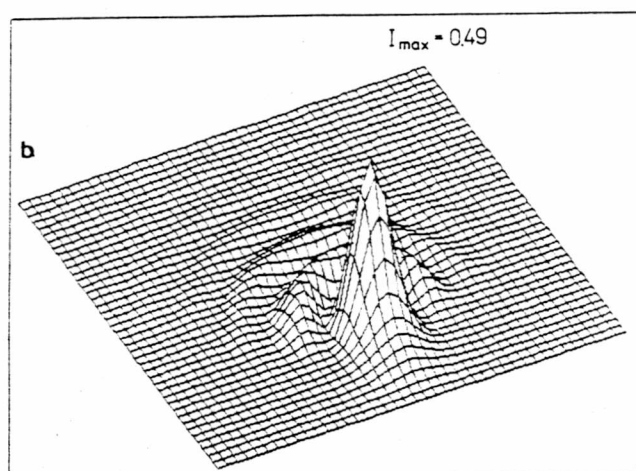
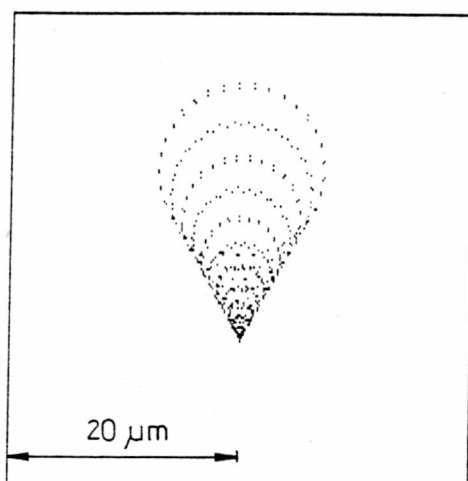
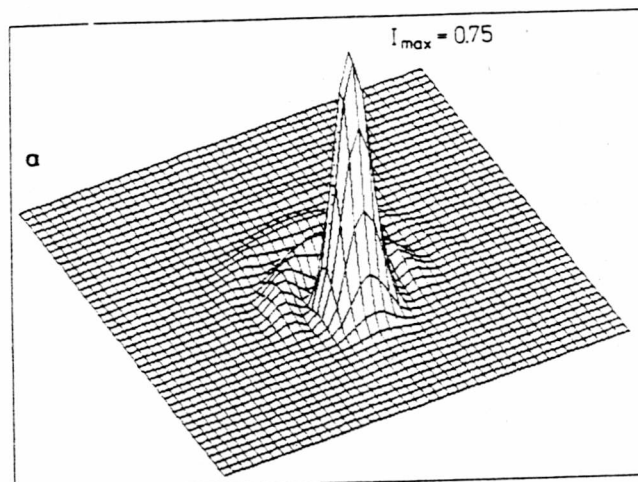
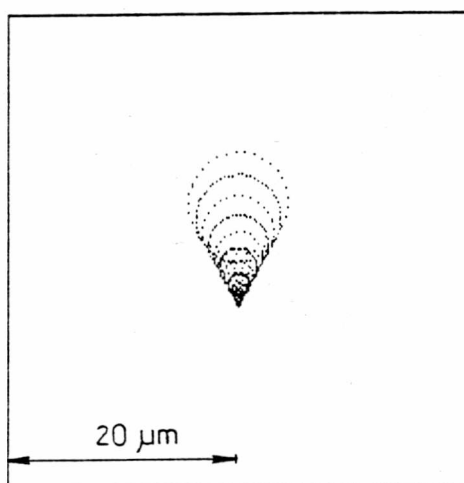
Przeprowadźmy teraz ilustrację przeglądu soczewek holograficznych kolimujących oraz soczewek realizujących przekształcenie Fouriera. W przypadku soczewek kolimujących analiza obejmuje cztery soczewki o tej samej charakterystyce, a więc o ogniskowej $f = 100.0$ mm i otworze względnym 1:10, przy czym dwie soczewki zostały wykonane na podłożu płaskim ($\rho = \infty$) oraz dwie - na podłożu sferycznym ($\rho = 300.0$ mm, 125.0 mm). Rejestracji dokonano za pomocą dwóch



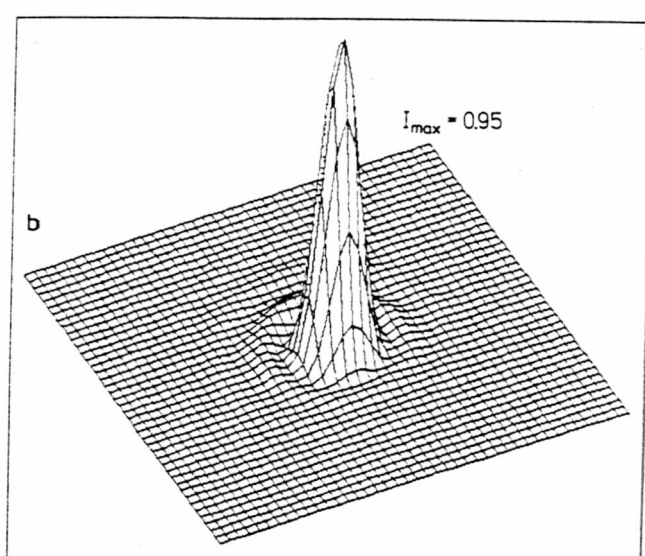
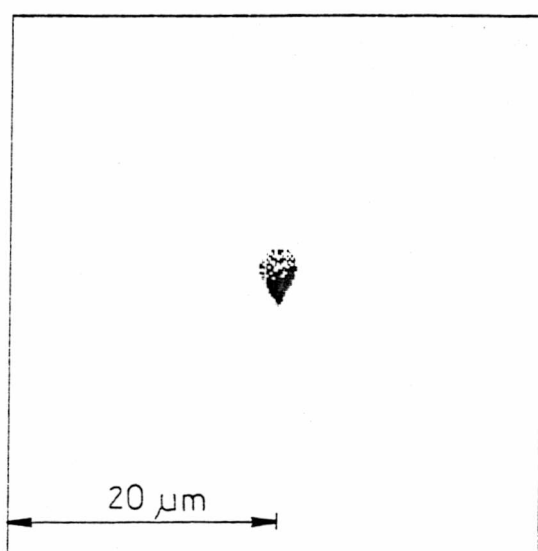
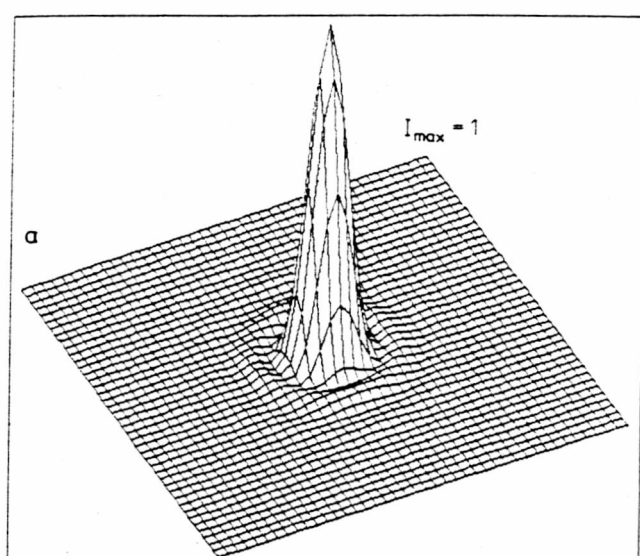
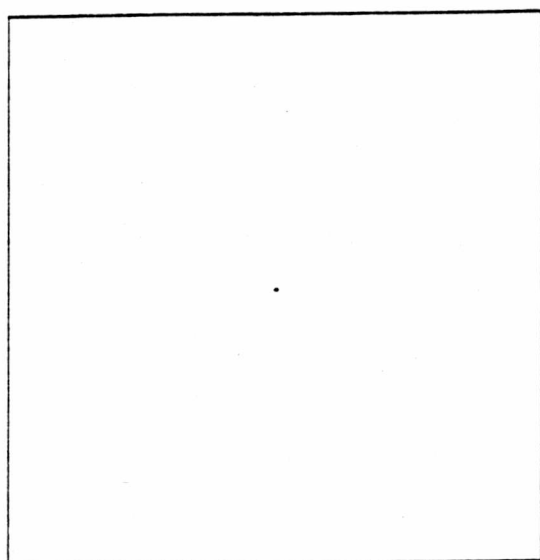
Rys. 50. Spot diagram i odpowiedni rozkład przestrzenny intensywności światła w plamce aberracyjnej dla dwóch różnych punktów obrazowych określonych wartością kąta polowego : (a) $\alpha_c = 2^\circ$ i (b) $\alpha_c = 3^\circ$, odwzorowanych za pomocą soczewki wykonanej na podłożu płaskim pokrywającym się z płaszczyzną zrenicy wejściowej ($t = 0$) .



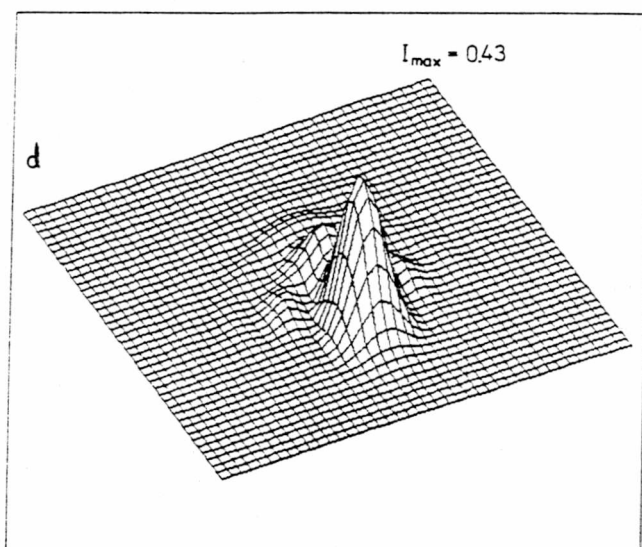
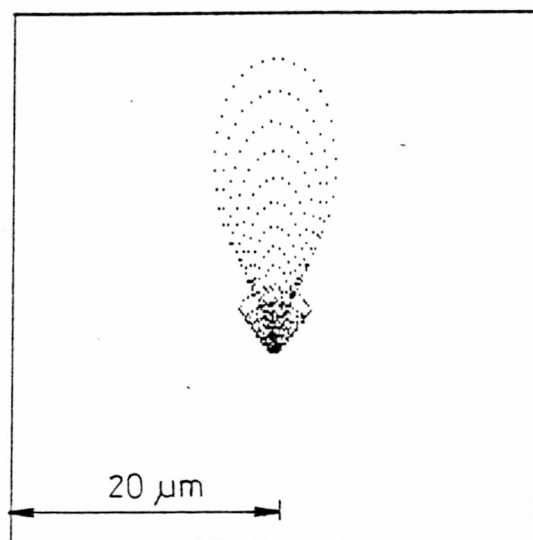
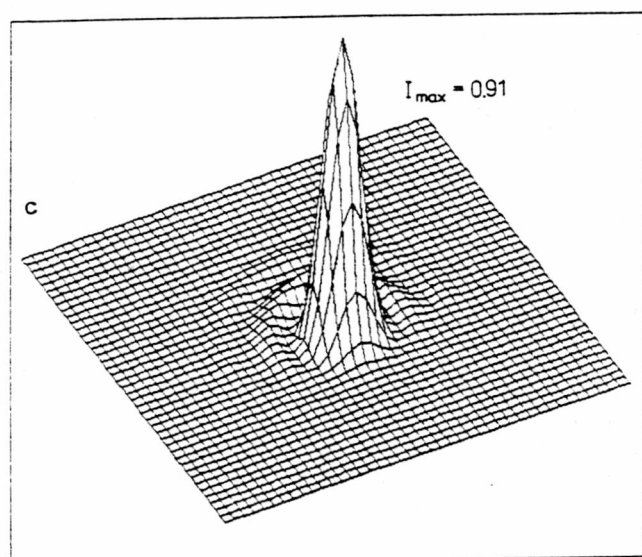
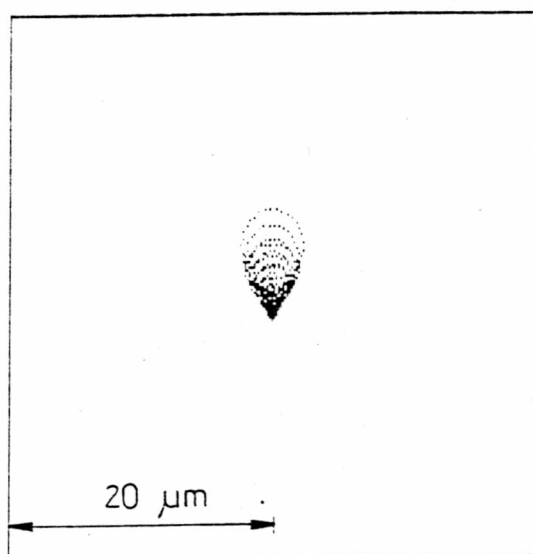
Rys. 51. Spot diagram i odpowiedni rozkład przestrzenny intensywności światła w plamce aberracyjnej dla dwóch różnych punktów obrazowych określonych wartością kąta połowego : (a) $\alpha_c = 3^\circ$ i (b) $\alpha_c = 5^\circ$, odwzorowanych za pomocą soczewki wykonanej na podłożu płaskim z wysuniętą zrenicą wejściową do $t = -50.0$ mm.



Rys. 52. Spot diagram i odpowiedni rozkład przestrzenny intensywności światła w plamce aberracyjnej dla dwóch różnych punktów obrazowych określonych wartością kąta polowego : (a) $\alpha_c = 3^\circ$ i (b) $\alpha_c = 5^\circ$, odwzorowanych za pomocą soczewki wykonanej na podłożu sferycznym o promieniu krzywizny $\rho = 300.0$ mm z wysuniętą zrenicą wejściową do $t = -75.0$ mm.



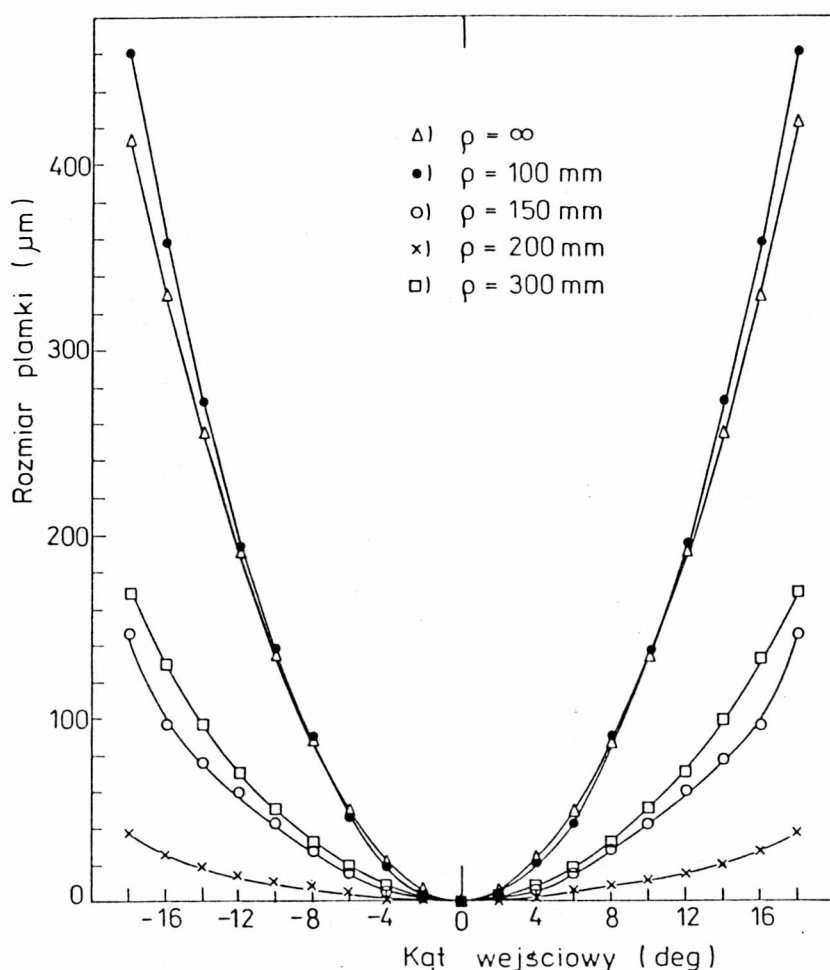
Rys. 53. (1) Spot diagram i odpowiedni rozkład przestrzenny intensywności światła w plamce aberracyjnej w obrazach osiowym (a) $\alpha_c = 0^\circ$ i pozaosiowym (b) $\alpha_c = 3^\circ$, realizowanych za pomocą soczewki wykonanej na podłożu sferycznym o promieniu krzywizny $\rho = 125.0$ mm z wysuniętą zrenicą wejściową do $t = -250$ mm.



Rys. 53. (2) Spot diagram i odpowiedni rozkład przestrzenny intensywności światła w plamce aberracyjnej dwóch różnych punktów obrazowych określonych wartością kąta połowego (c) $\alpha_c = 5^\circ$, (d) $\alpha_c = 8^\circ$, realizowanych za pomocą soczewki wykonanej na podłożu sferycznym o promieniu krzywizny $\rho = 125.0$ mm z wysuniętą zrenicą wejściową do $t = -250$ mm.

współosiowych wiązek świetlnych emitowanych ze źródeł odległych o $z_o = 100.0 \text{ mm}$; $z_R = -\infty$ od powierzchni ośrodka rejestrującego. Rekonstrukcję natomiast realizowano przy $z_c = -\infty$ dla czterech różnych położań diafragmy aperturowej, będącej jednocześnie źrenicą wejściową układu. Dla soczewek płaskich realizowano rekonstrukcję, w której odległość diafragmy od soczewki wynosi : $t = 0, -50.0 \text{ mm}$, natomiast dla soczewek wykonanych na podłożu sferycznym : $t = -75.0 \text{ mm}$ oraz $t = -250.0 \text{ mm}$. Odległością diafragmy od wierzchołka soczewki balansowano w celu kompensacji aberracji polowych, uzyskując w ten sposób optymalne rozwiązania dla ustalonych parametrów rejestracji. Wyniki obliczeń numerycznych czterech badanych rozwiązań przedstawiono na rysunkach 50 - 54, które ilustrują odpowiednie spot diagramy i ich wykresy przestrzenne rozkładów intensywności.

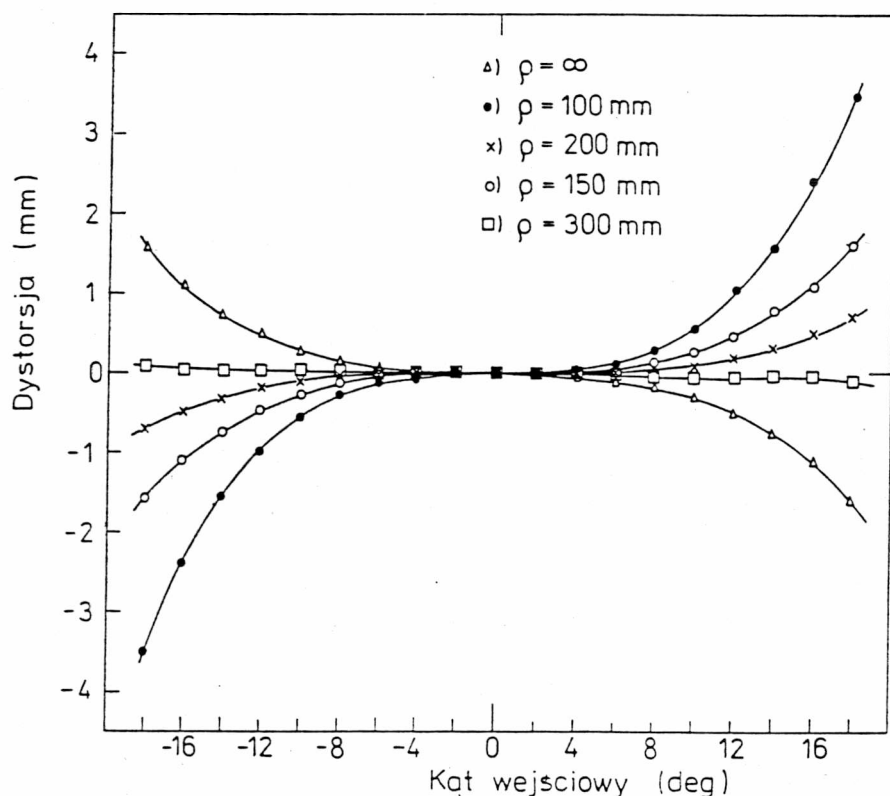
Rozważania ilustrujące działania soczewek holograficznych realizujących przekształcenie Fouriera przeprowadzono na sześciu różnych przykładach, przy czym pięć soczewek wykonano za pomocą układu przedstawionego na rys. 44 (a) oraz rys. 46 (a) ($z_o = 100.0 \text{ mm}$, $z_R = -\infty$), natomiast szóstą soczewkę rejestrowano za pomocą układu przedstawionego na rys. 45 (a) ($z_o = -100.0 \text{ mm}$, $z_R = -\infty$). Odległość ogniskowa każdej z badanych soczewek wynosi $f = 100.0 \text{ mm}$, a jej otwór względny jest $1 : 10$. Zauważyć należy, że źrenica wejściowa takiej soczewki fourierowskiej znajduje się zawsze w jej przedniej płaszczyźnie ogniskowej (tj. $t = -100.0 \text{ mm}$). Badanie przeprowadzono w każdym przypadku (a więc dla każdej soczewki) w obszarze od -18° do $+18^\circ$ wartości kąta polowego. Na rys. 54 przedstawiono krzywe zależności rozmiaru plamki rozmycia od wartości kąta polowego na wejściu (w czasie rekonstrukcji). Krzywe reprezentują pięć różnych soczewek, które zostały wykonane na podłożu o



Rys. 54. Wykres rozmiaru plamki rozmycia w zależności od kąta polowego (na wejściu podczas odwzorowania) dla pięciu różnych wartości promienia krzywizny podłoża soczewki holograficznej.

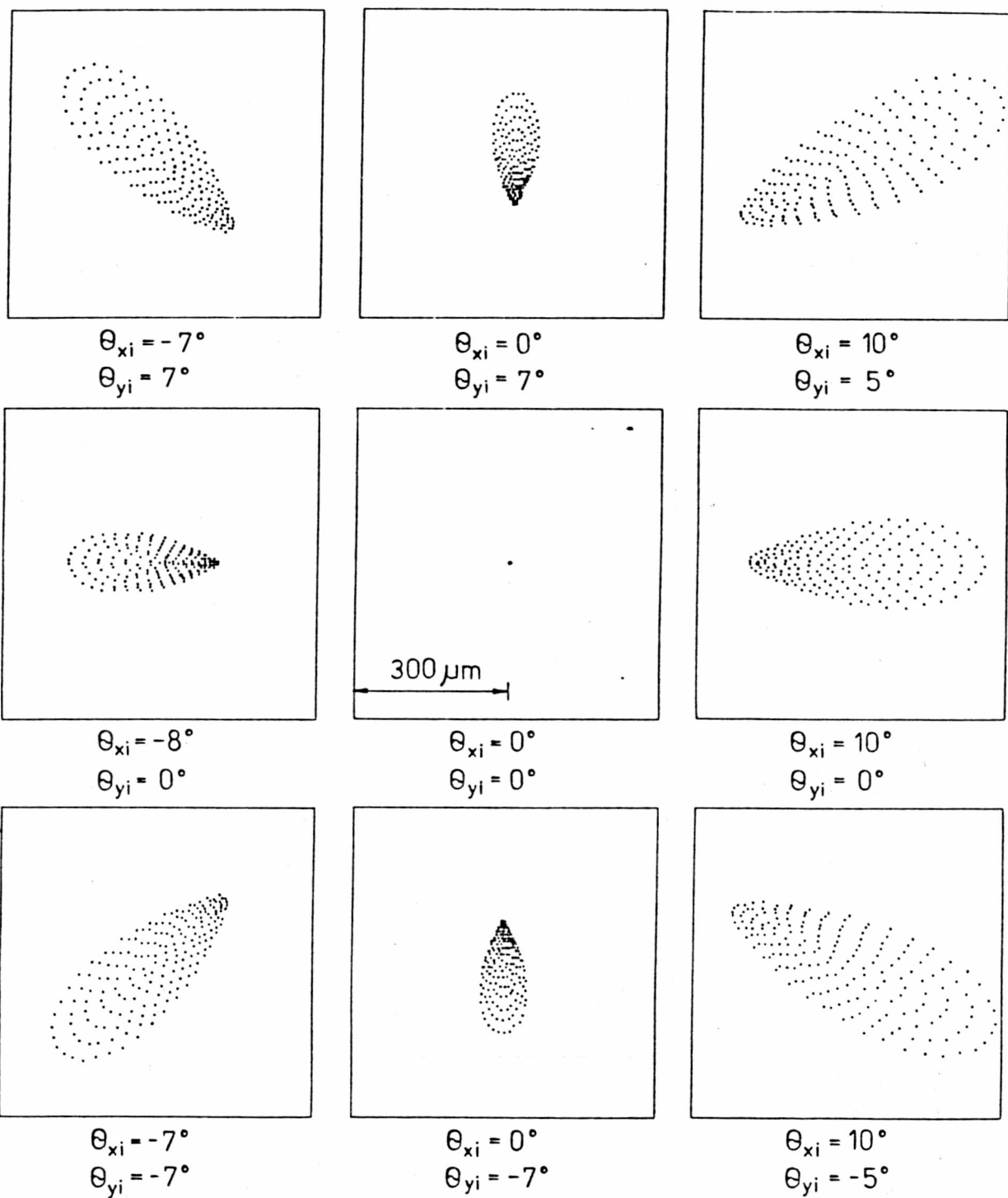
promieniu krzywizny $\rho = \infty, 100.0, 150.0, 200.0, 300.0$ mm. Przytoczone wykresy pokazują wpływ krzywizny soczewki na wielkość plamki rozmycia, a więc - na jakość odwzorowania. Widzimy tu wyraźnie, że najmniejsze rozmycie przypada dla soczewki holograficznej, rejestrowanej w ustalonym poprzednio układzie na podłożu sferycznym o promieniu krzywizny $\rho = 200.0$ mm. Widzimy również, że elementy holograficzne rejestrowane na podłożu o krzywiznie zbliżonej do optymalnej (a więc dla $\rho = 200.0$ mm) dają dostatecznie korzystne odwzorowania (p. np. soczewki o promieniu krzywizny $\rho = 150.0$ mm i 300.0 mm). W przypadku natomiast elementów holograficznych spełnia-

jących warunków sinusów Abbe'go (p. dla $\rho = f = 100.0$ mm) oraz elementów holograficznych wykonanych na podłożu płaskim ($\rho = \infty$), jakość odwzorowania ulega wyraźnemu pogorszeniu zwłaszcza dla dużych kątów polowych. Rys. 55 ilustruje wykres dystorsji wyznaczonej metodą Friesema [34, 35] polegającą na pomiarze różnicy

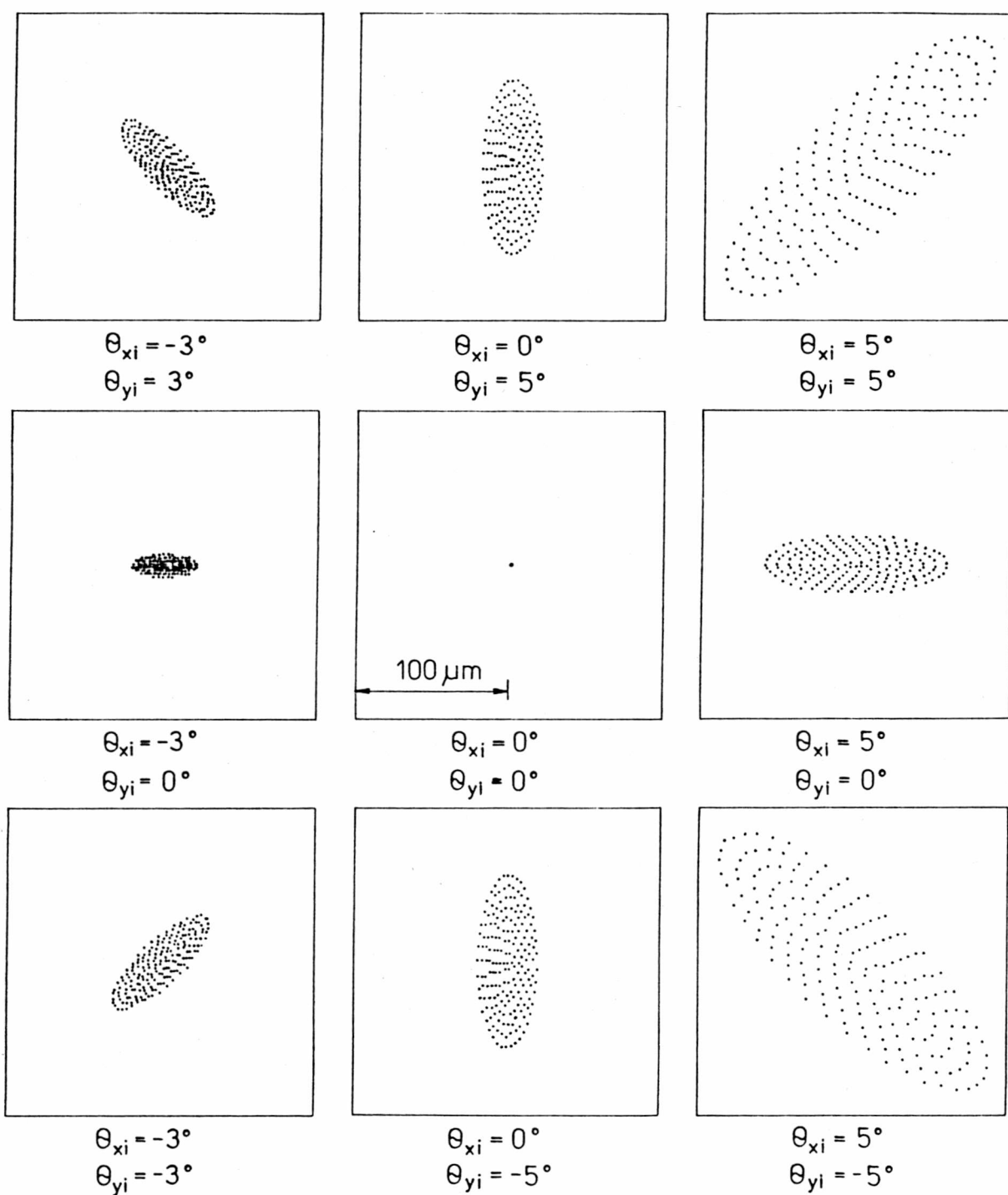


Rys. 55. Wykres dystorsji w zależności od kąta polowego dla pięciu różnych soczewek holograficznych.

