PRACE NAUKOWE
Uniwersytetu Ekonomicznego we Wrocławiu
RESEARCH PAPERS
of Wrocław University of Economics

323

Inwestycje finansowe i ubezpieczenia – tendencje światowe a rynek polski

Redaktorzy naukowi
Krzysztof Jajuga
Wanda Ronka-Chmielowiec

Wydawnictwo Uniwersytetu Ekonomicznego we Wrocławiu
Wrocław 2013

Redaktor Wydawnictwa: Agnieszka Flasińska

Redaktor techniczny: Barbara Łopusiewicz

Korektor: Barbara Cibis

Łamanie: Małgorzata Czupryńska

Projekt okładki: Beata Dębska

Publikacja jest dostępna w Internecie na stronach:
www.ibuk.pl, www.ebscohost.com,
w Dolnośląskiej Bibliotece Cyfrowej www.dbc.wroc.pl,
The Central and Eastern European Online Library www.ceeol.com,
a także w adnotowanej bibliografii zagadnień ekonomicznych BazEkon
http://kangur.uek.krakow.pl/bazy_ae/bazekon/nowy/index.php

Informacje o naborze artykułów i zasadach recenzowania znajdują się
na stronie internetowej Wydawnictwa
www.wydawnictwo.ue.wroc.pl

Kopiowanie i powielanie w jakiejkolwiek formie
wymaga pisemnej zgody Wydawcy

© Copyright by Uniwersytet Ekonomiczny we Wrocławiu
Wrocław 2013

ISSN 1899-3192
ISBN 978-83-7695-351-9

Wersja pierwotna: publikacja drukowana

Druk: Drukarnia TOTEM

Spis treści

Wstęp 11

Adam Adamczyk: Poziom wewnętrznych źródeł finansowania jako determinanta inwestycji w działalność B + R przedsiębiorstw 13
Roman Asyngier: Ekonomiczne i prawne aspekty nieprawidłowości funkcjonowania rynku NewConnect. Ocena i propozycje zmian 23
Jacek Białek: Zastosowanie autorskiego indeksu wydajności pracy do analizy dynamiki cen jednostek rozrachunkowych OFE 34
Magdalena Chmielowiec-Lewczuk: Zrównoważona Karta Wyników w zakładzie ubezpieczeń 43
Dawid Dawidowicz: Ocena efektywności nowych i pozostałych funduszy inwestycyjnych akcji polskich w latach 2000–2012 53
Ewa Dziwok: Weryfikacja modeli krzywej dochodowości na podstawie metod dynamicznych 66
Krzysztof Echaust: Zwroty dzienne a zwroty nocne – porównanie wybranych własności na przykładzie kontraktów *futures* notowanych na GPW w Warszawie 75
Urszula Gierałtowska: Inwestowanie w metale szlachetne jako alternatywna forma lokowania kapitału 88
Paweł Kliber: Spread WIBOR-OIS jako miara ryzyka kredytowego i premii płynnościowej 101
Karol Marek Klimczak: Struktura autoregresyjna zysku rezydualnego spółek z Polski, Niemiec i Francji 112
Anna Korzeniowska: Wybrane problemy rynku finansowego wynikające z sytuacji na rynku oszczędności gospodarstw domowych 120
Mieczysław Kowerski: Cateringowa teoria dywidend 128
Marzena Krawczyk: Adekwatność oferty instytucji rynku finansowego do potrzeb kapitałowych MŚP 142
Paweł Kufel, Magdalena Mosionek-Schweda: Wpływ doświadczenia giełdowego na koszt pozyskiwania kapitału na rynku Catalyst 151
Robert Kurek: Ewolucja konwergencji regulacji i sposobów nadzorowania na rynku ubezpieczeniowym UE 161
Sebastian Majewski, Mariusz Doszyń: Efekty wpływu czynników behawioralnych na stopy zwrotu z akcji spółek sektora budowlanego notowanych na GPW w Warszawie 170

