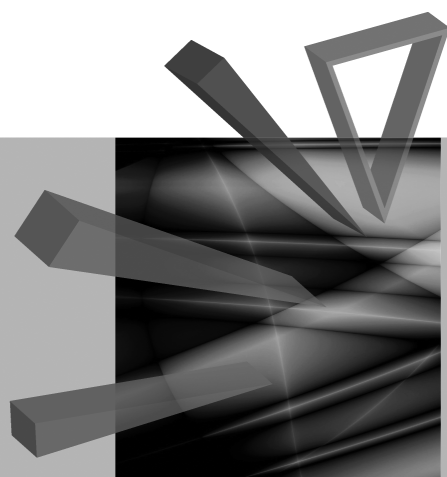


# Prognozowanie w zarządzaniu firmą



Redaktorzy naukowi  
**Paweł Dittmann**  
**Aleksandra Szpulak**



Wydawnictwo Uniwersytetu Ekonomicznego we Wrocławiu  
Wrocław 2011

Senacka Komisja Wydawnicza

*Zdzisław Pisz (przewodniczący),*

*Andrzej Bąk, Krzysztof Jajuga, Andrzej Matysiak, Waldemar Podgórski,  
Mieczysław Przybyła, Aniela Styś, Stanisław Urban*

Recenzenci

*Włodzimierz Szkutnik, Jan Zawadzki*

Redakcja wydawnicza

*Barbara Majewska*

Redakcja techniczna i korekta

*Barbara Łopusiewicz*

Skład i łamanie

*Comp-rajt*

Projekt okładki

*Beata Dębska*

Kopiowanie i powielanie w jakiegokolwiek formie  
wymaga pisemnej zgody Wydawcy

© Copyright by Uniwersytet Ekonomiczny we Wrocławiu  
Wrocław 2011

**ISSN 1899-3192**

**ISBN 978-83-7695-141-6**

Druk: Drukarnia TOTEM

## Spis treści

Wstęp .....	7
<b>Agnieszka Przybylska-Mazur:</b> Optymalne zasady polityki pieniężnej w prognozowaniu wskaźnika inflacji .....	9
<b>Alicja Wolny-Dominiak:</b> Zmodyfikowana regresja Poissona dla danych ubezpieczeniowych z dużą liczbą zer .....	21
<b>Andrzej Gajda:</b> Doświadczenia i metody pozyskiwania danych eksperckich na potrzeby badań z wykorzystaniem metod foresight .....	30
<b>Anna Gondek:</b> Prognozy rozwoju gospodarczego Polski z użyciem metody analogii przestrzenno-czasowych .....	41
<b>Bartosz Lawędziak:</b> Sekurytyzacja papierów wartościowych opartych na hipotece odwrotnej .....	50
<b>Filip Chybalski:</b> Prakseologiczne aspekty prognozowania .....	59
<b>Ireneusz Kuroпка, Paweł Lenczewski:</b> Możliwość zastosowania modeli ekonometrycznych do prognozowania w przedsiębiorstwie Brenntag Polska .....	69
<b>Jacek Szandula:</b> Wyszukiwanie formacji w kursach giełdowych przy użyciu metod klasyfikacji danych .....	82
<b>Joanna Perzyńska:</b> Zastosowanie sztucznych sieci neuronowych do wyznaczania nieliniowych prognoz kombinowanych .....	94
<b>Konstancja Poradowska, Tomasz Szkutnik, Mirosław Wójciak:</b> Scenariusze rozwoju wybranych technologii oszczędności energii w życiu codziennym .....	102
<b>Maciej Oesterreich:</b> Wykorzystanie pakietu statystycznego R w prognozowaniu na podstawie danych w postaci szeregów czasowych z wahaniami sezonowymi .....	113
<b>Marcin Błażejowski, Paweł Kufel, Tadeusz Kufel:</b> Algorytm zgodnego modelowania i prognozowania procesów ekonomicznych jako pakiet funkcji <i>Congruent Specification</i> programu Gretl .....	125
<b>Marcin Błażejowski:</b> Stacjonarność szeregów czasowych o wysokiej częstotliwości obserwowania – implementacja testu stacjonarności Dickeya w programie Gretl .....	137
<b>Mirosław Wójciak:</b> Wpływ czynników i zdarzeń kluczowych na rozwój nowych technologii – wybrane metody korygowania prognoz na przykładzie technologii energooszczędnych .....	149
<b>Monika Dyduch:</b> Grupowanie produktów strukturyzowanych .....	159
<b>Piotr Bernat:</b> Planowanie działalności przedsiębiorstwa wspomagane prognozowaniem .....	170

<b>Roman Pawlukowicz:</b> Informacje prognostyczne w rynkowych sposobach wyceny nieruchomości – identyfikacja i pozyskiwanie .....	182
<b>Wojciech Zatoń:</b> Uwarunkowania psychologiczne w prognozowaniu .....	189

