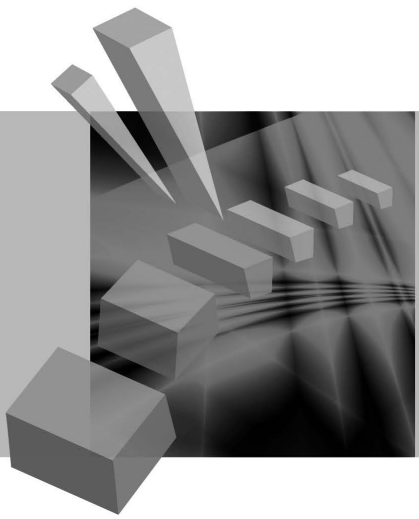
PRACE NAUKOWE
Uniwersytetu Ekonomicznego we Wrocławiu
RESEARCH PAPERS
of Wrocław University of Economics

238

Zastosowania badań operacyjnych
Zarządzanie projektami, decyzje finansowe, logistyka



Redaktor naukowy
Ewa Konarzewska-Gubała

Wydawnictwo Uniwersytetu Ekonomicznego we Wrocławiu
Wrocław 2011

Recenzenci: Stefan Grzesiak, Donata Kopańska-Bródka, Wojciech Sikora,
Józef Stawicki, Tomasz Szapiro, Tadeusz Trzaskalik

Redaktor Wydawnictwa: Elżbieta Kożuchowska

Redaktor techniczny: Barbara Łopusiewicz

Korektor: Barbara Cibis

Łamanie: Małgorzata Czupryńska

Projekt okładki: Beata Dębska

Publikacja jest dostępna w Internecie na stronach:
www.ibuk.pl, www.ebscohost.com,
The Central and Eastern European Online Library www.ceeol.com,
a także w adnotowanej bibliografii zagadnień ekonomicznych BazEkon
http://kangur.uek.krakow.pl/bazy_ae/bazekon/nowy/index.php

Informacje o naborze artykułów i zasadach recenzowania znajdują się
na stronie internetowej Wydawnictwa
www.wydawnictwo.ue.wroc.pl

Kopiowanie i powielanie w jakiejkolwiek formie
wymaga pisemnej zgody Wydawcy

© Copyright by Uniwersytet Ekonomiczny we Wrocławiu
Wrocław 2011

ISSN 1899-3192
ISBN 978-83-7695-195-9

Wersja pierwotna: publikacja drukowana

Druk: Drukarnia TOTEM

Spis treści

Wstęp **9**

Część 1. Zarządzanie projektami i innowacjami

Tomasz Błaszczyk: Świadomość i potrzeby stosowania metod badań operacyjnych w pracy polskich kierowników projektów 13
Barbara Gładysz: Metoda wyznaczania ścieżki krytycznej przedsięwzięć z rozmytymi czasami realizacji zadań 25
Marek Janczura, Dorota Kuchta: Proactive and reactive scheduling in practice 34
Tymon Marchwicki, Dorota Kuchta: A new method of project schedule levelling 52
Aleksandra Rutkowska, Michał Urbaniak: Harmonogramowanie projektów na podstawie charakterystyk kompetencji – wrażliwość modelu na różne aspekty liczb rozmytych 66
Jerzy Michnik: Zależności między kryteriami w wielokryterialnych modelach zarządzania innowacjami 80

Część 2. Podejmowanie decyzji finansowych

Przemysław Szufel, Tomasz Szapiro: Wielokryterialna symulacyjna ocena decyzji o finansowaniu edukacji wyższej 95
Marek Kośny: Koncepcja dominacji pierwszego i drugiego rzędu w analizie wzorca zmian w rozkładzie dochodu 111
Agnieszka Przybylska-Mazur: Podejmowanie decyzji monetarnych w kontekście realizacji celu inflacyjnego 120
Agata Gluzicka: Analiza ryzyka rynków finansowych w okresach gwałtownych zmian ekonomicznych 131
Ewa Michalska: Zastosowanie prawie dominacji stochastycznych w konstrukcji portfela akcji 144
Grzegorz Tarczyński: Analiza wpływu ogólnej koniunktury giełdowej i wzrostu PKB na stopy zwrotu z portfela akcji przy wykorzystaniu rozmytych modeli Markowitza 153

Część 3. Problemy logistyki, lokalizacji i rekrutacji

Paweł Hanczar, Michał Jakubiak: Wpływ różnych koncepcji komisjonowania na czas realizacji zamówienia w węźle logistycznym 173
Mateusz Grzesiak: Zastosowanie modelu transportowego do racjonalizacji dostaw wody w regionie 186
Piotr Wojewnik, Bogumił Kamiński, Marek Antosiewicz, Mateusz Zawisza: Model odejść klientów na rynku telekomunikacyjnym z uwzględnieniem efektów sieciowych 197
Piotr Miszczyński: Problem preselekcji kandydatów w rekrutacji masowej na przykładzie wybranego przedsiębiorstwa 211

Część 4. Pomiar dokonań, konkurencja firm, negocjacje

Marta Chudykowska, Ewa Konarzewska-Gubała: Podejście ilościowe do odwzorowania celów strategicznych w systemie pomiaru dokonań organizacji na przykładzie strategii miasta Wrocławia..... 231
Michał Purczyński, Paulina Dolata: Zastosowanie metody DEA do pomiaru efektywności nakładów na reklamę w przemyśle piwowarskim..... 246
Mateusz Zawisza, Bogumił Kamiński, Dariusz Witkowski: Konkurencja firm o różnym horyzoncie planowania w modelu Bertrand z kosztem decyzji i ograniczoną świadomością cenową klientów 263
Jakub Brzostowski: Poprawa rozwiązania negocjacyjnego w systemie *NegoManage* poprzez zastosowanie rozwiązania przetargowego 296

Część 5. Problemy metodologiczne

Helena Gaspars-Wieloch: Metakryterium w ciągłej wersji optymalizacji wielocelowej – analiza mankamentów metody i próba jej udoskonalenia. 313
Dorota Górecka: Porównanie wybranych metod określania wag dla kryteriów oceny wariantów decyzyjnych 333
Maria M. Kaźmierska-Zatoń: Wybrane aspekty optymalizacji prognoz kombinowanych..... 351
Artur Prędki: Spojrzenie na metody estymacji w modelach regresyjnych przez pryzmat programowania matematycznego 365
Jan Schneider, Dorota Kuchta: A new ranking method for fuzzy numbers and its application to the fuzzy knapsack problem..... 379

Summaries

Part 1. Project and innovation management

Tomasz Błaszczyk: Awareness and the need for operations research methods in the work of Polish project managers 24
Barbara Gładysz: A method for finding critical path in a project with fuzzy tasks durations 33
Marek Janczura, Dorota Kuchta: Proaktywne i reaktywne harmonogramowanie w praktyce 51
Tymon Marchwicki, Dorota Kuchta: Nowa metoda niwelacji harmonogramu projektu 64
Aleksandra Rutkowska, Michał Urbaniak: Project scheduling using fuzzy characteristics of competence – sensitivity of the model to the use of different aspects of fuzzy numbers 79
Jerzy Michnik: Dependence among criteria in multiple criteria models of innovation management 92

Part 2. Financial decision-making

Przemysław Szufel, Tomasz Szapiro: Simulation approach in multicriteria decision analysis of higher education financing policy 110
Marek Kośny: First and second-order stochastic dominance in analyses of income growth pattern 119
Agnieszka Przybylska-Mazur: Monetary policy making in context of execution of the strategy of direct inflation targeting 130
Agata Gluzicka: Analysis of risk of financial markets in periods of violent economic changes 143
Ewa Michalska: Application of almost stochastic dominance in construction of portfolio of shares 152
Grzegorz Tarczyński: Analysis of the impact of economic trends and GDP growth in the return of shares using fuzzy Markowitz models 169

Part 3. Logistics, localization and recrutment problems

Paweł Hanczar, Michał Jakubiak: Influence of different order picking concepts on the time of execution order in logistics node 185
Mateusz Grzesiak: Application of transportation model for rationalization of water supply in the region 196
Piotr Wojewnik, Bogumił Kamiński, Marek Antosiewicz, Mateusz Zawisza: Model of churn in the telecommunications market with network effects 210

Piotr Miszczyński: The problem of pre-selection of candidates in mass recruitment on the example of the chosen company 227

Part 4. Performance measurement, companies competition, negotiations

Marta Chudykowska, Ewa Konarzewska-Gubała: Quantitative approach to the organization strategy mapping into the performance measurement system: case of strategy for Wroclaw city 245
Michał Purczyński, Paulina Dolata: Application of Data Envelopment Anaysis to measure effectiveness of advertising spendings in the brewing industry 262
Mateusz Zawisza, Bogumił Kamiński, Dariusz Witkowski: Bertrand competition with switching cost 295
Jakub Brzostowski: Improving negotiation outcome in the NegoManage system by the use of bargaining solution 309

Part 5. Methodological problems

Helena Gaspars-Wieloch: The aggregate objective function in the continuous version of the multicriteria optimization – analysis of the shortcomings of the method and attempt at improving it 332
Dorota Górecka: Comparison of chosen methods for determining the weights of criteria for evaluating decision variants 350
Maria M. Kaźmierska-Zatoń: Some aspects of optimizing combined forecasts 363
Artur Prędki: Mathematical programming perspective on estimation methods for regression models 378
Jan Schneider, Dorota Kuchta: Nowa metoda rankingowa dla liczb rozmytych i jej zastosowanie dla problemu rozmytego plecaka 389

PRACE NAUKOWE UNIWERSYTETU EKONOMICZNEGO WE WROCŁAWIU
RESEARCH PAPERS OF WROCŁAW UNIVERSITY OF ECONOMICS nr 238 • 2011

Zastosowanie badań operacyjnych
Zarządzanie projektami, decyzje finansowe, logistyka ISSN 1899-3192

Mateusz Zawisza[1], Bogumił Kamiński, Dariusz Witkowski
Szkoła Główna Handlowa w Warszawie

KONKURENCJA FIRM O RÓŻNYM HORYZONCIE PLANOWANIA W MODELU BERTRAND Z KOSZTEM DECYZJI I OGRANICZONĄ ŚWIADOMOŚCIĄ CENOWĄ KLIENTÓW

Streszczenie: W pracy badamy metodami symulacyjnymi własności konkurencji oligopolistycznej typu Bertrand przy występowaniu kosztownej zmiany dotychczasowego produktu oraz ograniczonej racjonalności klientów. Firmy optymalizują swoje ceny poprzez maksymalizację swojego zysku w długim lub krótkim horyzoncie. Klienci wybierają dokładnie jeden produkt. Klienci w swoim wyborze uwzględniają koszt zmiany dotychczasowego producenta. Takie podejście zakłada występowanie w zachowaniu konsumenta efektu *status quo* udokumentowanego w ekonomii behawioralnej. Ponadto klienci charakteryzują się ograniczoną percepcją ceny, popełniając losowe błędy w wyborze produktu najtańszego. Wykazujemy, że wpływ kosztu zmiany decyzji i wrażliwości cenowej klientów na ceny rynkowe jest uwarunkowany długością horyzontu planowania firm.

Słowa kluczowe: koszt zmiany decyzji, wrażliwość cenowa klientów, horyzont planowania, symulacja wieloagentowa.

1. Wstęp

Na wielu rynkach produkty są oferowane klientom w sposób ciągły lub korzystanie z nich wymaga przedłużenia dotychczasowej umowy. Rynki takie charakteryzują się niechęcią klientów do zmiany dotychczas używanego produktu oraz zaburzoną percepcją kosztów ponoszonych przez klientów. Firmy na rynkach oligopolistycznych zachowują się strategicznie, dostosowując swoją cenę w reakcji na ceny konkurentów. Biorą przy tym pod uwagę dwa wspomniane uwarunkowania. Firmy ustalają ceny tak, aby zmaksymalizować swój zysk. Jednak występowanie niechęci klientów do zmiany dotychczas używanego produktu powoduje, że przepływ klientów do firm

[1] Stypendysta projektu „Weź stypendium – dla rozwoju", współfinansowanego ze środków Europejskiego Funduszu Społecznego w ramach Programu Operacyjnego Kapitał Ludzki.

oferujących tańsze produkty nie jest natychmiastowy. Ten powolny proces dostosowywania się klientów sprawia, że decyzje maksymalizujące zysk firmy w krótkim okresie mogą różnić się od tych, które maksymalizują go w długim horyzoncie. Uzasadnia to badanie tego, jak horyzont planowania firm wpływa na ustalane przez nie ceny.

Celem pracy jest określenie, jak egzogeniczne czynniki rynku oligopolistycznego, takie jak siła niechęci klientów do zmiany obecnie używanego produktu, stopień świadomości cenowej klientów oraz długość horyzontu planowania firm, wpływają na ceny równowagowe Nasha. W tym celu wykorzystujemy symulację numeryczną, będącą adaptacją algorytmu NIRA do wyznaczania równowag Nasha, por. [Krawczyk, Uryasev 2000].

Koszt zmiany decyzji (*switching cost*) jest miarą niechęci klientów do zmiany obecnie używanego produktu na produkt konkurencyjny. Koszt zmiany decyzji może mieć kilka przyczyn: poznawcze, transakcyjne, stworzone przez firmę, prawne, behawioralne oraz dotyczące niepewności związanej z nowym produktem. Powody poznawcze kosztu zmiany decyzji polegają na niechęci klienta do zmiany produktu na nowy, który wymaga od użytkownika nabycia niezbędnej wiedzy potrzebnej do obsługi nowego produktu, np. użytkownicy konkretnego oprogramowania komputerowego lub systemu operacyjnego, decydujący się na zmianę, muszą często ponieść koszty nauczenia się obsługi nowego oprogramowania. Inne powody kosztu zmiany decyzji mają charakter transakcyjny i są związane z potrzebą zerwania umowy z dotychczasowym dostawcą i podpisania nowej umowy z innym – oznaczać to może koszty finansowe (opłaty), niefinansowe (czas poświęcony na dokonanie formalności), jak i konsekwencje prawne. Z innej strony, firmy często same stwarzają koszty zmiany produktu poprzez oferowanie swoim dotychczasowym klientom korzystniejszych warunków. Do takich działań można zaliczyć programy lojalnościowe na stacjach benzynowych albo programy zbierania mil oferowane przez linie lotnicze. Także operatorzy telefonii komórkowych zabiegają o obecnych klientów, przeprowadzając akcje retencyjne, mające na celu zatrzymanie obecnych klientów poprzez oferowanie im korzystniejszych warunków. Uzasadnia się to faktem, że koszt nabycia nowego klienta na rynku telekomunikacyjnym jest od 5 do 8 razy większy niż koszt utrzymania obecnego klienta, por. [Yan i in. 2001; Kazienko i in. 2009]. Innym czynnikiem zwiększającym koszt zmiany decyzji jest ryzyko niezadowolenia z nowego produktu, co do którego wiedza początkowa jest ograniczona, por. [Schmalensee 1982]. Kolejnym udokumentowanym w literaturze ekonomii behawioralne źródłem kosztu zmiany decyzji jest tzw. efekt *status quo*, polegający na przywiązaniu do pozostania przy domyślnych ustawieniach i opcjach, zaproponowanych przez projektującego system, por. [Kahneman i in. 1991; Samuelson, Zeckhauser 1988; Madrian, Shea 2001; Johnson, Goldstein 2003; Camerer i in. 2004; Thaler, Sunstein 2008].