Sebastian Majewski: Behawioralny portfel według Maslowa – analiza symulacyjna ... 180
Marta Małecka: Metody oceny jakości prognoz ryzyka rynkowego – analiza porównawcza ... 192
Aleksander R. Mercik: Wykorzystanie rozkładu *t*-Studenta do szacowania wartości zagrożonej ... 202
Artur Mikulec: Znormalizowany względem czasu τ wskaźnik Calmara i jego zastosowanie w analizie efektywności inwestycji portfelowych ... 212
Wojciech Misterek: Bariery w zakresie pozyskania zewnętrznych źródeł finansowania na realizacje projektów innowacyjnych przedsiębiorstw ... 223
Paweł Niszczota: Wpływ języka raportowania na płynność spółek zagranicznych notowanych na GPW ... 232
Dorota Pekasiewicz: Wyznaczanie współczynnika bezpieczeństwa na podstawie kwantyla rozkładu sumy roszczeń w portfelu ubezpieczeń komunikacyjnych ... 241
Agnieszka Perepeczo: Reakcja akcjonariuszy na decyzje o wypłacie dywidendy w spółkach publicznych – wyniki badań empirycznych ... 253
Tomasz Pisula: Metodyczne aspekty zastosowania modeli skoringowych do oceny zdolności kredytowej z wykorzystaniem metod ilościowych ... 265
Paweł Porcenaluk: Analiza wybranych miar ryzyka płynności dla akcji notowanych na GPW w Warszawie w latach 2001–2011 ... 289
Marcin Salamaga: Zastosowanie metody średniej kroczącej do badania zyskowności inwestycji na polskim rynku kapitałowym ... 298
Rafał Siedlecki: Prognozowanie trudności finansowych przedsiębiorstw z wykorzystaniem miary rozwoju Hellwiga ... 308
Anna Sroczyńska-Baron: Możliwości aplikacyjne gier mniejszościowych na Giełdzie Papierów Wartościowych ... 319
Michał Stachura, Barbara Wodecka: Asymetria w ujęciu Boshnakova – propozycja metody szacowania miar asymetrii z próby ... 328
Piotr Staszkiewicz: Verification of the disclosure lemma applied to the model for reputation risk for subsidiaries of non-public group with reciprocal shareholding on the Polish broker-dealers market ... 337
Anna Szymańska: Bayesowskie szacowanie stawek składki w ubezpieczeniach komunikacyjnych z wybranymi funkcjami straty ... 347
Jacek Welc: Prognozowana dynamika zysków spółek a obciążenie błędów prognoz – doświadczenia polskie ... 357
Jerzy Węcławski: Pożyczki hybrydowe jako alternatywna forma finansowania przedsiębiorstw ... 366
Ryszard Węgrzyn: Analiza wrażliwości zmienności implikowanej względem instrumentu podstawowego opcji – podejście dynamiczne ... 375
Stanisław Wieteska: Obciążenia obiektów budowlanych śniegiem jako element ryzyka w ubezpieczeniach majątkowo-osobowych w Polskim obszarze klimatycznym ... 385

Zuzanna Wośko: Odporność sektora bankowego w Polsce na szoki zewnętrzne w kontekście ryzyka kredytowego. Badanie zależności między zmiennymi makroekonomicznymi ... 397
Anna Zamojska: Wskaźnik Sharpe'a w teorii i w praktyce ... 406
Aneta Zglińska-Pietrzak: Bootstrapowe prognozy zmienności stóp zwrotu na podstawie modelu GARCH ... 415
Monika Zielińska-Sitkiewicz: Ocena kondycji rynku nieruchomości mieszkaniowych na podstawie badania danych z raportów finansowych firm deweloperskich ... 423

Summaries

Adam Adamczyk: The level of internal sources of finance as a determinant of investment in R & D of enterprises ... 22
Roman Asyngier: Economic and legal aspects of irregularities in the functioning of the NewConnect market. Assessment and suggestions for changes ... 33
Jacek Białek: Application of the original index of labour productivity in the analysis of open pension funds' units dynamics ... 42
Magdalena Chmielowiec-Lewczuk: Balanced Scorecard in insurance company ... 52
Dawid Dawidowicz: Evaluation of efficiency of new Polish equity investment funds in comparison to the other investment funds in the period 2000–2012 ... 65
Ewa Dziwok: Yield curve verification based on the correlation surface method ... 74
Krzysztof Echaust: Traded period returns and non-traded period returns – comparison of selected properties on the basis of futures contracts quoted on Warsaw Stock Exchange ... 87
Urszula Gierałtowska: Investing in precious metals as an alternative form of capital investment ... 100
Paweł Kliber: WIBOR-OIS spread as a measure of liquidity and default risk 111
Karol Marek Klimczak: Autoregressive structure of residual income of Polish, French and German firms ... 119
Anna Korzeniowska: Selected problems of financial market resulting from the situation on household savings market ... 127
Mieczysław Kowerski: Catering theory of dividends ... 141
Marzena Krawczyk: Adequacy of the offer given by financial market institution to capital needs of SMEs ... 150
Paweł Kufel, Magdalena Mosionek-Schweda: The impact of the stock-market experience on the cost of capital gained on the Catalyst market ... 160

