

INSTYTUT FIZYKI
POLITECHNIKI WROCŁAWSKIEJ

WPŁYW WYWOŁANEJ NAPRĘŻENIAMI
DWÓJŁOMNOŚCI SOCZEWEK GRADIENTOWYCH
NA JAKOŚĆ ICH ODWZOROWANIA

Rozprawa doktorska mgra inż. Władysława A. Woźniaka

Promotor: prof. dr hab. inż. Florian Ratajczyk

Wrocław, 1993

Panu profesorowi Florianowi Ratajczykowi
składam serdeczne podziękowania za stałą
opiekę i pomoc w trakcie wykonywania
pracy

Władysław A. Woźniak

SPIS TREŚCI

1. WSTĘP	4
1.1 Soczewka gradientowa typu SELFOC®	5
1.2 Technologie wytwarzania soczewek gradientowych	9
1.3 Soczewka gradientowa jako element dwójłomny	11
2. METODY POMIARU ROZKŁADU WSPÓŁCZYNNIKA ZAŁAMANIA I NAPRĘŻEŃ W SOCZEWKACH GRADIENTOWYCH	15
2.1 Pomiar profilu współczynnika załamania w preformach i światłowodach	16
2.2 Pomiar naprężeń w preformach i światłowodach	18
2.3 Opis stanowiska do pomiaru rozkładu współczynnika załamania i naprężeń w soczewkach gradientowych	21
2.4 Wyniki pomiarów wybranych soczewek gradientowych typu SELFOC®	24
3. DYFRAKCYJNA ANALIZA ODWZOROWANIA PRZEZ SOCZEWKĘ GRADIENTOWĄ	36
3.1 Geometryczna teoria dyfrakcji	37
3.2 Numeryczna analiza dyfrakcyjna odwzorowania przez soczewkę gradientową	40
3.3 Przykładowe wyniki obliczeń	45
4. BIEG PROMIENIA ŚWIETLNEGO W SOCZEWCE GRADIENTOWEJ	48
4.1 Bieg promienia świetlnego w ośrodkach gradientowych	48
4.2 Bieg promienia świetlnego w ośrodkach dwójłomnych	53
5. OCENA WPLYWU DWÓJŁOMNOŚCI NA JAKOŚĆ ODWZOROWANIA PRZEZ SOCZEWKĘ GRADIENTOWĄ	56
5.1 Aberracja falowa soczewki gradientowej	56
5.2 Wyznaczanie rozkładu natężenia w przestrzeni obrazowej dwójłomnej soczewki gradientowej	59
5.3 Przykładowe wyniki obliczeń	64
6. WNIOSKI KOŃCOWE	70
7. LITERATURA	72

1. WSTĘP

Zjawisko rozchodzenia się promieni świetlnych w ośrodkach z gradientem współczynnika załamania po torach krzywoliniowych obserwowane było od dawna jako refrakcja astronomiczna oraz tzw. miraż. Bliższe zainteresowanie obiektami gradientowymi (czyli takimi, w których współczynnik załamania zmienia się w sposób ciągły, a nie skokowy jak np. w przypadku klasycznych soczewek) datuje się w optyce właściwie od czasów Maxwella, który stworzył (tylko teoretycznie co prawda) i przeanalizował swoje "rybie oko" [1]. Na przeszkodzie rozwojowi optyki gradientowej stał oczywiście brak odpowiednich technologii, które pozwoliłyby na (powtarzalne) otrzymywanie gradientów współczynnika załamania o zadanych parametrach i tolerancjach. Praktyczny rozwój optyki gradientowej datuje się na lata sześćdziesiąte naszego stulecia, kiedy to Bell Laboratories zastosowały w 1964 r. gradientowy ośrodek gazowy jako falowód optyczny. Narodziny przemysłowej soczewki gradientowej miały miejsce w 1968 r., kiedy to Nippon Sheet Glass Co., Ltd. i Nippon Electric Co., Ltd. wspólnie opracowały technologię wykonywania soczewek gradientowych typu SELFOC® [2].

Optyka gradientowa znalazła swe praktyczne zastosowanie w wielu dziedzinach. Wykorzystuje się obecnie dwa typy obiektów gradientowych: światłowody gradientowe (w telekomunikacji, a także jako tzw. obrazowody np. w medycynie) oraz soczewki gradientowe (np. jako elementy sprzęgające w układach światłowodowych oraz jako klasyczne soczewki obrazujące np. w kserokopiarkach lub odtwarzaczach kompaktowych). Niniejsza praca zajmuje się tą drugą grupą elementów gradientowych, choć należy pamiętać, że wiele zjawisk, wynikających właśnie z ich gradientowego charakteru i podobnych technologii wykonywania, jest wspólnych dla obu tych klas - i w związku z tym techniki pomiarowe mogą być podobne.

Jak należało oczekiwać, gradientowe elementy optyczne zaczęły się cieszyć wielkim wzięciem wśród optyków, konstruktorów optycznych systemów

informatycznych, optyki medycznej, optyki precyzyjnej, telekomunikacji i w wielu innych dziedzinach nauki i techniki. W związku z tym od kilkunastu lat organizuje się specjalne konferencje, poświęcone elementom gradientowym i ich zastosowaniom; opublikowano także wiele interesujących prac, zarówno teoretycznych jak i praktycznych, związanych z wytwarzaniem i właściwościami elementów gradientowych. Tym niemniej istnieje pewien obszar zjawisk, występujących w soczewkach gradientowych, a związanych ściśle z technologią ich wytwarzania, który nie doczekał się szczegółowych opracowań. Są to naprężenia i wywoływana przez nie dwójłomność soczewek gradientowych, która może mieć wpływ na jakość odwzorowania tych soczewek, a który to wpływ należy uwzględnić na etapie ich konstrukcji.

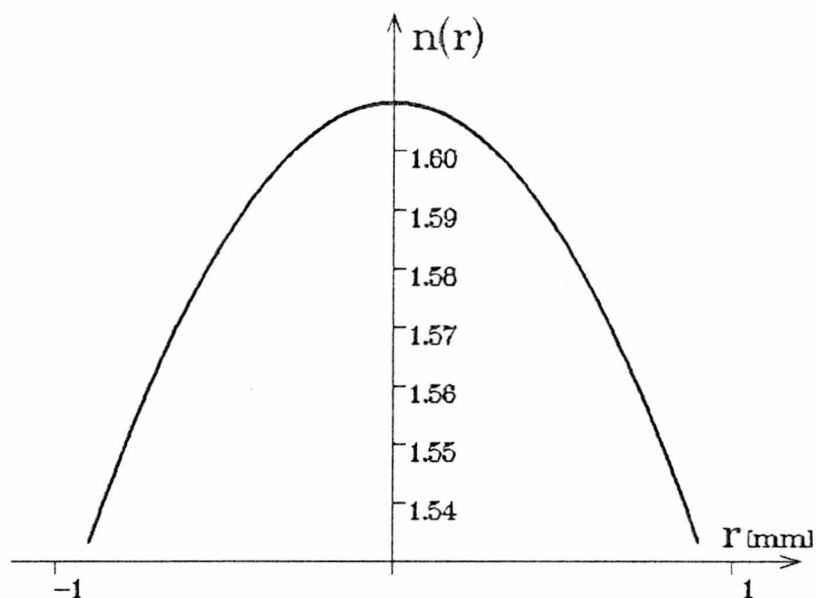
1.1. SOCZEWKA GRADIENTOWA TYPU SELFOC®

Istnieje wiele teoretycznych prac traktujących o możliwościach optyki gradientowej, opisujących właściwości soczewek o różnych typach gradientów i ich podstawowe charakterystyki [3-6]. Jednak praktyczne znaczenie zdobyły dotychczas soczewki gradientowe typu SELFOC®. SELFOC® jest znakiem firmowym wytwarzanego przez Nippon Sheet Glass Co., Ltd. i Nippon Electric Co., Ltd. [2] materiału gradientowego o symetrii osiowej i parabolicznym rozkładzie współczynnika załamania (rys.1.1):

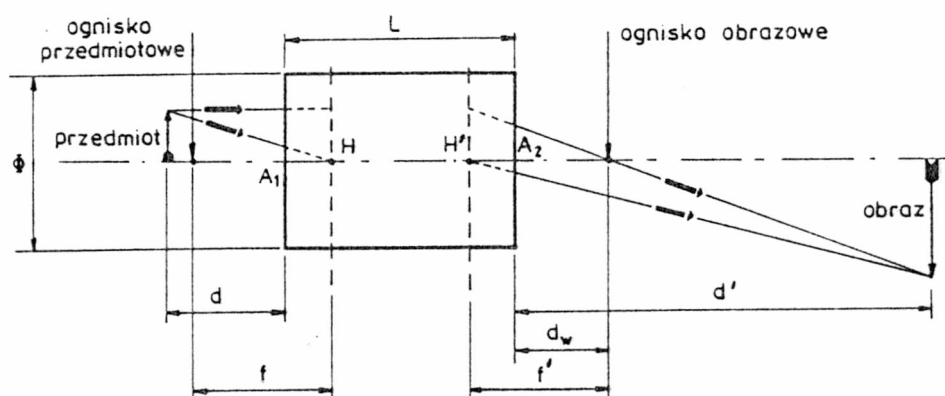
$$n(r) = n_{00} \cdot \left(1 - \frac{A}{2} \cdot r^2\right), \quad (1.1)$$

gdzie n_{00} oznacza współczynnik załamania na osi, r jest odległością od osi soczewki a A jest stałą dodatnią, charakteryzującą ośrodek.

Jak pokazuje teoria, soczewka gradientowa wykonana z materiału typu SELFOC® posiada rzeczywiście wszystkie właściwości klasycznej soczewki [2]. W szczególności można zdefiniować płaszczyzny główne, odległości ogniskowe, zbiegowe itd. Zależności te prezentuje rys.1.2 [2,7].



Rys.1.1. Rozkład współczynnika załamania w soczewce gradientowej typu SELFOC®.



Rys.1.2. Podstawowe parametry soczewki gradientowej typu SELFOC®.

ϕ - średnica soczewki; L - długość soczewki;
 n_{00} - współczynnik załamania na osi; $\sqrt{A}$ - stała dodatnia;
 d - odległość przedmiotu od soczewki; H, H' - płaszczyzny główne;

$$\text{ogniskowa } f' = \frac{1}{n_{00} \cdot \sqrt{A} \cdot \sin(L \cdot \sqrt{A})};$$

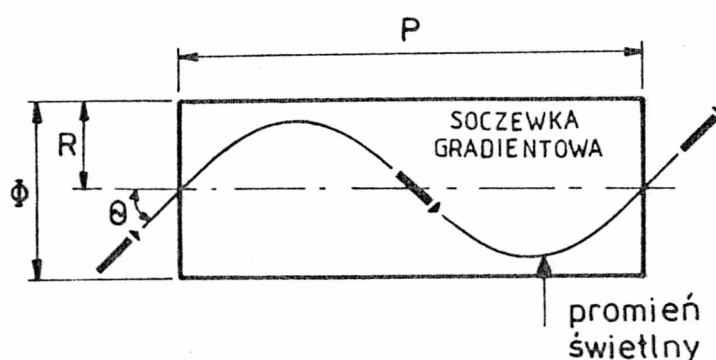
$$\text{zbiegowa obrazowa } DW = \frac{1}{n_{00} \cdot \sqrt{A}} \cdot \text{ctg}(L \cdot \sqrt{A});$$

$$\text{położenie płaszczyzny głównej } A_2 H' = \frac{1}{n_{00} \cdot \sqrt{A}} \cdot \text{tg} \left(\frac{L \cdot \sqrt{A}}{2} \right);$$

$$\text{położenie obrazu } d' = \frac{1}{n_{00} \cdot \sqrt{A}} \cdot \frac{n_{00} \cdot \sqrt{A} \cdot d \cdot \cos(L \cdot \sqrt{A}) + \sin(L \cdot \sqrt{A})}{n_{00} \cdot \sqrt{A} \cdot d \cdot \sin(L \cdot \sqrt{A}) - \cos(L \cdot \sqrt{A})}.$$

Promień świetlny, wchodzący do soczewki gradientowej typu SELFOC®, przebywa w niej drogę, będącą fragmentem sinusoidy (dokładniej: drogę taką przebywa promień merydionalny; w ogólniejszym przypadku zakreśla on trajektorię, której rzut na płaszczyznę merydionalną jest sinusoidą, jak na rys.1.3). Okres tej sinusoidy określany jest w literaturze angielskojęzycznej terminem "pitch". Ze względu na istnienie podobnego terminu w literaturze technicznej, oznaczającego skok śruby, autor zdecydował się używać w dalszym ciągu w swej pracy określenia **skok** (zamiast "pitch") również w odniesieniu do soczewki gradientowej, w następującym kontekście: soczewka ma długość, odpowiadającą np. 0,5 skoku (w skrócie: długość 0,5 skoku), jeżeli promień świetlny zakreśli w niej 0,5 sinusoidy. Wartość tego ważnego w teorii odwzorowania soczewek gradientowych parametru można wyliczyć ze wzoru:

$$P = \frac{2\pi}{\sqrt{A}} \quad (1.2)$$



Rys.1.3. Droga promienia świetlnego w soczewce gradientowej typu SELFOC®.

W rzeczywistości, wszystkie wzory zamieszczone na rys.1.2 zostały wyprowadzone w przybliżeniu paraksjalnym. Okres sinusoidy zależy od współrzędnych wejściowych promienia. Idealny rozkład współczynnika załamania tzn. taki, dla którego okresy sinusoid będą równe, jest dla promieni merydionalnych (leżących w płaszczyźnie przechodzącej przez oś soczewki) zadany formułą:

$$n^2(r) = n_{00}^2 \cdot \text{sech}^2(g \cdot r) = \quad (1.3)$$

$$= n_{00}^2 \cdot [1 - (g \cdot r)^2 + \frac{2}{3} \cdot (g \cdot r)^4 + \frac{17}{45} \cdot (g \cdot r)^6 + \dots] ,$$

gdzie g jest dodatnim parametrem, a druga część wzoru jest po prostu rozwinięciem funkcji sech^2 w szereg MacLaurina.

Podobnie, idealny profil współczynnika załamania dla promieni skośnych (leżących w płaszczyźnie prostopadłej do promienia soczewki) wyraża się wzorem:

$$n^2(r) = n_{00}^2 \cdot [1 + (g \cdot r)^2]^{-1} = \quad (1.4)$$

$$= n_{00}^2 \cdot [1 - (g \cdot r)^2 + (g \cdot r)^4 - (g \cdot r)^6 + \dots] .$$

Jak widać, nie jest możliwe jednoczesne spełnienie obu warunków (1.3) i (1.4). Można jednak, na podstawie tych wzorów, napisać ogólniejszą formułę na profil współczynnika załamania soczewki gradientowej typu SELFOC®:

$$n^2(r) = n_{00}^2 \cdot [1 - (g \cdot r)^2 + h_4 \cdot (g \cdot r)^4 + h_6 \cdot (g \cdot r)^6 + \dots] , \quad (1.5)$$

gdzie $h_4, h_6, \dots$ traktuje się jako współczynniki aberracyjne.

Kładąc $h_4 = 0$ i $h_6 = 0$ otrzymujemy:

$$n^2(r) = n_{00}^2 \cdot [1 - (g \cdot r)^2] , \quad (1.6)$$

co po zastosowaniu rozwinięcia w szereg MacLaurina daje nam:

$$n(r) = n_{00} \cdot [1 - \frac{1}{2} \cdot g^2 \cdot r^2] , \quad (1.7)$$

czyli, kładąc $g = \sqrt{A}$, znowu formułę (1.1). Formuła uproszczona postaci (1.1) jest podawana w katalogach elementów optycznych, gdyż przyszłemu użytkownikowi wystarczą informacje o parametrach n_{00} i A , z których może wyliczyć (w przybliżeniu) charakterystyczne wielkości soczewki. Ogólniejsza formuła (1.5) używana jest przez projektantów soczewek i konstruktorów układów optycznych je wykorzystujących.

Soczewki gradientowe produkuje się z materiału typu SELFOC® przez proste wycięcie odcinka pręta gradientowego na długość wynikającą z żądanych parametrów soczewki. Istnieją też soczewki o sferycznych powierzchniach

końcowych, promień których okazuje się być dodatkowym parametrem pomocnym w korekcji aberracji.

- Zaletami soczewek gradientowych w porównaniu do klasycznych soczewek są:
- uproszczenie geometrii oraz możliwość uzyskania soczewki o dowolnej ogniskowej wykonanej z materiału o tym samym gradiencie;
 - formowanie rzeczywistego obrazu na tylnej powierzchni soczewki oraz łatwy sposób otrzymywania obrazu prostego;
 - korekcja aberracji bez konieczności używania zespołu wielu elementów lub elementów asferycznych;
 - małe rozmiary (długość kilku-, kilkunastu milimetrów, średnice rzędu 1-2 mm) i waga (wyrażana w miligramach).

1.2. TECHNOLOGIE WYTWARZANIA SOCZEWEK GRADIENTOWYCH

Istnieje wiele technologii wytwarzania gradientu współczynnika załamania w prętach szklanych. Praktyczne znaczenie mają obecnie dwie z nich. Pozostałe, do których należą m.in. implantacja jonowa, wykorzystanie promieniowania neutronowego, technologia szkieł porowatych [8] - są ciągle w fazie badań i prób.

Najważniejszą, pierwszą historycznie technologią, dzięki której otrzymano przemysłowe (tzn. do zastosowania w technice) soczewki gradientowe, jest wymiana jonowa [9]. W procesie tym jednowartościowe jony (np. sodu lub potasu) z pręta szklanego, mające dużą stałą dyfuzji i dużą polaryzowalność, podmieniane są przez jony metali o małej polaryzowalności (np. litu). Pręt szklany spoczywa w kąpeli roztworu soli odpowiedniego metalu a cały proces przebiega w wysokiej temperaturze (nie tak wysokiej, by zdeformować bazowy pręt szklany, ale odpowiednio wysokiej, by przyspieszyć tempo dyfuzji i zapobiec występowaniu resztkowych naprężeń termicznych). Gdy koncentracja domieszek w pręcie osiągnie odpowiedni poziom i rozkład przestrzenny, proces przerywa się. Czas takiej wymiany jonowej jest proporcjonalny do kwadratu promienia soczewki i jest dość

długi, rzędu kilkudziesięciu godzin. W praktyce maksymalna średnica produkowanych tą metodą soczewek wynosi ok. 5 mm.

Drugą, nowszą metodą otrzymywania gradientu współczynnika załamania w prętach szklanych (a dokładniej: profilu parabolicznego, bo taki właśnie otrzymuje się w wyniku zastosowania opisanych technologii) jest metoda zol-żel. Istnieje kilka wariantów tej metody [10,11]. Jedna z nich polega na przygotowaniu koloidalnego roztworu tlenku krzemu z dodatkiem odpowiednich domieszek (np. talu, cezu, rubidu), hydrolizy i polikondensacji otrzymanego zolu z udziałem tlenków metali alkalicznych (np. tytanu, germanu) do postaci "mokrego żelu", następnie stopniowe ługowanie domieszek (w celu ukształtowania odpowiedniego ich rozkładu przestrzennego) a w końcu suszenie i spiekanie otrzymanego produktu do postaci pręta szklanego o określonym gradiencie współczynnika załamania [10]. W ten sposób uzyskano soczewki gradientowe o średnicy do 7 mm i zmianie współczynnika załamania do 0,04.

Omawiając metody wytwarzania gradientu współczynnika załamania w soczewkach gradientowych trzeba wspomnieć o technologiach stosowanych przy wytwarzaniu światłowodów gradientowych, a ściślej tzw. preform światłowodowych, z których światłowody są produkowane przez wyciąganie. W zasadzie preforma taka (a właściwie jej rdzeń) przypomina soczewkę gradientową (w produkowanych światłowodach gradientowych profil refrakcyjny jest również paraboliczny). Tym niemniej najczęściej spotykaną w produkcji preform technologią jest chemiczne osadzanie z fazy gazowej (CVD), a obecnie jej wersja ulepszona - MCVD. Proces ten przebiega w wysokich temperaturach (powyżej temperatury transformacji szkła) i umożliwia wytworzenie gradientu na większej średnicy [12].

Należy jednak zauważyć, że mimo różnic w technologiach stosowanych przy produkcji soczewek gradientowych i preform, są to w końcowym rezultacie obiekty bardzo podobne, co implikuje zarówno stosowanie podobnych metod pomiarowych w badaniu ich parametrów, jak i podobne efekty uboczne - np. dwójłomność.

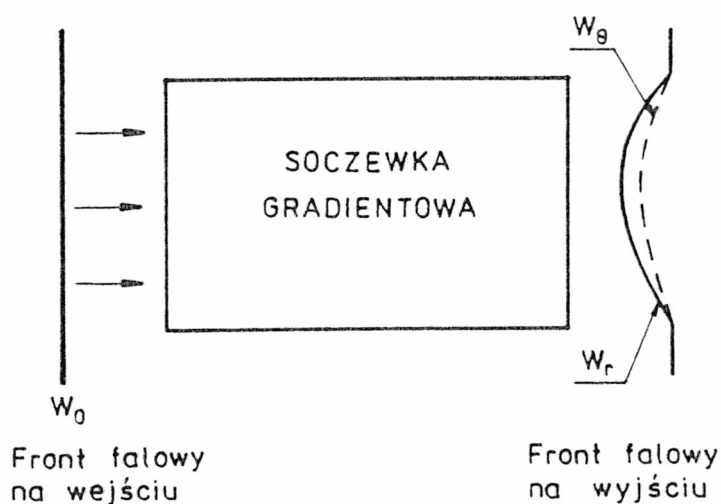
1.3. SOCZEWKA GRADIENTOWA JAKO ELEMENT DWÓJŁOMNY.

Istnieniem naprężeń w preformach i światłowodach zajmowało się wielu autorów [13-16], formułując szereg wniosków i prawidłowości przydatnych tak w pomiarze jak i w ocenie wpływu tych naprężeń na własności telekomunikacyjne światłowodów. Wiele z tych wniosków może mieć zastosowanie przy ocenie dwójłomności soczewek gradientowych - jak np. metody pomiaru naprężeń. Część spostrzeżeń, dotyczących np. kształtu profilu naprężeń poosiowych [13] może nie zawsze być prawdziwa dla soczewek gradientowych. Wynika to z faktu, że w światłowodach dużo większą niż w soczewkach rolę (ze względu na wysokotemperaturowe technologie oraz obecność granicy rdzeń - płaszcz) odgrywają resztkowe naprężenia termiczne. Tym niemniej można przyjąć za pewnik, że nowa klasa elementów optycznych - soczewki gradientowe - jest niestety obciążona technologicznym "grzechem pierworodnym" dwójłomności wynikającej z istniejących w nich naprężeń [17], która to dwójłomność, jak i w przypadku klasycznych elementów, może stanowić źródło dodatkowych błędów odwzorowania [18].

Jak już wspomniano przy okazji opisu technologii produkcji soczewek gradientowych, proces wytwarzania gradientu współczynnika załamania przebiega w wysokich temperaturach. Oczywiście po wytworzeniu gradientu stosować można zabiegi odprężające, jak przy produkcji "normalnego" szkła optycznego, tym niemniej pewne resztkowe naprężenia termiczne w soczewkach gradientowych pozostają. Okazuje się jednak, że istnieją także w soczewkach gradientowych naprężenia innego rodzaju, wynikające z niejednorodności materiału soczewki: gradient współczynnika załamania jest wytworzony przy pomocy niejednorodnej koncentracji domieszkowanych jonów metali, a to z kolei powoduje niejednorodność takich wielkości jak np. współczynnik rozszerzalności liniowej (i objętościowej) i w związku z tym naprężenia pomiędzy obszarami o różnych koncentracjach domieszek. Ze względu na technikę pomiarów, gdzie mierzy się po prostu istniejące realnie naprężenia w elementach gradientowych, bez wnikania w źródło ich powstania, takie

odróżnienie tych rodzajów naprężeń nie wydaje się możliwe. Nie istnieje też fachowa terminologia dla naprężeń związanych z niejednorodnością składu. Może najwygodniej jest nazwać po prostu te naprężenia - i te wynikające ze zmiennotemperaturowych procesów technologicznych i te wynikające z różnic w termicznych przecież współczynnikach rozszerzalności - naprężeniami termicznymi [14]. Przy czym należy jednak pamiętać, że o ile tę pierwszą "składową" naprężeń można eliminować (zmniejszać) analogicznie jak w klasycznych soczewkach poprzez procesy odprężania (stąd przymiotnik "reszkowe"), to obecność drugiej jest nieodłącznie związana z istnieniem gradientu współczynnika załamania (ściślej: ze sposobem jego wytworzenia), a wielkość jej zależeć powinna w istotny sposób od np. rodzaju użytych domieszek.

Dwójłomność wywołana naprężeniami powoduje, że padająca na soczewkę gradientową płaska fala W_0 rozdziela się na wyjściu z soczewki na dwie fale W_r i W_θ o polaryzacji liniowej odpowiednio radialnej i tangencjalnej (rys.1.4).



Rys.1.4. Podział wejściowego frontu falowego W_0 na dwa fronty falowe W_r i W_θ , o polaryzacjach odpowiednio: radialnej i tangencjalnej, przez dwójłomną soczewkę gradientową.

Konsekwencją tego mogą być następujące efekty:

- pogorszenie jakości obrazu; podobny efekt wywołany naprężeniami wewnętrznymi występuje w soczewkach klasycznych [18];
- zmienny stan polaryzacji światła na wyjściu soczewki gradientowej (zależny od r , θ), który to efekt może wykluczyć użycie takiej soczewki w przypadkach, gdy niepożądane jest transformowanie stanu polaryzacji światła przez soczewkę; tym niemniej warto wspomnieć w tym miejscu o specjalnych typach światłowodów z "naprężaczami" wewnątrz, czułych w związku z tym na zjawiska polaryzacyjne, a używanych przy wytwarzaniu czujników światłowodowych.