W warunkach istnienia kosztu zmiany decyzji wybór klientów w danym okresie determinują w dużej mierze przyszłe zakupy. Klienci nie chcą ponieść kosztu zmiany

produktu, gdy nie jest on zrekompensowany przez odpowiednio dużą różnicę w cenie nowego produktu względem dotychczas używanego. Firmy, którą są świadome tego efektu zatrzymania klienta (*lock-in effect*) i są nastawione na krótko- i średnioterminowe zyski, zabiegają o pozyskanie klientów w pierwszych okresach ich aktywności na rynku. Firmy te wiedzą, że teraźniejsza baza klientów determinuje w dużej mierze przyszłą grupę klientów i tym samym zyski w kolejnych najbliższych okresach. Istnienie kosztu zmiany decyzji może tłumaczyć, dlaczego menedżerowie firm zabiegają o wysokie udziały w rynku, nie koncentrując swoich działań jedynie na maksymalizacji zysku w długim okresie, por. [Beggs, Klemperer 1992]. Natomiast dla firm nastawionych na długookresowe zyski bieżąca baza klientów może nie mieć znaczenia, albowiem w długim okresie wpływ krótkookresowej niechęci klientów do zmiany produktu będzie nieistotny, a klienci dostosują się do nowych warunków cenowych. Długość horyzontu planowania może określać siłę i kierunek oddziaływania kosztu zmiany produktu na ceny rynkowe. Stąd, analizując wpływ kosztu zmiany decyzji, należy także wziąć pod uwagę jej interakcyjny charakter z długością horyzontu planowania firm. Uzasadnia to uwzględnienie długości horyzontu planowania jako dodatkowej zmiennej egzogenicznej modelu cen na rynku, obok kosztu zmiany decyzji i wrażliwości cenowej klientów.

Wpływ kosztu zmiany decyzji na poziom cen na rynku jest niejednoznaczny i wiele badań daje sprzeczne wnioski. Weizsäcker [1984] proponuje wielookresowy model, który charakteryzuje się: zróżnicowanymi produktami, firmami o nieskończonym horyzoncie planowania, ustalającym ceny raz na wszystkie kolejne okresy, oraz klientami o zmiennych gustach. Autor definiuje miarę tzw. braku konkurencyjności (*competitive distance*). Pokazuje on dalej, że dla zerowej stopy procentowej wzrost kosztu zmiany decyzji zmniejsza miarę braku konkurencyjności, a więc sprzyja konkurencyjności. Dla wysokiej (>15%) stopy procentowej zaś wzrost kosztu zmiany decyzji powoduje spadek konkurencyjności. Dla mniejszych stóp (<15%) istnieje optymalna wartość kosztu zmiany decyzji. Także Klemperer [1987] rozważa model ze zróżnicowanymi dobrami i zmiennymi w czasie gustami klientów. Niemniej jednak w tym dwuokresowym modelu firmy mogą zmieniać ceny w każdym z dwóch okresów. W wyniku firmy ustalają w pierwszym okresie niższe ceny, celem przyciągnięcia klientów, którzy w drugim okresie będą mieli większą skłonność do pozostania przy obecnej firmie. Firma podwyższy cenę w drugim okresie, nie dbając już o pozyskanie nowych klientów, a jedynie wyeksploatowanie bieżącej bazy klientów. Autor wykazuje, że im wyższy jest odsetek klientów o stałych gustach, tym wyższe są ceny w drugim okresie. Wzrost kosztu zmiany decyzji obniża cenę w pierwszym okresie. Ten dwuokresowy model jest dalej rozwijany do modelu z nieskończoną liczbą okresów, por. [Beggs, Klemperer 1992]. Model, podobnie jak wcześniejszy, zakłada, że firmy mogą w każdym okresie ustalać nowe ceny, a klienci mają racjonalne oczekiwania i dyskontują przyszłe koszty swoją indywidualną stopą dyskontową. Autorzy wykazują, że ceny są wyższe przy występowaniu kosztu zmiany decyzji niż bez niego. Ponadto ceny rosną wraz ze wzrostem stopy dyskontowej

firm, a maleją wraz ze wzrostem stopy dyskontowej klientów oraz maleją, gdy odsetek nowych klientów na rynku jest większy lub gdy stopa wzrostu rynku jest wysoka. Padilla [1995] prezentuje dalsze rozwinięcie modelu, charakteryzującego się nakładającymi się pokoleniami. Każde pokolenie żyje dwa okresy. W pierwszym okresie każdy klient decyduje, co kupić. Firmy podejmują decyzje w strategiach mieszanych. Zbiorem strategii firm jest funkcja gęstości ceny na kolejny okres. Autor wykazuje, że występowanie kosztu zmiany decyzji powoduje, że najmniejsza wartość nośnika rozkładu równowagowej strategii mieszanej jest zawsze wyższa niż koszt krańcowy, tj. przypadek konkurencyjny. Rozkład cen firmy z większymi udziałami w rynku wykazuje dominację stochastyczną pierwszego rzędu nad firmą o mniejszych udziałach. Wzrost kosztu zmiany decyzji powoduje wzrost średnich cen na rynku. Odwrotnego wniosku dostarcza badanie [Arie, Grieco 2010], w którym autorzy proponują dynamiczny model duopolu, gdzie dla niewielkich wartości kosztu zmiany decyzji jego efekt krańcowy na ceny jest ujemny. Ujemny wpływ kosztu zmiany decyzji na ceny jest także zaprezentowany w nieopublikowanym opracowaniu [Zawisza i in. 2011(a)], w którym firmy o nieskończonym horyzoncie planowania przywiązują wagę jedynie do wpływu zmiany swoich cen na stacjonarny rozkład klientów. Niniejszy artykuł jest rozszerzeniem tego nieopublikowanego opracowania. Rozszerzenie niniejszego artykułu polega na uwzględnieniu krótkiego horyzontu planowania przez firmy i porównania do sytuacji, w której firmy planują w długim okresie. Jak wykazano poniżej, długość horyzontu planowania zmienia całkowicie jakościowe wyniki wcześniejszego opracowania.

Firmy różnią się w swoich celach. Jedne są skoncentrowane na szybkich zyskach, przypadających na kolejny okres rozliczeniowy, por. [Narayanan 1985; Stein 1988; Shleifer, Vishny 1990; Laverty 1996]. Inne firmy koncentrują się na długotrwałym zysku i pozycji marki, por. [Narayanan 1994]. W tym drugim przypadku firmy maksymalizują sumę nieskończonego ciągu zysków. Zyski są dyskontowane przez stopę procentową firmy, która jest kolejną miarą, obok długości horyzontu, preferowania dzisiejszych zysków nad te oddalone w czasie.

Ponadto klienci na rynku charakteryzują się ograniczoną racjonalnością, por. [Conlisk 1996]. Wyróżniamy dwa źródła ograniczonej racjonalności, które uwzględniliśmy w modelowaniu zachowań klientów. Są to: losowe błędy w wyborze najtańszego produktu spowodowane ograniczoną percepcją ceny klienta oraz krótkowzroczność klienta. Pierwsze z wymienionych źródeł ograniczonej racjonalności polega na trudności w poprawnym postrzeganiu ceny. Wynika to z faktu, że oferowane przez firmy produkty są często pakietami dóbr (*multi-product goods*), o których składzie decyduje sam klient. Towarzyszą im złożone cenniki, które utrudniają klientom porównywanie ofert konkurentów między sobą. Firmy czasami celowo utrudniają te porównywania, stosując tzw. zaciemnianie cen (*price obsfuscation*), por. [Łatek, Kaminski 2009]. Klienci, którzy nie są w stanie ocenić prawdziwej ceny produktu (co też może wynikać z niepewnego popytu, np. liczba połączeń w sieci komórkowej, które będą wykonane w przyszłości), popełniają losowe błędy w po-

prawnej ocenie kosztów używania danego produktu. W naszym badaniu uwzględniamy wyżej omówioną cechę klientów, modelując ich prawdopodobieństwo wyboru konkretnego produktu za pomocą funkcji *soft-max*'owej, por. [Sutton, Barto 1998]. Sterując stopniem racjonalności klientów, możemy zbadać wpływ racjonalności klientów na poziom cen równowagowych Nasha. Drugim źródłem ograniczonej racjonalności klientów jest ich krótkowzroczność (*myopic clients*). Występowanie kosztu zmiany decyzji determinuje w dużej mierze przyszłe zakupy, dlatego racjonalni klienci, świadomi tego, że będą kupować ten sam produkt w przyszłości po cenach, które ustali producent, powinni przewidywać przyszłe koszty i uwzględnić je przy podejmowaniu pierwszej decyzji, która jest kluczowa. Zakładamy jednak, że klienci kierują się jedynie bieżącą ceną produktów. Wynika to z trudności przewidywania ruchów cen w przyszłości.

W kolejnym rozdziale przedstawimy model konkurencji cenowej. W szczególności omówimy: proces decyzyjny klientów o ograniczonej racjonalności, kształtowanie się udziałów w rynku, funkcję zysku firm o długim oraz krótkim horyzoncie planowania. Ze względu na brak rozwiązań analitycznych zaproponowanego modelu wykorzystujemy numeryczną symulację zachowań firm, której procedury przedstawiamy w podrozdziale 2.4. W rozdziale 3 przedstawiamy wyniki z podziałem na firmy o długim horyzoncie planowania (podrozdział 3.1) oraz krótkim horyzoncie planowania (podrozdział 3.2). W szczególności prezentujemy: funkcję zysku firmy, funkcje reakcji firm oraz pokazujemy, jak koszt zmiany produktu i stopień racjonalności klientów wpływają na ceny równowagowe na rynku oligopolistycznym. W rozdziale 4 dokonujemy podsumowania. Model symulacyjny zaimplementowaliśmy w języku programistycznym JAVA oraz środowisku programowania statystycznego R-Project, w którym także wykonaliśmy rysunki, por. [R Development Core Team 2011].

2. Model Bertrand z kosztem zmiany decyzji i ograniczoną racjonalnością klientów oraz firmami z różnym horyzontem planowania

W podrozdziale 2.1 przedstawimy, w jaki sposób koszt zmiany decyzji i racjonalność klientów wpływają na ich decyzje dotyczące wyboru produktu na kolejny okres. W podrozdziale 2.2 zaproponujemy dyskretny proces stochastyczny modelujący dynamikę udziałów firm w rynku. Następnie pokażemy funkcję zysku firm optymalizujących swoje ceny w długim okresie (podrozdział 2.3.1) oraz w krótkim okresie (podrozdział 2.3.2). Ostatecznie w podrozdziale 2.4 zaprezentujemy algorytm symulujący dynamikę rozważanej gry dla dwóch rozpatrywanych horyzontów planowania firm.

2.1. Proces decyzyjny klienta dotyczący wyboru produktu

Zakładamy nieskończoną populację klientów $j \in \{1,2,3,\dots\}$. Każdy z nich musi zakupić dokładnie jedną jednostkę produktu od jednego z dwóch dostawców

$i \in \{1,2\}$. Klienci powtarzają zakup produktu w każdym okresie *t*, podejmując decyzję o zakupie tego samego produktu lub zmianie na inny. O sile przywiązania do obecnie używanego produktu mówi nam parametr kosztu zmiany decyzji SC, który jest doliczany przez klienta do ceny produktu obecnie przez niego nieużywanego. Prawdopodobieństwo pozostania przy obecnym produkcie *i* jest zadane poniższą funkcją *soft-max*'ową, por. [Sutton, Barto 1998]:

$$s(p_i, p_{-i}) = \frac{\exp(-\delta p_i)}{\exp(-\delta p_i) + \exp(-\delta(p_{-i} + SC))},$$

gdzie: p_i – cena produktu firmy *i*,
p_{-i} – cena produktu firmy innej niż *i*,
δ – wrażliwość cenowa klientów,
SC – koszt zmiany decyzji.