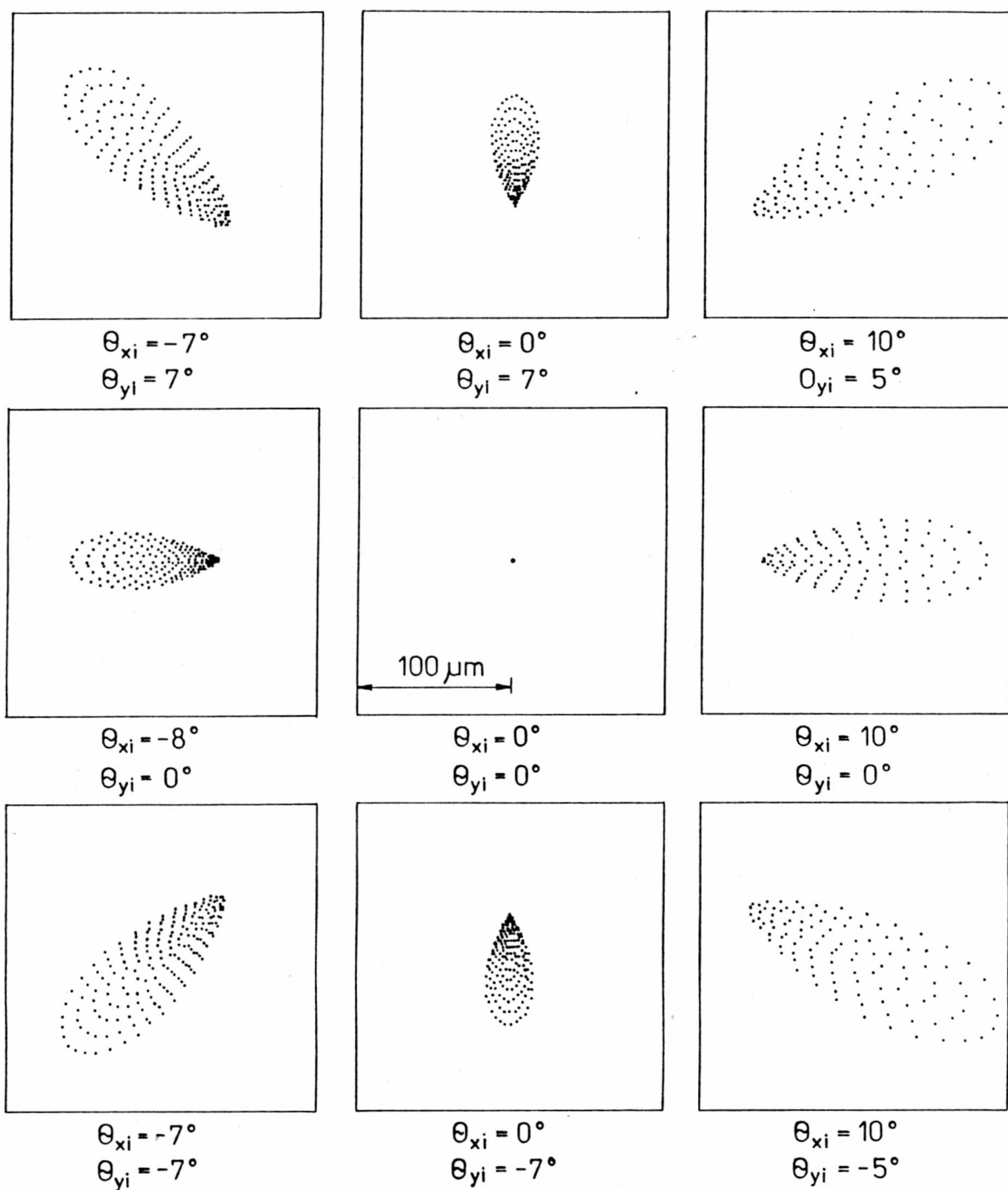
wysokości przebicia promienia głównego i paraksjalnego z płaszczyzną ogniskową na wyjściu. Widzimy tu również wyraźny wpływ krzywizny podłoża soczewki na wartość dystorsji. Znajduje to uzasadnienie w tym, że źrenica wejściowa w badanych tu układach nie pokrywa się z płaszczyzną styczną w wierzchołku do soczewki, a znajduje się zawsze w ustalonej od niej odległości. Najkorzystniejszą krzywą dystorsji otrzymujemy tu dla soczewki rejestrowanej na podłożu sferycznym o promieniu krzywizny $\rho = 300.0$ mm. Porównując wykresy



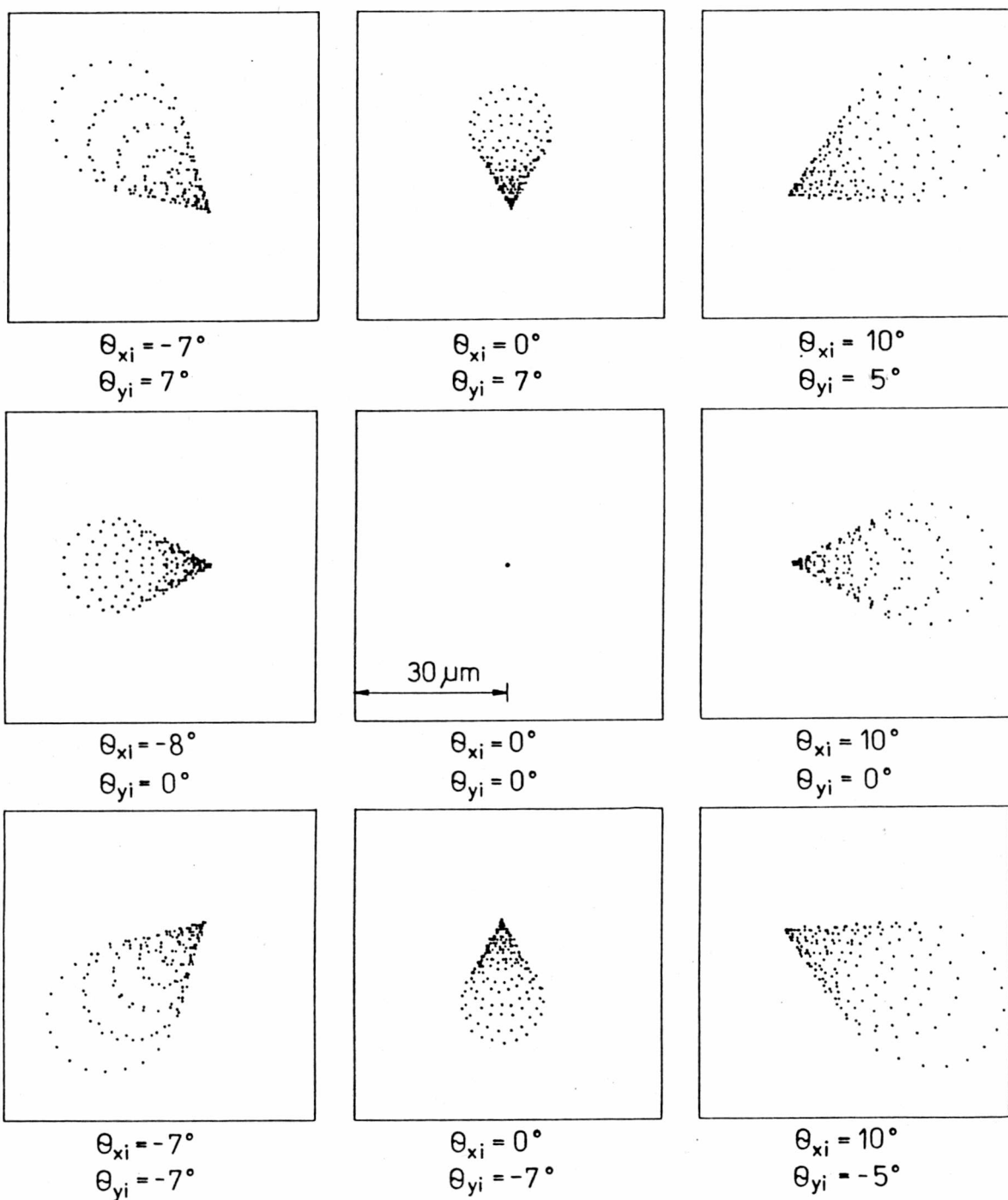
Rys. 56. Spot diagramy obliczone dla dziewięciu różnych wartości kąta połowego dla holograficznej soczewki fourierowskiej wykonanej na podłożu płaskim ($\rho = \infty$).



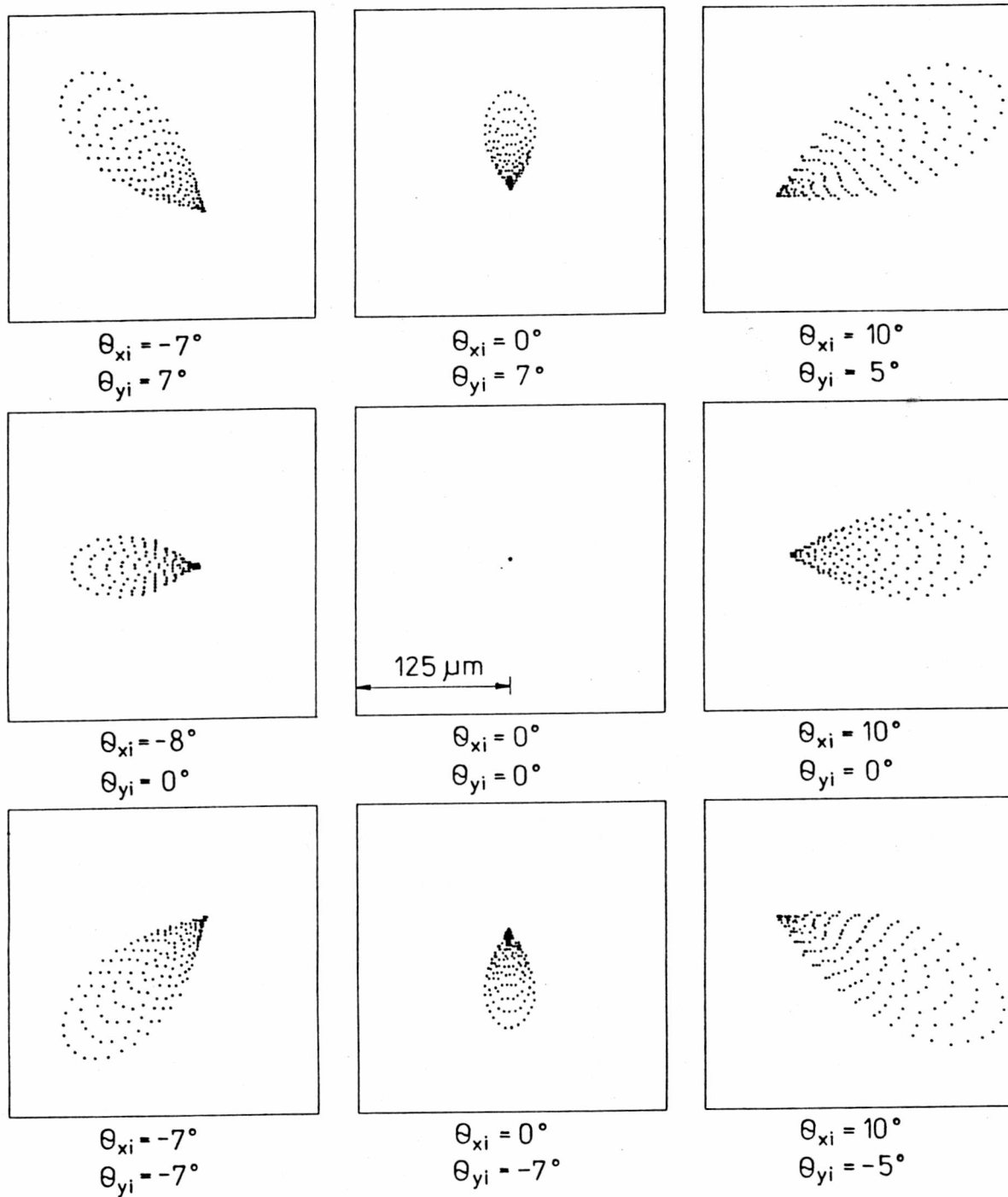
Rys. 57. Spot diagramy obliczone dla dziewięciu różnych wartości kąta polowego dla holograficznej soczewki aplanatycznej wykonanej na podłożu o $\rho = 100.0$ mm .



Rys. 58. Spot diagramy obliczone dla dziewięciu różnych wartości kąta połowego dla holograficznej soczewki fourierowskiej wykonanej na podłożu o $\rho = 150 \text{ mm}$.



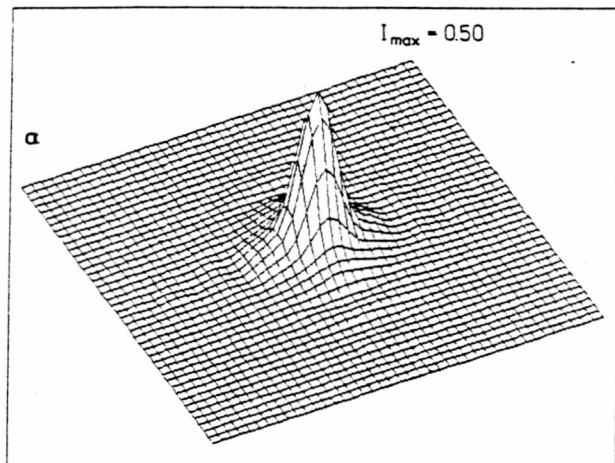
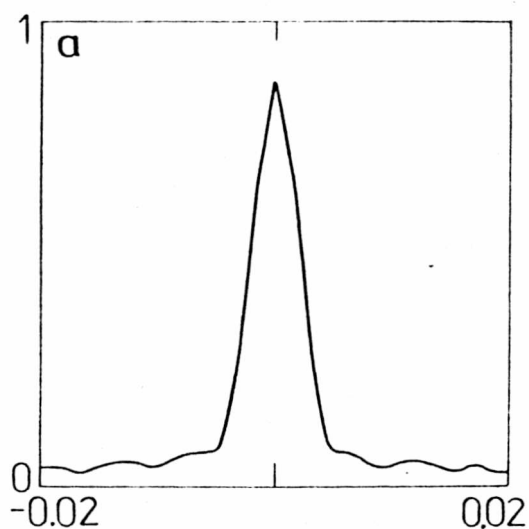
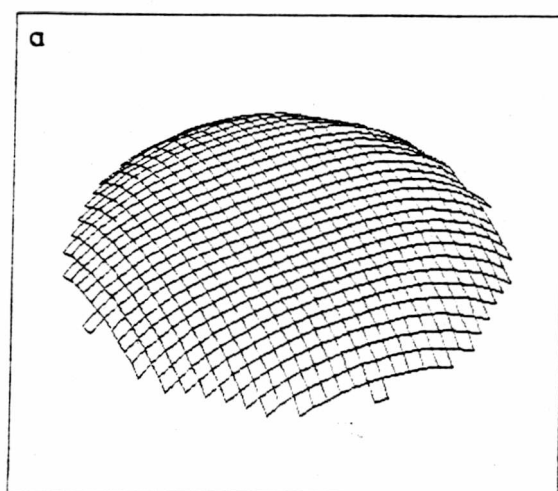
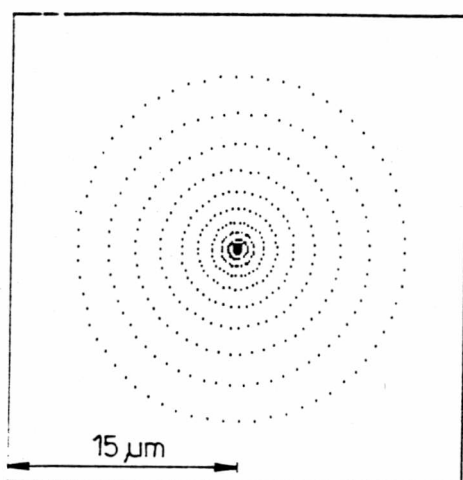
Rys. 59. jak na rys. 58 dla $\rho = 200.0 \text{ mm}$.



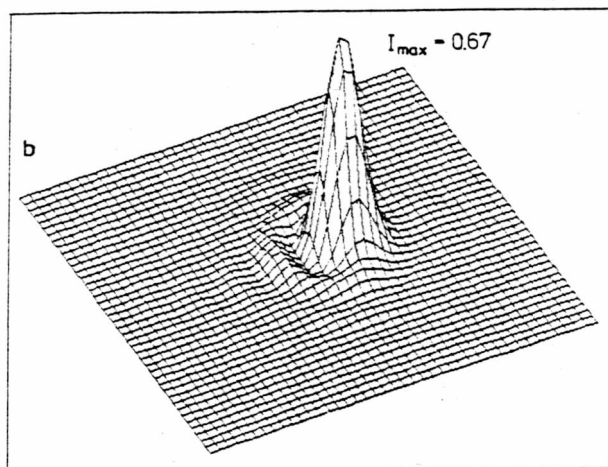
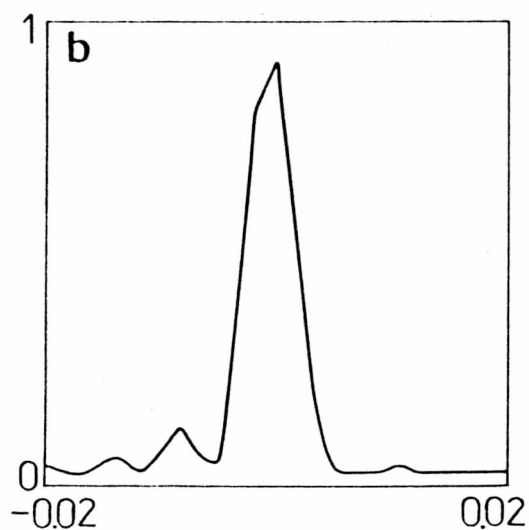
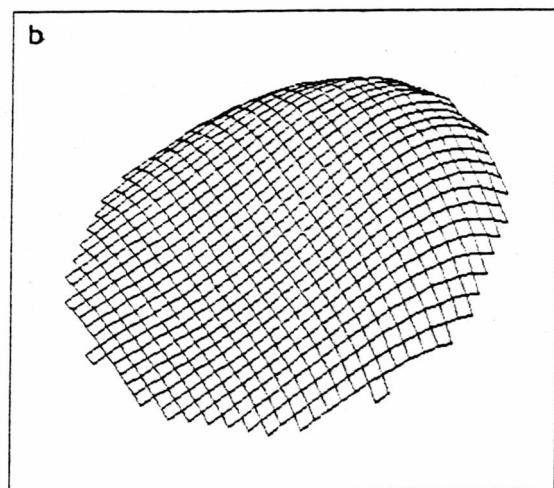
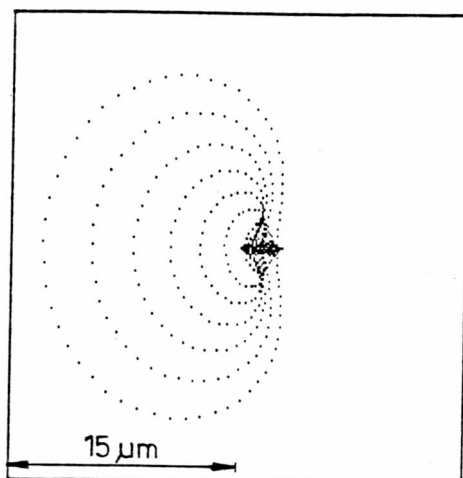
Rys. 60. jak na rys. 58 dla $\rho = 300.0 \text{ mm}$.

prezentowane na rys. 54, 55 widzimy, że korekcję dystorsji przeprowadzić można kosztem rozmiarów plamki rozmycia i na odwrót. Oczywiście, nie dotyczy to dwóch skrajnych rozwiązań realizowanych dla $\rho = \infty$ i $\rho = 100.0$ mm, gdzie zarówno wartości dystorsji jak też i rozmiary plamki rozmycia są największe w obszarze szerokich wartości kąta polowego. Rys. 56 - 60 ilustrują spot diagramy pięciu badanych soczewek holograficznych dla dziewięciu różnych wartości kąta polowego (Θ_{xi} , Θ_{yi}). W każdym z tych rysunków mamy spot diagram reprezentowany przez jeden punkt określający zerową częstość przestrzenną. Oznacza to, że soczewka holograficzna była rejestrowana za pomocą współosiowych fal, z których jedna sferyczna emitowana została z punktu znajdującego się na osi w skończonej odległości od ośrodka rejestrującego. Porównując spot diagramy na załączonych rysunkach widzimy, że dla rozwiązania optymalnego ($\rho = 200.0$ mm) rozmiary plamek rozmycia są dziesięciokrotnie mniejsze od odpowiednich plamek rozmycia uzyskanych w odwzorowaniu za pomocą płaskiej soczewki holograficznej. Rys. 57 przedstawiający odwzorowanie w przypadku realizacji warunku aplanatycznego posiada symetryczne spot diagramy, podczas gdy pozostałe rozwiązania ilustrują pewną asymetrię charakterystyczną dla aberracji komatycznej.

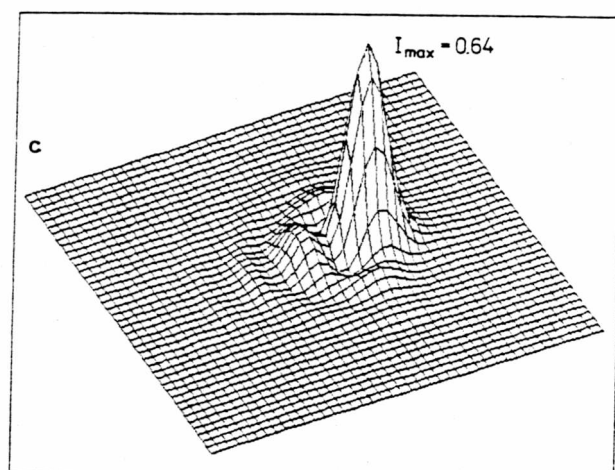
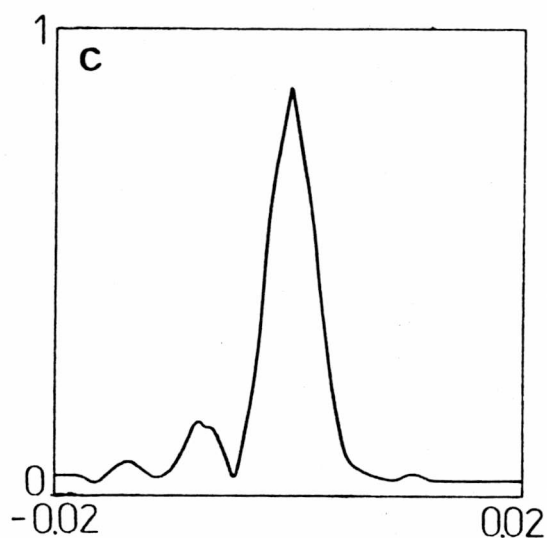
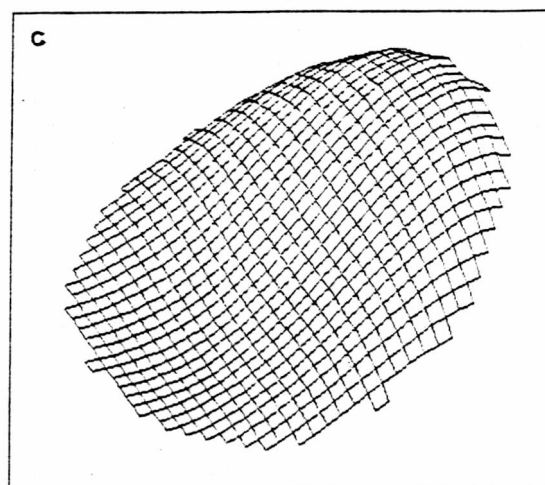
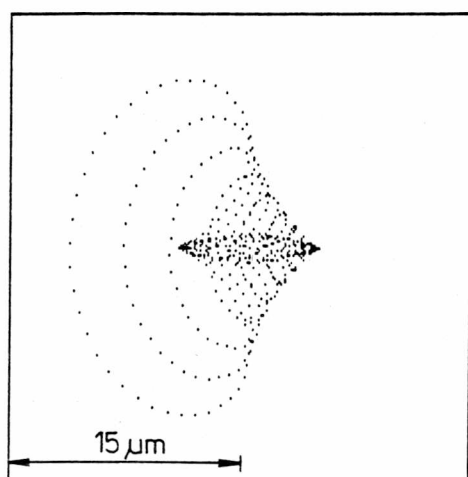
Badania soczewki holograficznej wykonane były również w przypadku ujemnej wartości promienia krzywizny podłoża, a więc w przypadku rejestracji przedstawionej na rys. 45 (a). Odwzorowanie za pomocą tak utworzonej soczewki przeprowadzone zostało w układzie pokazanym na rys. 45 (b). Uzyskane wyniki wskazują, że dla następujących wartości częstości przestrzennych $\nu_x = 0, 100.0, 150.0$ mm⁻¹, soczewka holograficzna o promieniu krzywizny $\rho = -225.0$ mm jest soczewką optymalną. Rysunki 61 ilustrują wyniki odwzorowania dla



Rys. 61 a) Spot diagram, aberracja falowa oraz dwu- i trójwymiarowy rozkład intensywności światła w plamce aberracyjnej dla obrazu określonego częstotścią przestrzenną (a) $\nu_x = 0$ za pomocą soczewki holograficznej Fouriera o promieniu krzywizny $\rho = -225.0$ mm.



Rys. 61 b) Spot diagram, aberracja falowa oraz dwu- i trójwymiarowy rozkład intensywności światła w plamce aberracyjnej dla obrazu określonego częstotliwością przestrzenną (b) $\nu_x = 100.0 \text{ mm}^{-1}$ za pomocą soczewki holograficznej Fouriera o promieniu krzywizny $\rho = -225.0 \text{ mm}$.

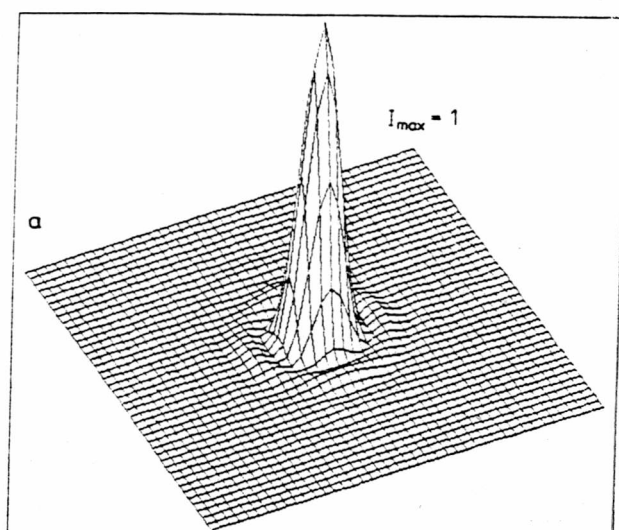
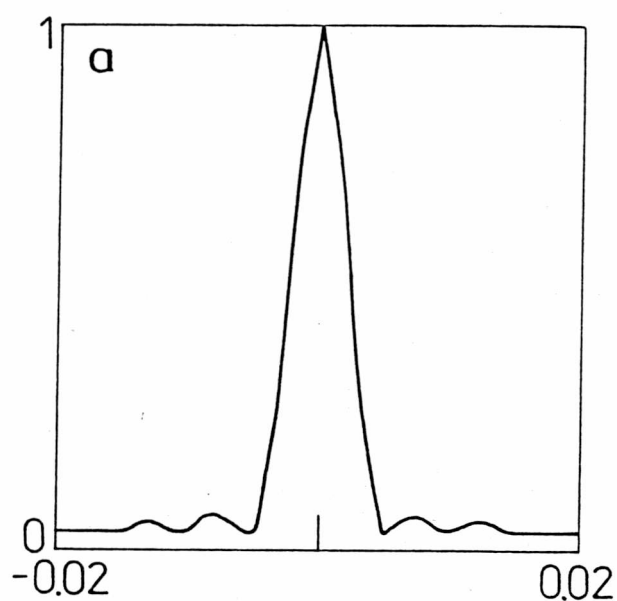
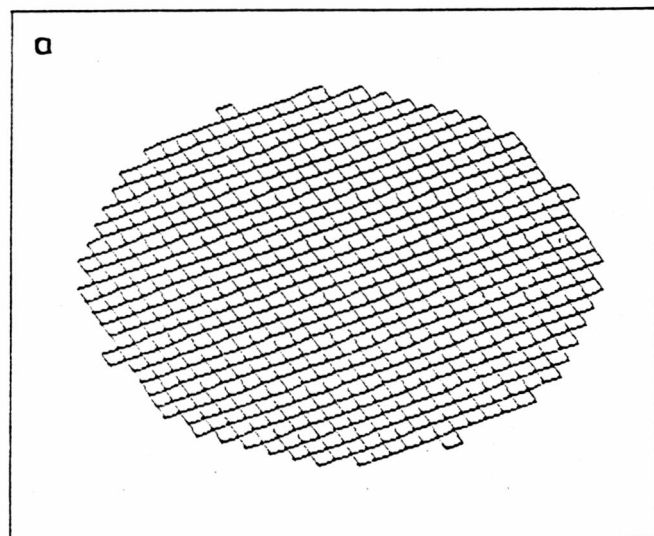
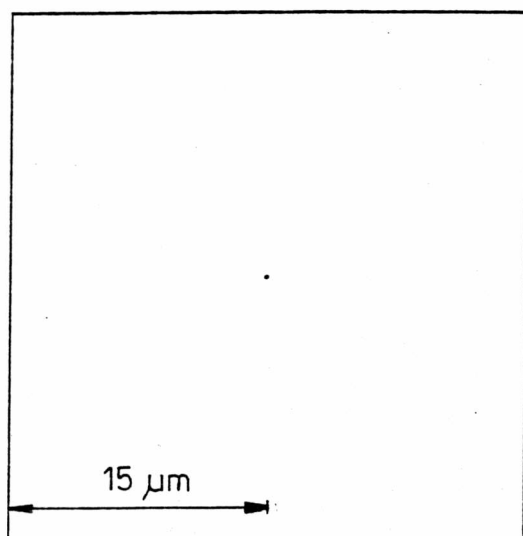


Rys. 61 c) Spot diagram, aberracja falowa oraz dwu- i trójwymiarowy rozkład intensywności światła w płaszczyźnie aberracyjnej dla obrazu określonego częstotliwością przestrzenną (c) $\nu_x = 150.0 \text{ mm}^{-1}$ za pomocą soczewki holograficznej Fouriera o promieniu krzywizny $\rho = -225.0 \text{ mm}$.

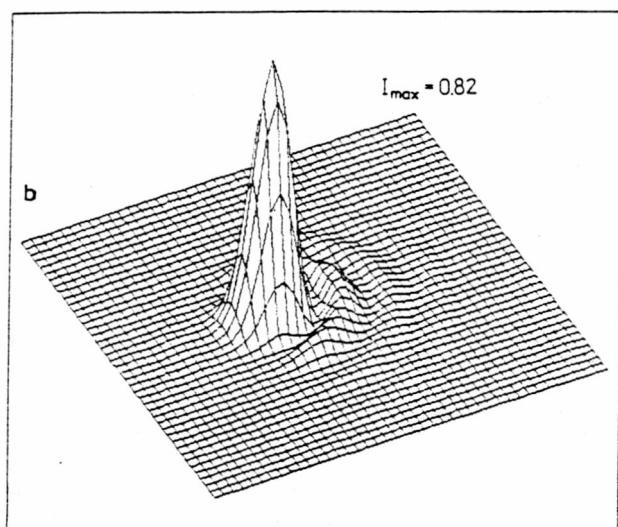
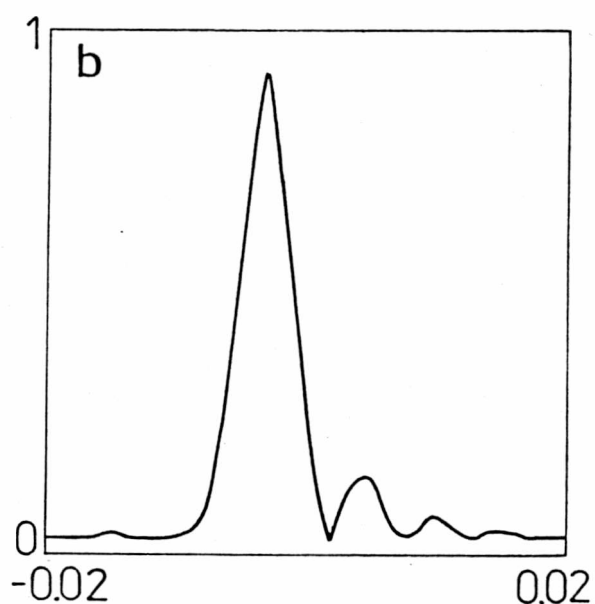
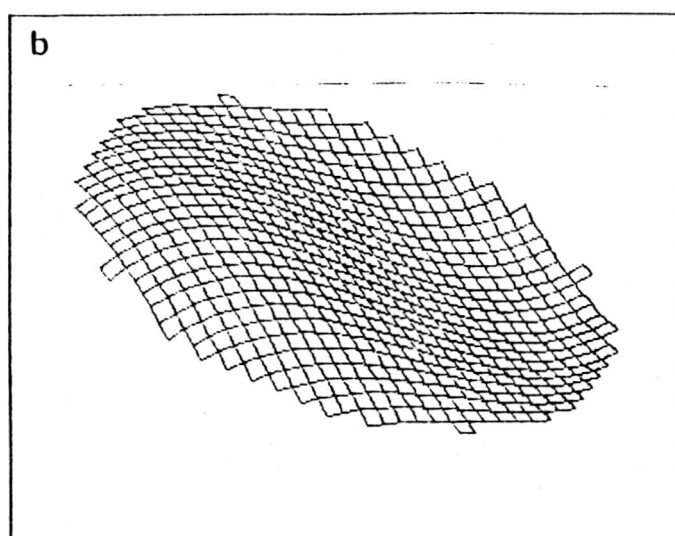
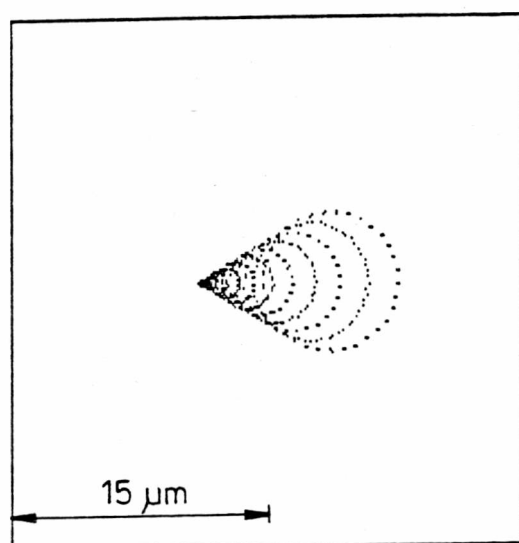
wymienionych wyżej trzech różnych częstości przestrzennych. Przedstawiają one spot diagram, aberrację falową oraz rozkład intensywności w plamce aberracyjnej w postaci dwu- i trójwymiarowej. W tym przypadku widać wyraźnie obecność aberracji sferycznej (p. rys. 61 (a)). Widzimy tu również korzystniejsze odwzorowanie dla większych wartości częstości przestrzennej. Notabene liczba Strehla osiąga większą wartość w przedziale częstości przestrzennych $100.0 \text{ mm}^{-1} < \nu_x < 150.0 \text{ mm}^{-1}$, aniżeli dla $\nu = 0$ (p. rys. 61 (a), (b), (c)).