Celem niniejszej pracy jest ocena wpływu tego rozdwojenia frontu falowego, spowodowanego dwójłomnością soczewek gradientowych, na jakość ich odwzorowania. Ze względu na specyfikę ośrodka gradientowego, która powoduje np. konieczność rozwiązywania równania promienia w sposób numeryczny (por. rozdział 4.1), w pracy przyjęto pewne założenia upraszczające, o których będzie mowa w dalszej części. Również wyniki otrzymane przez autora, choć przedstawione w sposób "ilościowy" (typowy dla wszelkich obliczeń numerycznych), powinny być traktowane raczej jako jakościowe. Temat pracy jest kontynuacją zainteresowań autora technikami pomiarowymi niektórych parametrów elementów gradientowych i udziału w konstrukcji i wykonaniu w ramach RR I.02. dla Instytutu Chemii Uniwersytetu im. M. Skłodowskiej-Curie w Lublinie przyrządów do pomiarów rozkładu współczynnika załamania i naprężeń w preformach i światłowodach [19]. Ze względu na istotne znaczenie rezultatów pomiaru naprężeń w soczewkach gradientowych wykonanych przy użyciu tych urządzeń dla całości pracy, opisano krótko sposób ich działania i przedstawiono przykładowe wyniki pomiarów dla kilku wybranych soczewek gradientowych (rozd. 2). Następnie przedstawiono opracowaną przez autora niniejszej pracy numeryczną metodę dyfrakcyjnej oceny jakości odwzorowania, szczególnie dogodną do badania jakości odwzorowania przez soczewkę gradientową (rozd. 3). Krótkiego opisu wraz z dyskusją przydatności wymagały również, zdaniem autora, metody wyznaczania trajektorii promienia

światlnego w ośrodkach gradientowych, które to metody są podstawą wszelkich numerycznych studiów nad obiektami gradientowymi (rozdz. 4). W rozdziale 5 autor przedstawia ostatecznie opracowaną przez siebie metodę oceny wpływu zmierzonych uprzednio naprężeń na jakość odwzorowania przez soczewki gradientowe przy wykorzystaniu opisanej numerycznej metody analizy dyfrakcyjnej i upraszczającym założeniu wspólnej trajektorii promienia zwyczajnego i nadzwyczajnego w soczewce gradientowej, opisanym w rozdz. 5.1. Zamieszczone zostały również przykładowe wyniki obliczeń dla soczewki 06 LGT 114 firmy Melles-Griot [7], które ilustrują zasadniczą tezę niniejszej pracy: konieczność uwzględniania dwójłomności w soczewkach gradientowych na etapie ich konstruowania, ze względu na wpływ tej dwójłomności na kształt i wielkość ogniska.

2. METODY POMIARU ROZKŁADU WSPÓŁCZYNNIKA ZAŁAMANIA

I NAPRĘŻENÍ W SOCZEWKACH GRADIENTOWYCH

Jak już wspomniano, pod względem swej "budowy wewnętrznej" (tzn. rozkładu współczynnika załamania) soczewka gradientowa stanowi obiekt bardzo podobny do preformy gradientowej (praktyczną różnicą jest tylko brak tzw. płaszcza). Wynika stąd możliwość zastosowania metod czy też wręcz gotowych urządzeń, służących do pomiaru parametrów preform (lub światłowodów), do pomiarów parametrów soczewek gradientowych.

Pomiary, wykonane przez autora niniejszej pracy, przeprowadzone zostały na laboratoryjnej wersji urządzenia PREFORM TESTER [19,20], skonstruowanego do pomiarów rozkładu współczynnika załamania i naprężeń w preformach światłowodowych, zaadoptowanej do pomiarów analogicznych parametrów soczewek gradientowych. Istnieje wiele dobrze opracowanych, tak od strony teoretycznej jak i praktycznej, metod pomiaru profilu współczynnika załamania w preformach i światłowodach optycznych. Do najnowszych i najlepszych należą tzw. metody nieniszczące, bazujące na prześwietlaniu mierzonego obiektu o symetrii cylindrycznej w poprzek w stosunku do osi jego symetrii [21-23]. Można nawet, choć wymaga to bardziej skomplikowanej obróbki numerycznej, zmierzyć profil współczynnika załamania w przypadku gdy obiekt nie ma symetrii osiowej [24]. Firma York Technology sprzedaje już od kilku lat swój przyrząd, który umożliwia na skalę techniczną, a nie tylko laboratoryjną, szybkie i dokładne pomierzenie podstawowych parametrów preform i światłowodów, m.in. właśnie rozkładu współczynnika załamania [25]. Opracowano również podobne metody pomiaru rozkładu naprężeń w preformach i światłowodach [14-16,19,20,23,26].

Praktycznymi trudnościami, które należało pokonać podczas pomiarów soczewek gradientowych przy użyciu PREFORM TESTERA, były: dostosowanie do małych rozmiarów soczewek, trudności z doбором cieczy imersyjnej (brak tzw. płaszcza w soczewkach gradientowych) oraz dostosowanie czułości do zakresu

zmian badanych parametrów (duży gradient na małej średnicy; mniejsze bezwzględne wartości naprężeń). W praktyce, jeśli wziąć pod uwagę podstawowe parametry takie jak: średnica, wielkość (względna i bezwzględna) gradientu współczynnika załamania oraz wielkości naprężeń - soczewka gradientowa mieści się pomiędzy preformą a światłowodem. Sprawia to, że (dla mniejszych zwłaszcza soczewek) konieczne może być stosowanie również urządzeń do pomiaru parametrów światłowodów (większa czułość, mniejsze zmiany bezwzględne).

Krótki opis stanowiska pomiarowego zamieszczony w rozdziale 2.3 poprzedzony zostanie również skrótowym opisem metod pomiaru rozkładu współczynnika załamania i naprężeń w preformach i światłowodach, a to w celu wprowadzenia pewnych pojęć przydatnych w dalszej części pracy.

2.1 POMIAR PROFILU WSPÓŁCZYNNIKA ZAŁAMANIA W PREFORMACH I ŚWIATŁOWODACH.

Nieniszczące metody pomiaru profilu współczynnika załamania w preformach i światłowodach polegają na prześwietlaniu umieszczonego w cieczy immersyjnej obiektu wiązką świetlną prostopadłą do jego osi optycznej i obliczaniu mierzonego profilu z pomierzonych na "wyjściu" kątów ugięcia bądź dróg optycznych przechodzącej fali świetlnej [19-24]. Metody te bazują na założeniu, że preforma (czy też włókno) traktowane są jako obiekty fazowe, przy czym nie uwzględnia się zakrzywionej trajektorii promienia świetlnego wewnątrz mierzonego obiektu oraz zakłada się idealne dopasowanie immersji. Tym niemniej, również w przypadku wyraźniejszych odstępstw od spełnienia tych założeń, możliwe jest stosowanie tych metod przy użyciu bardziej wyrafinowanych technik numerycznych [27,28].

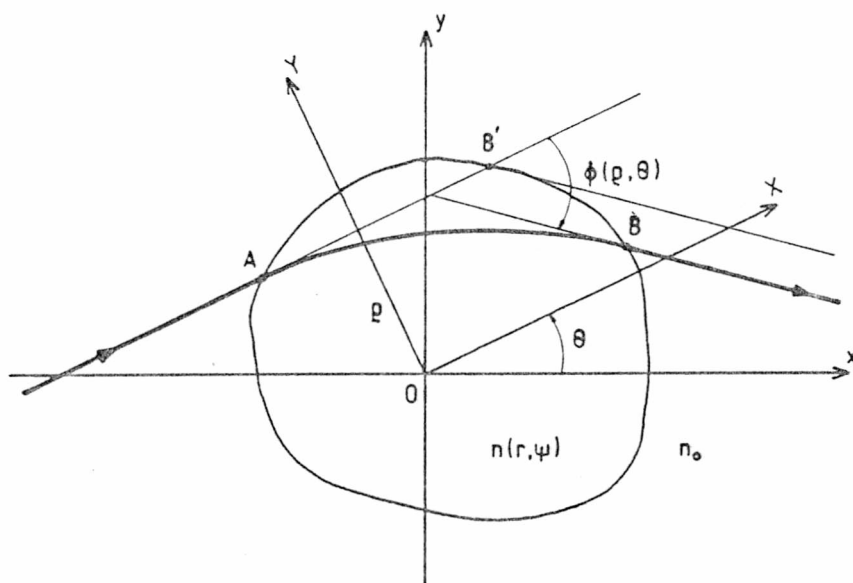
Założmy, że na obiekt mierzony o rozkładzie współczynnika załamania $n(x,y)$, umieszczony w cieczy immersyjnej o współczynniku załamania n_0 , pada fala płaska, oświetlająca go pod kątem θ (rys.2.1). Mierząc różnicę W dróg optycznych pomiędzy promieniem przebywającym drogę AB w ośrodku gradientowym i wymaginionym promieniem przebywającym tę samą drogę w

cieczy immersyjnej:

$$W(\rho, \theta) = \int_L (n(x, y) - n_0) ds \quad (2.1)$$

(gdzie L jest drogą geometryczną pomiędzy punktami A i B), możemy w efekcie wyznaczyć szukany profil współczynnika załamania (we współrzędnych sferycznych) jako [21]:

$$n(r, \psi) - n_0 = \frac{1}{2\pi^2} \int_{-\frac{\pi}{2}}^{+\frac{\pi}{2}} d\theta \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\partial W(\rho, \theta)}{\partial \rho} \cdot \frac{\partial \rho}{r \cdot \sin(\psi - \theta) - \rho} \cdot \quad (2.2)$$



Rys.2.1. Odchylenie promienia świetlnego po przejściu przez ośrodek gradientowy.

W przypadku symetrii cylindrycznej, tzn. braku zależności n od θ (oraz ψ), wzór (2.2) upraszcza się do:

$$n(r) - n_0 = - \frac{1}{\pi} \int_r^{\infty} \frac{dW(\rho)}{d\rho} \cdot \frac{d\rho}{\sqrt{\rho^2 - r^2}} \quad (2.3)$$

(górną granicę całkowania w praktyce równa jest promieniowi mierzonego obiektu, gdyż poza nim jest: $W(\rho)=0$).

Równanie (2.3) znane jest w literaturze jako odwrotna transformata Abela [29], a sposób jej obliczenia był wielokrotnie opracowywany przez wielu autorów [30-33], również autora niniejszej pracy [23].

Zamiast mierzyć różnicę dróg optycznych W łatwiej mierzyć jest kąt odchylenia ϕ promienia świetlnego po przejściu przez obiekt badany, np. przy wykorzystaniu techniki filtracji przestrzennej [22,26]. Można pokazać [24], że z dobrym przybliżeniem jest:

$$\frac{\partial W(\rho, \theta)}{\partial \rho} \approx n_0 \cdot \phi(\rho, \theta) , \quad (2.4)$$

co w przypadku symetrii cylindrycznej daje w rezultacie tzw. równanie Marcusego [31]:

$$\Delta n(r) \equiv \frac{n(r) - n_0}{n_0} = - \frac{1}{\pi} \int_r^\infty \frac{\phi(\rho) \cdot d\rho}{\sqrt{\rho^2 - r^2}} . \quad (2.5)$$

W rzeczywistości, mierzony w ten sposób współczynnik załamania $n(r)$ jest wielkością średnią [16,20,26]:

$$n(r) = \frac{n_x(r) + n_y(r)}{2} = \frac{n_\theta(r) + n_r(r)}{2} , \quad (2.6)$$

gdzie n_x , n_y oraz n_θ , n_r są wartościami głównymi (w układzie kartezjańskim lub cylindrycznym) współczynnika załamania mierzonego obiektu, gdy jest on dwójłomny - a jest tak w przypadku soczewek gradientowych (preform i światłowodów również).

2.2 POMIAR NAPRĘŻEŃ W PREFORMACH I ŚWIATŁOWODACH.

Jak już stwierdzono powyżej, preformy i światłowody gradientowe (a także soczewki gradientowe) posiadają wewnętrzne naprężenia, które powodują, że stają się one obiektami anizotropowymi, a więc dwójłomnymi. Główne współczynniki załamania wyrażają się wtedy we współrzędnych cylindrycznych wzorami:

$$n_r = n - C_1 \cdot \sigma_r - C_2 \cdot (\sigma_\theta + \sigma_z) , \quad (2.7a)$$

$$n_\theta = n - C_1 \cdot \sigma_\theta - C_2 \cdot (\sigma_r + \sigma_z) , \quad (2.7b)$$

$$n_z = n - C_1 \cdot \sigma_z - C_2 \cdot (\sigma_r + \sigma_\theta) , \quad (2.7c)$$

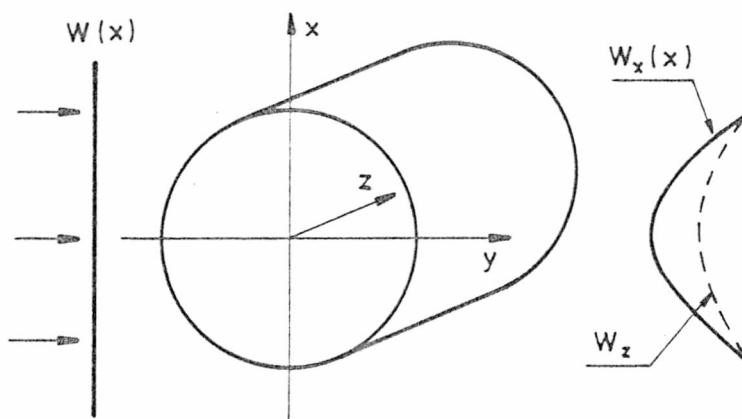
gdzie n jest współczynnikiem załamania dla nienaprężonego materiału, z którego wykonane są preformy i światłowody (domieszkowanego kwarcu), C_1 i C_2 są współczynnikami elastooptycznymi [13] a σ_r , σ_z i σ_θ są naprężeniami odpowiednio: radialnymi, poosiowymi i tangencjalnymi.

Różnica między C_1 i C_2 :

$$C = C_2 - C_1 \quad (2.8)$$

nazywana jest w literaturze względną stałą elastooptyczną (właściwie powinno być: piezooptyczną) i dla kwarcu niedomieszkowanego wynosi ona około $C = 3.51 \times 10^{-6} \text{ m}^2/\text{N}$ [13].

Jeżeli preformę lub światłowód, umieszczony w cieczy imersyjnej, oświetlimy poprzecznie (a więc analogicznie jak w metodzie pomiaru profilu współczynnika załamania) światłem spolaryzowanym liniowo, to padająca fala świetlna rozszczepi się po przejściu przez naprężoną (= dwójłomną) preformę (światłowód) na dwa fronty falowe $W_z(x)$ i $W_x(x)$ o polaryzacjach liniowych odpowiednio wzdłuż osi z i x (rys.2.2).



Rys.2.2. Podział płaskiej fali oświetlającej $W(x)$ (prostopadłej do osi symetrii) przez preformę gradientową na fale $W_z(x)$ i $W_x(x)$, o polaryzacjach liniowych i azymucie zgodnym odpowiednio z osiami z i x .

Amplitudy tych fal będą zależały od kierunku polaryzacji fali wejściowej - w szczególności będą one równe, gdy azymut polaryzacji fali wejściowej będzie tworzył z osiami z i x kąt 45° . Pomiar różnicy:

$$R(x) = W_z(x) - W_x(x) , \quad (2.9)$$

zwanej funkcją opóźnienia, pozwala znaleźć poosiową składową naprężeń σ_z [14]:

$$\sigma_z(r) = \frac{-1}{\pi C} \int_r^{r_0} \frac{\frac{dR(x)}{dx}}{\sqrt{x^2 - r^2}} dx , \quad (2.10a)$$

gdzie r_0 jest zewnętrznym promieniem mierzonego obiektu. W preformach (światłowodach) o symetrii cylindrycznej istnieją ścisłe związki pomiędzy poszczególnymi składowymi naprężeń [34], które pozwalają wyznaczyć te pozostałe składowe [13,26]:

$$\sigma_r(r) = \frac{1}{r^2} \int_0^r \sigma_z(r') \cdot r' dr' , \quad (2.10b)$$

$$\sigma_\theta(r) = \sigma_z(r) - \sigma_r(r) , \quad (2.10c)$$

jak również anizotropię współczynnika załamania w postaci różnic poszczególnych jego składowych:

$$n_z(r) - n_r(r) = C \cdot [\sigma_z(r) - \sigma_r(r)] = C \cdot \sigma_\theta(r) , \quad (2.11a)$$

$$n_z(r) - n_\theta(r) = C \cdot [\sigma_z(r) - \sigma_\theta(r)] = C \cdot \sigma_r(r) , \quad (2.11b)$$

$$n_r(r) - n_\theta(r) = C \cdot [\sigma_r(r) - \sigma_\theta(r)] = C \cdot [2 \cdot \sigma_r(r) - \sigma_z(r)] . \quad (2.11c)$$

Warto odnotować, że do obliczenia anizotropii (czyli różnic poszczególnych składowych współczynnika załamania wg wzorów (2.11)) nie jest konieczna znajomość stałej piezooptycznej C , co łatwo zauważyć po podstawieniu odpowiednich wzorów (2.10) do (2.11). Jest to o tyle ważne, że w rzeczywistości wartość stałej C dla kwarcu domieszkowanego (różnymi domieszkami) może się istotnie różnić od (znanej) wartości tej stałej dla czystego kwarcu.

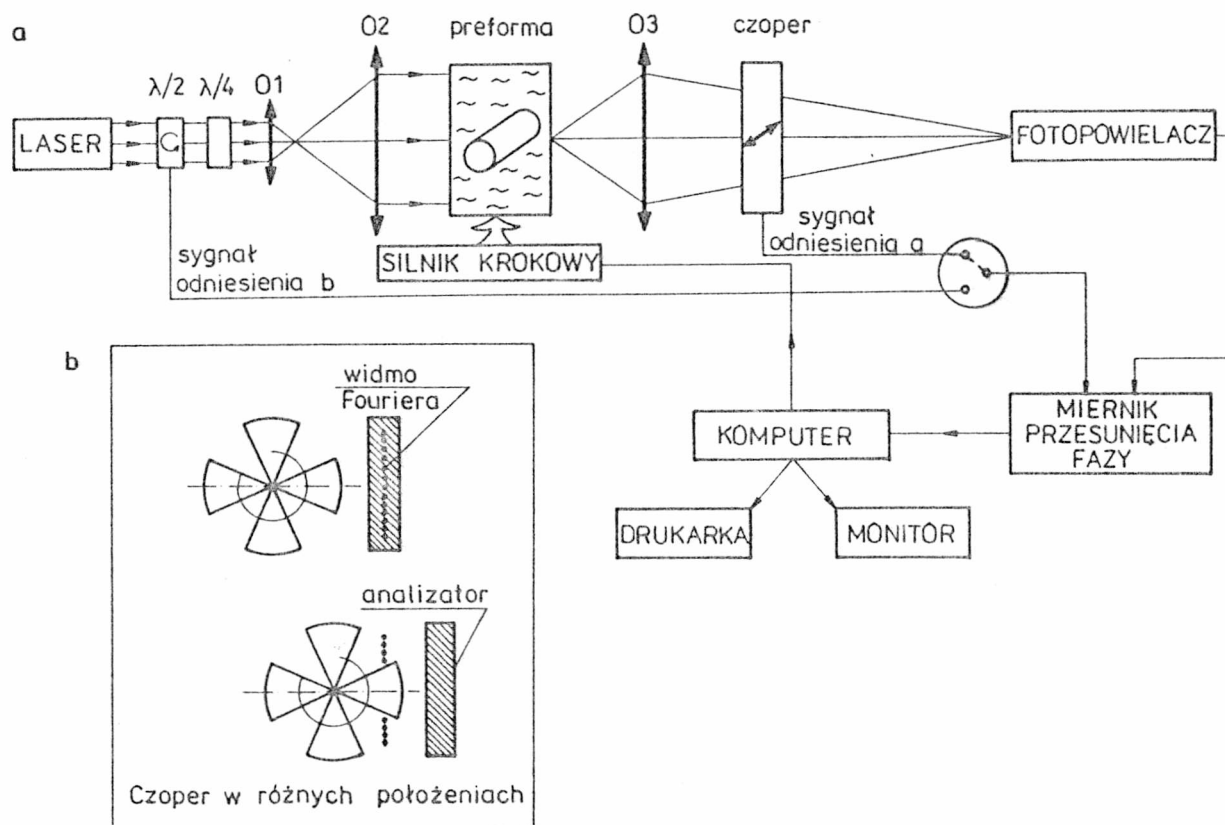
2.3 OPIS STANOWISKA DO POMIARU ROZKŁADU WSPÓŁCZYNNIKA ZAŁAMANIA I NAPRĘŻEŃ W SOCZEWKACH GRADIENTOWYCH

Jak już wspomniano uprzednio, do pomiarów rozkładu współczynnika załamania oraz naprężeń w badanych soczewkach gradientowych autor pracy wykorzystał ulepszony model laboratoryjny urządzenia PREFORM TESTER [19]. Schemat urządzenia przedstawia rys.2.3.

Jako źródła fali świetlnej użyto 5 mW lasera He-Ne (badane soczewki wykonane były na roboczą długość fali $\lambda = 632,8$ nm). Poszerzacz wiązki, złożony z obiektywów O1 i O2 ułatwia justowanie układu, ustawianie na ostrość obrazu soczewki oraz pozwala uniknąć kłopotów związanych ze zbyt małą w niektórych przypadkach aperturą obiektywu O3. Soczewka gradientowa spoczywa w kuwecie wypełnionej cieczą imersyjną na stoliku z mikroprzesuwem sterowanym komputerowo poprzez silnik krokowy. Obiektyw O3 odwzorowuje soczewkę w płaszczyźnie detektora, którym jest fotopowielacz. Wymiennymi elementami układu są:

- a) w części dotyczącej pomiaru profilu współczynnika załamania - wirujący w płaszczyźnie ogniskowej obiektywu O3 czoper, który pozwala zmierzyć (por. wzór (2.5)) kąt odchylenia $\phi(x)$ promienia świetlnego po przejściu przez soczewkę metodą filtracji przestrzennej;
- b) w części dotyczącej pomiaru naprężeń (anizotropii) - modulator eliptyczności, złożony z wirującej półfalówki i ćwierćfalówki o azymucie 45° oraz analizatora o azymucie -45° .

Bardziej szczegółowy opis metody filtracji przestrzennej, znanej dobrze tak z literatury [22] jak i z istniejących od kilku lat urządzeń komercyjnych firmy York Technology [25], został w niniejszej pracy pominięty. Krótkiego opisu wymaga jednak technika pomiaru funkcji opóźnienia $R(x)$, będąca oryginalnym opracowaniem grupy badawczej z Instytutu Fizyki Politechniki Wrocławskiej, do której to grupy autor niniejszej pracy należy.



Rys.2.3. (a) Ogólny schemat urządzenia PREFORM TESTER;
 (b) ustawienie wymiennych elementów: czopera i analizatora przy pomiarze odpowiednio: naprężeń (rys. górny) i profilu współczynnika załamania (rys. dolny).

Zespół złożony z wirującej półfalówki i nieruchomej ćwierćfalówki moduluje wiązkę światła wychodzącą z lasera He-Ne (liniowo spolaryzowaną) w ten sposób, że ma ona stały azymut 45° (aby zachować stały stosunek amplitud obu fal W_z i W_x , por. rozdz. 2.2), natomiast kąt eliptyczności u zmienia się w czasie zgodnie z zależnością:

$$u(t) = \Omega \cdot t, \quad (2.12)$$

gdzie Ω jest podwojoną prędkością kątową obracającej się półfalówki. Stan polaryzacji wiązki świetlnej można wtedy opisać wektorem Jonesa:

$$J = \begin{bmatrix} 1 \\ \exp(i\Omega t) \end{bmatrix}. \quad (2.13)$$

Po przejściu przez dwójłomną soczewkę wektor Jonesa zmienia się zgodnie

z formułą:

$$J = \begin{bmatrix} 1 \\ \exp(i\Omega t - \psi) \end{bmatrix}, \quad (2.14)$$

gdzie $\psi = k \cdot R(x)$ jest (stałym w czasie) przesunięciem fazowym wprowadzanym przez soczewkę ($R(x)$ to oczywiście funkcja opóźnienia z wzoru (2.9)). Po przejściu tak spolaryzowanego światła przez analizator o azymucie -45° i interferencji pomiędzy jego pionową i poziomą składową, otrzymujemy na detektorze światło o natężeniu zmodulowanym sinusoidalnie:

$$I(t) = I_0 \cdot [1 + \cos(\Omega \cdot t - \psi)] \quad (2.15)$$

(I_0 jest natężeniem światła na wejściu), co pozwala na łatwy pomiar wielkości ψ jako przesunięcia fazowego pomiędzy sygnałem $I(t)$ a sygnałem odniesienia, brany z wirującej półfalówki.

Całość pomiaru sterowana jest komputerem typu IBM PC, który dokonuje również obróbki danych pomiarowych, ich interpretacji (wielkość $R(x)$ mierzona jest jednoznacznie do $\pm 180^\circ$) oraz niezbędnych obliczeń (całki (2.5) i (2.10)). Jako cieczy imersyjnej użyto mieszaniny nafty i alfabromonaftalenu, co pozwala na precyzyjne dopasowanie współczynnika załamania imersji (por. uwagi w rozdz. 2.1). Minimalny krok skanowania wynosił ok. $2,6 \mu\text{m}$, dokładność pomiaru kąta odchylenia wynosi ok. $0,01^\circ$ a funkcji opóźnienia ok. 1 nm , co daje powtarzalność pomiarów rozkładu współczynnika załamania lepszą niż 1×10^{-4} i anizotropii 5×10^{-6} [19] (jest ona zależna m.in. od ilości powtórzeń pomiarów w danym punkcie, która to wielkość mogła być zwiększana w modelu laboratoryjnym w stosunku do urządzenia komercyjnego - po prostu czas pomiaru nie był wielkością krytyczną). Faktycznie osiąganą powtarzalność na używanym stanowisku pomiarowym autor ocenia na odpowiednio ok. 5×10^{-5} i 2×10^{-6} , co spowodowane jest m.in. dokładniejszym justowaniem stanowiska i dodatkową obróbką numeryczną.