Prawdopodobieństwo $s(p_i, p_{-i})$ wyraża preferencję klientów dla:

- Niższych cen, tj. wyższa cena obecnego dostawcy zmniejsza prawdopodobieństwo pozostania klienta u tego dostawcy. Analogicznie, wzrost ceny konkurenta zwiększa prawdopodobieństwo pozostania przy obecnym dostawcy. Zależność ta jest przedstawiona zarówno na rys. 1, jak i rys. 2, gdzie widzimy, że wykresy funkcji maleją wraz ze wzrostem różnicy w cenach. Zachodzą nierówności:

$$\bigwedge_{\delta>0} \frac{\partial s(p_i, p_{-i})}{\partial p_i} < 0 \text{ oraz } \bigwedge_{\delta>0} \frac{\partial s(p_i, p_{-i})}{\partial p_{-i}} > 0.$$

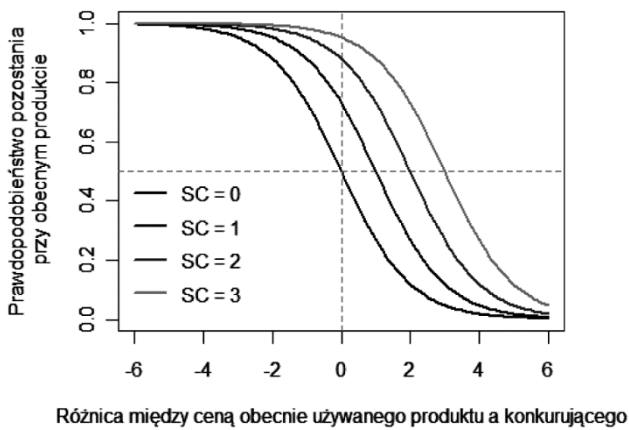
- Obecnego dostawcy, tj. im wyższy koszt zmiany dostawcy *SC*, tym większe prawdopodobieństwo kontynuowania zakupów u tego producenta, *ceteris paribus*. Zależność ta jest widoczna na rys. 1, gdzie widzimy, że wszystkie funkcje o wyższym koszcie zmiany decyzji SC znajdują się powyżej tych o niższym koszcie SC. Ponadto zachodzi nierówność:

$$\bigwedge_{\delta>0} \frac{\partial s(p_i, p_{-i})}{\partial SC} > 0.$$

Parametr kosztu zmiany produktu *SC* jest miarą niechęci do zmiany obecnego producenta towaru. W percepcji klienta jest to wartość, o którą powiększa on cenę produktu dotychczas nieużywanego, licząc łączny koszt zakupu nowego towaru lub usługi. Jak widać na rys. 1, wzrost parametru kosztu zmiany decyzji SC przesuwa funkcję prawdopodobieństwa pozostania przy obecnym produkcie $s(p_i, p_{-i})$ w prawo o wartość koszu zmiany decyzji SC.

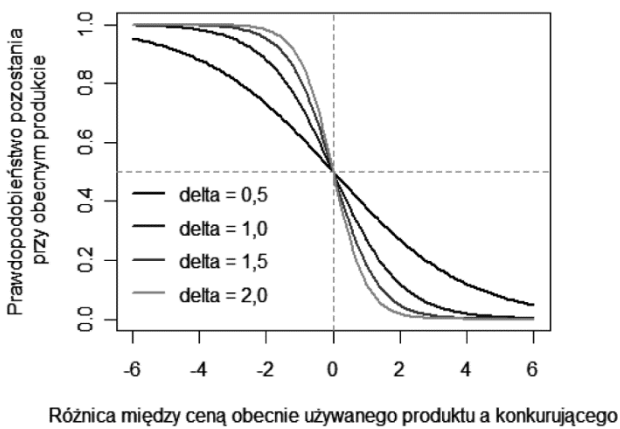
O stopniu racjonalności klientów, rozumianej tutaj jako zdolność do poprawnego postrzegania różnic między cenami oferowanymi przez firmy, decyduje parametr wrażliwości cenowej δ. Wyróżniamy dwie skrajne sytuacje:

- Klienci podejmują losowe decyzje (każdą z prawdopodobieństwem 50%), nie kierując się w ogóle cenami produktów. Sytuacja taka ma miejsce dla wartości wrażliwości cenowej klientów δ = 0.
- Klienci wybierają zawsze produkt o najmniejszym koszcie łącznym – przy czym należy zwrócić uwagę Czytelnika, że łączny koszt produktu nowego jest sumą jego ceny i kosztu zmiany produktu SC. Sytuacja taka ma miejsce, gdy parametr wrażliwości cenowej klientów $\delta \to \infty$.



Rys. 1. Wykres funkcji $s(p_i, p_{-i})$ dla różnych wartości kosztu zmiany decyzji SC. Na osi poziomej mierzona jest różnica $(p_i - p_{-i})$. Pozostałe parametry to poziom wrażliwości cenowej $\delta = 1$

Źródło: opracowanie własne.



Rys. 2. Wykres funkcji $s(p_i, p_{-i})$ dla różnych wartości wrażliwości cenowej δ. Na osi poziomej mierzona jest różnica $(p_i - p_{-i})$. Pozostałe parametry to koszt zmiany decyzji $SC = 0$

Źródło: opracowanie własne.

Podsumowując interpretację parametru wrażliwości cenowej klientów δ, można powiedzieć, że im większa jego wartość, tym bardziej preferowane są przez klientów produkty tańsze. Na rys. 2 widać, że wzrost wrażliwości cenowej δ powoduje zwiększenie nachylenia (pochodnej) co do wartości bezwzględnej funkcji w punkcie $x = (p_i - p_{-i}) = 0$. Wysoka wartość pochodnej oznacza, że niewielkie zmiany cen powodują duże zwiększenie prawdopodobieństwa zakupu produktu tańszego.

2.2. Dynamika udziałów firm w czasie dyskretnym

Dysponując podanym wcześniej prawdopodobieństwem przejścia klienta j z firmy i do konkurującej firmy $-i$, możemy modelować udziały firm w czasie dyskretnym, por. [Podgórska i in. 2002]. Macierz przejścia między firmami oznaczamy jako:

$$A(p_1, p_2) = \begin{bmatrix} s(p_1, p_2) & 1 - s(p_2, p_1) \\ 1 - s(p_1, p_2) & s(p_2, p_1) \end{bmatrix}.$$

Element macierzy a_{mn} interpretujemy jako prawdopodobieństwo przejścia klienta z firmy n do firmy m. Jak widać, prawdopodobieństwa w kolumnach sumują się do 100%.

Udziały firmy $h^t = \begin{bmatrix} h_1^t \\ h_2^t \end{bmatrix}$ w okresie t będą ewoluowały z okresu na okres zgodnie z macierzą przejścia w następujący sposób:

$$h^{t+1} = A(p_1, p_2)h^t.$$

Punkt stacjonarny tego procesu spełnia warunek:

$$\bar{h}(p_1, p_2) = A(p_1, p_2)\bar{h}(p_1, p_2).$$

I w rozważanej grze wynosi:

$$\bar{h}(p_1, p_2) = \begin{bmatrix} \dfrac{1 - s(p_2, p_1)}{2 - s(p_2, p_1) - s(p_1, p_2)} \\ \dfrac{1 - s(p_1, p_2)}{2 - s(p_2, p_1) - s(p_1, p_2)} \end{bmatrix}.$$

Przy tak zadanej macierzy $A(p_1, p_2)$ rozpatrywany proces stochastyczny jest nieprzywiedlnym nieokresowym łańcuchem Makowa ze stanami powracającymi dodatnimi i w związku z tym dla dowolnego punktu startowego proces zbiega do stanu stacjonarnego $\bar{h}(p_1, p_2)$, por. [Dędys, Dorosiewicz 2005]. W związku z tym, niezależnie od początkowych udziałów w rynku, ostateczne udziały w rynku w długim okresie będą wynosiły $\bar{h}(p_1, p_2)$. Warto zwrócić uwagę, że dla równowag symetrycznych, tj. takich, że $p_1 = p_2$, stacjonarne udziały w rynku wynoszą (50%, 50%).

Rozkład stacjonarny udziałów firm będzie bezpośrednio wykorzystany do skonstruowania funkcji zysku firmy o długim (nieskończonym) horyzoncie planowania

oraz pośrednio wykorzystany do skonstruowania funkcji zysku firmy i krótkim horyzoncie planowania.

2.3. Funkcje zysku firm o różnym horyzoncie planowania

Wyróżniamy dwa typy firm: o długim i krótkim horyzoncie planowania. Pierwszy typ firm maksymalizuje sumę nieskończonego ciągu niezdyskontowanych zysków. Ze względu na brak zbieżności tego ciągu firmy takie będą zainteresowane tylko zyskami w okresie stacjonarnym, w którym udziały firm odpowiadają rozkładowi stacjonarnemu rozważanego powyżej łańcucha Markowa. Firmy takie będziemy nazywać dalej w tekście firmami z długim horyzontem planowania. Drugi typ firm maksymalizuje zysk tylko na najbliższy okres gry. Oznacza to, że przy występowaniu wysokiego kosztu zmiany decyzji firmy takie będą chciały podwyższyć swoje ceny, wiedząc, że wielu obecnych klientów ciągle dokona u nich zakupu, a utrata bazy klientów w przyszłości nie będzie miała znaczenia dla takich firm. Firmy te będziemy nazywać dalej w tekście firmami z krótkim horyzontem planowania.

2.3.1. Funkcja zysku firmy o długim horyzoncie planowania

Zakładamy, że firmy o długim horyzoncie planowania maksymalizują nieskończony ciąg niezdyskontowanych zysków. Przy tym założeniu firmy, maksymalizując swój zysk, będą uwzględniać stacjonarny rozkład klientów, tj. rozkład klientów w długim okresie. W związku z tym funkcja zysku firmy o długim horyzoncie planowania jest następująca:

$$\pi_i^{długi}(p_i, p_{-i}) = \frac{1 - s(p_{-i}, p_i)}{2 - s(p_{-i}, p_i) - s(p_i, p_{-i})}\,(p_i - MC),$$

gdzie: MC – koszt krańcowy,
p_i – cena produktu firmy *i*,
p_{-i} – cena produktu firmy innej niż *i*.

W celu określenia dynamiki ustalania cen przez firmy i dochodzenia do cen równowagowych definiujemy funkcję reakcji (*Best response*). Funkcja reakcji firmy i informuje nas o optymalnej cenie, którą powinna ustalić ta firma w reakcji na cenę ustaloną przez konkurującą firmę $-i$:

$$BR_i^{długi}(p_{-i}) = arg\max_{p_i}\left\{\pi_i^{długi}(p_i, p_{-i})\right\}.$$

Implementacja powyższej funkcji reakcji zostanie opisana w podrozdziale 2.3 jako procedura numeryczna `zoptymalizujCenę(mojaCena, cenaRywala, zakresMax)`, por. tabela B2 w załączniku.

2.3.2. Funkcja zysku firmy o krótkim horyzoncie planowania

Firmy o krótkim horyzoncie planowania maksymalizują swój zysk tylko w najbliższym okresie. Udział firmy w kolejnym okresie jest równy, zgodnie z regułą przejścia podaną w podrozdziale 2.2, iloczynowi macierzy przejścia $A(p_i^y, p_{-i})$ oraz początkowemu rozkładowi udziałów, za który przyjmujemy rozkład stacjonarny $\bar{h}(p_i^x, p_{-i})$. Wynikiem tego mnożenia jest dwuwymiarowy wektor. Pierwszy element tego wektora mnożymy przez zysk jednostkowy $(p_i^y - MC)$, uzyskując zysk firmy $\pi_i^{krótki}$.

$$\pi_i^{krótki}(p_i^y, p_i^x, p_{-i}) = \begin{bmatrix}(p_i^y - MC) & 0\end{bmatrix} A(p_i^y, p_{-i})\bar{h}(p_i^x, p_{-i}) =$$

$$= \begin{bmatrix}(p_i^y - MC) & 0\end{bmatrix} \begin{bmatrix} s(p_i^y, p_{-i}) & 1 - s(p_{-i}, p_i^y) \\ 1 - s(p_i^y, p_{-i}) & s(p_{-i}, p_i^y) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dfrac{1 - s(p_{-i}, p_i^x)}{2 - s(p_{-i}, p_i^x) - s(p_i^x, p_{-i})} \\ \dfrac{1 - s(p_i^x, p_{-i})}{2 - s(p_{-i}, p_i^x) - s(p_i^x, p_{-i})} \end{bmatrix},$$

gdzie: MC – koszt krańcowy,
p_i^y – optymalizowana przez firmę i cena, pełniąca funkcję techniczną, celem wyznaczenia funkcji reakcji potrzebnej w działaniu algorytmu wyszukującego równowagę Nasha w strategiach cen,
p_i^x – cena produktu firmy i, która podlega sprawdzeniu, czy jest ceną równowagi Nasha,
p_{-i} – cena produktu firmy innej niż i, informację co do której firma i zakłada, maksymalizując swój własny zysk.

Podana postać funkcji zysku $\pi_i^{krótki}(p_i^y, p_i^x, p_{-i})$ pełni rolę techniczną, która umożliwia sprawdzenie tego, czy dana cena p_i^x jest ceną równowagi Nasha. W tym celu wyznacza się dla tak zadanej funkcji zysku $\pi_i^{krótki}$ funkcję reakcji firmy i, która ma postać:

$$BR_i^{krótki}(p_i^x, p_{-i}) = arg \max_{p_i^y}\{\pi_i^{krótki}(p_i^y, p_i^x, p_{-i})\},$$

Dysponując wartością funkcji reakcji w konkretnym punkcie (p_i^x, p_{-i}), można sprawdzić, czy cena p_i^x jest ceną równowagi Nasha. Albowiem cena p_i^x jest ceną równowagi Nasha, gdy zachodzi:

$$BR_i^{krótki}(p_i^x, p_{-i}) = p_i^x.$$

Jest to postępowanie zgodne z algorytmem NIRA, służącym do wyznaczania równowag Nash. Algorytm został zaproponowany przez [Krawczyk, Uryasev 2000].

Implementacja powyższej funkcji reakcji zostanie omówiona w podrozdziale 2.4 jako procedura numeryczna `zoptymalizujCenęKrótkiHoryznt`

`(mojaCena, cenaX, cenaRywala, zakresMax)`, por. tabela B4 w załączniku.