W celu porównania działania soczewki holograficznej wykonanej na wklęsłym podłożu sferycznym z soczewką wykonaną na wypukłym podłożu sferycznym, przeprowadzono dalsze badania. Przy tych samych wartościach parametrów rejestrujących uzyskano tu optymalną wartość promienia krzywizny $\rho = 200.0 \text{ mm}$. Układ rejestrujący i rekonstruujący tej soczewki jest pokazany na rys. 46. Wyniki pomiarów ilustrowane są na rys. 62 (a), (b), (c). Widzimy tu wyraźnie, że aberracja sferyczna jest całkowicie wyeliminowana (p. rys. 62 (a)). Dla niezerowych częstości przestrzennych odwzorowanie jest tu również korzystniejsze, aniżeli w przypadku wklęsłej soczewki sferycznej. Tymczasem dla jeszcze bardziej zwiększającej się częstości przestrzennej otrzymamy wyrównanie wartości liczby Strehla (~ 0.6) w obu przypadkach dla $\nu_x = 150.0 \text{ mm}^{-1}$.

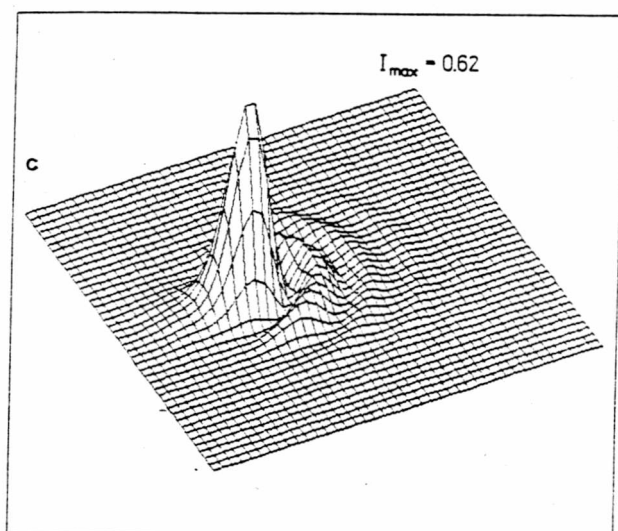
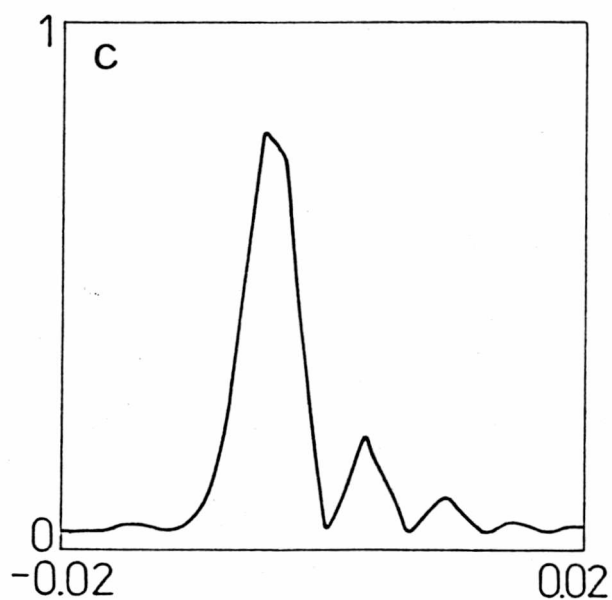
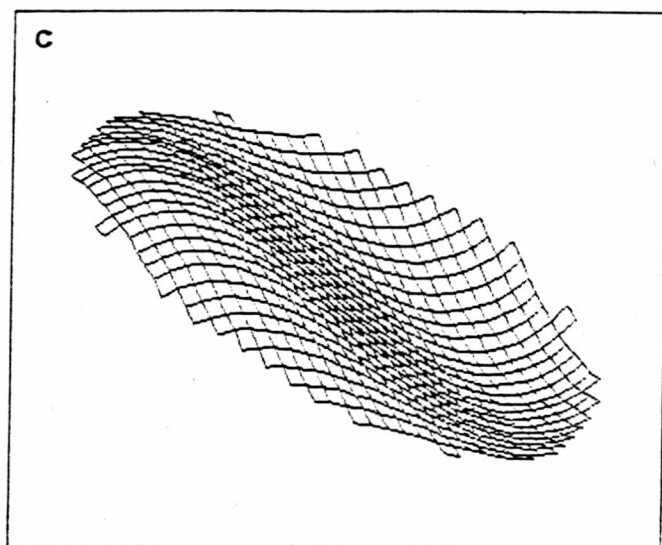
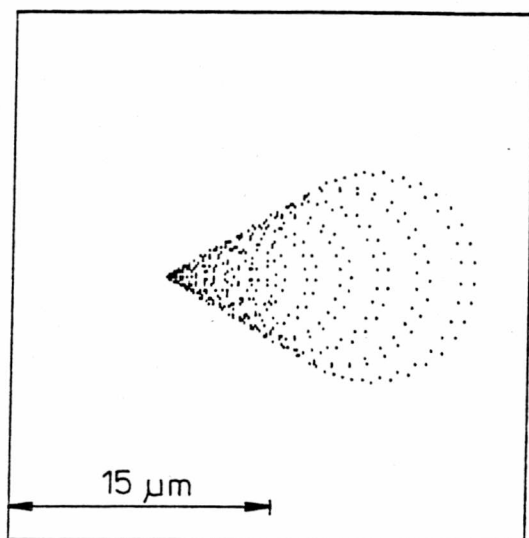
Dla pełnej ilustracji przeprowadzonych badań na rys. 63 - 66 załączono wyniki rozkładu przestrzennego intensywności światła w plamce aberracyjnej obrazu zrealizowanego za pomocą soczewki aplanacyjnej ($\rho = f = 100.0 \text{ mm}$). I tak np na rys. 63 widzimy rozkład intensywności w gaussowskiej płaszczyźnie obrazu dla trzech różnych wartości kąta polowego $\Theta_{xi} = 0^\circ, 1.5^\circ, 2.5^\circ$. Powyższe rozkłady w



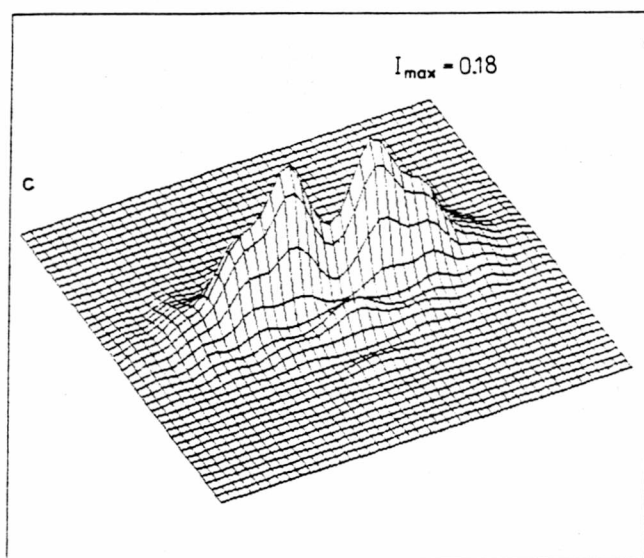
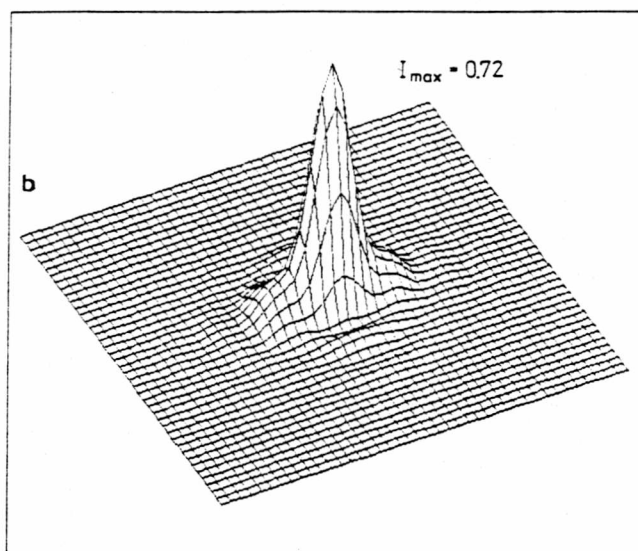
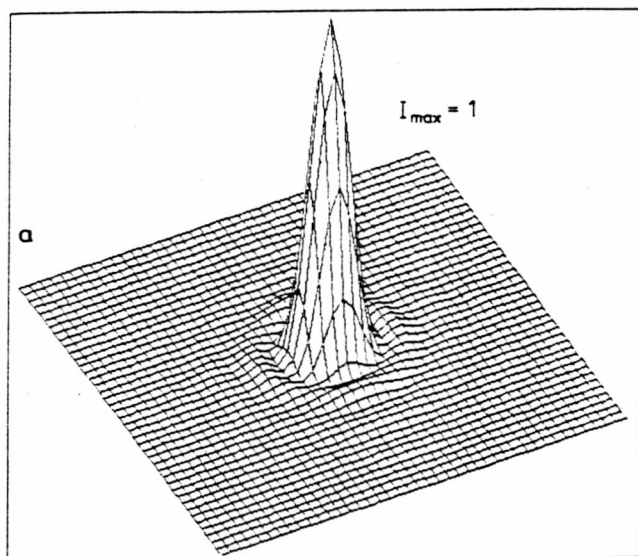
Rys. 62 a) Spot diagram, aberracja falowa oraz dwu- i trójwymiarowy rozkład intensywności światła w plamce aberracyjnej dla obrazu określonego częstotścią przestrzenną (c) $\nu_x = 0$ za pomocą soczewki holograficznej Fouriera o promieniu krzywizny $\rho = 200.0 \text{ mm}$.



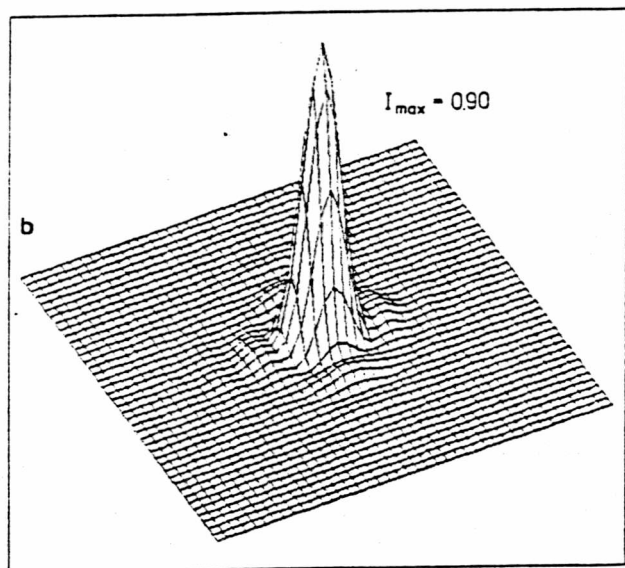
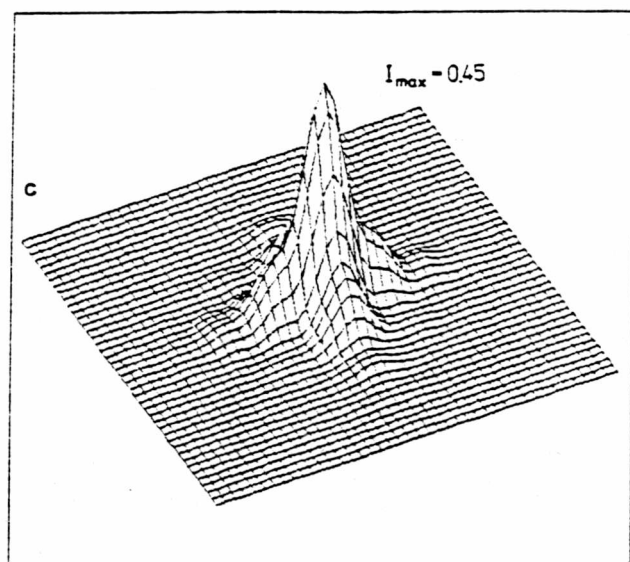
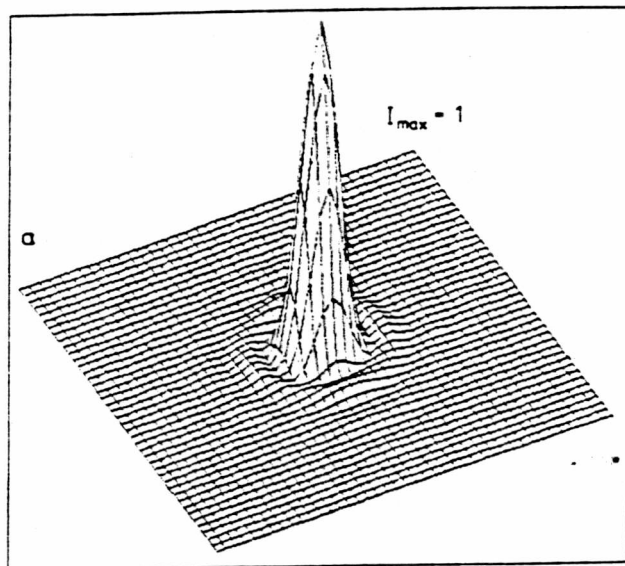
Rys. 62 b) Spot diagram, aberracja falowa oraz dwu- i trójwymiarowy rozkład intensywności światła w plamce aberracyjnej dla obrazu określonego częstotścią przestrzenną (c) $\nu_x = 100.0 \text{ mm}^{-1}$ za pomocą soczewki holograficznej Fouriera o promieniu krzywizny $\rho = 200.0 \text{ mm}$.



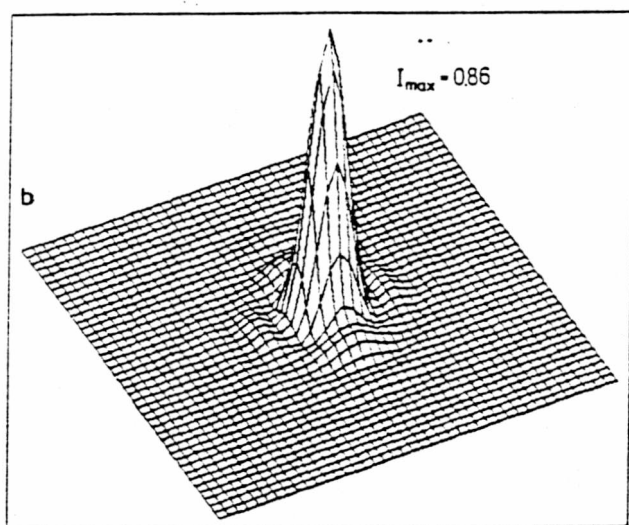
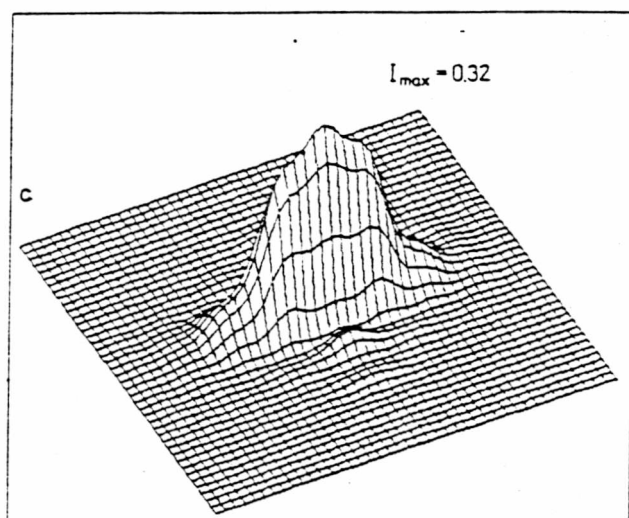
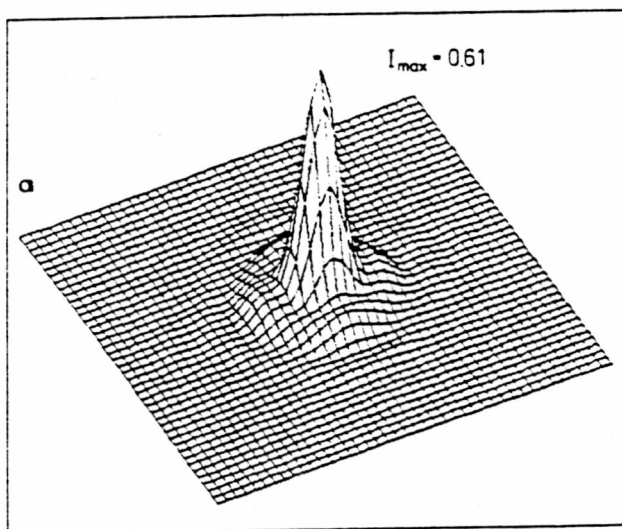
Rys. 62 c) Spot diagram, aberracja falowa oraz dwu- i trójwymiarowy rozkład intensywności światła w plamce aberracyjnej dla obrazu określonego częstotliwością przestrzenną (c) $\nu_x = 150.0 \text{ mm}^{-1}$ za pomocą soczewki holograficznej Fouriera o promieniu krzywizny $\rho = 200.0 \text{ mm}$.



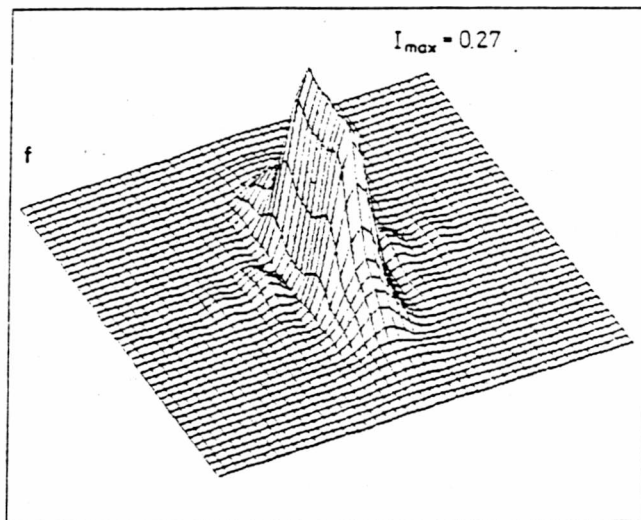
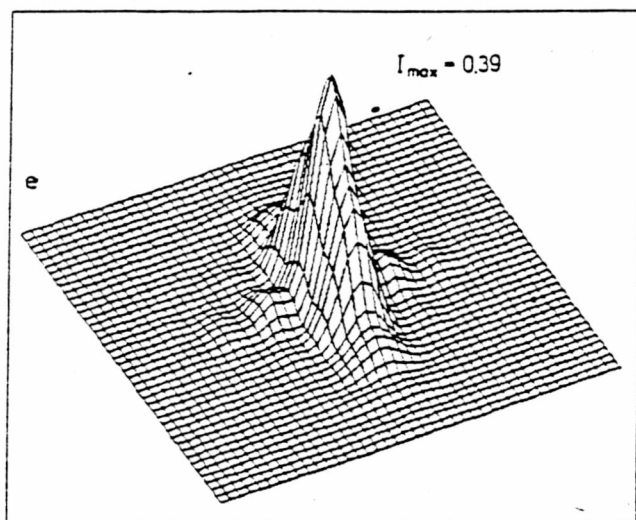
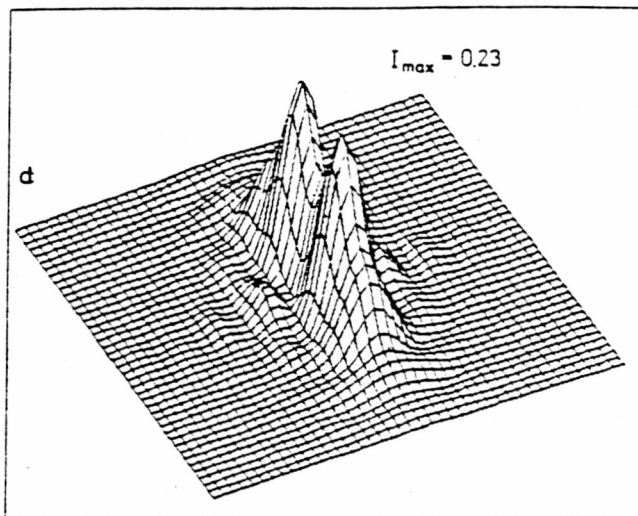
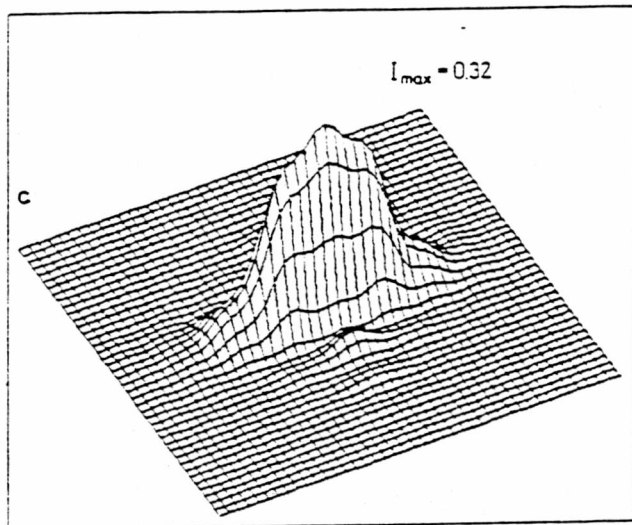
Rys. 63. Rozkład przestrzenny intensywności w obrazie uzyskanym w płaszczyźnie Gaussa za pomocą soczewki aplanatycznej dla trzech różnych wartości kąta polowego $\Theta_{xi} = 0^\circ, 1.5^\circ, 2.5^\circ$.



Rys. 64. Rozkład przestrzenny intensywności w obrazach uzyskanych odpowiednio w trzech płaszczyznach najlepszego odwzorowania za pomocą soczewki aplanatycznej dla trzech różnych wartości kąta polowego $\theta_{xi} = 0^\circ, 1.5^\circ, 2.5^\circ$.



Rys. 65. Rozkład przestrzenny intensywności w obrazie uzyskanym w płaszczyźnie odwzorowania przeogniskowanej o $\Delta z = -0.1$ mm za pomocą soczewki aplanatycznej dla trzech różnych wartości kąta polowego $\Theta_{xi} = 0^\circ, 1.5^\circ, 2.5^\circ$.



Rys. 66. Rozkład przestrzenny intensywności obrazu punktu (dla $\Theta_{xi} = 2.5^\circ$) uzyskanego w czterech różnych płaszczyznach obrazu za pomocą soczewki aplanatycznej (c) $\Delta z = -0.1$, (d) $\Delta z = -0.35$, (e) $\Delta z = -0.25$, (f) $\Delta z = -0.3$ mm.

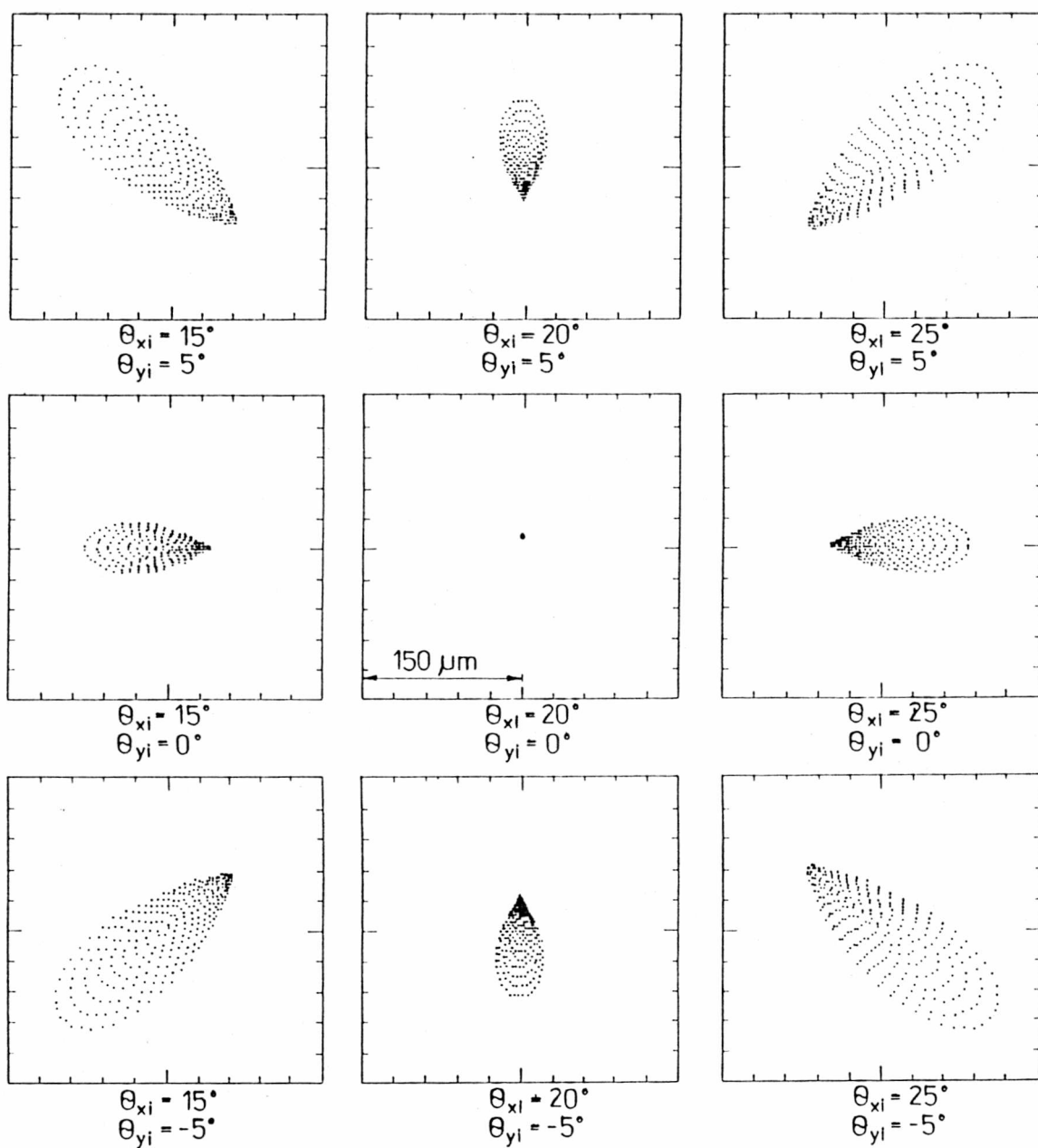
odpowiednich dla każdego kąta polowego płaszczyznach najlepszego odwzorowania pokazane są na rys. 46, natomiast na rys. 65 znajdują się wspomniane rozkłady intensywności we wspólnej płaszczyźnie odwzorowania, przesuniętej o $\Delta z = -0.1$ mm względem płaszczyzny odwzorowania Gaussa. Wreszcie na rys. 66 pokazano przestrzenne rozkłady intensywności w czterech różnych płaszczyznach obrazu dla jednej wartości kąta polowego $\Theta_{xi} = 2.5^\circ$. W skrajnych płaszczyznach odwzorowania widzimy rozkłady przesunięte względem siebie, ilustrujące rozkłady odpowiednio w płaszczyźnie merydionalnej i sagitalnej.

Rozważania prezentowane w niniejszej rozprawie obejmowały również soczewki holograficzne rejestrowane za pomocą wiązek ukośnych, jak pokazano na rys. 47 (a). Rekonstrukcję natomiast ilustruje rys. 47 (b). Ogniskowa soczewki $f = 110.0$ mm, kąt nachylenia fali płaskiej względem osi $\Theta_r = 20^\circ$, średnica źrenicy wejściowej $2D_T = 10.0$ mm. Wyniki badań przedstawiono dla promieni krzywizny podłoża soczewki $\rho = \infty, 400.0, 110.0$ mm, odpowiednio na rys. 67, 68, 69. Ilustrują one spot diagramy dla dziewięciu różnych wartości kąta polowego $(\Theta_{xi}, \Theta_{yi})$. Widzimy tu idealne odwzorowanie dla punktu osiowego realizowanego w układzie identycznym z układem rejestrującym $(\Theta_{xi} = 20^\circ, \Theta_{yi} = 0^\circ)$. Dla pozostałych punktów pozaosiowych obserwujemy ze wzrostem kąta polowego wyraźną asymetrię obrazów charakterystyczną dla aberracji polowych (komy, astygmatyzmu). Zauważyć tu należy znacznie mniejsze aberracje w przypadku odwzorowania za pomocą soczewki holograficznej Fouriera wykonanej na podłożu sferycznym, niż za pomocą soczewki płaskiej szczególnie dla wzrastających wartości kąta polowego (p. rys. 67, 68). Wyjątek stanowi tu odwzorowanie za pomocą soczewki holograficznej pracującej w układzie aplanatycznym. Odwzorowanie to jest prezentowane na rys. 69,

gdzie wskutek nieobecności komy nie obserwujemy obrazów asymetrycznych specyficznych dla tej aberracji. Jakość odwzorowania jest tu kiepska, szczególnie dla większych kątów polowych.

$$2D_T = 10 \text{ mm}, \quad \rho = \infty, \quad f = 110 \text{ mm},$$

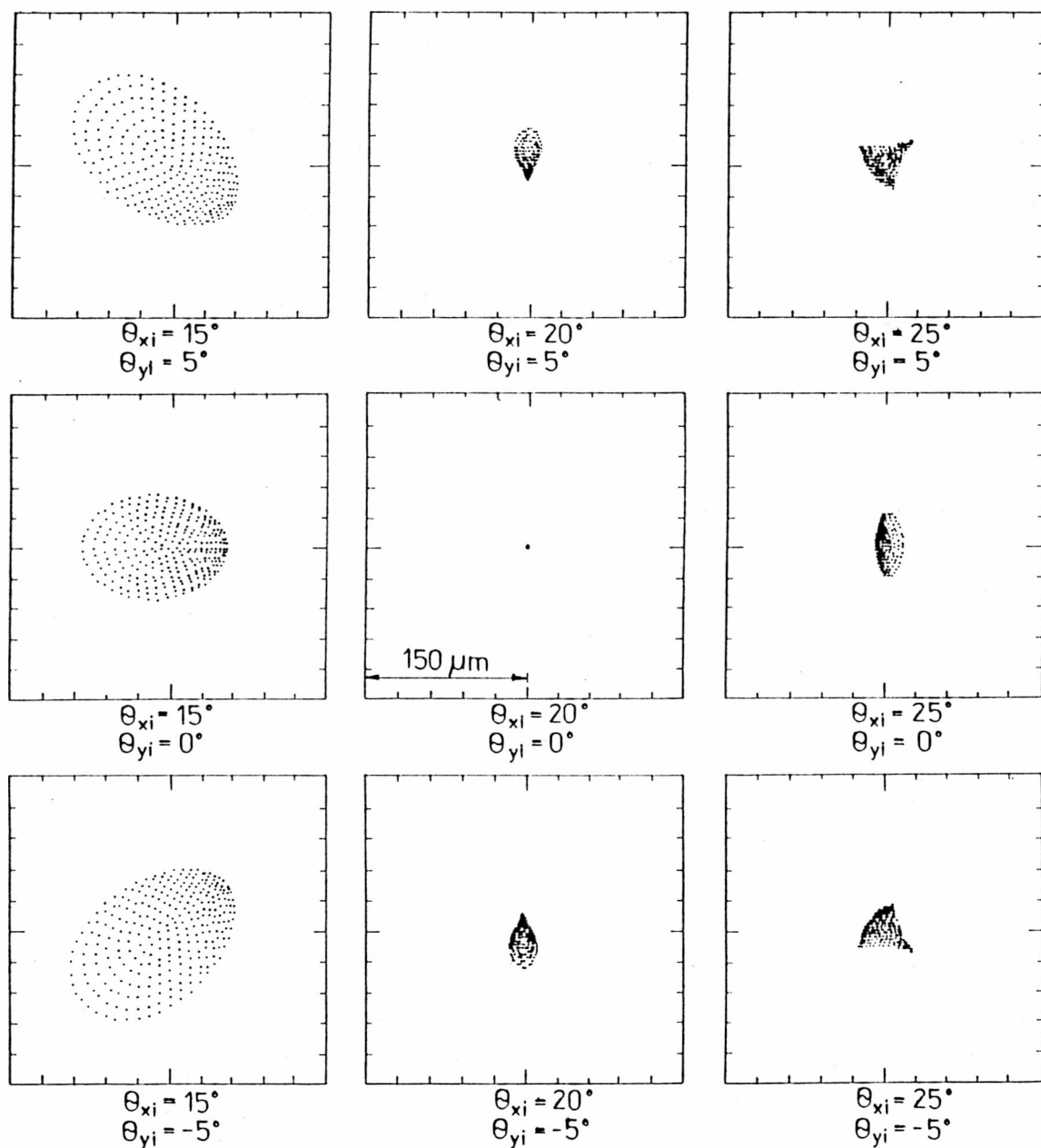
$$d_{in} = -103.37 \text{ mm} \quad (\theta_r)_x = 20^\circ$$