## Summaries

<b>Agnieszka Przybylska-Mazur:</b> Optimal monetary policy rules in forecasting of inflation rate .....	20
<b>Alicja Wolny-Dominiak:</b> Zero-inflated Poisson Model for insurance data with a large number of zeros .....	29
<b>Andrzej Gajda:</b> Experience and methods of data collection from experts for research using foresight methods .....	40
<b>Anna Gondek:</b> Economic growth forecasts for Poland using the time-space analogy method .....	49
<b>Bartosz Lawędziak:</b> Securitization of survivor bonds based on the reverse mortgage .....	58
<b>Filip Chybalski:</b> Praxiological aspects of forecasting .....	68
<b>Ireneusz Kuropka, Paweł Lenczewski:</b> Econometric models usage feasibility in Brenntag Poland forecasting .....	81
<b>Jacek Szandula:</b> Searching for technical analysis formations in stock prices with the use of cluster analysis methods .....	93
<b>Joanna Perzyńska:</b> Application of artificial neural networks to build the nonlinear combined forecasts .....	101
<b>Konstancja Poradowska, Tomasz Szkutnik, Mirosław Wójciak:</b> The scenarios of development of selected technologies related to energy saving in everyday life .....	112
<b>Maciej Oesterreich:</b> The R application in forecasting unsystematic lacks in seasonal time series .....	124
<b>Marcin Błażejowski, Paweł Kufel, Tadeusz Kufel:</b> Congruent modelling and forecasting algorithm as function package Congruent Specification in GRETL .....	136
<b>Marcin Błażejowski:</b> Stationarity of high-frequency time series – implementation of Dickey’s stationarity test in GRETL .....	148
<b>Mirosław Wójciak:</b> The influence of key and events factors on the development of new technologies – selected methods of forecast correction on the example of energy-saving technologies .....	158
<b>Monika Dyduch:</b> Ranking of structured products .....	169
<b>Piotr Bernat:</b> Forecasting assisted business management planning .....	181
<b>Roman Pawlukowicz:</b> Prognostic data in market ways of property valuation – identification and acquisition .....	188
<b>Wojciech Zatoń:</b> Psychological aspects of forecasting .....	199

**Agnieszka Przybylska-Mazur**

Uniwersytet Ekonomiczny w Katowicach

---

## **OPTYMALNE ZASADY POLITYKI PIENIĘŻNEJ W PROGNOZOWANIU WSKAŹNIKA INFLACJI**

---

**Streszczenie:** W artykule zaprezentowano jeden z rodzajów zasad polityki pieniężnej – zasad nastawionych na cel będących rozwiązaniem zadania minimalizacji międzyokresowej funkcji straty. Zasady nastawione na cel zostały wykorzystane do prognozowania wskaźnika inflacji na dwa okresy wprzód. Prognozy wskaźnika inflacji wyznaczono na podstawie modelu Svenssona dla gospodarki narażonej na szoki podażowe i popytowe. Zbadano również wpływ wartości wagi na stabilizację produkcji oraz czynnika dyskontującego na prognozę inflacji na dwa okresy do przodu oraz na optymalny instrument polityki pieniężnej.

**Słowa kluczowe:** prognoza inflacji, równanie Belmanna, twierdzenie o obwiedni, zasady nastawione na cel.

### **1. Wstęp**

Jednym z rodzajów polityki pieniężnej jest polityka oparta na zasadach określających w sposób jednoznaczny przewidywalne reguły. Jej prowadzenie umożliwia przewidywanie przyszłej sytuacji gospodarczej. W polityce opartej na zasadach istnieje sprzężenie zwrotne między stanem gospodarki a narzędziami polityki. Ponadto ten rodzaj prowadzonej polityki umożliwia uruchamianie tzw. automatycznych stabilizatorów, dzięki którym gospodarka uzyskuje w polityce wsparcie dla zrównoważonego i stabilnego tempa wzrostu.

Wśród zasad polityki pieniężnej wyróżniamy reguły nastawione na cel, które wyznaczają poziom instrumentu polityki pieniężnej (stopy procentowej) w oparciu o wartości tak zwanej funkcji straty. Wartość tej funkcji rośnie wraz ze wzrostem odchylenia między wartością określoną zmiennej celu, na przykład poziomem inflacji, a poziomem docelowym tej zmiennej.

W artykule optymalne zasady polityki pieniężnej, będące rozwiązaniem problemu minimalizacji funkcji straty, zostały uwzględnione w prognozowaniu wskaźnika inflacji.