Robert Kurek: The evolution in convergence of supervision regulations and methods on the European Union insurance market 169
Sebastian Majewski, Mariusz Doszyń: The effects of impact of behavioural factors on the rate of return of construction companies stocks listed on the Warsaw Stock Exchange..... 179
Sebastian Majewski: Behavioural portfolio according to Maslov – simulation analysis 191
Marta Małecka: Methods for evaluating Value-at-Risk forecasts – comparative analysis 201
Aleksander R. Mercik: Using the Student's *t* distribution in Value-at-Risk estimation..... 211
Artur Mikulec: Tau-normalized-Calmar ratio and its application in the analysis of portfolio investment efficiency 222
Wojciech Misterek: Barriers in obtaining external funding to the realization of innovative projects in companies 231
Paweł Niszczota: The language used in filings and the trading activity of foreign companies listed on the Warsaw Stock Exchange 240
Dorota Pekasiewicz: Determination of the safety factor based on quantile of the sum of claims distribution in the portfolio of automobile insurance 252
Agnieszka Perepeczo: Market reactions to dividend announcements in public companies – empirical evidence 264
Tomasz Pisula: Methodological aspects of the application of credit scoring models to assess the creditworthiness with the use of quantitative methods 288
Paweł Porcenaluk: The analysis of the selected liquidity risk measures for stocks listed on the Warsaw Stock Exchange in 2001–2011 period 297
Marcin Salamaga: An application of moving average rules for testing the profitability of Polish stock market..... 307
Rafał Siedlecki: Forecasting financial problems of companies based on Hellwig measurement of development 318
Anna Sroczyńska-Baron: The application of the minority games and gambling on the stock exchange..... 327
Michał Stachura, Barbara Wodecka: Boshnakov's approach to asymmetry – proposal of estimation of sample asymmetry measures 336
Piotr Staszkiewicz: Weryfikacja lematu ujawnienia dla modelu ryzyka reputacji niepublicznych grup kapitałowych z powiązaniami wzajemnymi na polskim rynku firm inwestycyjnych 346
Anna Szymańska: Bayesian estimation of premium rates in motor insurance with selected loss functions 356
Jacek Welc: Forecasted earnings growth of companies and earnings forecast bias – Polish experience..... 365
Jerzy Węcławski: Hybrid loans as an alternative form of corporate finance .. 374

Ryszard Węgrzyn: Analysis of the sensitivity of implied volatility to the underlying instrument of option − a dynamic approach 384
Stanisław Wieteska: Overload of roofs of buildings with snow as an element of risk in property insurance in the Polish climate area..... 396
Zuzanna Wośko: Resilience of the Polish banking sector to external shocks in the context of credit risk. Analysis of the relationship between macroeconomic variables 405
Anna Zamojska: Sharpe ratio – theory and practice..... 414
Aneta Zglińska-Pietrzak: Bootstrap predictions of returns for GARCH processes 422
Monika Zielińska-Sitkiewicz: Assessment of the condition of the Polish real estate market based on the data analysis from the financial statements of developers 437

PRACE NAUKOWE UNIWERSYTETU EKONOMICZNEGO WE WROCŁAWIU
RESEARCH PAPERS OF WROCŁAW UNIVERSITY OF ECONOMICS nr 323 • 2013
Inwestycje finansowe i ubezpieczenia – tendencje światowe a rynek polski ISSN 1899-3192

Aleksander R. Mercik
Uniwersytet Ekonomiczny we Wrocławiu

WYKORZYSTANIE ROZKŁADU *T*-STUDENTA DO SZACOWANIA WARTOŚCI ZAGROŻONEJ

Streszczenie: Bardzo często w modelowaniu finansowym przyjmuje się, że rozkład prawdopodobieństwa stóp zwrotu z cen instrumentów finansowych jest wielowymiarowym rozkładem normalnym. Ze względu na zjawisko grubych ogonów wiele instytucji finansowych próbuje zastąpić rozkład Gaussa innym, który lepiej odzwierciedla to zjawisko. Celem artykułu jest porównanie parametrycznych modeli VaR zakładających rozkład *t*-Studenta stóp zwrotu z modelami opartymi na rozkładzie normalnym. W pracy zaprezentowano wyniki badań nad skutecznością 24 modeli parametrycznych wartości zagrożonej opracowanych na bazie historycznej ekspozycji na ryzyko jednego z wiodących brokerów kontraktów CFD w Polsce.

Słowa kluczowe: wartość zagrożona, zmienność, rozkład *t*-Studenta, skuteczność modeli VaR.

1. Wstęp – miara *value at risk*

Obecnie VaR jest najpopularniejszą metodą, jeśli chodzi o pomiar ryzyka rynkowego. Może być również zastosowana do pomiaru innego typu ryzyka (zwłaszcza ryzyka kredytowego i operacyjnego). Pierwszą instytucją finansową, która opublikowała materiały dotyczące wartości zagrożonej jest JP Morgan [Rokita 2004]. Wartość zagrożona (*Value at Risk*, w skrócie VaR) to maksymalna oczekiwana wielkość straty rynkowej (np. wartości instrumentu lub portfela), która może wystąpić w normalnych warunkach rynkowych, a prawdopodobieństwo jej wystąpienia lub przekroczenia w określonym przedziale czasowym jest równe zadanemu poziomowi istotności [Jajuga (red.) 2008].

Formalnie *Value at Risk* zapisuje się za pomocą wzoru [Alexander 2009]:

$$P(W \leq W_0 - \mathrm{VaR}) = \propto, \tag{1}$$

gdzie: W_0 – obecna wartość,
W – wartość na końcu rozpatrywanego okresu,
α – poziom tolerancji.