Rys. 67. Spot diagramy obliczone dla dziewięciu różnych wartości kąta połowego dla pozaosiowej soczewki holograficznej Fouriera wykonanej na podłożu płaskim ($\rho = \infty$).

$$2D_T = 10 \text{ mm}, \quad \rho = 400 \text{ mm}, \quad f = 110 \text{ mm},$$

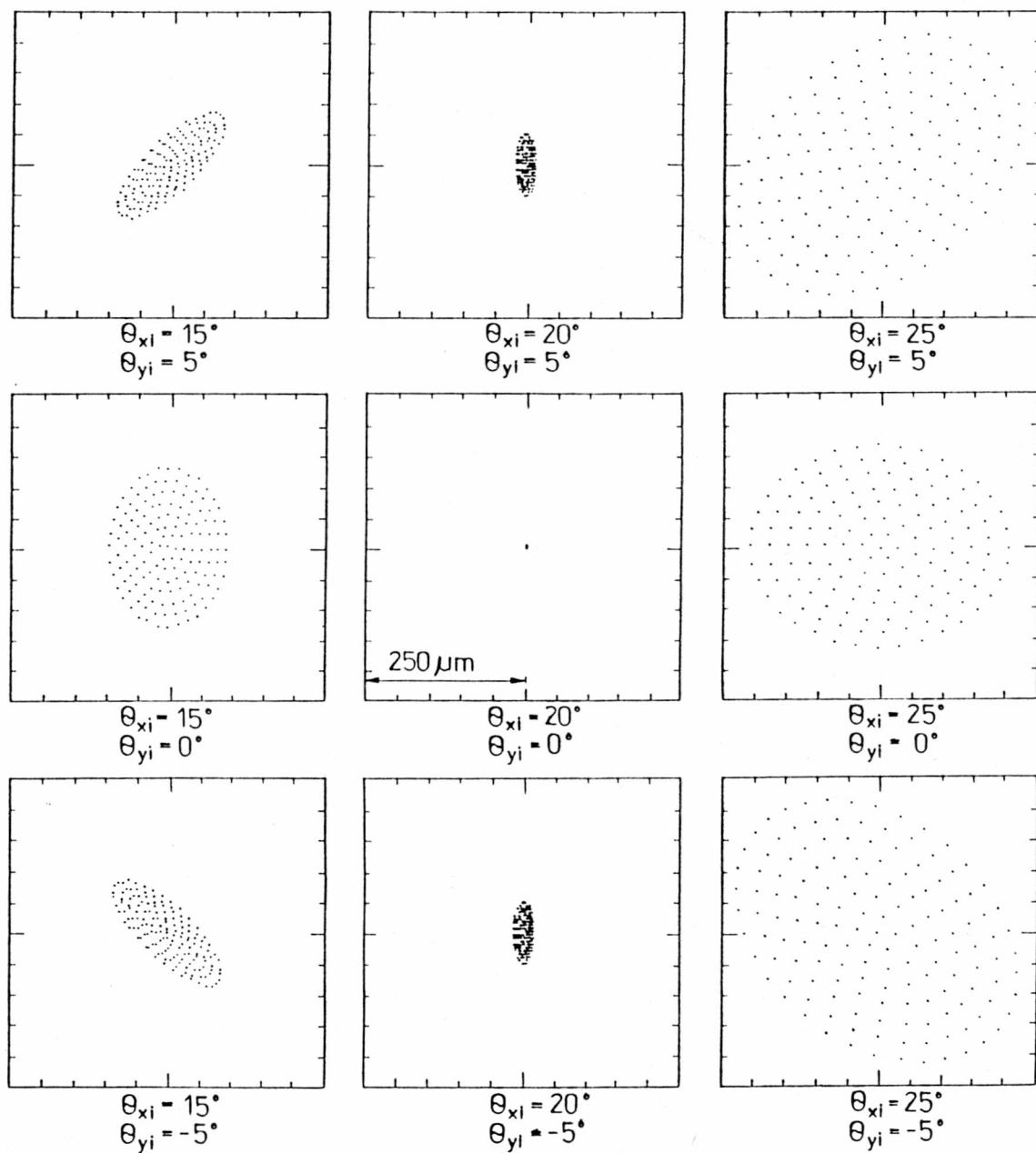
$$d_{in} = -103.37 \text{ mm} \quad (\theta_r)_x = 20^\circ$$



Rys. 68. Spot diagramy obliczone dla dziewięciu różnych wartości kąta polowego dla pozaosiowej soczewki holograficznej Fouriera wykonanej na podłożu o $\rho = 400.0 \text{ mm}$.

$$2D_T = 10 \text{ mm}, \quad \rho = 110 \text{ mm}, \quad f = 110 \text{ mm},$$

$$d_{in} = -103.37 \text{ mm} \quad (\theta_r)_x = 20^\circ$$



Rys. 69. Spot diagramy obliczone dla dziewięciu różnych wartości kąta polowego dla pozaosiowej soczewki aplanatycznej ($\rho = f = 110.0 \text{ mm}$).

6. KONSTRUKCJA HOLOGRAFICZNEJ SOCZEWKI FOURIERA NA PODŁOŻU SFERYCZNYM.

6.1. Charakterystyka optymalizacji funkcji przenoszenia fazy.

Własności odwzorowujące soczewki holograficznej są określone kształtem frontów falowych, które wskutek interferencji w warstwie światłoczułej ją utworzyły. W ogólności różnica faz tych fal

$$\phi_H(x,y) = \phi_O(x,y) - \phi_R(x,y) , \quad (6.1)$$

jest funkcją fazową charakteryzującą własności ogniskujące elementu holograficznego. Z drugiej strony, dla fali o funkcji fazowej $\phi_{in}(x,y)$ oświetlającej soczewkę holograficzną, faza fali na jej wyjściu

$$\phi_{out}(x,y) = \phi_{in}(x,y) + \phi_H(x,y) . \quad (6.2)$$

Jeżeli więc na wejściu elementu holograficznego dany jest zbiór fal płaskich scharakteryzowanych funkcjami $\phi_{in}(x, y ; \Theta)$, a na wyjściu tego elementu - zbiór odpowiadających im żądanych fal sferycznych o fazach $\phi_{out}(x, y ; \Theta)$, to zgodnie z wyrażeniem (6.2) mamy równanie

$$\phi_H(x,y ; \Theta) = \phi_{out}(x,y ; \Theta) - \phi_{in}(x,y ; \Theta) , \quad (6.3)$$

gdzie Θ reprezentuje różne wartości kąta ugięcia w płaszczyźnie transparencji przedmiotowej. Oznacza to, że dla danej wartości kąta ugięcia Θ , soczewka holograficzna o funkcji fazowej $\phi_H(x;\Theta)$ przekształca falę płaską o fazie $\phi_{in}(x;\Theta)$ idealnie w falę sferyczną o fazie $\phi_{out}(x;\Theta)$. W ogólności funkcja $\phi_H(x;\Theta)$ zmienia się wraz z parametrem Θ w ten sposób, że element holograficzny o funkcji $\phi_H(x) = \phi_H(x;\Theta)$ dla jednej wartości kąta Θ i tylko dla tej wartości

parametru Θ odwzorowuje idealnie, natomiast dla pozostałych wartości obarczony jest aberracjami określonymi różnicą faz : $\phi_H(x) - \phi_H(x; \Theta)$. Ale przekształcenie Fouriera może być realizowane za pomocą takiej soczewki holograficznej, która charakteryzuje się własnością bezbłędnego przekształcenia zbioru fal płaskich w odpowiadający mu zbiór fal sferycznych. Toteż korekcja aberracji odwzorowań w płaszczyźnie ogniskowej dokonywana jest najczęściej metodą najmniejszych kwadratów, która polega na optymalizacji holograficznej soczewki Fouriera drogą minimalizacji kwadratu różnicy funkcji fazowej : $\phi_H(x) - \phi_H(x; \Theta)$ uśrednionej w ustalonym przedziale wartości parametru Θ .

Jeżeli więc jednowymiarową funkcję fazową holograficznego elementu optycznego określoną wzorem (6.1) oznaczyć przez $\phi_H(x)$, a poszukiwaną (żądaną) funkcję badanego elementu zgodnie z definicją (6.3) - przez $\phi_H(x; \Theta)$, to średni błąd kwadratowy między rzeczywistym a żądanym frontem falowym jest dla dowolnej wartości parametru Θ określony równaniem [15, 52, 53, 100]

$$E^2 = \int \int w(\Theta) p(x; \Theta) [\phi_H(x) - \phi_H(x; \Theta)]^2 d\Theta dx, \quad (6.4)$$

gdzie funkcja źrenicowa $p(x; \Theta)$ może być wykorzystana do określenia obszaru całkowania. Na ogół $p(x; \Theta) = 1$ dla wszystkich punktów elementu holograficznego oświetlonych falą o parametrze Θ , natomiast dla pozostałych punktów $p(x; \Theta) = 0$. Funkcja $w(\Theta)$ jest funkcją wagową zmieniającą przyczynki błędów (ich wartości) względem frontu idealnego dla fal o różnych wartościach parametru Θ . We wszystkich przypadkach mamy

$$0 \leq w(\Theta) \leq 1.$$

Wyznaczenie optimum funkcji fazowej $\phi_H(x)$ badanego elementu holo-

graficznego sprowadza się do wykorzystania metody wariacyjnej [15]. Jeżeli mianowicie funkcjonował $E[\phi_H(x)]$ ma wariację i osiąga minimum dla $\phi_H = \phi_h(x)$, to przy $\phi_H = \phi_h(x)$ istnieje $\delta E = 0$. Mamy więc

$$\delta E = \iint w(\theta) \cdot p(x; \theta) [\phi_H(x) - \phi_H(x; \theta)] \delta \phi_H(x) d\theta dx ,$$

oraz

$$\int w(\theta) \cdot p(x; \theta) [\phi_h(x) - \phi_H(x; \theta)] d\theta = 0 ,$$

dla wszystkich wartości x . Stąd optymalizowana funkcja fazowa elementu holograficznego przyjmuje postać

$$\phi_h(x) = \frac{\int w(\theta) p(x; \theta) \phi_H(x; \theta) d\theta}{\int w(\theta) p(x; \theta) d\theta} . \quad (6.5)$$

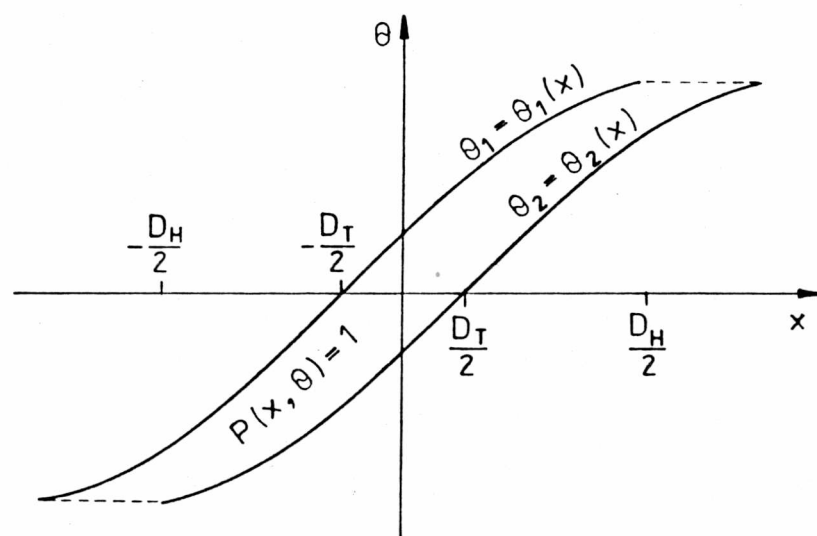
Korzystając z równania (6.3) i wyżej sformułowanych rozważań dla żadanego, idealnego frontu falowego o fazie $\phi_{out}(x; \theta)$ na wyjściu elementu holograficznego, otrzymamy

$$\phi_h(x) = \frac{\int w(\theta) p(x; \theta) [\phi_{out}(x; \theta) - \phi_{in}(x; \theta)] d\theta}{\int w(\theta) p(x; \theta) d\theta} . \quad (6.6)$$

Dla większości przypadków praktycznych funkcja $\phi_h(x)$ jest funkcją ciągłą w obszarze, gdzie $p(x; \theta) = 1$. Jeżeli założyć, że granice obszaru całkowania są funkcjami zmiennej x odpowiednio $\theta_1 = \theta_1(x)$ oraz $\theta_2 = \theta_2(x)$, jak zilustrowano na rys. 70, to równanie (6.6) przyjmuje postać

$$\phi_h(x) = \frac{\int_{\theta_1}^{\theta_2} w(\theta) [\phi_{out}(x; \theta) - \phi_{in}(x; \theta)] d\theta}{\int_{\theta_1}^{\theta_2} w(\theta) d\theta} . \quad (6.7)$$

Z przeprowadzonych badań [15, 23, 52, 100] wynika, że funkcja przenoszenia fazy $\phi_H(x)$ elementu holograficznego jest optymalna w przypadku, gdy uśredniony błąd kwadratowy osiąga minimum dla

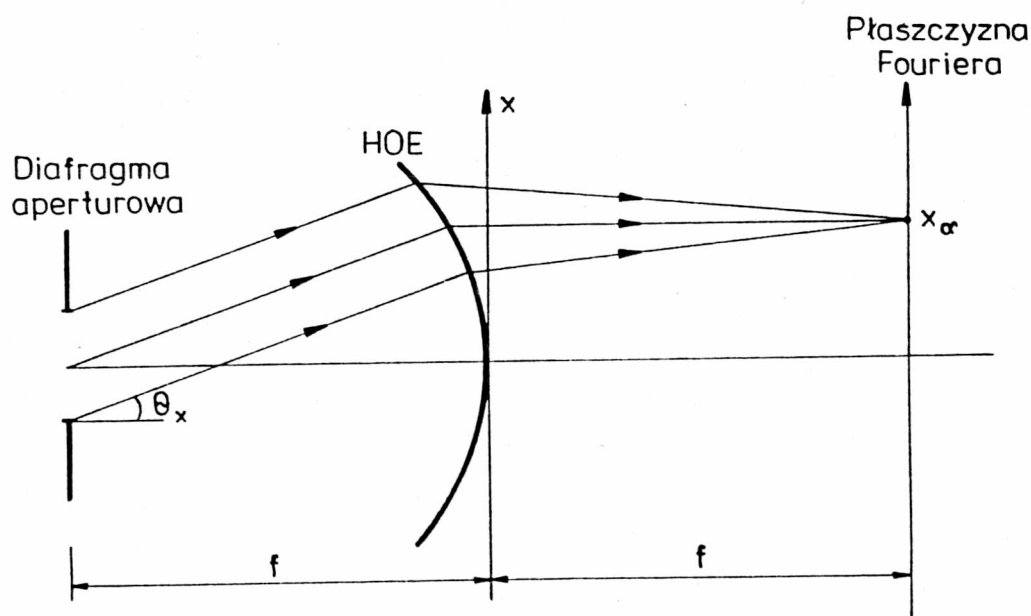


Rys. 70. Wykres zależności $\theta_2 = \theta_2(x)$ oraz $\theta_1 = \theta_1(x)$ w obszarze zrenicy wejściowej dla $p(x; \theta) = 1$

wszystkich frontów falowych na wyjściu reprezentujących poszczególne częstotliwości przestrzenne w ustalonym przedziale: $\theta_1 \leq \theta \leq \theta_2$. Analiza funkcji $\phi_H(x)$ wykazuje, że nie zawsze można uzyskać małe wartości średniego błędu kwadratowego dla wszystkich wartości parametru θ , ale w szczególnych przypadkach doprowadzić można do małych, dopuszczalnych wartości aberracji sferycznej, komy i astygmatyzmu przy wyraźnej obecności dystorsji.

Rozpatrzmy bieg promieni świetlnych przez holograficzną soczewkę Fouriera wykonaną na podłożu sferycznym o promieniu krzywizny ρ , jak pokazano na rys. 71. Dla soczewki płaskiej wykonanej wskutek interferencji dwóch fal współosiowych: płaskiej i sferycznej, w czasie rekonstrukcji promień główny po ugięciu na soczewce przebiega płaszczyznę Fouriera na wysokości $x_\alpha = f \tan \theta_x$. W naszym przypadku

żadamy, aby promień główny wiązki równoległej, nachylonej pod kątem Θ_x względem osi układu, po ugięciu przebiegał płaszczyznę wyjściową na wysokości $x_\alpha = f \sin \Theta_x$. Oznacza to, że soczewka Fouriera powinna każdą falę płaską ugiętą przez transparencję przedmiotową pod kątem Θ_x , nie tylko przekształcić w falę sferyczną ale również



Rys. 71. Bieg promieni świetlnych w holograficznej soczewce Fouriera wykonanej na podłożu sferycznym.

skupić ją w punkcie $x_\alpha = f \alpha$ wyjściowej płaszczyzny ogniskowej układu, przy czym $\alpha = \sin \Theta_x$. Jeżeli więc na wejściu układu mamy zbiór fal płaskich określony funkcją fazową

$$\phi_{in}(x, \alpha) = \frac{2\pi}{\lambda_c} \left[x \alpha + (f - z) \sqrt{1 - \alpha^2} \right], \quad (6.8)$$

to na wyjściu z holograficznej soczewki Fouriera mamy odpowiadający mu zbiór żądanych fal sferycznych o fazach

$$\phi_{out}(x; \alpha) = - \frac{2\pi}{\lambda_c} \left[(x - f \alpha)^2 + (f + z)^2 \right]^{1/2}, \quad (6.9)$$

gdzie $z = \rho - \sqrt{\rho^2 - x^2}$. W tej sytuacji zgodnie z (6.3) funkcja przenoszenia fazy ma postać

$$\phi_H(x; \alpha) = - \frac{2\pi}{\lambda_c} \left\{ \left[(x - f\alpha)^2 + (f+z)^2 \right]^{1/2} + x\alpha + (f-z) \sqrt{1-\alpha^2} \right\}. \quad (6.10)$$

Korzystając z wyrażenia (6.7) przy założeniu $w(\alpha) = 1$, mamy

$$\phi_h(x) = - \frac{2\pi}{\lambda_c} \frac{\int_{\alpha_1(x)}^{\alpha_2(x)} \left\{ \left[(x - f\alpha)^2 + (f+z)^2 \right]^{1/2} + x\alpha + (f-z) \sqrt{1-\alpha^2} \right\} d\alpha}{\int_{\alpha_1(x)}^{\alpha_2(x)} d\alpha}, \quad (6.11)$$

gdzie granice przedziału

$$\alpha_1(x) \leq \alpha \leq \alpha_2(x)$$

określają skrajne wartości kosinusów kierunkowych w zakresie badanego widma częstości przestrzennych. Po przekształceniu (6.11), otrzymamy wyrażenie

$$\phi_h(x) = - \frac{2\pi}{\lambda_c} \frac{1}{\alpha_2(x) - \alpha_1(x)} \int_{\alpha_1(x)}^{\alpha_2(x)} \left\{ \left[(x - f\alpha)^2 + (f+z)^2 \right]^{1/2} + x\alpha + (f-z) \sqrt{1-\alpha^2} \right\} d\alpha,$$

które po scałkowaniu określa optymalną funkcję przenoszenia fazy soczewki holograficznej Fouriera :

$$\begin{aligned} \phi_h(x) = & \frac{\pi}{\lambda_c f} \frac{1}{\alpha_2(x) - \alpha_1(x)} \left\{ (x - f\alpha_2(x)) \sqrt{(x - f\alpha_2(x))^2 + (f+z)^2} - \right. \\ & \left. - (x - f\alpha_1(x)) \sqrt{(x - f\alpha_1(x))^2 + (f+z)^2} + \right. \end{aligned} \quad (6.12)$$

$$\begin{aligned}
& + f^2 \ln \left| \frac{(x - f\alpha_2(x)) + \sqrt{(x - f\alpha_2(x))^2 + (f + z)^2}}{(x - f\alpha_1(x)) + \sqrt{(x - f\alpha_1(x))^2 + (f + z)^2}} \right| \\
& - x [\alpha_2(x) - \alpha_1(x)] [\alpha_2(x) + \alpha_1(x)] - \\
& - (f - z) \left[\arcsin \alpha_2(x) + \alpha_2(x) \sqrt{1 - \alpha_2^2(x)} \right. \\
& \left. - \arcsin \alpha_1(x) - \alpha_1(x) \sqrt{1 - \alpha_1^2(x)} \right] \Big\} .
\end{aligned} \tag{6.12}$$

6.2. Procedura optymalizacyjna elementu holograficznego.

Holograficzny element optyczny może być również traktowany jako siatka dyfrakcyjna złożona z różnych częstości przestrzennych, która przekształca fazę fali wejściowej w fazę fali wyjściowej. W celu zbadania jakości struktury dyfrakcyjnej elementu holograficznego wygodniejsze jest posługiwanie się wektorami propagacji oraz wektorem siatki dyfrakcyjnej, aniżeli pojęciem fazy oraz funkcją przenoszenia fazy. Wprowadźmy znormalizowane wektory propagacji, których składowe są kosinusami kierunkowymi. I tak wektory promienia wejściowego przed i wyjściowego po ugięciu na elemencie holograficznym określone są odpowiednio

$$\begin{aligned}
\vec{k}_{in} &= \frac{\lambda_c}{2\pi} \text{grad } \phi_{in} = \frac{\lambda_c}{2\pi} \left[\hat{x} \frac{\partial \phi_{in}}{\partial x} + \hat{y} \frac{\partial \phi_{in}}{\partial y} + \hat{z} \frac{\partial \phi_{in}}{\partial z} \right] , \\
\vec{k}_{out} &= \frac{\lambda_c}{2\pi} \text{grad } \phi_{out} = \frac{\lambda_c}{2\pi} \left[\hat{x} \frac{\partial \phi_{out}}{\partial x} + \hat{y} \frac{\partial \phi_{out}}{\partial y} + \hat{z} \frac{\partial \phi_{out}}{\partial z} \right] ,
\end{aligned} \tag{6.13}$$

natomiast wektor siatki dyfrakcyjnej

$$\vec{k}_h = \frac{\lambda_o}{2\pi} \text{grad } \phi_h = \frac{\lambda_o}{d_x} \hat{x} + \frac{\lambda_o}{d_y} \hat{y} , \tag{6.14}$$

gdzie $\hat{x}$, $\hat{y}$, $\hat{z}$ są wektorami jednostkowymi skierowanymi w kierunku

odpowiednio x, y, z kartezjańskiego układu współrzędnych ; d_x, d_y - jest rzutem stałej siatki dyfrakcyjnej na kierunek odpowiednio x i y . Jeżeli wektor propagacji promieni świetlnych wiązki padającej na element holograficzny opisany jest przez wektor $\vec{k}_{in}$, a siatka dyfrakcyjna - przez jej wektor $\vec{k}_h$, to składowe wektora propagacji promienia ugiętego na elemencie holograficznym przedstawiają się w postaci

$$K_{x_{out}}(x, y) = K_{x_{in}}(x, y) \pm \mu K_{x_h}(x, y) \quad (6.15)$$

$$= K_{x_{in}}(x, y) \pm \frac{\lambda_0}{2\pi} \frac{\partial \phi_h(x, y)}{\partial x},$$

$$K_{y_{out}}(x, y) = K_{y_{in}}(x, y) \pm \mu K_{y_h}(x, y) \quad (6.16)$$

$$= K_{y_{in}}(x, y) \pm \frac{\lambda_0}{2\pi} \frac{\partial \phi_h(x, y)}{\partial y},$$

$$K_{z_{out}}(x, y) = \pm \left[1 - K_{x_{out}}^2(x, y) - K_{y_{out}}^2(x, y) \right]^{1/2}, \quad (6.17)$$

gdzie lokalne częstości przestrzenne siatki dyfrakcyjnej w kierunku odpowiednio x i y kartezjańskiego układu współrzędnych wyrażają się wzorami

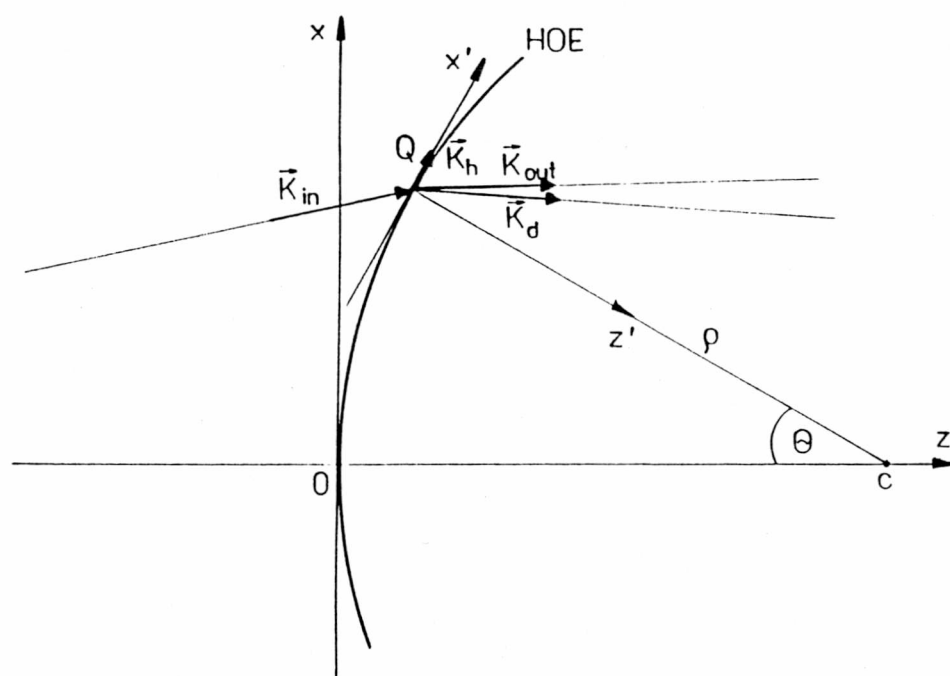
$$\nu_x = \frac{1}{2\pi} \frac{\partial \phi_h(x, y)}{\partial x},$$

$$\nu_y = \frac{1}{2\pi} \frac{\partial \phi_h(x, y)}{\partial y}.$$

Suma kwadratów kosinusów kierunkowych promienia świetlnego na wyjściu soczewki spełnia warunek $K_{x_{out}}^2 + K_{y_{out}}^2 < 1$; W przeciwnym razie mamy do czynienia z falami zanikającymi. Wzory (6.15) - (6.17) nie mogą być bezpośrednio wykorzystane do badania hologramu wykonanego na powierzchni sferycznej, ponieważ wiążą one ze sobą składowe wek-

torów przy wyróżnionym kierunku z . W związku z tym wzór na składową z -towa można stosować tylko w układzie odniesienia, w którym oś oz jest prostopadła do powierzchni hologramu.

Rozpatrzmy bieg promienia świetlnego, padającego w punkcie Q na hologram (p. rys. 72). Niech wektorem opisującym bieg promienia padającego będzie $\vec{k}_{in}$, a wektorem siatki dyfrakcyjnej w danym punkcie Q będzie wektor $\vec{k}_h$, który jest zawsze styczny do powierzchni



Rys. 72. Bieg promieni świetlnych przez zakrzywiony hologram w przesuniętym układzie odniesienia

hologramu w rozpatrywanym punkcie Q . Dowolny element holograficzny o określonej krzywiznie w otoczeniu punktu Q możemy - z wystarczającą dokładnością - traktować jako hologram płaski o tym samym wektorze siatki dyfrakcyjnej $\vec{k}_h$ leżącym w jego płaszczyźnie stycznej w punkcie Q do hologramu zakrzywionego. W tej sytuacji wprowadźmy nowy układ współrzędnych x', y', z' , którego płaszczyzna x', y' jest styczna w punkcie Q do hologramu a oś z' pokrywa się z promieniem krzywizny w tym punkcie Q . Oznacza to, że z' należy obrócić o kąt $\theta = \arcsin \frac{x}{\rho}$ względem środka krzywizny hologramu (p. rys. 72).

Mamy wtedy następujące wzory transformujące

$$K'_{x_{in}} = K_{x_{in}} \cos \Theta + K_{z_{in}} \sin \Theta, \quad (6.18)$$

$$K'_{z_{in}} = -K_{x_{in}} \sin \Theta + K_{z_{in}} \cos \Theta, \quad (6.19)$$

które po zastosowaniu w równaniach (6.15), (6.17) prowadzą do zależności

$$K'_{x_{out}} = K'_{x_{in}} \pm \mu K'_{x_h}, \quad (6.20)$$

$$K'_{z_{out}} = \pm (1 - K'^2_{x_{out}})^{1/2}. \quad (6.21)$$

W dalszych obliczeniach wektor propagacji promienia świetlnego na wyjściu o składowych $K'_{x_{out}}$, $K'_{z_{out}}$ należy transponować do pierwotnego układu za pomocą wzorów

$$K_{x_{out}} = K'_{x_{out}} \cos \Theta - K'_{z_{out}} \sin \Theta, \quad (6.22)$$

$$K_{z_{out}} = K'_{x_{out}} \sin \Theta + K'_{z_{out}} \cos \Theta, \quad (6.23)$$

które pozwalają wyznaczyć współrzędne punktu przebiecia promienia świetlnego w płaszczyźnie obrazu badanego elementu holograficznego.

Konstrukcja holograficznego elementu optycznego polega na określeniu takiej jego struktury dyfrakcyjnej, która przekształci wiązkę promieni nań padających w wiązkę odpowiednio zoptymalizowaną dla określonego przedziału parametrów wejściowych, np. przedziału kosinusów kierunkowych promieni na wejściu układu. Zagadnienie jest niesłychanie proste w przypadku przekształcenia pojedynczej wiązki, np. fali płaskiej w falę sferyczną. Jakkolwiek dla określonego przedziału parametrów wejściowych charakterystycznych dla poszczególnych wiązek świetlnych zachodzi konieczność optymalizacji wektora siatki dyfrakcyjnej polegającej na minimalizacji różnicy między aktualnymi a żądanymi kierunkami promieni świetlnych na wyjściu.