## 2. Model strukturalny

Do analiz został wykorzystany dwurównaniowy model Svenssona dla gospodarki narażonej na szoki podażowe i popytowe. Pierwsze równanie opisuje tak zwaną przyspieszającą krzywą Phillipsa (*accelerationist Phillips curve*), w której zmiana inflacji zależy od produkcji opóźnionej o jeden okres. Drugie równanie opisuje zagregowany popyt – krzywą IS, w której produkcja zależy od produkcji opóźnionej o jeden okres oraz od rzeczywistej stopy procentowej również opóźnionej o jeden okres. Jeżeli jako przybliżenie oczekiwanej inflacji przyjąć bieżącą inflację, to rzeczywistą stopą procentową można określić jako różnicę pomiędzy nominalną stopą procentową a wskaźnikiem inflacji.

Niech  $\pi_t$  oznacza wskaźnik inflacji w okresie  $t$ , natomiast  $\pi^*$  – cel inflacyjny.

Zgodnie z realizowaną przez NBP strategią bezpośredniego celu inflacyjnego, od stycznia 2004 r. ciągły cel inflacyjny wynosi 2,5% w ujęciu rok do roku, z symetrycznym przedziałem dopuszczalnych odchyłeń  $\pm 1$  punkt procentowy. Realizacja ciągłego celu inflacyjnego oznacza, że odnosi się on do inflacji mierzonej w ujęciu miesiąc do analogicznego miesiąca poprzedniego roku.

Symbolem  $i_t$  oznaczmy instrument polityki pieniężnej, np. stopę referencyjną, natomiast  $q_t$  – względną lukę pomiędzy aktualnym rzeczywistym PKB  $y_t$  a potencjalnym PKB  $y_t^*$ , wyrażoną w procentach, tzn.

$$q_t = 100 \cdot \frac{y_t - y_t^*}{y_t^*}.$$

Wówczas model strukturalny można zapisać następująco [Svensson 1996]:

$$\pi_{t+1} = \pi_t + \alpha q_t + \varepsilon_{t+1} \quad (1)$$

$$q_{t+1} = \beta_1 q_t - \beta_2 (i_t - \pi_t) + \eta_{t+1}, \quad (2)$$

gdzie  $\alpha, \beta_1, \beta_2$  są stałymi dodatnimi.

Składniki losowe  $\varepsilon_t, \eta_t$  mają rozkład o średniej równej zero, wariancjach równych  $\sigma_\varepsilon^2, \sigma_\eta^2$  i kowariancji  $\sigma_{\varepsilon\eta}$ . Składniki  $\varepsilon_t, \eta_t$  nie są obciążone autokorelacją. Składnik losowy  $\varepsilon_t$  przedstawia szok podażowy, natomiast składnik losowy  $\eta_t$  szok popytowy.

Zakładamy, że produkcja potencjalna jest normalizowana do zera.

Powyższy model opisuje sytuację, w której zarówno inflacja, jak i zagregowany popyt-produkcja reaguje z opóźnieniem na zmianę instrumentu banku centralnego. Z powyższego modelu wynika, że wzrost instrumentu banku centralnego

powoduje spadek produkcji za jeden okres oraz spadek inflacji za dwa okresy. Prawdziwe są zatem następujące implikacje:

$$i_t \uparrow \Rightarrow y_{t+1} \downarrow \Rightarrow \pi_{t+2} \downarrow.$$

W związku z tym szczególnie ważna w podejmowaniu bieżących decyzji dotyczących wysokości instrumentu polityki pieniężnej jest prognoza inflacji na dwa okresy do przodu.

### 3. Zasady nastawione na cel

Zasady nastawione na cel są jednym z rodzajów zasad polityki pieniężnej. Wyznaczają one poziom instrumentu polityki pieniężnej w oparciu o wartości tzw. funkcji straty. Wartość funkcji straty wzrasta, gdy wzrasta odchylenie między zmienną cełową i poziomem docelowym tej zmiennej. Należy zatem wyznaczyć taką wartość instrumentu polityki pieniężnej, dla którego funkcja straty przyjmuje wartość minimalną.

Przykładem takiej funkcji może być kwadratowa funkcja straty o postaci:

$$E_t \sum_{\tau=0}^{\infty} \delta^{\tau} (x_{t+\tau} - x^*)^2, \quad (3)$$

gdzie:  $\delta$  – czynnik dyskontujący,  $0 < \delta < 1$ ,

$E_t$  – symbol wartości oczekiwanej zależnej od dostępnej informacji w okresie  $t$ .

Reguły nastawione na cel prowadzą do większej przejrzystości polityki pieniężnej i umożliwiają podjęcie decyzji mającej na celu stabilny poziom cen. W NBP celem polityki pieniężnej jest warunkowa prognoza inflacji. Oznacza to takie zastosowanie instrumentu polityki pieniężnej, aby prognoza inflacji była równa celowi inflacyjnemu w odpowiednim horyzoncie czasowym. Jak już wcześniej zaznaczono, w analizowanym modelu strukturalnym szczególnie ważny dla bieżących decyzji dotyczących wysokości instrumentu polityki pieniężnej jest horyzont prognozy inflacji wynoszący dwa.