2.4 WYNIKI POMIARÓW WYBRANYCH SOCZEWEK GRADIENTOWYCH TYPU SELFOC®

Na stanowisku pomiarowym opisanym w rozdz. 2.3 wykonane zostały pomiary wybranych soczewek gradientowych dostępnych na rynku oraz będących produktami eksperymentalnymi - próbami wytworzenia soczewek gradientowych w Polsce. Na poszczególnych wykresach przedstawione zostały odpowiednio:

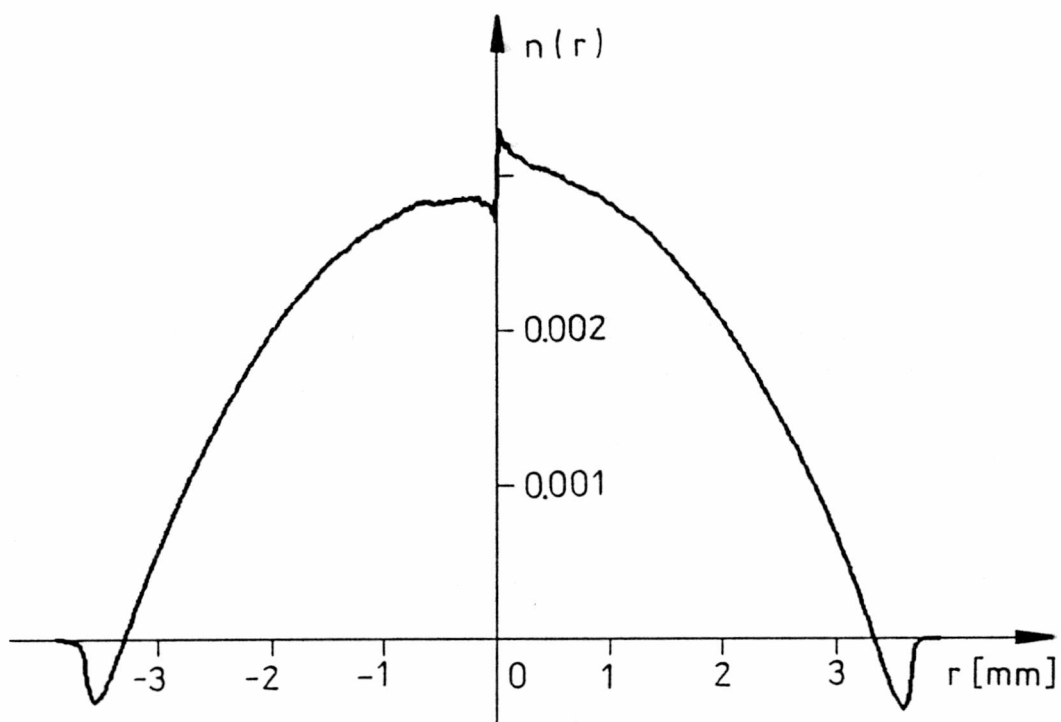
- a) profil współczynnika załamania, a dokładniej funkcja $\Delta n(r)$ (por. wzór (2.5)), dostępna bezpośrednio z pomiaru (wyznaczenie $n(r)$ jest o tyle kłopotliwe, że wymaga dokładnego zmierzenia współczynnika załamania cieczy immersyjnej w świetle o długości fali $\lambda = 632,8$ nm; poza tym nie ma to większego znaczenia dla całości pracy, gdzie potrzebna jest znajomość charakterystycznego kształtu profilu, a nie jego wartości bezwzględne);
- b) zmierzony profil naprężeń poosiowych σ_z ;
- c) zmierzony profil naprężeń radialnych σ_r - trzecia wielkość σ_θ jest, jak wiadomo, różnicą dwóch pierwszych (por. wzór (2.10c));
- d) wyznaczona różnica współczynników załamania $n_r - n_\theta$, która ma zasadniczy wpływ na dwójłomność soczewki gradientowej.

Rys.2.4 przedstawia wyniki pomiarów dla soczewki gradientowej wyprodukowanej w 1988 r. w Polsce. Ma ona raczej nietypowe parametry: średnica ok. 7 mm, długość 25 mm (a więc jest bardzo duża w porównaniu ze standartowymi wyrobami zachodnimi), raczej "słaby" gradient (współczynnik $A \approx 3 \times 10^{-4} \text{ mm}^{-2}$) i w związku z tym nie jest interesującym przypadkiem do dalszej analizy; tym niemniej jej charakterystyki zamieszczono z dwóch istotnych powodów: 1) posłużyła ona jako obiekt pierwszych "przymiarek" autora niniejszej pracy do tematu: "dwójłomność w soczewkach gradientowych" [35], oraz 2) kształt jej naprężeń potwierdza pewną regułę, podawaną w literaturze [13,15] - że kształt rozkładu naprężeń poosiowych koresponduje ściśle z kształtem profilu współczynnika załamania. Jak pokazują następne wykresy, prawidłowość ta nie zawsze znajduje dokładne potwierdzenie, co jest najprawdopodobniej efektem ulepszania technologii wykonywania soczewek gradientowych, także pod względem eliminacji naprężeń.

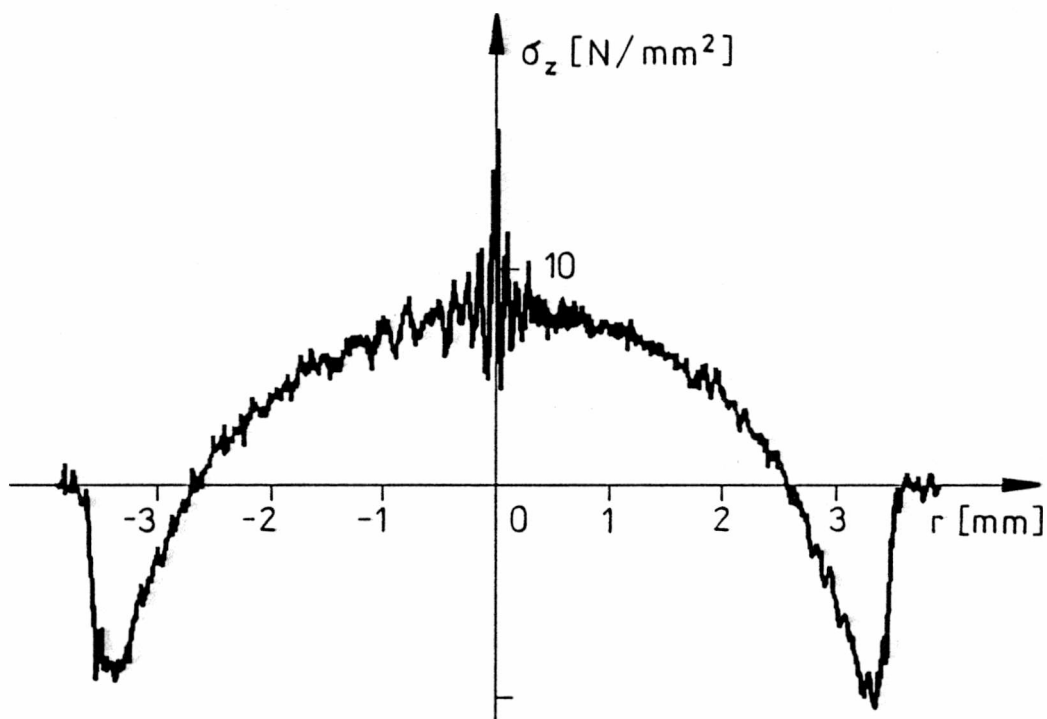
Wykresy 2.5 i 2.6 przedstawiają wyniki pomiarów soczewek gradientowych otrzymanych przez autora od polskiej firmy GRAMNET. Jak widać, są to soczewki o bardzo małych naprężeniach, mierzonych niemal na granicy rozdzielczości posiadanego systemu pomiarowego (przy okazji jawi się interesująca kwestia, czy i jaki sens fizyczny mają / będą miały pomiary współczynnika załamania z dokładnością lepszą niż 10^{-6}). Stanowią one przykład soczewek gradientowych wykonanych przy użyciu najnowszych technologii.

Wyresy 2.7 i 2.8 prezentują wyniki pomiarów komercyjnie dostępnych soczewek gradientowych, zakupionych w firmie Melles-Griot [7]. Jedna z tych soczewek, 06 LGT 114, posłużyła jako obiekt do dalszych badań, będących tematem niniejszej pracy.

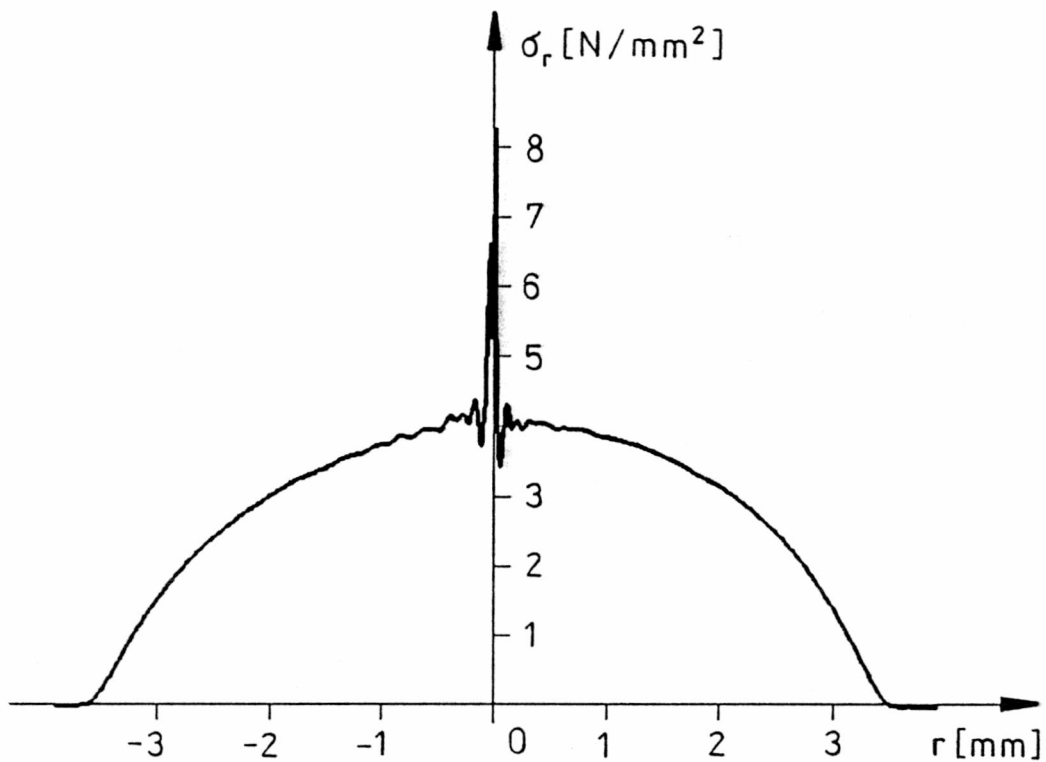
Z analizy wykresów 2.4 - 2.8 można wyciągnąć wniosek, sugerowany pośrednio cytowaną wyżej regułą o zgodności kształtów profilu współczynnika załamania i naprężeń poosiowych w preformach i światłowodach: w soczewkach gradientowych wykonanych wg najnowszych technologii reguła ta nie jest dokładnie spełniona, tym niemniej można zauważyć korelację pomiędzy wartościami względnymi (między brzegiem i środkiem soczewki) zmian współczynnika załamania a wartościami (również względnymi) zmian dwójłomności $n_r - n_\theta$. Maksymalna różnica $n_r - n_\theta$ jest przeciętnie o dwa rzędy mniejsza niż maksymalna różnica wartości $n(R) - n(0)$ (czyli różnica współczynnika załamania w środku i na brzegu soczewki). Takie wartości wielkości $n_r - n_\theta$ mogą mieć jeszcze istotne znaczenie, uwidaczniające się we wpływie dwójłomności soczewek gradientowych na jakość ich odwzorowania.



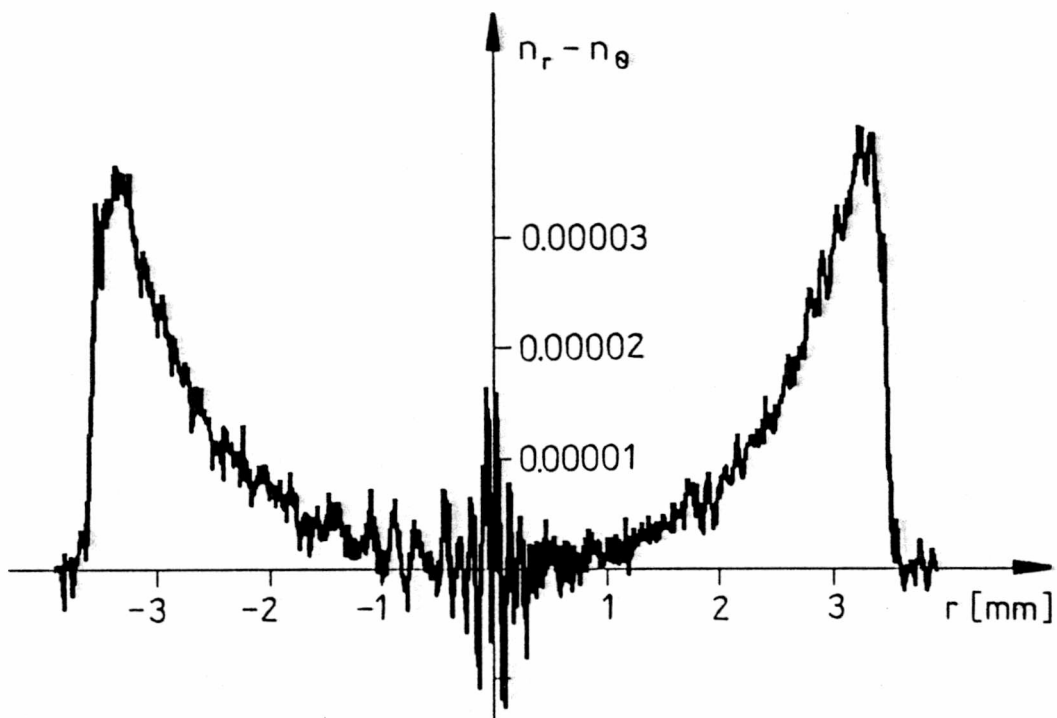
Rys.2.4. Wyniki pomiarów polskiej soczewki gradientowej o parametrach: długość 25 mm, średnica 7 mm, $A=3 \cdot 10^{-4} \text{ mm}^{-2}$
a) rozkład współczynnika załamania;



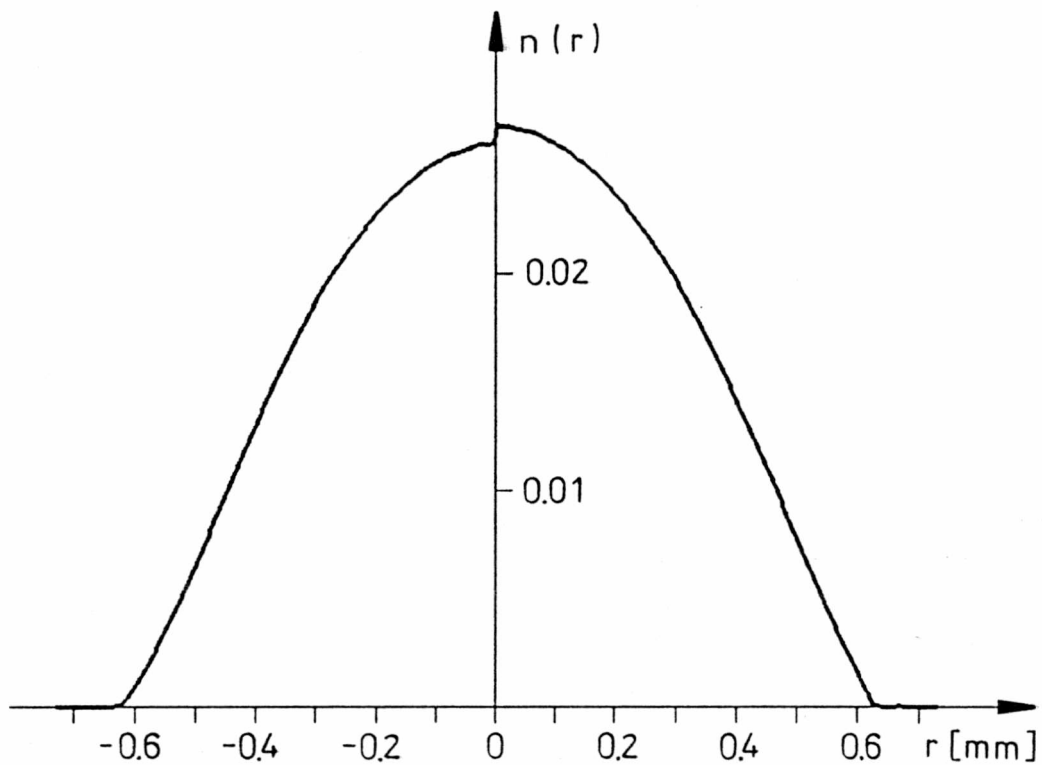
Rys.2.4. Wyniki pomiarów polskiej soczewki gradientowej o parametrach: długość 25 mm, średnica 7 mm, $A=3 \cdot 10^{-4} \text{ mm}^{-2}$
b) rozkład naprężeń poosiowych σ_z ;



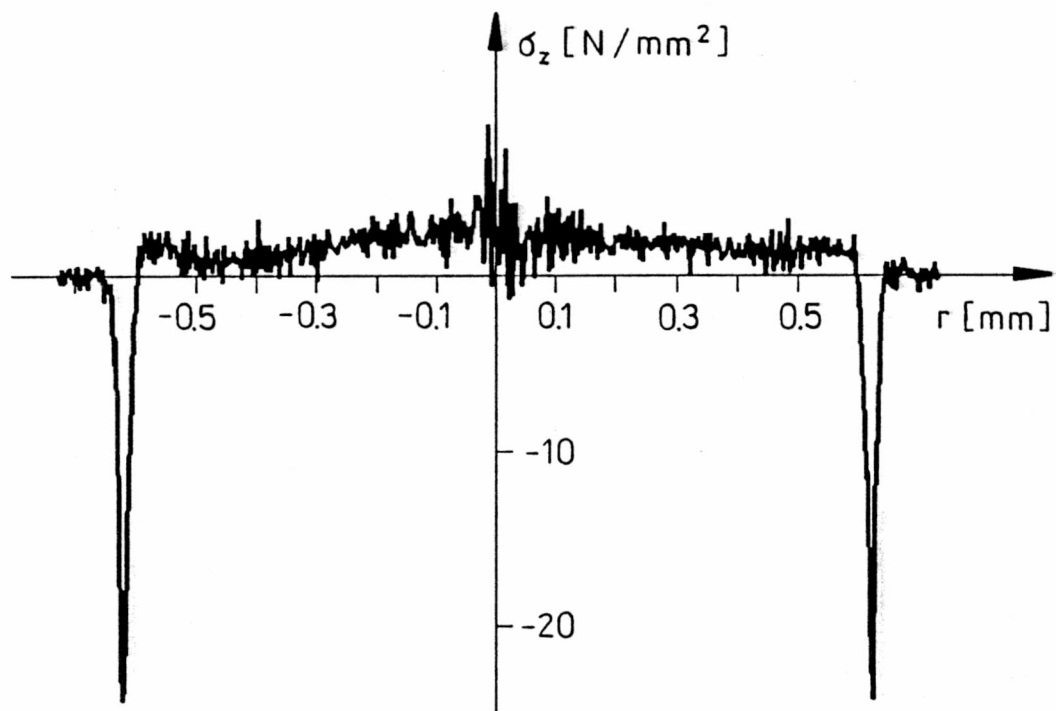
Rys.2.4. Wyniki pomiarów polskiej soczewki gradientowej o parametrach: długość 25 mm, średnica 7 mm, $A=3 \cdot 10^{-4} \text{ mm}^{-2}$
c) rozkład naprężeń radialnych σ_r ;



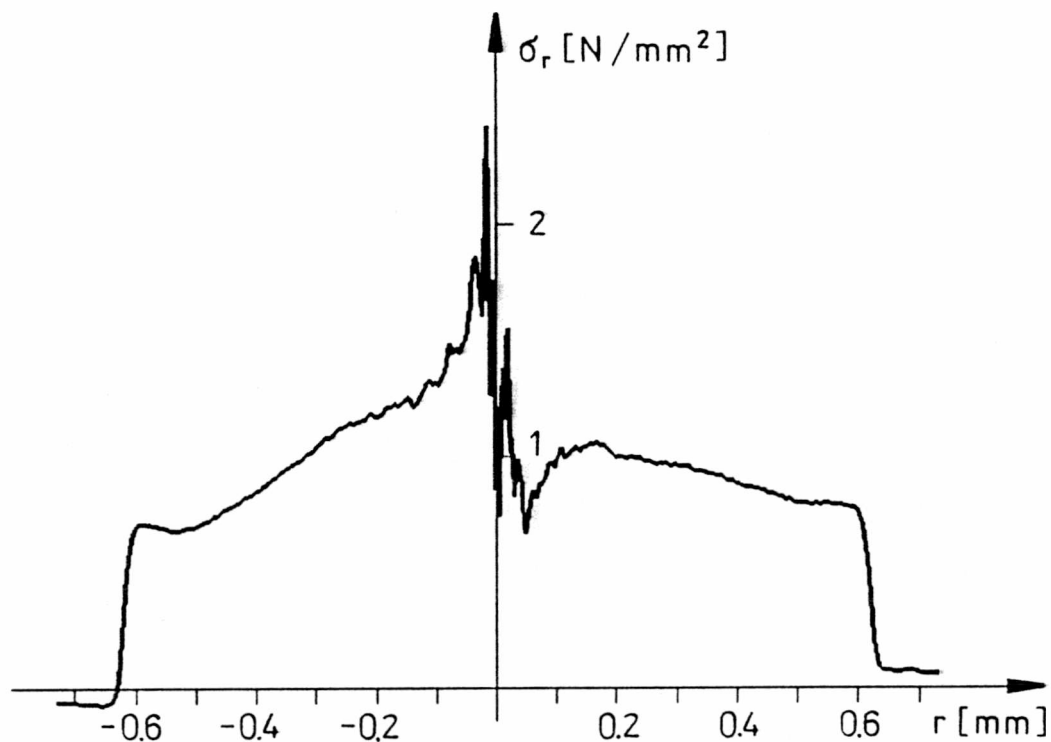
Rys.2.4. Wyniki pomiarów polskiej soczewki gradientowej o parametrach: długość 25 mm, średnica 7 mm, $A=3 \cdot 10^{-4} \text{ mm}^{-2}$
d) różnica współczynników załamania $n_r - n_\theta$.



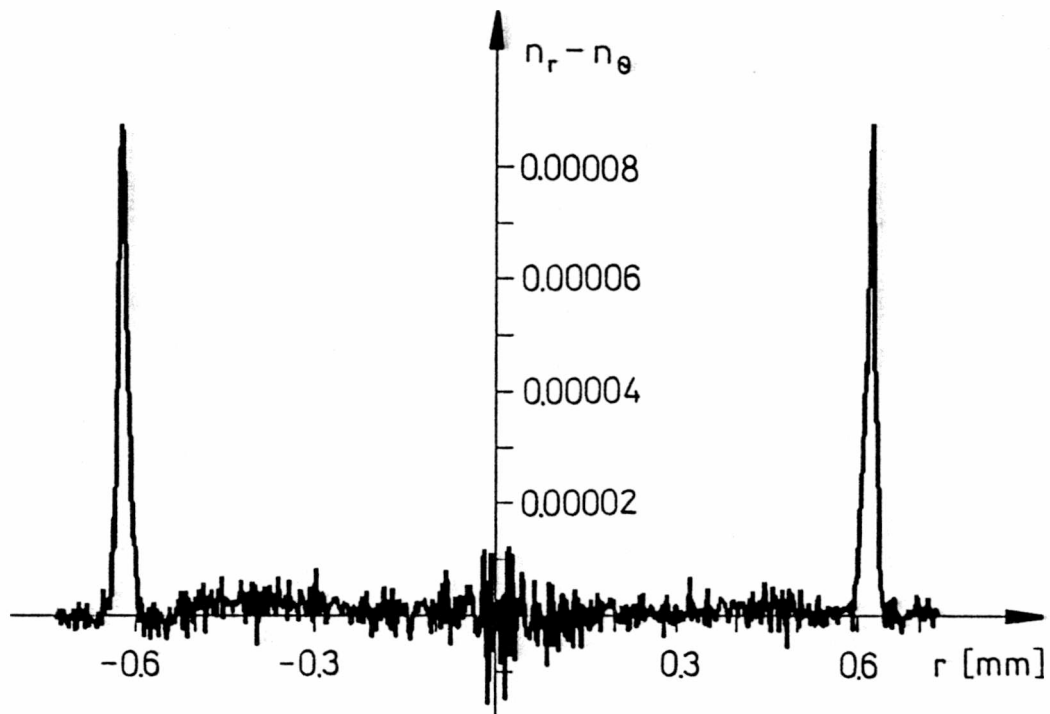
Rys.2.5. Wyniki pomiarów soczewki gradientowej produkcji polskiej firmy GRAMNET o skoku 0.23
a) rozkład współczynnika załamania;



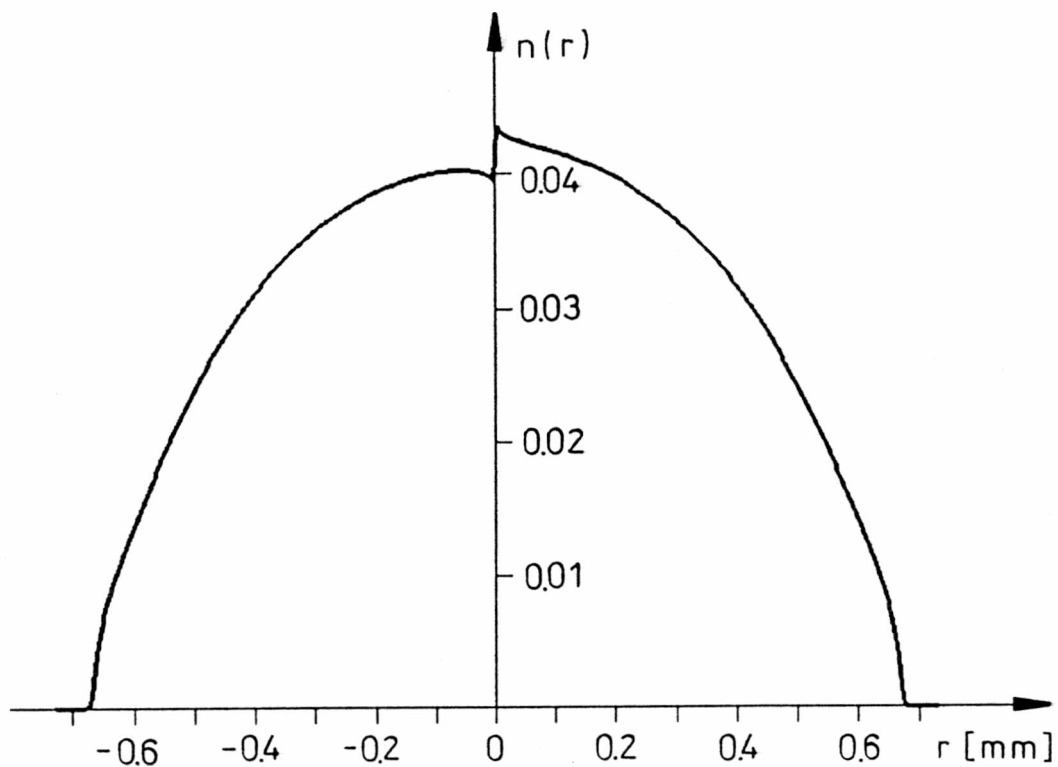
Rys.2.5. Wyniki pomiarów soczewki gradientowej produkcji polskiej firmy GRAMNET o skoku 0.23
b) rozkład naprężeń poosiowych σ_z ;