2.4. Numeryczna procedura symulacyjna ustalania cen przez firmy

Ceny równowagowe w sensie Nasha wyznaczamy numerycznie, symulując zachowania firm w reakcji na ceny konkurenta. Rozwiązanie tego zadania analitycznie stało się niemożliwe, jako że nie można wyznaczyć funkcji reakcji dla firm o długim horyzoncie planowania, zdefiniowanej jako:

$$BR_i^{\text{długi}}(p_{-i}) = \left\{ p_i : \frac{\partial \pi_i^{\text{długi}}(p_i, p_{-i})}{\partial p_i} = 0 \right\},$$

oraz dla firm o krótkim horyzoncie planowania:

$$BR_i^{\text{krótki}}\left(p_i^x, p_{-i}\right) = \left\{ p_i^y : \frac{\partial \pi_i^{\text{krótki}}\left(p_i^y, p_i^x, p_{-i}\right)}{\partial p_i^y} = 0 \right\}.$$

Tabela B1 w załączniku przedstawia procedurę osiągania ceny równowagi w przypadku firm o długim horyzoncie planowania. Firmy zaczynają od pewnych cen startowych (*cenaGracza1*, *CenaGracza2*), a następnie równolegle ustalają zmianę swojej ceny w reakcji na ostatnią cenę rywala. Procedura się kończy, gdy żadna z firm nie zmienia swojej ceny przez jeden okres. Procedura zwraca wartość ceny równowagi lub komunikat o nieosiągnięciu równowagi. Jednak należy zwrócić uwagę, że ze względu na własności funkcji reakcji, przedstawiona w tabeli B1 procedura jest zbieżna dla odpowiedniej liczby iteracji *maxLiczbaSymulacji.*

Firma o długim horyzoncie planowania, ustalając swoją optymalną cenę, używa funkcji *zoptymalizujCenę*, por. tabela B2. Argumentami i stałymi tej funkcji są:

- *mojaCena* – obecna cena firmy optymalizującej cenę,
- *cenaRywala* – cena produktu firmy konkurującej,
- *zakresZmian* – zbiór cen, jakie mogą przyjąć ceny ustalane przez firmy,
- *krok* – jednostka, której wielokrotności wyznaczają dopuszczalny zbiór cen *zakresZmian*, jakie mogą ustalić firmy, np. ceny w Polsce muszą być wielokrotnością grosza,
- *zakresMax* – maksymalna wielokrotność parametru *krok* (tj. jednostkowej zmiany ceny, np. grosza). Np. wartość *zakresMax* = 1 oznacza, że firma może zmienić swoją cenę jedynie o wartość *krok*, czyli 0,01, a dla wartości *ZakresMax* = 1000 i *krok* = 0,01 maksymalna zmiana ceny to 10 (=1000 · 0,01). Dla zadanej wartości parametru *zakresMax,* procedura *zoptymalizujCenę* przeszukuje ceny w celu znalezienia ceny maksymalizującej zysk. Parametr *zakresMax* określa otoczenie ceny bieżącej, wokół którego poszukiwana jest cena optymalna. Duża wartość parametru *zakresMax* dążąca do nieskończoności jest równoważna dynamice *BestResponse*. Mała wartość parametru odpowiada bar-

dziej rzeczywistemu procesowi podejmowania decyzji przez firmy, które zmieniają swoje ceny stopniowo.

Tabela B3 z załącznika przedstawia procedurę osiągania ceny równowagi lub cykli cen dla firm o krótkim horyzoncie planowania. Firmy zaczynają od pewnych cen startowych (*cenaGracza1*, *CenaGracza2*), a następnie równolegle ustalają zmianę swojej ceny w reakcji na ostatnią cenę rywala. Procedura się kończy, gdy ustalona na kolejny okres cena przez firmę pierwszą już wystąpiła wcześniej. Oznaczać to może dwa przypadki. Jeśli powtarzająca się cena wystąpiła w okresie poprzednim, tj. cena nie osiągnęła innych stanów, to cena taka jest ceną równowagi. W innym przypadku, gdy przed powtórzeniem danej ceny wystąpiły inne stany, mamy do czynienia z cyklem cen, a ceny występujące między powtarzającą się ceną są elementami tego cyklu. Procedura zwraca albo pojedynczą liczbę będącą ceną równowagi, albo zbiór cen należących do cyklu cen.

Firma o krótkim horyzoncie planowania, ustalając swoją optymalną cenę, używa funkcji *zoptymalizujCenęKrótkiHoryzont*, por. tabela B4. Funkcja ta jest analogiczna do podanej w tabeli B2 funkcji *zoptymalizujCenę* dla firm o długim horyzoncie planowania. Różnica między tymi procedurami polega na stosowaniu innych funkcji zysku podanych w podrozdziale 2.3. Funkcja zysku firmy o krótkim horyzoncie planowania wymaga dodatkowo informacji o własnej cenie z okresu poprzedniego celem określenia wyjściowego rozkładu stacjonarnego.

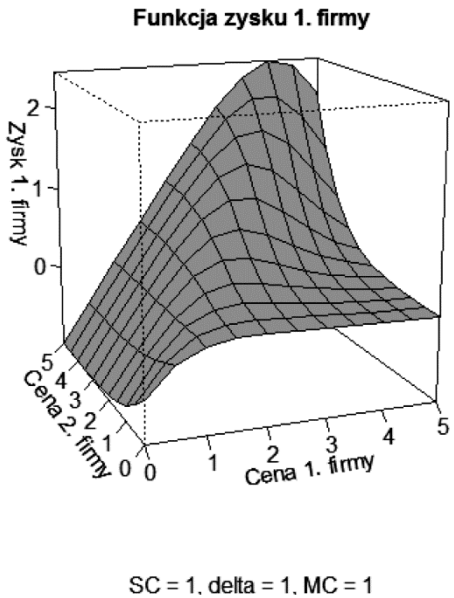
Wszystkie procedury numeryczne zostały zaimplementowane w środowisku programowania statystycznego R-Project, por. [R Development Core Team 2011], oraz języku programistycznym JAVA. Pseudokod tych procedur znajduje się w załączniku tego opracowania, w tabelach: B1, B2, B3 i B4. W celu określenia wpływu kosztu zmiany decyzji SC i wrażliwości cenowej klientów δ na ceny równowagi Nasha algorytm wyznaczania równowag Nasha został uruchomiony dla każdej pary parametrów $(SC, \delta) \in [0; 0{,}02; 0{,}04; \ldots; 2{,}98;\ 3] \times [0{,}4; 0{,}41; 0{,}42; \ldots; 1{,}99;\ 2]$. Pozostałe parametry symulacji są podane w załączniku w postaci tabeli A.

3. Wyniki symulacji

Przedstawione poniżej wyniki dotyczą firm o długim horyzoncie planowania w podrozdziale 3.1 i firm o krótkim horyzoncie planowania w podrozdziale 3.2.

3.1. Przypadek firm o długim horyzoncie planowania

W niniejszym podrozdziale przedstawiamy: wykres funkcji zysku firmy o długim horyzoncie planowania, funkcje reakcji wraz z możliwymi trajektoriami osiągania ceny równowagi, zależność funkcji reakcji od kosztu krańcowego MC, kosztu zmiany decyzji SC i wrażliwości cenowej klientów δ, aż w końcu wpływ kosztu zmiany decyzji i wrażliwości cenowej na kształtowanie się cen równowagowych na rozważanym rynku oligopolistycznym.



Rys. 3. Wykres funkcji zysku pierwszej firmy o długim horyzoncie planowania przy: koszcie krańcowym $MC = 1$, koszcie zmiany decyzji $SC = 1$, wrażliwości cenowej klientów $\delta = 1$

Źródło: opracowanie własne.

Rysunek 3 przedstawia przykładową funkcję zysku firmy pierwszej o długim horyzoncie planowania $\pi_1(p_1, p_2)$ dla konkretnych wartości parametrów: kosztu zmiany decyzji $SC = 1$, kosztu krańcowego $MC = 1$ oraz wrażliwości cenowej klientów $\delta = 1$. Widać, że w sytuacji, w której każdy klient musi zakupić dokładnie jedną jednostkę dobra, niezależnie od jej ceny, to możliwe jest osiąganie dowolnie wysokich zysków przy odpowiednio wysokich cenach firmy 1 i 2. Albowiem zachodzi:

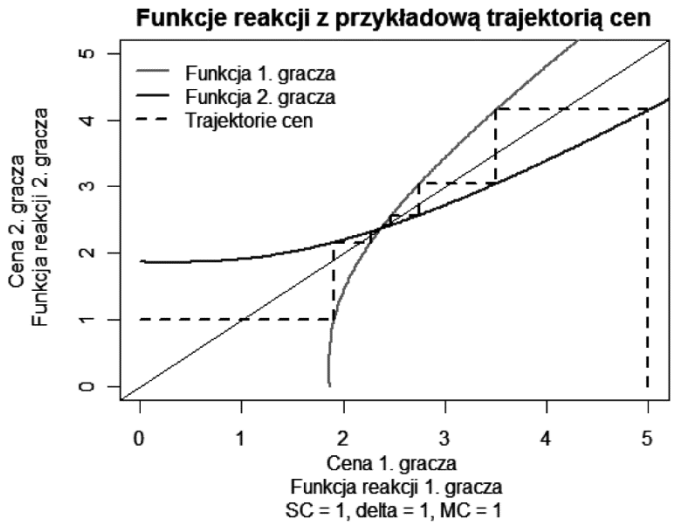
$$\bigwedge_{M} \bigvee_{(p_1,p_2)} \pi_1(p_1, p_2) > M \text{ oraz } \pi_2(p_2, p_1) > M.$$

Sytuacja taka czyni potencjalne zmowy cenowe bardzo atrakcyjnymi dla firm.

Rysunek 4 przedstawia funkcje reakcji gracza pierwszego (linia jasnoszara) i gracza drugiego (linia ciemnoszara). Funkcje reakcji obu graczy są zawsze identyczne, albowiem zachodzi:

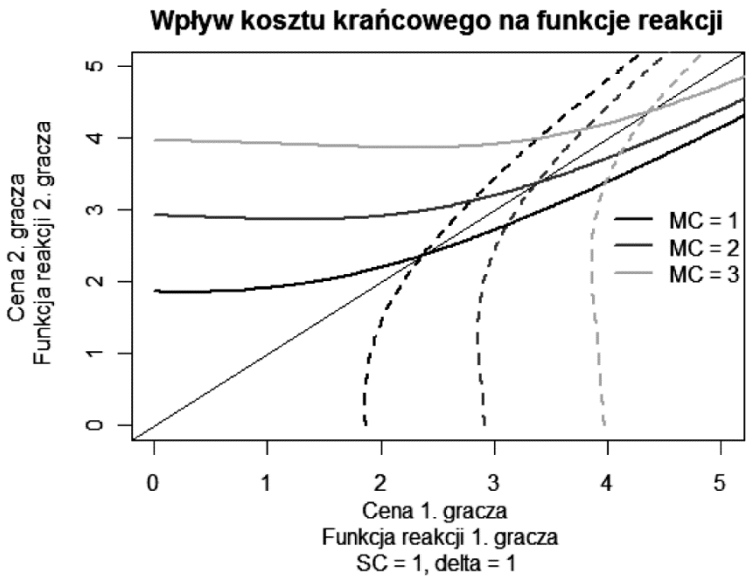
$$\pi_1(p_1, p_2) = \pi_2(p_2, p_1) \Rightarrow \frac{\partial \pi_1}{\partial p_1}(p_2) = \frac{\partial \pi_2}{\partial p_2}(p_1) \Rightarrow BR_1(p_2) = BR_2(p_1).$$

Dlatego wykresy na rys. 4 są symetryczne względem osi $y = x$. Równowaga gry jest wyznaczona przez punkt przecięcia się obu funkcji reakcji. Czarna przerywana linia wyznacza dwie przykładowe trajektorie osiągania ceny równowagi.



Rys. 4. Funkcje reakcji firm o długim horyzoncie planowania, ilustrujące istnienie równowagi Nasha, przy parametrach: kosztu krańcowego $MC = 1$, wrażliwości cenowej klientów $\delta = 1$ oraz kosztu zmiany decyzji $SC = 1$

Źródło: opracowanie własne.

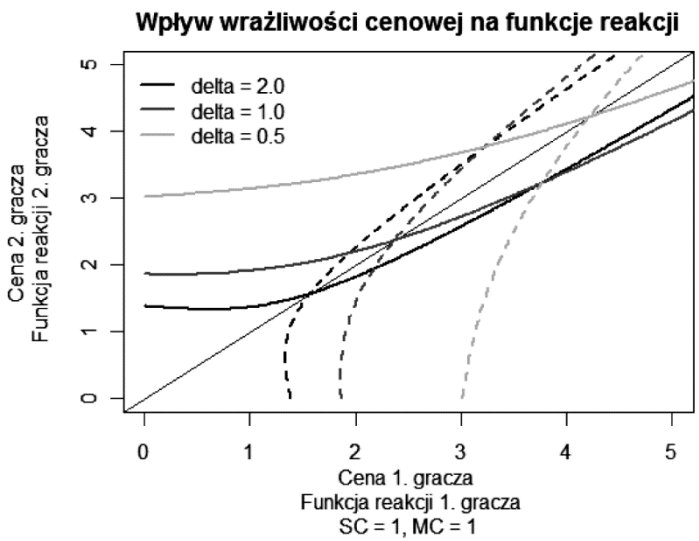


Rys. 5. Wpływ kosztu krańcowego MC na kształt funkcji reakcji przy: koszcie zmiany decyzji $SC = 1$, wrażliwości cenowej klientów $\delta = 1$ i długim horyzoncie planowania firmy

Źródło: opracowanie własne.

Analogiczne funkcje reakcji, różniące się wartością parametru kosztu krańcowego MC, zostały przedstawione na rys. 5. Widać na nim, że zwiększanie wartości tego parametru powoduje przesunięcie krzywych reakcji w kierunku północno-wschodnim, skutkując podwyższeniem ceny równowagi. Koszt krańcowy stanowi dolną granicę ceny, przy której działalność firmy jest opłacalna. Wzrost kosztu krańcowego MC pociąga za sobą wzrost cen.

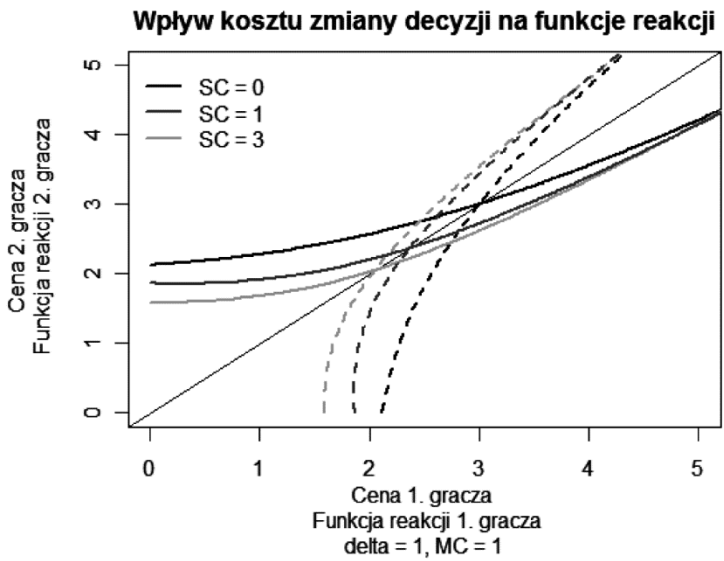
Rysunek 6 przedstawia wpływ racjonalności klientów na kształt funkcji reakcji. Widać na nim, że wyższa wrażliwość cenowa klientów δ powoduje przesunięcie funkcji reakcji w lewy dolny róg. Skutkuje to niższą ceną równowagi. Wyższa wrażliwość cenowa klientów powoduje, że firmy intensywniej konkurują ceną. W szczególnym przypadku, gdy wrażliwość cenowa $\delta \to \infty$ i przy zerowym koszcie zmiany decyzji $SC = 0$, klienci wybierają zawsze produkt najtańszy. Model taki jest równoznaczny klasycznemu modelowi Bertrand, gdzie cena równowagowa jest równa dokładnie kosztowi krańcowemu $p^* = MC$, por. [Tirole 1988].