Najczęstszym horyzontem czasowym stosowanym przez banki jest 1 dzień [Bank for International Settlements 2004]. Inne instytucje finansowe (np. fundusze

inwestycyjne i przedsiębiorstwa) stosują horyzont jednomiesięczny [Kuziak 2003]. Najczęstszymi poziomami tolerancji zalecanymi przez instytucje nadzorujące rynek finansowy są 0,05 oraz 0,01. Im niższy poziom tolerancji, tym wyższy poziom wartości zagrożonej. Zwiększenie horyzontu czasowego przyczynia się do zwiększenia wartości zagrożonej. Przedstawiona definicja w żaden sposób nie zawiera informacji, jak powinno się ową miarę wyznaczać. W praktyce metod na wyznaczanie wartości zagrożonej jest wiele, a do najpopularniejszych należą:

1) metoda historyczna,
2) metoda symulacyjna (tzw. symulacje Monte Carlo) [Ammann, Reich 2001],
3) metoda wariancji i kowariancji,
4) metody wyznaczania kwantyla dowolnego rozkładu,
5) podejście oparte na teorii wartości ekstremalnej [Pietrzyk 2004],
6) podejście oparte na wykorzystaniu wartości pochodzących z ogona rozkładu,
7) metoda oparta na wektorach warunkowych wartości oczekiwanych i warunkowych macierzach kowariancji (modele klasy *VARMA-MGARCH*) [Piontek 2002].

W pierwszej metodzie wykorzystuje się stopy zwrotu obliczone na podstawie historycznych notowań. Podejście to jest nieparametryczne, czyli nie wiąże się z przyjęciem żadnych założeń dotyczących rozkładu stóp zwrotu i parametrów tego rozkładu (np. odchylenia standardowego, średniej itp.). Druga metoda polega na przyjęciu pewnego modelu opisującego mechanizm kształtowania się stóp zwrotu analizowanych instrumentów finansowych, na podstawie którego generuje się wiele (zwykle kilka tysięcy) hipotetycznych scenariuszy, co umożliwia otrzymanie pewnego rozkładu stóp zwrotu. Następnym etapem jest wyznaczenie kwantyla wygenerowanego rozkładu, co umożliwia wyznaczenie poziomu wartości zagrożonej.

W finansach na ogół nie ma możliwości zaobserwowania więcej niż jednego przebiegu tego samego procesu cen, dlatego wnioski na temat rozkładu stóp zwrotu w danym momencie często wyciąga się przy pewnych dodatkowych założeniach. Trzeci przypadek to taki, w którym założony został rozkład normalny stóp zwrotu z instrumentów finansowych. Wówczas obliczanie wartości zagrożonej sprowadza się do wyznaczenia kwantyla tego rozkładu. Metoda czwarta jest zbliżona do trzeciej, z taką różnicą, że zakłada się inny rozkład stóp zwrotu niż normalny (np. *t*-Studenta). W podejściu opartym na teorii wartości ekstremalnej dąży się do określenia wartości ekstremalnej rozkładu, np. określenia maksymalnej straty. Również godnym zainteresowania podejściem jest propozycja A.J. McNeila [1997], w której autor wykorzystuje fakt, że obserwacje z ogona rozkładu mogą być dobrze przybliżone za pomocą uogólnionego rozkładu Pareta[1].

W niniejszym artykule analizie poddano grupę modeli VaR opartą na wykorzystaniu kwantyla rozkładu *t*-Studenta oraz standardowe modele oparte na metodzie wariancji i kowariancji.

[1] Oparte na teorii wartości ekstremalnej.

2. Modele VaR oparte na wielowymiarowym rozkładzie normalnym

W najbardziej podstawowym modelu wartości zagrożonej przyjmuje się założenie, że rozkład prawdopodobieństwa stóp zwrotu z cen instrumentów finansowych jest wielowymiarowym rozkładem normalnym o wartościach średnich μ i macierzy kowariancji Σ.

W przypadkach zakładających więcej niż jeden instrument finansowy zmiana wartości portfela instrumentów oszacowana jest ze wzoru:

$$R_p = w_1 R_1 + w_2 R_2 + \cdots + w_N R_N + \sum_i M_i \frac{1}{N} \sum_{k=1}^{30} T_{i,k}, \tag{2}$$

gdzie: N – liczba dni obrotu w ciągu ostatnich 30 dni kalendarzowych,
$T_{i,k}$ – liczba lotów obrotu na *i*-tym instrumencie *k* dni wstecz,
M_i – marża na *i*-tym instrumencie, czyli *spread* pomnożony przez wartość jednego pipsa, wyrażona w PLN,
R_i – stopa zwrotu z *n*-tego instrumentu

$$w_i = (-lc_i + sc_i) \cdot xQ_i \cdot x\mathrm{PLN}_i\,, \tag{3}$$

gdzie: lc_i – wielkość pozycji długich klientów dla instrumentu *i*,
sc_i – wielkość pozycji krótkich klientów dla instrumentu *i*,
xQ_i – aktualny kurs rynkowy instrumentu *i*,
$x\mathrm{PLN}_i$ – aktualny kurs walutowy w PLN.

