

PRACE NAUKOWE

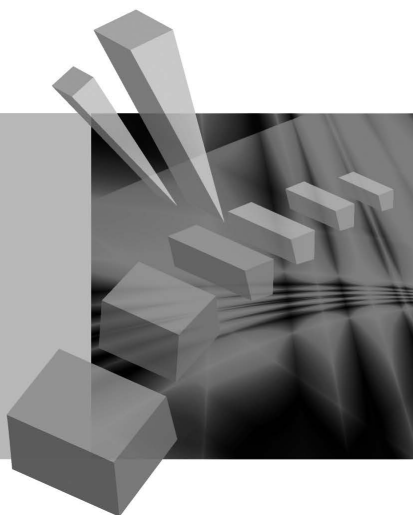
Uniwersytetu Ekonomicznego we Wrocławiu

RESEARCH PAPERS

of Wrocław University of Economics

238

Zastosowania badań operacyjnych Zarządzanie projektami, decyzje finansowe, logistyka



Redaktor naukowy

Ewa Konarzewska-Gubała



Wydawnictwo Uniwersytetu Ekonomicznego we Wrocławiu
Wrocław 2011

Recenzenci: Stefan Grzesiak, Donata Kopańska-Bródka, Wojciech Sikora,
Józef Stawicki, Tomasz Szapiro, Tadeusz Trzaskalik

Redaktor Wydawnictwa: Elżbieta Kożuchowska

Redaktor techniczny: Barbara Łopusiewicz

Korektor: Barbara Cibis

Łamanie: Małgorzata Czupryńska

Projekt okładki: Beata Dębska

Publikacja jest dostępna w Internecie na stronach:

www.ibuk.pl, www.ebscohost.com,

The Central and Eastern European Online Library www.ceeol.com,

a także w adnotowanej bibliografii zagadnień ekonomicznych BazEkon

http://kangur.uek.krakow.pl/bazy_ae/bazekon/nowy/index.php

Informacje o naborze artykułów i zasadach recenzowania znajdują się

na stronie internetowej Wydawnictwa

www.wydawnictwo.ue.wroc.pl

Kopiowanie i powielanie w jakiegokolwiek formie

wymaga pisemnej zgody Wydawcy

© Copyright by Uniwersytet Ekonomiczny we Wrocławiu
Wrocław 2011

ISSN 1899-3192

ISBN 978-83-7695-195-9

Wersja pierwotna: publikacja drukowana

Druk: Drukarnia TOTEM

Spis treści

Wstęp.....	9
------------	---

Część 1. Zarządzanie projektami i innowacjami

Tomasz Błaszczyk: Świadomość i potrzeby stosowania metod badań operacyjnych w pracy polskich kierowników projektów	13
Barbara Gładysz: Metoda wyznaczania ścieżki krytycznej przedsięwzięć z rozmytymi czasami realizacji zadań	25
Marek Janczura, Dorota Kuchta: Proactive and reactive scheduling in practice.....	34
Tymon Marchwicki, Dorota Kuchta: A new method of project schedule levelling	52
Aleksandra Rutkowska, Michał Urbaniak: Harmonogramowanie projektów na podstawie charakterystyk kompetencji – wrażliwość modelu na różne aspekty liczb rozmytych	66
Jerzy Michnik: Zależności między kryteriami w wielokryterialnych modelach zarządzania innowacjami	80

Część 2. Podejmowanie decyzji finansowych

Przemysław Szufel, Tomasz Szapiro: Wielokryterialna symulacyjna ocena decyzji o finansowaniu edukacji wyższej	95
Marek Kośny: Koncepcja dominacji pierwszego i drugiego rzędu w analizie wzorca zmian w rozkładzie dochodu.....	111
Agnieszka Przybylska-Mazur: Podejmowanie decyzji monetarnych w kontekście realizacji celu inflacyjnego	120
Agata Gluzicka: Analiza ryzyka rynków finansowych w okresach gwałtownych zmian ekonomicznych	131
Ewa Michalska: Zastosowanie prawie dominacji stochastycznych w konstrukcji portfela akcji	144
Grzegorz Tarczyński: Analiza wpływu ogólnej koniunktury giełdowej i wzrostu PKB na stopy zwrotu z portfela akcji przy wykorzystaniu rozmytych modeli Markowitza.....	153

Część 3. Problemy logistyki, lokalizacji i rekrutacji

Paweł Hanczar, Michał Jakubiak: Wpływ różnych koncepcji komisjonowania na czas realizacji zamówienia w węźle logistycznym	173
Mateusz Grzesiak: Zastosowanie modelu transportowego do racjonalizacji dostaw wody w regionie	186
Piotr Wojewnik, Bogumił Kamiński, Marek Antosiewicz, Mateusz Zawisza: Model odejść klientów na rynku telekomunikacyjnym z uwzględnieniem efektów sieciowych	197
Piotr Miszczyński: Problem preselekcji kandydatów w rekrutacji masowej na przykładzie wybranego przedsiębiorstwa	211

Część 4. Pomiar dokonań, konkurencja firm, negocjacje

Marta Chudykowska, Ewa Konarzewska-Gubała: Podejście ilościowe do odwzorowania celów strategicznych w systemie pomiaru dokonań organizacji na przykładzie strategii miasta Wrocławia	231
Michał Purczyński, Paulina Dolata: Zastosowanie metody DEA do pomiaru efektywności nakładów na reklamę w przemyśle piwowarskim	246
Mateusz Zawisza, Bogumił Kamiński, Dariusz Witkowski: Konkurencja firm o różnym horyzoncie planowania w modelu Bertrand z kosztem decyzji i ograniczoną świadomością cenową klientów	263
Jakub Brzostowski: Poprawa rozwiązania negocjacyjnego w systemie <i>Nego-Manage</i> poprzez zastosowanie rozwiązania przetargowego	296

Część 5. Problemy metodologiczne

Helena Gaspars-Wieloch: Metakryterium w ciągłej wersji optymalizacji wielocelowej – analiza mankamentów metody i próba jej udoskonalenia.	313
Dorota Górecka: Porównanie wybranych metod określania wag dla kryteriów oceny wariantów decyzyjnych	333
Maria M. Kaźmierska-Zatoń: Wybrane aspekty optymalizacji prognoz kombinowanych	351
Artur Prędko: Spojrzenie na metody estymacji w modelach regresyjnych przez pryzmat programowania matematycznego	365
Jan Schneider, Dorota Kuchta: A new ranking method for fuzzy numbers and its application to the fuzzy knapsack problem	379