Tego rodzaju optymalizacja sprowadza się do minimalizacji średniego błędu kwadratowego między tymi dwoma (aktualnymi i żądanymi) zbiorami kierunków promieni świetlnych. Dla jednego wymiaru mamy więc

$$E^2 = \int \int w(\alpha) p(x, \alpha) [K'_{x_d}(x, \alpha) - K'_{x_{out}}(x, \alpha)]^2 d\alpha dx, \quad (6.24)$$

gdzie $K'_{x_{out}}$ i K'_{x_d} są kosinusami kierunkowymi promieni odpowiednio aktualnego i żądanego na wyjściu soczewki holograficznej. Funkcja źrenicowa jest funkcją binarną przyjmującą wartość $p(x, \alpha) = 1$ w obszarze otworu źrenicy, oświetlonego falą określoną parametrem α , w pozostałych punktach $p(x, \alpha) = 0$. Optymalizacyjna funkcja wagowa jest - również jak poprzednio - dana dla każdego parametru α i przyjmuje wartości w przedziale: $0 \leq w(\alpha) \leq 1$. Korzystając z (6.20), wyrażenie (6.24) przyjmuje postać

$$E^2 = \iint w(\alpha) p(x, \alpha) [K'_{x_d}(x, \alpha) - K'_{x_{in}}(x, \alpha) + K'_{x_h}(x)]^2 d\alpha dx. \quad (6.25)$$

Zoptymalizowana składowa $K'_{x_h}(x)$ wektora siatki dyfrakcyjnej może być określona za pomocą minimalizacji E^2 . Najpierw minimalizujemy całkę, która zależy tylko od współrzędnych x_0 , reprezentującą dowolną współrzędną x , a więc

$$e^2(x_0) = \int w(\alpha) p(x, \alpha) [K'_{x_d}(x_0, \alpha) - K'_{x_{in}}(x_0, \alpha) + K'_{x_h}(x_0)]^2 d\alpha \quad (6.26)$$

Różniczkując funkcję $e^2(x_0)$ względem $K'_{x_h}(x_0)$ i przyrównując uzyskane wyrażenie do zera, otrzymamy optymalną składową wektora siatki dyfrakcyjnej [36, 88, 89]

$$K'_{x_h}(x) = \frac{- \int w(\alpha) p(x, \alpha) [K'_{x_d}(x, \alpha) - K'_{x_{in}}(x, \alpha)] d\alpha}{\int w(\alpha) p(x, \alpha) d\alpha}. \quad (6.27)$$

Przy założeniu : $w(a) = 1$, $p(x, a) = 1$ w obszarze badanej apertury, równanie (6.27) przyjmuje postać

$$K'_{x_h}(x) = \frac{\int_{a_1(x)}^{a_2(x)} [K'_{x_d}(x, a) - K'_{x_{in}}(x, a)] da}{\int_{a_1(x)}^{a_2(x)} da}, \quad (6.28)$$

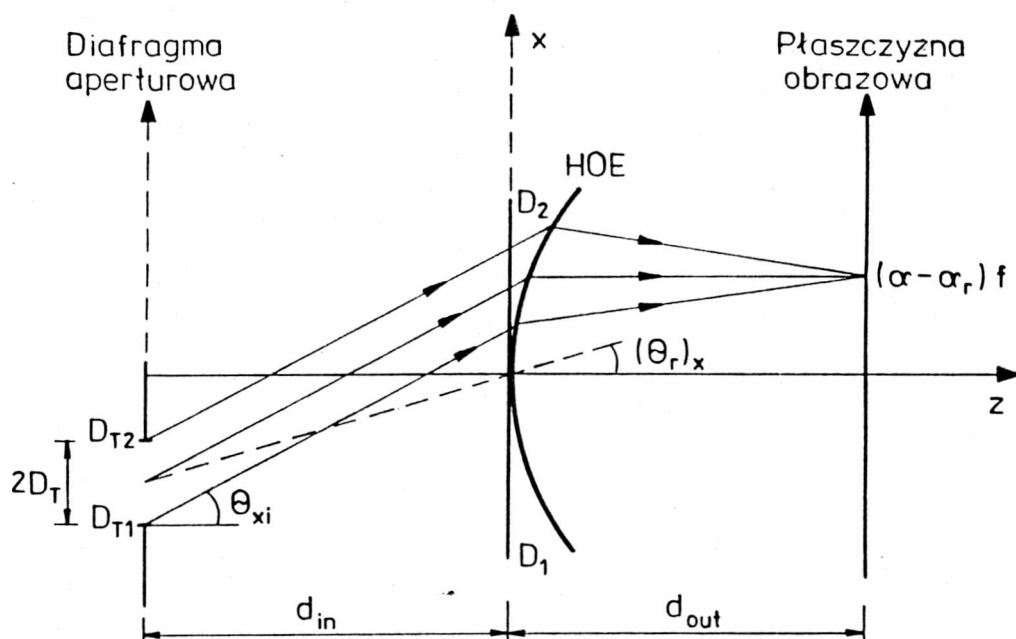
gdzie granice całkowania $a_1(x)$ i $a_2(x)$ reprezentują odpowiednio dolną i górną wartość parametru określającego skrajne wartości kosinusa kierunkowego fali na wejściu układu. Tymczasem $K'_{x_{in}}$ i K'_{x_d} oznaczają składowe wektorów promienia odpowiednio na wejściu i żadanego na wyjściu soczewki holograficznej w punkcie Q (p. rys. 72), przy czym spełniają one następujące równania [89]

$$\begin{aligned} K'_{x_{in}} &= K_{x_{in}} \cos \Theta + K_{z_{in}} \sin \Theta, \\ K'_{x_d} &= K_{x_d} \cos \Theta + K_{z_d} \sin \Theta. \end{aligned} \quad (6.29)$$

Rozważania tu przytoczone dotyczą holograficznego elementu optycznego o symetrii osiowej. W tej sytuacji wyrażenia jednowymiarowe, a więc i ostateczna postać optymalnego wektora siatki dyfrakcyjnej (6.28), mają kształt podobny do wyrażań dwuwymiarowych, które otrzymamy przez zastąpienie zmiennej x zmienną $r = (x^2 + y^2)^{1/2}$.

6.3. Rozwiązanie optymalne soczewki Fouriera.

Na rys. 73 przedstawiono holograficzną soczewkę Fouriera z pozaosiową diafragmą aperturową spełniającą rolę źrenicy wejściowej układu. Struktura holograficzna soczewki została zarejestrowana na wypukłej powierzchni sferycznej o promieniu krzywizny ρ . Analogicznie jak w przypadku układu o symetrii osiowej, transmitancja przedmiotowa znajdująca się w płaszczyźnie źrenicy wejściowej jest



Rys. 73. Bieg promieni świetlnych w holograficznej soczewce Fouriera z pozaosiową zrenicą wejściową

oświetlona koherentną falą płaską. Wskutek dyfrakcji, transparencja produkuje widmo katowe fal płaskich dochodzących do soczewki, która przekształca je w fale sferyczne ogniskowane w wyjściowej płaszczyźnie ogniskowej układu [31]. Położenie poszczególnych punktów, w których ogniskowane są fale sferyczne zależy od kąta ugięcia fal płaskich w płaszczyźnie źrenicy wejściowej i określa wartości częstotliwości przestrzennych badanej transparencji. Apertura soczewki Fouriera rozciąga się od współrzędnej D_1 do D_2 , podczas gdy średnica diafragmy aperturowej - od D_{T2} do D_{T1} i wynosi $2D_T$. Wreszcie d_{in} i d_{out} jest odległością od soczewki holograficznej odpowiednio płaszczyzny wejściowej i wyjściowej.

Jeżeli oznaczyć przez α kosinus kierunkowy fali płaskiej padającej na soczewkę, to zgodnie z poprzednim oznaczeniem mamy

$$\alpha = \alpha = \sin \theta_{xi}, \quad (6.30)$$

natomiast składowe znormalizowanego wektora propagacji promieni fali płaskiej na wejściu określone są następująco [88, 89]

$$K_{x_{in}}(x, \alpha) = K_{x_{in}}(\alpha) = \alpha, \quad (6.31)$$

$$K_{z_{in}}(z, \alpha) = K_{z_{in}}(\alpha) = \sqrt{1 - \alpha^2}. \quad (6.32)$$

Zagadnienie sprowadza się do tego, aby fala płaska o kosinusie kierunkowym α została przekształcona w falę sferyczną skupiającą się w odległości d_{out} w punkt, którego położenie względem osi jest określone wzorem $x = (\alpha - \alpha_r)f$, gdzie $\alpha_r = \sin(\theta_r)_x$, $(\theta_r)_x$ jest kątem określającym położenie źrenicy wejściowej względem osi, natomiast f jest współczynnikiem proporcjonalności. W ten sposób składowe znormalizowanego wektora propagacji promienia żadanego na wyjściu wyrażają się wzorami

$$K_{x_d}(x, \alpha) = K_{x_d}(x, \alpha) = \frac{-[x + f \alpha_r - f \alpha]}{\sqrt{[x + f \alpha_r - f \alpha]^2 + (d_{out} - z)^2}}, \quad (6.33)$$

$$K_{z_d}(z, \alpha) = K_{z_d}(z, \alpha) = \frac{d_{out} - z}{\sqrt{[x + f \alpha_r - f \alpha]^2 + (d_{out} - z)^2}}, \quad (6.34)$$

gdzie

$$z = |\rho| - \sqrt{\rho^2 - x^2} \approx \frac{1}{2} \frac{x^2}{\rho}. \quad (6.35)$$

Korzystając z równań (6.29) i wstawiając wyrażenia (6.31) - (6.34) do równania (6.28), otrzymamy

$$\begin{aligned} K'_{xh}(x) = & - \frac{1}{\alpha_2(x) - \alpha_1(x)} \cdot \int_{\alpha_1(x)}^{\alpha_2(x)} \left[\frac{x}{\rho} \frac{(d_{out} - z)}{\sqrt{(x + f \alpha_r - f \alpha)^2 + (d_{out} - z)^2}} \right. \\ & - \sqrt{1 - \left[\frac{x}{\rho} \right]^2} \frac{(x + f \alpha_r - f \alpha)}{\sqrt{(x + f \alpha_r - f \alpha)^2 + (d_{out} - z)^2}} + \\ & \left. - \frac{x}{\rho} \sqrt{1 - \alpha^2} - \sqrt{1 - \left[\frac{x}{\rho} \right]^2} \cdot \alpha \right] d\alpha, \quad (6.36) \end{aligned}$$

gdzie dolna $\alpha_1(x)$ i górna $\alpha_2(x)$ granica całkowania określona jest przez kosinus kierunkowy promienia świetlnego fali płaskiej padającego na soczewkę w punkcie określonym współrzędną x . Rozwiązanie całki prowadzi wyrażenie (6.36) do następującej postaci [89]

$$\begin{aligned}
 [K'_{x_h}(x)]_{opt} = & \frac{-1}{\alpha_2(x) - \alpha_1(x)} \left\{ -\frac{x}{\rho} \left[\frac{d_{out} - z}{f} \right] \cdot \right. \\
 & \cdot \ln \left| \frac{(x + f\alpha_r - f\alpha_2(x)) + \sqrt{(x + f\alpha_r - f\alpha_2(x))^2 + (d_{out} - z)^2}}{(x + f\alpha_r - f\alpha_1(x)) + \sqrt{(x + f\alpha_r - f\alpha_1(x))^2 + (d_{out} - z)^2}} \right| \\
 & + \sqrt{1 - \left[\frac{x}{\rho} \right]^2} \cdot \frac{1}{f} \left[\sqrt{(x + f\alpha_r - f\alpha_2(x))^2 + (d_{out} - z)^2} \right. \\
 & \cdot \left. - \sqrt{(x + f\alpha_r - f\alpha_1(x))^2 + (d_{out} - z)^2} \right] - \\
 & - \frac{1}{2} \frac{x}{\rho} \left[\arcsin \alpha_2(x) + \alpha_2(x) \sqrt{1 - \alpha_2^2(x)} - \right. \\
 & - \arcsin \alpha_1(x) - \alpha_1(x) \sqrt{1 - \alpha_1^2(x)} \left. \right] + \\
 & - \frac{1}{2} \sqrt{1 - \left[\frac{x}{\rho} \right]^2} \cdot \left[(\alpha_2(x) - \alpha_1(x)) \cdot \right. \\
 & \cdot \left. (\alpha_2(x) + \alpha_1(x)) \right] \left. \right\}.
 \end{aligned} \tag{6.37}$$

Z powyższego wynika, że składową wektora siatki dyfrakcyjnej dla soczewki płaskiej określa wyrażenie (6.37) po przejściu z promieniem krzywizny ρ do nieskończoności. Mamy więc [36]

$$\lim_{\rho \rightarrow \infty} [K'_{x_h}(x)]_{opt} = \frac{\alpha_1(x) + \alpha_2(x)}{2} - \frac{1}{\alpha_2(x) - \alpha_1(x)} \cdot \frac{1}{f} \cdot \quad (6.38)$$

$$\cdot \left\{ \sqrt{[x + f\alpha_r - f\alpha_2(x)]^2 + d_{out}^2} - \sqrt{[x + f\alpha_r - f\alpha_1(x)]^2 + d_{out}^2} \right\}.$$

Wyrażenia $\alpha_1(x)$, $\alpha_2(x)$ określone przez granice kosinusów kierunkowych zależą od konfiguracji układu realizującego przekształcenie, które jest ilustrowane na rys. 73. Stąd też mamy

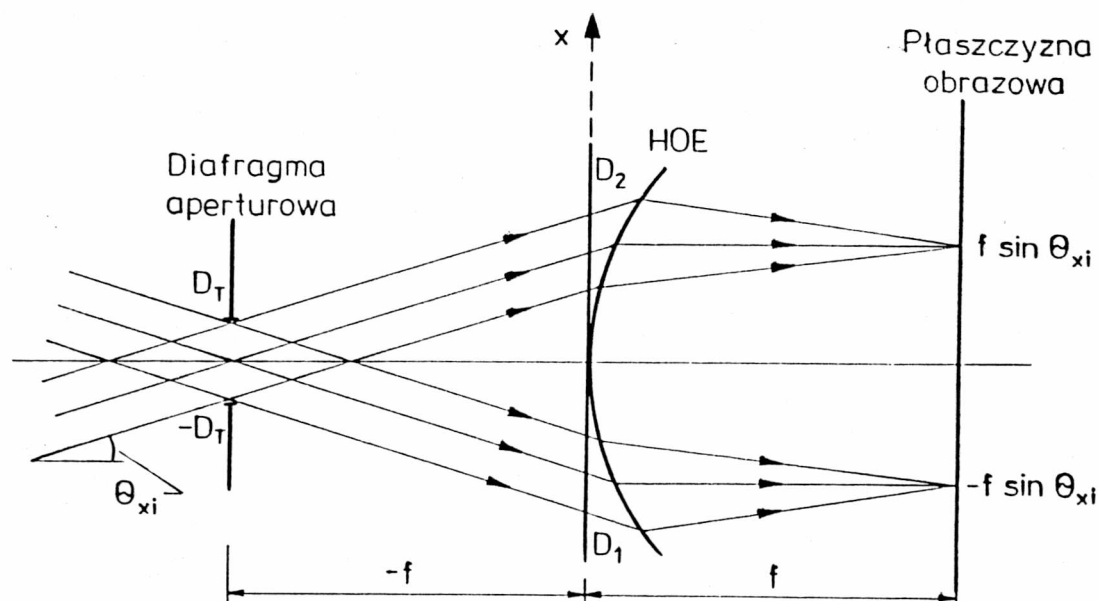
$$\alpha_1(x) = \frac{x - D_{T2}}{\sqrt{(x - D_{T2})^2 + (d_{in} + z)^2}}, \quad (6.39)$$

$$\alpha_2(x) = \frac{x - D_{T1}}{\sqrt{(x - D_{T1})^2 + (d_{in} + z)^2}}. \quad (6.40)$$

Układ osiowy składający się z holograficznej soczewki Fouriera i diafragmy aperturowej, której środek leży w odległości ogniskowej f od soczewki na jej osi optycznej, prezentowany jest na rys. 74. Stąd też odpowiedni wektor siatki dyfrakcyjnej zarejestrowanej również na wypukłym podłożu sferycznym można z łatwością uzyskać z wyrażenia (6.37) jako jego szczególny przypadek [88]. Mamy bowiem

$$\begin{aligned} [K'_{x_h}(x)]_{opt} &= \frac{-1}{\alpha_2(x) - \alpha_1(x)} \left\{ -\frac{x}{\rho} \left(\frac{f - z}{f} \right) \cdot \right. \\ &\cdot \ln \left| \frac{(x - f\alpha_2(x)) + \sqrt{(x - f\alpha_2(x))^2 + (f - z)^2}}{(x - f\alpha_1(x)) + \sqrt{(x - f\alpha_1(x))^2 + (f - z)^2}} \right| + \\ &+ \sqrt{1 - \left(\frac{x}{\rho} \right)^2} \cdot \frac{1}{f} \left[\sqrt{(x - f\alpha_2(x))^2 + (f - z)^2} \cdot \right. \\ &\cdot \left. \left. - \sqrt{(x - f\alpha_1(x))^2 + (f - z)^2} \right] \right\} + \quad (6.41) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& - \frac{1}{2} \frac{x}{\rho} \left[\arcsin \alpha_2(x) + \alpha_2(x) \sqrt{1 - \alpha_2^2(x)} + \right. & (6.41) \\
& \left. - \arcsin \alpha_1(x) - \alpha_1(x) \sqrt{1 - \alpha_1^2(x)} \right] + \\
& - \frac{1}{2} \sqrt{1 - \left(\frac{x}{\rho} \right)^2} \cdot \left[(\alpha_2(x) - \alpha_1(x)) \cdot (\alpha_2(x) + \alpha_1(x)) \right] \Bigg\} .
\end{aligned}$$



Rys. 74. Bieg promieni świetlnych w holograficznym układzie o symetrii osiowej realizującym przekształcenie Fouriera.

Analogicznie jak w poprzednim przypadku układu pozaosiowego, możemy określić tu wektor siatki dyfrakcyjnej wykonanej na podłożu płaskim. W tej sytuacji obliczamy granicę wektora $K'_{x_h}(x)$ przy przejściu z promieniem krzywizny ρ do nieskończoności [35]. Mianowicie

$$\begin{aligned}
\lim_{\rho \rightarrow \infty} [K'_{x_h}(x)]_{opt} &= \frac{\alpha_1(x) + \alpha_2(x)}{2} - \frac{1}{\alpha_2(x) - \alpha_1(x)} \cdot \\
& \cdot \frac{1}{f} \left[\sqrt{(x - f \alpha_2(x))^2 + f^2} - \right. & (6.42)
\end{aligned}$$

$$- \sqrt{(x - f \alpha_1(x))^2 + f^2} \Big] ,$$

przy czym dolna i górna granica kosinusa kierunkowego promienia świetlnego na wejściu do soczewki jest określona odpowiednio

$$\alpha_1(x) = \frac{x + D_T}{\sqrt{(x + D_T)^2 + (f + z)^2}} , \quad (6.43)$$

$$\alpha_2(x) = \frac{x - D_T}{\sqrt{(x - D_T)^2 + (f + z)^2}} . \quad (6.44)$$

Rozwiązanie (6.41) ma charakter ogólny i może być uproszczone za pomocą przybliżeń rozwiązań optymalnych.

6.4. Analiza aberracji.

W celu określenia aberracji elementu holograficznego należy określić różnicę między fazą fali żądanej na wyjściu a fazą aktualnej fali wychodzącej z soczewki

$$\phi_d(x, y) - \phi_{out}(x, y) = \frac{2\pi}{\lambda_c} \Delta , \quad (6.45)$$

gdzie Δ jest odstępstwem rzeczywistego frontu falowego od sfery Gaussa idealnego odwzorowania. Mamy więc

$$\Delta = \Delta_D + \Delta_A + \Delta_F + \Delta_C + \Delta_S , \quad (6.46)$$

gdzie

$$\Delta_S = - \frac{1}{8} (x^2 + y^2)^2 S ,$$

$$\Delta_C = \frac{1}{2} (x^2 + y^2) (x C_x + y C_y) ,$$

$$\Delta_A = - \frac{1}{2} (x^2 A_x + y^2 A_y + 2 xy A_{xy}) , \quad (6.47)$$

$$\Delta_F = -\frac{1}{4} (x^2 + y^2) F ,$$

$$\Delta_D = \frac{1}{2} x D_x + \frac{1}{2} y D_y .$$

W rozważaniach tych kąтова aberracja poprzeczna jest odpowiednio do wyrażeń (6.47) określona wzorem [56]

$$\gamma(x, \alpha) = \frac{\lambda_c}{2\pi} \frac{\partial \Delta}{\partial x} = K'_{x_d}(x, \alpha) - K'_{x_{out}}(x, \alpha) \approx \quad (6.48)$$

$$\approx D + x A + x^2 C + x^3 S + \dots ,$$

gdzie D, A, C, S są współczynnikami aberracji odpowiednio : dystorsji, astygmatyzmu (krzywizna pola), komy i aberracji sferycznej. Korzystając z równania (6.20) oraz z wyrażenia (6.48), otrzymamy poprzeczną aberrację kątową w postaci

$$\gamma = K'_{x_d} - K'_{x_{in}} \mp \mu K'_{x_h} , \quad (6.49)$$

gdzie $\mu = \lambda_c / \lambda_o$ jest stosunkiem długości fali odpowiednio rekonstruującej i rejestrującej, a znak $\mp$ odnosi się do ujemnego (-) i dodatniego (+) pierwszego rzędu ugięcia fali na elemencie holograficznym. Wektor siatki dyfrakcyjnej dla optymalnej soczewki Fouriera określony wzorem (6.41) ma postać ogólną i może przybrać prostszą postać dla przybliżonego rozwiązania optymalnego. Istnieje bowiem możliwość rozwinięcia wektora (6.41) w szereg Taylora przy założeniu paraksjalnym wyrażeń : $(x/f) \ll 1$ oraz $(D_T/f) \ll 1$; uzyskuje się wtedy rozwiązanie optymalne soczewki Fouriera z osiową strukturą dyfrakcyjną określoną wzorem [90]

$$[K'_{x_h}(x)]_{opt} \approx \frac{x}{f} - \frac{x^3}{2f\rho^2} - \frac{x^3}{2\rho f^2} . \quad (6.50)$$

W szczególnym przypadku powyższe rozwinięcie prowadzi do przybliżonego rozwiązania kwadratowej soczewki Fouriera z osiową strukturą

dyfrakcyjną [34, 36, 52]

$$[K'_{x_h}(\infty)]_q \approx \frac{x}{f}, \quad (6.51)$$

natomiast wektor sferycznej siatki dyfrakcyjnej soczewki holograficznej Fouriera rejestrowanej na podłożu sferycznym za pomocą dwóch współosiowych frontów falowych jest dany wyrażeniem [88]

$$\begin{aligned} [K'_{x_h}(\infty)]_{sph} &= \frac{x}{\rho} \frac{(f-z)}{\sqrt{x^2 + (f-z)^2}} - \sqrt{1 - \left(\frac{x}{\rho}\right)^2} \frac{x}{\sqrt{x^2 + (f-z)^2}} - \frac{x}{\rho} \approx \\ &\approx -\frac{x}{f} + \left[\frac{1}{2f^3} - \frac{1}{\rho f^2} + \frac{1}{2f\rho^2} \right] x^3. \end{aligned} \quad (6.52)$$

Znormalizowane wektory propagacji promieni żądanych na wyjściu K'_{x_d} oraz promieni świetlnych wejściowych $K'_{x_{in}}$ dla osiowej soczewki holograficznej Fouriera są określone z dokładnością do aberracji trzeciego rzędu następująco [90]

$$\begin{aligned} K'_{x_d} &= \frac{x}{\rho} \frac{(f-z)}{\sqrt{(x-f\alpha)^2 + (f-z)^2}} - \sqrt{1 - \left(\frac{x}{\rho}\right)^2} \frac{(x-f\alpha)}{\sqrt{(x-f\alpha)^2 + (f-z)^2}} \approx \\ &\approx \alpha - \frac{1}{2} \alpha^3 + \left[\frac{3}{2} \frac{\alpha^2}{f} - \frac{1}{f} + \frac{1}{\rho} - \frac{1}{2} \frac{\alpha^2}{\rho} \right] x + \\ &+ \left[\frac{3}{2} \frac{\alpha}{\rho f} - \frac{3}{2} \frac{\alpha}{f^2} - \frac{1}{2} \frac{\alpha}{\rho^2} \right] x^2 + \left[\frac{1}{2f^3} + \frac{1}{2\rho^2 f} - \frac{1}{\rho f^2} \right] x^3 \end{aligned} \quad (6.53)$$

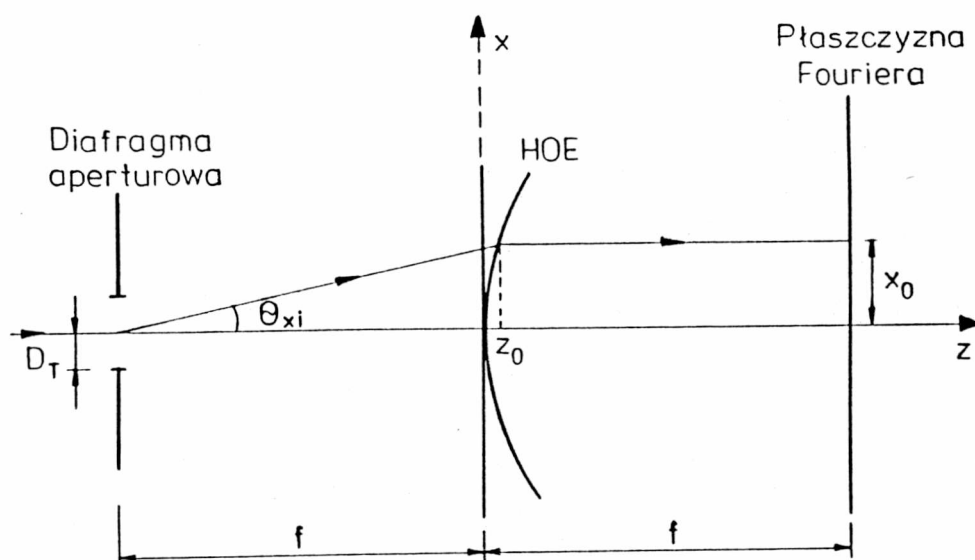
oraz

$$\begin{aligned} K'_{x_{in}} &= \frac{x}{\rho} \sqrt{1 - \alpha^2} + \alpha \sqrt{1 - \left(\frac{x}{\rho}\right)^2} \approx \\ &\approx \alpha + \left[\frac{1}{\rho} - \frac{1}{2} \frac{\alpha^2}{\rho} \right] x - \frac{1}{2} \frac{\alpha}{\rho^2} x^2. \end{aligned} \quad (6.54)$$

Rozpatrzmy jeszcze aberracje odwzorowania uzyskane nie za pomocą całego hologramu, ale za pomocą elementarnych hologramów odpowiednio zlokalizowanych na podłożu sferycznym (zw. hologramami lokalnymi). Zgodnie z rys. 75 środek każdego lokalnego hologramu jest określony wzorem

$$x_o(\theta_{xi}) = (f + z_o) \operatorname{tg} \theta_{xi} = (f + z_o) \frac{\alpha}{(1 - \alpha^2)^{1/2}}. \quad (6.51)$$

Podobnie jak w poprzednich rozważaniach, aberracje każdego hologramu lokalnego optymalnej soczewki Fouriera, mogą być przedstawione w postaci dystorsji (D), astygmatyzmu i krzywizny pola (A), komy (C) oraz aberracji sferycznej (S), jak następuje



Rys. 75. Telecentryczny bieg promienia świetlnego po stronie obrazowej w układzie transformacji Fouriera

$$\begin{aligned} \gamma_{opt}^{D,\rho} = & -\frac{1}{2} \alpha^3 + \left[\frac{3}{2} \frac{\alpha^2}{f} - \frac{1}{f} + \frac{\mu}{f} \right] x_o + \left[\frac{3}{2} \frac{\alpha}{\rho f} - \frac{3}{2} \frac{\alpha}{f^2} \right] x_o^2 + \\ & + \left[\frac{1}{2f^3} + \frac{1}{2\rho^2 f} - \frac{1}{\rho f^2} - \frac{\mu}{2\rho^2 f} - \frac{\mu}{2\rho f^2} \right] x_o^3, \end{aligned} \quad (6.56)$$

$$\gamma_{opt}^{A,\rho} = \left\{ \frac{3}{2} \frac{\alpha^2}{f} - \frac{1}{f} + \frac{\mu}{f} + 2 x_0 \left(\frac{3}{2} \frac{\alpha}{\rho f} - \frac{3}{2} \frac{\alpha}{f^2} \right) + \right. \\ \left. + 3 x_0^2 \left[\frac{1}{2f^3} + \frac{1}{2\rho^2 f} - \frac{1}{\rho f^2} - \frac{\mu}{2\rho^2 f} - \frac{\mu}{2\rho f^2} \right] \right\} (x - x_0), \quad (6.57)$$

$$\gamma_{opt}^{C,\rho} = \left\{ \frac{3}{2} \frac{\alpha}{\rho f} - \frac{3}{2} \frac{\alpha}{f^2} + 3x_0 \left[\frac{1}{2f^3} + \frac{1}{2\rho^2 f} - \frac{1}{\rho f^2} - \frac{\mu}{2\rho^2 f} - \frac{\mu}{2\rho f^2} \right] \right\} \cdot \\ \cdot (x - x_0)^2, \quad (6.58)$$

$$\gamma_{opt}^{S,\rho} = \left[\frac{1}{2f^3} + \frac{1}{2\rho^2 f} - \frac{1}{\rho f^2} - \frac{\mu}{2\rho^2 f} - \frac{\mu}{2\rho f^2} \right] (x - x_0)^3. \quad (6.59)$$

Podobnie mamy dla kwadratowej soczewki holograficznej Fouriera :

$$\gamma_q^{D,\rho} = -\frac{1}{2} \alpha^3 + \left[\frac{3}{2} \frac{\alpha^2}{f} - \frac{1}{f} + \frac{\mu}{f} \right] x_0 + \left[\frac{3}{2} \frac{\alpha}{\rho f} - \frac{3}{2} \frac{\alpha}{f^2} \right] x_0^2 + \\ + \left[\frac{1}{2f^3} + \frac{1}{2\rho^2 f} - \frac{1}{\rho f^2} \right] x_0^3, \quad (6.60)$$

$$\gamma_q^{A,\rho} = \left\{ \frac{3}{2} \frac{\alpha^2}{f} - \frac{1}{f} + \frac{\mu}{f} + 2 x_0 \left[\frac{3}{2} \frac{\alpha}{\rho f} - \frac{3}{2} \frac{\alpha}{f^2} \right] + \right. \\ \left. + 3 x_0^2 \left[\frac{1}{2f^3} + \frac{1}{2\rho^2 f} - \frac{1}{\rho f^2} \right] \right\} (x - x_0), \quad (6.61)$$

$$\gamma_q^{C,\rho} = \left\{ \frac{3}{2} \frac{\alpha}{\rho f} - \frac{3}{2} \frac{\alpha}{f^2} + 3x_0 \left[\frac{1}{2f^3} + \frac{1}{2\rho^2 f} - \frac{1}{\rho f^2} \right] \right\} (x - x_0)^2, \quad (6.62)$$

$$\gamma_q^{S,\rho} = \left[\frac{1}{2f^3} + \frac{1}{2\rho^2 f} - \frac{1}{\rho f^2} \right] (x - x_0)^3. \quad (6.63)$$

Wreszcie rejestracja sferycznej soczewki holograficznej Fouriera, utworzonej sposobem konwencjonalnym na podłożu sferycznym, prowadzi

do następujących wyrażeń poszczególnych aberracji [90]

$$\gamma_{sph}^{D,\rho} = -\frac{1}{2} \alpha^3 + \left[\frac{3}{2} \frac{\alpha^2}{f} - \frac{1}{f} + \frac{\mu}{f} \right] x_0 + \left[\frac{3}{2} \frac{\alpha}{\rho f} - \frac{3}{2} \frac{\alpha}{f^2} \right] x_0^2 + \\ + (1 - \mu) \left[\frac{1}{2f^3} + \frac{1}{2\rho^2 f} - \frac{1}{\rho f^2} \right] x_0^3 \quad (6.64)$$

$$\gamma_{sph}^{A,\rho} = \left\{ \frac{3}{2} \frac{\alpha^2}{f} - \frac{1}{f} + \frac{\mu}{f} + 2 x_0 \left[\frac{3}{2} \frac{\alpha}{\rho f} - \frac{3}{2} \frac{\alpha}{f^2} \right] + \right. \\ \left. + 3 x_0^2 (1 - \mu) \left[\frac{1}{2f^3} + \frac{1}{2\rho^2 f} - \frac{1}{\rho f^2} \right] \right\} (x - x_0) \quad (6.65)$$

$$\gamma_{sph}^{C,\rho} = \left\{ \frac{3}{2} \frac{\alpha}{\rho f} - \frac{3}{2} \frac{\alpha}{f^2} + 3 x_0 (1 - \mu) \left[\frac{1}{2f^3} + \frac{1}{2\rho^2 f} - \frac{1}{\rho f^2} \right] \right\} \cdot \\ \cdot (x - x_0)^2 \quad (6.66)$$

$$\gamma_{sph}^{S,\rho} = (1 - \mu) \left[\frac{1}{2f^3} + \frac{1}{2\rho^2 f} - \frac{1}{\rho f^2} \right] (x - x_0)^3 \quad (6.67)$$

Indeksy w powyższych symbolach opisujących odpowiednie aberracje, odnoszą się do soczewek holograficznych: optymalnej - opt, kwadratowej - q, sferycznej - sph. Przedstawione tu równania obejmują aberracje trzech różnych wyżej wymienionych soczewek, które wykonane zostały na podłożu sferycznym. Przy przejściu z podłoża sferycznego do podłoża płaskiego (tj. $\rho \rightarrow \infty$), równania aberracji soczewek: optymalnej i kwadratowej pokrywają się ze sobą i są zgodne z równaniami wyprowadzonymi przez Hasmana i Friesema [36]. Analogicznie dla soczewki sferycznej wykonanej na podłożu płaskim (tj. przy przejściu z $\rho \rightarrow \infty$), równania (6.64) - (6.67) pokrywają się z równaniami uzyskanymi przez Hasmana i Friesema [36].