Rys. 6. Wpływ wrażliwości cenowej klientów δ na kształt funkcji reakcji przy: koszcie zmiany decyzji $SC = 1$, koszcie krańcowym $MC = 1$ i długim horyzoncie planowania firm

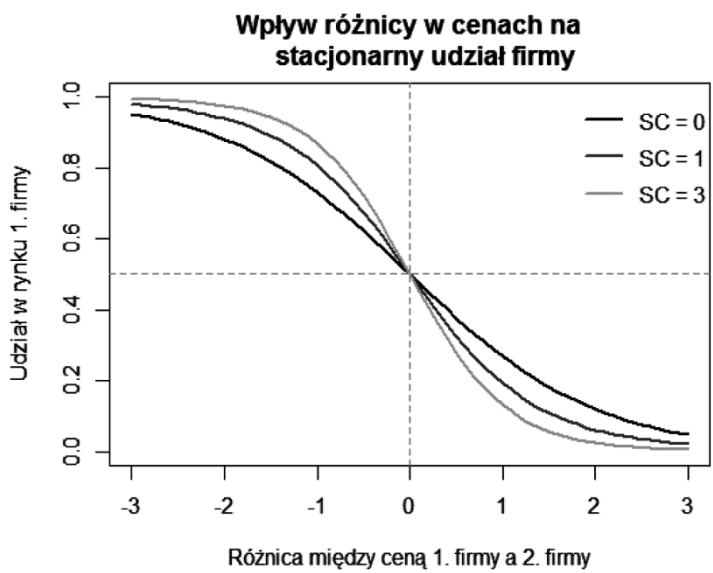
Źródło: opracowanie własne.

Rysunek 7 przedstawia wpływ wielkości kosztu zmiany decyzji SC na kształt funkcji reakcji przy pozostałych parametrach: wrażliwości cenowej klientów $\delta = 1$ i koszcie krańcowym $MC = 1$. Widać, że wyższym wartościom kosztu zmiany decyzji $SC = \{0, 1, 3\}$ towarzyszą niższe ceny równowagi, a funkcje reakcji przesuwają się w kierunku południowo-zachodnim.



Rys. 7. Wpływ kosztu zmiany decyzji SC na kształt funkcji reakcji, przy pozostałych parametrach: koszcie zmiennym $MC = 1$, wrażliwości cenowej klientów $\delta = 1$ i długim horyzoncie planowania

Źródło: opracowanie własne.

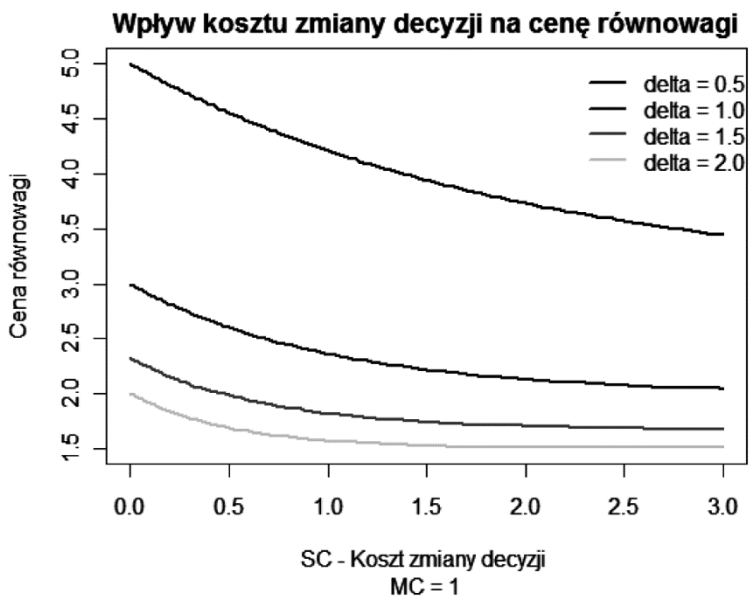


Rys. 8. Wpływ różnicy w cenach na stacjonarny udział firmy dla różnych poziomów kosztu zmiany produktu SC. Pozostały parametr to wrażliwość cenowa klientów $\delta = 1$

Źródło: opracowanie własne.

Fakt obniżenia cen równowagowych na rynku spowodowany wzrostem kosztu zmiany produktu tłumaczymy większą wrażliwością stacjonarnych udziałów firmy na zmiany cen w przypadku większych wartości kosztu zmiany decyzji. Zależność tę przedstawia rys. 8. Widzimy na nim, że pochodna w punkcie $(p_1 - p_2) = 0$ zwiększa się co do wartości bezwzględnej wraz ze wzrostem kosztu zmiany produktu SC. Oznacza to, że dla wyższej wartości kosztu zmiany decyzji niewielka zmiana ceny powoduje większy wzrost stacjonarnych udziałów firmy oferującej tańszy produkt. Dlatego przy długim horyzoncie planowania firm obserwujemy zależność, gdzie wzrost kosztu zmiany decyzji powoduje spadek cen równowagowych.

Rysunek 9 przedstawia wpływ kosztu zmiany decyzji SC dla różnych wartości wrażliwości cenowej klienta δ na wartość ceny równowagi. Wszystkie cztery linie spadają wraz ze wzrostem kosztu zmiany decyzji, co świadczy o ujemnym efekcie krańcowym wpływu kosztu zmiany decyzji na cenę równowagi. Niemniej jednak efekt ten maleje co do wartości bezwzględnej wraz ze wzrostem tego kosztu i wysokimi wartościami wrażliwości cenowej klientów δ. Możemy też zauważyć, że kolejne linie odpowiadające wyższym wartościom świadomości cenowej klientów δ są umieszczone coraz niżej. Świadczy to o ujemnym wpływie świadomości cenowej na cenę równowagi. Jednak wpływ ten maleje wraz ze wzrostem tej świadomości, o czym świadczą zmniejszające się odległości (mierzone w pionie) pomiędzy krzywymi.



Rys. 9. Wpływ kosztu zmiany decyzji SC na cenę równowagi dla różnych stopni racjonalności klienta δ przy pozostałych parametrach: kosztu krańcowego $MC = 1$ i długim horyzoncie planowania

Źródło: opracowanie własne.

Rysunek 10 stanowi podsumowanie wpływu kosztu zmiany decyzji $\boldsymbol{SC}$ i wrażliwości cenowej klienta $\boldsymbol{\delta}$ na cenę równowagi. Widać na nim zaobserwowane wcześniej fakty. Wzrost wrażliwości cenowej klientów $\boldsymbol{\delta}$ zmniejsza poziom ceny równowagi. Jednak efekt krańcowy tego parametru zbiega do 0 wraz z jego wzrostem, co możemy zapisać jako:

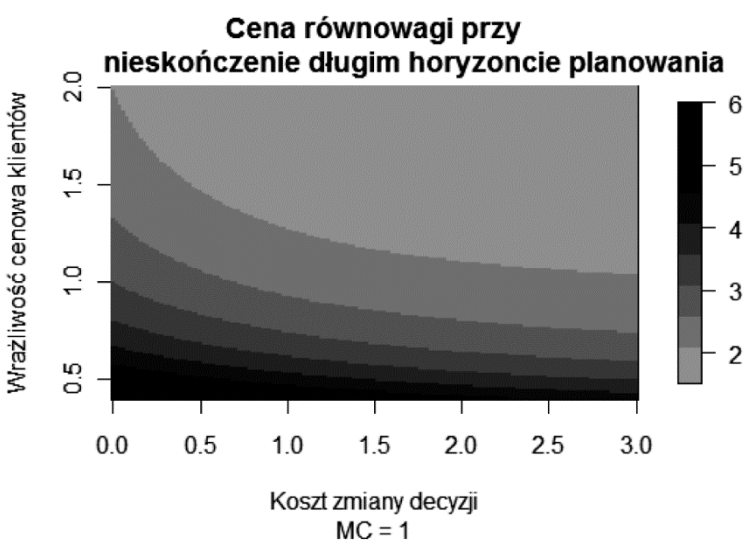
$$\frac{\partial p^*(SC,\delta,MC)}{\partial \delta} < 0 \text{ oraz } \frac{\partial^2 p^*(SC,\delta,MC)}{\partial^2 \delta} > 0.$$

gdzie: $p^*(SC,\delta,MC)$ – funkcja zwracająca cenę równowagi dla trzech parametrów modelu.

Analogiczny wpływ wykazuje koszt zmiany decyzji $\boldsymbol{SC}$. Jego wzrost także powoduje spadek ceny, ale jego wpływ jest ograniczony, co zapisujemy jako:

$$\frac{\partial p^*(SC,\delta,MC)}{\partial SC} < 0 \text{ oraz } \frac{\partial^2 p^*(SC,\delta,MC)}{\partial^2 SC} > 0.$$

Dolną granicą ceny, poniżej której zyski są ujemne, a produkcja nieopłacalna, jest koszt krańcowy $\boldsymbol{MC}$. Stąd ujemny wpływ kosztu zmiany decyzji $\boldsymbol{SC}$ i wrażliwości cenowej $\boldsymbol{\delta}$ na ceny rynkowe nie może być nieograniczony i musi być ograniczony do kosztu krańcowego produktu.



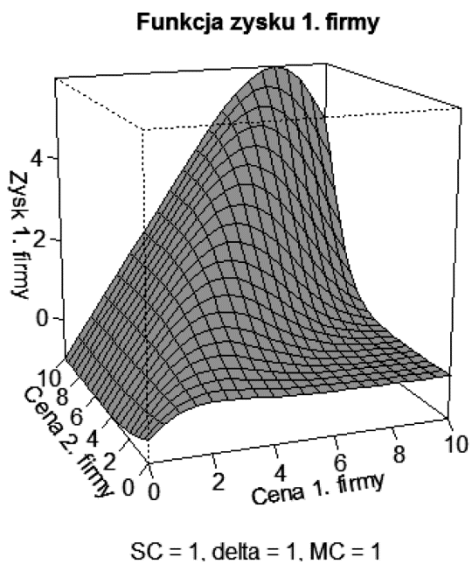
Rys. 10. Mapa ciepła ilustrująca cenę równowagi w zależności od parametrów kosztu zmiany decyzji SC i wrażliwości cenowej klientów δ, przy koszcie krańcowym $MC = 1$ i długim horyzoncie planowania

Źródło: opracowanie własne.

Ponadto należy zaznaczyć, że uzyskane na rys. 9 i 10 wartości ceny równowagi nie zależą od wartości parametru *zakresMax*, określającego maksymalną zmianę ceny przez firmy w jednym okresie gry. Identyczność wyników oznacza, że uzyskane ceny są niezależne od parametrów procedury *symulujDynamikęUstalaniaCen* oraz przyjętego punktu startowego tej procedury. Wartość parametru *zakresMax* = 2000 jest równoznaczna z globalną optymalizacją dokonywaną przez firmę z dokładnością do wartości jednostki zmiany ceny *krok* = 0,01, np. jeden grosz. Wartość parametru *zakresMax* = 1 odpowiada optymalizacji lokalnej. Za wyborem małej wartości parametru *zakresMax* stoją powody praktyczne. Firmy w rzeczywistości zmieniają ceny swoich produktów o niewielkie wartości, ale w kilku odstępach czasu.

3.2. Przypadek firm o krótkim horyzoncie planowania

W niniejszym podrozdziale wykonamy analogiczną do podrozdziału 3.1 analizę wpływu trzech parametrów: kosztu krańcowego MC, wrażliwości cenowej klientów δ i kosztu zmiany decyzji SC, na poziom cen równowagowych w przypadku firm, które kierują się krótkim okresem planowania. Wskażemy także podprzestrzeń parametrów $(\delta, SC) \in R^2$, dla której nie istnieją ceny równowagi.



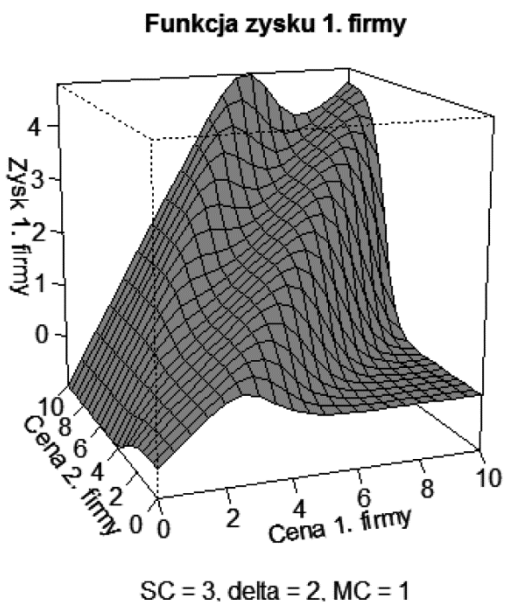
Rys. 11. Wykres funkcji zysku gracza pierwszego przy koszcie krańcowym $MC = 1$, koszcie zmiany decyzji $SC = 1$, wrażliwości cenowej klientów $\delta = 1$ i krótkim horyzoncie planowania

Źródło: opracowanie własne.

Rysunek 11 przedstawia przykładową funkcję zysku pierwszej firmy π_1 w zależności od ceny tej firmy p_1 oraz ceny firmy konkurującej p_2 przy pozostałych

parametrach modelu: kosztu zmiany decyzji $SC = 1$, wrażliwości cenowej klientów $\delta = 1$, kosztu krańcowego $MC = 1$. Widać, że dla zadanych parametrów funkcja wykazuje pożądane własności unimodalności względem ceny p_1, co oznacza ciągłość funkcji reakcji $BR_1(p_2)$ i możliwość jej wyznaczenia klasycznymi metodami optymalizacji, zakładającymi jednomodalność funkcji.