Summaries

Part 1. Project and innovation management

Tomasz Błaszczuk: Awareness and the need for operations research methods in the work of Polish project managers	24
Barbara Gładysz: A method for finding critical path in a project with fuzzy tasks durations	33
Marek Janczura, Dorota Kuchta: Proaktywne i reaktywne harmonogramowanie w praktyce	51
Tymon Marchwicki, Dorota Kuchta: Nowa metoda niwelacji harmonogramu projektu	64
Aleksandra Rutkowska, Michał Urbaniak: Project scheduling using fuzzy characteristics of competence – sensitivity of the model to the use of different aspects of fuzzy numbers	79
Jerzy Michnik: Dependence among criteria in multiple criteria models of innovation management	92

Part 2. Financial decision-making

Przemysław Szufel, Tomasz Szapiro: Simulation approach in multicriteria decision analysis of higher education financing policy	110
Marek Kośny: First and second-order stochastic dominance in analyses of income growth pattern	119
Agnieszka Przybylska-Mazur: Monetary policy making in context of execution of the strategy of direct inflation targeting	130
Agata Gluzicka: Analysis of risk of financial markets in periods of violent economic changes	143
Ewa Michalska: Application of almost stochastic dominance in construction of portfolio of shares	152
Grzegorz Tarczyński: Analysis of the impact of economic trends and GDP growth in the return of shares using fuzzy Markowitz models	169

Part 3. Logistics, localization and recruitment problems

Paweł Hanczar, Michał Jakubiak: Influence of different order picking concepts on the time of execution order in logistics node	185
Mateusz Grzesiak: Application of transportation model for rationalization of water supply in the region	196
Piotr Wojewnik, Bogumił Kamiński, Marek Antosiewicz, Mateusz Zawisza: Model of churn in the telecommunications market with network effects	210

Piotr Miszczyński: The problem of pre-selection of candidates in mass recruitment on the example of the chosen company.....	227
--	-----

Part 4. Performance measurement, companies competition, negotiations

Marta Chudykowska, Ewa Konarzewska-Gubała: Quantitative approach to the organization strategy mapping into the performance measurement system: case of strategy for Wrocław city	245
Michał Purczyński, Paulina Dolata: Application of Data Envelopment Analysis to measure effectiveness of advertising spendings in the brewing industry	262
Mateusz Zawisza, Bogumił Kamiński, Dariusz Witkowski: Bertrand competition with switching cost.....	295
Jakub Brzostowski: Improving negotiation outcome in the NegoManage system by the use of bargaining solution.....	309

Part 5. Methodological problems

Helena Gaspars-Wieloch: The aggregate objective function in the continuous version of the multicriteria optimization – analysis of the shortcomings of the method and attempt at improving it.....	332
Dorota Górecka: Comparison of chosen methods for determining the weights of criteria for evaluating decision variants	350
Maria M. Kaźmierska-Zatoń: Some aspects of optimizing combined forecasts.....	363
Artur Prędko: Mathematical programming perspective on estimation methods for regression models	378
Jan Schneider, Dorota Kuchta: Nowa metoda rankingowa dla liczb rozmytych i jej zastosowanie dla problemu rozmytego plecaka	389

Maria M. Kaźmierska-Zatoń

Państwowa Wyższa Szkoła Zawodowa w Skierniewicach

WYBRANE ASPEKTY OPTIMALIZACJI PROGNOZ KOMBINOWANYCH

Streszczenie: Przygotowanie prognoz generuje koszty, które można nazwać wejściowymi – związane z zebraniem, przechowywaniem i przetwarzaniem danych statystycznych, budową modelu prognostycznego, monitorowaniem sprawdzalności prognoz. Wykorzystanie w procesie decyzyjnym nietrafionej prognozy zwykle skutkuje wymiernymi stratami, co można określić kosztami wyjściowymi. Suma kosztów wejściowych i wyjściowych to koszty całkowite prognozowania. W artykule zaproponowano metodę kombinowania prognoz, tj. wyznaczania wartości wag dla prognoz prostych w kombinacji, pozwalającą opracować prognozę kombinowaną optymalną z punktu widzenia kosztów prognozowania, z uwzględnieniem jej trafności. Przedstawiona metoda traktuje proces prognozowania kompleksowo, uwzględniając nakłady poniesione na przygotowanie prognoz, jak i wymierne efekty wynikające z ich wykorzystania.

Słowa kluczowe: prognozowanie kombinowane, trafność prognoz, koszty prognozowania, wielokryterialny proces decyzyjny.

1. Wstęp

Większość działań podejmowanych przez człowieka, zwłaszcza w sferze zjawisk ekonomicznych, dokonuje się w warunkach niepewności. Utrudnia to znacząco podejmowanie decyzji trafnych. Rezultat decyzji podejmowanych dziś w dużym stopniu zależy od sytuacji przyszłej. Ograniczaniu niepewności pomóc może sporządzanie prognoz. Zatem prognozowanie jest jedną z ważniejszych technik wspomagających decydowanie (np. [Cieślak (red.) 2001, s. 22; Zeliaś i in. 2003, s. 27–29]). Dążenie do podejmowania decyzji optymalnych, na podstawie prognoz, skutkować powinno dążeniem do sporządzania prognoz z jednej strony najlepszej jakości, z drugiej zaś wymagających najniższych nakładów. Jakość prognozy, mierzona ilością informacji w niej zawartej, jest ściśle związana z kosztami prognozowania. Zwykle większe wydatki ponoszone na sporządzenie prognozy skutkują wzrostem jej wiarygodności, zwiększeniem ilości informacji zawartej w prognozie (w tym wzrostem dokładności). Samo przygotowanie prognoz generuje koszty, które można nazwać wejściowymi – związane z zebraniem, przechowywaniem i przetwarzaniem

danych statystycznych, budową modelu prognostycznego (metodą prognozowania) oraz monitorowaniem sprawdzalności prognoz. Z drugiej strony, wykorzystanie w procesie decyzyjnym prognozy, która okaże się nietrafiona (obarczona dużym błędem), zwykle skutkuje wymiernymi stratami, co można określić kosztami wyjściowymi. Suma kosztów wejściowych i wyjściowych stanowi koszty całkowite prognozowania. Procesowi prognozowania towarzyszyć zatem powinien problem optymalizacji jego kosztów całkowitych [Dittmann i in. 2009, s. 27–29; Kaźmierska-Zatoń, Zatoń 2003, s. 217–227].