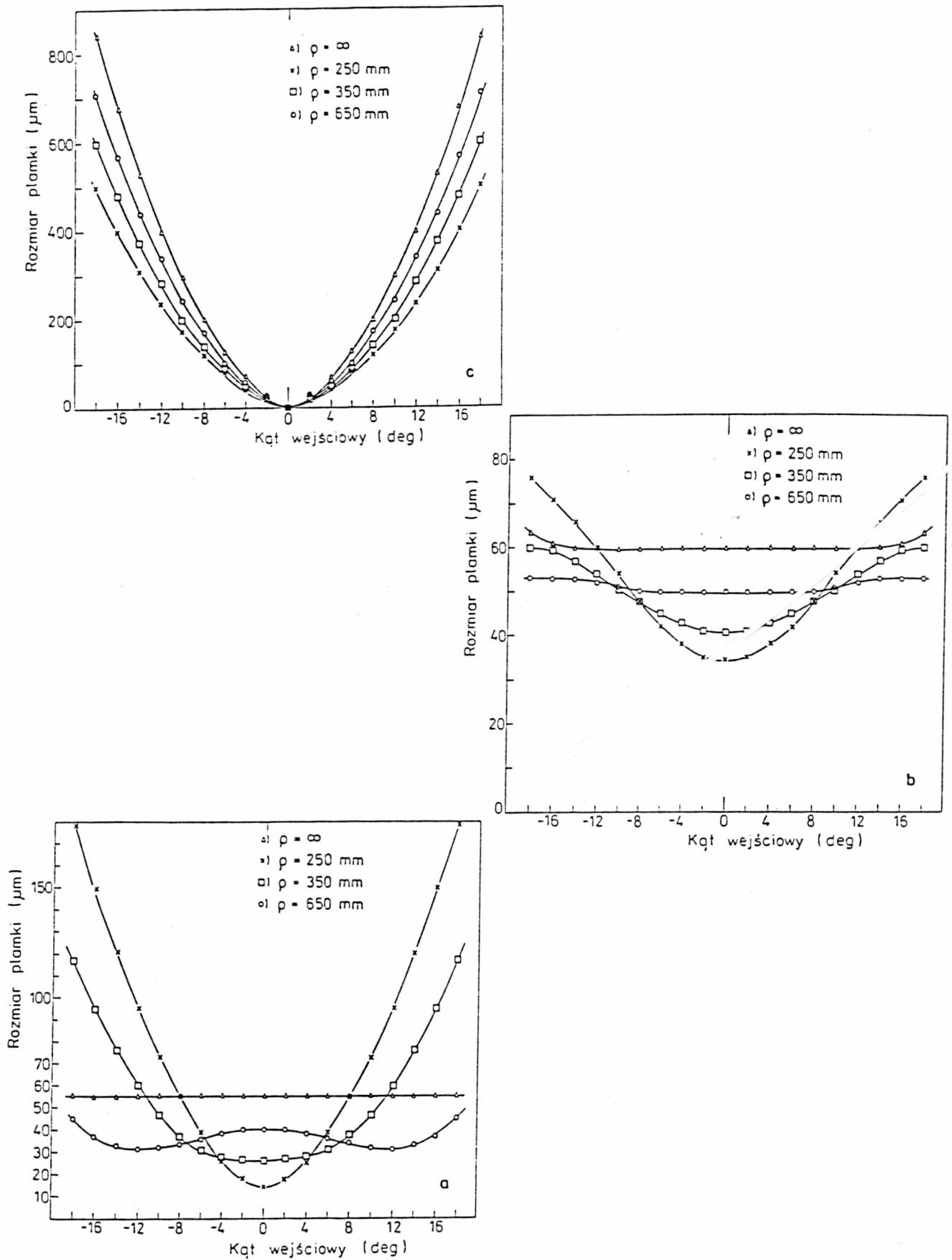
6.5. Ilustracja aberracji rozwiązań optymalnych.

Soczewki holograficzne przeznaczone do realizacji przekształcenia Fouriera wykonane być mogą również na podłożu płaskim lub sferycznym. W badaniach prezentowanych w niniejszej rozprawie rozważania obejmują soczewki wykonane na podłożu o promieniu krzywizny $\rho = \infty, 250.0, 350.0, 650.0$ mm. Wszystkie one charakteryzują się ogniskową $f = 60.0$ mm i średnicą źrenicy wejściowej $2D_T = 20.0$ mm. Rozróżniono tu dwa układy: osiowy charakteryzujący się wspólną osią soczewki i diafragmy aperturowej (p. rys. 74), oraz pozaosiowy w którym diafragma aperturowa znajduje się poza osią holograficznej soczewki Fouriera (p. rys. 73). Położenie diafragmy aperturowej w układzie pozaosiowym określone jest kątem $(\theta_r)_x = 20^\circ$ względem osi soczewki, a odległość płaszczyzny diafragmy od wierzchołka soczewki określona jest wzorem $d_{in} = f \cos (\theta_r)_x$ i wynosi $d_{in} = -56.38$ mm. Płaszczyzna obrazowa, w której badano jakość odwzorowania, pokrywa się z wyjściową płaszczyzną ogniskową soczewki, a jej odległość od wierzchołka soczewki $d_{out} = f = 60.0$ mm.

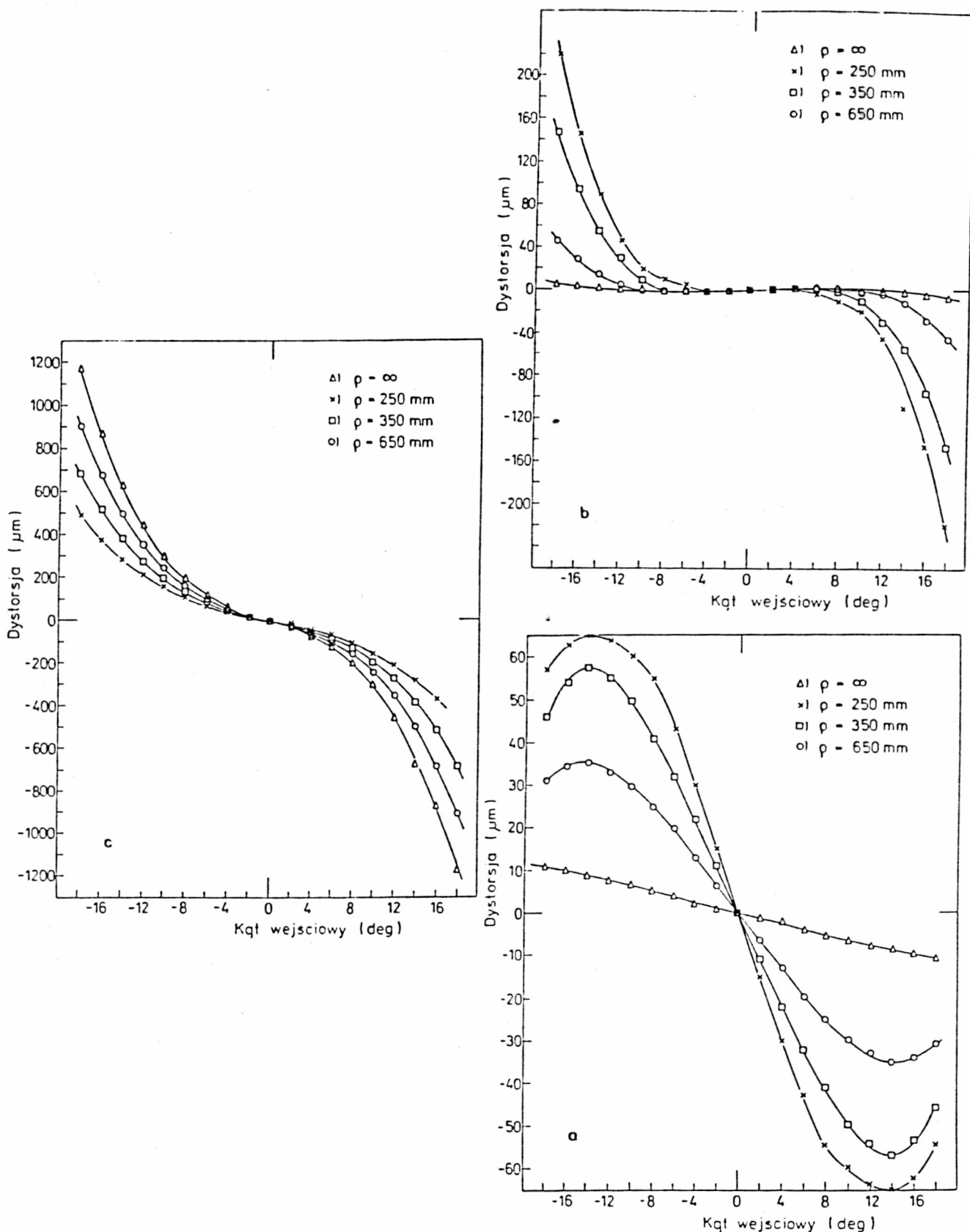
W celu zilustrowania wyników badań soczewek fourierowskich w układzie osiowym i pozaosiowym dla przypadku optymalnego korzystano ze wzorów odpowiednio (6.41) i (6.37), oraz równania wektorowego Welforda dla siatki dyfrakcyjnej (4.17)

$$\vec{e} \times (\vec{R}_{out} - \vec{R}_{in}) = \pm \mu \vec{e} \times \vec{R}_h,$$

opisującego bieg promieni świetlnych ugiętych na elemencie holograficznym. Dla układu osiowego wyniki pomiarów zostały porównane z wynikami uzyskanymi za pomocą holograficznej soczewki kwadratowej opisanej wzorem (6.51). Tymczasem soczewkę sferyczną rejestrowano i badano w układzie osiowym (rys. 46) i w układzie pozaosiowym (rys.



Rys. 76. Krzywe rozmiaru plamki rozmycia w zależności od kąta polowego dla optymalnego (a), kwadratowego (b) i sferycznego (c) rozwiązania soczewki pracującej w układzie osiowym w przypadku czterech różnych wartości promienia krzywizny podłoża.

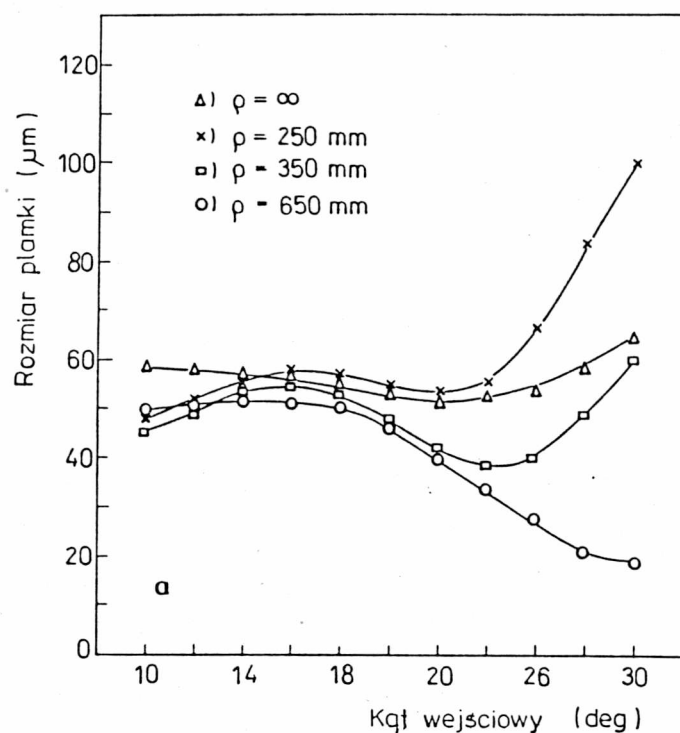
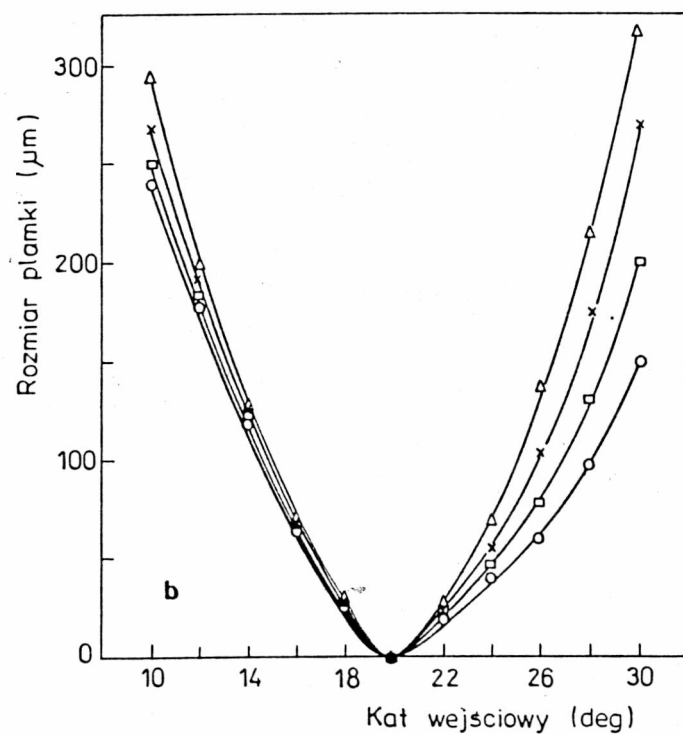


Rys. 77. Krzywe dystorsji w zależności od kąta polowego dla optycznego (a), kwadratowego (b) i sferycznego (c) rozwiązania soczewki pracującej w układzie osiowym w przypadku czterech różnych wartości promienia krzywizny podłoża.

47). Parametry charakteryzujące tę soczewkę pokrywają się z odpowiednimi parametrami dwóch pozostałych soczewek (optymalnej i kwadratowej).

Na rys. 76 pokazano rozmiary plamki rozmycia dla soczewki optymalnej (a), kwadratowej (b) i sferycznej (c) w układzie osiowym dla czterech różnych wartości promienia krzywizny podłoża. Wykresy rozmiarów plamki są przedstawione w zależności od wartości kąta polowego. Z wykresów wynika bezpośrednio, że optymalne i kwadratowe holograficzne soczewki Fouriera mają wyraźną przewagę nad soczewkami sferycznymi, szczególnie w przypadku dużych wartości kąta polowego. Widzimy również znaczący wpływ krzywizny podłoża na jakość odwzorowania. Najkorzystniejsze jednak wyniki w przypadku soczewki optymalnej i kwadratowej otrzymujemy dla podłoża o promieniu krzywizny $\rho = 650.0$ mm. Rys. 77 ilustruje wykresy dystorsji w zależności od kąta polowego dla trzech wymienionych wyżej soczewek holograficznych: (a) optymalnej, (b) kwadratowej i (c) sferycznej. Pomiar dystorsji wykonano według metody podanej przez Friesema [34, 35], polegającej na wyznaczeniu różnicy wysokości przebiecia promienia głównego i promienia żadanego ($f \sin \theta_{xi}$) z wyjściową płaszczyzną ogniskową. Z wykresów widzimy, że najmniejszą wartość dystorsji w obszarze badanych kątów polowych otrzymamy dla optymalnej i kwadratowej soczewki płaskiej. Oczywiście, w przypadku soczewki sferycznej wykonanej na podłożu płaskim nie uzyskuje się tak korzystnego (i korzystniejszego) wyniku ze względu na specyficzną konfigurację układu rejestrującego.

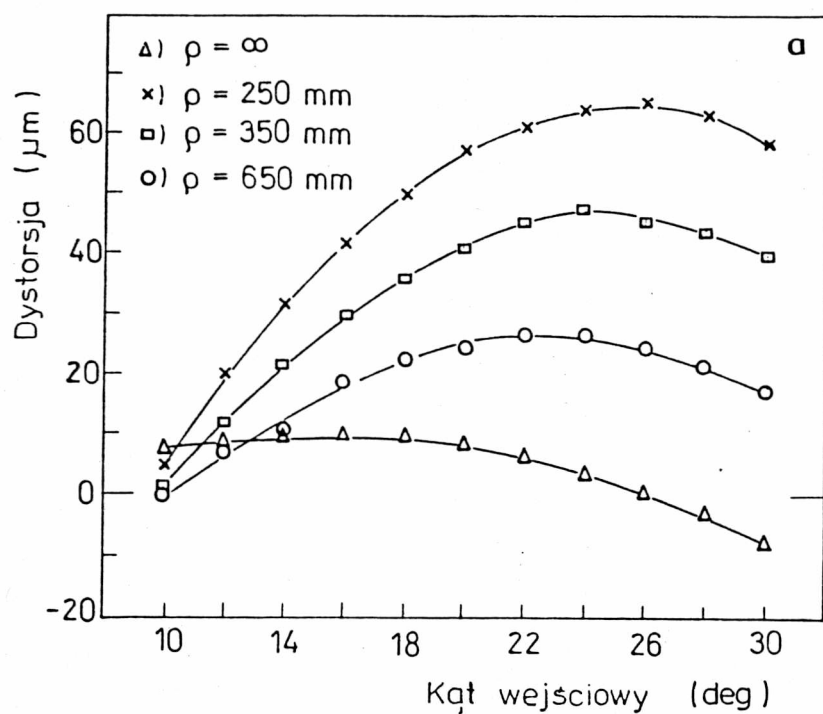
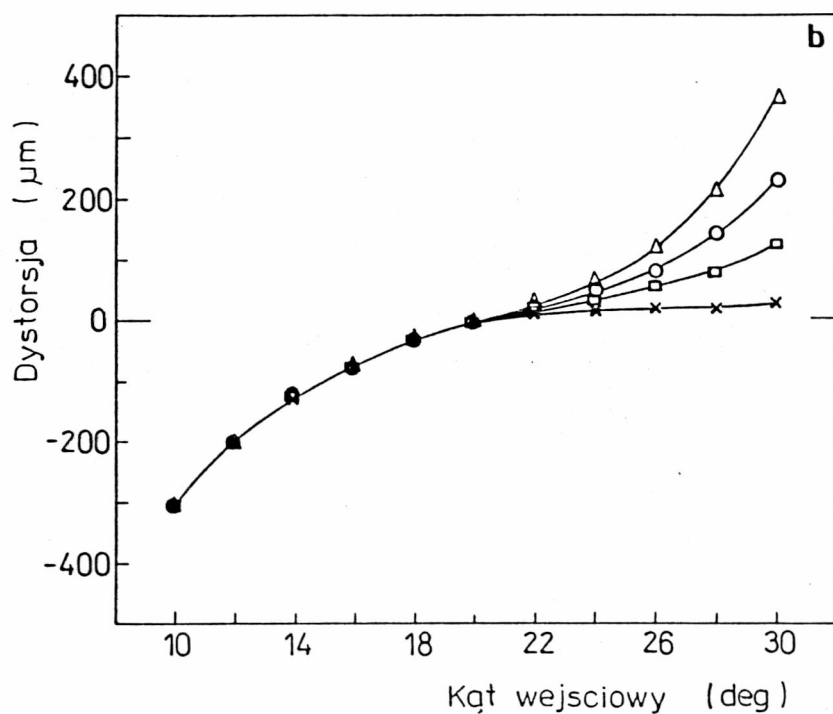
Na rys. 78 przedstawiono wyniki pomiarów rozmiaru plamki rozmycia w układzie pozaosiowym dla soczewki optymalnej (a) i soczewki sferycznej (b). Wykresy wskazują, że rozmiary plamki rozmycia dla



Rys. 78. Krzywe rozmiaru plamki rozmycia w zależności od kąta polowego dla optymalnego (a) i sferycznego (b) rozwiązania soczewki pracującej w układzie pozaosiowym w przypadku czterech różnych wartości promienia krzywizny podłoża.

optymalnej soczewki holograficznej są znacznie mniejsze od rozmiarów plamki soczewki sferycznej. Wyjątek tu stanowi obszar w pobliżu kąta pozaosiowego $(\Theta_r)_x = 20^\circ$, który charakteryzuje pozaosiowy układ rejestrujący. Analizując krzywe zależności rozmiarów plamki od kąta polowego dla soczewki sferycznej widzimy wyraźnie, że aberracje soczewki zakrzywionej są mniejsze niż aberracje soczewki płaskiej z tą jednak różnicą, iż zachowanie się krzywych w tym przypadku jest odmienne aniżeli - w przypadku realizacji soczewek pracujących w układzie osiowym (p. rys. 76 (c)). Ciekawie zachowują się krzywe zależności rozmiarów plamki od kąta polowego dla rozwiązań optymalnych soczewek pracujących w układzie pozaosiowym (rys. 78 (a)). I tak np. dla soczewki o promieniu krzywizny $\rho = 250.0$ mm widzimy silny wzrost krzywej dla rosnących wartości kąta polowego, natomiast dla soczewki o promieniu krzywizny podłoża $\rho = 650.0$ mm wartość rozmiarów plamki rozmycia wyraźnie spada dla dużych wartości kąta polowego. W przypadku płaskiej soczewki wartość rozmiarów plamki jest praktycznie zachowana i waha się w obszarze $55 - 65 \mu\text{m}$ podobnie, jak w przypadku optymalnego rozwiązania soczewki pracującej w układzie osiowym, gdzie stała wartość rozmiarów plamki jest ewidentna i wynosi $\sim 55 \mu\text{m}$ (rys. 76 (a)).

Rys. 79 ilustruje krzywe dystorsji w zależności od kąta polowego dla dwóch wyżej wymienionych soczewek : (a) optymalnej i (b) sferycznej. Pomiar dystorsji wykonano wyżej wspomnianą metodą Friesema, w której wysokość przebiecia promienia żadanego z ogniskową płaszczyzną obrazową jest reprezentowana w tym przypadku wyrażeniem : $f (\sin \Theta_{xi} - \sin \Theta_r(x))$. W obszarze kąta polowego od 10° do 20° krzywe dystorsji pokrywają się wzajemnie dla wszystkich wartości promienia krzywizny podłoża badanej soczewki sferycznej. Dla



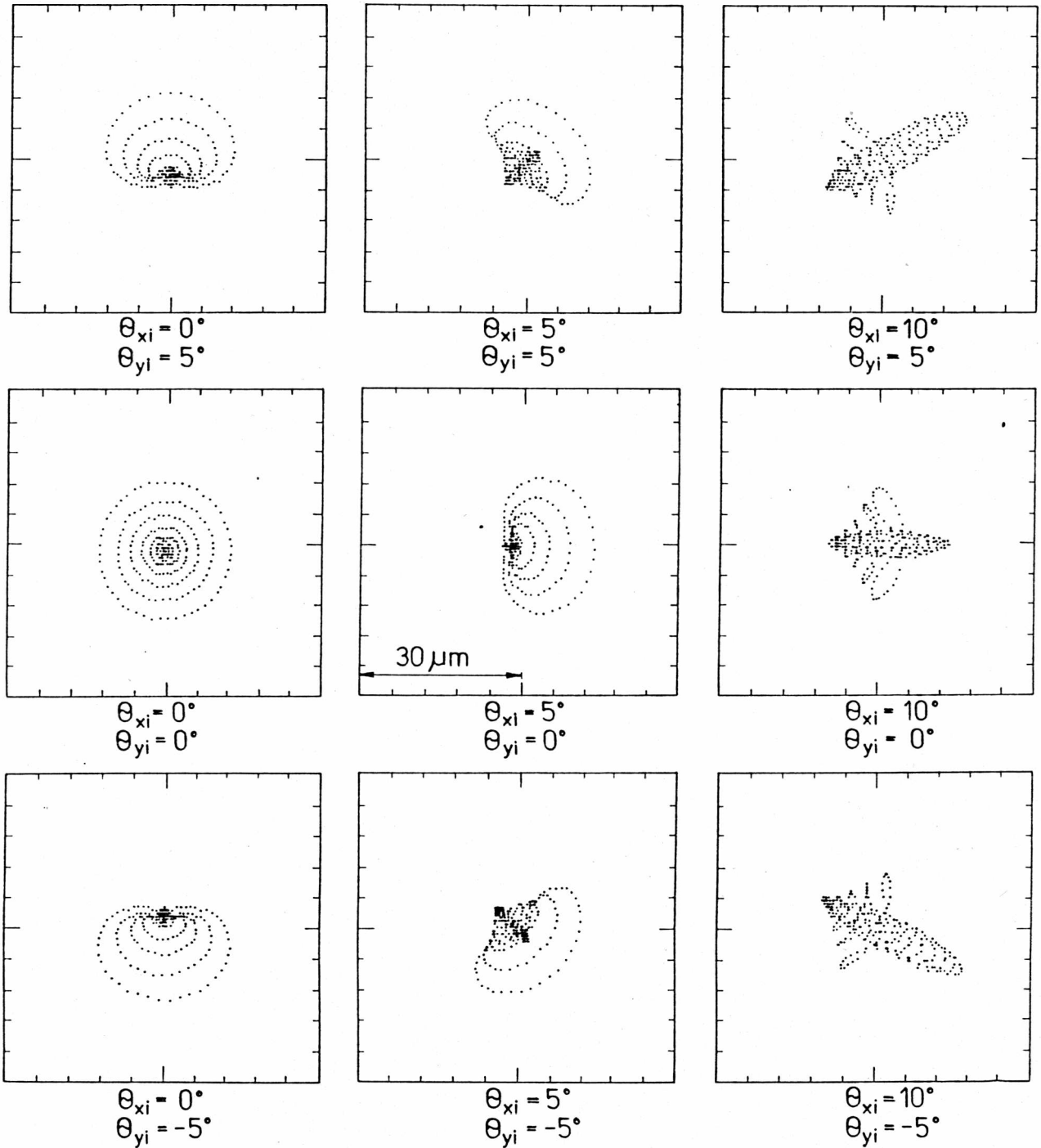
Rys. 79. Krzywe dystorsji w zależności od kąta polowego dla optymalnego (a) i sferycznego (b) rozwiązania soczewki pracującej w układzie pozaosiowym w przypadku czterech różnych wartości promienia krzywizny podłoża.

wartości kąta polowego powyżej 20° krzywe dystorsji różnią się zależnie od krzywizny podłoża w ten sposób, że najkorzystniejsze rozwiązanie uzyskuje się dla największej krzywizny podłoża soczewki (np. dla $\rho = 250.0$ mm, rys. 79 (b)). W przypadku natomiast soczewki optymalnej dystorsja odpowiednio wzrasta dla wzrastającej krzywizny podłoża, pomimo wyraźnie korzystniejszego od poprzedniego rozwiązania. Zauważyć należy, że wzrost dystorsji nastąpił wskutek minimalizacji rozmiarów plamki rozmycia. Oznacza to, że optymalizację dystorsji przeprowadzić można kosztem powiększenia rozmiarów plamki rozmycia. Aberracje określające wielkość plamki rozmycia są jednak w tym optymalnym rozwiązaniu znacznie mniejsze (i w każdym bądź razie - do zaakceptowania), niż w przypadku rozwiązań badanej soczewki sferycznej. Konkluzja ta odnosi się nie tylko do soczewek pracujących w układzie pozaosiowym, ale również do soczewek pracujących w układzie osiowym, o których mowa w pierwszej części tego paragrafu.

Dla pełniejszej ilustracji wyników badań przeprowadzono analizę numeryczną przekształcenia Fouriera realizowanego w układzie osiowym za pomocą soczewek optymalnych o promieniu krzywizny podłoża : $\rho = \infty$, 650.0 mm, - 400.0 mm. Dwie pierwsze soczewki charakteryzują się odległością ogniskową $f = 60.0$ mm, natomiast trzecia soczewka - $f = 110.0$ mm, przy czym średnica żrenicy wejściowej jest w obu przypadkach $2D_T = 10.0$ mm. Soczewki te badano w szerokim przedziale wartości kąta polowego, a wyniki prezentowane są w postaci spot diagramów. Na rys. 80, 81 przedstawiono spot diagramy dwóch pierwszych soczewek o $\rho = \infty$ i 650.0 mm dla dziewięciu różnych wartości kąta polowego $(\theta_{xi}, \theta_{yi})$. Z rysunków widzimy, że optymalizacja tych soczewek doprowadziła do niezerowej aberracji sferycznej, dzięki której uzyskano korzystniejsze obrazy dla wzrastających

$$2D_T = 10 \text{ mm}, \quad \rho = 650 \text{ mm}$$

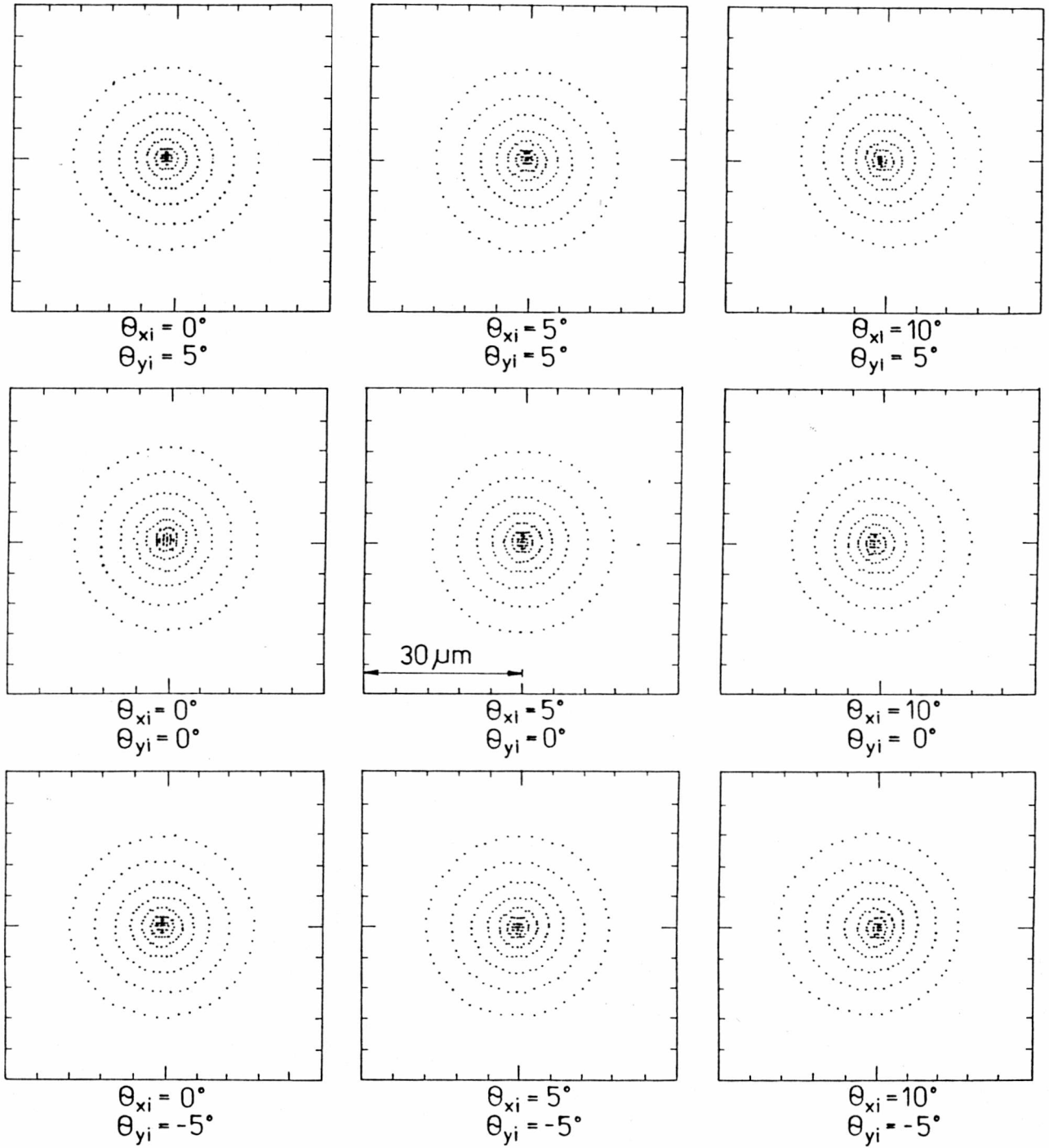
$$d_{in} = -60 \text{ mm}, \quad f = 60 \text{ mm} = d_{out}$$



Rys. 80. Spot diagramy dziewięciu różnych obrazów uzyskanych za pomocą optymalnej soczewki fourierowskiej wykonanej na podłożu sferycznym o promieniu krzywizny $\rho = 650.0 \text{ mm}$.

$$2D_T = 10 \text{ mm}, \quad \rho = \infty$$

$$d_{in} = -60 \text{ mm}, \quad f = 60 \text{ mm} = d_{out}$$



Rys. 81. Spot diagramy dziewięciu różnych obrazów uzyskanych za pomocą optymalnej soczewki fourierowskiej wykonanej na podłożu płaskim.