Pożądane własności funkcji zaprezentowanej na rys. 11 nie występują dla wyższych wartości kosztu zmiany decyzji SC i wrażliwości cenowej klientów δ. Przykład takiej funkcji dla parametrów $SC = 3$ i $\delta = 2$ przedstawia rys. 12. Widać na nim wielomodalność funkcji względem parametru p_1, co uniemożliwia stosowanie klasycznych metod optymalizacji funkcji oraz skutkuje, co zostanie dalej pokazane, nieciągłością funkcji reakcji $BR_1(p_2)$.

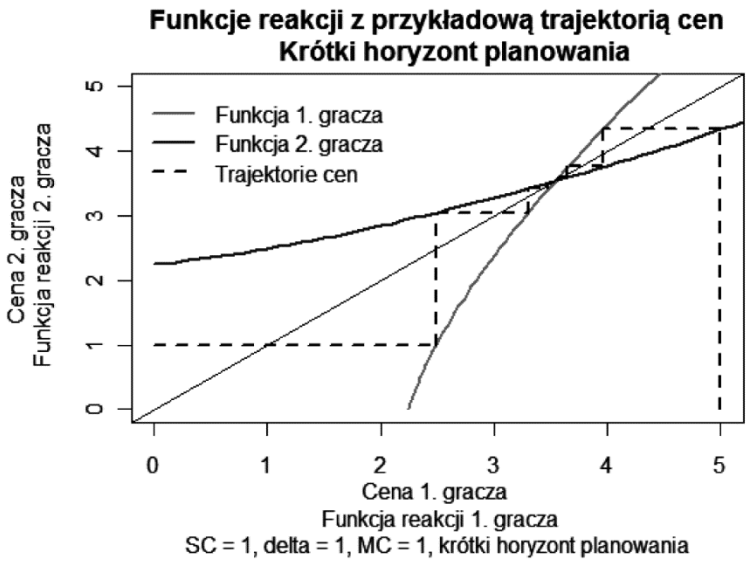


Rys. 12. Wykres funkcji zysku gracza pierwszego przy koszcie krańcowym $MC = 1$, koszcie zmiany decyzji $SC = 3$, wrażliwości cenowej klientów $\delta = 2$ i krótkim horyzoncie planowania

Źródło: opracowanie własne.

Rysunek 13 przedstawia funkcje reakcji gracza pierwszego $BR_1(p_2)$ oraz gracza drugiego $BR_2(p_1)$ dla relatywnie niskich wartości parametrów kosztu zmiany decyzji $SC = 1$ oraz wrażliwości cenowej klientów $\delta = 1$. Widzimy, że dla takiej parametryzacji funkcje reakcji są ciągłe i przecinają się w linii $y = x$, wyznaczając symetryczną równowagę cenową. Dodatkowo rys. 13 przedstawia dwie przykładowe trajektorie (czarna przerywana linia) osiągania ceny równowagi. Jedna trajektoria (z lewej strony wykresu) zaczyna się od reakcji gracza pierwszego na cenę gracza

drugiego $p_2 = 1$. Druga trajektoria (z prawej strony wykresu) zaczyna się od reakcji gracza drugiego na cenę gracza pierwszego $p_1 = 5$.

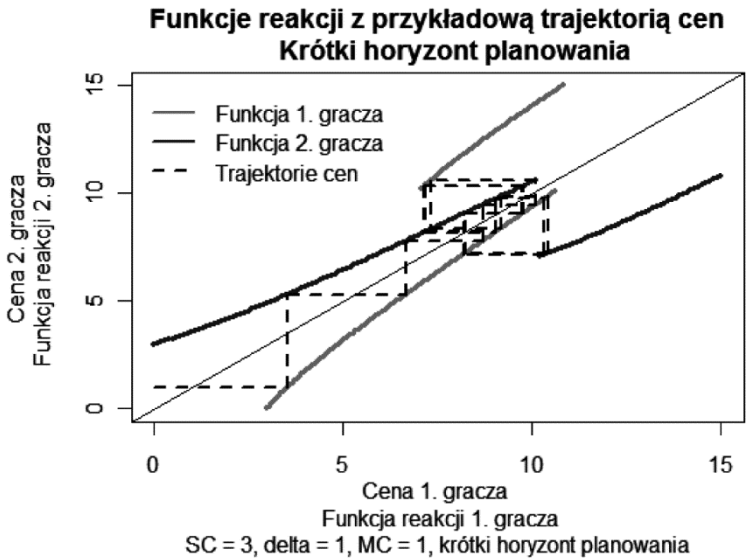


Rys. 13. Funkcje reakcji graczy, ilustrujące istnienie równowagi Nasha, przy parametrach: kosztu krańcowego $MC = 1$, wrażliwości cenowej klientów $\delta = 1$, kosztu zmiany decyzji $SC = 1$ i krótkim horyzoncie planowania

Źródło: opracowanie własne.

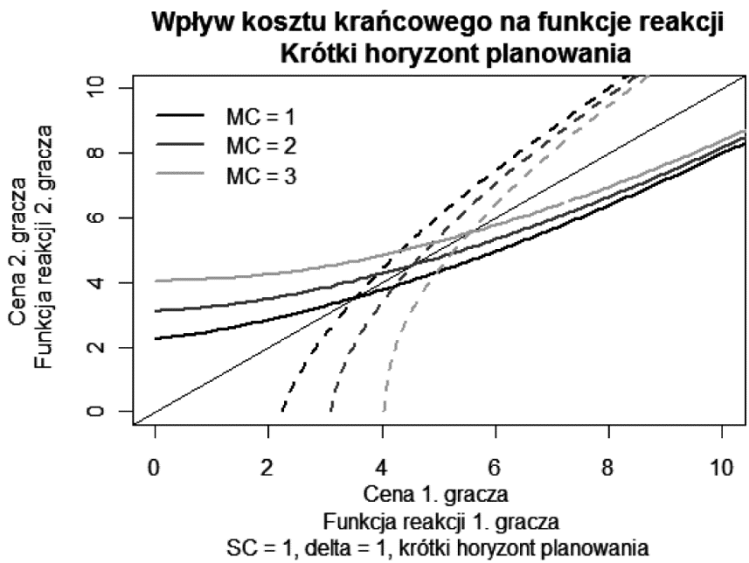
Ciągłe funkcje reakcji widoczne na rys. 13 nie występują zaś przy wyższej wartości parametru kosztu zmiany decyzji $SC = 3$, co przedstawia rys. 14. Widać na nim, że funkcje reakcji nie są ciągłe i nie przecinają się w żadnym punkcie przestrzeni (p_1, p_2), co oznacza brak równowagi takiej gry. Brak równowagi jest także potwierdzony przez trajektorię ustalania cen, w której występuje cykl cen. Podprzestrzeń, dla której nie istnieją ceny równowagi, zostanie przedstawiona na rys. 21 za pomocą mapy ciepła, a wartości, które przyjmuje cena w cyklu dla zadanych parametrów kosztu zmiany decyzji SC i wrażliwości cenowej klientów δ, zostaną przedstawione na wykresach bifurkacyjnych na rys. 19 i 20.

Na kolejnych trzech rysunkach: 15, 16 i 17, zajmujemy się wpływem odpowiednio: kosztu krańcowego MC, wrażliwości cenowej klientów δ oraz kosztu zmiany decyzji SC, na kształt funkcji reakcji firm z krótkim horyzontem planowania. Na rys. 15 widać, że wzrost kosztu krańcowego MC powoduje przesunięcie krzywych funkcji reakcji w kierunku północno-wschodnim, powodując tym samym przesunięcie przecięcia krzywych reakcji i wzrost ceny równowagi. Jest to wynik identyczny z uzyskanym wynikiem dla firm o długim horyzoncie planowania, por. rys. 5, podrozdział 3.1.



Rys. 14. Funkcje reakcji graczy, ilustrujące brak istnienia równowagi Nasha, przy parametrach: kosztu krańcowego $MC = 1$, wrażliwości cenowej klientów $\delta = 1$, kosztu zmiany decyzji $SC = 3$ i krótkim horyzoncie planowania

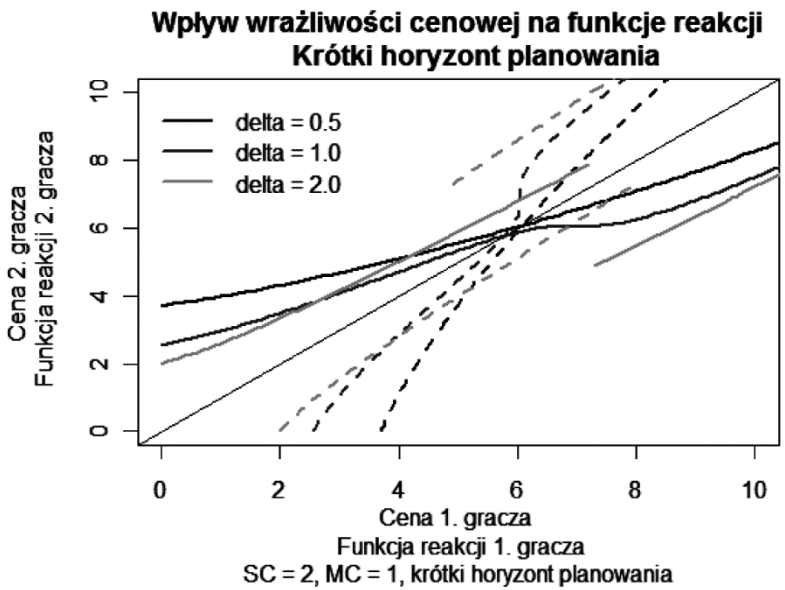
Źródło: opracowanie własne.



Rys. 15. Wpływ kosztu krańcowego MC na kształt funkcji reakcji przy koszcie zmiany decyzji $SC = 1$, wrażliwości cenowej klientów $\delta = 1$ i krótkim horyzoncie planowania

Źródło: opracowanie własne.

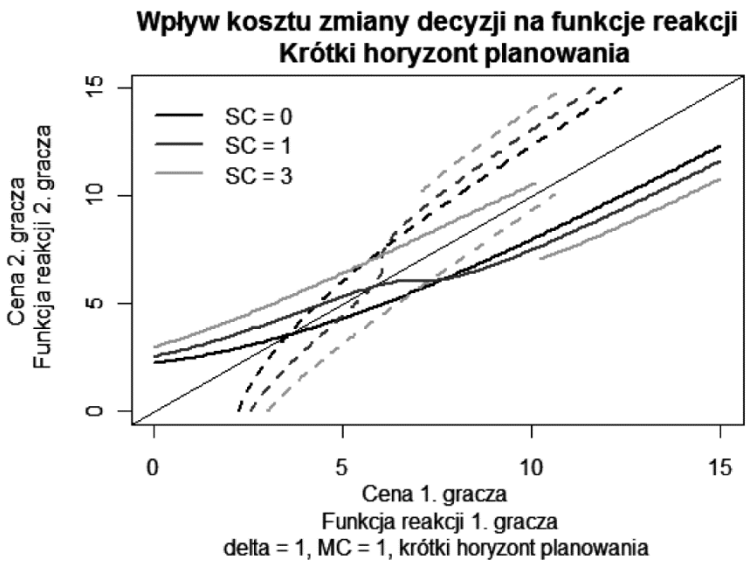
Rysunek 16 przedstawia wpływ wrażliwości cenowej klientów δ na kształt funkcji reakcji. Widać na nim, że wzrost wrażliwości cenowej klientów z $\delta = 0{,}5$ do $\delta = 1{,}0$ nie powoduje istotnej zmiany ceny równowagi. Wynika to z faktu, co zostanie pokazane na mapie ciepła na rys. 21, że wpływ wrażliwości cenowej klientów δ na cenę równowagi ma kształt litery U, a punkt przegięcia w tym przypadku parametru δ jest pomiędzy wartościami 0,5 a 1,0. Dalszy wzrost parametru wrażliwości cenowej klientów do wartości $\delta = 2{,}0$ powoduje, że funkcje reakcji przestają być ciągłe i nie przecinają się, skutkując brakiem równowag i cyklicznym zachowaniem trajektorii ustalania cen, podobnych do tych zaprezentowanych na rys. 14.



Rys. 16. Wpływ wrażliwości cenowej δ na kształt funkcji reakcji przy koszcie zmiany decyzji $SC = 1$, koszcie krańcowym $MC = 1$ i krótkim horyzoncie planowania

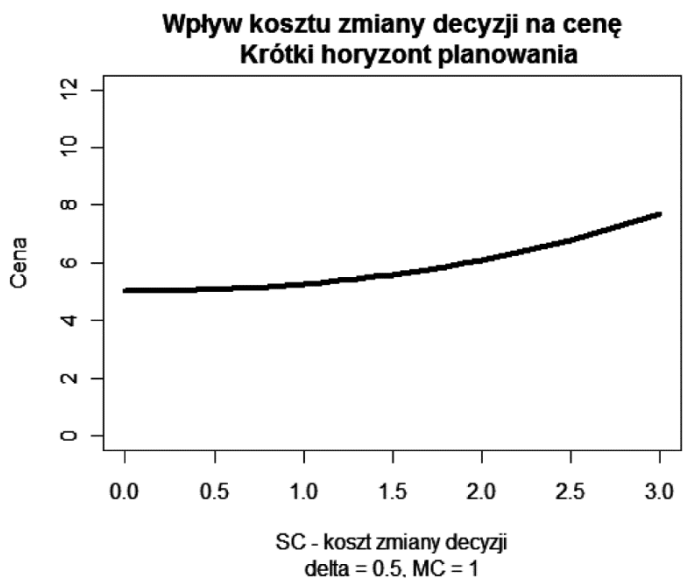
Źródło: opracowanie własne.

Rysunek 17 przedstawia wpływ kosztu zmiany decyzji SC na kształt funkcji reakcji firm o krótkim horyzoncie planowania. Widać na nim, że wzrost wartości tego parametru z $SC = 0$ do $SC = 1$ powoduje wzrost ceny równowagi. Jest to zależność wpływu kosztu zmiany decyzji SC na cenę równowagi odwrotna do tej, którą wykazaliśmy dla firm o długim horyzoncie planowania, por. rys. 7, podrozdział 3.1. Dalszy wzrost kosztu zmiany produktu do wartości $SC = 3$ powoduje, że funkcje reakcji firm o krótkim horyzoncie planowania przestają być ciągłe, nie przecinają się, co skutkuje brakiem równowag i cyklicznym zachowaniem cen w zadanej dynamice ustalania cen.