Sporządzanie prognoz nie jest łatwym zadaniem, nawet w sytuacji bogatego wyboru metod prognozowania. Często poleca się sporządzanie prognoz kombinowanych (nazwiemy je złożonymi), powstających z połączenia prognoz uzyskanych różnymi metodami, bądź opracowanych przez różnych autorów (nazwiemy je prostymi lub indywidualnymi). Stosowanie kombinacji prognoz wynika m.in. z przekonania, że pojedynczy model nie jest w stanie opisać w całości rzeczywistego, często skomplikowanego, procesu ekonomicznego. Wyniki wielu badań wskazują, że prognozy złożone są często bardziej dokładne (trafne) od prognoz prostych.

Przygotowanie prognoz kombinowanych wymaga poniesienia określonych kosztów oraz dokonania wyboru: (a) indywidualnych cząstkowych prognoz prostych (ich ilości, jakości, rodzaju), (b) wartości wag z nimi związanych (wyznaczenie numeryczne lub przyjęcie arbitralne), (c) postaci matematycznej kombinacji, czy wreszcie (d) miary oceniającej dokładność prognozy kombinowanej. Trafność wymienionych wyborów istotnie wpływa na dokładność prognoz (a więc też ich jakość), a co za tym idzie – na jakość decyzji podejmowanych na ich podstawie. Decyzje te mogą skutkować wymiernymi stratami lub zyskami.

Artykuł jest próbą spojrzenia na optymalizację prognoz kombinowanych przez pryzmat następujących zależności:

- optymalizacja prognoz prowadzić powinna do realizacji zadań prognostycznych pozwalającej na osiągnięcie maksymalnych efektów przy minimalnych nakładach,
- dokładność prognoz ma wymierny aspekt finansowy,
- w przypadku prognoz kombinowanych na ich dokładność wpływa znacząco m.in. postać matematyczna kombinacji i jej wagi.

Rozważania teoretyczne ilustrowane są wynikami badań własnych.

2. Prognozowanie kombinowane

Prognozę kombinowaną dla danego zjawiska na dany okres określa się jako wartość złożoną z prognoz indywidualnych, z których każda opracowana jest na ten okres z użyciem określonej metody prognozowania. Prognozy indywidualne dla tej samej zmiennej (tego samego zjawiska) mogą być przygotowywane przy użyciu różnych danych i różnych modeli, przez różne ośrodki badawcze. Im bardziej niezależne i różnorodne w swojej konstrukcji są prognozy indywidualne, tym większa szansa na

dobrą jakościowo prognozę kombinowaną z nich złożoną. Poleca się zwłaszcza kombinowanie łączące prognozy uzyskane metodami obiektywnymi (ilościowymi, opartymi na modelach formalnych) oraz prognozy wyznaczone metodami nieformalnymi (np. [Armstrong 2001, s. 425–427; Hibon, Evgeniou 2005, s. 15–24; Collopy, Armstrong 1992; Dittmann i in. 2009, s. 215–220]). Wiele badań potwierdza, że prognozy kombinowane mają wyższą jakość (są bardziej obiektywne, mniej obciążone, trafniejsze) niż prognozy indywidualne (np. [Clemen 1989, s. 559–583; Makridakis, Hibon 2000, s. 451–476; Makridakis i in. 1982, s. 111–153]).

Wśród metod kombinowania prognoz wyróżnia się metody systematyczne i intuicyjne [Flores, White 1988, s. 95–103]. Systematyczne to metody ściśle matematyczne (oparte głównie na średniej prostej lub ważonej z prognoz indywidualnych), dające się zaprogramować i wielokrotnie powtarzać bez interwencji badacza; można je też nazwać mechanicznymi. Metody intuicyjne to metody, których nie można automatycznie powtarzać, wymagają one każdorazowo konsultacji badacza. Najwięcej uwagi w obszernej literaturze przedmiotu poświęcono najbardziej sformalizowanemu podejściu do prognoz kombinowanych, tzn. systematycznym metodom kombinowania prognoz obiektywnych, a jedną z pierwszych prac w tej dziedzinie był artykuł Batesa i Grangera [Bates, Granger 1969]. Według większości metod prognozę kombinowaną wyznacza się jako średnią ważoną z prognoz indywidualnych. Najczęściej stosowanym kryterium wyboru prognoz do kombinacji oraz określenia dla nich wag jest dokładność *ex post* prognoz indywidualnych. Miarami statystycznymi dokładności mogą być np. miary średnie typu MAE, RMSE, MAPE i ich modyfikacje (np. symetryczny błąd MAPE – sMAPE), współczynnik Theila, wskaźnik trafienia w punkty zwrotne (np. [Zeliaś i in. 2003, s. 45; Cieślak (red.) 2001, s. 49; Makridakis i in. 1982, s. 111–153; Greszta, Maciejewski 2005, s. 49–61]). Ogólną koncepcję wyznaczania wartości prognozy kombinowanej fk_t zjawiska y na okres t zapisać można następująco:

$$fk_t = \sum_{i=1}^m (w_i * f_{it}) \quad (1)$$

lub

$$y_t = w_0 + w_1 f_{1t} + w_2 f_{2t} + \dots + w_m f_{mt} + \varepsilon_t, \quad (2)$$

gdzie: y_t – rzeczywista wartość zjawiska y w okresie t , f_{it} – wartość prognozy indywidualnej zjawiska y na okres t wyznaczona i -tą metodą, w_i – wagi dla prognoz indywidualnych.