Międzyokresowa funkcja straty w okresie  $t$  wyraża się wzorem [Svensson 1996]:

$$E_t \sum_{\tau=0}^{\infty} \delta^{\tau} L(\pi_{t+\tau}, y_{t+\tau}), \quad (4)$$

gdzie  $L(\pi_t, y_t)$  – funkcja straty okresowej.

Funkcja straty okresowej może przyjmować różne postacie. Jedną z nich jest funkcja określona wzorem

$$L_t = (\pi_t - \pi^*)^2 + \lambda y_t^2, \quad (5)$$

gdzie  $\lambda$  jest wagą na stabilizację produkcji wokół potencjalnego jej poziomu w stosunku do stabilizacji inflacji wokół długoterminowego celu inflacyjnego,  $\lambda \geq 0$ .

Jeżeli waga na stabilizację produkcji jest równa zero, czyli  $\lambda = 0$ , to mamy pojedynczy cel polityki pieniężnej. W funkcji straty jest uwzględniane tylko odchylenie inflacji od celu inflacyjnego. W tym przypadku mówimy, że bank centralny realizuje ścisły cel inflacyjny, koncentrując się tylko na osiągnięciu i utrzymaniu inflacji blisko celu inflacyjnego.

Jeżeli natomiast waga na stabilizację produkcji jest dodatnia, czyli  $\lambda > 0$ , to mamy wielokrotne cele polityki pieniężnej. W funkcji straty są uwzględnione wtedy wartości produkcji i wskaźnika inflacji. Bank centralny realizuje elastyczny cel inflacyjny.

Aby wskazać optymalną politykę pieniężną, należy wyznaczyć instrument polityki pieniężnej minimalizujący międzyokresową funkcję straty (4), czyli należy rozwiązać problem:

$$\min_{i_t} E_t \sum_{\tau=0}^{\infty} \delta^\tau L(\pi_{t+\tau}, y_{t+\tau}) \quad (6)$$

przy ograniczeniach (1) i (2).

Zadanie (6) jest zagadnieniem programowania dynamicznego, zapisanym dla przypadku dyskretnego.

Międzyokresową funkcję straty postaci:

$$\sum_{\tau=0}^{\infty} \delta^\tau E_t L(\pi_{t+\tau}, y_{t+\tau}) \quad (7)$$

można zatem rozpatrywać jako funkcję celu z dyskontowaniem o nieskończonym horyzoncie czasowym.

Svensson [1996] wykazał, że trafność decyzji w regule nastawionej na cel zależy zarówno od typu funkcji straty okresowej decydenta, jak i dodatkowych wymogów nałożonych na bank centralny.

Polityka pieniężna powinna mieć charakter perspektywiczny (*forward looking*), a także powinna być oparta na wiarygodnych prognozach inflacji i luki produkcji.

#### 4. Równanie Belmanna i twierdzenie o obwiedni

##### Definicja 1

Równanie Belmanna dla problemu z dyskontowaniem i z nieskończonym horyzontem czasowym ma postać [Woźny]:



$$V(\pi_t) = \min_{y_t \in Y(\pi_t)} \{E_t L(\pi_t, y_t) + \delta E_t V(\pi_{t+1})\}$$

lub równoważnie:

$$V(\pi_t) = \min_{y_t \in Y(\pi_t)} \{L(\pi_t, y_t) + \delta E_t V(\pi_{t+1})\}, \quad (8)$$

gdzie: funkcja wartości  $V(\pi_t)$  dla problemu z dyskontowaniem i z nieskończonym horyzontem czasowym jest odwzorowaniem przyporządkowującym każdemu stanowi – wskaźnikowi inflacji  $\pi_t$ , minimalną możliwą do osiągnięcia wypłatę.

Równanie polityki przyjmuje postać

$$y_t^*(\pi_t) = : \arg \min_{y_t \in Y(\pi_t)} \{L(\pi_t, y_t) + \delta E_t V(\pi_{t+1})\}. \quad (9)$$

**Twierdzenie 1** (Twierdzenie o obwiedni) [Woźny].

Załóżmy, że funkcja  $f(\pi_t, y_t)$  jest różniczkowalna względem  $\pi_t$  i  $y_t$  oraz że dla każdego  $\pi_t$  istnieje  $\min_{y_t} f(\pi_t, y_t)$ .

Wówczas

$$\frac{d}{d\pi_t} V(\pi_t) = \frac{\partial}{\partial \pi_t} f(\pi_t, y_t^*(\pi_t)), \quad (10)$$

gdzie  $V(\pi_t) = \min_{y_t} f(\pi_t, y_t)$ , natomiast  $y_t^*(\pi_t) = : \arg \min_{y_t} f(\pi_t, y_t)$ .