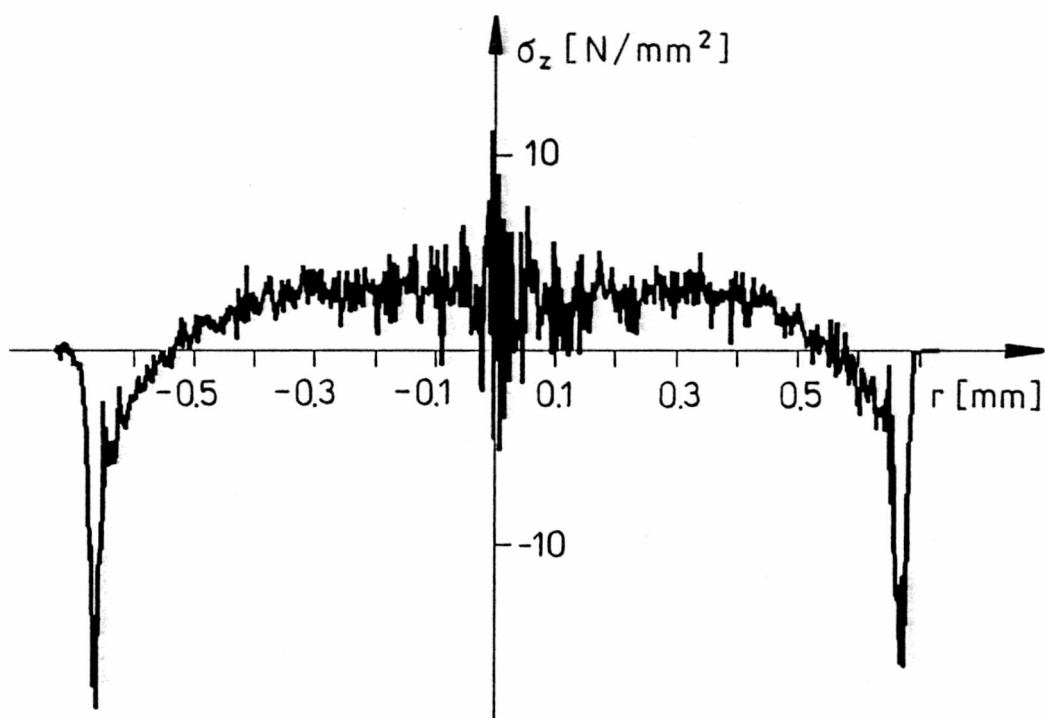
Rys.2.5. Wyniki pomiarów soczewki gradientowej produkcji polskiej firmy GRAMNET o skoku 0.23
c) rozkład naprężeń radialnych σ_r ;



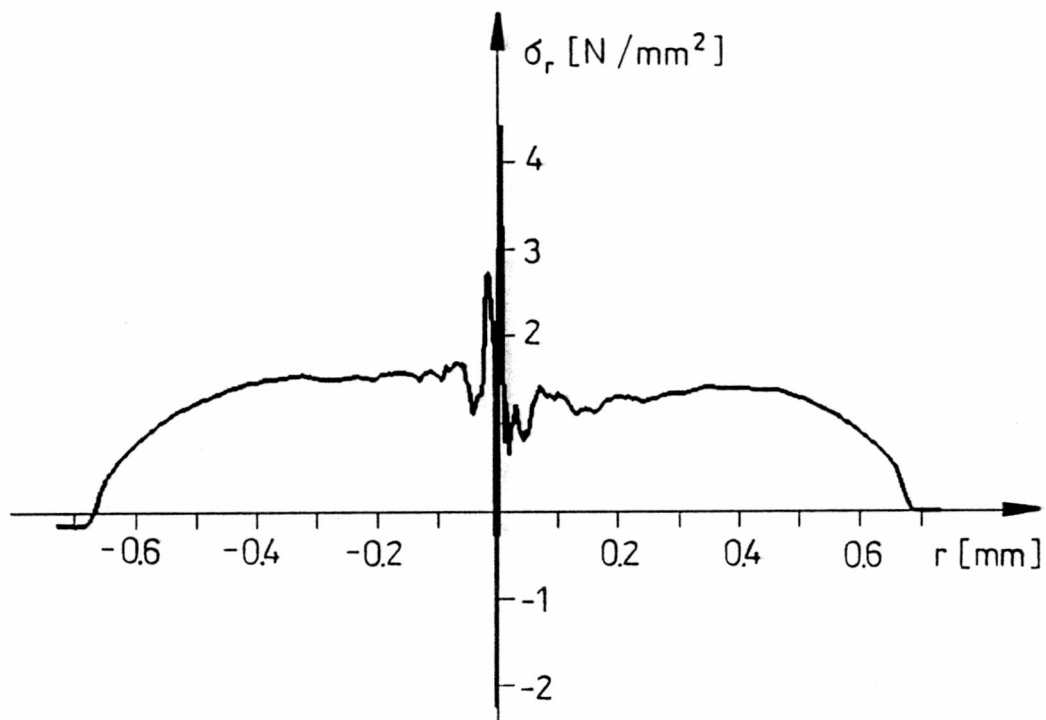
Rys.2.5. Wyniki pomiarów soczewki gradientowej produkcji polskiej firmy GRAMNET o skoku 0.23
d) różnica współczynników załamania $n_r - n_\theta$.



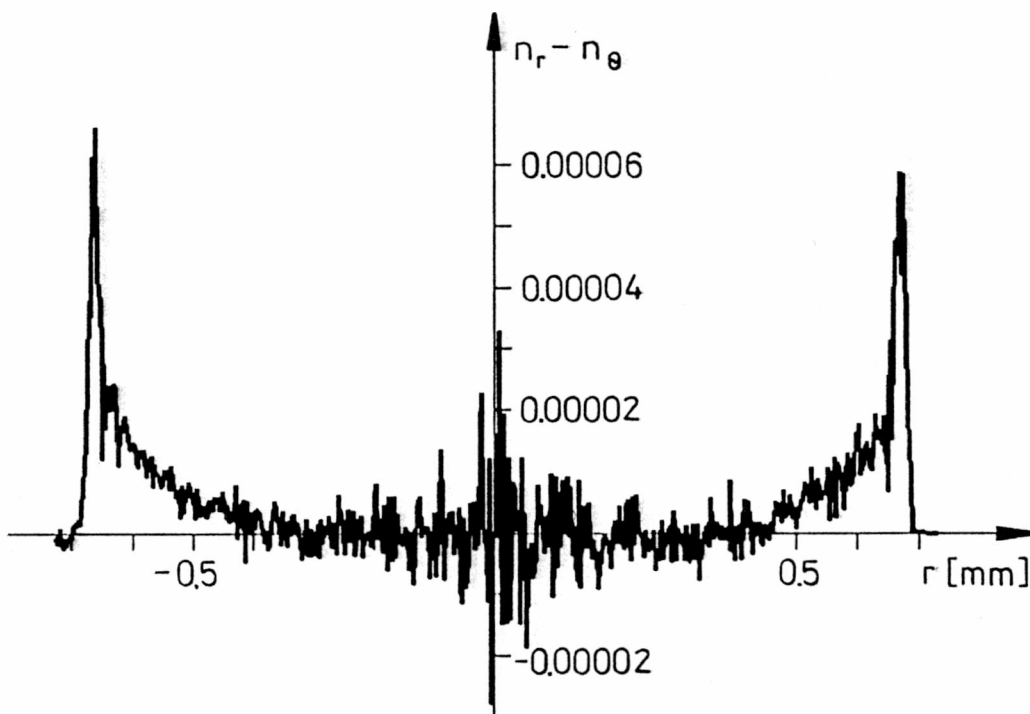
Rys.2.6. Wyniki pomiarów soczewki gradientowej produkcji polskiej firmy GRAMNET o skoku 0.25
a) rozkład współczynnika załamania;



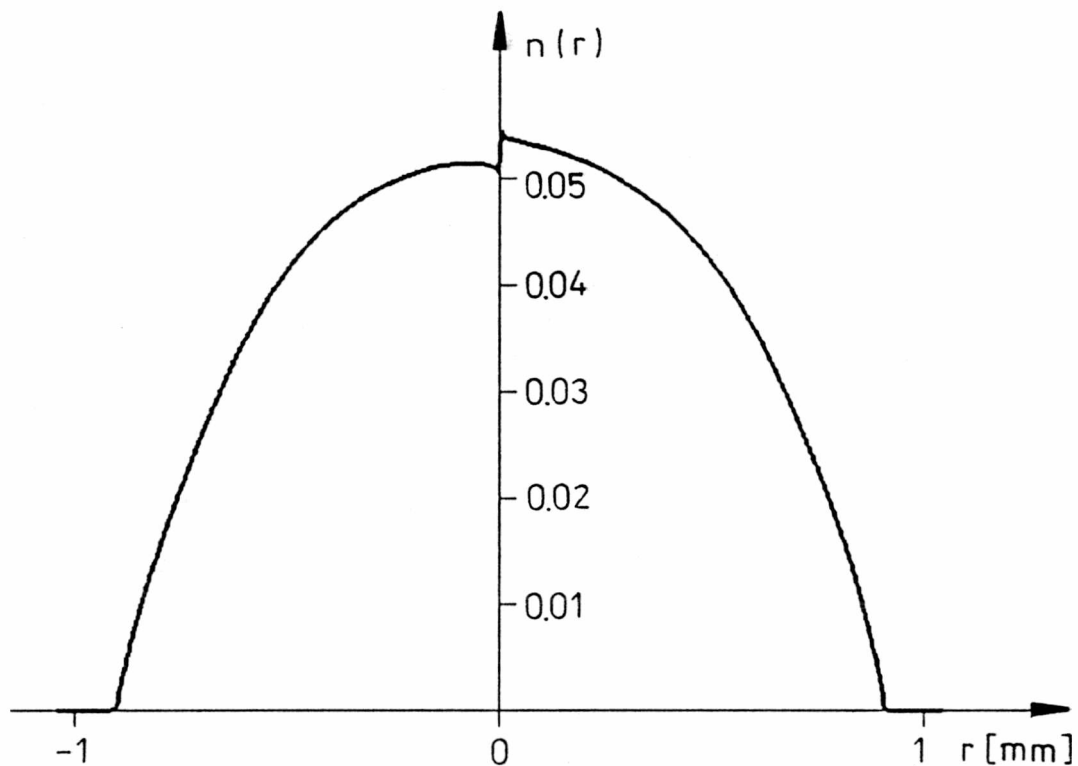
Rys.2.6. Wyniki pomiarów soczewki gradientowej produkcji polskiej firmy GRAMNET o skoku 0.25
b) rozkład naprężeń poosiowych σ_z ;



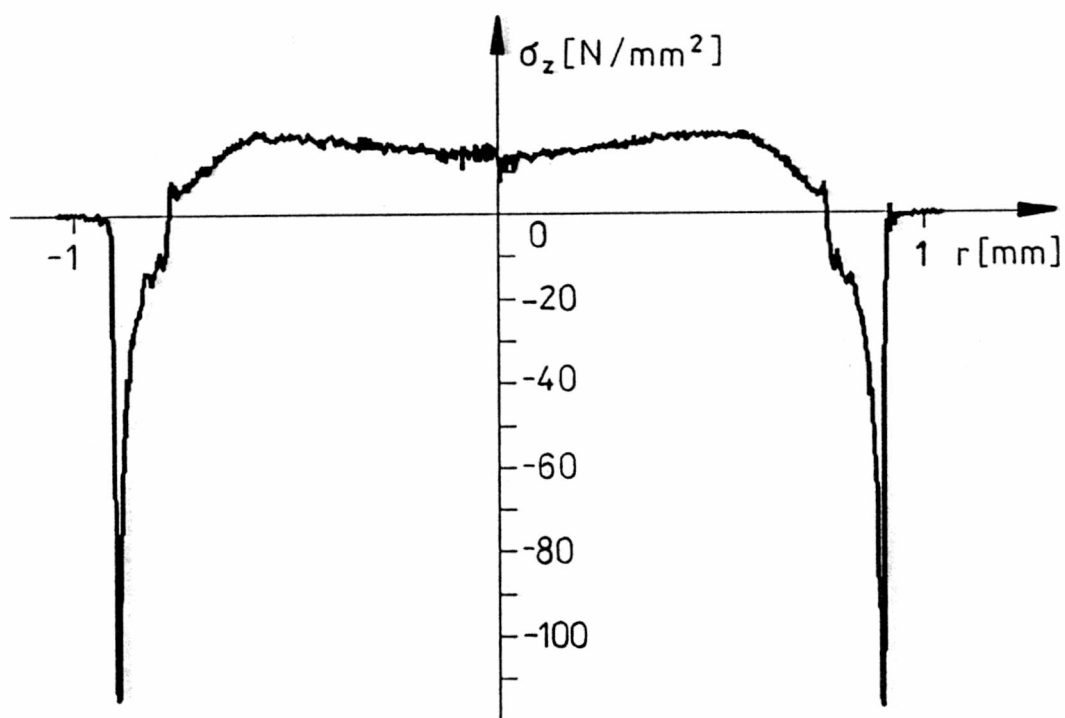
Rys.2.6. Wyniki pomiarów soczewki gradientowej produkcji polskiej firmy GRAMNET o skoku 0.25
c) rozkład naprężeń radialnych σ_r ;



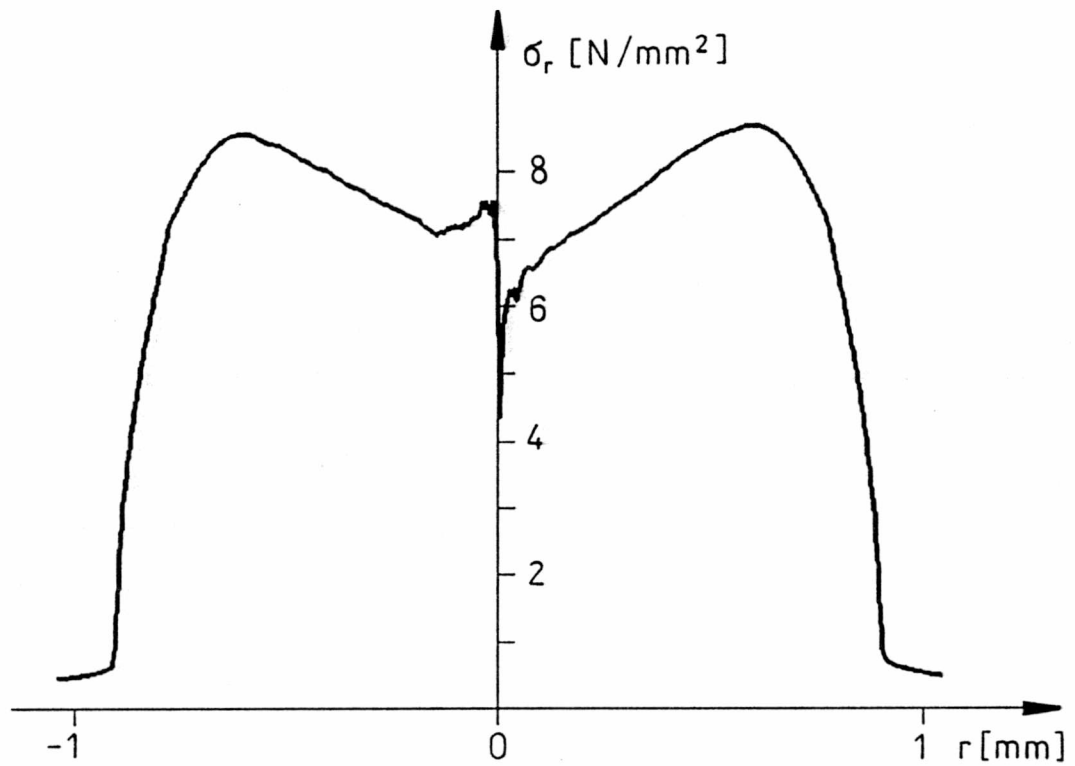
Rys.2.6. Wyniki pomiarów soczewki gradientowej produkcji polskiej firmy GRAMNET o skoku 0.25
d) różnica współczynników załamania $n_r - n_\theta$.



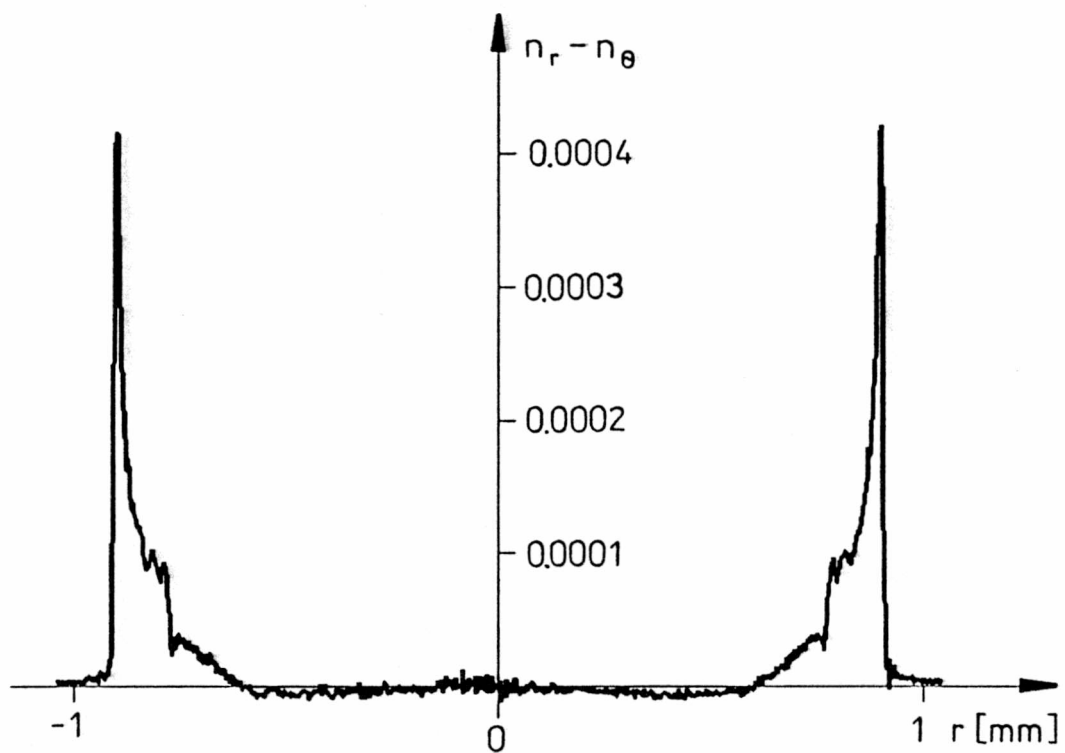
Rys.2.7. Wyniki pomiarów soczewki gradientowej 06 LGT 114
 produkcji firmy Melles-Griot
 a) rozkład współczynnika załamania;



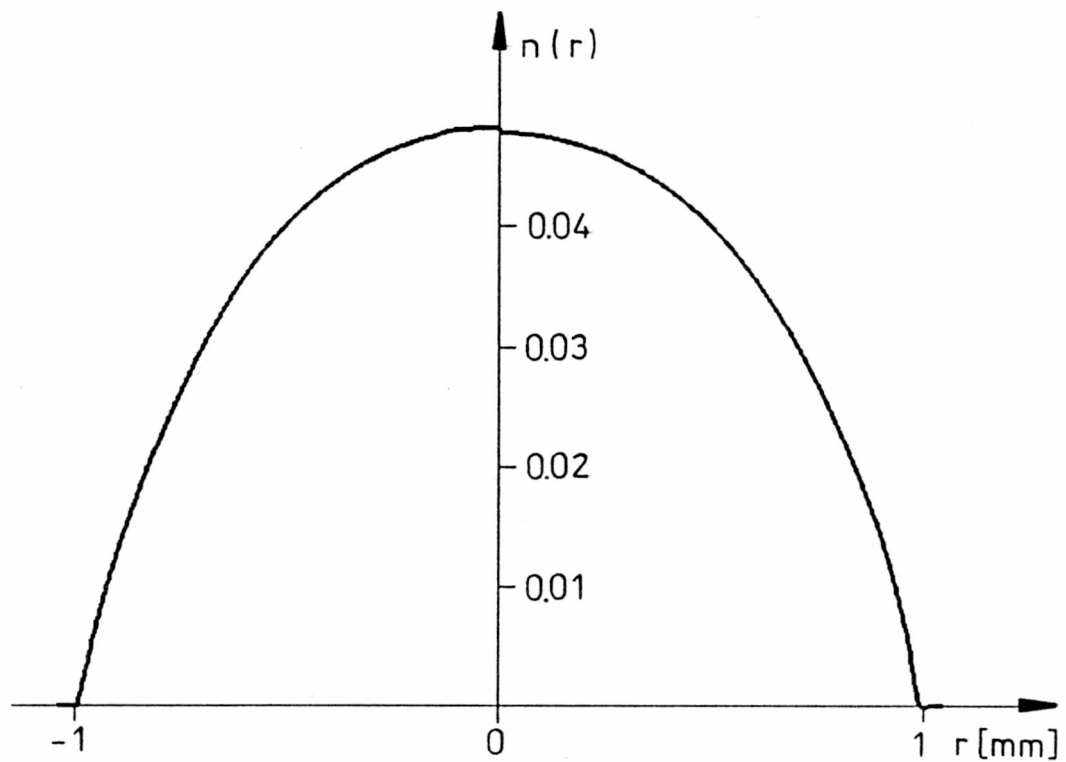
Rys.2.7. Wyniki pomiarów soczewki gradientowej 06 LGT 114
 produkcji firmy Melles-Griot
 b) rozkład naprężeń poosiowych σ_z ;



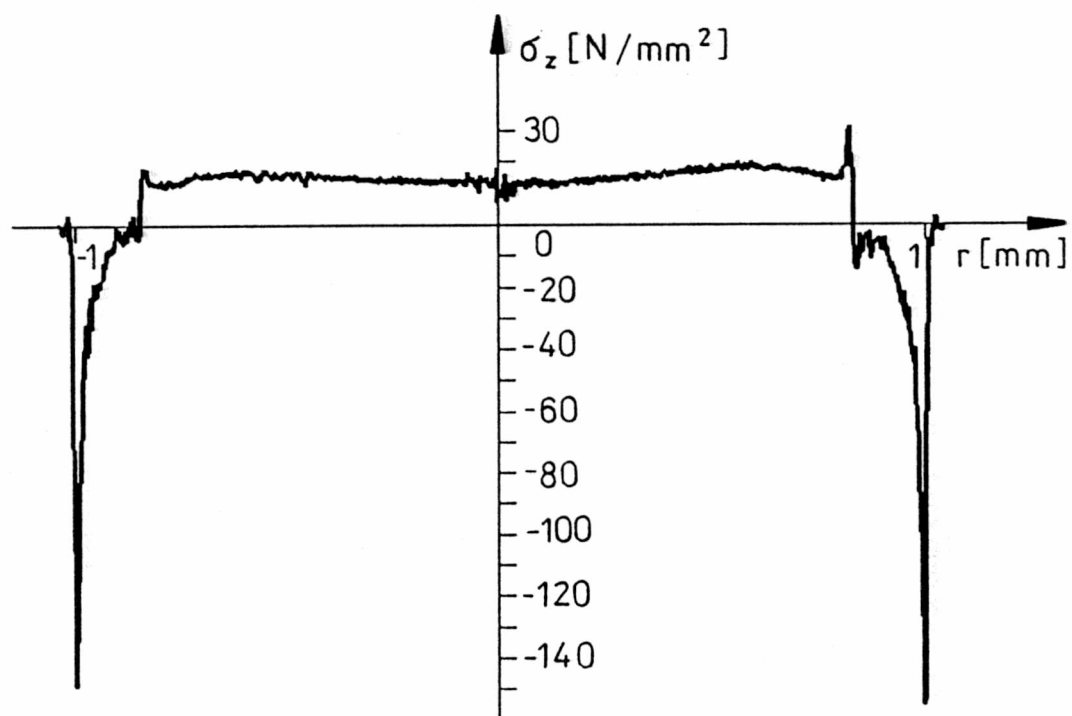
Rys.2.7. Wyniki pomiarów soczewki gradientowej 06 LGT 114
 produkcji firmy Melles-Griot
 c) rozkład naprężeń radialnych σ_r ;



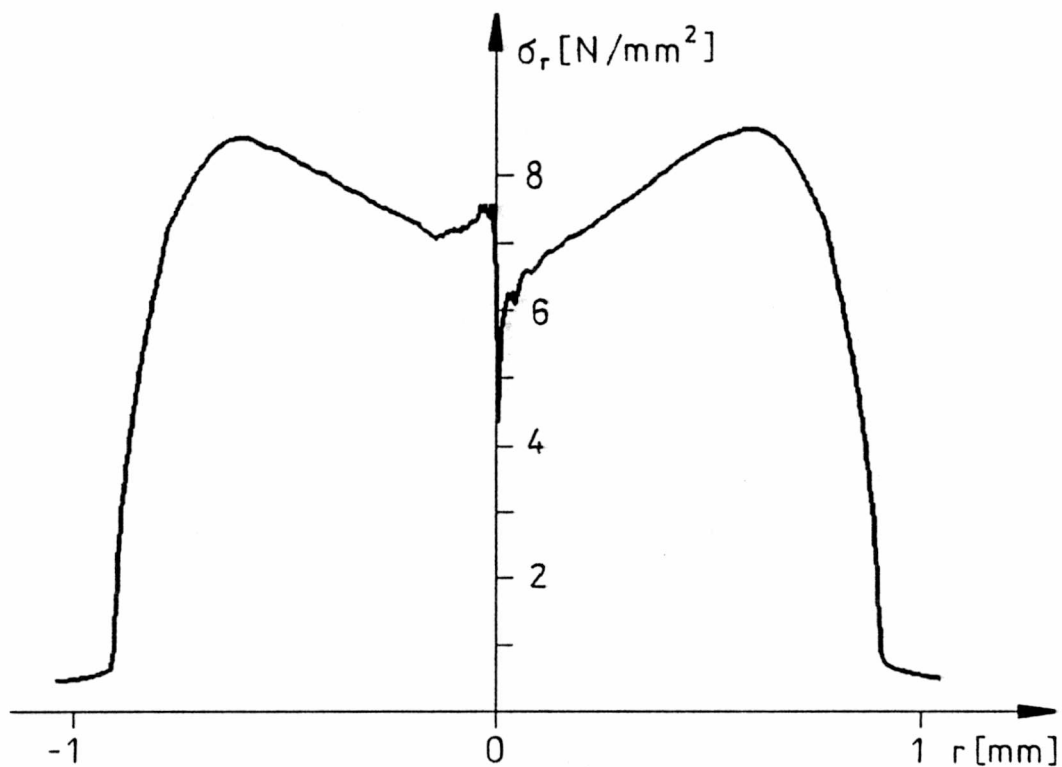
Rys.2.7. Wyniki pomiarów soczewki gradientowej 06 LGT 114
 produkcji firmy Melles-Griot
 d) różnica współczynników załamania $n_r - n_\theta$.