W literaturze przedmiotu znaleźć można wiele propozycji metod wyznaczania optymalnych, z punktu widzenia trafności prognozy kombinowanej, wag w kombinacji. Mogą one być np. oszacowane z wykorzystaniem do równania (2) MNK zwy-

klej, MNK z restrykcjami $w_0 = 0$, $w_1 + w_2 + \dots + w_m = 1$ [Granger, Ramanathan 1984, s. 197–204] lub ważonej [Diebold, Pauly 1987, s. 21–40]. Inni autorzy proponują, by wyznaczać wagi jako udziały błędów poszczególnych prognoz prostych (MSE) w sumie błędów wszystkich prognoz, z ich dyskontowaniem wg zasady postarzania informacji [Stock, Watson 2004, s. 405–430] lub bez dyskontowania [Bates, Granger 1969]. Odmienne podejście reprezentują: metoda klastrow [Lemke, Gabrys 2008, s. 231–247] – prognoza kombinowana powstaje ze złożenia prognoz będących zbiorami (klastrami) prognoz prostych (podobnych ze względu na dokładność), a wybór prognozy najlepszej wspomaga algorytm genetyczny; metoda Bayesa – wagi jako częstość zdarzenia, że w przeszłości dana prognoza indywidualna w kombinacji była lepsza (obarczona mniejszym błędem) niż prognozy pozostałe [Rapach, Strauss 2008, s. 75–93]; metoda selekcji modeli [Swanson, Zeng 2001, s. 425–440] – wagi wyznaczane z wykorzystaniem kryteriów informacyjnych AIC dla modeli rozkładu opóźnień generujących prognozy proste.

Metody sporządzania prognoz kombinowanych różnią się sposobem wykorzystania informacji historycznych o prognozowanym zjawisku, sposobem postępowania numerycznego (od bardzo prostego – średnia prosta, mediana, do wieloetapowego zaawansowanego obliczeniowo – np. metoda klastrow) oraz podejściem do problemu zmienności wag kombinacji w całym okresie prognozowania [Yang 2004, s. 176–222; Deutsch i in. 1994, s. 47–57].

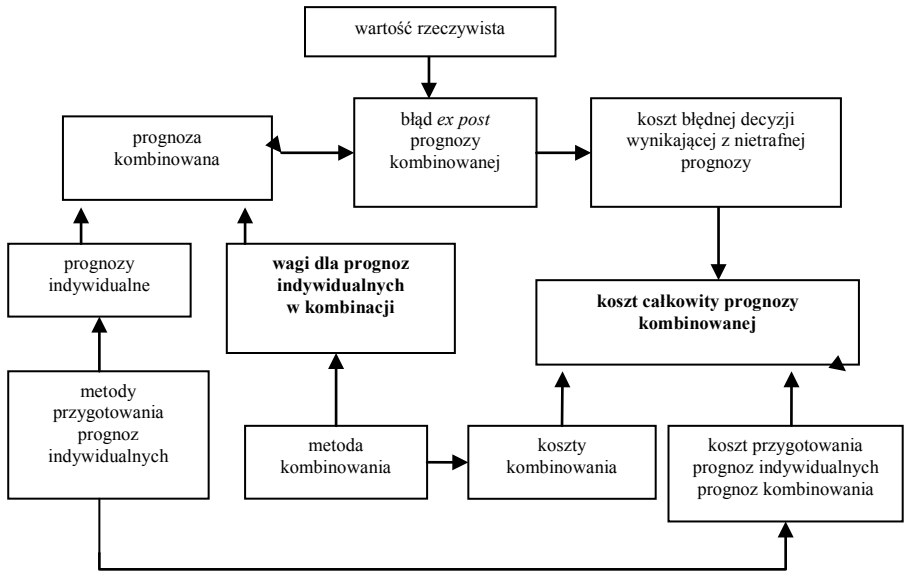
W pracach nielicznych autorów znaleźć można propozycję formułowania prognozy kombinowanej jako rozwiązanie problemu wielokryterialnego, gdzie oprócz kryterium dokładności uwzględnia się: korelację wśród składowych kombinacji i subiektywną ocenę wiarygodności prognoz indywidualnych [Mostaghimi 1996, s. 505–516]; autokorelację błędów prognozy kombinowanej [Kaźmierska-Zatoń, Zatoń 2010, s. 59–75]; trafność przewidywania punktów zwrotnych [Reeves, Lawrence 1991, s. 65–72].

Wśród wielu prac zarówno proponujących różne metody kombinowania, jak i analizujących efektywność tych metod (np. [Rapach, Strauss 2008; Stock, Watson 2004]) pomijany jest jednak aspekt skutków ekonomiczno-finansowych błędnej prognozy.

3. Sformułowanie problemu

Poniżej zaproponowano metodę wyznaczania wartości wag dla prognoz indywidualnych w kombinacji, pozwalającą opracować prognozę kombinowaną optymalną z punktu widzenia kosztów prognozowania, z uwzględnieniem jej trafności. Schemat metody ilustruje rys. 1 (pogrubioną czcionką zaznaczono kryterium optymalizacji i zmienne decyzyjne), a zapis jej modelu matematycznego stanowią wzory (3)–(9). Całkowity koszt prognozy kombinowanej (kryterium optymalizacji) to suma kosztów wejściowych (przygotowania prognoz prostych i kombinowania) oraz kosztów wyjściowych (błędnej decyzji wynikającej z nietrafnej prognozy). Koszty wejściowe

związane są ściśle z zastosowanymi metodami przygotowania prognoz prostych i kombinowania, w wyniku których wyznaczane są wartości prognoz prostych i wagi dla nich w kombinacji (zmiennie decyzyjne), dające razem wartość prognozy kombinowanej. Wartości prognozy i rzeczywista wyznaczają z kolei wielkość błędu prognozy *ex post*, wpływającego na koszty decyzyji.



Rys. 1. Schemat metody opracowania prognoz kombinowanych optymalnych ze względu na koszty
Źródło: opracowanie własne.