## 5. Rozwiązanie zadania minimalizującego funkcję straty

Aby rozwiązać zadanie (6) przy ograniczeniach (1) i (2) rozważymy na początku równanie Belmanna (8) dla kwadratowej funkcji straty. Równanie to przyjmuje postać

$$V(\pi_t) = \min_{y_t \in Y(\pi_t)} \{(\pi_t - \pi^*)^2 + \lambda y_t^2 + \delta E_t V(\pi_{t+1})\}. \quad (11)$$

W powyższym równaniu produkcja jest zmienną kontrolną i istnieje tylko jedno-okresowe opóźnienie kontroli inflacji.

Pośrednią funkcję straty można zapisać następująco:

$$V(\pi_t) = k_0 + k(\pi_t - \pi^*)^2, \quad (12)$$

gdzie  $k_0, k$  są współczynnikami, które należy obliczyć.

Aby wyznaczyć minimum występujące po prawej stronie wzoru (11) należy zapisać i rozwiązać warunek pierwszego rzędu postaci:

$$\frac{\partial}{\partial y_t} V(\pi_t) = 0.$$

Ponieważ

$$\frac{\partial}{\partial y_t} V(\pi_t) = 2\lambda y_t + \delta E_t \left( \frac{\partial}{\partial \pi_{t+1}} V(\pi_{t+1}) \cdot \frac{\partial \pi_{t+1}}{\partial y_t} \right)$$

oraz prawdziwe są następujące implikacje:

$$\begin{aligned} V(\pi_{t+1/t}) &= k_0 + k(\pi_{t+1/t} - \pi^*)^2 \\ \Rightarrow E_t \left( \frac{\partial}{\partial \pi_{t+1}} V(\pi_{t+1}) \right) &= \frac{\partial}{\partial \pi_{t+1}} V(\pi_{t+1/t}) = 2k(\pi_{t+1/t} - \pi^*) \end{aligned}$$

i

$$\pi_{t+1} = \pi_t + \alpha y_t + \varepsilon_{t+1} \Rightarrow \frac{\partial \pi_{t+1}}{\partial y_t} = \alpha,$$

to otrzymujemy

$$\frac{\partial}{\partial y_t} V(\pi_t) = 2\lambda y_t + 2\delta \alpha k (\pi_{t+1/t} - \pi^*).$$

Natomiast warunek pierwszego rzędu ma postać:

$$2\lambda y_t + 2\delta \alpha k (\pi_{t+1/t} - \pi^*) = 0$$

lub równoważnie  $\pi_{t+1/t} - \pi^* = -\frac{\lambda}{\delta \alpha k} y_t$ .

Z warunku pierwszego rzędu otrzymujemy zasadę decyzyjną dla produkcji postaci:

$$y_t = -\frac{\delta \alpha k}{\lambda} (\pi_{t+1/t} - \pi^*). \quad (13)$$

Uwzględniając równanie (1), mamy:

$$y_t = -\frac{\delta \alpha k}{\lambda} (\pi_t - \pi^* + \alpha y_t)$$

$$y_t = -\frac{\delta \alpha k}{\lambda} (\pi_t - \pi^*) - \frac{\delta \alpha^2 k}{\lambda} y_t,$$

czyli

$$y_t = -\frac{\delta\alpha k}{\lambda + \delta\alpha^2 k}(\pi_t - \pi^*). \quad (14)$$

Ponieważ:

$$\begin{aligned} \pi_{t+1/1} &= \pi_t + \alpha y_t = \pi^* + (\pi_t - \pi^*) + \alpha y_t = \pi^* + (\pi_t - \pi^*) - \frac{\delta\alpha k}{\lambda + \delta\alpha^2 k}(\pi_t - \pi^*) = \\ &= \pi^* + \left(1 - \frac{\delta\alpha k}{\lambda + \delta\alpha^2 k}\right)(\pi_t - \pi^*) = \pi^* + \frac{\lambda}{\lambda + \delta\alpha^2 k}(\pi_t - \pi^*), \end{aligned}$$

zatem warunkową prognozą wskaźnika inflacji na jeden okres do przodu wyznacza się ze wzoru:

$$\pi_{t+1/1} = \pi^* + \left(1 - \frac{\delta\alpha k}{\lambda + \delta\alpha^2 k}\right)(\pi_t - \pi^*). \quad (15)$$