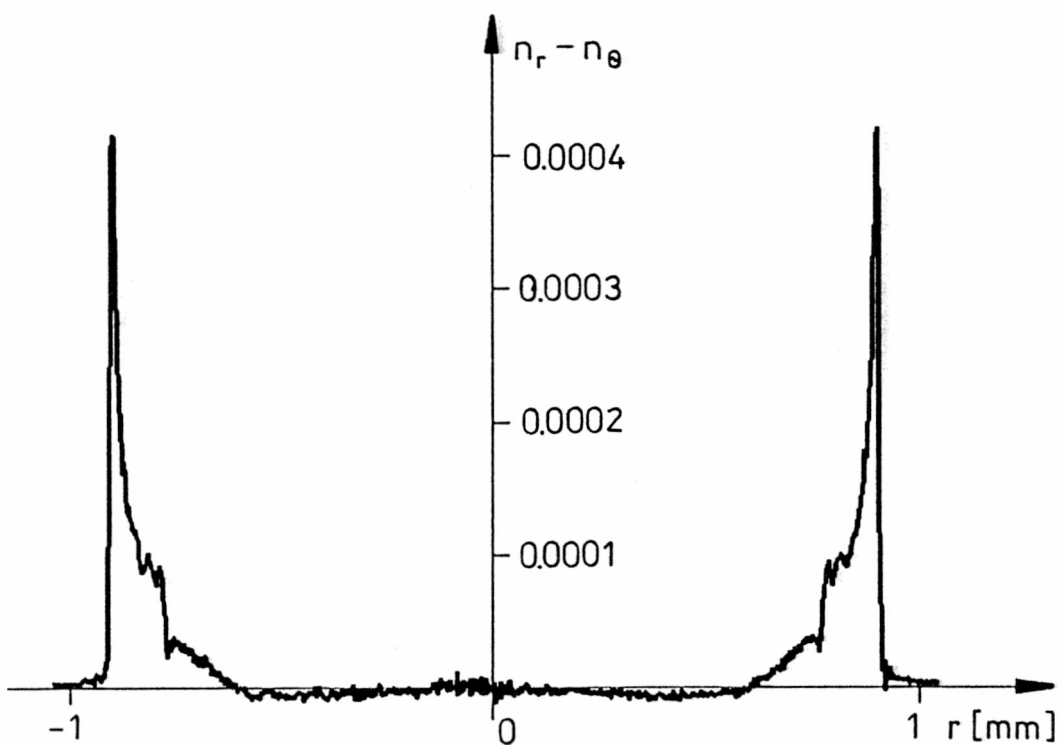
Rys.2.8. Wyniki pomiarów soczewki gradientowej 06 LGS 115
 produkcji firmy Melles-Griot
 a) rozkład współczynnika załamania;



Rys.2.8. Wyniki pomiarów soczewki gradientowej 06 LGS 115
 produkcji firmy Melles-Griot
 b) rozkład naprężeń poosiowych σ_z ;



Rys.2.8. Wyniki pomiarów soczewki gradientowej 06 LGS 115
 produkcji firmy Melles-Griot
 c) rozkład naprężeń radialnych σ_r ;



Rys.2.8. Wyniki pomiarów soczewki gradientowej 06 LGS 115
 produkcji firmy Melles-Griot
 d) różnica współczynników załamania $n_r - n_\theta$.

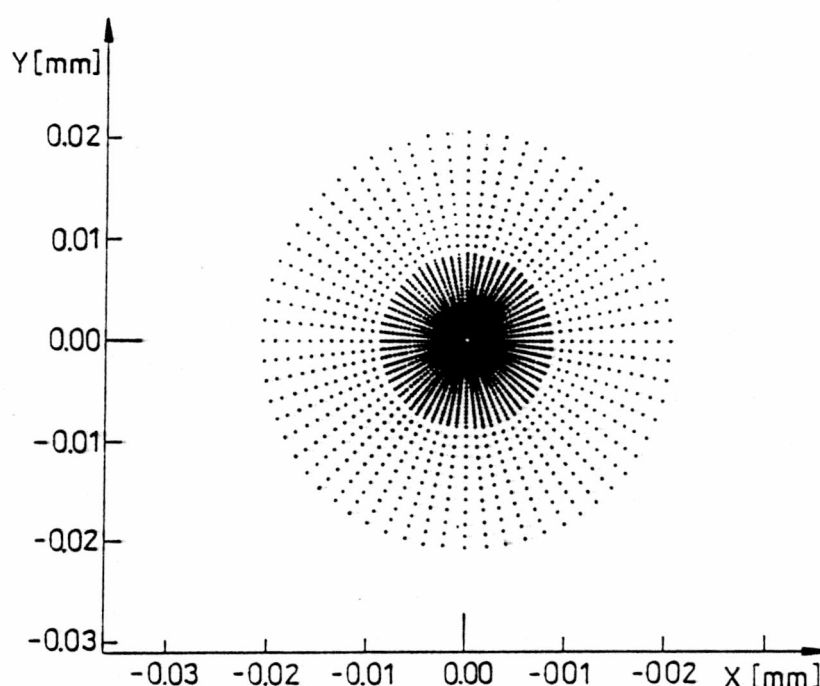
3. DYFRAKCYJNA ANALIZA ODWZOROWANIA PRZEZ SOCZEWKĘ GRADIENTOWĄ

Jak już wspomniano, istnieje obszerna literatura traktująca o teorii odwzorowania przez soczewki gradientowe, nie tylko te z gradientem typu SELFOC®, tj. parabolicznym [3-6]. Opublikowano także ciekawe prace, zawierające wyniki pomiarów aberracji soczewek gradientowych oraz elementy analizy numerycznej, pozwalające np. na oszacowanie wyższych członów w rozwinięciu wyrażenia na współczynnik załamania [36-38]. Szereg wniosków wpływających z tych prac jest naprawdę nietrywialnych (np. fakt istnienia osiowej komy i astygmatyzmu [37]) i zmuszających do ostrożności przy próbach oceny jakości odwzorowania soczewek gradientowych.

Chcąc ocenić wpływ dwójłomności wywołanej resztkowymi naprężeniami na jakość odwzorowania soczewki gradientowej, autor niniejszej pracy musiał zdecydować się na wybór określonej metody analizy. Jedną z takich metod, najprostszą pod względem rachunkowym, jest analiza tzw. spot-diagramów. Polega ona na przepuszczeniu przez interesujący układ optyczny wiązki promieni o określonej geometrii (np. równoległej) i wyznaczeniu punktów przecięcia tej wiązki z płaszczyzną w przestrzeni obrazowej, w której chcemy ocenić jakość tego układu. Pokazany na rys. 3.1 przykład spot-diagramu dla soczewki 06 LGT 114 z katalogu Melles-Griot [7] ilustruje tę metodę, którą można nazwać czysto geometryczną. Korzysta ona bowiem z pojęcia promienia świetlnego, który jest jak wiadomo tylko przybliżeniem opisu fali elektromagnetycznej dla bardzo krótkich fal. Poza tym nie istnieje tu w ogóle pojęcie drogi optycznej, a więc też fazy fali świetlnej, co uniemożliwia obserwowanie (ocenę) efektów dyfrakcyjnych. Z oczywistych względów - brak informacji fazowej - metoda ta nie może być zastosowana do analizy wpływu dwójłomności na jakość odwzorowania.

Najlepszą, najpełniejszą, niejako metodą oceny odwzorowania przez soczewki gradientowe, byłaby na pewno analiza dyfrakcyjna z uwzględnieniem opisu światła jako fali elektromagnetycznej. Ten rodzaj analizy (oczywiście

nie do oceny jakości odwzorowania, ale właściwości transmisyjnych) stosuje się powszechnie w opisie własności światłowodów i światłowodowych elementów stosowanych w telekomunikacji (np. sprzęgaczy). Jest to jednak opis bardzo skomplikowany od strony matematycznej i z tego choćby powodu wiele zjawisk z tej dziedziny nie doczekało się jeszcze dostatecznego opracowania teoretycznego. W przypadku uwzględnienia dwójłomności trzeba by wręcz wrócić do podstaw, czyli równań Maxwella - bo nawet równanie falowe wyprowadzone jest przy upraszczającym założeniu izotropowości ośrodka.



Rys.3.1 Spot-diagram soczewki gradientowej 06 LGT 114, produkcji firmy Melles-Griot, wykonany dla odległości $DW=0,150$ mm od tylnej powierzchni tej soczewki.

3.1 GEOMETRYCZNA TEORIA DYFRAKCJI

Istnieje jednak jeszcze jedna metoda analizy, jaką jest geometryczna teoria dyfrakcji [39,40]. Teoria ta bazuje na spostrzeżeniu, że w rzeczywistości z dyfrakcją, czyli zjawiskiem leżącym poza sferą opisu optyki geometrycznej - mamy do czynienia tylko w wąskich strefach badanego

układu, a poza nimi rozprzestrzenianie się pól optycznych można opisywać językiem optyki geometrycznej, a więc w szczególności używając pojęcia promienia świetlnego.

Geometryczna teoria dyfrakcji, zbudowana jako uogólnienie optyki geometrycznej, korzysta z jej pojęć i praw (np. załamania i odbicia oraz propagacji). Podstawowym takim pojęciem jest sposób przedstawienia fali świetlnej w postaci iloczynu szybkozmiennej funkcji opisującej zmiany fazowe i wolnozmiennej funkcji "odpowiedzialnej" za amplitudę:

$$u = A \cdot \exp(i \cdot k \cdot W) , \quad (3.1)$$

gdzie k jest liczbą falową, $A=A(r)$ jest amplitudą zespoloną, (funkcją wolno zmienną). a $W=W(r)$ jest ejkonałem [1], tzn. funkcją określającą fazową strukturę pola (mającą sens drogi optycznej; zwyczajowo oznacza się ją literą "S", ale ze względu na przyjęty wcześniej symbol "W" dla oznaczenia różnicy dróg optycznych, autor zdecydował się używać takiej konwencji oznaczeń). Trajektorię prostopadłą do geometrycznych frontów falowych, opisanych ejkonałem W , nazywamy właśnie promieniem świetlnym. Promień świetlny reprezentuje więc lokalnie powierzchnię falową, prostopadłą do niego; jego propagacja, zgodna z założeniami optyki geometrycznej, pozwala na pełną analizę tak energetyczną (amplituda A) jak i fazową (ejkonał - droga optyczna W) zjawisk związanych z propagacją fali świetlnej przez badany układ optyczny - z wyjątkiem efektów dyfrakcyjnych związanych np. z istnieniem przesłon. Lukę tę wypełnia geometryczna teoria dyfrakcji, dająca stosunkowo prosty, ale zadziwiająco zgodny z "pełną", falową analizą dyfrakcyjną opis tych zjawisk (i to zgodny nawet przy niezbyt dokładnym wypełnieniu zasady przybliżenia "nieskończenie krótkich fal", w której zakłada się np. że rozmiary obiektu powodującego dyfrakcję są bardzo duże w porównaniu z długością fali świetlnej).

Opisem fal dyfrakcyjnych w tych "strefach przejściowych", gdzie nie można stosować optyki geometrycznej, zajmuje się właśnie geometryczna teoria dyfrakcji, stworzona przez Kellera [39]. Prostota i atrakcyjność

tego rodzaju opisu polega na fakcie, że pola optyczne w "strefach przejściowych" (istnieją ich dwa zasadnicze rodzaje: strefy w bezpośredniej bliskości powierzchni elementów układu optycznego - a więc np. różnego rodzaju przesłony i powierzchnie łamiące czy odbijające, oraz strefy w swobodnej przestrzeni w pobliżu takich miejsc jak np. brzeg kaustyki) mają charakter lokalny oraz mogą być wyznaczone jako "złożenie" prostych rozwiązań dla szczególnych, modelowych przypadków. Rozwiązanie zagadnienia w geometrycznej teorii dyfrakcji składa się z dwóch etapów: "zbudowania" systemu promieni, odpowiadającego zarówno polu geometrycznemu jak i dyfrakcyjnemu oraz obliczenie amplitud tych pól. Dla części "geometrycznej" rozwiązania (odbicia, załamania) stosuje się formuły Fresnela, natomiast dla fal dyfrakcyjnych (np. tzw. fale krawędziowe na szczelinach), jako nowego pojęcia geometrycznej teorii dyfrakcji, stosuje się specyficzne prawa tej teorii. Jednym z tych praw jest np. wersja zasady Huyghensa: każdy promień pola dyfrakcyjnego jest źródłem nieskończonej ilości promieni dyfrakcyjnych; innym np. zasada, że amplituda tego "wzbudzonego" promienia dyfrakcyjnego jest proporcjonalna do amplitudy "wzbudzającego" go promienia pierwotnego.

Algorytm rozwiązywania zadań dyfrakcyjnych metodami geometrycznej teorii dyfrakcji oparty jest na trzech zasadach [40]:

1) rozwiązania szuka się w postaci sumy pól (reprezentowanych przez promienie świetlne) typu:

$$u = \sum_n u_n = \sum_n A_n \cdot \exp(i \cdot k \cdot W_n) ; \quad (3.2)$$

2) wszystkie składowe tego pola (z wyjątkiem oczywiście zadanego pola wejściowego) określa się bądź wg reguł optyki geometrycznej (propagacja w wolnej przestrzeni - wolnej od ograniczeń dyfrakcyjnych) bądź wg praw geometrycznej teorii dyfrakcji;

3) współczynniki dyfrakcyjne (wielkości wiążące fale "pierwotne" i dyfrakcyjne) określa się na podstawie szczegółowej analizy prostszych, "modelowych" przypadków.

Warto podkreślić, że również takie specyficzne obszary jak okolice kaustyki nie stanowią przeszkody dla analizy przez geometryczną teorię dyfrakcji; jedynie aparat matematyczny jest bardziej skomplikowany, wymagający asymptotycznych rozłożeń wg wzoru (3.2).

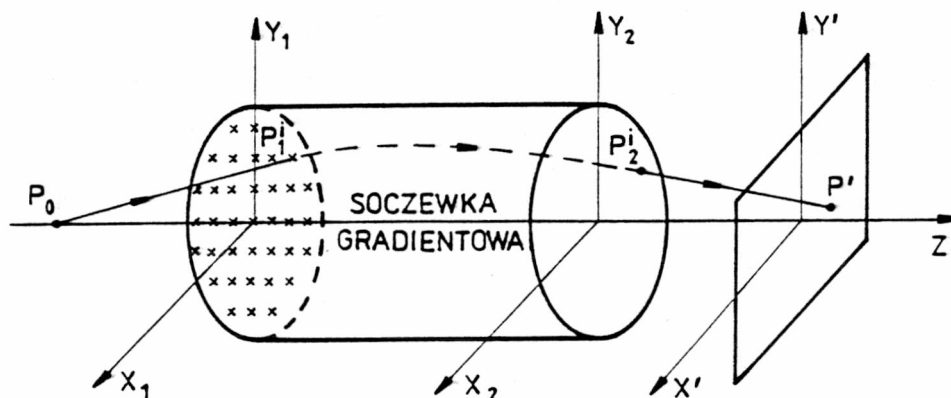
3.2 NUMERYCZNA ANALIZA DYFRAKCYJNA ODWZOROWANIA PRZEZ SOCZEWKĘ GRADIENTOWĄ

Aby dokonać dyfrakcyjnej oceny odwzorowania przez soczewkę gradientową autor zdecydował się w niniejszej pracy posłużyć metodą, będącą pewnym uproszczeniem algorytmów stosowanych w geometrycznej teorii dyfrakcji, a stosowaną z dobrym skutkiem w analizie dyfrakcyjnej hologramów i soczewek holograficznych [41,42]. Pewne specyficzne własności soczewek gradientowych spowodowały jednak, że zastosowanie tej metody w odniesieniu do nich napotyka trudności natury nie tylko rachunkowej, ale i metodologicznej [43]. Trudności te autor napotkał jeszcze przed uwzględnieniem dwójłomności, a sposób uporania się z nimi, w postaci opracowanej przez siebie nowej metody wyznaczania rozkładu natężenia światła w przestrzeni obrazowej soczewki gradientowej w oparciu o geometryczną teorię dyfrakcji, opisał szczegółowo w pracy [44]. Ze względu jednak na wagę problemu, opis ten zostanie przytoczony w nieznacznie tylko skróconej formie w niniejszym rozdziale.

Żeby obliczyć natężenie w dowolnie wybranym punkcie P' przestrzeni obrazowej (a więc np. w szczególności znaleźć położenie ogniska), należy z punktu P_0 (źródło światła) "wysłać" pęk promieni przez układ optyczny (tu: soczewkę gradientową) tak, aby osiągnęły one punkt P' - licząc równocześnie drogę optyczną każdego promienia (rys.3.2). Załóżmy, że każdy promień niesie jednakową ilość energii, wyrażoną amplitudową częścią wzoru (3.1); wtedy poszczególne składowe promienie związane są z elementarnymi falami opisanymi wzorem:

$$u_n = A_n \cdot \exp(i \cdot k \cdot W_n) , \quad A_n = \frac{1}{N^2} , \quad (3.3)$$

gdzie indeks "n" oznacza "n"-ty promień spośród całkowitej ilości N promieni, A_n jest amplitudą pojedynczej składowej (dla uproszczenia przyjęto całkowitą amplitudę na wejściu równą 1) a W_n oznacza drogę optyczną jaką przebył "n"-ty promień od punktu P_0 do P' .



Rys.3.2 Geometria biegu promienia świetlnego przez soczewkę gradientową.

Po przejściu przez soczewkę gradientową i interferencji poszczególnych składowych ze sobą (zakładamy koherencję padającego światła), otrzymamy następujący wzór na natężenie I w punkcie P' :

$$I(P') = u \cdot u^* = \left[\sum_n^N A_n \cdot \exp(i \cdot k \cdot W_n) \right] \cdot \left[\sum_n^N A_n \cdot \exp(-i \cdot k \cdot W_n) \right] \quad (3.4)$$

(znak * oznacza sprzężenie), co po wyrażeniu funkcji $\exp(a)$ jako $\cos(a) + i \cdot \sin(a)$ i uwzględnieniu wartości A_n (formuła (3.3)) daje ostatecznie [43]:

$$I(P') = \frac{1}{N^2} \cdot \left[\left[\sum_n^N \sin \phi_n \right]^2 + \left[\sum_n^N \cos \phi_n \right]^2 \right], \quad (3.5)$$

gdzie:

$$\phi_n = W_n \cdot k = W_n \cdot \frac{2 \cdot \pi}{\lambda} \quad (3.6)$$

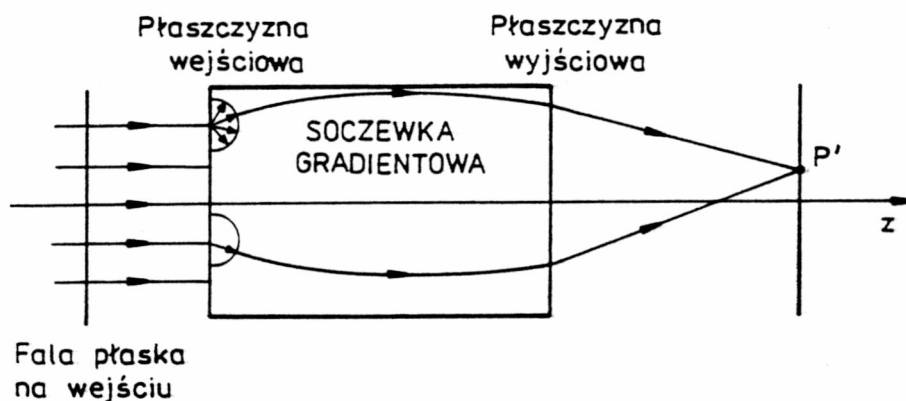
jest fazą fali, a λ jest długością fali świetlnej. Równanie to jest w praktyce uproszczoną wersją całki dyfrakcyjnej [1], w której pominięto kosinusy kierunkowe i założono, że amplitudy A_n nie zmieniają się w trakcie propagacji.

W celu osiągnięcia zadowalających wyników liczbowych należy uwzględnić w obliczeniach odpowiednio dużą liczbę promieni (duże N we wzorze (3.5)). Pewnym problemem jest również ustalenie najwłaściwszego podziału wejściowego frontu falowego na poszczególne składowe tzn. znalezienie najlepszego kształtu "siatki" promieni (rys.3.2). Wpływa on istotnie na wynik obliczeń. Przy obliczaniu natężenia na osi układu dla równoległej wiązki promieni, ze względu na symetrię kołową zagadnienia, podział siatką "kwadratową" nie jest najfortunniejszy; tym niemniej, chcąc uniknąć kłopotów z każdorazowym wyznaczaniem geometrii "siatki" dla każdego punktu P' , w którym liczone jest natężenie, autor niniejszej pracy zdecydował się na taki właśnie podział. Wpływ tej geometrii maleje rzecz jasna wraz ze wzrostem ilości branych pod uwagę promieni (liczba N).

Chcąc zastosować wzór (3.5) trzeba znaleźć rozkład dróg optycznych W_n , czyli wartość tej drogi dla każdej składowej fali (3.3) (tzn. dla każdego promienia świetlnego reprezentującego tę składową). Narzuca się tu znana z klasycznych układów o relatywnie małej aperturze (dużej ogniskowej) metoda: pojedyncze (czasochłonne) przejście wiązki promieni przez ośrodek gradientowy (soczewkę), określenie rozkładu frontu falowego na wyjściu (tj. na tylnej powierzchni soczewki) i sumowanie wg formuły (3.5) po tej powierzchni [43]. Tym niemniej, zastosowanie tego schematu w przypadku powszechnie używanych soczewek gradientowych może nie zawsze być właściwe. Ze względu na stosunkowo małą odległość ogniskową typowych soczewek gradientowych (rzędu ułamków milimetra; np. dla badanej 06 LGT 114 wynosi ona 150 mikrometrów), obszar w pobliżu wyjściowej powierzchni soczewki jest "niebezpieczny" dla stosowania formuł dyfrakcyjnych: kaustyka promieni przecina tę powierzchnię. W istocie, ze względu na przecinanie się promieni świetlnych na tylnej powierzchni soczewki, front falowy jest wyznaczony niejednoznacznie. Wszystko to sprowadza się do faktu, że trzeba zachować dużą "ostrożność" przeprowadzając analizę dyfrakcyjną takiego przypadku. Geometryczna teoria dyfrakcji radzi sobie tutaj wyrafinowanymi metodami analitycznymi. Autor niniejszej pracy rozwiązał powyższy problem w dużo

prostszy metodologicznie, choć nieco bardziej skomplikowany numerycznie, sposób [44].

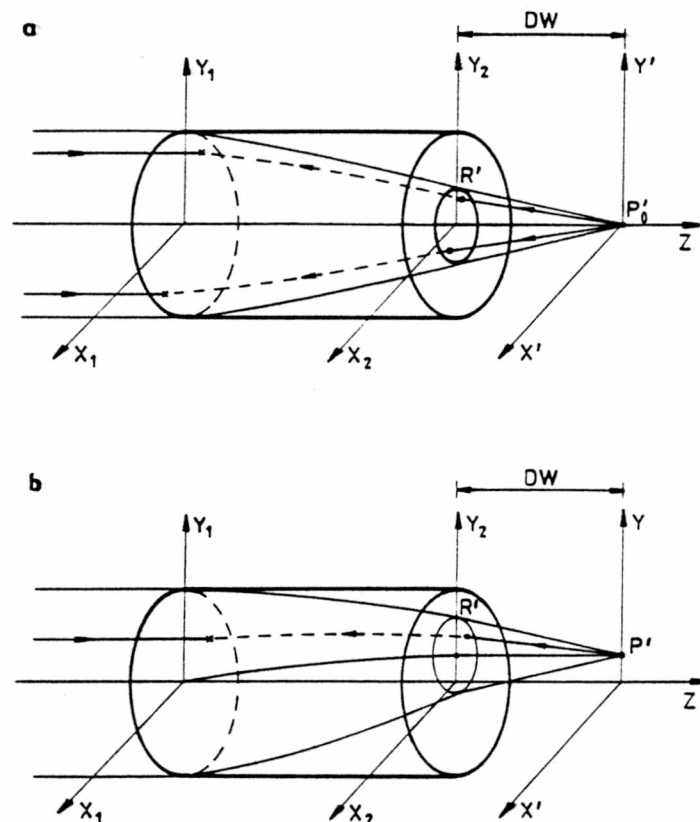
Założmy, że płaska fala oświetlająca, prostopadła do osi optycznej, pada na soczewkę gradientową. Powierzchnia wejściowa soczewki stanowi ograniczenie dyfrakcyjne, więc zgodnie z zasadami dyfrakcji każdy punkt tej powierzchni staje się źródłem fali kulistej. Aby otrzymać rozkład natężenia w dowolnej płaszczyźnie za soczewką, te fale (reprezentowane przez prostopadłe do ich powierzchni promienie świetlne) muszą przejść przez soczewkę, załamać się na wyjściowej powierzchni i po propagacji w przestrzeni poza soczewką zinterferować w punkcie P' (rys.3.3).



Rys.3.3 Dyfrakcja płaskiej fali oświetlającej w płaszczyźnie wejściowej soczewki gradientowej.

Posługując się opisem promieniowym: dla każdego promienia padającego na płaszczyznę wejściową soczewki należy wybrać taką jego składową dyfrakcyjną (tj. taki promień "fali dyfrakcyjnej" - por. rozdz. 3.1), która po przejściu przez soczewkę i załamaniu na tylnej powierzchni trafi dokładnie w punkt P' , w którym liczymy natężenie I . Aby otrzymać rozkład natężenia np. w całej płaszczyźnie prostopadłej do osi optycznej (plamka dyfrakcyjna), ta czasochłonna i dość skomplikowana numerycznie procedura musi być powtórzona wiele razy. W celu uniknięcia żmudnej, iteracyjnej procedury wyszukiwania odpowiednich kosinusów kierunkowych każdego promienia reprezentującego wyżej wspomniane składowe dyfrakcyjne, autor

niniejszej pracy zaproponował metodę obliczeń, bazującą na odwrotnym biegu promieni [44]. W metodzie tej wiązka promieni z punktu P' musi przejść przez wnętrze koła o promieniu R' na tylnej powierzchni soczewki, środek którego ma te same współrzędne x i y co punkt P' (rys 3.4a; ze względu na symetrię układu można wybrać np. oś Y' przechodzącą przez punkt P'). Dla soczewki o stosunkowo małych aberracjach ta wiązka promieni, po przejściu przez obszar gradientowy, "pokrywa" całą jej powierzchnię wejściową podczas gdy kształt "siatki" podziału odwzorowuje się z wystarczającą dokładnością. Znalezione podczas tego przejścia wartości W_n (drogi optycznej), po wstawieniu do wzoru (3.5), dadzą w efekcie szukaną wartość natężenia I . Jedyną trudnością (numeryczną) jest znalezienie charakterystycznego promienia R' , którego wartość zależy tylko od odległości DW od od punktu P' do tylnej powierzchni soczewki, będąc niezależną od odległości punktu P' od osi optycznej (rys. 3.4b).