Wprowadźmy następujące oznaczenia:

y_t – wartość rzeczywista prognozowanego zjawiska w okresie t ,

f_{it} – wartość prognozy prostej (indywidualnej) zjawiska y na okres t wyznaczona i -tą metodą,

$fk_{jt} = \sum_{i=1}^m (w_{ij} * f_{it})$ – wartość prognozy kombinowanej zjawiska y na okres t wyznaczona j -tą metodą,

w_{ij} – waga wyznaczona j -tą metodą kombinowania dla prognozy indywidualnej przygotowanej i -tą metodą,

$bf_{it} = f_{it} - y_t$ – błąd *ex post* w okresie t prognozy prostej przygotowanej i -tą metodą,

$bfk_{jt} = fk_{jt} - y_t$ – błąd *ex post* w okresie t prognozy kombinowanej wyznaczonej j -tą metodą,

KPP_{ij} – koszt przygotowania prognozy indywidualnej (prostej) i -tą metodą, wykorzystanej w j -tej metodzie kombinowania,

KK_j – koszt kombinowania, wykorzystania j -tej metody kombinowania,

KWY_j – koszt podjęcia błędnej decyzji wynikającej z nietrafnej prognozy kombinowanej wyznaczonej j -tą metodą.

KP – budżet procesu prognozowania.

Model matematyczny problemu poszukiwania optymalnej prognozy kombinowanej opracowanej j -tą metodą sformułować można następująco:

$$\text{Min} \left(\sum_{i=1}^m (KPP_{ij} * lpp_{ij}) + KK_j + KWY_j \right) \quad (3)$$

przy warunkach:

$$KWY_j = g(f(bfk_{jt})) \quad (4)$$

$$lpp_{ij} = \begin{cases} 0 & \text{dla } w_{ij} = 0 \\ 1 & \text{w innych przypadkach} \end{cases} \quad (5)$$

$$\sum_{i=1}^m w_{ij} = 1 \quad (6)$$

$$w_{ij} \geq 0 \quad (7)$$

Zakładając, że na proces prognozowania przeznaczona jest określona kwota KP , problem (3)–(7) uzupełnić można o warunek budżetowy postaci:

$$\sum_{i=1}^m (KPP_{ij} * lpp_{ij}) + KK_j + KWY_j \leq KP \quad (8)$$

Jak wspomniano w punkcie 2, większość badań potwierdza, że prognozy wynikające z kombinacji są bardziej trafne niż jej składowe, prognozy proste. Taka sytuacja może nie być prawidłowością, gdy kryterium optymalizacji są koszty prognozowania. Stąd też, aby zapewnić, że nakład poniesiony na przygotowanie prognozy kombinowanej przyniesie spodziewany efekt – uzyskanie prognozy kombinowanej trafniejszej od najbardziej trafnej prognozy prostej, model (3)–(8) należy uzupełnić o warunek postaci:

$$f(bfk_{jt}) \leq \min f(bf_{it}) \quad (9)$$

Warunki (8)–(9) są opcjonalne dla użytkownika metody.

Rozwiązaniem problemu (3)–(9) będą wagi dla prognoz prostych w kombinacji wyznaczającej prognozę kombinowaną najbardziej trafną i sporządzoną po najniższych kosztach.

Jak wspomniano w poprzednim punkcie artykułu, dokładność prognozy kombinowanej oceniać można na podstawie miar błędów prognoz *ex post*, analogicznych do tych, jakie stosowane są do oceny prognoz prostych. Oznacza to, że funkcja f we wzorze (4) może wyrażać np. moduł bezwzględnego błędu jednoczesnego, miary średnie typu MAE, RMSE, MAPE i ich modyfikacje czy współczynnik Theila. Będzie to zatem funkcja nieliniowa. Funkcja g we wzorze (4), opisująca zależność między trafnością prognozy a kosztami, może być funkcją liniową lub kwadratową.

4. Przykład

Celem ilustracji sformułowanego w poprzednim punkcie problemu opracowano prognozy proste i kombinowane tempa wzrostu Produktu Krajowego Brutto (PKB) w Polsce. Wykorzystano dane statystyczne dotyczące kwartalnego wskaźnika dynamiki PKB za okres 2000.1–2011.1 (źródło: http://www.stat.gov.pl/gus/wskazniki_makroekon_PLK_HTML.htm, kwartalne wskaźniki makroekonomiczne, rachunki narodowe, PKB ceny stałe, analogiczny okres poprzedniego roku = 100). W obliczeniach użyto wartości wskaźnika pomniejszonych o 100. Na próbie danych 2000.1–2009.4 zbudowano modele: średniej ruchomej czterookresowej SR(4), autoregresyjny AR(1) oraz Holta (przyjmując wartości parametrów wygładzania optymalne ze względu na błąd średniokwadratowy prognoz *ex post* RMSE). Na podstawie tych modeli wyznaczono indywidualne prognozy *ex post* na okres 2010.1–2011.1. Prognozy te wraz z dwiema prognozami eksperckimi weszły w skład kombinacji liniowej wyznaczającej wartości kombinowanych prognoz dynamiki PKB. Jako prognozy eksperckie przyjęto:

a) prognozy przygotowane przez Sekcję Prognoz Makroekonomicznych Studentckiego Koła Naukowego Finansów Międzynarodowych SGH, w ramach konkursu na najlepszy zespół analityków makroekonomicznych, organizowany przez NBP, gazety „Rzeczpospolita” i „Parkiet” [Zestawienie... maj 2010], oznaczenie w tabelach i na rysunkach SKN;

b) prognozy przygotowane przez Instytut Badań nad Gospodarką Rynkową [Wyżnikiewicz i in. 2010], oznaczenie w tabelach i na rysunkach IBnGR.

Wobec braku danych rzeczywistych, w przykładzie przyjęto wartości kosztów przygotowania prognoz indywidualnych, kosztów kombinowania, postać matematyczną funkcji kosztów decyzji oraz wielkość budżetu na proces prognozowania. Koszty prognoz indywidualnych przyjęto tak, by pokazać, potwierdzane wieloma badaniami opisanymi w literaturze, możliwe sytuacje:

- duży zespół prognostyczny, doświadczony ośrodek, ceniony ekspert – wysoki koszt,
- proste metody prognozowania wymagają niewielkich nakładów.

Warto w tym miejscu dodać, że nakłady na przygotowanie prognoz ponoszone są „z góry”, zanim można ocenić dokładność prognoz. Stąd też zakładając koszty, nie analizowano trafności prognoz. Zestaw założeń do przykładu zawiera tab. 1.