Aby wyznaczyć współczynnik  $k$ , należy zastosować twierdzenie o obwiedni do równania Belmana (11) i wykorzystać wzory (12) i (15). Przyjmując:

$$f(\pi_t, y_t) = L(\pi_t, y_t) + \delta E_t V(\pi_{t+1})$$

oraz obliczając

$$\begin{aligned} \frac{d}{d\pi_t} V(\pi_t) &= 2k(\pi_t - \pi^*), \\ \frac{\partial}{\partial \pi_t} f(\pi_t, y_t^*(\pi_t)) &= \frac{\partial}{\partial \pi_t} L(\pi_t, y_t) + \delta \frac{\partial}{\partial \pi_t} E_t V(\pi_{t+1}) = \\ &= 2(\pi_t - \pi^*) + 2\delta k(\pi_{t+1/t} - \pi^*) = \\ &= 2\left(1 + \frac{\delta\lambda k}{\lambda + \delta\alpha^2 k}\right)(\pi_t - \pi^*), \end{aligned}$$

otrzymujemy równość:

$$2k(\pi_t - \pi^*) = 2\left(1 + \frac{\delta\lambda k}{\lambda + \delta\alpha^2 k}\right)(\pi_t - \pi^*).$$

Zatem współczynnik  $k$  obliczamy z następującej zależności:

$$k = 1 + \frac{\delta\lambda k}{\lambda + \delta\alpha^2 k},$$

którą równoważnie można zapisać w postaci:

$$k^2 - \left(1 - \frac{\lambda(1-\delta)}{\delta\alpha^2}\right)k - \frac{\lambda}{\delta\alpha^2} = 0. \quad (16)$$

Zatem wzór na współczynnik  $k$  jest następujący:

$$k = \frac{1}{2} \left( 1 - \frac{\lambda(1-\delta)}{\delta\alpha^2} + \sqrt{\left(1 - \frac{\lambda(1-\delta)}{\delta\alpha^2}\right)^2 + \frac{4\lambda}{\delta\alpha^2}} \right). \quad (17)$$

Ważna w podejmowaniu bieżących decyzji dotyczących wysokości instrumentu polityki pieniężnej jest prognoza wskaźnika inflacji na dwa okresy do przodu  $\pi_{t+2/t}$ . Do wyznaczenia prognozy tego wskaźnika wykorzystamy równanie Belmanna o następującej postaci:

$$V(\pi_{t+1/t}) = \min_{y_{t+1/t} \in Y(\pi_{t+1/t})} \left\{ (\pi_{t+1/t} - \pi^*)^2 + \lambda y_{t+1/t}^2 + \delta E_t V(\pi_{t+2}) \right\}. \quad (18)$$

W równaniu (18) zmienna  $y_{t+1/t}$  jest uważana za zmienną kontrolną.

Natomiast optymalną wartość realnego instrumentu polityki pieniężnej, tj. realną stopę procentową, można obliczyć z przekształconego równania (2):

$$i_t - \pi_t = -\frac{1}{\beta_2} y_{t+1/t} + \frac{\beta_1}{\beta_2} y_t. \quad (19)$$

Z warunku pierwszego rzędu dla równania Belmanna (18):

$$\frac{\partial}{\partial y_{t+1/t}} V(\pi_{t+1/t}) = 0$$

otrzymujemy

$$\pi_{t+2/t} - \pi^* = -\frac{\lambda}{\delta\alpha k} y_{t+1/t}.$$

Zatem zasada decyzyjna dla produkcji jest następująca:

$$y_{t+1/t} = -\frac{\delta\alpha k}{\lambda} (\pi_{t+2/t} - \pi^*).$$

Ponizej wyprowadzimy wzór na optymalną realną stopę procentową:

$$i_t - \pi_t = -\frac{1}{\beta_2} y_{t+1/t} + \frac{\beta_1}{\beta_2} y_t = \frac{\delta\alpha k}{\lambda\beta_2} (\pi_{t+2/t} - \pi^*) + \frac{\beta_1}{\beta_2} y_t.$$

Ponieważ  $\pi_{t+2/t} = \pi_t + \alpha(1 + \beta_1)y_t - \alpha\beta_2(i_t - \pi_t)$ , mamy:

$$i_t - \pi_t = \frac{\delta\alpha k}{\lambda\beta_2} \left[ (\pi_t - \pi^* + \alpha(1 + \beta_1)y_t - \alpha\beta_2(i_t - \pi_t)) \right] + \frac{\beta_1}{\beta_2} y_t.$$

Zatem wzór na optymalną stopę procentową jest następujący:

$$i_t = \pi_t + h(\pi_t - \pi^*) + g y_t, \quad (20)$$

gdzie:  $h = \frac{\delta\alpha k}{\beta_2(\lambda + \delta\alpha^2 k)},$

$$g = \frac{1}{\beta_2} \left( \frac{\delta\alpha^2 k}{(\lambda + \delta\alpha^2 k)} + \beta_1 \right).$$

Współczynnik  $k$  obliczamy ze wzoru (17).