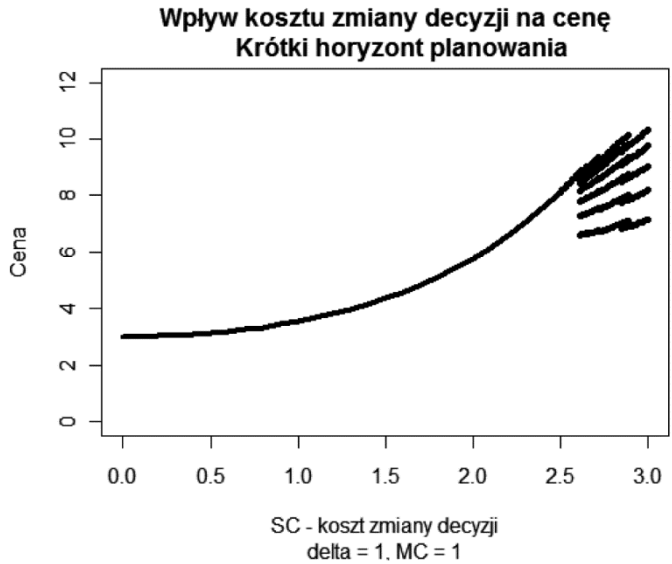
Rys. 17. Wpływ kosztu zmiany decyzji SC na kształt funkcji reakcji przy wrażliwości cenowej klientów $\delta = 1$, koszcie krańcowym $MC = 1$ i krótkim horyzoncie planowania

Źródło: opracowanie własne.



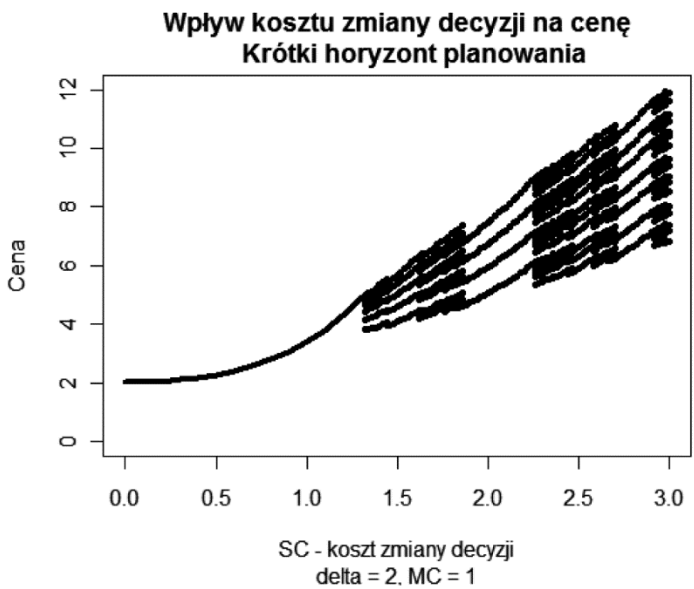
Rys. 18. Wpływ kosztu zmiany decyzji SC na cenę przy pozostałych parametrach: wrażliwości cenowej klientów $\delta = 0{,}5$, koszcie krańcowym $MC = 1$ i krótkim horyzoncie planowania

Źródło: opracowanie własne.



Rys. 19. Wpływ kosztu zmiany decyzji SC na cenę przy pozostałych parametrach: wrażliwości cenowej klientów $\delta = 1$, koszcie krańcowym $MC = 1$ i krótkim horyzoncie planowania

Źródło: opracowanie własne.



Rys. 20. Wpływ kosztu zmiany decyzji SC na cenę przy pozostałych parametrach: wrażliwości cenowej klientów $\delta = 2$, koszcie krańcowym $MC = 1$ i krótkim horyzoncie planowania

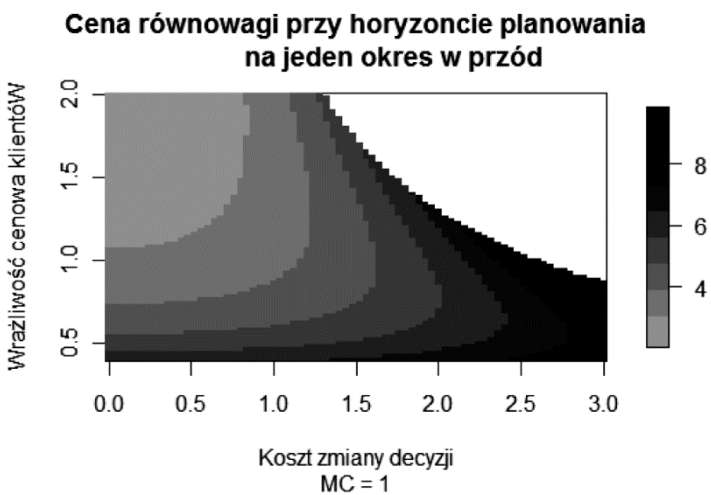
Źródło: opracowanie własne.

W celu zbadania cykliczności zachowań cen, kolejne trzy rysunki: 18, 19 i 20, przedstawiają wykresy bifurkacyjne dla trzech różnych wartości parametru wrażliwości cenowej klientów $\delta = \{0{,}5; 1{,}0; 2{,}0\}$. Wykres bifurkacyjny informuje nas o przyjmowanych stanach (cenach) procesu dynamicznego w zależności od parametru kosztu zmiany decyzji SC.

Na rys. 18 widzimy, że proces ustalania cen nie wykazuje cykli dla wartości kosztu zmiany decyzji $SC \in [0, 3]$ oraz wrażliwości cenowej klientów $\delta = 0{,}5$. Wpływ kosztu zmiany decyzji SC na cenę równowagi jest dodatni.

Rysunek 19 przedstawia wykres bifurkacji cen w zależności od kosztu zmiany decyzji $SC \in [0, 3]$ oraz dla ustalonej wartości parametru wrażliwości cenowej klientów $\delta = 1$. Widzimy na wykresie, że dla wartości kosztu zmiany produktu większej niż $SC > 2{,}5$ zachowanie cen wykazuje cykle, których ceny przyjmują wartości od ok. 6 do ok. 10.

Dalszy wzrost wrażliwości cenowej klientów do wartości $\delta = 2$ sprzyja powstaniu bifurkacji cen, które występują już przy wartościach kosztu zmiany decyzji $SC > 1$, co widać na rys. 20. Ponadto widać na nim, że rozpiętość cen będących częścią cyklu zwiększa się wraz ze wzrostem kosztu zmiany decyzji SC.



Rys. 21. Mapa ciepła ilustrująca cenę równowagi w zależności od parametrów: kosztu zmiany decyzji SC i wrażliwości cenowej klientów δ, przy pozostałych parametrach: koszcie krańcowym $MC = 1$ i krótkim horyzoncie planowania. Kolorem białym oznaczono brak istnienia punktu stacjonarnego rozważanej dynamiki ruchu cen

Źródło: opracowanie własne.

Podsumowaniem wpływu parametrów kosztu zmiany decyzji SC i wrażliwości cenowej klientów δ jest mapa ciepła, przedstawiona na rys. 21. Intensywność kolorów szarości odpowiada wartości ceny równowagi. Należy zwrócić uwagę, że wpływ

rozważanych dwóch parametrów na cenę równowagi ma charakter ciągły, a nie skokowy, jak mógłby sugerować rys. 21. Zastosowanie niewielkiej liczby odcieni szarości uzasadniamy powodami czytelności wykresu. Przy zastosowaniu tak nielicznej gamy odcieni szarości bardzo wyraźnie widać, że wpływ parametru wrażliwości cenowej klientów δ na cenę równowagi ma kształt litery U, co możemy zapisać jako:

$$\bigvee_{\delta} \frac{\partial p^*(SC,\delta,MC)}{\partial \delta} = 0 \text{ oraz } \bigwedge_{\delta} \frac{\partial^2 p^*(SC,\delta,MC)}{\partial^2 \delta} > 0,$$

gdzie: $p^*(SC,\delta,MC)$ – funkcja zwracająca cenę równowagi dla trzech parametrów modelu.

Wynik ten, dotyczący krótkiego horyzontu planowania firm, jest inny niż uzyskany dla firm o długim horyzoncie planowania, por. podrozdział 3.1, w którym wzrost świadomości cenowej klientów powodował coraz wolniejszy spadek cen. W tym przypadku wzrost świadomości cenowej może spowodować także wzrost cen. Co więcej, wzrost ten jest coraz szybszy, a spadek coraz wolniejszy.

Ponadto widzimy na rys. 21, że wzrost parametru kosztu zmiany decyzji SC powoduje wzrost ceny równowagi, a wzrost ten jest coraz szybszy, co zapiszemy jako:

$$\boldsymbol{\frac{\partial p^*(SC,\delta,MC)}{\partial SC} > 0 \text{ oraz } \frac{\partial^2 p^*(SC,\delta,MC)}{\partial^2 SC} > 0}.$$

Wynik ten jest inny niż dla firm o długim horyzoncie planowania. W przypadku firm o długim horyzoncie planowania wzrost kosztu zmiany decyzji SC powoduje spadek cen równowagowych Nasha, a nie ich wzrost.

Należy zaznaczyć, że powyższe zależności wpływu dwóch parametrów: kosztu zmiany decyzji SC i wrażliwości cenowej klientów δ, na cenę równowagi są dokonywane przy założeniu o istnieniu równowagi p^*. Trzeba zauważyć, że znaczna część przestrzeni parametrów (SC,δ) nie posiada punktów stacjonarnych zadanej dynamiki ruchu cen. Obszar taki został zaznaczony kolorem białym na rys. 21. Obszar ten występuje przy wysokich wartościach obu parametrów: kosztu zmiany decyzji SC i stopnia wrażliwości cenowej klientów δ. Ruchy cen w tych sytuacjach wykazują zachowania cykliczne. Oznacza to, że nie istnieje taka cena produktu, która satysfakcjonuje firmy. Firmy mają zawsze bodźce do zmiany swojej ceny, która to zmiana nie zbiega do żadnej konkretnej ceny, ale oscyluje w sposób cykliczny.

4. Podsumowanie

Średni poziom cen jest kluczową charakterystyką każdego rynku. W szczególności jest on istotny na rynku oligopolistycznym z małą liczbą konkurujących firm, które dysponują istotną siłą monopolistyczną. Urzędy antymonopolowe są zainteresowane monitorowaniem i oddziaływaniem na rynek, celem obniżenia cen. W pracy przed-

stawiamy, w jaki sposób regulator może wpłynąć na rynek, sterując: kosztem zmiany decyzji i świadomością cenową klientów. Ponadto pokazujemy, że uzyskane wyniki zależą od długości horyzontu planowania firm.

Koszt zmiany decyzji jest finansowym i niefinansowym kosztem, który ponosi klient, gdy chce zmienić obecnie używany produkt, np. dotychczasowego operatora telefonii komórkowej. Koszt ten może obejmować zarówno koszta finansowe, jak i niefinansowe, potrzebne do zaprzestania używania dotychczasowego produktu i rozpoczęcia korzystania z nowego. Wysoka wartość kosztu zmiany decyzji sprawia, że wielu klientów zachowuje *status quo* i nie przestaje używać obecnego produktu, nawet jeśli konkurujące firmy oferują lepsze warunki. Regulator, dysponując odpowiednimi środkami i narzędziami, może obniżyć koszt zmiany produktu, czyniąc przechodzenie między produktami mniej kosztowne w sensie ekonomicznym, a nie tylko finansowym.

Świadomość klientów dotycząca różnic w cenie oferowanego produktu polega na zdolności wyboru produktu najtańszego. Klienci z niską świadomością cenową są bardziej skłonni do dokonywania losowych wyborów oferentów. Z drugiej strony, klienci bardziej świadomi ponoszonych kosztów częściej podejmują optymalne decyzje w odniesieniu do ceny produktu, ale także kosztu zmiany decyzji. Wysoka świadomość cenowa nie jest powszechna, a koszt jej nabycia może być wysoki. Wynika to ze złożoności oferowanych przez firmy produktów i towarzyszących im cenników. Firmy często umyślnie tworzą złożoną ofertę swoich produktów, utrudniając klientom porównywanie kosztów między różnymi firmami. Zachowanie takie nazywa się zaciemnianiem cen (*Price obfuscation*). Świadomość cenowa klientów może być podniesiona w wyniku zmuszenia operatorów przez regulatora do uproszczenia cenników lub wyposażenia klientów w aplikację komputerową wyliczającą łączny koszt produktu po uwzględnieniu indywidualnych charakterystyk użytkownika produktu, np. cena ubezpieczenia zdrowotnego zależy od wieku, płci oraz historii przebytych chorób ubezpieczonego i członków jego rodziny, które to dane są indywidualne dla każdego ubezpieczonego.

Długość horyzontu planowania określa okres, dla którego firmy maksymalizują swój zysk. W przypadku długiego horyzontu planowania firmy są zainteresowane stacjonarnym rozkładem swoich udziałów, który to rozkład stacjonarny nie zależy od obecnej bazy klientów. Inaczej jest w przypadku firm maksymalizujących swój zysk tylko na kolejny okres. Firmom takim przy wysokim koszcie zmiany produktu opłaca się podwyższyć znacząco ceny, bo są pewne, że wielu klientów nie zrezygnuje z ich usług ze względu na dużą niechęć do zmiany obecnie używanego produktu.

W opracowaniu wykazaliśmy, że wpływ kosztu zmiany produktu i wrażliwości cenowej na ceny rynkowe zależy silnie od długości horyzontu planowania firm. W przypadku nieskończenie długiego horyzontu planowania firm zarówno wzrost kosztu zmiany produktu, jak i wzrost wrażliwości cenowej klientów powodują spadek cen na rynku. Inaczej jest w przypadku krótkiego okresu planowania firm. Wówczas wzrost kosztu zmiany decyzji powoduje, inaczej niż wcześniej, wzrost cen

na rynku. Dodatkowo wpływ wrażliwości cenowej klientów nie jest monotoniczny i ma kształt litery U. Oznacza to, że dla małej wartości wrażliwości cenowej klientów jej wzrost powoduje spadek cen, aż do momentu osiągnięcia punktu minimum, po którym dalszy wzrost parametru świadomości cenowej klientów powoduje wzrost cen na rynku. Ponadto wykazano, że wysokie wartości kosztu zmiany produktu i wrażliwości cenowej klientów skutkują brakiem równowag w zadanej dynamice ustalania cen.