Tabela 1. Założenia do problemu (3)–(9)

Metoda prognozowania Okres prognozy	Wartości prognoz indywidualnych					Wartość rzeczywista
	SKN	IBnGR	AR(1)	Holt	SR(4)	
2010.1	3,5	2,0	3,2	4,0	1,6	3,0
2010.2	2,4	2,3	3,1	3,6	2,2	3,5
2010.3	3,9	2,4	3,4	3,8	2,8	4,2
2010.4	4,4	2,6	4,1	4,7	3,5	4,5
2011.1	4,2	3,8	4,4	5,0	3,8	4,4
Koszt przygotowania prognozy	350	900	500	300	200	
Koszt kombinowania	200					
Budżet na proces prognozowania	2200					

Źródło: opracowanie własne oraz [Zestawienie... maj 2010; Wyźnikiewicz i in. 2010], <http://www.stat.gov.pl>.

Prognozy kombinowane opracowano wariantowo, przyjmując liniową lub kwadratową funkcję kosztów wyjściowych (funkcja g we wzorze (4)) oraz dwie miary dokładności prognoz RMSE lub sMAPE (funkcja f we wzorze (4)). Dla tych wariantów przyjęto oznaczenia K1-K4 w tab. 2 oraz na rysunkach. Rozwiązania problemu (3)–(9) poszukiwano algorytmem ewolucyjnym (ze względu na uwikłaną, w znacznym stopniu nieliniową funkcję kryterium, poszukiwanie ekstremum algorytmem numerycznym często nie prowadziło do rozwiązania). Wyniki obliczeń zawarto w tab. 2 oraz na rysunkach 2–4. Ponadto opracowano prognozy kombinowane według wybranych metod z kryteriami dokładności wspomnianymi w punkcie 2. Dla tych wariantów przyjęto oznaczenia D1-D6.

Zastosowano następujące warianty metod kombinowania z kryteriami dokładności prognoz:

D1 – wagi z estymacji parametrów regresji (por. wzór (2), $m = 5$) MNK z wagami pobocznymi $w_0 = 0$, $w_1 + w_2 + \dots + w_m = 1$ [Granger, Ramanathan 1984];

D2 – wagi wyznaczone wg wzoru: $w_i = \frac{\sum (f_{it} - y_t)^2}{\sum_t \sum_{k \neq i} (f_{kt} - y_t)^2}$ [Bates, Granger 1969];

D3 – wagi wyznaczone wg wzoru: $w_i = \frac{(m_i)^{-1}}{\sum_{k \neq i} (m_k)^{-1}}$, gdzie $m_i = \sum_t \delta^{1/t} (f_{it} - y_t)^2$,

$\delta = 0,9$ [Stock, Watson 2004];

D4 – wagi wyznaczone wg wzoru: $w_i = \frac{MAPE_i}{\sum_{k \neq i} MAPE_k}$, gdzie

$$MAPE_i = \frac{100}{n} \sum_{t=1}^n \left| \frac{f_{it} - y_t}{y_t} \right|;$$

D5 – wagi minimalizujące RMSE prognozy kombinowanej, gdzie

$$RMSE = \sqrt{\frac{\sum_{t=1}^n (fk_t - y_t)^2}{n}};$$

D6 – wagi minimalizujące sMAPE prognozy kombinowanej, gdzie

$$sMAPE_i = \frac{100}{n} \sum_{t=1}^n \frac{|fk_t - y_t|}{(fk_t + y_t) / 2} \quad [\text{Kaźmierska-Zatoń, Zatoń 2010}].$$

Prognozy indywidualne przyjęte do kombinacji charakteryzują się różną dokładnością (por. rys. 2), zarówno w grupie prognoz eksperckich, jak i prognoz uzyskanych metodami tzw. mechanicznymi. Jest to dobra ilustracja faktu, że nawet doświadczony ośrodek prognostyczny może znacząco się pomylić, a zastosowanie prostych metod nie musi generować prognoz mało trafnych. Dokładność prognoz kombinowanych jest na ogół większa niż prognoz prostych, a jednocześnie mało zróżnicowana, zarówno w grupie prognoz wyznaczonych z kryteriami dokładności, jak i kryteriami kosztów. Warto jednak podkreślić, że opracowując prognozy optymalizujące koszty, wymagano spełnienia warunku (9). Pominięcie tego warunku skutkowało rozwiązaniami, w których prognoza kombinowana była najtańszą prognozą indywidualną (waga równa 1 dla prognozy prostej o najniższych kosztach przygotowania), ale błąd prognozy kombinowanej był większy od błędu najlepszej prognozy prostej. Takie wyniki uznano za niesatysfakcjonujące i w pewien sposób niezgodne z ideą prognozowania kombinowanego.

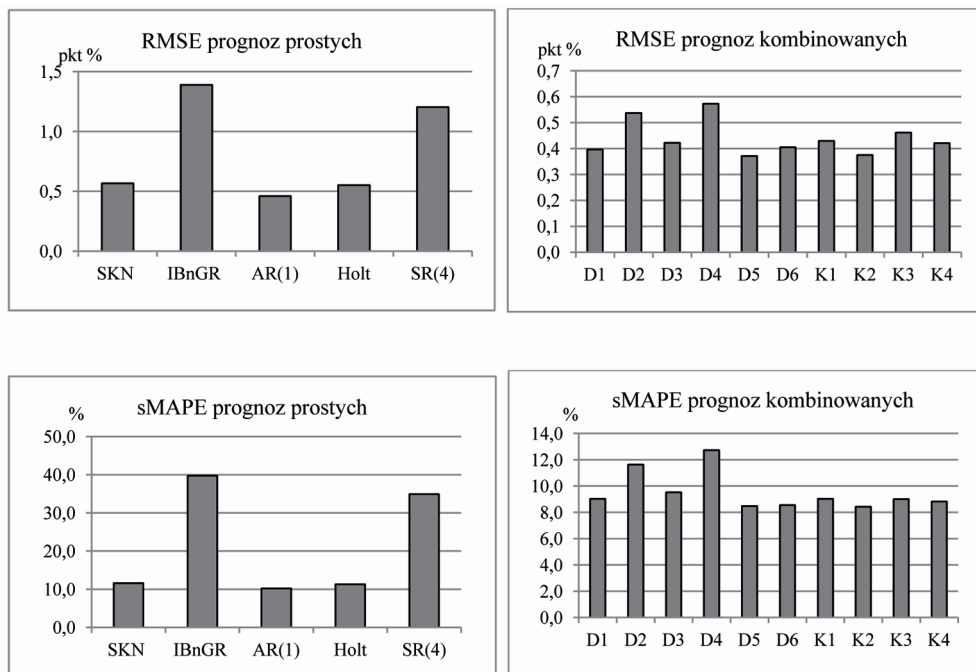
Analizując wariantowe prognozowanie z kryterium kosztów (por. tab. 2 i rys. 3), warto zauważyć, że:

1) dokładność prognozy kombinowanej nie zmienia się istotnie w zależności od postaci funkcji kosztów,

2) optymalne zestawy wag dla prognoz indywidualnych w poszczególnych wariantach różnią się zdecydowanie od siebie,

3) proporcje kosztów wejściowych i wyjściowych w poszczególnych wariantach są odmienne i zróżnicowane,

4) w wariantach bez warunku (9) proporcje kosztów były odwrotne, tj. koszty przygotowania prognoz były niższe od kosztów błędnej decyzji.