Wariancja portfela wyliczana jest ze wzoru:

$$\sigma^r = \boldsymbol{w}'\boldsymbol{V}_r\boldsymbol{w}, \tag{4}$$

gdzie $\boldsymbol{V}_r$ jest macierzą symetryczną, dodatnio określoną, mającą postać:

$$\boldsymbol{V}_r = \begin{bmatrix} \mathrm{Var}(R_1) & \mathrm{Cov}R_1, R_2 & \cdots & \mathrm{Cov}R_1, R_N \\ \mathrm{Cov}R_1, R_2 & \ddots & \ddots & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & \mathrm{Cov}R_{N-1}, R_N \\ \mathrm{Cov}R_1, R_N & \cdots & \mathrm{Cov}R_{N-1}, R_N & \mathrm{Var}(R_N) \end{bmatrix}, \tag{5}$$

$\boldsymbol{w}$ jest wektorem:

$$\boldsymbol{w} = (w_1, w_2, \ldots, w_n). \tag{6}$$

Wartość zagrożona została oszacowana następująco:

$$\mathrm{VaR}_\alpha = Z_\alpha \sigma_p - \mu_p, \tag{7}$$

$$\mu_p = \sum_i M_i \frac{1}{N} \sum_{k=1}^{30} T_{i,k}, \tag{8}$$

gdzie: Z_α – kwantyl standardowego rozkładu normalnego przy poziomie ufności α.

3. Modele VaR oparte na wielowymiarowym rozkładzie *t*-Studenta

Rozkład *t*-Studenta z v stopniami swobody jest rozkładem zmiennej losowej t postaci:

$$t = \frac{U}{\sqrt{Z}}\sqrt{v}, \tag{9}$$

gdzie: U – zmienna losowa zestandaryzowana, czyli mająca standardowy rozkład normalny $N(0,1)$,
Z – zmienna losowa o rozkładzie chi kwadrat o v stopniach swobody,
U, Z – zmienne losowe niezależne.

Wykorzystanie rozkładu *t*-Studenta w modelowaniu wartości zagrożonej pozwala lepiej oszacować prawdopodobieństwo wydarzeń ekstremalnych przy niewielkiej ilości stopni swobody (zwłaszcza w przypadku dziennych stóp zwrotu) – rozkład *t*-Studenta lepiej oddaje zjawisko leptokurtozy [Welfe 2003], z którym mamy do czynienia wtedy, gdy w porównaniu z rozkładem normalnym rozkłady stóp zwrotu z cen aktywów mają „grube ogony" i jednocześnie wyższy szczyt funkcji gęstości. Oznacza to, że prawdopodobieństwo wystąpienia nietypowych zmian (*outliers*) jest większe niż w przypadku, gdyby miały one rozkład normalny. Ponadto, wartości są jednocześnie bardziej skupione wokół swojej średniej. Modele oparte na rozkładzie normalnym mają tendencję do niedoszacowania wartości zagrożonej na poziomie tolerancji mniejszym niż 1%.

Funkcja gęstości rozkładu *t*-Studenta dla v stopni swobody ma następującą postać analityczną:

$$F(t) = \frac{\Gamma\left(\frac{v+1}{2}\right)}{\sqrt{v\pi}\,\Gamma\left(\frac{v}{2}\right)}\left(1 + \frac{x^2}{v}\right)^{-\left(\frac{v+1}{2}\right)}. \tag{10}$$

Rozkład *t*-Studenta ma zerową wartość oczekiwaną oraz zerową skośność (jest symetryczny). Dla $v > 2$ wariancja istnieje i wynosi

$$V(T) = v(v-2)^{-1}. \tag{11}$$

Wartość kurtozy istnieje dla $v > 4$ i jest dana wzorem

$$\varkappa = 6(v-4)^{-1}. \tag{12}$$

Dla $v \to \infty$ rozkład t-Studenta staje się standardowym rozkładem normalnym.

VaR dla rozkładu *t*-Studenta można obliczyć, korzystając ze wzoru:

$$\text{Student } t \text{ VaR}_{\alpha,v} = \sqrt{v^{-1}(v-2)}\,t_v^{-1}(1-\alpha)\sigma - \mu. \tag{13}$$

W przypadku gdy portfel zawiera m instrumentów, których wagi wynoszą $\boldsymbol{w} = (w_1, w_2, \ldots, w_m)'$, a stopy zwrotu z instrumentów mają rozkład t-Studenta o υ stopniach swobody, wartość zagrożona portfela wynosi:

$$\text{Student } t \text{ VaR}_{\alpha,\upsilon} = \sqrt{\upsilon^{-1}(\upsilon-2)}\, t_{\upsilon}^{-1}(1-\alpha)\sqrt{\boldsymbol{w}'\boldsymbol{\Omega}\mathbf{w}} - \boldsymbol{w}'\boldsymbol{\mu}\,, \tag{14}$$

gdzie: $\boldsymbol{\Omega}$ – macierz kowariancji o wymiarach $m \times m$;

$\boldsymbol{\mu}$ – wektor oczekiwanych stop zwrotu o wymiarze m [Alexander 2009].