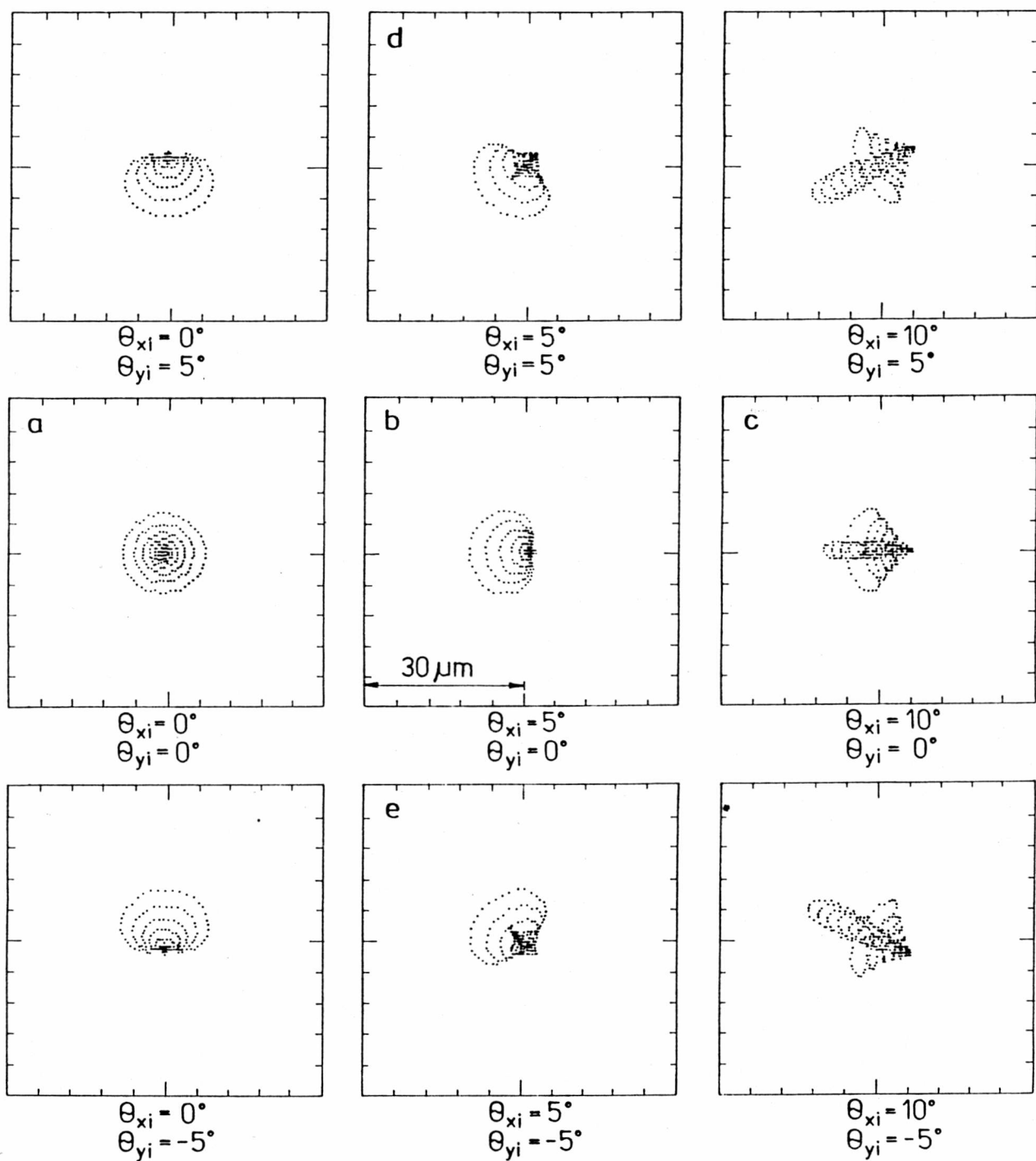
wartości częstości przestrzennej. Widzimy tu również dużą asymetrię obrazów pozaosiowych dla soczewki wykonanej na podłożu sferycznym. Tymczasem w przypadku soczewki płaskiej poza strukturą centralną spot diagramów, obrazy charakteryzują się wyraźną symetrią (p.rys. 80).

Rys. 82, 83, 84, 85 reprezentują wyniki badań jakości odwzorowania fourierowskiego za pomocą soczewki wykonanej na podłożu o promieniu krzywizny $\rho = -400.0$ mm, charakteryzującej się ogniskową $f = 110.0$ mm. Rys. 81, 82 przedstawiają spot diagramy dla dziewięciu różnych wartości kąta polowego w dwóch płaszczyznach odwzorowania: gaussowskiej i przeogniskowanej o $\Delta z = -0.06$ mm, która dla kątów polowych do $(\pm 5^\circ)$ wydaje się być płaszczyzną najlepszego odwzorowania. Obrazy tu uzyskane są dobrej jakości nawet dla dużych wartości kąta polowego. Wyniki reprezentowane w postaci spot diagramów i oznaczone literami: a, b, c, d, e są również ilustrowane na rys. 84, 85 w postaci przestrzennych rozkładów intensywności w plamce aberracyjnej obrazów tworzonych w płaszczyźnie Gaussa i płaszczyźnie lepszego odwzorowania, przesuniętej o $\Delta z = -0.06$ mm względem poprzedniej. W przesuniętej, przeogniskowanej płaszczyźnie odwzorowania widać wyraźną poprawę jakości obrazów w obszarze do $(\pm 5^\circ)$ kąta polowego. W przypadku rozkładów przestrzennych obserwuje się tu wyraźny wzrost maksimum intensywności charakteryzującej liczbę Strehla.

Obok wyników prezentowanych za pomocą spot diagramów soczewek fourierowskich, rozważania obejmują również soczewkę kolimującą o ogniskowej $f = 60.0$ mm, której wyniki odwzorowania ilustrują rys. 86 i 87. Widzimy tu dziewięć spot diagramów reprezentujących obrazy, których położenia charakteryzują odpowiednie wartości kąta

$$2D_T = 10 \text{ mm}, \quad \rho = -400 \text{ mm}, \quad f = 110 \text{ mm},$$

$$d_{in} = -110 \text{ mm}, \quad d_{out} = 110 \text{ mm}$$

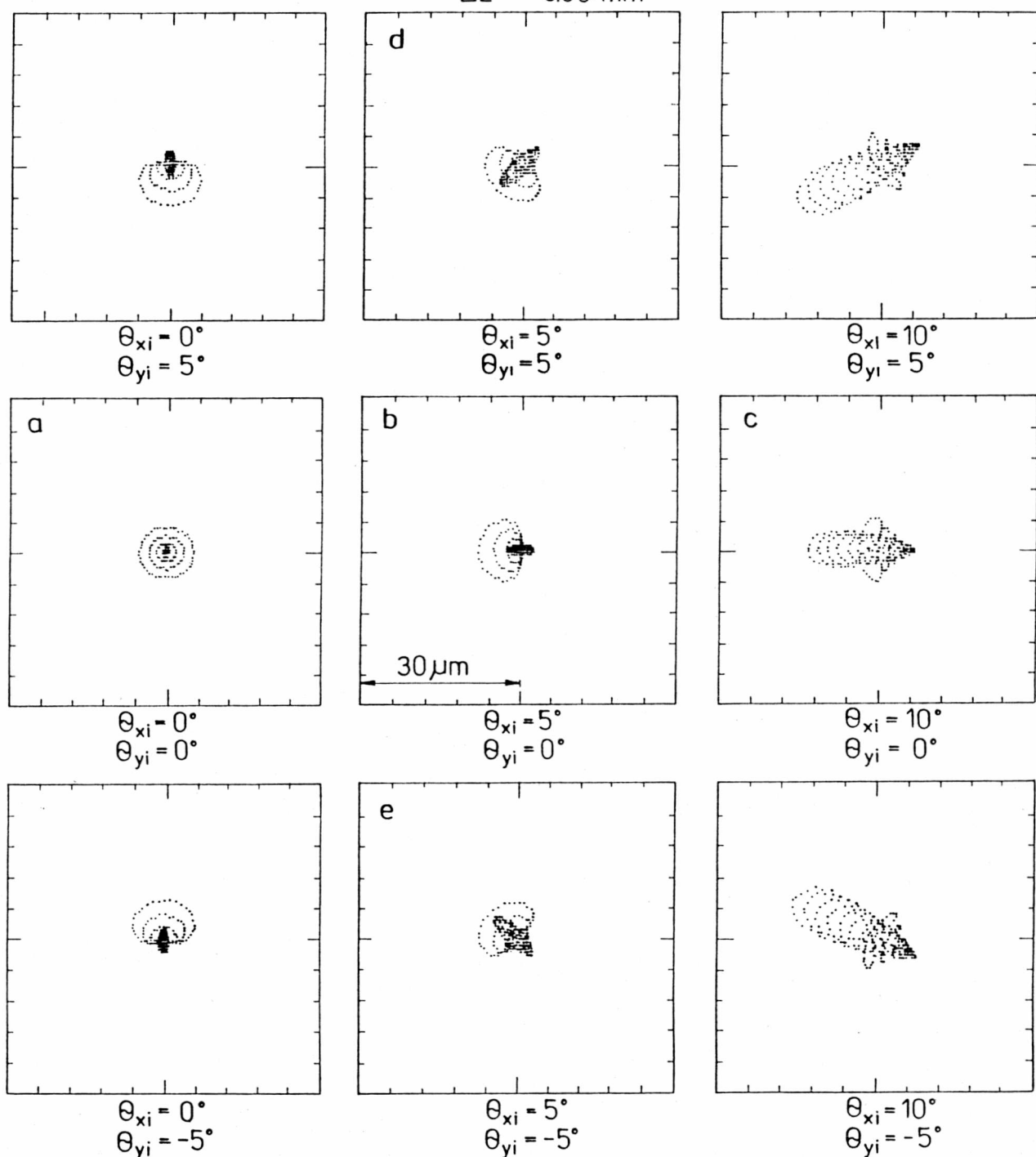


Rys. 82. Spot diagramy dziewięciu różnych obrazów uzyskanych w płaszczyźnie Gaussa za pomocą optymalnej soczewki fourierowskiej wykonanej na podłożu sferycznym o promieniu krzywizny $\rho = -400.0 \text{ mm}$.

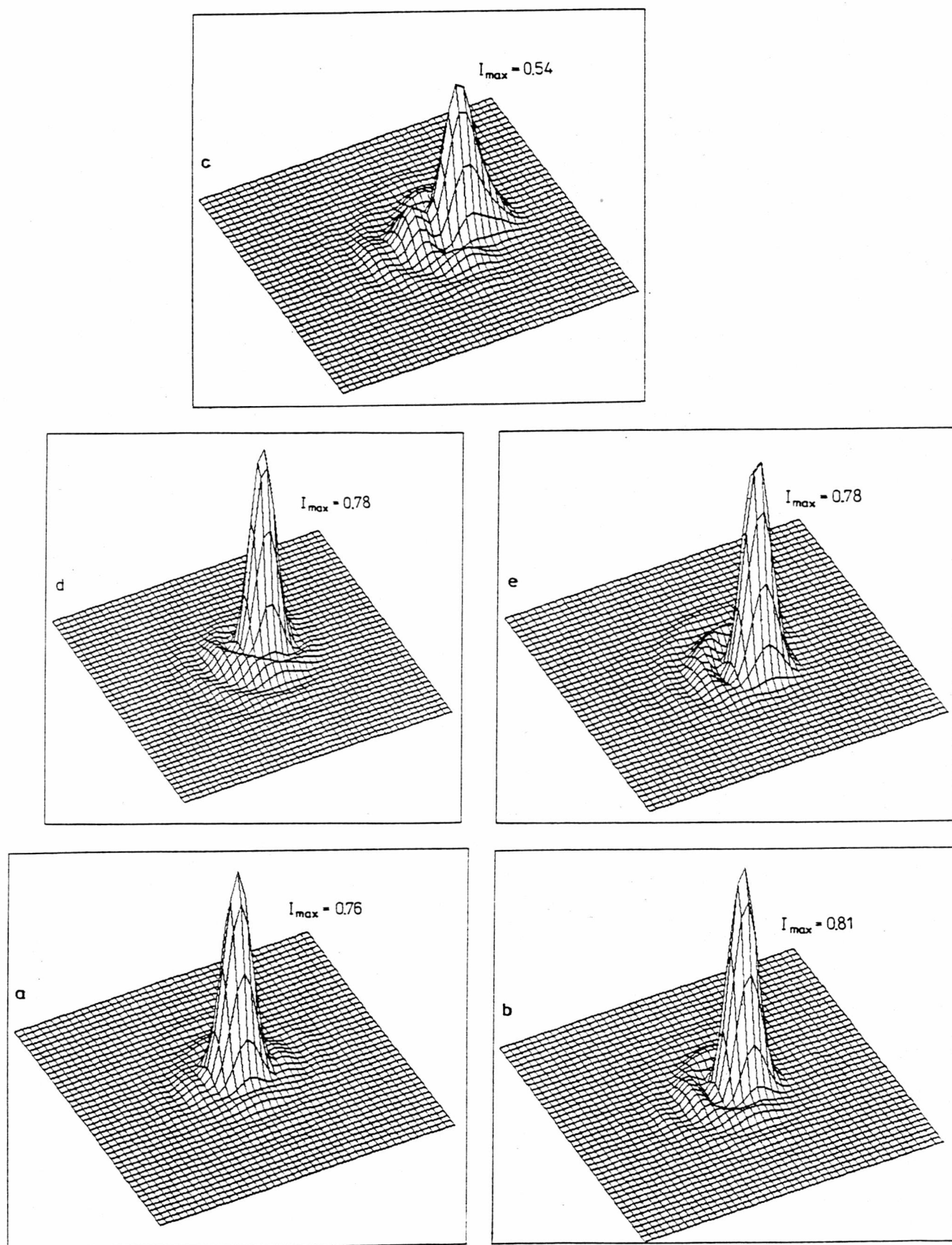
$$2D_T = 10 \text{ mm}, \quad \rho = -400 \text{ mm},$$

$$d_{in} = -110 \text{ mm}, \quad f = 110 \text{ mm} \neq d_{out},$$

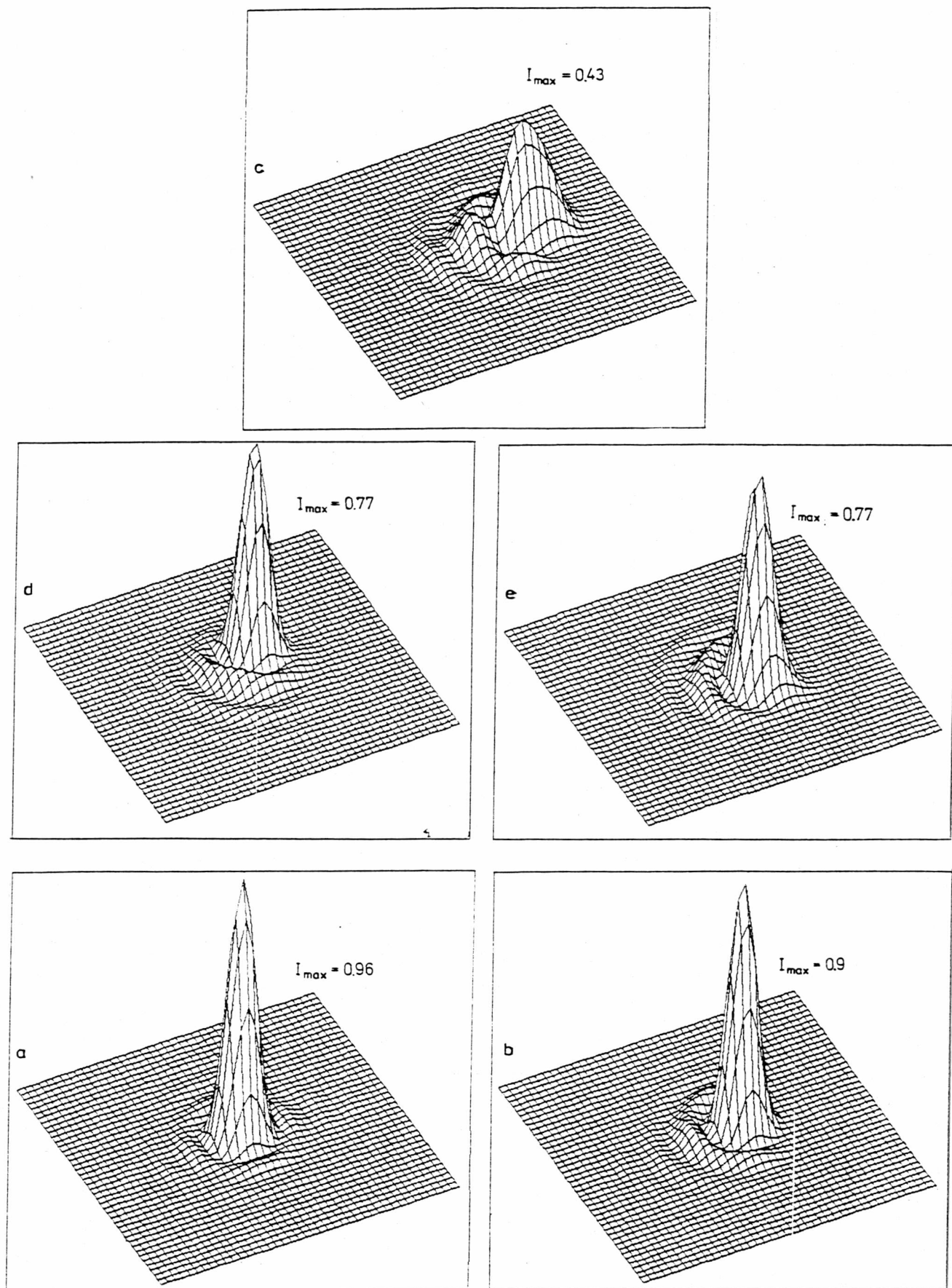
$$\Delta z = -0.06 \text{ mm}$$



Rys. 83. Spot diagramy dziewięciu różnych obrazów uzyskanych w przeogniskowanej płaszczyźnie odwzorowania ($\Delta z = -0.06 \text{ mm}$) za pomocą optymalnej soczewki fourierowskiej wykonanej na podłożu sferycznym o promieniu krzywizny $\rho = -400.0 \text{ mm}$.



Rys. 84. Przestrzenny rozkład intensywności w plamce aberracyjnej dla pięciu różnych obrazów przedstawionych w postaci spot diagramów na rys. 82.



Rys. 85. Przestrzenny rozkład intensywności w plamce aberracyjnej dla pięciu różnych obrazów przedstawionych w postaci spot diagramów na rys. 83.

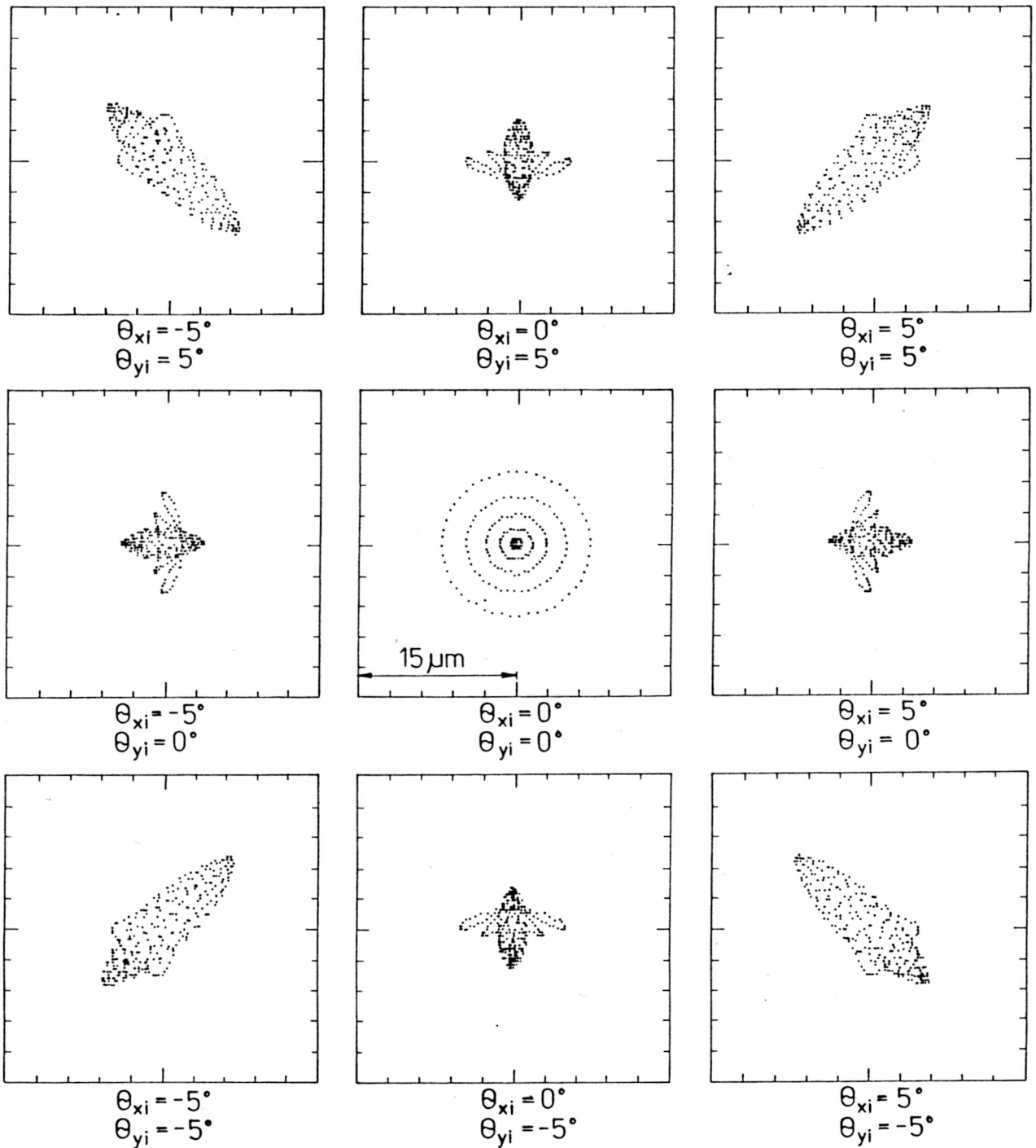
polowego soczewki holograficznej wykonanej na podłożu sferycznym o promieniu krzywizny $\rho = 298.0$ mm, przy założeniu źrenicy wejściowej o średnicy $2D_T = 10.0$ mm znajdującej się w odległości $d_{in} = -90.0$ mm od soczewki. Położenie źrenicy wejściowej w odległości wyżej określonej jest uwarunkowane jakością odwzorowania (minimum plamki rozmycia) dla większych wartości kąta polowego w badanym obszarze. Uzyskane w ten sposób rozwiązanie optymalne soczewki jest ilustrowane w postaci spot diagramów tworzonych w płaszczyźnie Gaussa (rys. 86) oraz w płaszczyźnie najlepszego odwzorowania (rys. 87) przesuniętej o $\Delta z = 0.03$ mm względem poprzedniej. Optymalizacja obejmowała tu przede wszystkim obrazy pozaosiowe, dzięki czemu uzyskano pewną poprawę odwzorowania kosztem aberracji sferycznej.

Wreszcie weryfikację równań (6.56) - (6.67) opisujących kątowe aberracje poprzeczne odwzorowania realizowanego za pomocą fourierowskich soczewek : optymalnej (6.56) - (6.59), kwadratowej (6.60) - (6.63) i sferycznej (6.64) - (6.67), przeprowadzono w oparciu o ilustrację graficzną przedstawioną na rys. 88 i 89. Na rys. 88 zilustrowano wykresy aberracji poprzecznych dla trzech soczewek o ogniskowej $f = 60.0$ mm wykonanej na podłożu sferycznym o promieniu krzywizny $\rho = 650.0$ mm. Z wykresów widzimy, że aberracja sferyczna (rys. 88 (a)) przyjmuje zgodnie z oczekiwaniem zerową wartość dla soczewki sferycznej przy zachowaniu wartości różnej od zera w przypadku rozwiązania optymalnego i kwadratowego. Aberracje polowe (rys. 88 (b), (c), (d)) natomiast przyjmują wyraźne wartości dla różnych kątów polowych soczewki sferycznej przy bardzo dobrym skorygowaniu w przypadku rozwiązania optymalnego i kwadratowego.

Rys. 89 przedstawia wykresy aberracji poprzecznych : sferycznej, komy, astygmatyzmu i dystorsji w zależności od kąta polowego

$$2D_T = 10 \text{ mm}, \quad \rho = 298 \text{ mm},$$

$$d_{in} = -90 \text{ mm}, \quad f = d_{out} = 60 \text{ mm}$$

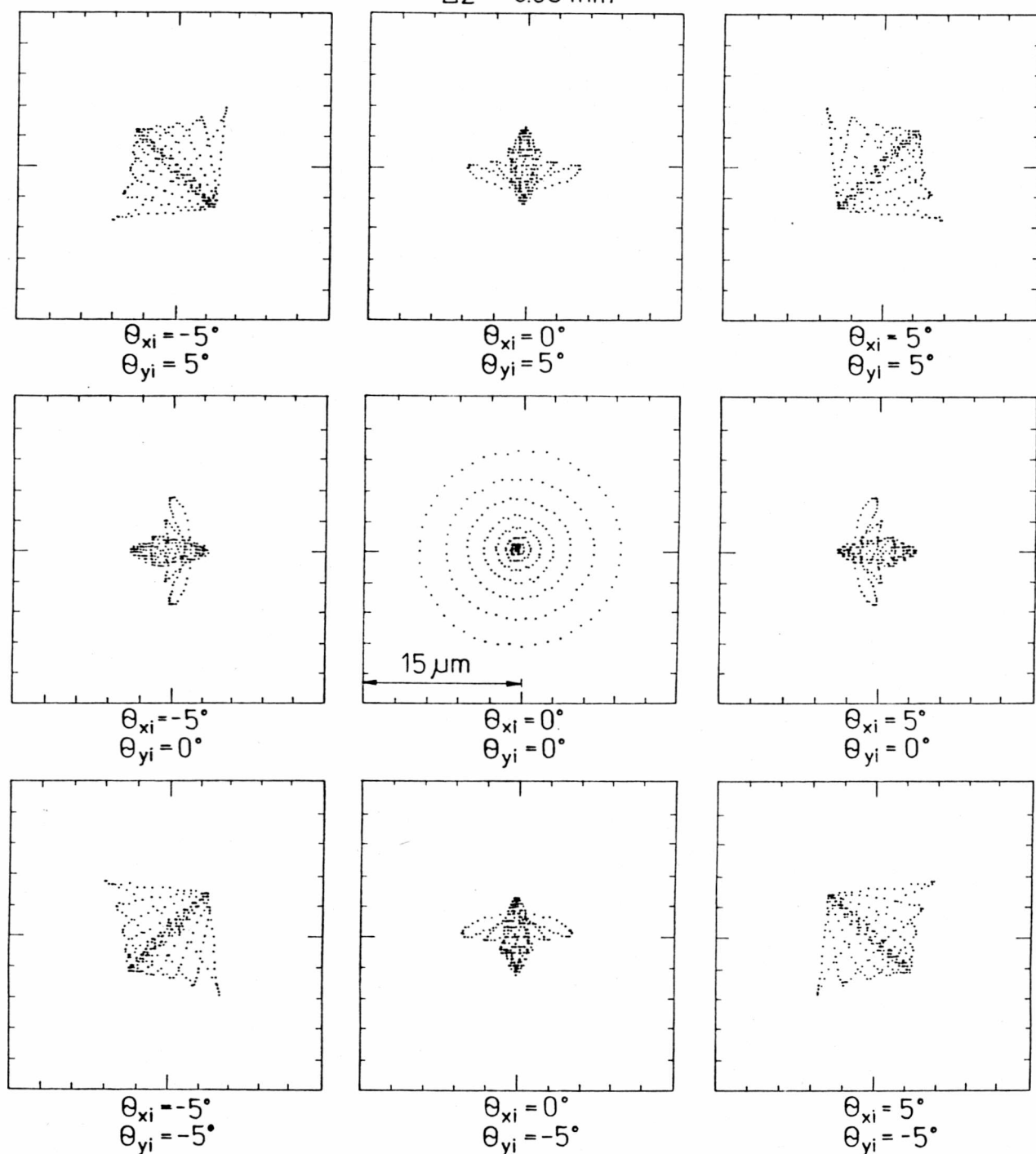


Rys. 86. Spot diagramy dziewięciu różnych obrazów utworzonych w płaszczyźnie Gaussa za pomocą soczewki o ogniskowej $f = 60.0 \text{ mm}$ wykonanej na podłożu sferycznym o promieniu krzywizny $\rho = 298.0 \text{ mm}$.

$$2D_T = 10 \text{ mm}, \quad \rho = 298 \text{ mm},$$

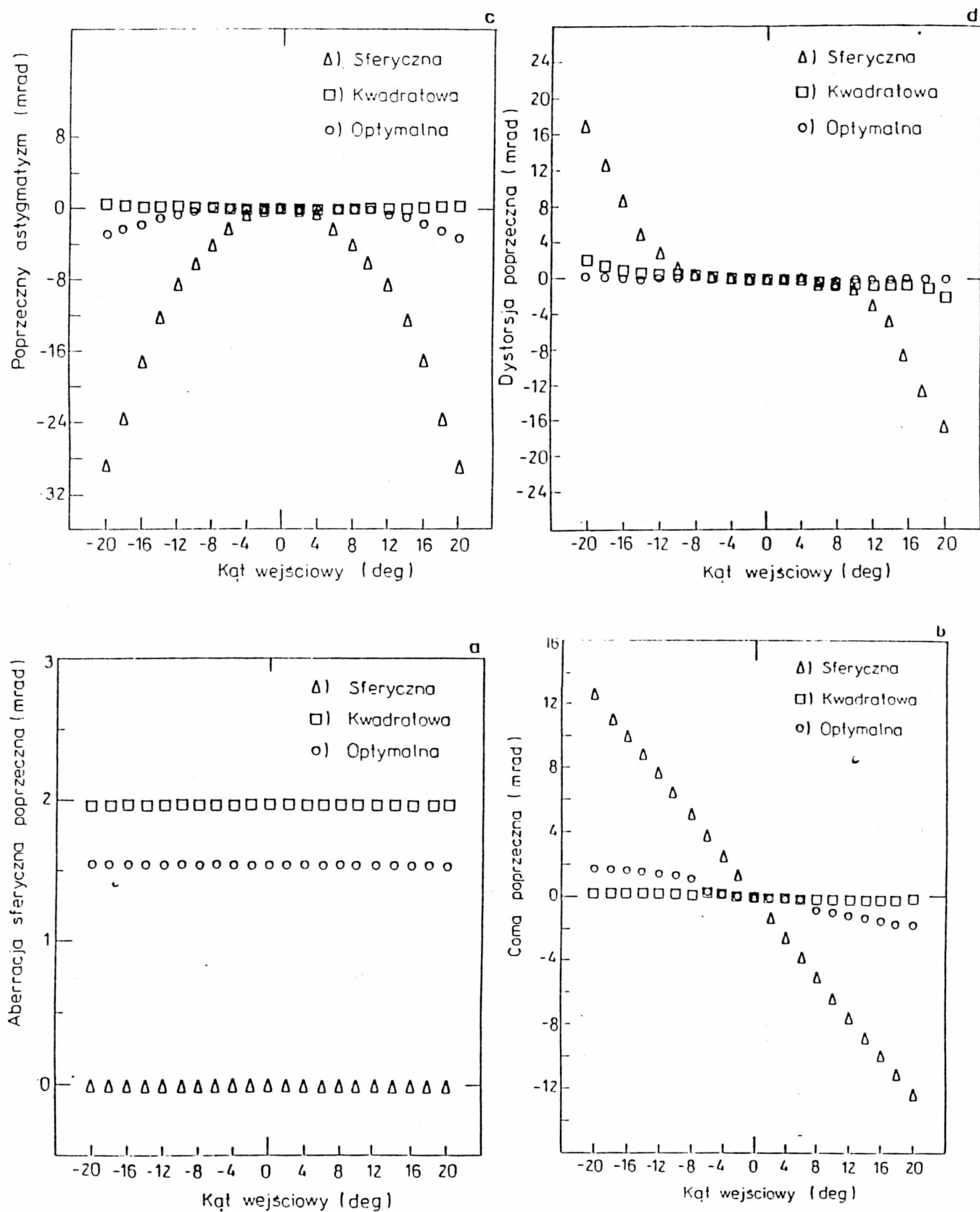
$$d_{in} = -90 \text{ mm}, \quad f = 60 \text{ mm} \neq d_{out},$$

$$\Delta z = 0.03 \text{ mm}$$

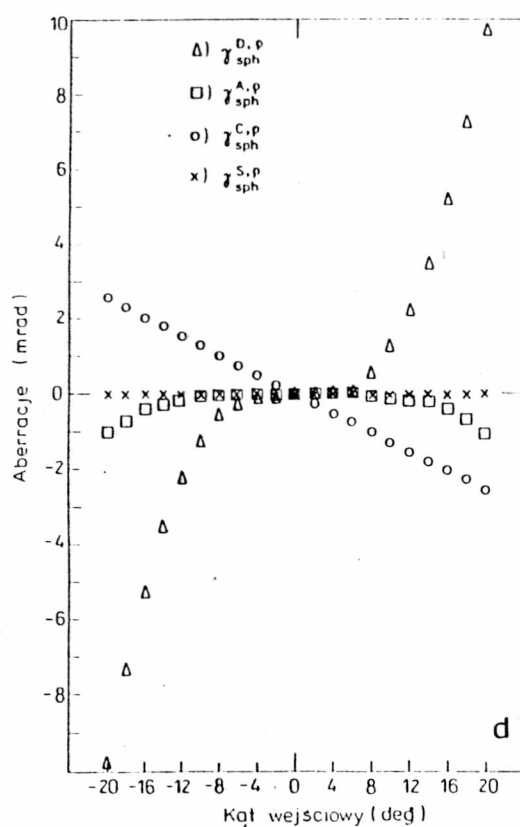
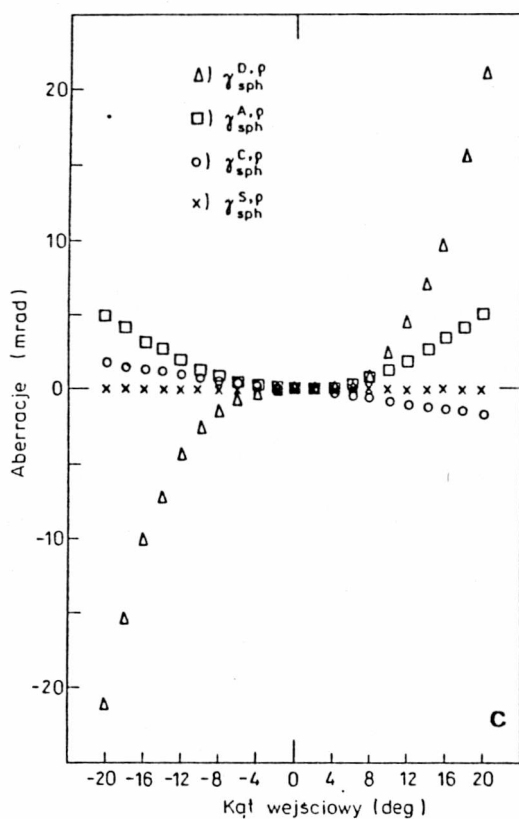
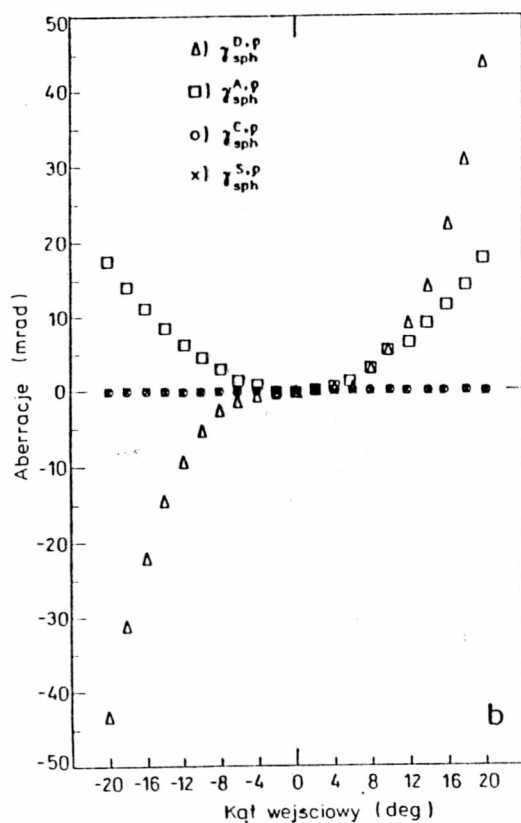
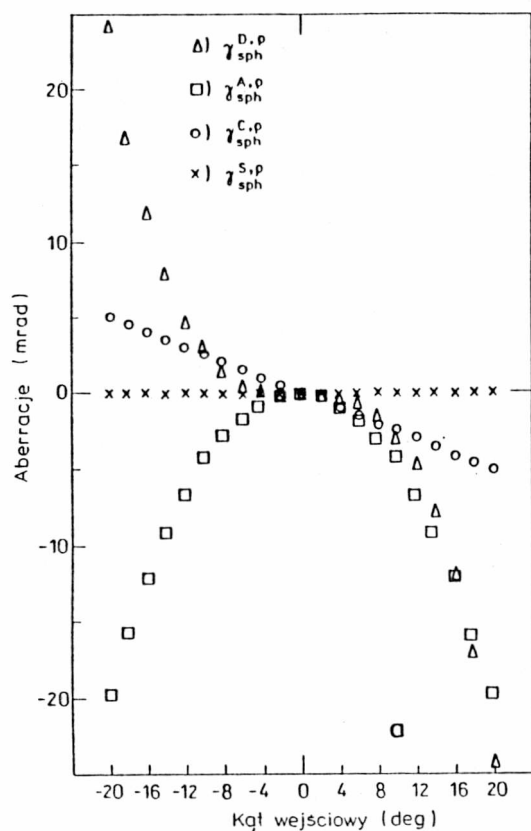