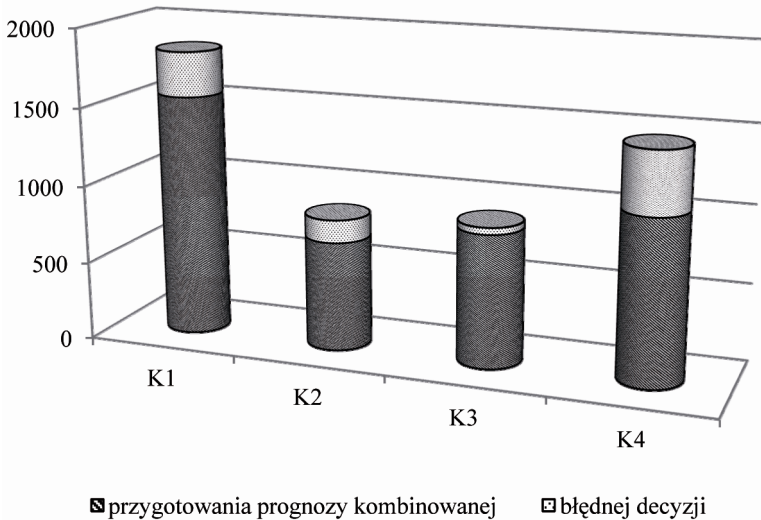
Rys. 2. Dokładność prognoz *ex post* indywidualnych i kombinowanych

Źródło: opracowanie własne.

Tabela 2. Zestawienie wyników prognoz kombinowanych wg wariantów problemu (3)–(9)

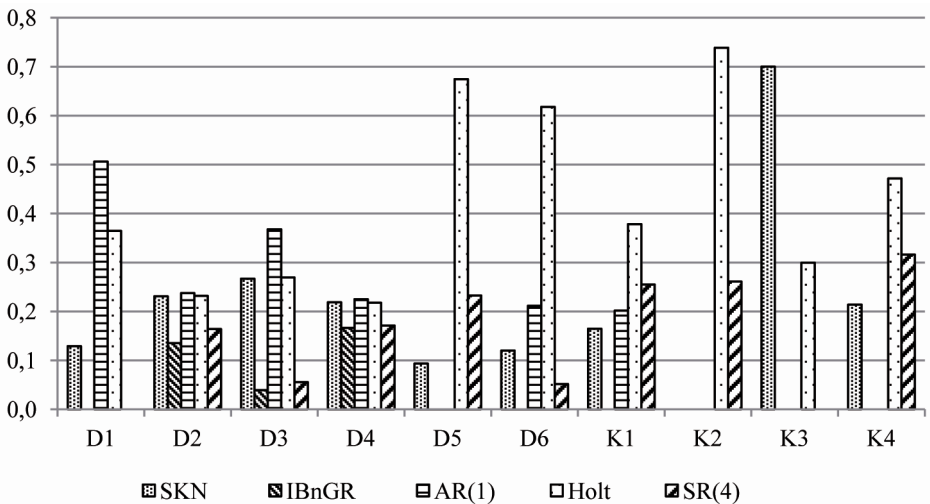
		Kryterium optymalizacji			
		RMSE		sMAPE	
		Liniowa funkcja kosztów (K1)	Kwadratowa funkcja kosztów (K2)	Liniowa funkcja kosztów (K3)	Kwadratowa funkcja kosztów (K4)
Koszt całkowity		1836	846	894	1448
Koszt przygotowania prognozy kombinowanej		1550	700	850	1050
Błąd prognozy		0,43	0,38	9,0	8,8
Wagi dla prognoz indywidualnych	SKN	0,16	0	0,7	0,21
	IBnGR	0	0	0	0
	AR(1)	0,20	0	0	0
	Holt	0,38	0,74	0,3	0,47
	SR(4)	0,26	0,26	0	0,32

Źródło: opracowanie własne.



Rys. 3. Koszty prognozowania kombinowanego według wariantów kombinacji

Źródło: opracowanie własne.



Rys. 4. Wagi dla prognoz indywidualnych według wariantów kombinacji

Źródło: opracowanie własne.

Istotnym elementem prognoz kombinowanych są wagi dla prognoz indywidualnych w kombinacji. Przy wyznaczaniu wag zaproponowaną metodą prognozowania z kryterium kosztów (por. tab. 2 i rys. 4) zwykle część prognoz, potencjalnych skła-

dowych kombinacji, jest pomijana (wagi równe zero). Choć wyniku tego nie można uogólnić, wyróżnia on proponowaną metodę spośród innych analizowanych z kryteriami dokładności.

5. Podsumowanie

Przygotowanie prognoz i ich wykorzystanie w procesie decyzyjnym ma wymierny aspekt finansowy. Dążeniu do podejmowania decyzji optymalnych, na podstawie prognoz, towarzyszyć zatem powinien problem optymalizacji kosztów całkowitych prognozowania. Wyniki przeprowadzonych badań wskazują na konkurencyjność proponowanej metody prognozowania kombinowanego, uwzględniającej koszty, wobec metod opartych wyłącznie na dokładności. Przedstawiona metoda jest propozycją pretendującą do praktycznego zastosowania, ponieważ traktuje proces prognozowania kompleksowo, uwzględniając zarówno nakłady poniesione na przygotowanie prognoz, jak i wymierne efekty wynikające z ich wykorzystania.