W przypadku portfela składającego się z kilkudziesięciu instrumentów finansowych oszacowanie liczby stopni swobody dla rozkładu t-Studenta jest znacznym wyzwaniem. W przeprowadzonych badaniach liczba stopni swobody dla rozkładu t-Studenta została dobrana na podstawie pięciu instrumentów, którymi klienci handlowali najczęściej (jako średnia ważona): kontrakt terminowy na złoto, pary walutowe USDPLN, GBPUSD, EURUSD oraz kontrakt terminowy na niemiecki indeks DAX30. Liczbę stopni swobody dopasowano do każdego instrumentu za pomocą metody największej wiarygodności.

4. Badania empiryczne

W przeprowadzonej analizie wzięto pod uwagę 12 modeli wartości zagrożonej opartych na rozkładzie normalnym oraz 12 modeli zakładających rozkład t-Studenta.

A. Modele oparte na odchyleniu standardowym i macierzy kowariancji wyestymowanej na podstawie wszystkich dostępnych danych od 2005 r, z poziomem tolerancji 5, 1 oraz 0,5% przy założeniu rozkładu normalnego stóp zwrotu (**MODEL 1**) oraz rozkładu t-Studenta stóp zwrotu (**MODEL 5 – *t*-Student**).

B. Modele oparte na odchyleniu standardowym i macierzy kowariancji wyestymowanej na podstawie stóp zwrotu z ostatnich 255 sesji z poziomem tolerancji 5, 1 oraz 0,5% przy założeniu rozkładu normalnego stóp zwrotu (**MODEL 2 – 255**) oraz rozkładu t-Studenta stóp zwrotu (**MODEL 6 – *t*-Student, 255**).

C. Modele oparte na odchyleniu standardowym i macierzy kowariancji wyestymowanej na podstawie stóp zwrotu z ostatnich 100 sesji z poziomem tolerancji 5, 1 oraz 0,5% przy założeniu rozkładu normalnego stóp zwrotu (**MODEL 3 –100**) oraz rozkładu t-Studenta stóp zwrotu (**MODEL 7 – *t*-Student, 100**).

D. Modele oparte na odchyleniu standardowym i macierzy kowariancji wyestymowanej na podstawie e metody EWMA[2] z poziomem tolerancji 5, 1 oraz 0,5% przy założeniu rozkładu normalnego stóp zwrotu (**MODEL 4 – EWMA**) oraz rozkładu t-Studenta stóp zwrotu (**MODEL 8 – *t*-Student, EWMA**).

Szereg dziennych stóp zwrotu został obliczony na podstawie danych dostarczonych przez serwis informacyjny Bloomberg. Parametry rozkładu normalnego oraz

[2] Metoda stosowana przez J.P. Morgan w RiskMetrics. W tym modelu zakłada się, że $\sigma^2_n = (1-\lambda)r^2_{n-1} + \lambda\sigma^2_{n-1}$. Wartość parametru można wyestymować metodą największej wiarogodności. J.P. Morgan w swoim modelu RiskMetrics przyjmuje $\lambda = 0{,}94$.

rozkładu *t*-Studenta zostały oszacowane dla każdego dnia oddzielnie na podstawie poprzednich stóp zwrotu dla poziomów istotności 5, 1 oraz 0,5%. Dla każdego modelu przyjęto, że wartość oczekiwana dziennych stóp zwrotu wynosi zero. Następnie obliczono szereg przekroczeń (składający się z zer i jedynek), który był podstawą do przeprowadzenia testów Kupca [1995], Christoffersena [1998] oraz testu odległości między przekroczeniami. Dodatkowo przeprowadzono testy łączne, w których zsumowano statystyki z wymienionych testów. Drugim etapem porównania badanych modeli była budowa funkcji Lopeza [1998] oraz Sarmy-Thomasa-Shaha [Sarma i in. 2003].

Z przeprowadzonego zestawienia (tab. 1) wynika, że wartość zagrożona na poziomie ufności 5% może być prognozowana przy założeniu, że rozkład dziennych stóp zwrotu da się opisać za pomocą rozkładu normalnego. Bez względu na wybór metody estymacji zmienności oraz macierzy korelacji, modele oparte na rozkładzie normalnym wypadają pozytywnie w testach na liczba przekroczeń oraz testach na niezależność przekroczeń (Christoffersena). **W przypadku zmniejszenia poziomu ufności do 1% wykorzystanie rozkładu normalnego nie daje zadowalających rezultatów**. Trzy modele zakładające rozkład Gaussa niedoszacowują poziomu wartości zagrożonej. W tym przypadku znacznie lepiej wypadają modele zakładające rozkład *t*-Studenta. Rozkład ten przy odpowiedniej liczbie stopni swobody charakteryzuje się grubszymi ogonami niż w przypadku rozkładu normalnego. Test na odległość między przekroczeniami wskazuje, że poszczególne przekroczenia nie są równomiernie rozdystrybuowane, przez co mogą pojawiać się okresy podwyższonej zmienności, podczas których pojawia się znacznie więcej przekroczeń wartości zagrożonej niż w innych okresach.