Uzyskane wyniki są zgodne z [Weizsäcker 1984], gdzie się wykazuje, że kierunek wpływu kosztu zmiany decyzji może zależeć od przedkładania przez firmy bieżących zysków nad przyszłe. Preferencja dla bieżących zysków w tym modelu jest mierzona stopą dyskontową. Wykazano tam, że dla zerowej stopy dyskontowej wzrost kosztu zmiany decyzji powoduje spadek cen na rynku, co jest zgodne z wynikami naszego modelu z firmami o długim horyzoncie planowania. Wzrost zaś stopy dyskontowej odwraca tę zależność, co jest zgodne z wynikami naszego modelu z firmami o krótkim horyzoncie planowania. Także w pracy [Zawisza i in. 2011(b)] wykazano, że wydłużenie horyzontu planowania zmniejsza dodatni wpływ kosztu zmiany decyzji na ceny rynkowe, co również jest zgodne z uzyskanymi w tym opracowaniu wynikami. W badaniu [Arie, Grieco 2010] wykazano, że dla wysokich wartości kosztu zmiany decyzji występują zachowania cykliczne cen, co także miało miejsce w przeprowadzonych przez nas symulacjach dynamiki cen. Uzyskane przez nas wnioski dotyczące wpływu kosztu zmiany decyzji na ceny w przypadku firm o krótkim horyzoncie są zgodne z większością literatury na ten temat, np. [Klemperer 1987; Beggs, Klemperer 1992; Padilla 1995; Kamiński i in. 2011].

Dalsze kierunki badań mogą obejmować zanalizowanie wpływu wysokości stopy dyskonta firm na ceny równowagowe. Innym ważnym aspektem weryfikacji uzyskanych wyników jest podjęcie badań empirycznych, a także przeprowadzenie eksperymentów symulacyjnych z udziałem ludzi.

A. Parametryzacja symulacji

Tabela A. Rozpatrywane parametry rynku oligopolistycznego i algorytmu ustalania cen

Parametr	Wartości	Znaczenie
		Parametry rynku oligopolistycznego
SC	$\langle 0;\ 3\rangle$	Koszt zmiany obecnie używanego produktu, ponoszony przez klienta i stanowiący w percepcji dodatkową opłatę (niekoniecznie finansową), którą dodaje klient *i* do ceny innego niż obecnie używany produkt.
δ	$\langle 0{,}4;\ 2\rangle$	Wrażliwość cenowa klientów, rozumiana jako zdolność do poprawnego postrzegania różnic między cenami oferowanych produktów. Im większa wartość parametru δ, tym większe prawdopodobieństwo wybrania przez klienta produktu tańszego.
MC	1	Koszt krańcowy produktu, ponoszony przez firmę sprzedającą jedną jednostkę produktu.

Parametry algorytmu ustalania cen przez firmy		
Krok	0,01	Jednostka, której wielokrotności wyznaczają dopuszczalny zbiór cen, jakie mogą ustalić firmy, np. ceny w Polsce muszą być wielokrotnością grosza.
zakresMax	2000	Maksymalna wielokrotność parametru *krok*, o jaką firmy mogą dokonać zmian swoich cen w jednym okresie, np. wartość 1 oznacza, że firma może zmienić swoją cenę w jednym okresie jedynie o wartość kroku, czyli 0,01. Dla wartości *zakresMax* = 1000 maksymalna zmiana ceny to 10. W praktyce wartość *zakresMax* = 1000 sprowadza się do optymalizacji globalnej z dokładnością do wartości *krok*.
maxLiczbaSymulacji	100	Maksymalna liczba okresów, przez które firmy ustalają ceny w reakcji na ceny konkurenta. Jeśli do tego okresu firmy nie osiągną równowagi, procedura *symulujDynamikęUstalaniaCen* zwróci komunikat o braku zbieżności, co w naszym badaniu nie miało miejsca.

Źródło: opracowanie własne.

B. Pseudokod procedur numerycznych

Tabela B1. Procedura *symulujDynamikęUstalaniaCen*, która zwraca cenę równowagi rozpatrywanego rynku oligopolistycznego z firmami o długim horyzoncie planowania

```
Procedura symulujDynamikęUstalaniaCen
(cenaGracza1, cenaGracza2, zakresMax): R+
```

```
Przypisz ε := 0,01
Przypisz maxLiczbaSymulacji := 100
Powtórz maxLiczbaSymulacji razy następujący blok poleceń:
Przypisz staraCenaGracza1 := cenaGracza1
Przypisz staraCenaGracza2 := cenaGracza2
Przypisz cenaGracza1 := zoptymalizujCenę(cenaGracza1, cenaGracza2,
zakresMax)
Przypisz cenaGracza2 := zoptymalizujCenę(cenaGracza2, cenaGracza1,
zakresMax)
Jeżeli (|cenaGracza1 − staraCenaGracza1| < ε oraz |cenaGracza2 −
staraCenaGracza2| < ε) wtedy
Zwróć CenaGracza1
Wyjdź z pętli i zakończ procedurę
Koniec Jeżeli
Koniec Pętli
Wydrukuj komunikat o braku zbieżności
```

Źródło: opracowanie własne.

Tabela B2. Procedura *zoptymalizujCenę*, która zwraca optymalną cenę w reakcji na cenę konkurującej firmy o długim horyzoncie planowania

```
Funkcja zoptymalizujCenę(mojaCena, cenaRywala, zakresMax): R+
```

```
Przypisz wartość krok := 0,01
Przypisz zakresZmian := {-zakresMax, -zakresMax + 1, …,
zakresMax − 1, zakresMax}
Przypisz najlepszaCena := mojaCena
Przypisz najlepszyZysk : = π1 długi(najlepszaCena, cenaRywala)
Dla każdego elementu o nazwie zakres ze zbioru zakresZmian
wykonaj:
Przypisz Δcena := zakres * krok
nowyZysk := π1 długi(mojaCena + Δcena, cenaRywala)
Jeżeli (nowyZysk > najlepszyZysk) wtedy
Przypisz najlepszyZysk := nowyZysk
Przypisz najlepszaCena := mojaCena + Δcena
Koniec Jeżeli
Koniec pętli Dla
Zwróć najlepszaCena
```

Źródło: opracowanie własne.

Tabela B3. Procedura *symulujDynamikęUstalaniaCenKrótkiHoryzont,* która zwraca cenę równowagi lub zbiór cyklicznie powtarzających się cen

```
Procedura symulujDynamikęUstalaniaCenKrótkiHoryzont
(cenaGracza1, cenaGracza2, zakresMax): R+
```

```
Przypisz ε := 0,01
Przypisz maxLiczbaSymulacji := 100
Przypisz Ceny := Ø (zbiór pusty)
Powtórz maxLiczbaSymulacji razy następujący blok poleceń:
Przypisz staraCenaGracza1 := cenaGracza1
Przypisz staraCenaGracza2 := cenaGracza2
Przypisz cenaGracza1 := zoptymalizujCenęKrótkiHoryzont
(cenaGracza1, staraCenaGracza1, staraCenaGracza2, zakresMax)
Przypisz cenaGracza2 := zoptymalizujCenęKrótkiHoryzont
(cenaGracza2, staraCenaGracza2, staraCenaGracza1, zakresMax)
Jeżeli (zbiór Ceny zawiera cenaGracza1)
Zwróć elementy zbioru Ceny, poczynając od pierwszego wystąpienia
elementu cenaGracza1 w zbiorze Ceny, aż do ostatniego elementu
zbioru Ceny
Zakończ Jeżeli, wyjdź z pętli i zakończ procedurę
Inaczej
Dodaj CenaGracza1 do zbioru Ceny
Koniec Pętli
```

Źródło: opracowanie własne.

Tabela B4. Procedura *zoptymalizujCenęKrótkiHoryzont*, która zwraca optymalną cenę w reakcji na cenę konkurującej firmy o krótkim horyzoncie planowania

```
Funkcja zoptymalizujCenęKrótkiHoryzont
(mojaCena, cenaX, cenaRywala, zakresMax): R+
```

```
Przypisz wartość krok := 0,01
Przypisz zakresZmian := {-zakresMax, -zakresMax + 1, …,
zakresMax - 1, zakresMax}
Przypisz najlepszaCena := mojaCena
Przypisz najlepszyZysk : = π1^krótki(mojaCena, cenaX, cenaRywala)
Dla każdego elementu o nazwie zakres ze zbioru zakresZmian
wykonaj:
Przypisz Δcena := zakres * krok
nowyZysk := π1^krótki(mojaCena + Δcena, cenaX, cenaRywala)
Jeżeli (nowyZysk > najlepszyZysk) wtedy
Przypisz najlepszyZysk := nowyZysk
Przypisz najlepszaCena := mojaCena + Δcena
Koniec Jeżeli
Koniec pętli Dla
Zwróć najlepszaCena
```

Źródło: opracowanie własne.

Literatura

Arie G., Grieco P.L.E. [2010], *Who pays for switching costs?*, Northwestern University.

Beggs A., Klemperer P. [1992], *Multi-period Competition with Switching Costs*, "Econometrica".

Camerer C., Loewenstein G., Rabin M. (eds) [2004], *Advances in Behavioral Economics*, Princeton University Press.

Conlisk J. [1996], *Why bounded rationality*, "Journal of Economic Literature", vol. 34, no. 2.

Dędys M., Dorosiewicz S. [2005], *Procesy stochastyczne*, Oficyna Wydawnicza SGH, Warszawa.

Johnson E., Goldstein D. [2003], *Do defaults save lives?*, "Science", vol. 302.

Kahneman D., Knetsch J., Thaler R.H. [1991], *Anomalies The Endowment Effect, Loss Aversion, and Status Quo Bias*, "Journal of Economic Perspective", vol. 5, no. 1.

Kamiński B., Wojewnik P., Zawisza M., Antosiewicz M. [2011], *Multiagent Simulation of Mobile Telecommunication Market with Operator Switching Cost*, "The Seventh Conference of the European Social Simulation Association Proceedings" 2011, CD-ROM.

Kazienko P., Brodka P., Ruta D. [2009], *The Influence of Customer Churn and Acquisition on Value Dynamics of Social Neighborhoods*, "Lectures Notes in Computer Science".

Klemperer P. [1987], *The competitiveness of markets with switching costs*, "Rand Journal of Economics".

Krawczyk J.B., Uryasev S. [2000], *Relaxation algorithms to find Nash equilibrium with economic applications*, "Environmental Modeling and Assessment".

Laverty K.J. [1996], *Economics Short-Termism: the Debate, the Unresolved issues, and the Implications for Management Practice and Research*, "Academy of Management Review".

Łatek M., Kaminski B. [2009], *Social Learning and Pricing Obfuscation*, "Lecture Notes on Economics and Mathematical Systems".

Madrian B., Shea D. [2001], *The Power of Suggestion: Inertia in 401(k) Participation and Savings Behavior*, "Quarterly Journal of Economics", vol. 116, no. 4.

Narayanan M.P. [1985], *Managerial Incentives for Short-term Results*, "The Journal of Finance", vol. 40, no. 5, Dec.
Narayanan M.P. [1994], *Form of Compensation and Managerial Decision Horizon*, "SSRN" 1994.
Padilla A.J. [1995], *Revisting Dynamic Duopoly with Consumer Switching Costs*, "Journal of Economic Theory".
Podgórska M., Śliwka P., Topolewski M., Wrzosek M. [2002], *Łańcuchy Markowa w teorii i w zastosowaniach*, Szkoła Główna Handlowa, Warszawa.
R Development Core Team: R, *A Language and Environment for Statistical Computing, R Foundation for Statistical Computing*, 2011, www.R-project.org.
Samuelson W., Zeckhauser R. [1988], *Status quo bias in decision making*, "Journal of Risk and Uncertainty", vol. 1, no. 1.
Schmalensee R.L. [1982], *Product Differentiation Advantages of Pioneering Brands*, "American Economic Review".
Shleifer A., Vishny R.W. [1990], *Equilibrium Short Horizons of Investors and Firms*, "American Economic Review".
Stein J.C. [1988], *Takeover threats and managerial myopia*, "Journal of Political Economy".
Sutton R.S., Barto A.G. [1998], *Reinforcement Learning: An Introduction, Adaptive Computation and Machine Learning,* MIT Press.
Thaler R., Sunstein C. [2008], *Nudge: Improving Decisions about Health, Wealth and Happiness*, Yale University Press.
Tirole J. [1988], *The Theory of Industrial Organization*, The MIT Press.
Yan L., Miller D.J., Mozer M.C., Wolniewicz R. [2001], *Improving prediction of customer behaviour in non-stationary environments*, "Proc. of International Joint Conference on Neural Networks, IJCNN".
Weizsäcker C.C. [1984], *The costs of substitution*, "Econometrica".
Zawisza M., Kamiński B., Witkowski D. [2011(a)], *Oligopolistyczna konkurencja typu Bertrand przy występowaniu kosztu zmiany decyzji i ograniczonej świadomości cenowej klientów*, Badania Młodych Naukowców, Instytut Ekonometrii SGH, 03/BMN/17/11, Warszawa.
Zawisza M., Kamiński B., Wojewnik P., Antosiewicz M. [2011(b)], *Wpływ horyzontu planowania operatora telekomunikacyjnego na ceny z uwzględnieniem kosztu zmiany usługodawcy*, Badanie Statutowe, Instytut Ekonometrii SGH, 03/S/25/11, Warszawa.

BERTRAND COMPETITION WITH SWITCHING COST

Summary: We study the properties of Bertrand oligopolistic competition with switching cost and clients' bounded price perception. Firms optimize their prices by maximizing their profits in the long- or short-term planning horizon. Customers choose exactly one product. We use simulation methods to find equilibrium prices of assumed price setting dynamics. Customers, while buying the product, incur switching cost. The switching cost encompasses so called *status quo* effect, which is documented in behavioral economics. Moreover, customers are characterized by bounded price perception, which results in making random errors while choosing the cheapest product. We show that the relationship between switching cost, degree of clients' price-awareness and equilibrium prices depends on the length of firm's planning horizon.

Keywords: switching cost, price consciousness, planning horizon, multi-agent simulation.