Temat optymalizacji prognoz kombinowanych uwzględniającej koszty wymaga jednak dalszych badań, ze względu na następujące problemy:

1) ustalenie postaci i parametrów funkcji kosztów wyjściowych – oszacowanie na podstawie danych z przeszłości vs przyjęcie arbitralne;

2) uwzględnienie asymetrii konsekwencji błędnej prognozy – wpływ takiego samego co do wartości bezwzględnej odchylenia prognozy od wartości rzeczywistej będzie zapewne powodował różne skutki finansowe, jeśli uwzględni się kierunek odchylenia (plus/minus);

3) postać matematyczna metody (wysoki stopień nieliniowości) – wymaga zastosowania metod programowania nieliniowego lub/i algorytmu ewolucyjnego. Może to powodować trudności ze znalezieniem rozwiązań dopuszczalnych zwłaszcza przez metody analityczne.

Literatura

- Armstrong J.S. [2001], *Principles of Forecasting: A Handbook for Researchers and Practitioners*, Kluwer Academic Publishers.
- Bates J., Granger C. [1969], *The combination of forecasts*, "Operations Research Quarterly", no. 20.
- Cieślak M. (red.) [2001], *Prognozowanie gospodarcze. Metody i zastosowania*, Wyd. Naukowe PWN, Warszawa.
- Clemen R.T. [1989], *Combining forecasts. A review and annotated bibliography*, "International Journal of Forecasting" no. 5.
- Collopy F., Armstrong J. [1992], *Rule-based forecasting: Development and validation of an expert systems approach to combining time series extrapolations*, "Management Science" no. 38.
- Deutsch M., Granger C.W.J., Terasvirta T. [1994], *The combination of forecasts using changing weights*, "International Journal of Forecasting" no. 10.
- Diebold F., Pauly P. [1987], *Structural change and the combination of forecasts*, "Journal of Forecasting" no. 6.

- Dittmann P., Szabela-Pasierbińska E., Dittmann I., Szpulak A. [2009], *Prognozowanie w zarządzaniu przedsiębiorstwem*, Wolters Kluwer Business, Kraków.
- Flores B.E., White E.M. [1988], *A Framework for the combination of forecasts*, "Journal of the Academy of Marketing Sciences" no. 3–4.
- Granger C.W., Ramanathan R. [1984], *Improved methods of combining forecasts*, "Journal of Forecasting" no. 3.
- Greszta M., Maciejewski W. [2005], *Kombinowanie prognoz gospodarki polskiej*, „Gospodarka Narodowa” nr 5–6.
- Hibon M., Evgeniou T. [2005], *To combine or not to combine: selecting among forecasts and their combinations*, "International Journal of Forecasting" no. 21.
- Kaźmierska-Zatoń M., Zatoń W. [2003], *Ryzyko w prognozowaniu*, [w:] *Modelowanie Preferencji a Ryzyko '03*, Prace Naukowe Akademii Ekonomicznej w Katowicach, Wyd. Akademii Ekonomicznej w Katowicach, Katowice.
- Kaźmierska-Zatoń M., Zatoń W. [2010], *Multi-criteria combined forecasts*, [w:] *Forecasting*, ed. P. Dittmann, Research Papers of Wrocław University of Economics no. 28, Wrocław.
- Lemke C., Gabrys B. [2008], *Forecasting and Forecast Combination in Airline Revenue Management Applications*, [w:] *Knowledge Processing and Reasoning for Information Society*, eds N.T. Nguyen, G. Kolaczek, B. Gabrys, EXIT, Warszawa.
- Makridakis S. et al. [1982], *The accuracy of extrapolation (time series) methods: Results of a forecasting competition*, "Journal of Forecasting" no. 1.
- Makridakis S., Hibon M. [2000], *The M3-Competition: results, conclusions and implications*, "International Journal of Forecasting" no. 16.
- Mostaghimi M. [1996], *Combining Ranked Mean Value Forecasts*, "European Journal of Operational Research" no. 94.
- Rapach D.E., Strauss J.K. [2008], *Forecasting US Employment Growth Using Forecast Combining Methods*, "Journal of Forecasting" no. 27.
- Reeves G.R., Lawrence K.D. [1991], *Combining forecasts given different types of objectives*, "European Journal of Operational Research", vol. 51, issue 1.
- Stock J.H., Watson M.W. [2004], *Combination forecasts of output growth in a seven-country data set*, "Journal of Forecasting" no. 23.
- Swanson N.R., Zeng T. [2001], *Choosing among competing econometric forecasts: regression-based forecast combination using model selection*, "Journal of Forecasting" no. 20.
- Wyżnikiewicz B., Fundowicz J., Lada K., Łapiński K., Peterlik M. [2010], *Stan i prognoza koniunktury gospodarczej*, „Kwartalne Prognozy Makroekonomiczne”, styczeń, nr 65.
- Yang Y. [2004], *Combining forecasting procedures: some theoretical results*, "Econometric Theory" no. 20.
- Zeliaś A., Pawełek B., Wanat S. [2003], *Prognozowanie ekonomiczne*, Wyd. Naukowe PWN, Warszawa.
- Zestawienie trafności Prognoz Gospodarki Polskiej sporządzonych przez Sekcję Modelowania i Prognozowania Makroekonomicznego SKN FM w maju 2010 r. Stan na koniec I kwartału 2011 r.*, <http://akson.sgh.waw.pl/sknfm/modelowanie.php#prognozy>.

SOME ASPECTS OF OPTIMIZING COMBINED FORECASTS

Summary: The preparation of forecasts generates costs, which can be called input costs associated with collection, storage and processing of statistical data, the construction of forecasting model, monitoring reliability of forecasts. The use of inaccurate forecasts in decision-making process usually results in tangible losses, called output costs. The sum of input and output costs is forecasting total cost. The paper describes a special method of combining

forecasts, i.e., determining the values of weights for individual forecasts in the combination. The method allows to develop a combined forecast optimal from the standpoint of forecasting total cost as well as its accuracy. The presented method treats the forecasting process comprehensively, taking into account expenditures incurred to prepare forecasts and measurable effects resulting from its use.

Keywords: combined forecasting, accuracy of forecasts, forecasting costs, multi-criteria decision making.