Obecnie wyprowadzimy wzór na warunkową prognozę wskaźnika inflacji na dwa okresy do przodu. Ponieważ

$$\pi_{t+2/t} - \pi^* = -\frac{\lambda}{\delta\alpha k} - y_{t+1/t}$$

oraz z równania (1) mamy

$$y_{t+1/t} = \frac{1}{\alpha} (\pi_{t+2/t} - \pi_{t+1/t}),$$

to

$$\pi_{t+2/t} = \pi^* - \frac{\lambda}{\delta\alpha^2 k} \pi_{t+2/t} + \frac{\lambda}{\delta\alpha^2 k} \pi_{t+1/t}$$

$$\left( 1 + \frac{\lambda}{\delta\alpha^2 k} \right) \pi_{t+2/t} = \pi^* + \frac{\lambda}{\delta\alpha^2 k} \pi_{t+1/t}$$

$$\pi_{t+2/t} = \frac{\delta\alpha^2 k}{\lambda + \delta\alpha^2 k} \pi^* + \frac{\lambda}{\lambda + \delta\alpha^2 k} \pi_{t+1/t}.$$

Zatem otrzymujemy następujący wzór na prognozę wskaźnika inflacji na dwa okresy do przodu:

$$\pi_{t+2/t} = \frac{\delta\alpha^2 k}{\lambda + \delta\alpha^2 k} \pi^* + \left( 1 - \frac{\delta\alpha^2 k}{\lambda + \delta\alpha^2 k} \right) \pi_{t+1/t}.$$

Oznaczając  $\frac{\delta\alpha^2 k}{\lambda + \delta\alpha^2 k} = c$ , mamy następujący wzór na warunkową prognozę wskaźnika inflacji na dwa okresy do przodu:

$$\pi_{t+2/t} = c \pi^* + (1 - c) \pi_{t+1/t}. \quad (21)$$

Współczynnik  $c$  jest stopą dostosowania do długoterminowego celu inflacyjnego,  $0 < c \leq 1$ .

Gdy waga na stabilizację produkcji jest dodatnia  $\lambda > 0$ , czyli w przypadku wielokrotnego celu inflacja w przyszłości powinna stopniowo wrócić do długoterminowego celu inflacyjnego. Wówczas, zgodnie z wzorem (21), prognoza inflacji na dwa okresy do przodu powinna być średnią ważoną długoterminowego celu inflacyjnego  $\pi^*$  i prognozy inflacji na jeden okres do przodu  $\pi_{t+1/t}$ . Im większa jest waga  $\lambda > 0$  na stabilizację produkcji, tym mniejszy jest współczynnik  $c$  i tym samym jest wolniejsza korekta prognozy inflacji w kierunku długoterminowego celu inflacyjnego.

W przypadku, gdy waga na stabilizację produkcji jest równa zero  $\lambda = 0$ , czyli w przypadku pojedynczego celu, warunkiem koniecznym i wystarczającym prowadzenia optymalnej polityki pieniężnej jest, aby prognoza inflacji na dwa okresy do przodu była równa celowi inflacyjnemu,

$$\pi_{t+2/t} = \pi^* . \quad (22)$$

## 6. Przykład empiryczny

Do analiz wzięto dane publikowane przez Główny Urząd Statystyczny, dotyczące PKB i miesięcznych wskaźników inflacji oraz dane dotyczące stopy referencyjnej, ogłaszane przez Narodowy Bank Polski. W ramach strategii bezpośredniego celu inflacyjnego od stycznia 2004 r. realizowany jest ciągły cel inflacyjny na poziomie 2,5%. Realizacja ciągłego celu inflacyjnego oznacza, że odnosi się on do inflacji mierzonej w ujęciu miesiąc do analogicznego miesiąca poprzedniego roku, a nie jak w latach 1999-2003, wyłącznie w grudniu do grudnia poprzedniego roku. Dlatego przeprowadzono analizę danych z okresu styczeń 2004 r. – grudzień 2009 r. Oszacowane parametry modelu wynoszą:  $\alpha = 0,00002$ ,  $\beta_1 = 0,9465$ ,  $\beta_2 = -57,212$ .

Gdy waga na stabilizację produkcji  $\lambda = 0$ , to prognoza inflacji na dwa miesiące do przodu wyniesie  $\pi_{t+2/t} = 0,025$ .

W tabeli 1 zestawiono wyznaczone na podstawie podanych wcześniej wzorów: współczynnik  $k$ , prognozę inflacji  $\pi_{t+1/t}$  na jeden miesiąc do przodu, optymalną stopę referencyjną  $i_t$  oraz prognozę wskaźnika inflacji  $\pi_{t+2/t}$  na dwa miesiące do przodu w zależności od wartości wagi na stabilizację produkcji  $\lambda > 0$  oraz czynnika dyskontującego  $\delta$ .