Rys.3.4 Ilustracja metody odwrotnego biegu promieni świetlnych
a) punkt obliczeń leży na osi optycznej;
b) punkt obliczeń leży poza osią optyczną.

Tak określona metoda znajdowania odpowiednich wartości W_n jest dokładna, aczkolwiek ciągle czasochłonna. Jej modyfikacja, opracowana przy użyciu formalizmu żrenicowego, nieco mniej dokładna ale dużo szybsza, została opisana przez autora również w pracy [44]. W niniejszej pracy stosowana jest do obliczeń metoda dokładniejsza, opisana powyżej - a to ze względu na fakt dalszej analizy zjawisk związanych z obecnością naprężeń, dla których wszelkie obliczenia muszą być przeprowadzane z dużą dokładnością.

3.3 PRZYKŁADOWE WYNIKI OBLICZEŃ

Korzystając z opisanej metody przeprowadzone zostały obliczenia rozkładu natężenia światła wzdłuż osi optycznej (rys.3.5) oraz w płaszczyźnie odległej o 0,129 mm od tylnej powierzchni soczewki (rys.3.6), gdzie natężenie na osi osiąga maksimum. Obliczeń dokonano na przykładzie soczewki 06 LGT 114 produkcji firmy Melles-Griot o następujących danych [7]:

- współczynnik załamania na osi $n_{00} = 1,608$;
- stała A (podawany zazwyczaj jest jej pierwiastek kwadratowy, równy wielkości g - por. wzory (1.3)-(1.7)): $\sqrt{A} = 0,339$;
- średnica $\Phi = 1,8$ mm;
- długość $L = 4,3$ mm (0,23 skoku);
- apertura numeryczna $NA = 0,46$;

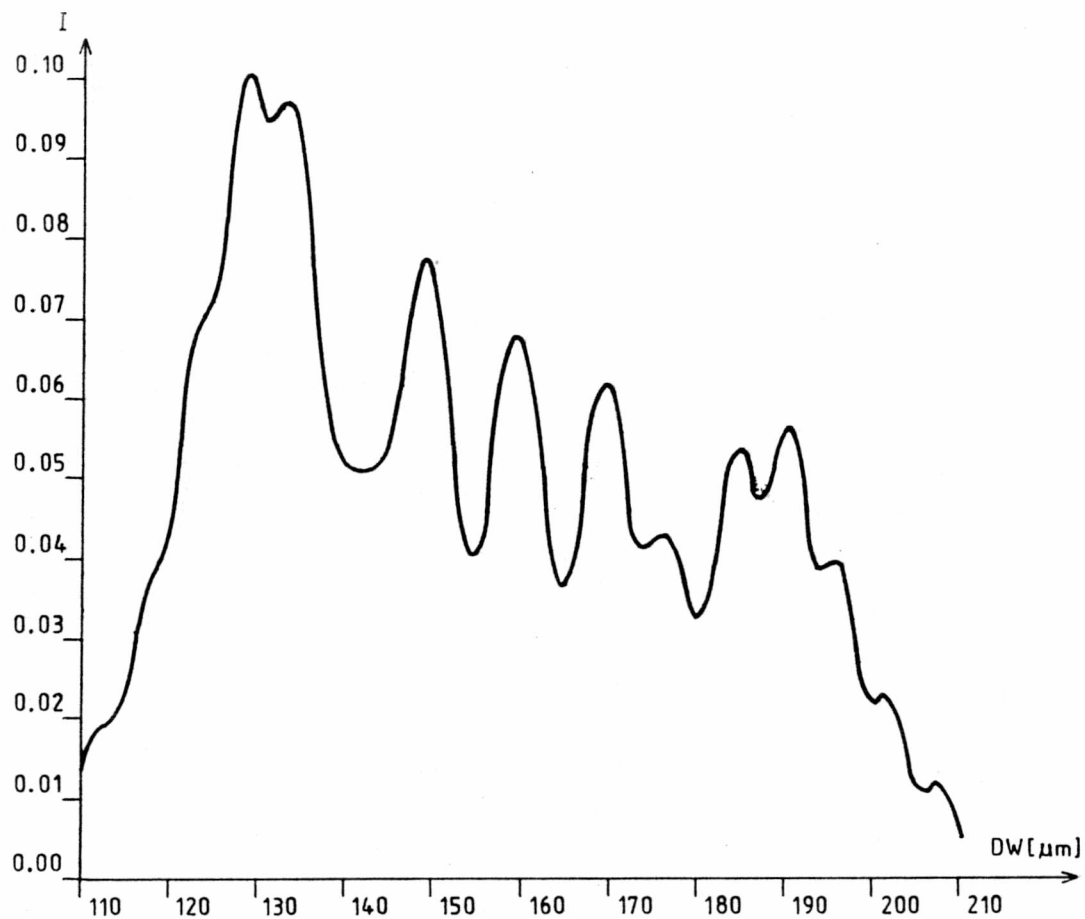
oraz katalogowa zbiegowa obrazowa $DW = 0,150$ mm.

Wielkość natężenia I odłożona na osi pionowej wykresów ma, mimo wstępnego normowania członem $1/N^2$, wartość raczej względną. W celu wyznaczenia wartości bezwzględnych trzeba by normować ją całką z natężenia w poprzek osi przyrównaną do 1, co jest o tyle kłopotliwe, że wymagałoby liczenia plamki dyfrakcyjnej w poprzek osi dla większych jeszcze wartości y ; poza tym autor niniejszej pracy szacuje, że dokładność wykonanych obliczeń wynosi ok. $\Delta I = 0,05 + 0,1$ co sprawia, że kolejne maksima wyznaczane są z dużym błędem względnym, powodując rozbieżność tej całki. Na wykresie 3.5 widać szybkie oscylacje natężenia spowodowane niestety zbyt

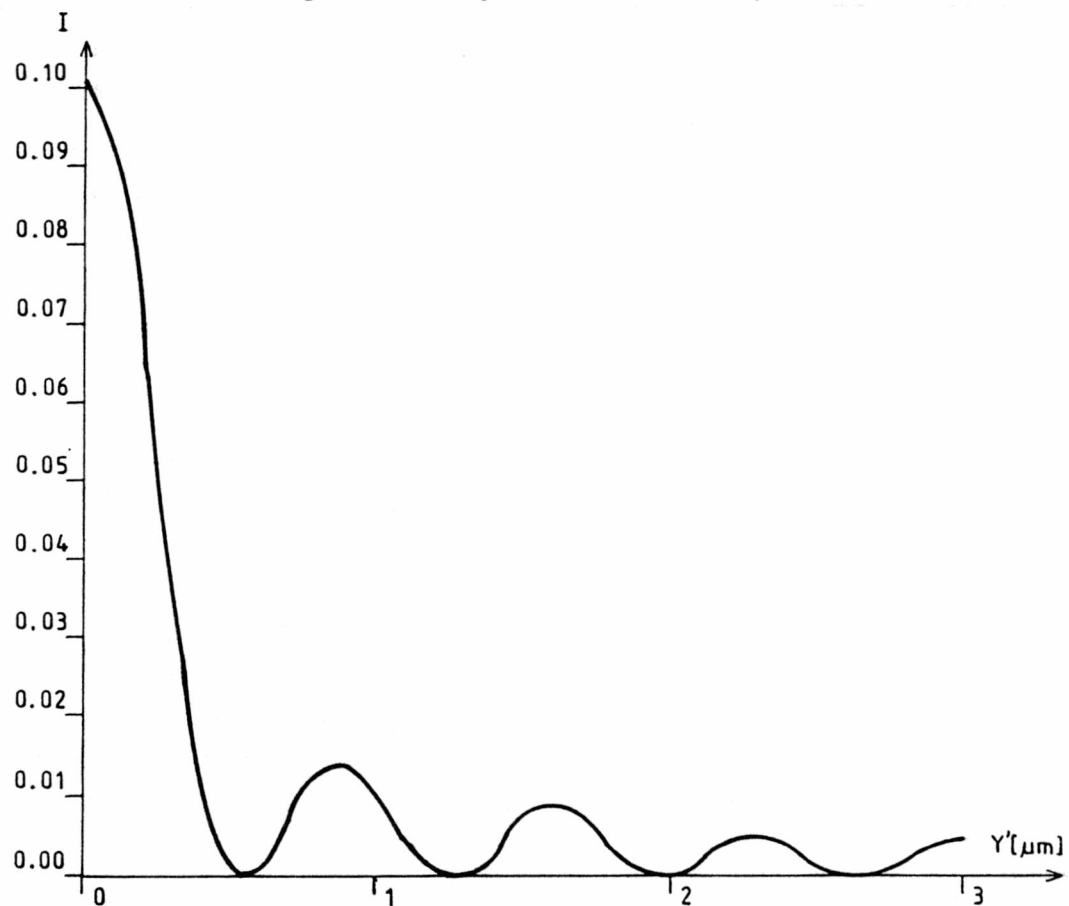
małą ilością wziętych do obliczeń promieni (N ok. 5000), co powoduje uwidacznianie się wpływu wyboru "siatki" na wejściu. Maksymalne natężenie na osi znaleziono dla $DW = 0,129$ mm, co odbiega od podawanej w katalogu [7] wartości 0,150 mm. Źródeł tego błędu może być kilka, a mianowicie:

- niedokładność obliczeń, zły wybór "siatki promieni" na wejściu;
- obserwowane duże rozmycie podłużne ogniska (dużo większe niż poprzeczne), co powoduje niejednoznaczność jego wyznaczenia (taki kształt ogniska wydaje się być charakterystyczną cechą soczewek gradientowych o dużej aperturze i bardzo małej ogniskowej, czyli skoku ok. 0,25);
- różnica między "katalogowym" a rzeczywistym rozkładem współczynnika załamania $n(r)$ (wartość DW podawana w katalogach jest prawdopodobnie wielkością mierzoną, średnią dla całej partii soczewek);
- wpływ dwójłomności wywołanej resztkowymi naprężeniami - co stanowi zasadniczy temat niniejszej pracy i który to wpływ zostanie oszacowany w rozdziale 5.

W części dotyczącej biegu promienia świetlnego przez ośrodek gradientowy oraz obliczania drogi optycznej wzdłuż trajektorii tego promienia autor korzystał ze znanych algorytmów uzupełnionych własnymi w tej mierze doświadczeniami. Ich opisowi, jak również problemowi wpływu dwójłomności na trajektorię promienia, poświęcony został rozdział 4.



Rys.3.5. Rozkład natężenia światła wzdłuż osi optycznej badanej soczewki gradientowej 06 LGT 114 firmy Melles-Griot.



Rys.3.6. Rozkład natężenia światła w płaszczyźnie odległej o $DW=0,129$ mm od tylnej powierzchni soczewki 06 LGT 114.

4. BIEG PROMIENIA ŚWIETLNEGO W SOCZEWCE GRADIENTOWEJ

Ze względu na specyfikę ośrodka gradientowego, w którym promienie świetlne rozchodzą się po torach krzywoliniowych, będących rozwiązaniem równania promienia, najczęściej nie jest możliwe podanie jakichkolwiek ogólnych formuł analitycznych pozwalających na wyznaczenie trajektorii promienia świetlnego w takich ośrodkach - poza przybliżeniami w rodzaju przybliżenia przyosiowego. Z tego też względu konieczne jest stosowanie analizy numerycznej przy np. ocenie odwzorowania przez soczewki gradientowe. Jeśli dodamy do tego fakt istnienia dwójłomności, a więc konieczność uwzględniania przy dokładnej analizie istnienia promienia zwyczajnego i nadzwyczajnego - widzimy, że analiza odwzorowania przez soczewki gradientowe jest dość złożona i czasochłonna. W niniejszym rozdziale autor zdecydował się przedstawić numeryczne "narzędzia" wykorzystywane w pracy przy analizie dyfrakcyjnej odwzorowania przez soczewki gradientowe - czyli formuły wyznaczania trajektorii promienia świetlnego w ośrodku gradientowym.

4.1 BIEG PROMIENIA ŚWIETLNEGO W OŚRODKACH GRADIENTOWYCH.

Konstruktorzy urządzeń optycznych zbudowanych z klasycznych soczewek mają do swej dyspozycji pożyteczne narzędzie jakim są formuły Federa [1]. Pozwalają one na prześledzenie biegu promienia świetlnego przez układ optyczny i wyznaczenie jego współrzędnych w dowolnym punkcie przestrzeni obrazowej, co umożliwia korekcję aberracji projektowanego układu. I jakkolwiek pojęcie promienia świetlnego jest tylko przybliżeniem, wynikającym z założenia, że długość fali świetlnej jest bardzo mała, pozwala ono na stosowanie opisu promieniowego również do analizy dyfrakcyjnej. Idea ta, polegająca na przejściu promieni świetlnych przez układ optyczny z równoczesnym liczeniem drogi optycznej i następnym

sumowaniu tych dróg w interesującym punkcie płaszczyzny obrazowej, opisana została dokładniej w rozdziale 3.2; teraz należałoby powiedzieć parę słów o użytej przez autora metodzie wyznaczania trajektorii promienia świetlnego w ośrodku gradientowym.

Bieg promienia świetlnego w ośrodku o rozkładzie współczynnika załamania $n(\mathbf{r})$ wyznaczyć można rozwiązując równanie promienia świetlnego [1]:

$$\frac{d}{ds} \left[n(\mathbf{r}) \cdot \frac{d\mathbf{r}}{ds} \right] = \text{grad}[n(\mathbf{r})], \quad (4.1)$$

gdzie $\mathbf{r}$ jest wektorem - promieniem wodzącym dowolnego punktu promienia świetlnego a ds oznacza element długości tego promienia.

Rozwiązanie równania (4.1) nie jest w ogólnym przypadku możliwe w sposób analityczny. Wraz z rozwojem techniki komputerowej przestało to jednak być problemem. Istnieje wiele opisanych w literaturze metod rozwiązania równania różniczkowego (4.1) w sposób numeryczny. Część z nich, skonstruowanych specjalnie dla ośrodków z gradientem o symetrii cylindrycznej, ma postać pół-analityczną [45,46]. Większość jednak tych metod ma typowy charakter numeryczny, bazujący na rozwinięciu wielkości $r(s)$ w szereg Taylora [47] lub szereg potęgowy [48]. Pewien ich przegląd autor niniejszej pracy miał zresztą okazję zrobić przy okazji pisania swojej pracy magisterskiej [49]. Do niewątpliwie najefektywniejszych, tak pod względem szybkości jak i dokładności, a przy tym uniwersalnych, należą metody typu Rungego-Kutty [50]. Oparty na nich algorytm rozwiązania równania promienia podano w pracy [51]. Jest on o tyle wygodny, że pozwala na jednoczesne liczenie drogi optycznej wzdłuż trajektorii promienia świetlnego [52,53].

Równanie (4.1) ma niezbyt wygodną formę jeśli chodzi o całkowanie numeryczne. Faktycznie jest to równanie drugiego stopnia (występuje w nim druga pochodna szukanej wielkości $\mathbf{r}$, o czym można się przekonać wykonując różniczkowanie wielkości umieszczonych w nawiasie z lewej strony równania). Dużo wygodniej rozwiązuje się je po zdefiniowaniu nowej zmiennej t [51]:

$$t = \int \frac{ds}{n}; \quad \text{czyli:} \quad dt = \frac{ds}{n}. \quad (4.2)$$

Wtedy równanie (4.1) można przepisać w postaci:

$$\frac{d^2 \mathbf{r}}{dt^2} = n(\mathbf{r}) \cdot \text{grad}[n(\mathbf{r})], \quad (4.3a)$$

albo:

$$\frac{d^2 \mathbf{r}}{dt^2} = \frac{1}{2} \cdot \text{grad}[n^2(\mathbf{r})]. \quad (4.3b)$$

Użycie (4.3a) lub (4.3b) może zależeć od tego, czy dany jest rozkład $n(\mathbf{r})$ czy $n^2(\mathbf{r})$ (por. równania (1.1)-(1.7)).

Dalej, zdefiniujemy wektor promienia świetlnego $\mathbf{T}$:

$$\mathbf{T} = \frac{d\mathbf{r}}{dt}. \quad (4.4)$$

Łatwo zauważyć, że składowe tego wektora są kosinusami kierunkowymi promienia, pomnożonymi przez lokalny współczynnik załamania:

$$\begin{aligned} \mathbf{T} &\equiv \frac{d\mathbf{r}}{dt} \equiv n \cdot \frac{d\mathbf{r}}{ds} \equiv i \cdot n \cdot \frac{dx}{ds} + j \cdot n \cdot \frac{dy}{ds} + k \cdot n \cdot \frac{dz}{ds} \equiv \\ &\equiv i \cdot n \cdot \cos \alpha + j \cdot n \cdot \cos \beta + k \cdot n \cdot \cos \gamma, \end{aligned} \quad (4.5)$$

gdzie α , β i γ są kątami pomiędzy promieniem świetlnym i osiami x , y i z odpowiednio, a i , j , k są wersorami tych osi.

Jeżeli zdefiniujemy jeszcze:

$$\mathbb{R} \equiv \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}, \quad (4.6)$$

$$\mathbb{T} \equiv \begin{bmatrix} T_x \\ T_y \\ T_z \end{bmatrix} \equiv n \cdot \begin{bmatrix} dx/ds \\ dy/ds \\ dz/ds \end{bmatrix}, \quad (4.7)$$

$$\mathbb{D} \equiv n \cdot \begin{bmatrix} \partial n / \partial x \\ \partial n / \partial y \\ \partial n / \partial z \end{bmatrix} \equiv \frac{1}{2} \cdot \begin{bmatrix} \partial n^2 / \partial x \\ \partial n^2 / \partial y \\ \partial n^2 / \partial z \end{bmatrix}, \quad (4.8)$$

to równanie (4.3) można zapisać jako równanie macierzowe:

$$\frac{d^2 \mathbb{R}}{dt^2} = \mathbb{D}(\mathbb{R}), \quad (4.9)$$

i rozwiązywać je formalnie jako układ dwóch równań różniczkowych stopnia pierwszego:

$$\frac{dR}{dt} = T(R) ; \quad \frac{dT}{dt} = D(R) . \quad (4.10)$$

Rozwiązanie układu równań (4.10) przy użyciu algorytmu Rungego-Kutty (dokładniej: jest to jedna z wersji tego algorytmu, tu: czwartego rzędu) wygląda następująco: mając zadane warunki brzegowe (współrzędne wejściowe) $R_0(x_0, y_0, z_0)$ i T_0 obliczamy sukcesywnie kolejne punkty trajektorii (R_1, T_1) , (R_2, T_2) , ... (R_n, T_n) według schematu:

$$R_{n+1} = R_n + \Delta t \cdot \left[T_n + \frac{1}{6} \cdot (A + 2 \cdot B) \right] , \quad (4.11)$$

$$T_{n+1} = T_n + \frac{1}{6} \cdot (A + 4 \cdot B + C) , \quad (4.12)$$

gdzie macierze A , B , C są zdefiniowane jako:

$$\begin{aligned} A &= \Delta t \cdot D(R_n) , \\ B &= \Delta t \cdot D \left[R_n + \frac{1}{2} \cdot \Delta t \cdot T_n + \frac{1}{8} \cdot \Delta t \cdot A \right] , \\ C &= \Delta t \cdot D \left[R_n + \Delta t \cdot T_n + \frac{1}{2} \cdot \Delta t \cdot B \right] , \end{aligned} \quad (4.13)$$

a Δt jest krokiem całkowania numerycznego, czyli przyrostem t .

Mając tak określony algorytm wyznaczania biegu promienia świetlnego przez ośrodki gradientowe można również, w oparciu o niego, wyznaczyć schemat obliczania drogi optycznej wzdłuż trajektorii promienia. Droga optyczna może być zapisana przy użyciu wprowadzonej symboliki jako:

$$W = \int n^2(t) dt . \quad (4.14)$$

Po rozwinięciu w szereg Taylora wyrażenia na $n^2(t)$ możemy zadaną dokładnością wyznaczyć algorytm obliczenia wielkości W (drogi optycznej). W niniejszej pracy autor użył do obliczeń schematu Rimmera [52], który wykorzystuje dwa pierwsze człony tego rozwinięcia. Po zdefiniowaniu wielkości:

$$N_n \equiv n^2(t_n) \equiv n^2(R_n) , \quad (4.15)$$

$$S_n \equiv \left. \frac{dn^2}{dt} \right|_{t=t_n} = \left. \text{grad}(n^2) \cdot T \right|_{t=t_n} = 2 \cdot D(R_n) \cdot T_n \quad (4.16)$$

(znak $\circ$ oznacza iloczyn skalarny), otrzymamy następujący algorytm na obliczanie drogi optycznej:

$$W = \Delta t \cdot \sum_n N_n + \frac{1}{2} \cdot \Delta t^2 \cdot \sum_n S_n . \quad (4.17)$$

Przy okazji opisu metody wyznaczania biegu promienia przez ośrodek gradientowy nasuwa się sposobność do sformułowania pewnych uwag na temat stosowania metod numerycznych przy obliczeniach fizycznych. Metody te posiadają ścisłe podstawy matematyczne, precyzujące m.in. warunki ich stosowania oraz zbieżności. Można przyjąć, że fizyczne istnienie określonego gradientu współczynnika załamania implikuje zasadność rozwiązania równania promienia (4.1) z tym gradientem. Również warunki zbieżności, a więc np. wielkość kroku całkowania (tu: Δt), można stosunkowo łatwo ustalić eksperymentalnie jako optymalne lepiej niż stosując szacowania teoretyczne (przy czym pod pojęciem "lepiej" rozumieć należy kombinację "dokładność + szybkość"; ten ostatni parametr - czas obliczeń - jest bardzo istotną w codziennej pracy wielkością dla zajmujących się analizą numeryczną z wykorzystaniem mikrokomputerów). Stąd bierze się rezygnacja autora niniejszej pracy z (dokładniejszej zdaniem autorów) metody liczenia drogi optycznej opisanej w [53] na rzecz metody przedstawionej w [52], różniącej się tylko ilością uwzględnianych członów w rozwinięciach wyrażenia na drogę optyczną. Stąd też rezygnacja z czasochłonnych procedur obliczania współrzędnych wyjściowych promienia z ośrodka gradientowego [54] (rzeczywiście krytyczny punkt wszystkich tego typu obliczeń jest zawsze na styku gradient - skokowa zmiana współczynnika załamania), zastąpionych bardzo dobrze w tym przypadku (tzn. gradientu współczynnika załamania zależnym tylko od r) działającym algorytmem, opartym na właściwościach niezmienniczych wielkości T_z dla gradientu typu SELFOC®, gdy zerują się pochodne gradientu po współrzędnej z . Sprawia to, że gdy określimy krok całkowania jako:

$$\Delta t = \frac{L}{(T_0)_z \cdot LK} , \quad (T_0)_z = n(R_0) \cdot \cos \gamma_0 , \quad (4.18)$$

(gdzie L - długość soczewki, indeks "0" oznacza wartości na wejściu, indeks "z" oznacza z-tą składową, a LK to zadana liczba kroków całkowania numerycznego) - to po wykonaniu LK kroków ostatni punkt obliczeń trafi dokładnie w powierzchnię wyjściową ośrodka gradientowego - pod warunkiem, że jest ona płaszczyzną prostopadłą do osi z. Oczywiście wymaga to odrębnego obliczania długości kroku całkowania Δt dla każdego promienia na wejściu do soczewki gradientowej, a dokładność "trafienia" jest limitowana dokładnością zmiennoprzecinkowych operacji komputera - ale efekt czasowy jest tego wart.

Natomiast wybór ilości promieni, których fazy trzeba sumować w celu wyznaczenia natężenia w wybranym punkcie przestrzeni obrazowej (por. rozdz. 3.3), był czysto arbitralnym wyborem autora niniejszej pracy, próbą kompromisu pomiędzy dokładnością i czasem obliczeń. Czy i w jakim stopniu on się udał - można ocenić obserwując wykresy 3.5 i 3.6.

4.2 BIEG PROMIENIA ŚWIELTLNEGO W OŚRODKACH DWÓJŁOMNYCH

Niestety, trudności wynikające z konieczności numerycznego rozwiązywania różniczkowego równania promienia nie są jedynymi przy analizie jakości odwzorowania soczewek gradientowych. Pełny ich obraz będziemy mieli, jeżeli uświadomimy sobie fakt, że są one również obiektami dwójłomnymi i do tego w ogólnym przypadku dwuosiowymi.

Zagadnieniem biegu promienia świetlnego w ośrodkach dwójłomnych, niestety głównie jednoosiowych, zajmowało się wielu autorów [55-60]. Opracowano podstawy teoretyczne a także gotowe do zastosowania algorytmy biegu promienia świetlnego przez ośrodki dwójłomne. Przy opisie ośrodków anizotropowych przenikalność dielektryczna ϵ musi być traktowana jako tensor, co implikuje z kolei opis oparty na wektorowej naturze światła [58].

Zasadnicze różnice we wszelkich obliczeniach między ośrodkami dwójłomnymi a "zwykłymi" polegają na:

- a) konieczności uwzględnienia istnienia dwóch promieni: zwyczajnego, którego propagacja może być opisana w tradycyjny sposób, oraz nadzwyczajnego, którego propagacja wymaga specjalnego opisu, ze względu na fakt, że nie zachodzi ona w kierunku normalnej do czoła fali [59];
- b) zależności lokalnego współczynnika załamania od kierunku promienia nadzwyczajnego, co wymaga każdorazowo wyliczania wartości tego współczynnika.