Tabela 1a. Wyniki przeprowadzonych testów (95%)

	Test Kupca	Test Christoffersena	Test Kupca + Christoffersena (statystyka łączna)	Test na odległość między przekroczeniami	Mieszany test Kupca
1	2	3	4	5	6
Model 1					
VaR (5%)	tak	tak	tak	nie	tak
VaR (1%)	nie	tak	nie	nie	nie
VaR (0,5%)	nie	tak	nie	nie	nie
Model 2 (255)					
VaR (5%)	tak	tak	tak	tak	tak
VaR (1%)	nie	tak	nie	nie	nie
VaR (0,5%)	nie	–	–	nie	nie
Model 3 (100)					
VaR (5%)	tak	tak	tak	tak	tak

Tabela 1a, cd.

1	2	3	4	5	6
VaR (1%)	tak	–	–	nie	nie
VaR (0,5%)	nie	–	–	nie	nie
Model 4 – EWMA					
VaR (5%)	tak	tak	tak	nie	nie
VaR (1%)	nie	–	–	nie	nie
VaR (0,5%)	nie	–	–	nie	nie
Model 5 – *t*-Student					
VaR (5%)	tak	tak	tak	tak	tak
VaR (1%)	tak	–	–	nie	nie
VaR (0,5%)	nie	–	–	nie	nie
Model 6 – *t*-Student (255)					
VaR (5%)	nie	tak	nie	nie	nie
VaR (1%)	tak	–	–	nie	nie
VaR (0,5%)	nie	–	–	nie	nie
Model 7 – *t*-Student (100)					
VaR (5%)	nie	tak	tak	tak	nie
VaR (1%)	tak	–	–	nie	nie
VaR (0,5%)	tak	–	–	nie	nie
Model 8 – *t*-Student (EWMA)					
VaR (5%)	nie	–	–	tak	tak
VaR (1%)	tak	–	–	nie	nie
VaR (0,5%)	tak	–	–	nie	nie

Źródło: opracowanie własne.

Tabela 1b. Wyniki przeprowadzonych testów

	Funkcja straty Lopeza (%)	Funkcja straty Sarmy-Thomasa-Shaha (%)
Model 1		
VaR (5%)	5.44	1.11
VaR (1%)	2.26	1.68
VaR (0,5%)	1.99	1.88

Model 2 (255)		
VaR (5%)	4.38	1.43
VaR (1%)	2.52	2.11
VaR (0,5%)	1.73	2.37
Model 3 (100)		
VaR (5%)	5.71	1.29
VaR (1%)	1.59	1.95
VaR (0,5%)	1.59	2.17
Model 4 – EWMA		
VaR (5%)	5.71	1.28
VaR (1%)	**1.99**	**1.92**
VaR (0,5%)	1.33	2.16
Model 5 – *t*-Student		
VaR (5%)	4.78	1.20
VaR (1%)	1.99	1.88
VaR (0,5%)	1.20	2.16
Model 6 – *t*-Student (255)		
VaR (5%)	3.98	1.53
VaR (1%)	1.73	2.37
VaR (0,5%)	0.93	2.72
Model 7 – *t*-Student (100)		
VaR (5%)	4.78	1.39
VaR (1%)	1.59	2.17
VaR (0,5%)	1.19	2.48
Model 8 – *t*-Student (EWMA)		
VaR (5%)	4.64	1.38
VaR (1%)	1.33	2.16
VaR (0,5%)	1.19	2.46

Źródło: opracowanie własne.

5. Podsumowanie

Celem artykułu była analiza skuteczności 24 modeli wartości zagrożonej. Testy poszczególnych modeli zostały przeprowadzone na podstawie historycznej ekspozycji na ryzyko brokera kontraktów na różnice kursowe.

W przypadku poziomu tolerancji 5% najlepiej wypadły: model 5 oparty na rozkładzie *t*-Studenta oraz macierzy kowariancji wyestymowanej na podstawie wszyst-

kich dziennych stóp zwrotu od początku 2005 r. oraz model 7 oparty na danych z ostatnich 100 sesji. Model 5 pomyślnie przeszedł wszystkich pięć testów statystycznych i spośród wszystkich ośmiu modeli daje najlepszą prognozę wartości zagrożonej. Jednocześnie oba modele mają tendencje do niewielkiego przeszacowanie ryzyka. Model nr 5 jest lepszy niż model 7, kiedy ocenia się go przez pryzmat funkcji straty Sarmy-Thomasa-Shaha, która uwzględnia również stopień przeszacowania ryzyka. Dodatkowo wartość funkcji straty Lopeza (uwzględniająca tylko wielkość przekroczenia VaR) jest zadowalająca – bliska medianie spośród wszystkich modeli. W przypadku modelu nr 5 również wszystkie testy wypadły pozytywnie, co oznacza, że model może zostać zaakceptowany.