**Tabela 1.** Prognoza inflacji na jeden miesiąc do przodu i na dwa miesiące do przodu oraz wysokość stopy referencyjnej

$\lambda$	$\delta$	$k$	$\pi_{t+1/t}$	$i_t$	$\pi_{t+2/t}$
0,000025	0,10	1,1111	0,035	0,034	0,035
	0,20	1,2500	0,035	0,034	0,035
	0,50	2,0000	0,033	0,034	0,033
	0,90	9,9874	0,029	0,033	0,029
0,001	0,10	1,1111	0,035	0,034	0,035
	0,20	1,2500	0,035	0,034	0,035
	0,50	2,0000	0,035	0,034	0,035
	0,90	9,9997	0,035	0,034	0,035
0,1	0,10	1,1111	0,035	0,034	0,035
	0,20	1,2500	0,035	0,034	0,035
	0,50	2,0000	0,035	0,034	0,035
	0,90	10,0000	0,035	0,034	0,035
0,5	0,10	1,1111	0,035	0,034	0,035
	0,20	1,2500	0,035	0,034	0,035
	0,50	2,0000	0,035	0,034	0,035
	0,90	10,0000	0,035	0,034	0,035
1	0,10	1,1111	0,035	0,034	0,035
	0,20	1,2500	0,035	0,034	0,035
	0,50	2,0000	0,035	0,034	0,035
	0,90	10,0000	0,035	0,034	0,035
2	0,10	1,1111	0,035	0,034	0,035
	0,20	1,2500	0,035	0,034	0,035
	0,50	2,0000	0,035	0,034	0,035
	0,90	10,0000	0,035	0,034	0,035
5	0,10	1,1111	0,035	0,034	0,035
	0,20	1,2500	0,035	0,034	0,035
	0,50	2,0000	0,035	0,034	0,035
	0,90	10,0000	0,035	0,034	0,035
10	0,10	1,1111	0,035	0,034	0,035
	0,20	1,2500	0,035	0,034	0,035
	0,50	2,0000	0,035	0,034	0,035
	0,90	10,0000	0,035	0,034	0,035
100	0,10	1,1111	0,035	0,034	0,035
	0,20	1,2500	0,035	0,034	0,035
	0,50	2,0000	0,035	0,034	0,035
	0,90	10,0000	0,035	0,034	0,035

Źródło: opracowanie własne.

Z tabeli można odczytać, ile wynosi prognoza inflacji na dwa miesiące do przodu przy optymalnych wartościach stopy procentowej dla poszczególnych wartości  $\lambda$  i  $\delta$ .

Zatem wykorzystując do analiz model składający się z dwóch równań, z przyspieszającej krzywej Phillipsa oraz krzywej IS, z tabeli 1 wynika, że różnice w prognozach inflacji na jeden okres do przodu i na dwa okresy do przodu oraz w wysokości stopy procentowej występują w przypadku bardzo małych wartości wagi stabilizacji produkcji oraz dużych wartości czynnika dyskontującego.

## 7. Podsumowanie

W artykule zaprezentowano jeden z rodzajów zasad polityki pieniężnej – zasady polityki pieniężnej, które wyznaczają poziom instrumentu polityki pieniężnej w oparciu o wartości tzw. funkcji straty. Optymalne zasady polityki pieniężnej, będące rozwiązaniem problemu minimalizacji funkcji straty, zostały wykorzystane do prognozowania wskaźnika inflacji na dwa okresy do przodu. Prognozy wskaźnika inflacji wyznaczono na podstawie jednego z modeli strukturalnych – modelu Svenssona dla gospodarki narażonej na szoki podażowe i popytowe, złożonego z dwóch równań: z przyspieszającej krzywej Phillipsa oraz krzywej IS. Zbadano również wpływ wartości wagi na stabilizację produkcji oraz czynnika dyskontującego na prognozę inflacji na dwa okresy do przodu oraz na optymalny instrument polityki pieniężnej.

## Literatura

- Rudebush G.D., Svensson L.E.O., *Policy rules for inflation targeting*, Working Paper Series, National Bureau of Economic Research, Cambridge 1998.
- Svensson L.E.O., Commentary: How Should Monetary Policy Respond to Shocks While Maintaining Long-Run Price Stability? – Conceptual Issues, „Achieving Price Stability”, August 29-31, 1996.
- Woźny Ł., *Handout z dynamicznej optymalizacji*, 8 lutego 2006, <http://sgh.pl/niezbednik/plik.php?id=715&pid=171>.
- Założenia polityki pieniężnej na 2004 r.*, Narodowy Bank Polski, Warszawa, wrzesień 2003.

### OPTIMAL MONETARY POLICY RULES IN FORECASTING OF INFLATION RATE

**Summary:** In this paper we present one kind of monetary policy rules – the targeting rules that are the solution of minimization a problem of a temporary loss function. We apply the targeting rules to forecasting of inflation rate in two periods. We determine the inflation rate forecasts on the basis of Svensson model for the open economy exposed to supply and demand shocks. We also study the weight value on the production stabilization and a discounting factor on the inflation forecast in two periods ahead and on an optimal monetary policy instrument.