W układach optycznych zbudowanych z materiałów dwójłomnych, w których nie ma dodatkowo gradientu współczynnika załamania, podstawową trudnością jest fakt "mnożenia się" w postępie geometrycznym ilości promieni, których bieg należy śledzić po przejściu przez kolejne elementy układu [59] (promień zwyczajny w jednym elemencie może być nadzwyczajny w drugim). W układach zbudowanych z elementów gradientowych izotropowych natomiast głównym źródłem trudności obliczeń jest, jak już stwierdzono w rozdziale 4.1, konieczność rozwiązywania równania promienia krok po kroku wzdłuż jego trajektorii, co odpowiadałoby w układach zbudowanych z klasycznych (niegradientowych) elementów konieczności obliczania załamania promienia świetlnego na wielu (rzędu setek i tysięcy) powierzchniach łamiących. Jeżeli połączymy razem oba te zagadnienia, tzn. postawimy sobie za zadanie wyznaczenie ogólnych formuł biegu promienia świetlnego przez gradientowe ośrodki dwójłomne, może się to okazać o tyle nieefektywne, że nie będzie mógł sobie poradzić z tym problemem przeciętny mikrokomputer klasy IBM PC (tzn. oczywiście poradzić sobie z dużą ilością koniecznych obliczeń, a nie z ułożeniem algorytmu - ten problem pozostaje nadal w gestii człowieka). Schemat takiego algorytmu wydaje się być na pierwszy rzut oka niezbyt skomplikowany: trzeba po prostu w każdym kroku numerycznego całkowania w miejsce współczynnika załamania i jego gradientu (macierze T i D - por. równ. (4.7) i (4.8)) wstawiać odpowiednie wartości zmodyfikowane przez uwzględnienie kierunku promienia (uwaga ta dotyczy, oczywiście, promienia nadzwyczajnego). Należy również uwzględnić fakt, że schemat Rungego-Kutty zakłada pewne obliczenia w punktach "pośrednich" pomiędzy aktualnym i

przewidywanym położeniem promienia (jest to schemat charakterystyczny dla wszystkich metod korzystających z tzw. "różnic skończonych" [50]). W związku z tym każde pojedyncze przeliczenie, każdy krok numerycznego całkowania, musiałyby być wykonywany wielokrotnie na zasadzie iteracji (kolejnych przybliżeń; wartość kosinusów kierunkowych zawartych w wielkości T modyfikowałaby współczynnik załamania i jego gradient, a to z kolei modyfikowałoby wartość T). Zagadnienie komplikowała dodatkowo konieczność używania do jego praktycznego rozwiązania dostępnego mikrokomputera klasy IBM PC (zbyt wolny w przypadku tak czasochłonnych, jak przedstawione, analiz). Jest więc oczywiste, że autor niniejszej pracy (zresztą jeszcze przed jej rozpoczęciem, bo w fazie pierwszych zainteresowań tematem: dwójłomność w soczewkach gradientowych) postawił sobie następujące pytanie: czy w przypadku soczewek gradientowych, gdzie dwójłomność jest wynikiem względnie małych naprężeń (stosunek maksymalnych różnic głównych współczynników załamania do maksymalnej różnicy średniego współczynnika załamania między brzegiem a środkiem soczewki jest rzędu $1/100$), nie istnieje możliwość poczynienia pewnych upraszczających założeń, które pozwoliłyby ominąć komplikacje związane z opisanymi powyżej trudnościami, ale umożliwiłyby ocenę wpływu tej dwójłomności na aberracje soczewki gradientowej, ocenę jej wpływu na jakość odwzorowania? Próba odpowiedzi na to pytanie zawarta została w pracy [35], w której autor niniejszej rozprawy sformułował podstawowe dla jej treści założenie o wspólnej trajektorii obu promieni (zwykajnego i nadzwyczajnego). Założenie to, jak również wynikająca z niego ocena aberracji falowej wybranego egzemplarza soczewki gradientowej, zostaną przedstawione w rozdziale 5.1.

5. OCENA WPŁYWU DWÓJŁOMNOŚCI NA JAKOŚĆ ODWZOROWANIA PRZEZ SOCZEWKĘ GRADIENTOWĄ

Dysponując już określonej dokładności narzędziami numerycznej analizy odwzorowania przez soczewkę gradientową (metoda bazująca na geometrycznej teorii dyfrakcji opisana w rozdz. 3 oraz formuły biegu promienia przez ośrodek gradientowy z jednoczesnym liczeniem drogi optycznej, opisane w rozdz. 4) można było przystąpić do oceny wpływu dwójłomności na jakość odwzorowania tejże soczewki. Problemem do rozwiązania pozostało wyznaczenie odrębnych trajektorii promieni zwyczajnego i nadzwyczajnego w dwójłomnym ośrodku gradientowym. Istotna dla dalszej treści pracy była także odpowiedź na pytanie, czy wartości dwójłomności występujące w produkowanych soczewkach gradientowych mogą być na tyle duże, by wywoływać obserwowalne zmiany parametrów soczewki, takich jak np. wartość zbiegowej obrazowej DW (zarówno w teorii, czyli np. podczas analizy numerycznej typu przeprowadzanego w pracy jak i w praktyce, tj. podczas pomiarów).

5.1 ABERRACJA FALOWA SOCZEWKI GRADIENTOWEJ

Fala świetlna, padająca na ośrodek dwójłomny, którym może być np. soczewka gradientowa, rozszczepia się na dwie fale o wzajemnie ortogonalnych polaryzacjach, reprezentowane przez promienie zwyczajny i nadzwyczajny (por. rys.1.4). W ogólnym przypadku trajektorie tych promieni są różne, a wyznaczyć je można stosując kombinację metod pozwalających określić bieg promienia w ośrodkach gradientowych z metodami pozwalającymi określić bieg promienia w ośrodku dwójłomnym. Jak już wspomniano w poprzednim rozdziale, tak sformułowany problem może być zbyt czasochłonny do rozwiązania. Ze względu na bardzo małą anizotropię soczewek gradientowych (różnice pomiędzy głównymi składowymi współczynnika załamania maks. rzędu 10^{-4} i mniejsze), można jednak pominąć jej wpływ na kształt

trajektorii promienia nadzwyczajnego i przyjąć upraszczające założenie, że oba promienie posiadają wspólną trajektorię, wyznaczoną średnim współczynnikiem załamania (por. równ. (2.6)) [35]. Trajektorię tę wyznaczmy posługując się opisaną w rozdziale 4.1 metodą wyznaczania biegu promienia świetlnego przez ośrodki gradientowe, będącą numerycznym rozwiązaniem równania promienia (4.1) (należy zauważyć w tym miejscu, że równanie to zostało formalnie wyprowadzone z równań Maxwella dla przypadku ośrodków izotropowych [1]). Różnica dróg optycznych D pomiędzy tymi dwoma promieniami, jako iloczyn wspólnej drogi geometrycznej s i różnicy efektywnych współczynników załamania ΔN przez nie "odczuwanych", może być wtedy wyznaczona na podstawie równania:

$$dD = \Delta N \cdot ds . \quad (5.1)$$

W przypadku promieni merydionalnych, różnica ΔN pomiędzy efektywnym współczynnikiem załamania N_θ dla promieni o polaryzacji tangencjalnej (płaszczyzna polaryzacji prostopadła do promienia soczewki) i efektywnym współczynnikiem załamania N_r dla promieni o polaryzacji radialnej (płaszczyzna polaryzacji równoległa do płaszczyzny przechodzącej przez oś soczewki) (rys.5.1):

$$\Delta N = N_\theta - N_r , \quad (5.2)$$

gdzie:

$$N_\theta = n_\theta , \quad \text{ i } \quad N_r = n_r \cdot \cos^2 \gamma + n_z \cdot \sin^2 \gamma , \quad (5.3)$$

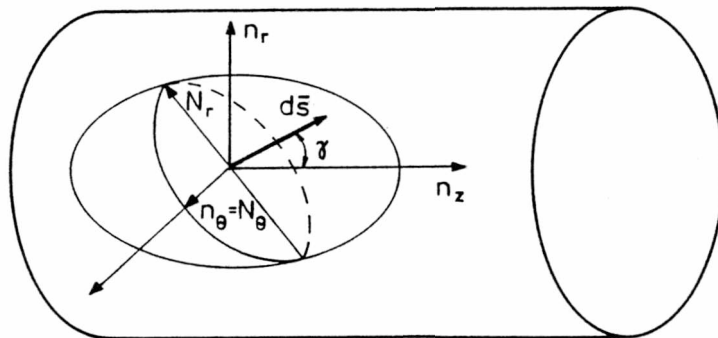
równa jest:

$$\Delta N = (n_\theta - n_r) + (n_r - n_z) \cdot \sin^2 \gamma . \quad (5.4)$$

Daje to ostatecznie następującą formułę na rozdzielenie frontów falowych, odpowiadających polaryzacjom: radialnej i tangencjalnej [35]:

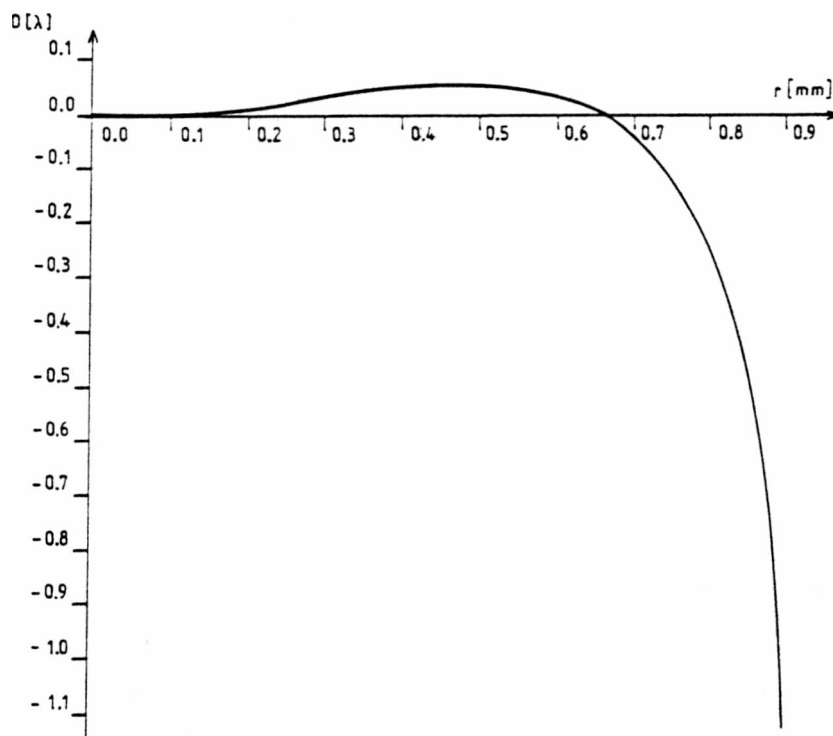
$$D = \int_S [(n_\theta - n_r) + (n_r - n_z) \cdot \sin^2 \gamma] ds , \quad (5.5)$$

gdzie S jest drogą geometryczną obu promieni wzdłuż ich wspólnej trajektorii.



Rys.5.1 Efektywne współczynniki załamania N_θ i N_r dla promieni o polaryzacjach odpowiednio: tangencjalnej i radialnej, określone przez współczynniki główne n_r , n_z i n_θ .

Formuła ta, wygodna do zastosowania ze względu na obecność w niej mierzonych bezpośrednio wielkości $n_\theta - n_r$ i $n_r - n_z$, została zastosowana przez autora w pracy [35] w celu oszacowania dwójłomności soczewki gradientowej o parametrach przedstawionych na rys.2.4. Wyniki obliczeń zostały następnie potwierdzone obserwacją badanej soczewki znajdującej się w polaryskopie o skrzyżowanych polaryzatorze i analizatorze.



Rys.5.2 Różnica D dróg optycznych dla fal o polaryzacjach tangencjalnej i radialnej po przejściu przez soczewkę gradientową 06 LGT 114, wyrażona w długościach fali λ .

Rys.5.2 przedstawia analogiczny rezultat dla soczewki 06 LGT 114 z katalogu firmy Melles Griot [7], która to soczewka posłużyła jako przykład do analizy w niniejszej pracy (por. rozdz. 3). Na wykresie pokazana jest różnica dróg optycznych D między falami o polaryzacjach tangencjalnej i radialnej, wyrażona w długościach fali ($\lambda = 632,8 \text{ nm}$), w funkcji współrzędnej wejściowej. Założono, że padająca na soczewkę fala jest płaska i prostopadła do osi optycznej soczewki. Jak widać, maksymalna różnica dróg optycznych pomiędzy tymi falami wynosi ponad 1λ i jakkolwiek osiąga one wartości większe niż $0,1 \lambda$ na stosunkowo niewielkim obszarze ($r > 0,7 \cdot r_0$) - można spodziewać się istotnego wpływu tej różnicy na jakość odwzorowania przez soczewkę gradientową.

5.2 WYZNACZANIE ROZKŁADU NATĘŻENIA W PRZESTRZENI OBRAZOWEJ DWÓJŁOMNEJ SOCZEWKI GRADIENTOWEJ

Używając metody analizy opisanej w rozdziale 3.2 oraz upraszczającego założenia o wspólnej trajektorii promienia zwyczajnego i nadzwyczajnego w soczewce gradientowej (por. rozdz. 5.1), można wyznaczyć rozkład natężenia światła w przestrzeni obrazowej soczewki gradientowej (przy uwzględnieniu występującej w niej dwójłomności) w następujący sposób: należy wyznaczyć wartości drogi optycznej W dla obu rodzaju promieni (reprezentujących dwie fale spolaryzowane ortogonalnie) metodą opisaną w rozdz. 3.2 a następnie skorzystać ze zmodyfikowanego wzoru (3.5), uwzględniającego istnienie dwóch fal o wzajemnie ortogonalnych polaryzacjach, które doznają różnych opóźnień fazowych podczas przejścia przez dwójłomną soczewkę gradientową. Sposób wyprowadzenia tej modyfikacji dla obliczania rozkładu intensywności na osi optycznej naprężonego krążka szklanego opisano w pracy [61]; poniżej wyprowadzony zostanie bardziej szczegółowy wzór dla przypadku ogólniejszego, tzn. obliczania rozkładu natężenia światła również poza osią optyczną soczewki gradientowej.

Założmy, że na soczewkę gradientową pada równoległa wiązka światła

monochromatycznego, spolaryzowana liniowo, reprezentowana przez zbiór elementarnych fal u_n (por. wzór (3.3)). Ze względu na symetrię obrotową soczewki możemy założyć, że płaszczyzna polaryzacji jest np. równoległa do osi OY (rys.5.3). Wtedy składowe elementarnych fal w kierunku radialnym (R) i tangencjalnym (T) (por. rozdz. 5.1) "na wejściu" do soczewki (czyli w źrenicy wejściowej) wyniosą odpowiednio:

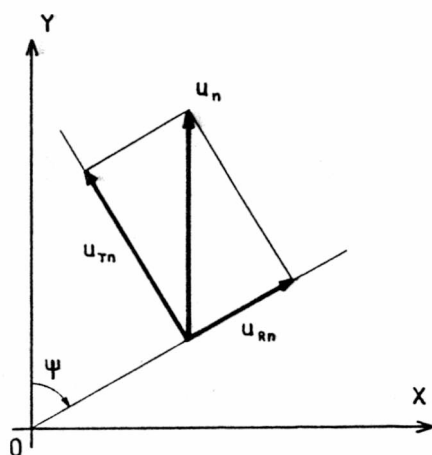
$$u_{Rn} = u_n \cdot \cos(\psi_n) , \quad (5.6a)$$

$$u_{Tn} = u_n \cdot \sin(\psi_n) . \quad (5.6b)$$

gdzie ψ jest kątem z osią OY a n jest wskaźnikiem sumowania. Przyjęto, że amplitudy fal elementarnych u_n są jednakowe, a fazy początkowe dla uproszczenia równe 0, tzn. (por. wzór (3.3)):

$$u_n = A_n = \frac{1}{N^2} , \quad (5.7)$$

gdzie N jest całkowitą liczbą elementarnych fal (i reprezentujących je promieni).



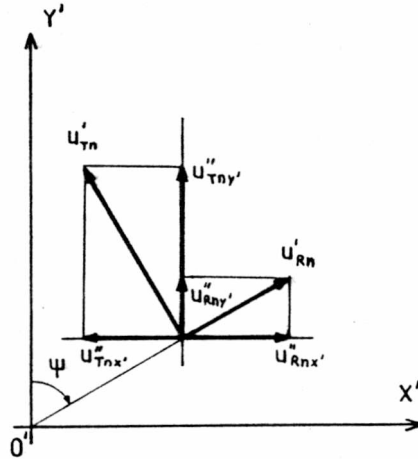
Rys.5.3 Rozkład padającej na soczewkę gradientową fali spolaryzowanej liniowo wzdłuż osi OY na składowe, spolaryzowane odpowiednio radialnie i tangencjalnie.

Przechodząc przez soczewkę gradientową i propagując w przestrzeni obrazowej do punktu, w którym liczymy natężenie, każda z tych fal przebywa drogę optyczną odpowiednio W_R i W_T co powoduje, że można je teraz wyrazić przez:

$$u'_{Rn} = u_{Rn} \cdot \exp(i \cdot k \cdot W_{Rn}) , \quad (5.8a)$$

$$u'_{Tn} = u_{Tn} \cdot \exp(i \cdot k \cdot W_{Tn}) . \quad (5.8b)$$

Ze względu na to, że fale pochodzące z całej źrenicy wejściowej są koherentne, należy poszczególne składowe rzutować na osie OX' i OY' w płaszczyźnie, w której liczymy natężenie (pł. odwzorowania; rys.5.4):



Rys.5.4 Rzuty poszczególnych składowych interferujących fal elementarnych na osie OX' i OY' na tylnej powierzchni soczewki gradientowej.

$$u''_{Tny'} = u'_{Tn} \cdot \sin(\psi_n) , \quad (5.9a)$$

$$u''_{Rny'} = u'_{Rn} \cdot \cos(\psi_n) , \quad (5.9b)$$

$$u''_{Tnx'} = - u'_{Tn} \cdot \cos(\psi_n) , \quad (5.10a)$$

$$u''_{Rnx'} = u'_{Rn} \cdot \sin(\psi_n) , \quad (5.10b)$$

a następnie wysumować, co daje następujące składowe zaburzeń w płaszczyźnie odwzorowania (podstawiając wzory (5.6), (5.7) i (5.8) do (5.9) i (5.10)):

- na osi OX'

$$u''_{x'} = \sum_n^N u_n \cdot \left[\sin^2(\psi_n) \cdot \exp(i \cdot k \cdot W_{Tn}) + \cos^2(\psi_n) \cdot \exp(i \cdot k \cdot W_{Rn}) \right] \quad (5.11a)$$

- na osi OY'

$$u''_{y'} = \sum_n^N u_n \cdot \sin(\psi_n) \cdot \cos(\psi_n) \cdot \left[\exp(i \cdot k \cdot W_{Rn}) - \exp(i \cdot k \cdot W_{Tn}) \right] . \quad (5.11b)$$

Intensywność sumaryczna w badanym punkcie przestrzeni obrazowej wynosi:

$$I = |u_y''|^2 + |u_x''|^2, \quad (5.12)$$

co po podstawieniu wzorów (5.11) i uwzględnieniu warunku (5.7) daje ostatecznie:

$$\begin{aligned} I = \frac{1}{N^2} \cdot & \left[\left(\sum_n^N \cos^2(\psi_n) \cdot \cos(k \cdot W_{Rn}) \right)^2 + \left(\sum_n^N \cos^2(\psi_n) \cdot \sin(k \cdot W_{Rn}) \right)^2 + \right. \\ & + \left(\sum_n^N \sin^2(\psi_n) \cdot \cos(k \cdot W_{Tn}) \right)^2 + \left(\sum_n^N \sin^2(\psi_n) \cdot \sin(k \cdot W_{Tn}) \right)^2 + \\ & + 2 \cdot \left(\sum_n^N \cos^2(\psi_n) \cdot \cos(k \cdot W_{Rn}) \right) \cdot \left(\sum_n^N \sin^2(\psi_n) \cdot \cos(k \cdot W_{Tn}) \right) + \\ & + 2 \cdot \left(\sum_n^N \cos^2(\psi_n) \cdot \sin(k \cdot W_{Rn}) \right) \cdot \left(\sum_n^N \sin^2(\psi_n) \cdot \sin(k \cdot W_{Tn}) \right) + \\ & + \left(\sum_n^N \sin(\psi_n) \cdot \cos(\psi_n) \cdot [\cos(k \cdot W_{Rn}) - \cos(k \cdot W_{Tn})] \right)^2 + \\ & \left. + \left(\sum_n^N \sin(\psi_n) \cdot \cos(\psi_n) \cdot [\sin(k \cdot W_{Rn}) - \sin(k \cdot W_{Tn})] \right)^2 \right]. \quad (5.13) \end{aligned}$$

W rzeczywistości dwa ostatnie człony wzoru (5.13) zerują się, a to ze względu na symetrię układu, wyznaczoną płaszczyzną polaryzacji padającej fali świetlnej (lustrzaną, względem osi OY').

Korzystając z wzoru (5.13) możemy wyznaczyć rozkład natężenia światła w całej przestrzeni obrazowej soczewki gradientowej, znajdując w ten sposób np. płaszczyznę ogniskową. Tym niemniej, aby tego dokonać, należałoby wyznaczyć "zbiory" dróg optycznych W_R i W_T osobno dla każdego punktu P' tej przestrzeni (por. opis metody w rozdz. 3.2), co czyniłoby obliczenia jeszcze bardziej czasochłonnymi. Plamka dyfrakcyjna nie ma bowiem w tym przypadku symetrii kołowej (jak sugerowałaby to symetria samej soczewki); fakt założenia polaryzacji liniowej na wejściu implikuje bowiem tylko istnienie symetrii "eliptycznej" (tzn. względem dwóch osi układu, OX i OY). Innymi słowy, dokonując "skanowania" punktem P' po osi OY' (por. rys. 3.3 i 3.4) możemy według wzoru (5.13) wyliczyć tylko natężenie wzdłuż tej osi.

Chcąc wyznaczyć natężenie np. wzdłuż osi OX' (co powinno dać wystarczający obraz o kształcie plamki ze względu na postulowaną wyżej symetrię), powinno się w zasadzie dokonać dodatkowego (czasochłonnego) skanowania po osi OX' . Jednakże nie jest to ostatecznie potrzebne, jeśli zauważy się, że wystarczy zamiast tego założyć polaryzację fali na wejściu wzdłuż osi OX (teraz skanowanie po osi OY' jest skanowaniem po osi prostopadłej do kierunku polaryzacji). Dokonując analogicznych operacji rozkładu fali padającej na składowe i sumowania koherentnego, otrzymujemy ostatecznie bardzo podobny wzór na natężenie I :

$$\begin{aligned}
 I = \frac{1}{N^2} \cdot & \left[\left(\sum_n^N \cos^2(\psi_n) \cdot \cos(k \cdot W_{Tn}) \right)^2 + \left(\sum_n^N \cos^2(\psi_n) \cdot \sin(k \cdot W_{Tn}) \right)^2 + \right. \\
 & + \left[\sum_n^N \sin^2(\psi_n) \cdot \cos(k \cdot W_{Rn}) \right]^2 + \left[\sum_n^N \sin^2(\psi_n) \cdot \sin(k \cdot W_{Rn}) \right]^2 + \\
 & + 2 \cdot \left[\sum_n^N \cos^2(\psi_n) \cdot \cos(k \cdot W_{Tn}) \right] \cdot \left[\sum_n^N \sin^2(\psi_n) \cdot \cos(k \cdot W_{Rn}) \right] + \\
 & + 2 \cdot \left[\sum_n^N \cos^2(\psi_n) \cdot \sin(k \cdot W_{Tn}) \right] \cdot \left[\sum_n^N \sin^2(\psi_n) \cdot \sin(k \cdot W_{Rn}) \right] + \\
 & + \left[\sum_n^N \sin(\psi_n) \cdot \cos(\psi_n) \cdot [\cos(k \cdot W_{Rn}) - \cos(k \cdot W_{Tn})] \right]^2 + \\
 & + \left. \left[\sum_n^N \sin(\psi_n) \cdot \cos(\psi_n) \cdot [\sin(k \cdot W_{Rn}) - \sin(k \cdot W_{Tn})] \right]^2, \right. \quad (5.14)
 \end{aligned}$$

gdzie zamieniły się tylko miejscami wielkości W_T i W_R w niezerujących się pierwszych sześciu członach formuły.

W przypadku braku dwójłomności, gdy jest:

$$W_T = W_R = W \quad (5.15)$$

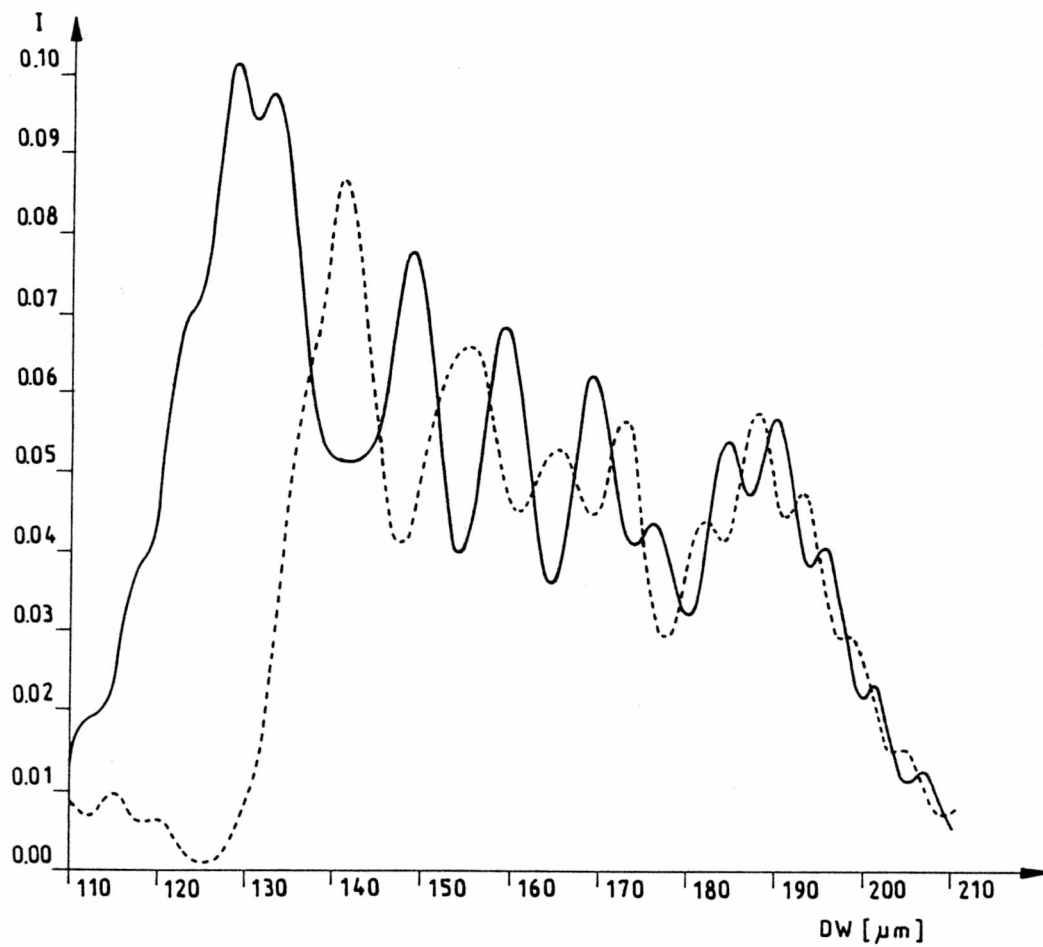
i możemy ze względu na pełną symetrię kołową przyjąć np. $\psi_n = 0$, wzory (5.13) i (5.14) przybierają postać (3.5), co przekonuje dodatkowo o ich poprawności.