W przypadku modeli o poziomie ufności 1% najlepiej wypadł Model 8 *t*-Studenta (EWMA). Spośród wszystkich ośmiu modeli wartości zagrożonej o poziomie tolerancji równym 1%, żaden nie przeszedł pozytywnie testu na niezależność przekroczeń (uwzględniającego rozmieszczenie przekroczeń wartości zagrożonej w czasie). Mimo to rekomendowany model powinien zostać zaakceptowany ze względu na dobre wyniki w testach Kupca (na ilość przekroczeń) i Christoffersena (na brak zgrupowań przekroczeń). Jednocześnie warto zwrócić uwagę na bardzo dobry wynik w zestawieniu ze względu na wartości funkcji Lopeza. Gorszy wynik odnotowano w zestawieniu ze względu na wartość funkcji Sarmy-Thomasa-Shaha, co oznacza, że w pewnych sytuacjach modele ten może mieć tendencje do przeszacowania poziomu ryzyka.

Model 7 *t*-Studenta (100) –drugim modelem, który tak samo jak model 8 przeszedł pozytywnie wszystkie testy oprócz testu na niezależność przekroczeń, jest model oparty na danych ze 100 ostatnich sesji. Model 7 wypada nieco gorzej od 8 pod względem wartości funkcji strat Lopeza i Sarmy-Thomas-Shaha, ale nadal jednoznacznie dominuje nad modelem 6 oraz jest bardziej praktyczny niż 5 (ze względu na ograniczoną ilość próby).

Biorąc pod uwagę, że wszystkie modele charakteryzują się podobną złożonością obliczeń, instytucja finansowa powinna wybrać modele, które najlepiej wypadają w testach historycznych. Dużo łatwiej jednak uzasadnić wyższość modelu numer 8, ze względu na brak konieczności określenia precyzyjnie długości okna służącego do estymacji parametrów. Model ten jest również najbardziej podobny do popularnego na rynku finansowym modelu GARCH, który w sposób jednoznaczny dominuje nad modelami z bezwarunkową wariancją.

Literatura

Alexander C., 2009, *Market Risk Analysis*, t. IV: *Value at Risk Models*, The Wiley Finance Series.

Ammann M., Reich C., 2001, *Value-at-Risk for Nonlinear Financial Instruments – Linear Approximation or Full Monte-Carlo?*, University of Basel, WWZ/Department of Finance, Working Paper no. 8/01.

Bank for International Settlements, Basel Committee on Banking Supervision, 2004, *International Convergence of Capital Measurement and Capital Standards. A Revised Framework*, Basel.

Christoffersen P., 1998, *Evaluating interval forecasts*, International Economic Review, vol. 39, no. 4, s. 841–862.

Jajuga K. (red.), 2008, *Zarządzanie ryzykiem*, Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa.

Kupiec P.H., 1995, *Techniques for verifying the accuracy of risk management models*, Journal of Derivatives, vol. 3, no. 2, s. 73–84.

Kuziak K., 2003, *Koncepcja wartości zagrożonej (Value at Risk)*, Statsoft Polska, www.statsoft.pl/*czytelnia/finanse/pdf/kuziak.pdf*.

Lopez J., 1998, *Methods for evaluating value-at-risk. estimates*, Federal Reserve Bank of New York Economic Policy Review, s. 119–124.

McNeil A.J., 1997, *Estimating the tails of loss severity distributions using extreme value theory*, Austin Bulletin, vol. 27, no. 1, s. 117–137.

Pietrzyk R., 2004, *Value at Risk – podejście klasyczne a teoria wartości ekstremalnych*, Rynek Kapitałowy: Skuteczne Inwestowanie, Zeszyty Naukowe Uniwersytetu Szczecińskiego nr 2(389), s. 427–440.

Piontek K., 2002, *Pomiar ryzyka metodą VaR a modele AR-GARCH ze składnikiem losowym o warunkowym rozkładzie z „grubymi ogonami”*, Konferencja Rynek Kapitałowy, Skuteczne Inwestowanie, Międzyzdroje, 8–10.09.2002, Materiały Konferencyjne Uniwersytetu Szczecińskiego, s. 467–484.

Rokita P., 2004, *Koncepcja wartości zagrożonej (VaR) w analizie ryzyka inwestycji banków na rynku polskim*, rozprawa doktorska, Akademia Ekonomiczna we Wrocławiu, Wrocław.

Sarma M., Thomas S., Shah A., 2003, *Selection of Value-at-Risk Models*, ideas.repec.org/s/jof/jforec.html.

Welfe A., 2003, *Ekonometria*, PWE, Warszawa.

USING THE STUDENT'S t DISTRIBUTION IN VALUE-AT-RISK ESTIMATION

Summary: The multivariate normal distribution is the most common type of distribution, and is often found in financial market analysis. Given enough observations within a sample size, it is reasonable to make the assumption that returns follow a normally distributed pattern, but this assumption can be disproved. The Student's *t* distribution is probably the most commonly used fat-tailed distribution as a model for asset returns. Student's *t* densities are more peaked around the centre and have fatter tails. In this paper, the author presents a comparison between parametric VaR models which assume the distribution of *t*-Student and models based on the normal distribution.

Keywords: VaR, variability, Student's *t* distribution, effectiveness of VaR models.