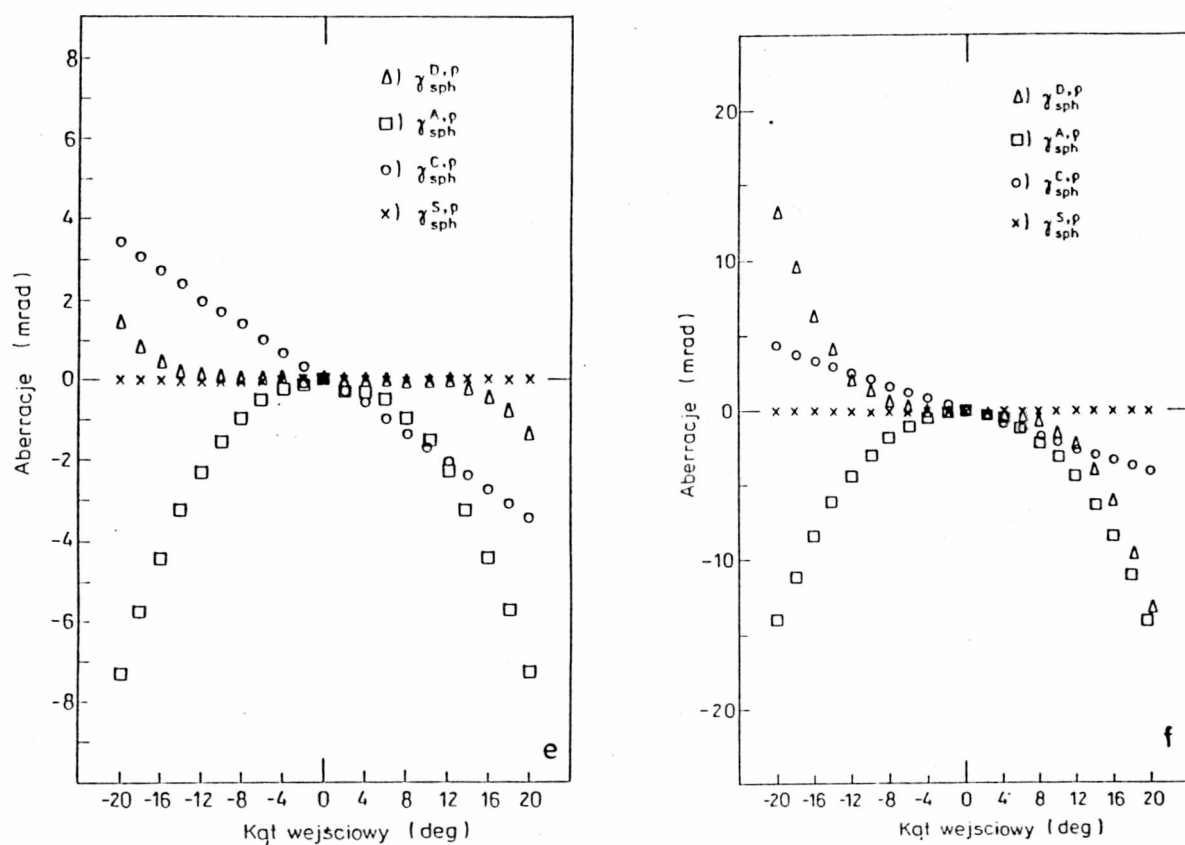
Rys. 87. Spot diagramy dziewięciu różnych obrazów utworzonych w płaszczyźnie najlepszego odwzorowania ($\Delta z = 0.03 \text{ mm}$) za pomocą soczewki o ogniskowej $f = 60.0 \text{ mm}$ wykonanej na podłożu sferycznym o promieniu krzywizny $\rho = 298.0 \text{ mm}$.

dla soczewki sferycznej o ogniskowej $f = 100.0$ mm wykonanej na podłożu sferycznym o promieniu krzywizny : (a) $\rho = \infty$, (b) $\rho = 100.0$ mm, (c) $\rho = 150.0$ mm, (d) $\rho = 200.0$ mm, (e) $\rho = 300.0$ mm, (f) $\rho = 650.0$ mm. Wykresy te ilustrują przebieg poszczególnych aberracji w obszarze badanego kąta polowego od -20° do $+20^\circ$. I tak np. dla płaskiej soczewki holograficznej (rys. 89 (a)) mamy zerową wartość aberracji sferycznej, pozostałe natomiast rosną wyraźnie ze wzrostem kąta polowego. Rys. 89 (b) jest ilustracją warunku sinusów Abbe'go. Mamy tu bowiem warunek $\rho = f$ prowadzący do eliminacji aberracji sferycznej i komy nawet dla dużych wartości kąta polowego przy wzrastającej przede wszystkim dystorsji i astygmatyzmie. Dla promienia krzywizny $\rho = 200.0$ mm (rys. 89 (d)) występuje bardzo dobra korekcja astygmatyzmu również dla dużych wartości kąta polowego. Tymczasem dla promienia krzywizny podłoża $\rho = 300.0$ mm uzyskujemy bardzo dobrą korekcję dystorsji kosztem astygmatyzmu (p. rys. 89 (e)). Z przytoczonych tu pomiarów aberracji widać wyraźnie w jaki sposób krzywizna podłoża soczewki holograficznej wpływa na jakość odwzorowania. Wynika stąd bowiem, jaki jest wpływ promienia krzywizny ρ na wielkość komy, astygmatyzmu lub dystorsji. Możemy mianowicie skorygować komę (przypadek (b)), astygmatyzm (d) lub dystorsję (e). Zawsze jednak korygujemy jedną aberrację kosztem drugiej i odwrotnie.



Rys. 88. Wykresy aberracji poprzecznych a) sferycznej, b) komy, c) astygmatyzmu i d) dystorsji dla trzech rozwiązań fourierowskiej soczewki holograficznej o ogniskowej $f = 60.0$ mm i promieniu krzywizny $\rho = 650.0$ mm.





Rys. 89. Wykresy aberracji poprzecznej : sferycznej, komy, astygmatyzmu i dystorsji dla soczewki sferycznej o ogniskowej $f = 100.0$ mm dla sześciu różnych promieni krzywizny : (a) $\rho = \infty$, (b) $\rho = 100.0$ mm, (c) $\rho = 150.0$ mm, (d) $\rho = 200.0$ mm, (e) $\rho = 300.0$ mm, (f) $\rho = 650.0$ mm .

7. PODSUMOWANIE WYNIKÓW I WNIOSKI

Przedmiotem badań prezentowanych w ramach niniejszej rozprawy jest jakość odwzorowania holograficznych elementów optycznych. W odróżnieniu od konwencjonalnych elementów optycznych, których działanie opiera się na zjawisku załamania i odbicia światła, elementy holograficzne charakteryzują się specyficzną strukturą dyfrakcyjną zdolną do przekształcania frontów falowych i wiązek świetlnych w żądanych i z góry ustalonych kierunkach. Wskutek tego właśnie mogą one zastąpić tradycyjne soczewki i zwierciadła zwłaszcza w zminiaturyzowanych układach tym bardziej, że wyróżniają się one stosunkowo prostą konstrukcją. Mogą one być również wykorzystane w konwencjonalnych układach optycznych do korekcji aberracji i poprawy jakości ich odwzorowania.

Praca obejmuje podstawowe zagadnienia holografii łącznie z wprowadzeniem do optyki holograficznej, charakterystykę własności ogniskujących płytki strefowej i określenia jej roli w holografii, metody tworzenia holograficznych elementów optycznych i badania jakości ich odwzorowania oraz metody konstrukcji i badań holograficznych soczewek optycznych realizujących przekształcenie Fouriera. W pierwszej części pracy przedstawiono krótką charakterystykę holograficznych elementów optycznych w porównaniu z konwencjonalnymi i wyeksponowano własności ogniskujące ich struktury dyfrakcyjnej zdolnej do przekształcania frontów falowych pola optycznego, podobnie do transformacji pola za pomocą załamujących lub odbijających powierzchni optycznych soczewek i zwierciadeł. Własności

odwzorowujące elementów holograficznych zilustrowano na przykładzie płytki strefowej Fresnela łącznie z jej aberracjami i określono rolę jaką płytka spełnia w holografii. Opisano też równania biegu promieni świetlnych w układach holograficznych i podano procedurę obliczenia spot diagramu odwzorowania holograficznego. W końcu przedstawiono charakterystykę optycznej transformacji Fouriera i przeprowadzono przegląd znanych metod realizacji tego przekształcenia za pomocą holograficznej soczewki Fouriera. Opracowano kilka rozwiązań holograficznej soczewki Fouriera i przeprowadzono optymalizację ich funkcji przenoszenia fazy. Opracowano też procedurę optymalizacyjną elementu holograficznego wykonanego na podłożu sferycznym i wyprowadzono wzór na wektor siatki dyfrakcyjnej elementu holograficznego o krzywiznie sferycznej. Wyprowadzone zostały również wzory na aberracje poprzeczne holograficznych soczewek Fouriera tworzonych na podłożu sferycznym dla trzech różnych rozwiązań: sferycznego, kwadratowego i optymalnego. Wzory te mają charakter ogólny i w szczególnym przypadku dla holograficznego elementu płaskiego przyjmują postać wzorów wyprowadzonych przez Hasmana i Friesema [36].

W celu sprawdzenia wyprowadzonych wzorów i opracowanej metody badań jakości odwzorowania holograficznych elementów optycznych, przeprowadzone zostały obliczenia soczewek holograficznych rejestrowanych na podłożu płaskim i sferycznym za pomocą światła laserowego He Ne o długości fali $\lambda_0 = 632.8 \text{ nm}$. Badania obejmowały szereg różnych konfiguracji układu holograficznego realizującego przekształcenia pola optycznego również za pomocą He Ne światła laserowego. Do oceny jakości odwzorowania wykorzystano zarówno metody geometryczne oparte na biegu promieni świetlnych przez układ w celu obliczenia spot diagramów, oraz metody dyfrakcyjne polegające na

wyznaczeniu rozkładu amplitudy zespolonej i intensywności światła w obrazie dyfrakcyjnym. Przedstawione w pracy wyniki komputerowej symulacji odwzorowania punktu lub przekształcenia Fouriera za pomocą holograficznych elementów optycznych, uzyskano w oparciu o programy komputerowe, które opracowano dla obliczenia spot diagramów oraz dwuwymiarowych i przestrzennych rozkładów intensywności. Wyniki badań zilustrowano w postaci spot diagramów i wykresów rozkładu intensywności światła w płaszczyźnie obrazu gaussowskiego i w płaszczyźnie najlepszego odwzorowania. Przeprowadzone badania dotyczyły zarówno soczewki z wysuniętą źrenicą wejściową jak również soczewki holograficznej, której źrenica wejściowa pokrywa się z płaszczyzną styczną do jej wierzchołka. Okazuje się, że w przypadku spełnionego warunku aplanatycznego, astygmatyzm i krzywizna pola nie mogą być skorygowane za pomocą przesuwania źrenicy wejściowej układu. Z przytoczonych wykresów wynika również, że soczewki spełniające warunek aplanatyzmu charakteryzują się wyraźnym astygmatyzmem, dla większych wartości kąta polowego i na odwrót : soczewki charakteryzujące się skorygowanym astygmatyzmem i krzywizną pola nie spełniają warunku sinusów Abbe'go. Pokazano również, że zasadniczą rolę w przekształceniu Fouriera odgrywa dystorsja, która jest trudna do wyeliminowania zwłaszcza dla dużych wartości kąta polowego. Ale dzięki procedurze optymalizacyjnej polegającej na minimalizacji aberracji między aktualnym a żądanym frontem falowym, uzyskano zadowalające rezultaty pozwalające na realizację przekształcenia Fouriera w określonym przedziale częstości przestrzennych. Metoda ta w porównaniu z metodą polegającą na rejestracji określonych frontów falowych (głównie sferycznych) jest bardziej efektywna, ponieważ doprowadza do wyraźnej korekcji dystorsji i astygmatyzmu. Tymczasem metoda wykorzystująca rejestrację frontów falowych

pozwała wyłącznie na korekcję dystorsji kosztem astygmatyzmu, bądź na odwrót. Optymalizację funkcji przenoszenia fazy dokonuje się za pomocą skanującego lasera w formie odpowiedniego hologramu komputerowego, który po pomniejszeniu jest rejestrowany techniką fotolito-graficzną.

Z przeprowadzonych badań wynika, że opracowana metoda korekcji i obliczenia holograficznych elementów optycznych ze szczególnym uwzględnieniem elementów fourierowskich znajdzie - jak należy oczekiwać - coraz szersze zastosowania. Holograficzne elementy optyczne wypełniają bowiem w sposób zadowalający luki w zakresie pojawiających się problemów i potrzeb współczesnej optyki, z których wyróżnić należy zminimalizowane urządzenia i elementy aparatury badawczej i pomiarowej, układy hybrydowe charakteryzujące się zwartą konstrukcją, małym ciężarem i stosunkowo taną produkcją.

8. L I T E R A T U R A

- [1] Abramowitz, T.A., Ballantyne, J.M. : Evalution of hologram aberrations by ray tracing. J. Opt. Soc. Am. 57, (1967), 1522-1526.
- [2] Amitai, Friesem, A.A. : Combining low aberrations and high diffraction efficiency in holographic optical elements. Opt. let. 13, (1988), 833-885.
- [3] Amitai, Y., Friesem, A.A. : Design of holographic optical elements by using recursive techniques. J. Opt. Soc. Am. A5, (1988), 702-712.
- [4] Assenheimer, M., Amitai, A., Friesem, A.A. : Recursive design for an efficient HOE with different recording and read-out wavelengths. App. Opt. 27, (1988), 4747-4752.
- [5] Amitai, Y., Friesem, A.A., Weiss V. : Designing holographic lenses with different recording and readout wavelengths. J. Opt. Soc. Am. 7, (1990), 80-86.
- [6] Arsenault, H.H. : Geometrical optics of holograms. J. Opt. Soc. Am. 65 (1975), 903-908.
- [7] Baskar, S., Singh, K. : Imaging of extended objects using a holographic lens afflicted with spherical aberration. Optik. 86, (1990), 81-86.
- [8] Baskar, S., Singh, K. : Imaging of extended objects using an off-axis holographic lens ; Effect of third-order coma. Optik. 87, (1991), 103-108.
- [9] Bennet, S.J. : Achromatic combination of holographic optical elements. Appl. Opt. 16, (1977), 1390-1391 .

- [10] Born, M., Wolf, E., : Principles of optics (Pergamon, New York, 1975).
- [11] Brandt, G.B. : Image plane holography. Appl. Opt. 8, (1969), 1421-1429.
- [12] Briers, J.D. : Review the interpretation of holographic interferogram. Opt. Quant. Elec. 8, (1976), 469-501.
- [13] Buralli, D.A., Rogers, J.K. : Some fundamental limitations of achromatic holographic systems. J. Opt. Soc. Am. A. 6, (1986), 1863-1868.
- [14] Cathey, W.T. : Effect of reference and illuminating sources size in holography. J. Opt. Soc. Am. 69, (1979), 273-277.
- [15] Cederquist, J.N., Fienup, R. : Analytic design of optimum holographic optical elements. J. Opt. Soc. Am. A4, (1987), 609-705.
- [16] Champagne, E.B. : A qualitative and quantitative study of holographic imaging. Ph. D. Dissertation, Ohio state University. Catalog no. 67-10867 (University Microfilms, Ann Arbor, Mich 1967).
- [17] Champagne, E.B. : Nonparaxial imaging in holography. J. Opt. Soc. Am. 57, (1967), 51-55.
- [18] Champagne, E.B., Massey, N.G. : Resolution in holography. Appl. Opt. 8, (1969), 1879-1885.
- [19] Chen, H., Hershey, R.R., Weith, E.N. : Design of a holographic lens for the infrared. Appl. Opt. 26, (1987), 1983-1988.
- [20] Close, D.H. : Holographic optical elements. Opt. Eng. 14, (1975), 408-419.
- [21] Collier, R.J., Burkhardt, C.B., Lin, L.H., Optical Holography. (Academic, New York, 1971).

- [22] Faklis, D., Morris, G.M. : Broadband imaging with holographic lenses. Opt. Eng., 28, (1989), 529-598.
- [23] Fairchild, R.C., Fienup, J.R. : Computer-originated aspheric holographic optical elements. Opt. Eng. 21, (1982), 133-140.
- [24] Ferrier, W.G. : The zone plate and its role in holography. Contemp. Phys. 10, (1969), 413-436.
- [25] Fienup, J.R., Leonard, C.D. : Holographic optics for a matched-filter optical processor. Appl. Opt. 18, (1979), 631-640.
- [26] Francon, M. : Optical Image Formation and Processing. pp 38 - 39. Academic Press, New York.
- [27] Gabor, D. : Holograms as optical elements. J. Opt. Soc. Am. 57, (1967), 562.
- [28] Gaj, M., Kijek, A. : Aberrations of third and fifth orders of holograms made on rotational surfaces of second degree. Optica Applicata, 10, (1980), 341-349.
- [29] Gaj, M. : Nowoczesne metody oceny odwzorowań optycznych, Wydawnictwo Politechniki Wrocławskiej, Wrocław (1977).
- [30] Goto, K., Terasawa, A. : Analytic design of holographic optical elements for Fourier transform. J. Opt. Soc. Am. A. 7, (1990), 2109-2118.
- [31] Goodman, J.W. : Introducing to Fourier Optics (Mc Graw-Hill, New York, 1968).
- [32] Groh, G. : Multiple imaging by means of point holograms. Appl. Opt. 8, (1968), 1643-1644.
- [33] Hariharan, P. : Optical holography, Cambridge University Press, Cambridge (1984).

- [34] Hasman, E., Davidson, N., Friesem, A.A., Nagler, M., Cohen, R. : Holographic focusing elements for far-IR radiation. J. of Physics E : Scientific Instruments, 1, (1990), 59-64.
- [35] Hasman, E., Davidson, N., Friesem, A.A. : Optimal design for holographic focussing elements. Rev. Roum. Phys. tom 33, (1988), 643-651.
- [36] Hasman, E., Friesem, A.A. : Analytic optimization for holographic optical elements. J. Opt. Soc. Am. A6, (1989), 62-72.
- [37] Helstrom, C.W. : Image luminance and ray tracing in holography. J. Opt. Soc. Am. 56, (1966), 433-441.
- [38] Higuette, O., J.Santamaria and J.Bescos : White light diffraction pattern of amplitude and phase zone plates. J. Opt. 10, (1979), 231-238.
- [39] Horman, M.M., Chau, H.H. : Zone plate theory based on holography. Appl. Opt. 6, (1967), 317-322.
- [40] Ishii, Y., Murata, K. : Reflection holographic lens having nonspherical wavefront designed by a microcomputer. Opt. Com. 47, (1983), 303-308.
- [41] Jagoszewski, E. : Estimation of holographic lens design for Fourier transform realization. Optik, 83, (1989), 151-154.
- [42] Jagoszewski, E., Gładysz, S., Talatinian, A. : The use of a spherical holographic optical element as a Fourier transform lens. Opt. Appl. 20, (1990), 283-293.
- [43] Jagoszewski, E. : Holografia optyczna. PWN, Warszawa, (1986).
- [44] Jagoszewski, E. : The influence of the hologram surface curvature on the holographic imaging quality. Optik. 69, (1985), 85-88.

- [45] Jagoszewski, E., Klakočar-Ciepacz, M. : Aberrations of spherical hologram for an off-axis point source. *Optik* 72, (1986), 165-167.
- [46] Jagoszewski, E., Podbielska, H. : Expanding laser beam holographic lens. *Optik*, 75, (1987), 109-111.
- [47] Jagoszewski, E. : *Przekształcenie Fouriera w optyce*. Wrocław, (1983).
- [48] Jagoszewski, E., Talatinian, A. : Design considerations for Fourier transform holographic element recorded on a curved substrate. *Optik*, 88, (1991), 20-24.
- [49] Jagoszewski, E., Talatinian, A. : Third-order aberrations of the hologram realizing the Fourier transform process. *Optica Applicata*, 19, (1989), 75-80.
- [50] Jagoszewski, E., Talatinian, A. : Image improvement of an off-axis object by optimization the recording configuration of holographic lens. *Optik*, 88, (1991), in press.
- [51] Kamiya, K. : Theory of Fresnel zone plate. *Science of light*, 12, (1963), 35-49.
- [52] Kedmi, J., Friesem, A.A. : Optimal holographic Fourier-transform lens. *Appl. Opt.* 23, (1984), 4015-4019.
- [53] Kedmi, J., Friesem, A.A. : Optimized holographic optical elements. *J. Opt. Soc. Am.* A3, (1986), 2011-2018.
- [54] Kogelnik, H. : Coupled wave theory for thick hologram gratings. *Bell Syst. Tech. J.* 48, (1969), 2909-2947.
- [55] Latta, J.N. : Analysis of multiple hologram optical elements with low dispersion and low aberrations. *Appl. Opt.* 11, (1972), 1686-1696.

- [56] Latta, J.N. : Computer-based analysis of hologram imagery and aberrations. I : Hologram types and their nonchromatic aberrations. Appl. Opt. 10, (1971), 599-608.
- [57] Latta, J.N. : Computer-based analysis of hologram imagery and aberrations. II : Aberrations induced by a wavelength shift. Appl. Opt. 10, (1971), 609-618.
- [58] Latta, J.N. : Computer-based analysis of holography using ray-tracing. Appl. Opt. 10, (1971), 2698-2710.
- [59] Lee, W.H. : Techniques for recording holographic lenses for infrared wavelengths. Opt. Com. 34, (1980), 29-31.
- [60] Lin, L.H., Doherty, E.T. : Efficient and aberration-free wavefront reconstruction from holograms illuminated at wavelengths differing from the forming wavelength. Appl. Opt. 10, (1971), 1314-1318.
- [61] Lizuka K., Engineering Optics, Springer Verlag, Berlin (1985).
- [62] Ludwig, U.W. : Generalized grating ray tracing equations. J. Opt. Soc. Am. 63, (1973), 1105-1107.
- [63] Mehta, P.C., K.Syam Sunder Rao, Hradnynath, R. : Higher order aberrations in holographic lenses. Appl. Opt. 21, (1982), 4553-4558.
- [64] Mehta, P.C., Bhan, C. and Hradaynath, R. : Multiple imaging by lensless Fourier transform holography. J. Opt. 10, (1979), 133-136.
- [65] Meier, R.W. : Magnification and third order aberrations in holography. J Opt. Soc. Am. 55, (1965), 987-992.
- [66] Meier, R.W. : Optical properties of holographic images. J. Opt. Soc. Am. 57, (1967), 895-900.

- [67] Miles, J.E. : Evaluation of the wavefront aberration in holography. *Opt. Acta.* 20, (1973), 19-31.
- [68] Miles, J.F. : Imaging and magnification properties in holography. *Opt. Acta.* 19, (1972), 165-186.
- [69] Mustafin, K.S. : Aberracje cienkich hologramów wykonanych na sferycznym podłożu. *Optika i Spektroskopia* 37, (1974), 1158-1162.
- [70] Mustafin, K.S., Sattarow, F.A. : Ob aberracjach osievoj hologramy na sfericzeskoj podłożkie z wyniesiennym zraczkom. *Optika i Spektroskopia* 47 (1979) 1204-1206.
- [71] Nowak, J. : Aberracje hologramów w ocenie jakości odwzorowania. Wrocław (1987).
- [72] Nowak, J., Zając, M. : Investigations of the influence of hologram aberrations on the light intensity distribution in the image plane. *Opt. Acta.* 30, (1983), 1749-1767.
- [73] Offner, A. : Ray tracing through a holographic system. *J. Opt. Soc. Am.* 56, (1966), 1509-1512.
- [74] Ono, Y., Nishida, N. : Holographic optical elements with optimized phase-transfer function. *J. Opt. Soc. Am. A.* 3, (1986), 139-142.
- [75] Pappu, S.V. : Holographic optical elements. State-of-the-art review : part 1. *Optics and Laser Technology*, 21, (1989), 305-313.
- [76] Pappu, S.V. : Holographic optical elements. State-of-the-art review : part 2. *Optics and Laser Technology*, 21, (1989), 365-375.
- [77] Peng, K., Frankena, H.J. : Nonparaxial theory of curved holograms. *Appl. Opt.* 25, (1986), 1319-1326.

- [78] Peng, K. : Imaging by curved holographic optical elements. Ph. D. Thesis, Delft University of Technology (1983).
- [79] Pluta, M. : Holografia optyczna. PWN, Warszawa (1980).
- [80] Pluta, M. : Advances Light Microscopy, Vol. 1 i 2, PWN, Warszawa, Elsevier Amsterdam (1989).
- [81] Priksnyl, I. : Studying hologram imagery by a ray-tracing method. Optica Acta. 19, (1972), 623-631.
- [82] Eallison, R. : Applications of holographic optical elements. Laser and Applications, (1984), 61-68.
- [83] Rayces, J.L. : Exact relation between wave aberration and ray aberration. Opt. Acta. 11, (1964), 85-88.
- [84] Senthil Kumar, S., Vasu, R.M.: Multiple imaging with an aberration optimized hololens array. Opt. Eng. 28, (1989), 903-908.
- [85] Smith, R.W. : A flat field holographic lens with no first order astigmatism. Opt. Com. 19, (1976), 245-247.
- [86] Smith, R.W. : Astigmatism free holographic lens elements. Opt. Com. 21, (1977), 102-105.
- [87] Spencer, G.H., Murty, M.V.R.K. : General ray-tracing procedure. J. opt. Soc. Am. 52, (1962), 672-678.
- [88] Talatinian, A. : Analytic optimization of curved holographic optical elements. Opt. Appl. 21, (1991), in press.
- [89] Talatinian, A., Pluta, M. : Analytical design of curved holographic optical elements for Fourier transform. To be published in proc. SPIE 1574.
- [90] Talatinian, A. : Aberration characteristics of curved holographic optical elements for Fourier transform. Oddana do druku.

- [91] Verboven, P.E., Lagasse, P.E. : Aberration coefficients of curved holographic optical elements. Appl. opt. 25, (1986), 4150-4154.
- [92] Vila, R., de Frutos, A.M., Mar, S. : Design of aberration-balanced high efficiency focusing holographic grating. Appl. Opt. 27, (1988), 3013-3019.
- [93] Welford, W.T. : Aplanatic hologram lenses. J. Photogr. Sci. 23, (1975), 84-87.
- [94] Welford, W.T. : Aplanatic hologram lenses on spherical substrates. Opt. Com. 9, (1973), 268-269.
- [95] Welford, W.T. : Aplanatism and isoplanatism. In E. Wolf (Ed.) : Progress in Optics. Vol. XIII, pp. 267-296. North-Holland Publ. Comp. Amsterdam (1976).
- [96] Welford, W.T. : A vector ray tracing equation for hologram lenses of arbitrary shape. Opt. Com. 14, (1975), 322-323.
- [97] Welford, W.T. : Isoplanatism and holography. Opt. Com. 8, (1973), 239-243.
- [98] Welford, W.T. : Practical design of an aplanatic hologram lens of focal length 50 mm and numerical aperture 0.5. Opt. Com. 15, (1975), 46-49.
- [99] Winick, K. : Designing efficient aberration-free holographic lenses in the presence of a construction-reconstruction wave length shift. J. Opt. Soc. Am. 72, (1982), 143 - 148.
- [100] Winick, K.A., Fienup, J.R. : Optimum holographic elements recorded with nonspherical wave fronts. J. Opt. Soc. Am. 73, (1988), 208-217.
- [101] Young, M. : Zone plates and their aberrations. J. opt. Soc. Am. 62, (1972), 972-976.

- [102] Yu, F.T.S., : Introduction to diffraction, information processing and holography, MIT Press Cambridge (1973).
- [103] Yu, F.T.S., Khoo, I.C., : Principles of optical engineering, J.Wiley a. Sons, N. York 1990.



Pragnę złożyć serdeczne podziękowania Rządowi Syrii i Władzom Uniwersytetu w Aleppo za umożliwienie mi odbycia studiów doktoranckich w Polsce.

Składam również podziękowanie Rządowi Rzeczypospolitej Polskiej oraz Kierownictwu Politechniki Wrocławskiej za odbyte studia doktoranckie, dzięki którym pogłębiłem bardzo wyraźnie swoją wiedzę w zakresie zjawisk optyki współczesnej, wyrazem czego jest między innymi opublikowanie sześciu prac naukowych w tym okresie.