5.3 PRZYKŁADOWE WYNIKI OBLICZEŃ

Aby zilustrować wyniki powyższej analizy przeprowadzono obliczenia rozkładu intensywności wzdłuż osi optycznej oraz w trzech wybranych, prostopadłych do osi płaszczyznach dla soczewki 06 LGT 114 z katalogu Melles-Griot [7] (czyli tej samej soczewki, która posłużyła za przykład do obliczeń w rozdz. 3). W tym celu należało najpierw zaproksymować interesujące wielkości $n_{\theta}-n_r$ i n_r-n_z , ponieważ wartości pomierzone (jak każdy pomiar) były zbyt "zaszumione" błędami pomiaru, co wyjątkowo niekorzystnie odbija się na wszelkich obliczeniach numerycznych. Sposób tej aproksymacji został przez autora wybrany dość arbitralnie jako aproksymacja średniokwadratowa wielomianem potęgowym całej funkcji, co spowodowało konieczność używania wysokiego stopnia aproksymacji (tu: 14). Innym rozwiązaniem mogła być np. aproksymacja lokalna lub jednostajna, co może zmienić nieznacznie obliczone wartości, lecz nie zmienia ich charakteru. W tym miejscu należy przypomnieć uwagę przytoczoną we wstępie, a dotyczącą jakościowego charakteru przeprowadzanych obliczeń. Obliczenia zostały przeprowadzone na konkretnym przykładzie soczewki 06 LGT 114, ale nie miały one być szczegółową analizą odwzorowania konkretnego egzemplarza tej soczewki - temu służy m.in. "wyglądająca" aproksymacja danych pomiarowych dwójłomności oraz wzięcie do obliczeń "katalogowego" rozkładu współczynnika załamania. Dlatego otrzymane wyniki należy interpretować jako jakościową analizę wpływu dwójłomności na jakość odwzorowania typowej soczewki gradientowej (z typowym rozkładem i wielkościami naprężeń), a nie jako ocena konkretnego egzemplarza takiej soczewki.

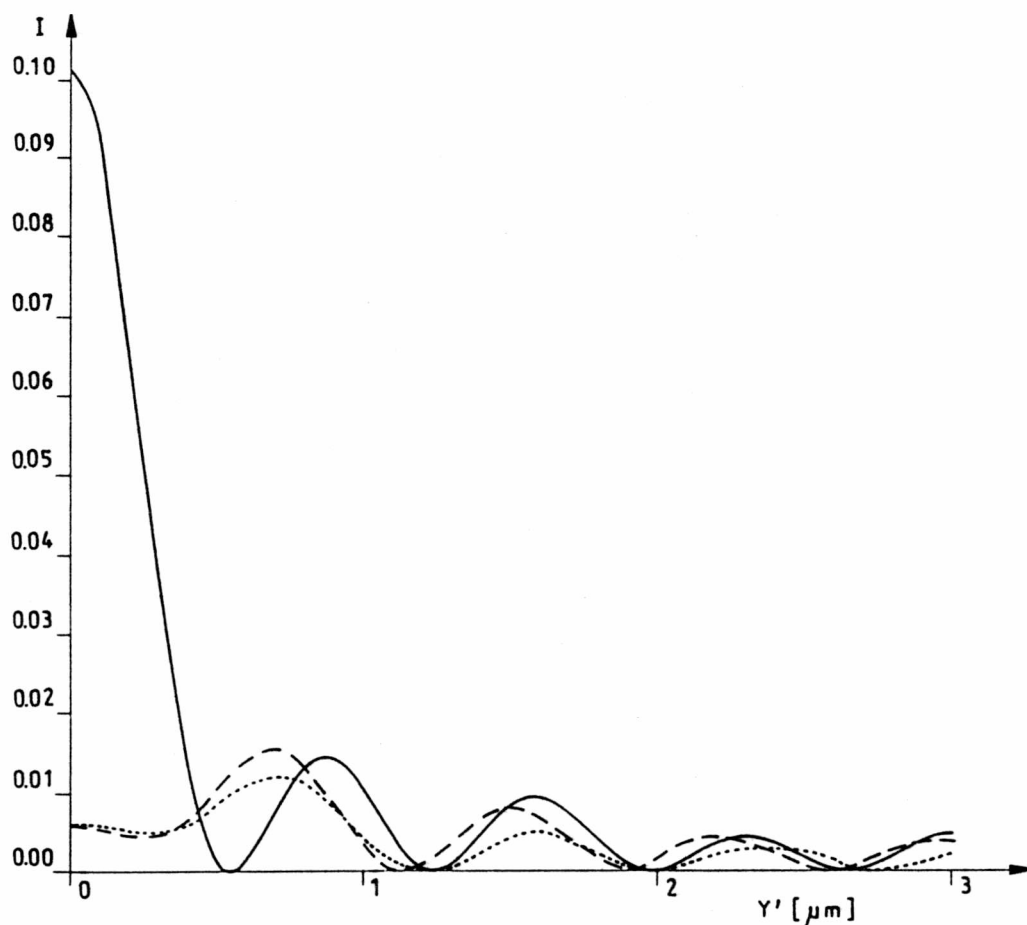
Ze względu na chęć ułatwienia porównania otrzymanych wyników, na wykresach 5.5-5.6 przedstawiono, oprócz natężeń obliczonych po uwzględnieniu naprężeń, również natężenia obliczone w rozdz. 3 bez ich uwzględniania. Rys.5.5 przedstawia rozkład natężeń wzdłuż osi optycznej (jasność Strehla). Jak widać, maksimum natężenia przesunęło się ku wartości $DW = 0,141$ mm (czyli zbliżyło się do katalogowej wartości $0,150$ mm),

choć zmniejszyła się jego wartość (o nieco ponad 10%). Tym niemniej, jeżeli przyjąć za ognisko cały obszar, w którym względne natężenie I nie spada np. poniżej 0,2 maksymalnej wartości, to widać, że w przypadku uwzględnienia naprężeń otrzymamy ognisko nieco bardziej skupione wzdłuż osi, choć nieznacznie bardziej rozmyte w poprzek. Wykresy 5.6 przedstawiają rozkłady natężeń w płaszczyznach prostopadłych do osi (plamka dyfrakcyjna), odległych o DW odpowiednio: 0,129, 0,141 i 0,189 mm. Pierwsza płaszczyzna była płaszczyzną najlepszego odwzorowania w przypadku obliczeń nie uwzględniających naprężeń; druga jest płaszczyzną, dla której jasność Strehla jest największa w przypadku uwzględnienia wpływu dwójłomności; trzecia jest potwierdzeniem pewnego spostrzeżenia, że w przypadku gdy "naprężeniowy" (tzn. liczony przy uwzględnieniu istniejącej w soczewce dwójłomności) rozkład intensywności pokrywa się z "beznaprężeniowym" (liczonym jak w rozdziale 3) - to plamka dyfrakcyjna w tym przypadku również zachowuje symetrię (prawie) kołową (na wykresach 5.6 przedstawione są rozkłady natężenia światła w dwóch prostopadłych płaszczyznach OX' i OY' , por. wzory (5.13) i (5.14)).



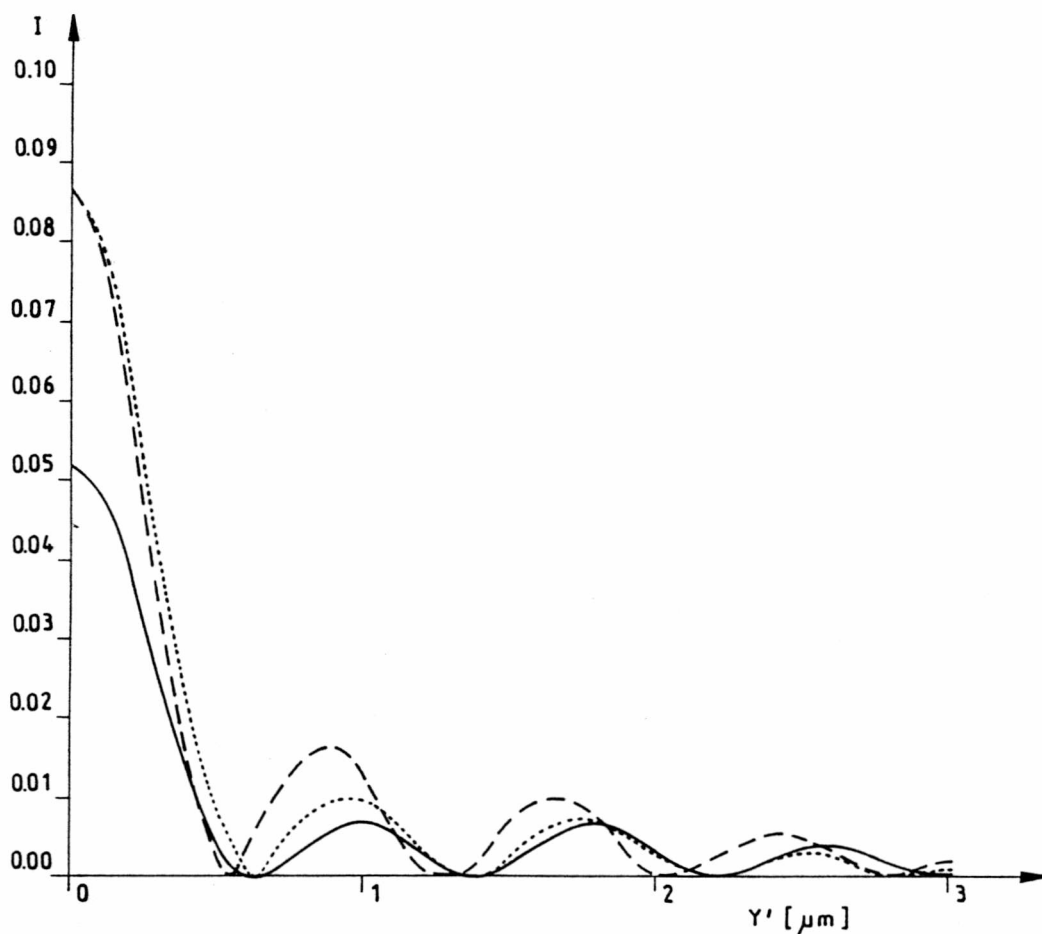
Rys.5.5. Rozkład intensywności wzdłuż osi optycznej za soczewką 06 LGT 114.

linia ciągła - liczony bez uwzględniania dwójłomności;
linia przerywana - liczony z uwzględnieniem dwójłomności
wg wzoru (5.13).



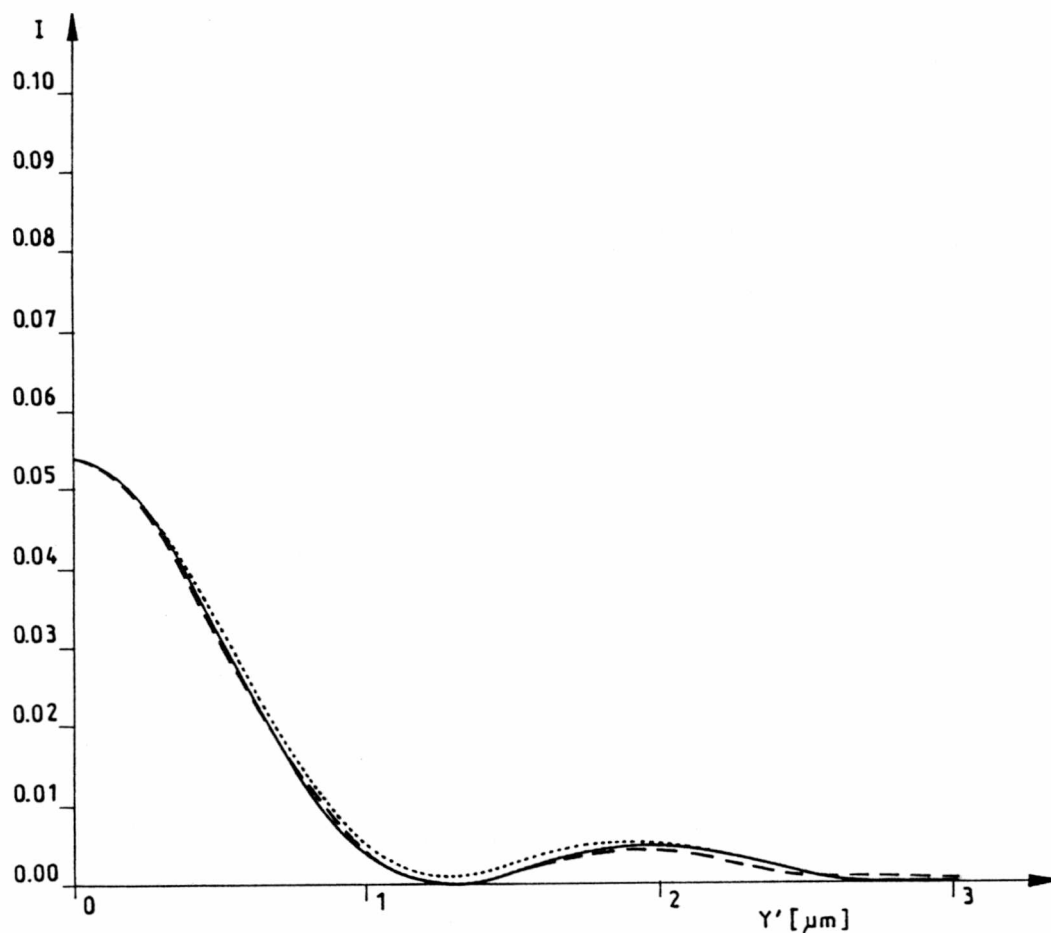
Rys.5.6. Rozkład intensywności za soczewką 06 LGT 114 w płaszczyźnie prostopadłej do osi optycznej:
a) w odległości $DW=0,129$ mm od tylnej powierzchni;

linia ciągła - liczony bez uwzględniania dwójłomności;
linia przerywana - liczony z uwzględnieniem dwójłomności wg wzoru (5.13) w przekroju równoległym do płaszczyzny polaryzacji fali padającej (OY);
linia kropkowana - liczony z uwzględnieniem dwójłomności wg wzoru (5.14) w przekroju prostopadłym do płaszczyzny polaryzacji fali padającej (OX).



Rys.5.6. Rozkład intensywności za soczewką 06 LGT 114 w płaszczyźnie prostopadłej do osi optycznej:
b) w odległości $DW=0,141$ mm;

linia ciągła - liczony bez uwzględniania dwójłomności;
linia przerywana - liczony z uwzględnieniem dwójłomności wg wzoru (5.13) w przekroju równoległym do płaszczyzny polaryzacji fali padającej (OY);
linia kropkowana - liczony z uwzględnieniem dwójłomności wg wzoru (5.14) w przekroju prostopadłym do płaszczyzny polaryzacji fali padającej (OX).



Rys.5.6. Rozkład intensywności za soczewką 06 LGT 114 w płaszczyźnie prostopadłej do osi optycznej:
c) w odległości $DW=0,189$ mm;

linia ciągła - liczony bez uwzględniania dwójłomności;
linia przerywana - liczony z uwzględnieniem dwójłomności wg wzoru (5.13) w przekroju równoległym do płaszczyzny polaryzacji fali padającej (OY);
linia kropkowana - liczony z uwzględnieniem dwójłomności wg wzoru (5.14) w przekroju prostopadłym do płaszczyzny polaryzacji fali padającej (OX).

6. WNIOSKI KOŃCOWE

W niniejszej pracy przedstawiono ocenę wpływu naprężeń i wywołanej nimi dwójłomności w soczewkach gradientowych na jakość ich odwzorowania. Podano metodę obliczenia rozkładu natężenia w płaszczyźnie ogniskowej soczewki gradientowej w przypadku uwzględnienia istniejących w niej naprężeń. Jest to praktycznie pierwsza praca traktująca o naprężeniach w soczewkach gradientowych, co wynika z trudności natury pomiarowej oraz obliczeniowej przy analizie tych zagadnień. Jak trudny i niewdzięczny jest to temat, autor niniejszej pracy miał okazję się przekonać podczas konferencji GRIN'92, która odbyła się w październiku 1992 r. w Santiago de Compostela, a która zgromadziła światową czołówkę naukowców, zajmujących się elementami gradientowymi, w tym soczewkami. Na konferencji tej autor miał okazję "na gorąco" zaprezentować ostatnie wyniki swoich analiz [62] i zorientować się, na ile temat "naprężenia w soczewkach gradientowych" jest aktualny i brany pod uwagę, zwłaszcza wśród producentów soczewek gradientowych (przez "producentów" rozumieć należy w zasadzie laboratoria rozwijające nowe technologie, a nie wytwórców soczewek wg dobrze już poznanych technik). Niestety, okazuje się, że jest to raczej temat "wstydlivy", pomi any ogólnikowymi uwagami - na ile autor niniejszej pracy zdołał się zorientować, jest to wynikiem kłopotliwej, a wyma/ ającej superrozdzielczości, metrologii. Tym wyżej należy ocenić j rkość i uzyskiwane rezultaty na aparaturze pomiarowej, będącej w dyspozycji autora (opisanej w rozdz. 2).

Przedstawione wyniki obliczeń, ilustrujące opisaną metodę obliczania rozkładu natężenia w płaszczyźnie ogniskowej soczewki gradientowej, nie pretendują do miana kompletnej analizy jakości odwzorowania. Bazując na opisanej metodzie, opartej na zmodyfikowanej geometrycznej teorii dyfrakcji oraz na upraszczającym założeniu wspólnej trajektorii promieni zwyczajnego i nadzwyczajnego w soczewce gradientowej, można stosunkowo łatwo dokonać

analogicznych obliczeń dla np. innych stanów polaryzacji światła na wejściu bądź innej geometrii wiązki. W celu uzyskania dokładniejszych wyników liczbowych nietrudno również dokonać precyzyjniejszych obliczeń numerycznych, np. przy wykorzystaniu szybszego komputera.

Należy podkreślić trudność w eksperymentalnym zweryfikowaniu otrzymanych wyników obliczeń teoretycznych. Obserwacje mikroskopowe potwierdzają np. charakterystyczny, wydłużony kształt ogniska soczewki gradientowej oraz również charakterystyczny "pierścieniowy" kształt ogniska w niektórych przekrojach (por. rys.5.6a). Tym niemniej praktyczne zmierzenie odległości DW , w której natężenie osiąga maksimum, było niestety niewykonalne (z żadaną dokładnością, wynikającą z uzyskanych wyników numerycznych) na dostępnych autorowi przyrządach. Należałoby więc skonstruować równie precyzyjną aparaturę pomiarową, umożliwiającą bezpośredni pomiar rozkładu natężenia światła w płaszczyźnie ogniskowej soczewki gradientowej. Zasadniczym wnioskiem, wypływającym z przeprowadzonej w niniejszej pracy analizy, może być również sformułowanie postulatu konieczności uwzględniania wpływu naprężeń występujących w soczewkach gradientowych już na etapie konstruowania nowych rodzajów gradientów oraz kontrolowanie naprężeń powstających w wyniku opracowywania nowych technologii wykonywania elementów gradientowych.

7. LITERATURA

- [1] Born M., Wolf E., *"Principles of Optics"*, fourth edition, Pergamon Press, London 1968.
- [2] Koizumi K., Nishizawa K., Sono K., *"General Aspects of the SELFOC® Lens Technology"*, Nippon Sheet Glass Co., Ltd., Japan.
- [3] Iga K., *Appl. Opt.* **19** (1980), 1039.
- [4] Gomez-Reino C., Perez M.V., *Opt. Commun.* **44** (1982), 8.
- [5] Gomez-Reino C., Larrea E., *Appl. Opt.* **22** (1983), 387.
- [6] Gomez-Reino C., Perez M.V., Sochacki J., Sochacka M., *Opt. Commun.* **55** (1985), 5.
- [7] Melles-Griot OPTICS GUIDE 5 (1991), 20-65.
- [8] Simmons J.H., Mohr R.H., Tran D.C., Macedo P.B., Litovitz J.A., *Appl. Opt.* **18** (1979), 2732.
- [9] Kita H., Kitano I., Uchida T., Furukawa M., *J. Am. Ceram. Soc.* **54** (1971), 321.
- [10] Yamane M., Kawazoe H., Yasumori A., Takahashi T., *J. Non-Cryst. Solids* **100** (1988), 506.
- [11] Konishi S., Shingyouchi K., Makishima A., *J. Non-Cryst. Solids* **100** (1988), 511.
- [12] Midwinter J.E., *"Światłowody telekomunikacyjne"*, WNT, Warszawa 1983.
- [13] Scherer G.W., *Appl. Opt.* **19** (1980), 2000.
- [14] Chu P.L., Whitbread T., *Appl. Opt.* **21** (1982), 4241.
- [15] Shibata N., Jinguji K., Kawachi M., Eda Hiro T., *Jap. J. Appl. Phys.* **18** (1979), 1267.
- [16] Varnham M.P., Poole S.B., Payne D.N., *Electron. Lett.* **20** (1984), 1034.
- [17] Łukaszewicz T., Bożyk M., *Opt. Appl.* **17** (1987), 265.
- [18] Pietraszkiewicz K., *Opt. Appl.* **6** (1976), 107.
- [19] Urbańczyk W., Pietraszkiewicz K., Woźniak W.A., *"Wyznaczanie profilu współczynnika załamania i naprężeń w preformach i włóknach"*

- światłowodowych", Raport Instytutu Fizyki Politechniki Wrocławskiej serii SPR-214/87, Wrocław 1987.
- [20] Urbańczyk W., Pietraszkiewicz K., Woźniak W.A., *Opt. Eng.* **31** (1992), 491.
 - [21] Chu P.L., Whitbread T., *Appl. Opt.* **18** (1979), 1117.
 - [22] Sasaki I., Payne D.N., Adams M.J., *Electron. Lett.* **16** (1980), 219.
 - [23] Urbańczyk W., Pietraszkiewicz K., Woźniak W.A., *Opt. Appl.* **18** (1988), 121.
 - [24] Francois P.-L., Sasaki I., Adams M.J., *IEEE J. Quant. Electron.* **QE-18** (1980), 524.
 - [25] *P-102 Preform Analyzer*, York Technology, 1988.
 - [26] Urbańczyk W., Pietraszkiewicz K., *Appl. Opt.* **27** (1988), 4117.
 - [27] Glantsching W.J., *J. Lightwave Techn.* **LT3** (1985), 678.
 - [28] Sochacki J., *Appl. Opt.* **25** (1986), 3473.
 - [29] Bracewell R., "Przekształcenie Fouriera i jego zastosowania", WNT, Warszawa 1968.
 - [30] Bockasten K.J., *J. Opt. Soc. Am.* **51** (1961), 943.
 - [31] Marcuse D., "Principles of Optical Fibre Measurements", Academic, New York 1981.
 - [32] Pawelek M., Liska M., *J. M. C.* **2** (1985), 33.
 - [33] Ohtsuka Y., Koike Y., *Appl. Opt.* **19** (1980), 2866.
 - [34] Goodier J.N., Timosenko S.P., "Teorija uprugosti", perev. z ang., Nauka, Moskva 1979.
 - [35] Woźniak W.A., *Opt. Appl.* **19** (1989), 429.
 - [36] Yamamoto N., Iga K., *Appl. Opt.* **19** (1980), 1101.
 - [37] Cline T.W., Jander R.B., *Appl. Opt.* **21** (1982), 1035.
 - [38] Kitano I., Toyama M., Nishi H., *Appl. Opt.* **22** (1983), 396.
 - [39] Keller J.B., *J. Opt. Soc. Am.* **52** (1962), 116.
 - [40] Borovikov V.A., Kinber B.E., "Geometrieskaja teorija difrakcii", Svjaz', Moskva 1978.
 - [41] Nowak J., Zajac M., *Opt. Acta* **30** (1983), 1979.

- [42] Zając M., Nowak J., *Optik* **80** (1987), 137.
- [43] Heimrath A., Nowak J., *J. Mod. Opt.* **37** (1990), 1255.
- [44] Woźniak W.A., *J. Mod. Opt.* **39** (1992), 1733.
- [45] Streifer W., Paxton K.B., *Appl. Opt.* **10** (1971), 769.
- [46] Marchand E.W., *Appl. Opt.* **27** (1988), 465.
- [47] Montagnino L., *J. Opt. Soc. Am.* **58** (1968), 1667.
- [48] Moore D.T., *J. Opt. Soc. Am.* **65** (1975), 451.
- [49] Woźniak W.A., "Analiza algorytmów wyznaczania biegu promieni świetlnych w ośrodkach gradientowych", praca magisterska, WPPT, Politechnika Wrocławska, Wrocław 1986.
- [50] Ralston A., "A First Course in Numerical Analysis", McGraw - Hill, New York 1965.
- [51] Sharma A., Vizia Kumar D., Ghatak A.K., *Appl. Opt.* **21** (1982), 984.
- [52] Rimmer M.P., w: *Proc SPIE* **399** (1983), 339.
- [53] Sharma A., *Appl. Opt.* **24** (1985), 4367.
- [54] Sharma A., Ghatak A.K., *Appl. Opt.* **25** (1986), 3409.
- [55] Stavroudis O.N., *J. Opt. Soc. Am.* **52** (1962), 187.
- [56] Swindell W., *Appl. Opt.* **14** (1975), 2298.
- [57] Chipman R.A., Chipman L.J., *Opt. Eng.* **28** (1989), 100.
- [58] Waluschka E., *Opt. Eng.* **28** (1989), 86.
- [59] Trolinger J.D, Chipman R.A. Wilson D.K, w: *Proc SPIE* **891** (1988), 122.
- [60] Schesser J., Eichmann G., *J. Opt. Soc. Am.* **62** (1972), 786.
- [61] Pietraszkiewicz K., "Wpływ dwójłomności elementów optycznych wywołanej resztkowymi naprężeniami termicznymi na jakość odwzorowania", rozprawa doktorska, Instytut Fizyki Politechniki Wrocławskiej, Wrocław 1974.
- [62] Woźniak W.A., w: *Summaries of GRIN'92*, Santiago de Compostela, Spain (1992), 31.

